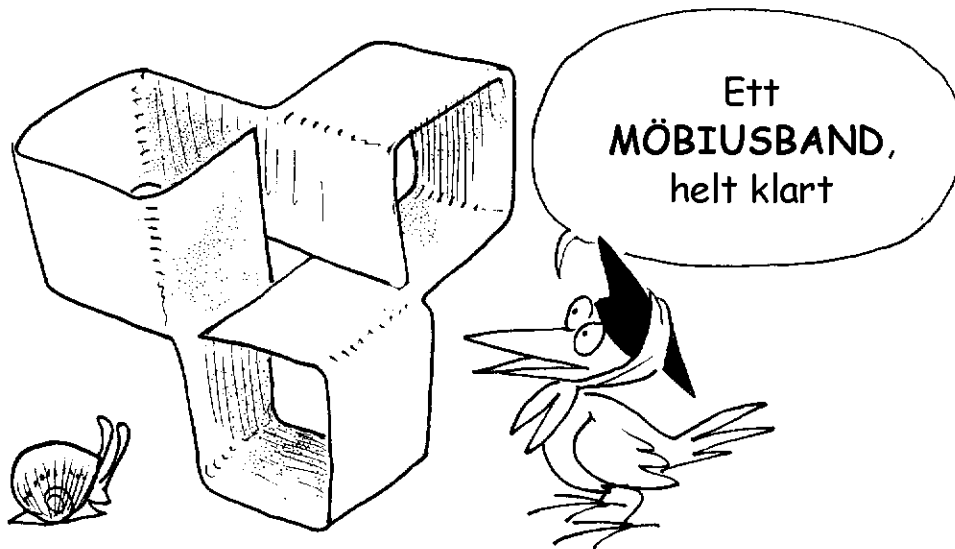


Anselm Vetgirigs äventyr

TOPOLOGiCON

Jean-Pierre Petit



Översättning: Jonas Karlsson

www.savoir-sans-frontieres.com

Varning till läsaren.

Undvik att läsa detta album:

- på kvällen innan du går till sängs;
- efter en tung måltid; eller
- när allt känns osäkert, för det här kommer bara att göra saken värre

Författaren.

PLANETEN UTAN SYDPOL

VI HAR UPPTÄCKT NORDPOLEN!

Grattis, Mr PERRY ...

Hmm... för mig återstår sydpolen.

AAAA...TJOO!

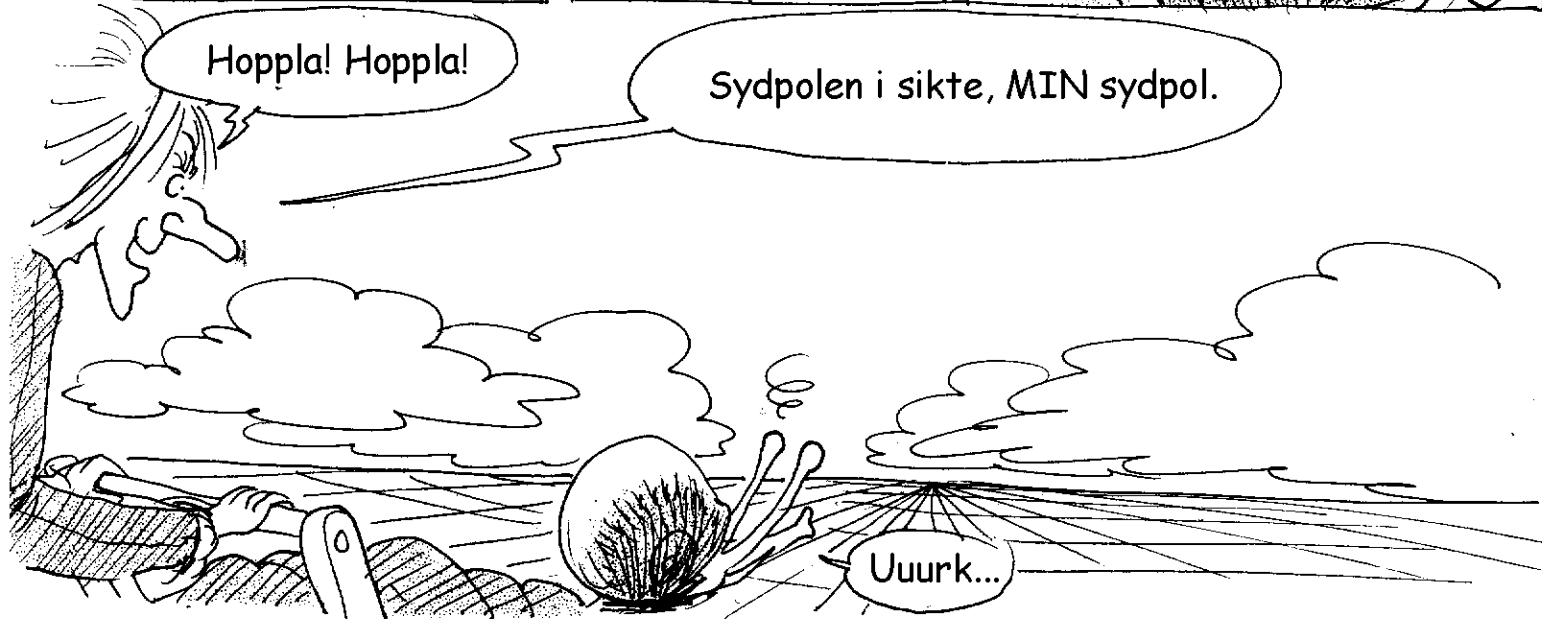
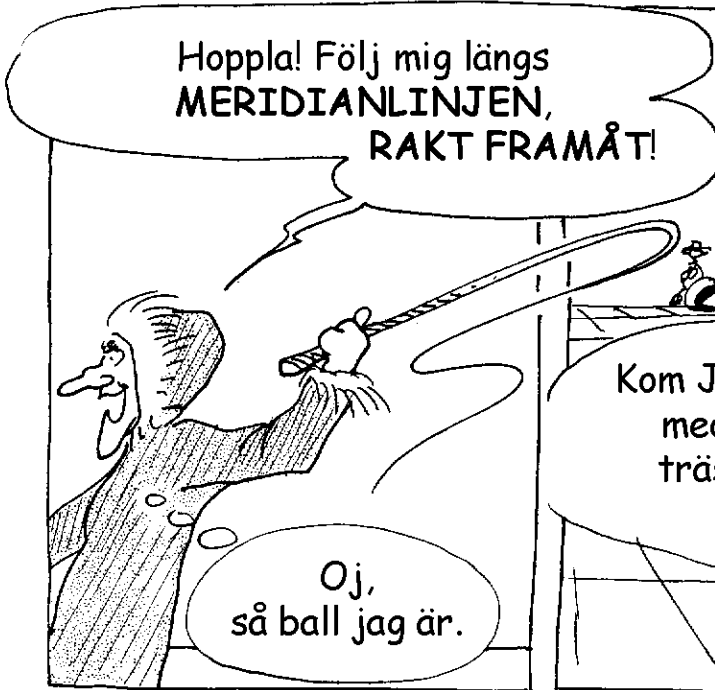
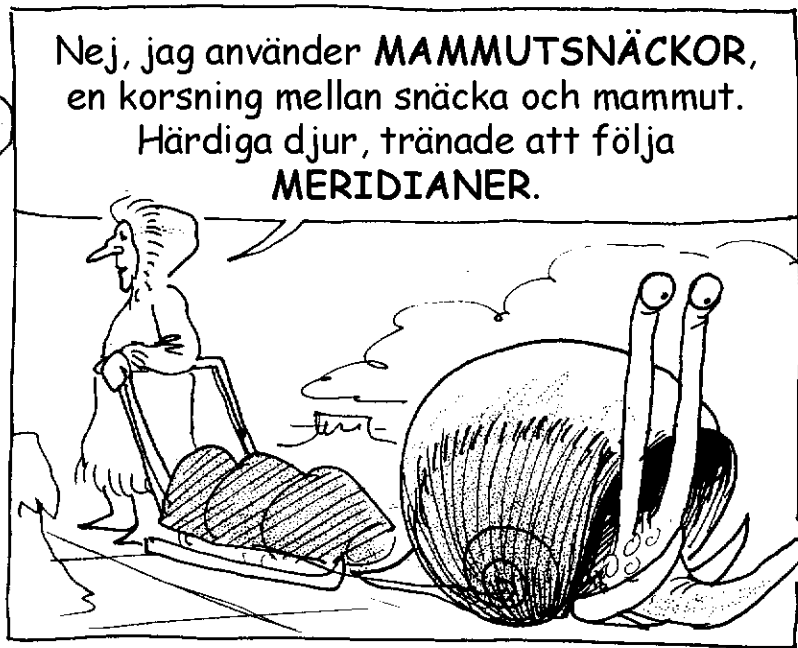
Dååå, jag, Amundsen, ska upptäcka sydpolen!

Jag tänker följa en MERIDIAN.

Får vi följa med?

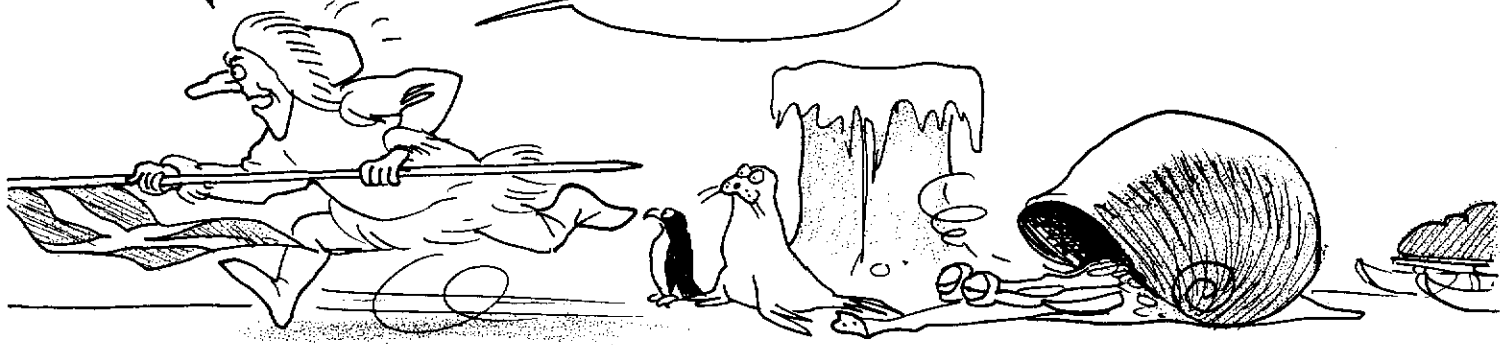
Hmm ... jag tar ogärna med en kvinna på en sådan expedition...

Mina kollegor och jag kunde skriva er berättelse, föreviga era bragder.



Jag är först...

ÄRAN!



Men!? Vad är detta??



Ska det här vara ett skämt, eller?



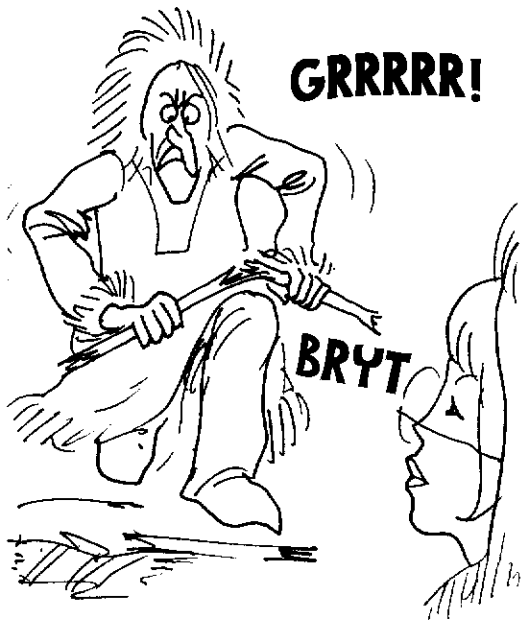
Va?!

Jisses!



GRRRRR!

BRYT



Klart! Har någon något att tillägga?



Inte ett ord till någon,
hör ni det!

Titta där!

Min flagga!
Den försvinner!!!

Lugna er, herr Amundsen

Vad!?!

Säg, är ni klara med
era dumheter?

Märkligt, det lät som
herr Perrys röst...

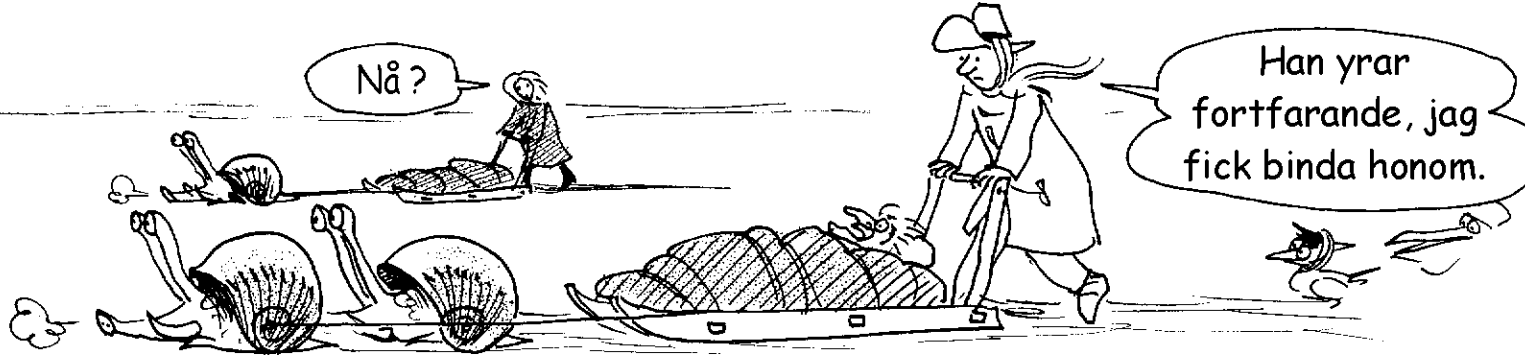
DUNK
DUNK
DUNK

Kom, herr Amundsen,
låt oss resa hem.

Vilken chock!

Vi ska nog reda
ut allt det här.

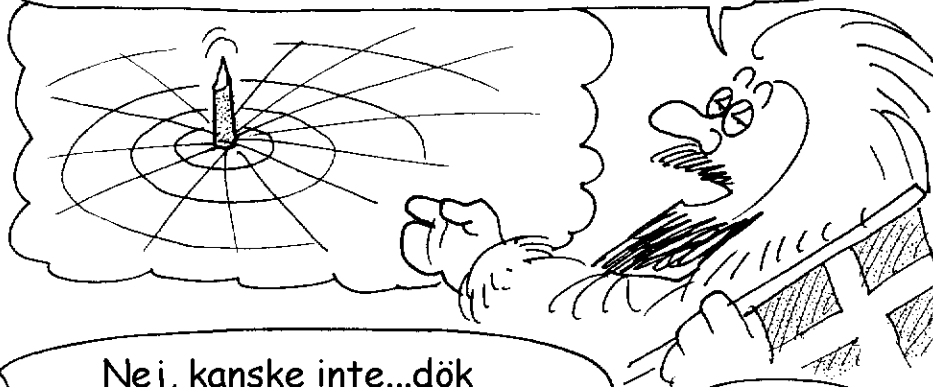
GLURG...



Mammutsnäckorna glider ljudlöst längs de frusna meridianerna.



Något högst besynnerligt hände i er frånvaro. Min flagga försvann plötsligt och ersattes av en annan, med texten "SYDPOLEN"!!



Obegripligt, alltsammans!

Nej, kanske inte...dök SYDPOLEN-flaggan upp med spetsen först?

Ja, hurså?

Jag tror att jag börjar förstå.

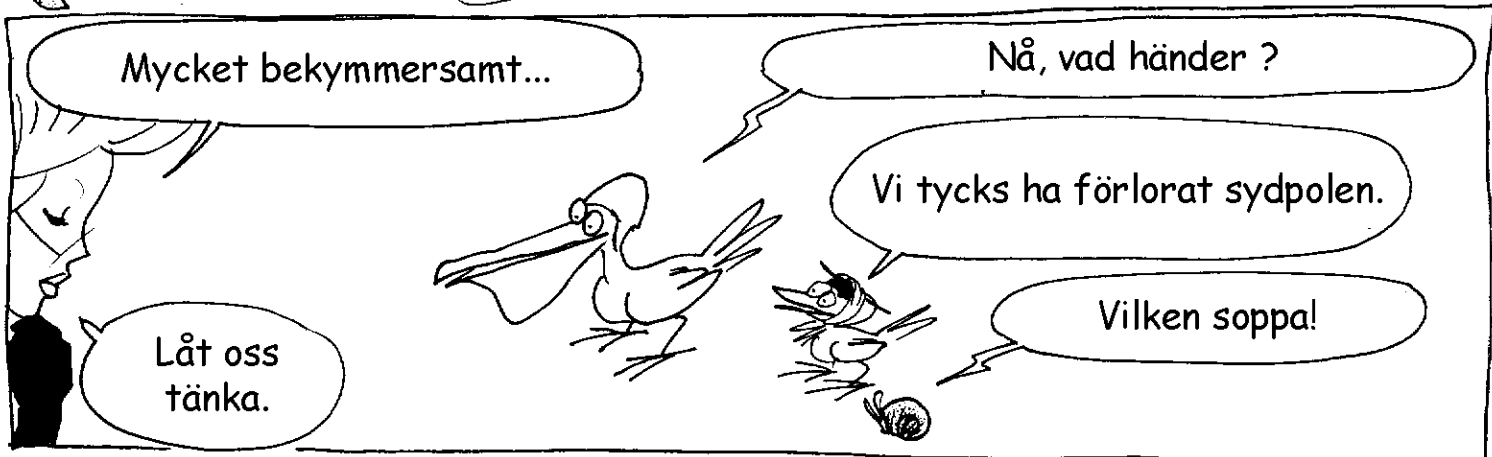


Det kan förklaras om vi föreställer oss att **OMGIVNINGEN** till meridianen vi följde är en **ENSIDIG YTA (*)**, ett **MÖBIUSBAND**, med bara en sida (se "GEOMETRICON", s. 54)



Du menar att sydpolen vi besökte bara var nordpolen upp-och-ner?

Så var är den riktiga sydpolen ?



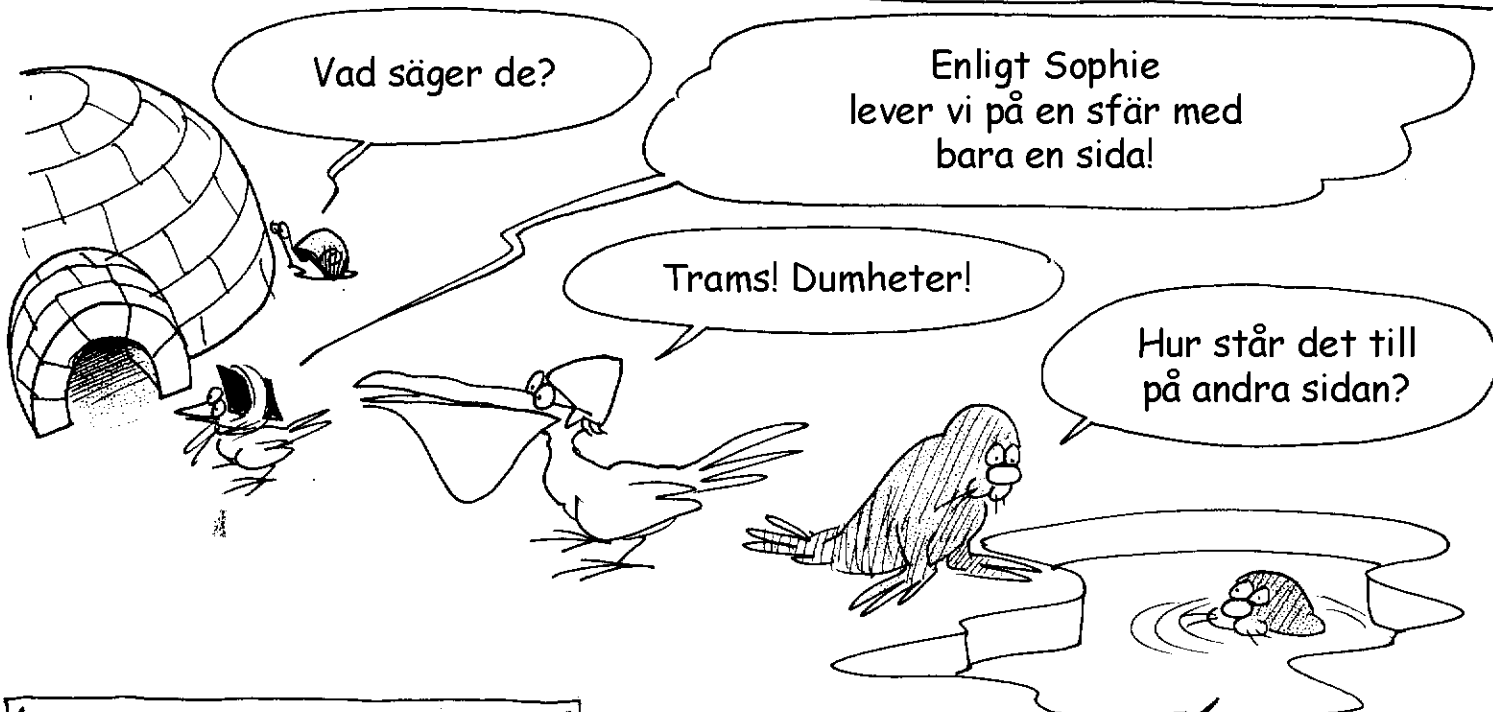
Mycket bekymmersamt...

Nå, vad händer ?

Vi tycks ha förlorat sydpolen.

Låt oss tänka.

Vilken soppa!



Vad säger de?

Enligt Sophie lever vi på en sfär med bara en sida!

Trams! Dumheter!

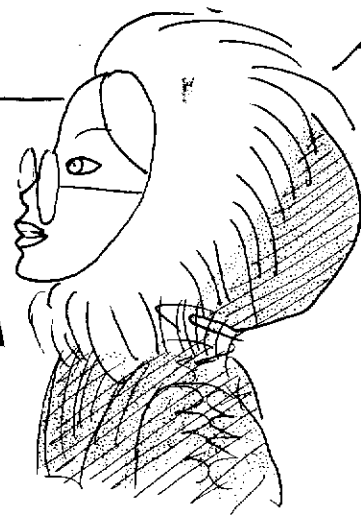
Hur står det till på andra sidan?

(*) Ett band som vridits ett halvt varv innan det limmats ihop, och som därför har bara en sida.

Har man sett en, har man sett båda.

Om vi ska kunna bistå herr Amundsen måste vi först av allt förstå den här konstiga planetens **FORM**. Vi kommer att använda **TOPOLOGINS** elementa. Till att börja med ska vi dela upp alla objekt i:

SAMMANDRAGNINGSBARA CELLER



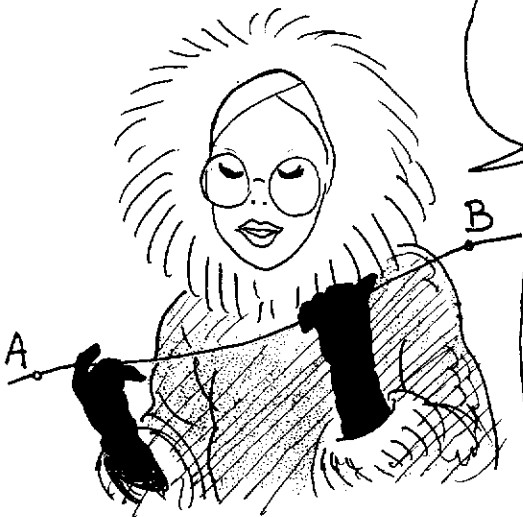
Objektet utan delar
verkar vara **PUNKTEN**...

Men vad tjänar
en punkt till?

Ett objekt, betraktat
som en mängd punkter,
upptar en plats i rummet.
Vi säger att det är
sammandragningsbart om
det kan krympas ihop till
en enda punkt, utan att
behöva lämna sin
ursprungliga plats.

Ta den här kurvan, till exempel.
Den är ett **ENDIMENSIONELLT OBJEKT**.

Såklart. En punkt på kurvan
kan representeras av ett enda tal,
till exempel den krökta abskissan,
eller avståndet från
en referenspunkt,
mätt längs kurvan.



Jag kan placera kurvan
inuti en lång makaron,
och där inne kan den
krympa ihop...

Som kvicksilvret
i en termometer.

Är varje kurva
SAMMANDRAGNINGSBAR,
då?

Nej, inte
SLUTNA kurvor.

Man kan ju klippa upp den!

OK, men då blir **KURVAN** ett **SEGMENT**
och är inte längre **SLUTEN**.

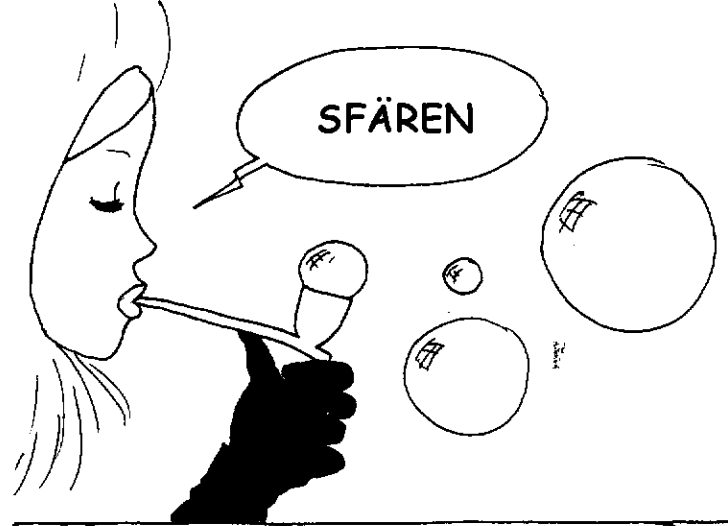
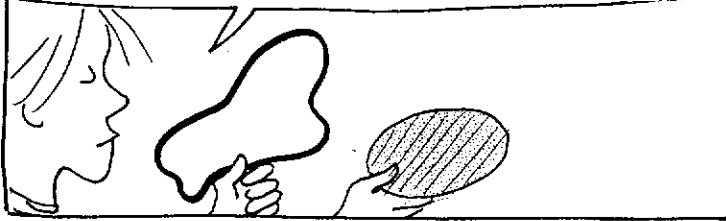
Om jag tar en cirkel,
kan jag väl låta den krympa
till en punkt så här?

En **CIRKEL** är alltså
inte **SAMMANDRAGNINGSBAR**
och detsamma gäller varje slutna kurva,
planär eller ej.

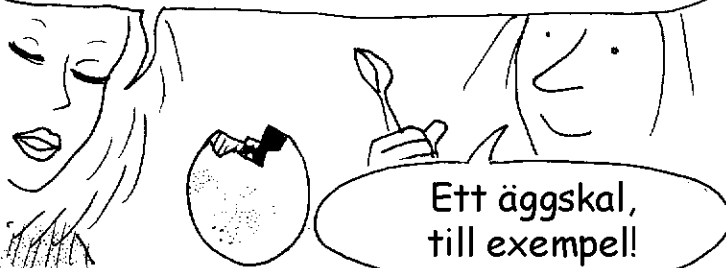
Det gills inte,
för nu rör sig kurvan utanför
sin ursprungliga position.

En **SKIVA**, alltså ett **YTELEMENT**,
kan däremot dras ihop.

Den här skivan är ett YTELEMENT, alltså ett TVÅDIMENSIONELLT objekt. Så vilket TVÅDIMENSIONELLT objekt förhåller sig till skivan som cirkeln till intervallet?



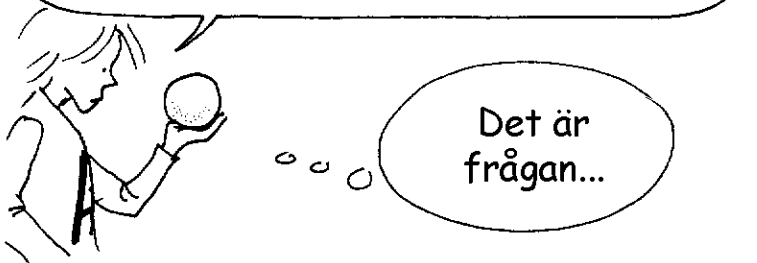
För att dra samman en sluten kurva måste du klippa upp den. Detsamma gäller sfären eller objekt av samma TYP.



Är det en SKIVA?



Men SOPHIE, VOLYMEN inuti sfären eller ägget, är sammandragningsbar... väl?

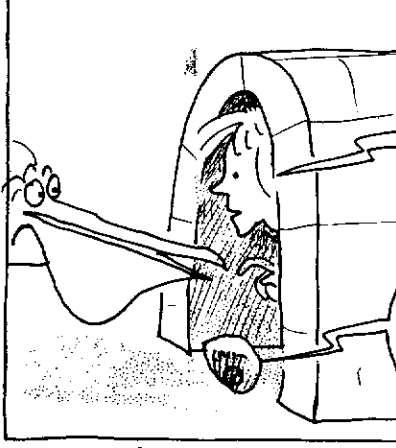
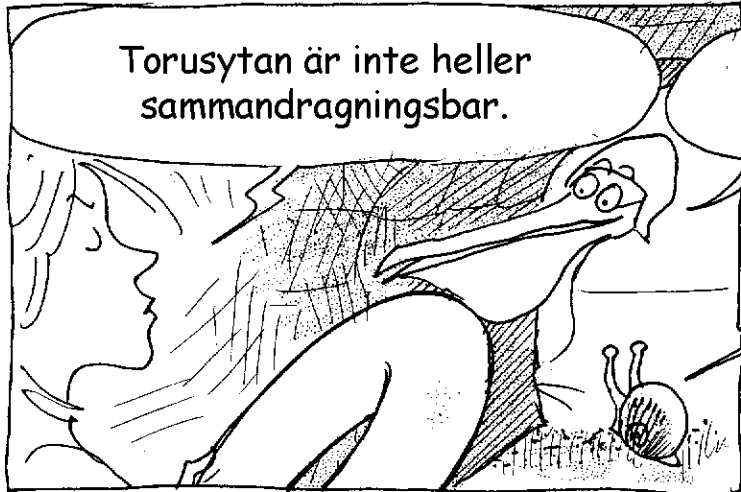


Precis. Sfärytan S^2 (*) är inte sammandragningsbar, men det är klotet.



Med andra ord, man kan dra ihop en äggula men inte ett äggskal.

(*) Se: GEOMETRICON.



Hans **GEONEUROS** är av geometriskt ursprung. Den enda boten är att fördjupa våra geometriska begrepp.

Hela hans väsen var inställt på att upptäcka **SYDPOLEN**, och det blev en fix idé, ett allt överskuggande mål.

Tyvärr, han kan inte hantera sitt misslyckande

Så den enda lösningen är att lista ut vad som blivit av sydpolen.

Hela hans ego är satt i gungning!

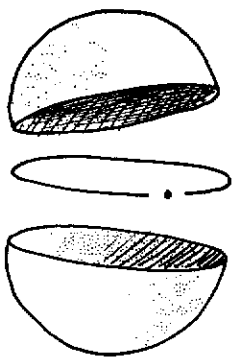
CELLUPPDELNING

Vi ska nu dela upp varje geometriskt objekt i **SAMMANDRAGNINGSBARA** celler av varje dimension: PUNKTER, SEGMENT, YTOR, VOLYMER etc.

Så vad har en PUNKT för dimension?

En punkt är **NOLLDIMENSIONELL**.

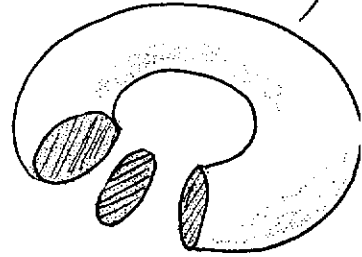
För att dela upp en cirkel betraktar vi den som ett segment vars ändar slutits i en och samma PUNKT. Om jag avlägsnar punkten, kvarstår segmentet.



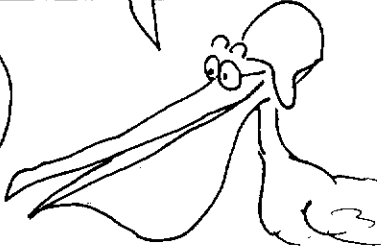
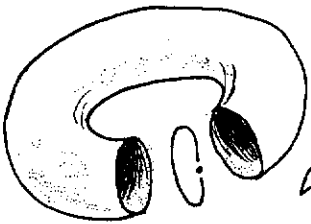
En "SFÄRYTA" S^2
kan delas upp i två kalotter
och ett segment vars ändar
fogats ihop i en punkt.



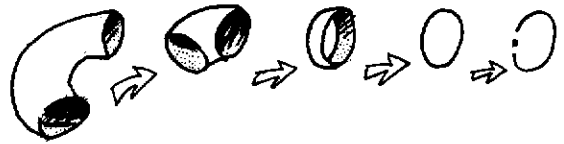
En SOLID TORUS?
Se här, jag kan skära
ut en skiva.



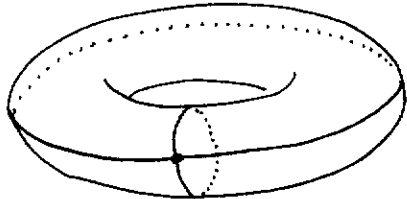
Och TORUSYTAN?...
jag skär ut en cirkel, ur vilken
jag skär ut en punkt.



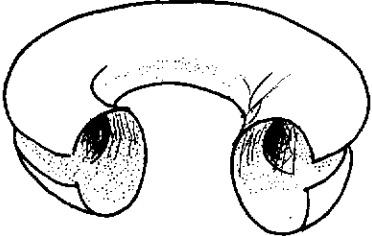
Den uppskurna torusen kan
dras samman till en cirkel;



som i sin tur är ett segment
och en punkt.



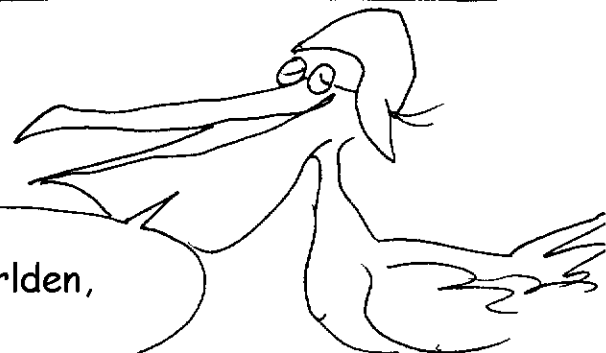
Här är en annan lösning med en punkt,
två segment och en yta, samtliga
sammandragningsbara.



Fint, men vad tjänar det till?



Att förstå världen,
tydligen.



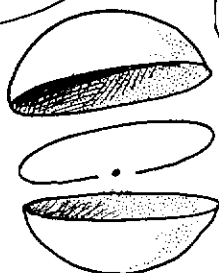
EULERKARAKTERISTIKEN

När ett objekt har delats upp i celler, kan vi definiera ett tal χ , som är antalet punkter, minus antalet segment, plus antalet ytelement, minus antalet sammandragningsbara volymer (*); och detta tal χ kallar vi objektets EULERKARAKTERISTIK.

Så för cirkeln är $\chi = 1 - 1 = 0$



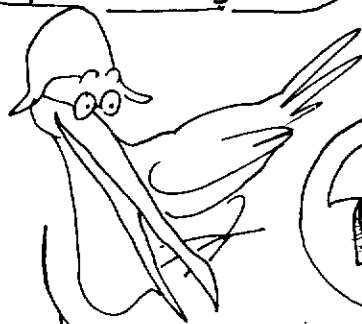
1 punkt, 1 segment



För SFÄRENS YTA:
 $\chi = 1 - 1 + 2 = 2$



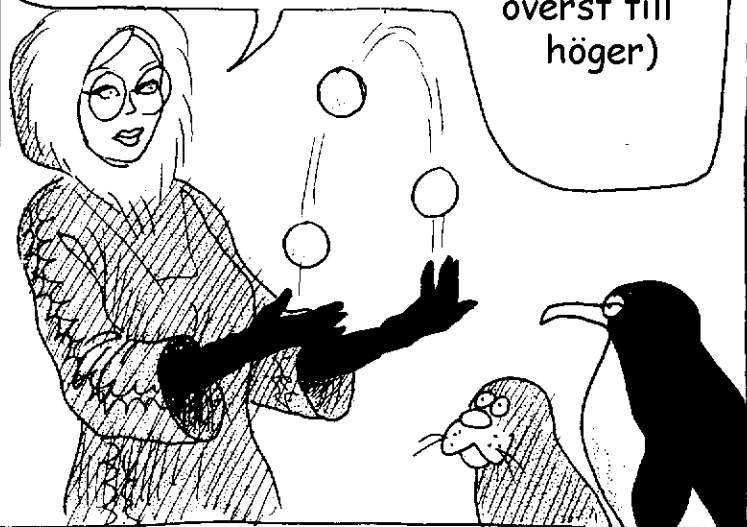
En punkt, ett segment, två kalotter



För torusytan får vi en punkt, två segment, ett ytelement:
 $\chi = 1 - 2 + 1 = 0$

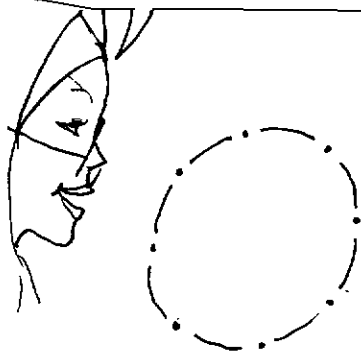
Det vill säga 1 punkt, 2 segment och 1 sammandragningsbart ytelement.

KLOTE TS eulerkaraktistik är uppenbarligen -1, medan den SOLIDA TORUSENS dito är $1 - 1 = 0$ (se teckningen på sid. 14, överst till höger)



(*) Och så vidare i högre dimensioner (summans tecken alternerar)

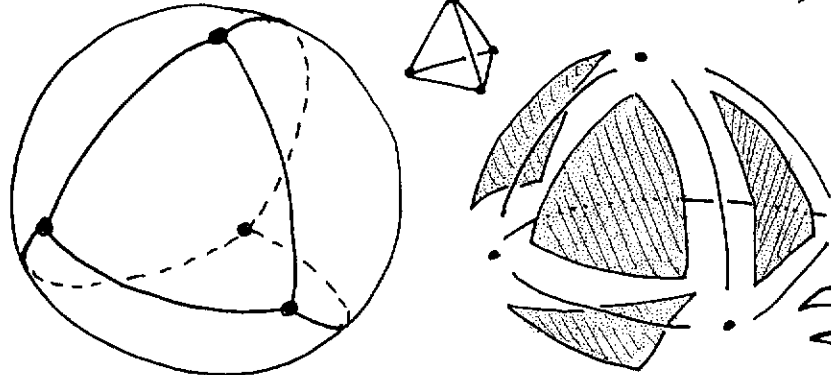
Lyssna noga nu: karakteristiken χ är **OBEROENDE**
AV UPPDELNINGEN (i sammandragningsbara celler)!!



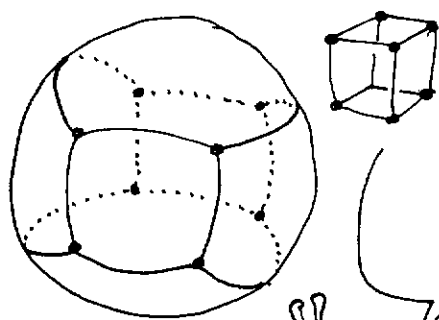
Till exempel, den här slutna kurvan har delats
upp i åtta segment sammanlänkade av åtta punkter,
men eulerkarakteristiken är alltså noll.



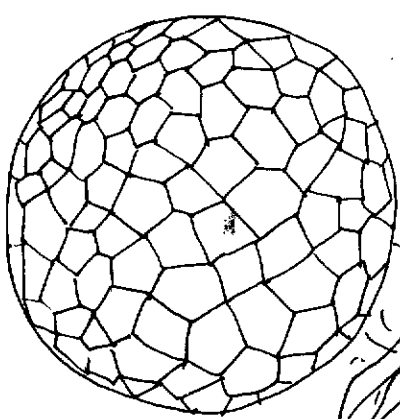
Se där!



Betrakta den här
uppdelningen av sfären:
4 hörn, 6 segment, 4 sidor,
så vi får $\chi = 4 - 6 + 4 = 2$.



Och här, 8 hörn,
12 segment, 6 sidor,
så $\chi = 8 - 12 + 6 = 2$.



Hur du än gör,
kommer du att få
 $\chi = 2$.



Vid
min gröna
talgdank!



Fantastiskt!

En användbar sats: om ett objekt är en union av två delar, är dess karakteristik summan av delarnas.

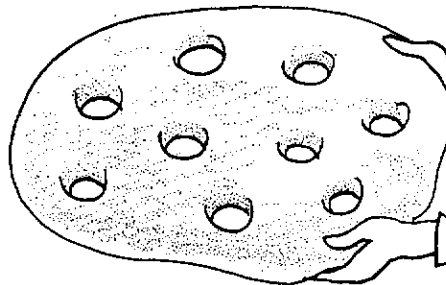
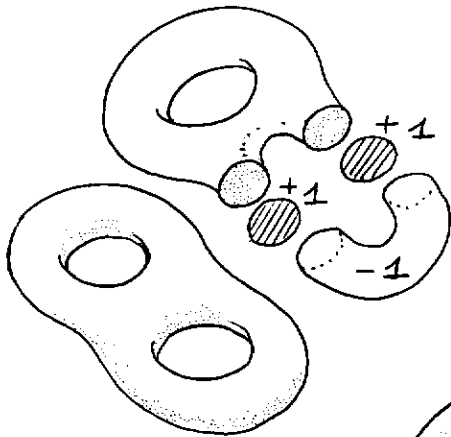
Ledningen



Den solida torusen har karakteristik noll

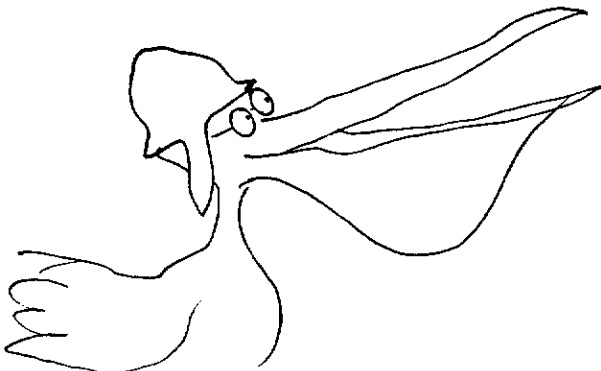


Om vi lägger till ett handtag, ökar karakteristiken med ett.




Mer allmänt är karakteristiken av en FOUGASSE (*) lika med antalet hål minus ett.

Jag antar att samma sak gäller för brödets yta?



(*) Fougasse: ett slags franskt bröd



Inte alls! Skorpan på en FOUGASSE
är inte sammandragningsbar till en N-hålig skiva, ju!



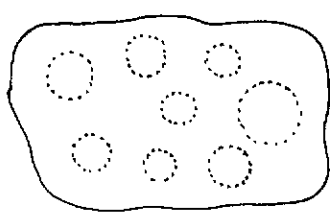
Suck...



Vi kan bygga
TORUSYTAN (karaktistik 0) genom att utgå från en
SFÄRYTA (karaktistik 2) och lägga till ett handtag,
varigenom karaktistiken minskar med 2.



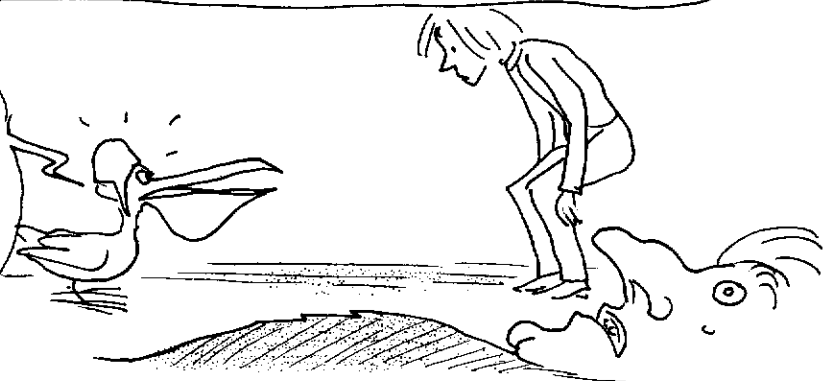
Så FOUGASSE-YTANS karaktistik
är lika med 2 minus dubbla antalet hål!



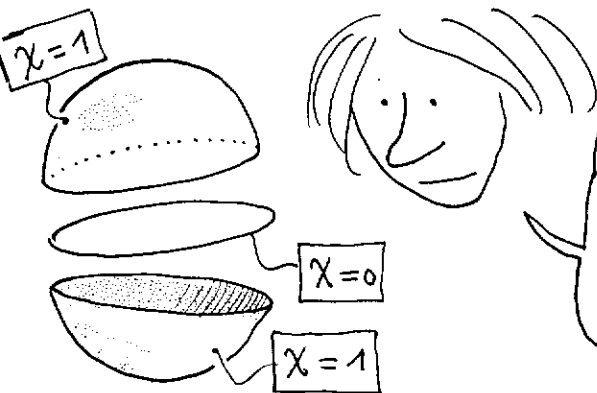
YTAN av en schweizerost
med N hålrum inuti består av N
sfärytor plus den yttre sfären,
så dess karaktistik är
 $\chi = 2(1 + N)$

För att bygga schweizerostens VOLYM utgår vi från ett klot ($\chi = -1$)
och avlägsnar N klot med tillhörande ytor ($\chi = 2 - 1 = 1$). Den tredimensionella
kroppen som uppstår har därför karaktistik lika med $-(1 + N)$

Jaja, men tror ni verkligen
att det här svamlet kommer
att bota stackars Amundsen
från hans geoneuros?



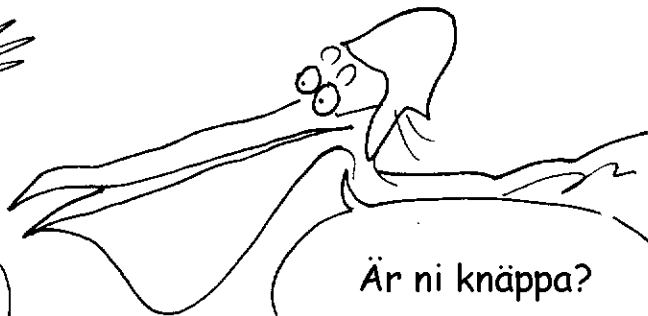
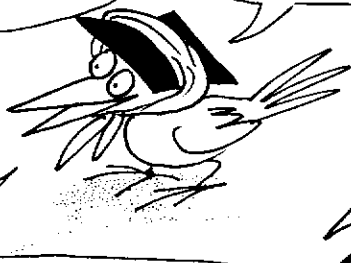
VÄRLDEN VI LEVER I



Vi kan beräkna eulerkaraktelistiken för en sfär S^2 genom att betrakta den som unionen av två halvsfärer och en ekvator, vilket ger $\chi = 1 + 1 + 0 = 2$

I albumet "Geometricon" lärde vi känna **HYPERSFÄREN** S^3 , med tre dimensioner, ett tredimensionellt rum **SLUTET I SIG SJÄLVT**

Låt oss beräkna karakteristiken för en hypersfär S^3 . Som vi såg i "Geometricon" är ekvatorn (*) en sfär S^2 vars karakteristika är 2.



Vår hypersfär S^3 består därtill av två sammandragningsbara volymer, som vardera ger ett bidrag av -1

Är ni knäppa?

$$\chi = -1 - 1 + 2 = 0$$

KNÄPP!

(*) Som delar hypersfären i två lika delar

Så hypersfärens karakteristika är noll!

Nästa stopp: hypersfären S^4 ,
med fyra dimensioner



Det vill säga en hypersfär S^3
som utvecklas cykliskt i tiden (*).
Den fyrdimensionella sfären S^4 har
en tresfär S^3 till ekvator,
jänte två halvsfärer, vilka räknas
som 1 vardera

Så denna sfäriska fyrdimensionella
rumtids karakteristik χ blir
än en gång $1 + 1 + 0 = 2$

Om du betraktar
en femsfär S^5 , är ekvatorn
en fyrsfär S^4 och den totala
karakteristiken blir
noll igen.

Och så vidare...
eulerkarakteristiken
av en hypersfär S^n är 2
om n är ett **JÄMNT TAL**,
och 0 om det är **UDDA**.

Hörni, om det fortsätter så här, så går
det för mig som det gick för Amundsen.

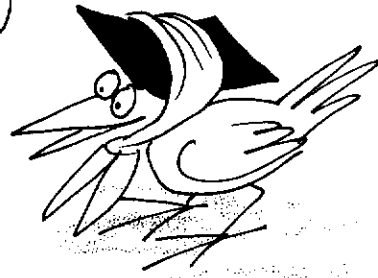
(*) Se **BIG BANG** och **FRIEDMANNs** modeller, s. 64

Fint, den här
eulerkarakteristiken har
bringat lite ordning i djungeln
av geometriska objekt.



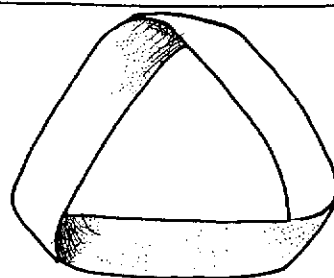
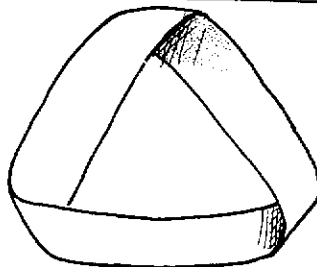
Så en cylinder är topologiskt identisk
med en skiva med hål i, och dess karakteristisk är noll.

Men vad tror du
om den här rackaren?



Ett **MÖBIUSBAND** har bara en sida.
Eftersom vi inte kan tilldela det en fram- och en baksida
säger vi att det är **ICKEORIENTERBART**.

Det gäller faktiskt alla band som har vridits ett
UDDA antal halva varv innan de limmats ihop;
de är alla möbiusband och **ICKORIENTERBARA**.
Men de här filurerna ser på något vis olika ut...



Hur jag än vrider
och vänder kan jag inte
få dem att sammanfalla.

De är inte **VRIDNA**
i samma **RIKTNING**.
De är varandras spegelbilder;
sådana figurer sägs vara
ENANTIOMERER.

Precis som min högerhand och min vänsterhand.

Alla dessa band,
som kan dras samman till slutna kurvor,
har eulerkaraktistik 0.

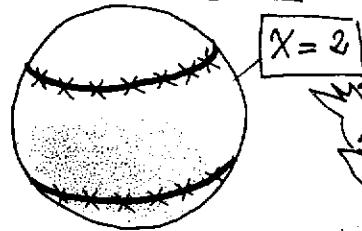
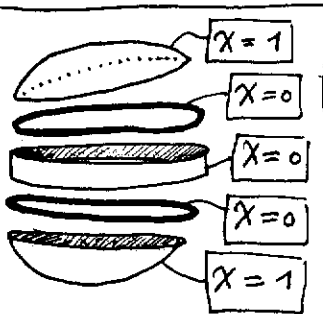
ICKEORIENTERBARA RUM
finns i N dimensioner (*) också.

Ett **MÖBIUSBAND** är en **ICKEORIENTERBAR**
yta med en **KANT**. Finns det ickeorienterbara
ytor utan kant, slutna i sig själva?

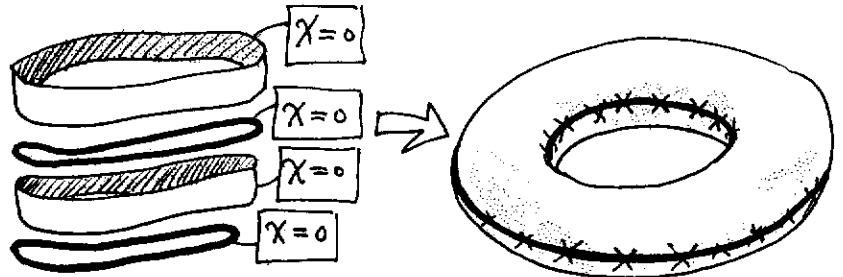
Svar i nästa kapitel

KANT PÅ KANT

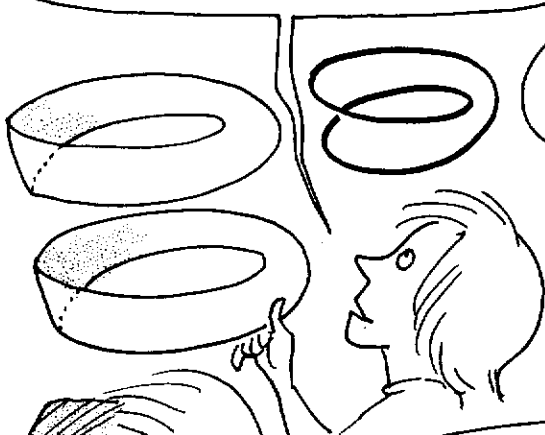
En **SLUTEN KURVA** (isärtagbar till ett segment och en punkt) har karakteristik noll. Detsamma gäller varje **BAND**, ensidigt eller tvåsidigt, som kan dras samman till en sluten kurva (se satsen på sida 17). Om vi sluter ett tvåsidigt band medelst två skivor, får vi en **SFÄRYTA** S^2 (med två dimensioner)



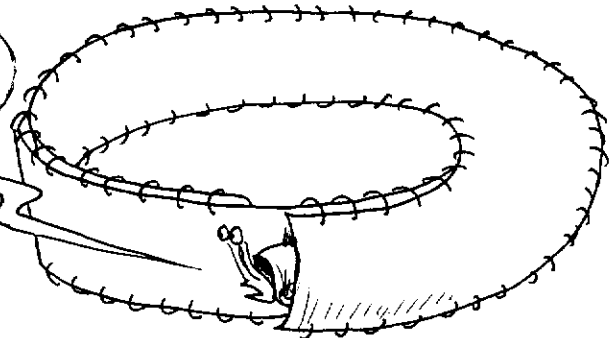
Vi kan också sy ihop två band längs slutna kurvor, och få en **TORUSYTA** T^2



Då borde man kunna sy ihop två möbiusband längs EN ENDA SLUTEN KURVA.



Hallå?
Det är trångt!



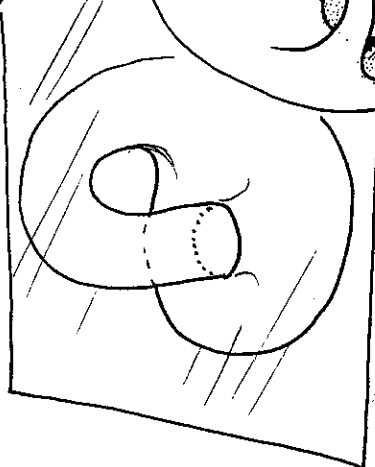
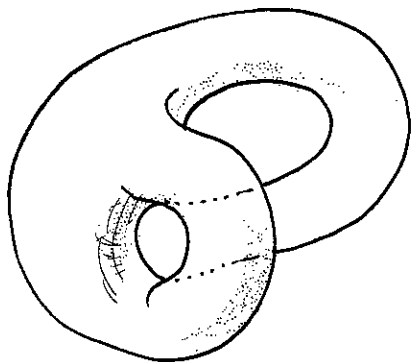
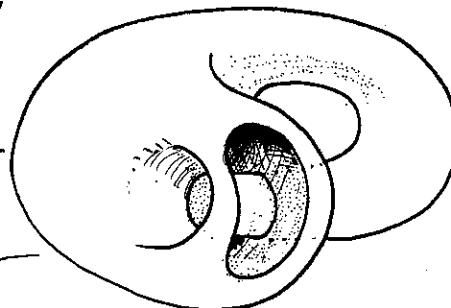
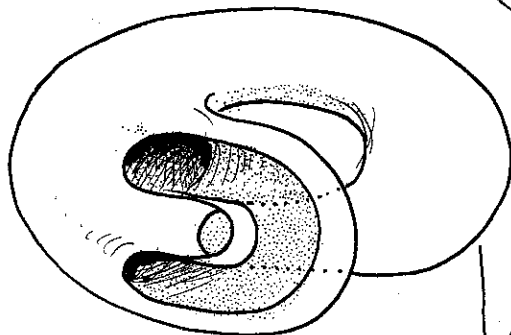
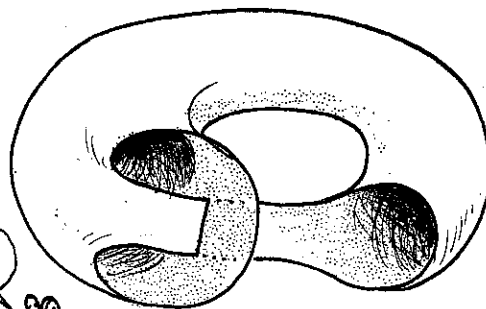
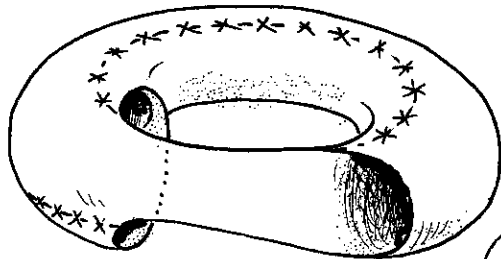
Vi måste använda **TRANSVERSIN** (*)

TRANSVERSIN!



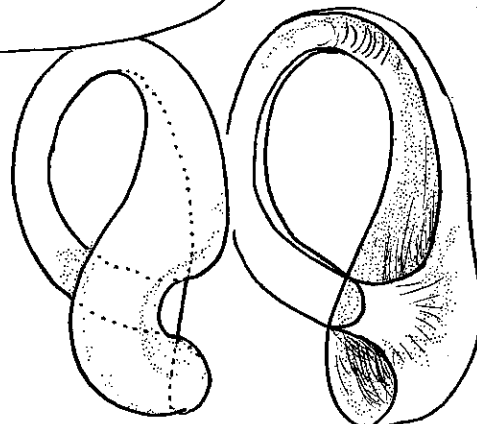
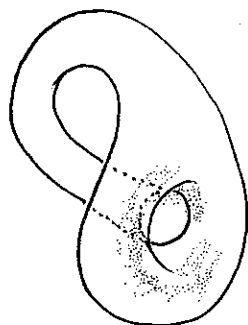
(*) **TRANSVERSIN** utvinns ur TOPOSSNÄCKANS skal

Om vi penslar **TRANSVERSIN** på ett yta börjar kanten att växa utåt och tenderar att bilda en sluten yta, och ytan får dessutom förmågan att **GENOMTRÄNGA SIG SJÄLV!**



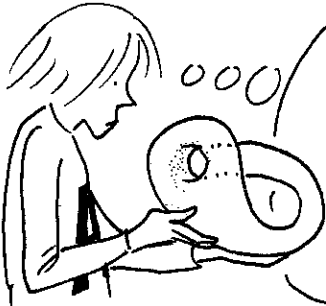
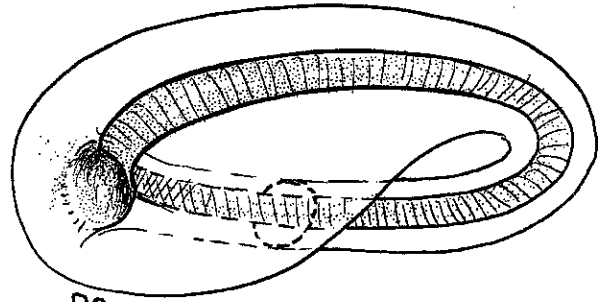
Kanten är borta.
Men vad är den där cirkeln?

Det är en **KURVA DÄR YTAN SKÄR SIG SJÄLV**, inte en **KANT**. Du kan prova själv med den här **KLEINFLASKAN**, vars yta är överallt kontinuerlig.



Flaskan i genomskäring

Dess karakteristik är noll, för den består av två möbiusband ($\chi = 0$) och en sluten kurva ($\chi = 0$). Det är inte lätt att se möbiusbanden!



Om du hittar ett möbiusband i en yta, är ytan såklart ensidig.

Säg, Tirésias, kan vi kanske hitta ett möbiusband på ditt skal någonstans?

Börja inte nu igen!

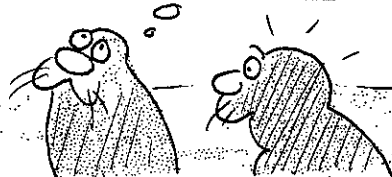
Mi!



Det är ändå en ganska konstig yta...

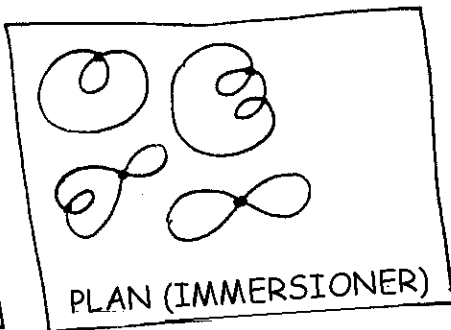
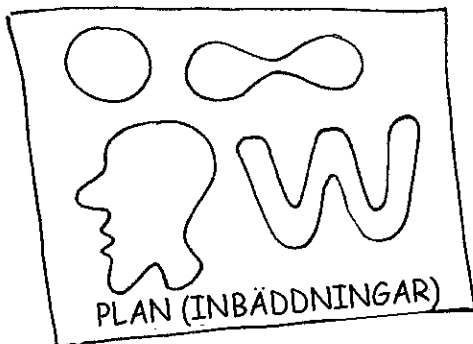
Hittills har vi bara haft att göra med ytor som inte skär sig själva i sin standarform, såsom SFÄREN. Ytor som skär sig själva i vårt rum kallas **IMMERSIONER**

Immersioner ?



INBÄDDNINGAR OCH IMMERSIONER

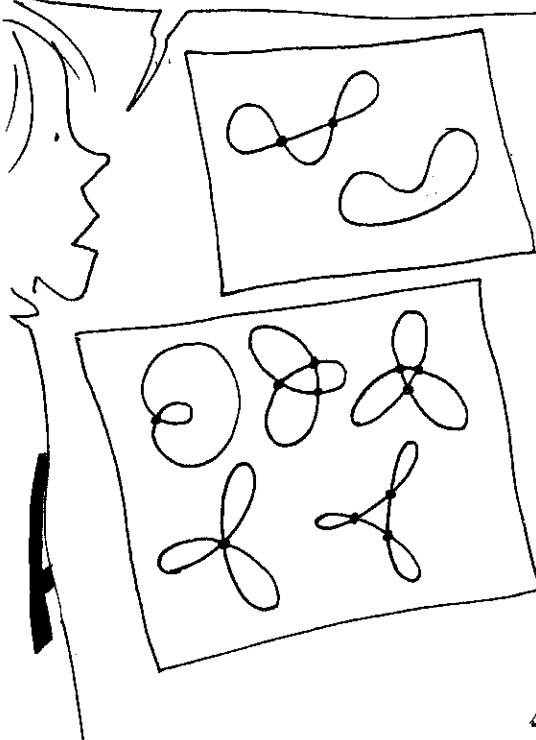
En sluten kurva, alltså en endimensionell geometri utan några avbrott eller veck, och utan början eller slut, kan ritas i planet på oändligt många sätt.



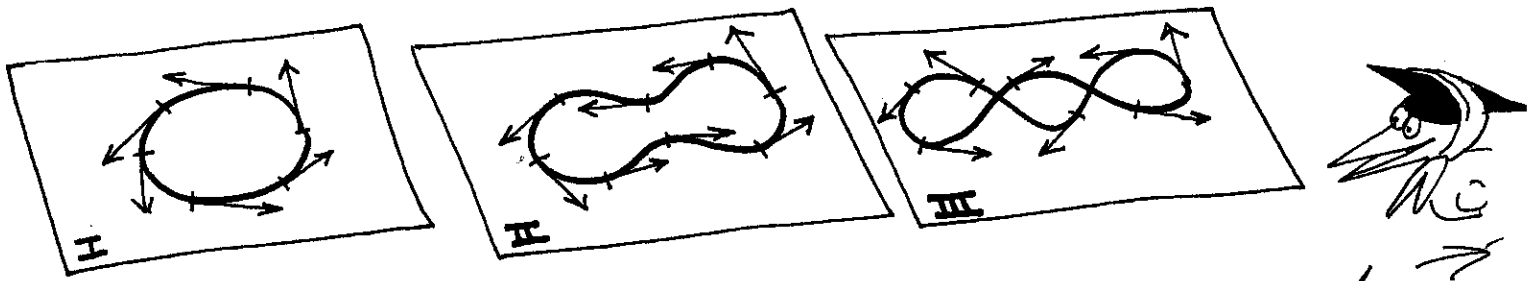
Om den inte skär sig själv säger vi att ritningen är en **INBÄDDNING**, i annat fall säger vi att den är en **IMMERSION** (*)

Jag antar att de karakteriseras av antalet skärningspunkter?

Nej, för om jag deformerar kurvor kontinuerligt kan **PAR AV PUNKTER** uppstå och försvinna. Men **ANTALET VARV** som tangenten vrids är alltid detsamma.



Se, jag låter en vektor löpa längs kurvan, och förbli tangent i varje punkt.



Genom reguljära deformationer (utan att förstöra immersionen) i PLANET, kan jag omvandla kurva I till kurva III. Den totala vridningen av tangentvektorn är densamma (360°) för samtliga kurvor.

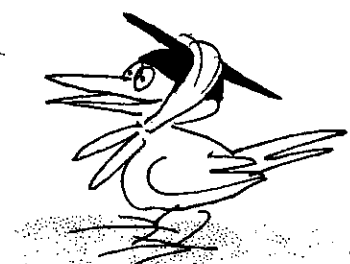
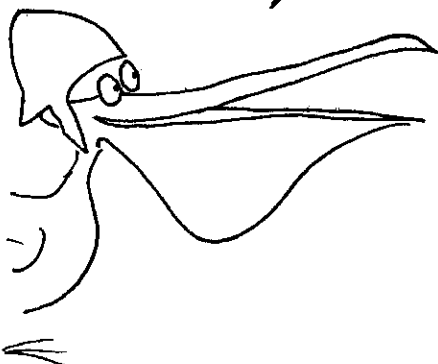
Det är en **REGULJÄR HOMOTOPI** i ett PLAN. Den förändrar inte antalet varv tangentvektorn genomlöper.

Hur jag än försöker kan jag inte förvandla **ÅTTAN** till en **CIRKEL**...

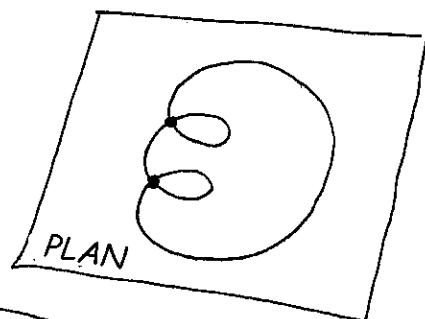
Det är i sin ordning. Pilen roterar inte samma antal varv. För **ÅTTAN** är nettovridningen noll!

Givet reglerna för att deformera slutna kurvor (kontinuitet, regularitet) på en yta, är vissa saker **MÖJLIGA** och andra **OMÖJLIGA**.

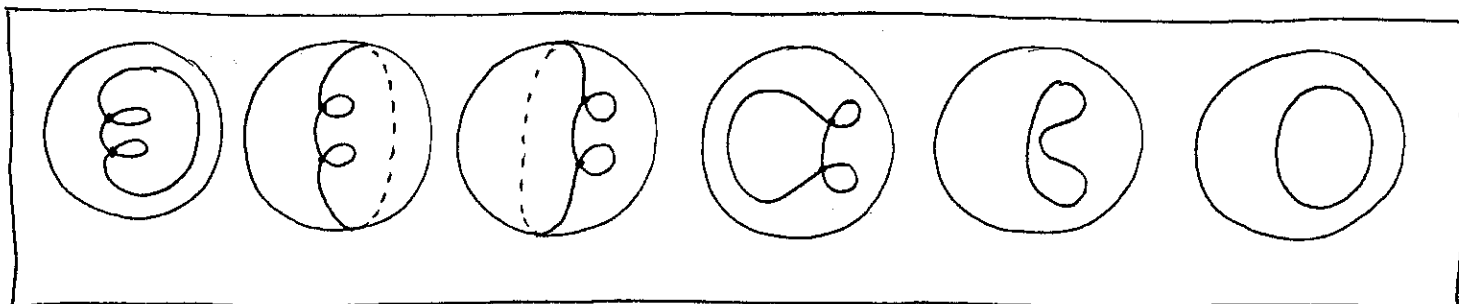
Inte så enkelt!



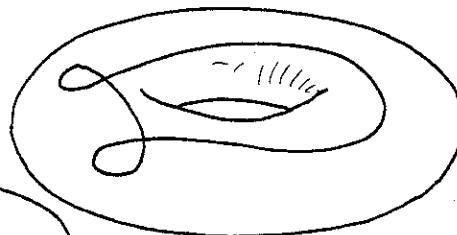
Det beror på vilket RUM vi använt för att representera objektet. Ta den här kurvan, till exempel. I ett PLAN kan vi inte bli av med dubbelpunkterna.



På SFÄREN, däremot:



Så vissa operationer som är omöjliga i ett visst FRAMSTÄLLNINGSRUM (PLANET i det här fallet) kan bli möjliga i ett rum med en annan topologi. Och omvänt



I planet kan den här kurvan lätt deformerar till en kurva som inte skär sig själv, men på torusen är det omöjligt.

Men Tirésias, i vår RUMTID är väl saker definitivt möjliga eller definitivt omöjliga? Väl?

Snälla någon...

Vet du vad vår rumstids topologi är?

Öhh...nä...

Världen är blott sken... och ändå...

Punkterna där kurvan skär sig själv finns bara i dess representationer på olika ytor. En tvådimensionell bild är bara en projektion.

I själva verket rör det sig hela tiden om samma objekt:
DEN SLUTNA ENDIMENSIONELLA KURVAN

I ett fyrdimensionellt rum behöver inte **KLEINFLASKAN** skära sig själv!

Så genom att byta det omkringliggande rummet kan jag göra **ALLT**? Förvanda en kleinflaska till en sfär, till exempel?

Nej, det finns storheter som är **OBEROENDE AV REPRESENTATIONEN**

TOPOLOGI

Såsom: eulerkarakteristiken,
orienterbarhet, slutenhet.

För endimensionella objekt
är klassifikationen en baggis:
**EN KURVA ÄR ÖPPEN
ELLER SLUTEN.**

Jaha, hur mår Amundsen ?

Läget är oförändrat...

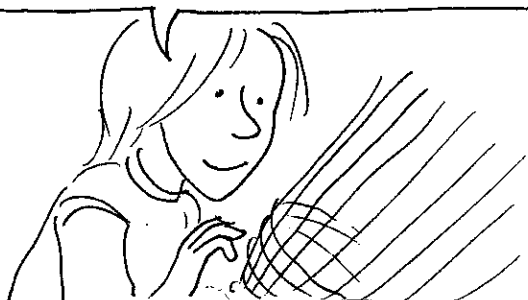
GEONEUROS?
Nej, snarare en
TOPONEUROS.

Våra mentala strukturer, vår **LOGIK**, vår världsbild,
bygger på geometriska grunder som när som helst kan rubbas.

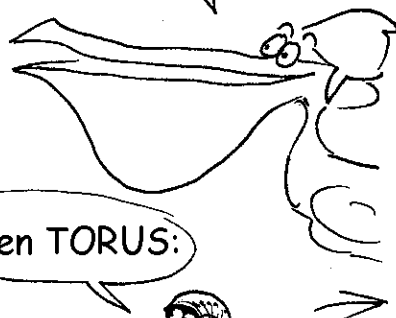
Om vi inte kan återställa ordningen i vår väns världsbild kommer
han att stanna i sin bubbla och förkasta verkligheten.

NÄTVERK

Jag har funnit ett annat praktiskt sätt att representera ytor: **KORGFLÄTNING**



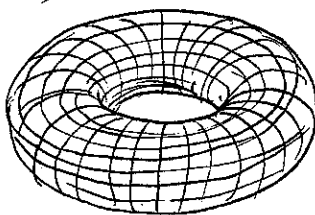
Där är en cylinder, till exempel:



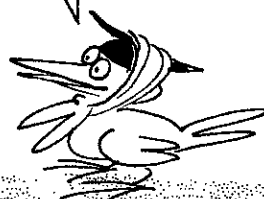
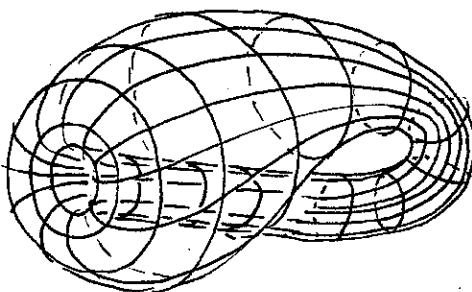
Hmm, sfären vill sig inte riktigt...



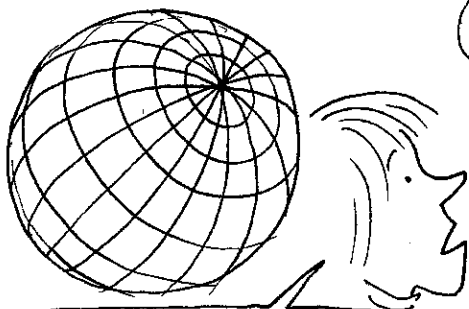
Och en TORUS:



En KLEINFLASKA:

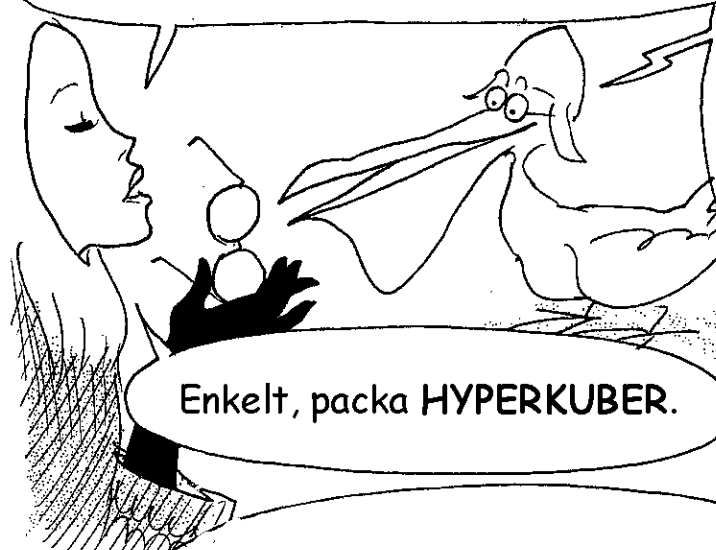


SFÄREN måste få 2 POLER för att gå ihop



Men...varför, jag behövde dem inte för torusen eller kleinflaskan...

Eulerkarakteristiken anger antalet POLER du måste väva in i din yta. För TORUSEN och KLEINFLASKAN är det noll. För sfären är det 2.



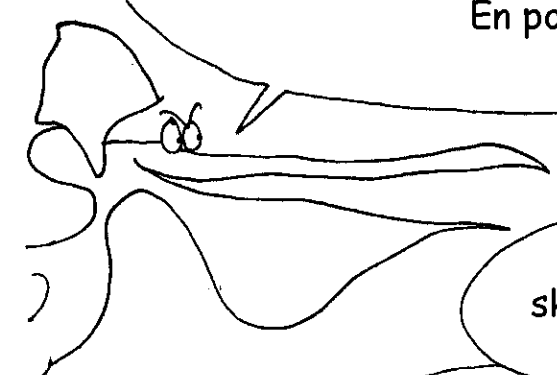
Samma sak händer förstås med **HYPERYTOR**, i rum med 3, 4... N dimensioner.

Om vi inte misstagit oss med **FRIEDMANN'S (*)** cykliska modell, är rumtiden en hypersfär S^4 . Jag ser hur man kan packa ett tredimensionellt rum fullt med kuber. Men hur gör man i fyra dimensioner?

Enkelt, packa **HYPERKUBER**.



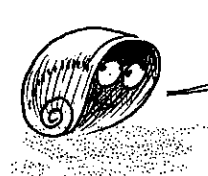
Hyperkuber?
Minsann...



Men låt se nu... en hypersfär S^4 har karakteristik 2. Så vår rumtid borde ha minst en singularitet, då?
En pol?



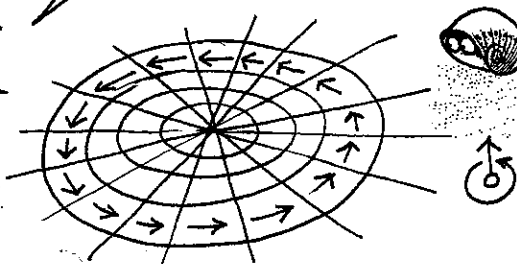
Och vad annat skulle **BIG BANG (*)** vara!?



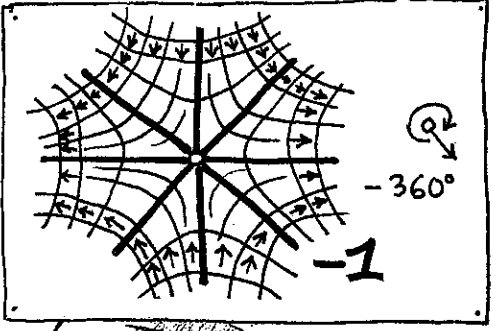
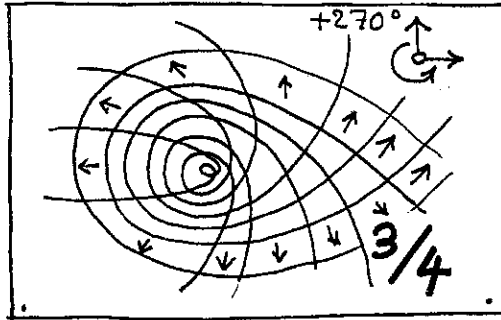
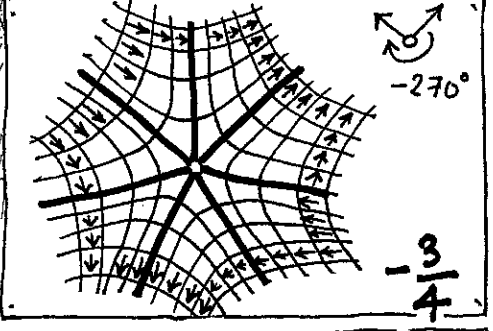
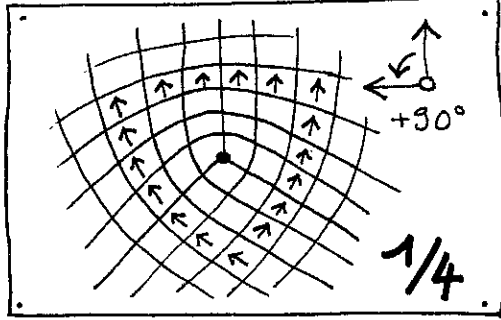
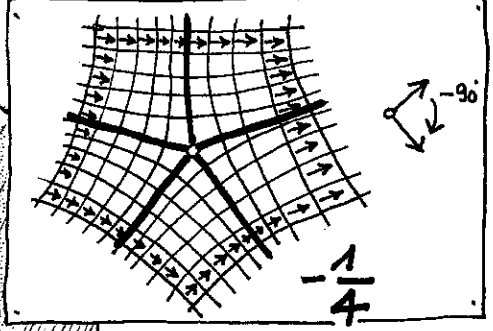
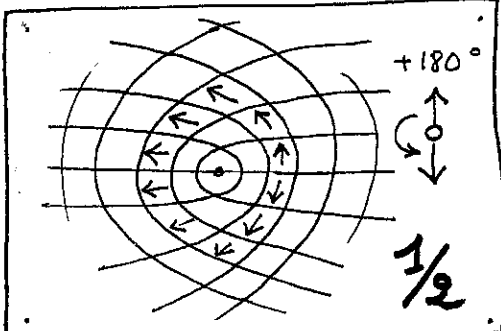
Så rent geometriska resonemang har lett oss till en av de mest fantastiska aspekterna av vår världshistoria, upptäckt samtidigt som rummets expansion.

SINGULARITETER

En singularitet i rutnätet har en **ORDNING** given av den totala vinkel som pilen vrids när den omlöper singulariteten (positiv eller negativ), delad med 360° (2π)

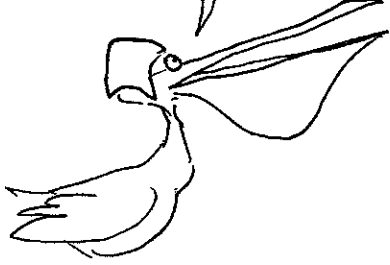


POLENS ordning är 1

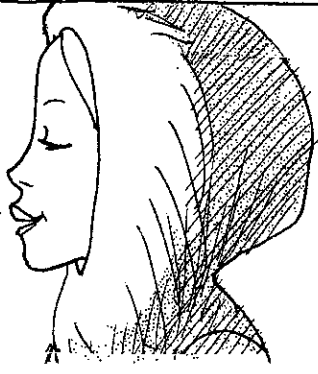
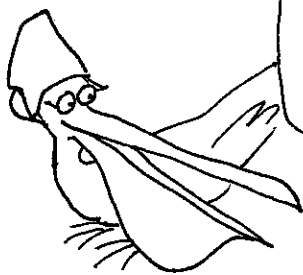


Här är singulariteter av positiv ordning (till vänster) och negativ ordning (till höger).

Än se'n då?

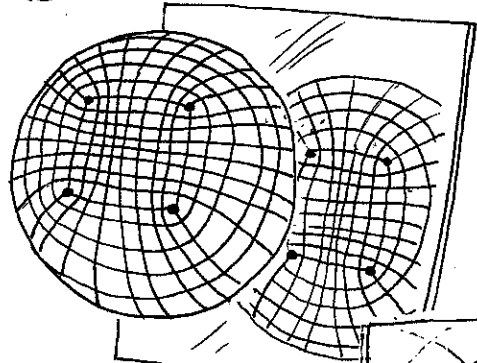


Om du flätar en sluten yta uppstår singulariteter. Ytans eulerkaraktär är lika med summan av singulariteternas ordning.






Jag kan fläta en **TORUS** utan singulariteter.
Fattas bara, för eulerkarakteristiken är noll.



Här är en
flätad sfär med åtta
singulariteter
av ordning $\frac{1}{4}$...



eller med en
av ordning $\frac{3}{4}$,
en av ordning $\frac{1}{4}$
och en pol...



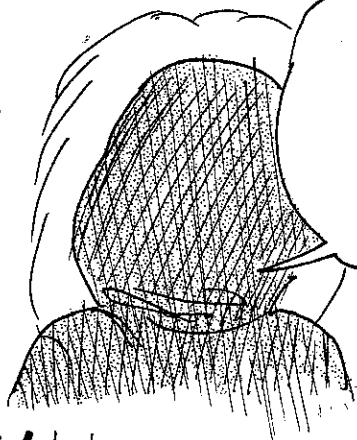
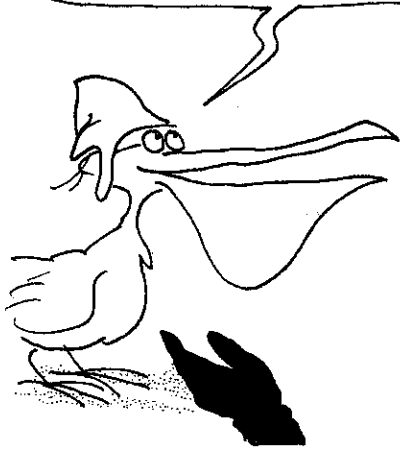
Eller med fyra singulariteter av ordning $\frac{1}{2}$

NOT:

Den som läst albumet **BLACK HOLE** (s. 14 till 36) lägger säkert märke till likheten mellan våra singulariteter och **POSIKONERNA**, **NEGAKONERNA** och krökningsmättet. Samtliga dessa idéer, definierade i termer av **VINKLAR**, hänger nära samman med ytans **TOTALA KRÖKNING**, vilken är lika med eulerkarakteristiken multiplicerad med 360° (eller 2π radianer)

Ledningen

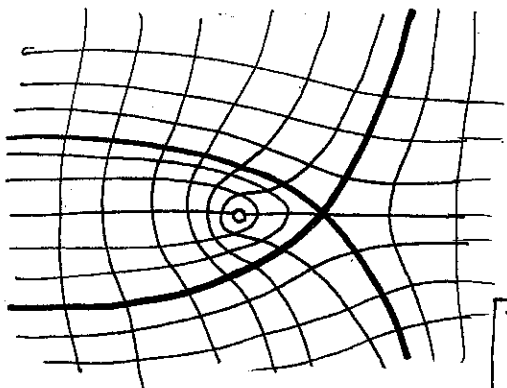
Synd att sådana saker är oandvändbara, som grekiska och latin.



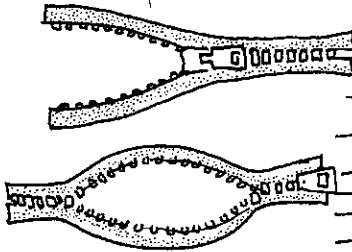
Inte alls, Léon!
Det finns massor
av singulariteter
i naturen!



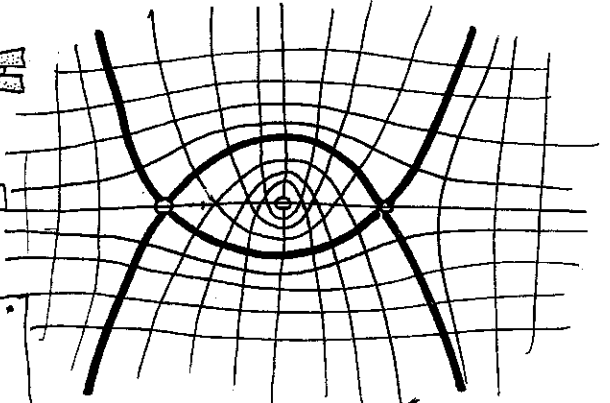
Men var?



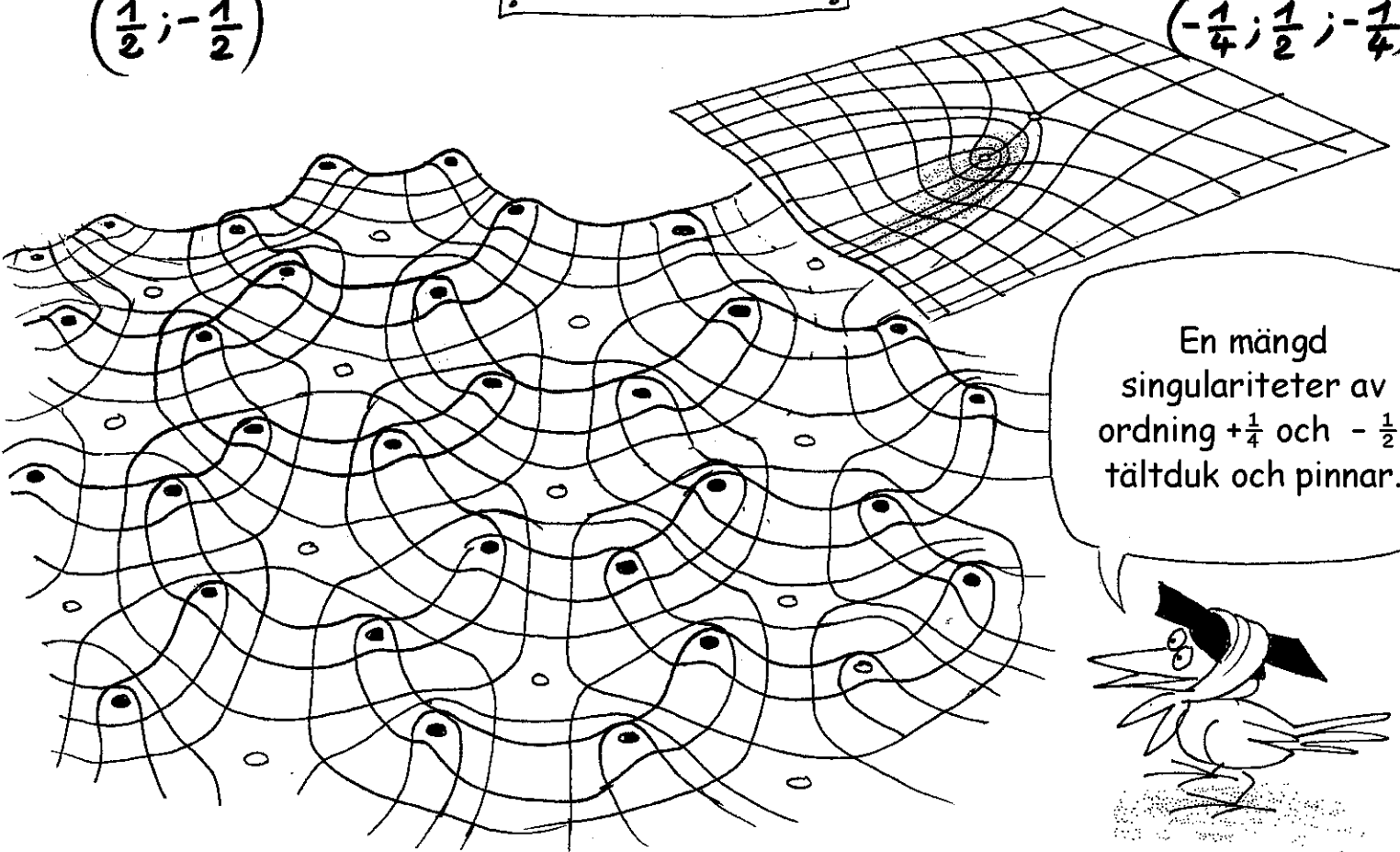
$$\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$



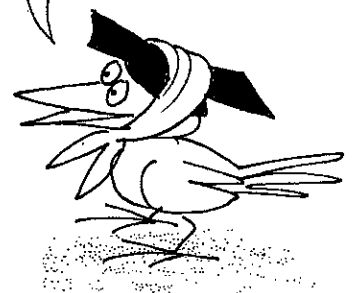
trasig dragkedja



$$\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$$



En mängd
singulariteter av
ordning $+\frac{1}{4}$ och $-\frac{1}{2}$:
tältduk och pinnar.

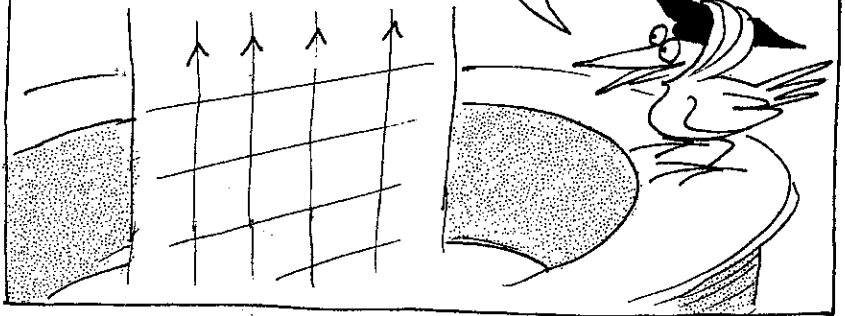


Vad ska du nu bygga?

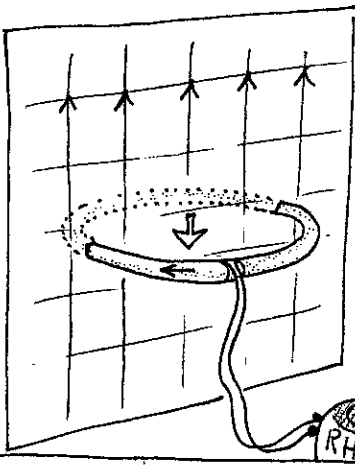


MAGNETFÄLT

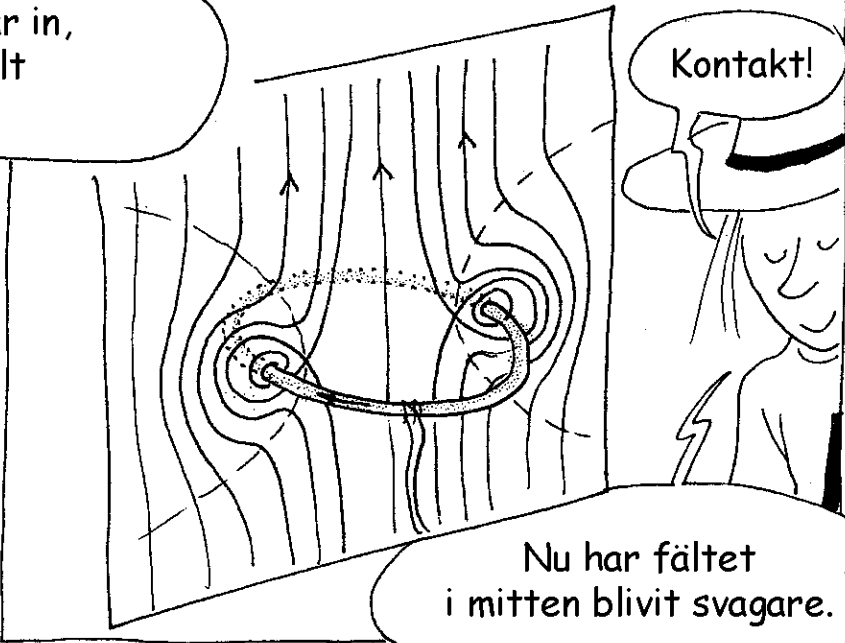
Det här systemet genererar ett **HOMOGENT** magnetfält, vars fältlinjer är parallella räta linjer.



Men spolen som jag nu kopplar in, genererar i sin mitt ett fält i motsatt riktning.

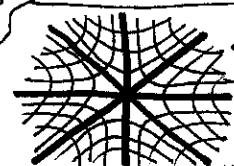
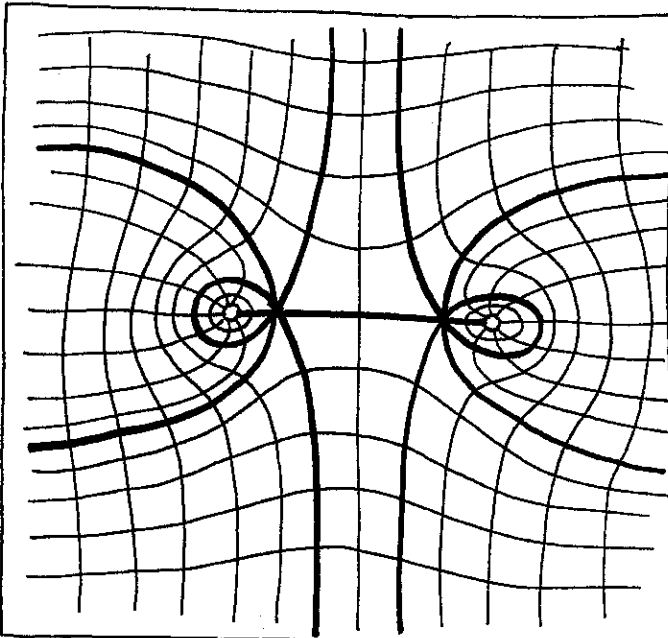


Kontakt!



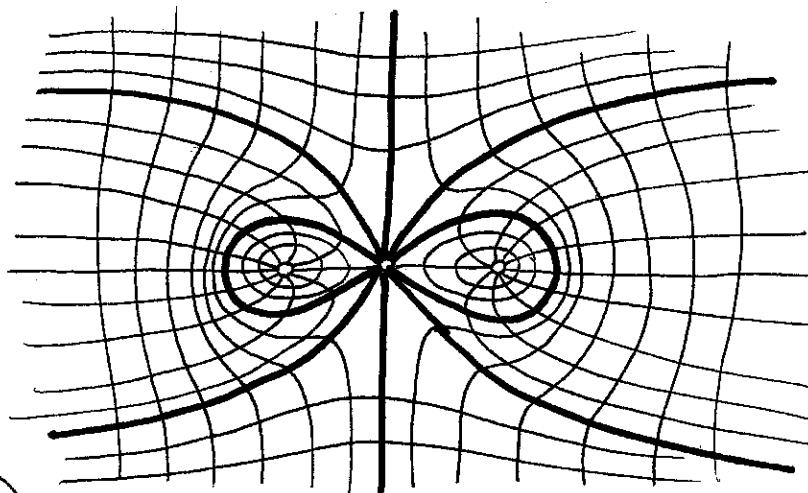
Nu har fältet i mitten blivit svagare.

Se där! Du har skapat två **POLER** (där spolen skär bildens plan) och två singulariteter av ordning -1. Summan är noll. De negativa singulariteterna finns där B-fältet är noll.

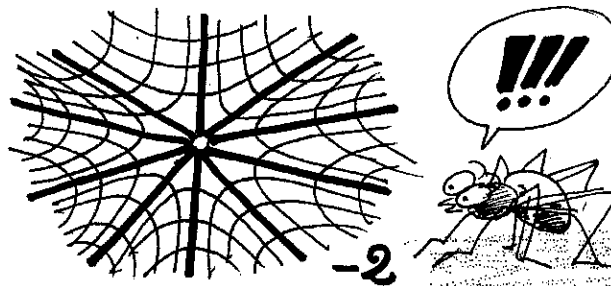


Egentligen är ju systemet symmetriskt under rotationer kring lodlinjen, och vi har en singularitet inte bara i en punkt, utan längs en kurva.

Nu ökar jag strömmen så att fältet i spolens mitt blir noll.

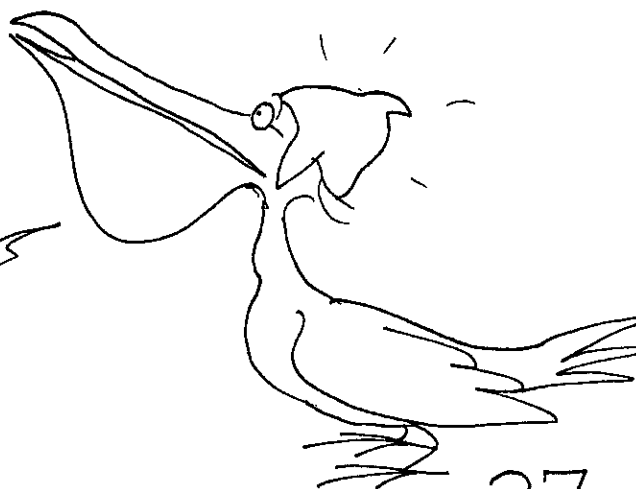


De två singulariteterna av ordning -1 har smält ihop och bildat en enda singularitet av ordning -2



Det här var kull! Kan du öka fältstyrkan ytterligare?

Är det inte lite riskabelt?



Vad är du rädd för, Léon?
Att vi ska råka ha sönder rumtiden?
Det rör sig bara om 100 gauss,
gamle gosse!

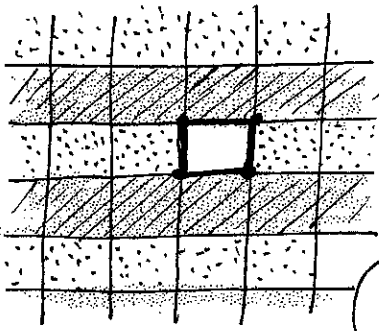
Sedan
TYSTNADSVALLEN
har han varit fixerad
vid magnetfält!

Toppen!

Magnetfältet
har ändrat riktning
i spolens mitt. Singulariteten
har delat sig i två, vardera
av ordning -1. Vi har fått
en virvel med torisk
geometri.

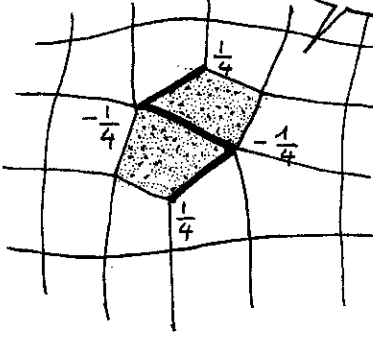
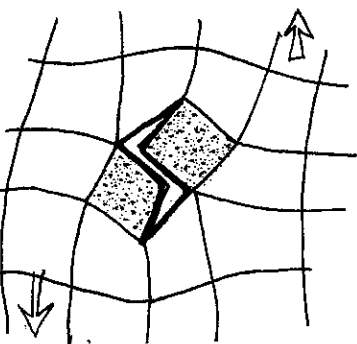
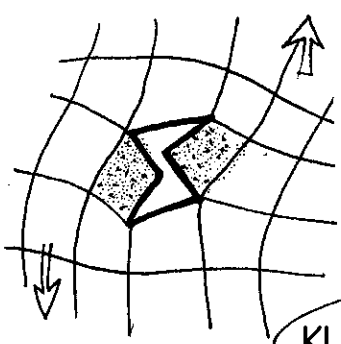
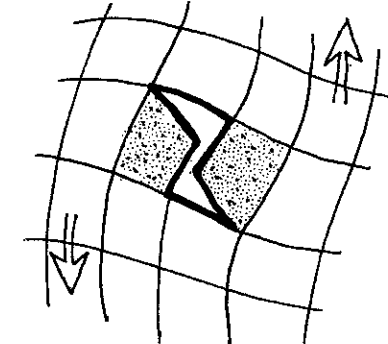
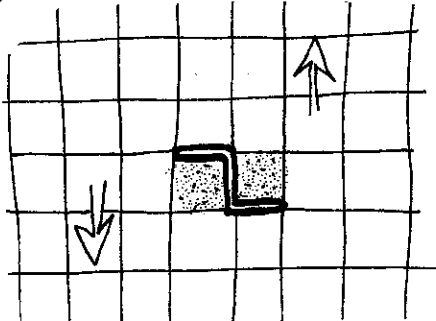
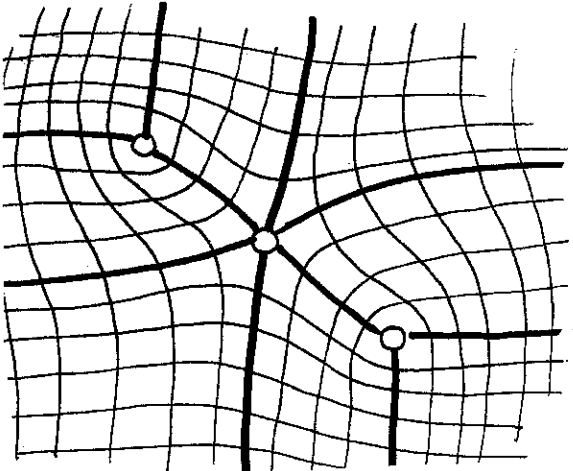
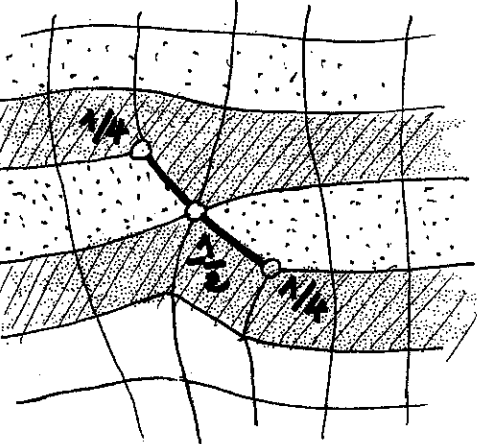
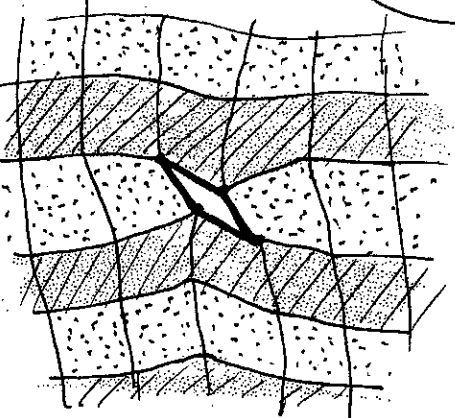
Linjenät och singulariteter
finns överallt inom fysiken...

KRISTALLER är en guldgruva för singulariteter. Om vi skapar en DEFEKT i det här kvadratiske gittret, genom att avlägsna en enhetscell, så uppstår ett hål och därmed en singularitet av ordning $-\frac{1}{2}$ och två av ordning $\frac{1}{4}$.

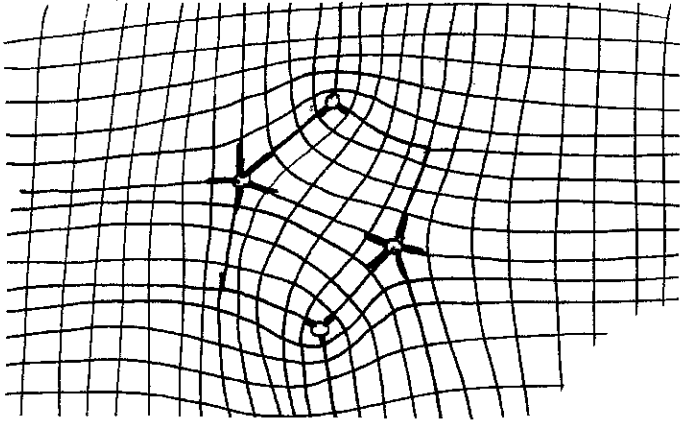



Bort med den!

Här SKJUVAR jag gittret vilket ger upphov till två singulariteter av ordning $\frac{1}{4}$ och två av ordning $-\frac{1}{4}$

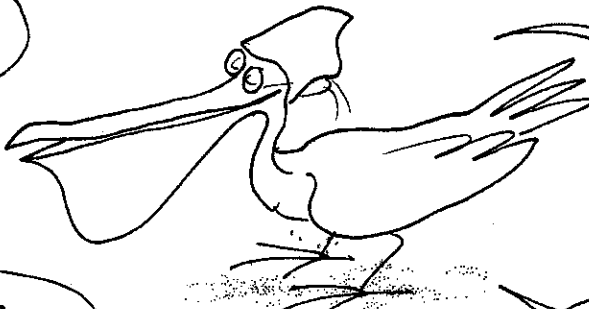


KLAPP!





Jag kom att tänka på något




Låt höra, käre Tirésias!

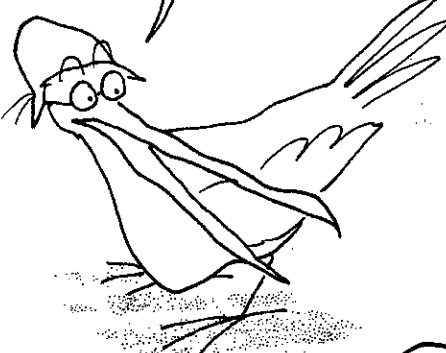
Tänk om universum vore gjort av...

... kristall?

Tänk om rymden består av celler i ett gitter, **ELEMENTARPARTIKLARNA** är defekter eller dislokationer, kombinationer av singulariteter i gittret. Rörelser och växelverknings kunde vara omplaceringar därav...



Sämre idéer har jag hört!



jag... ömm...

Allt som följer kommer att illustreras av
BLÄDDERFILMER, betecknade med A, B, C och D.

Ledningen

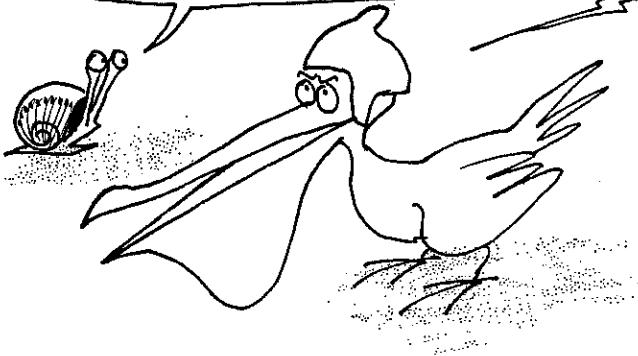
A

TRANSFORMATION
FRÅN MÖBIUSBAND
TILL BOY-YTA

BOY-YTAN

Vi har haft kul,
men inte har det gagnat
stackars Amundsen...

Och vi vet
fortfarande inget
om den här galna
planeten utan
sydpoll!



DITO:
RANDKURVAN OCH
SJÄLVGENOMSKÄRNINGAR

C

ANTIPODERNA
FÖRBINDS

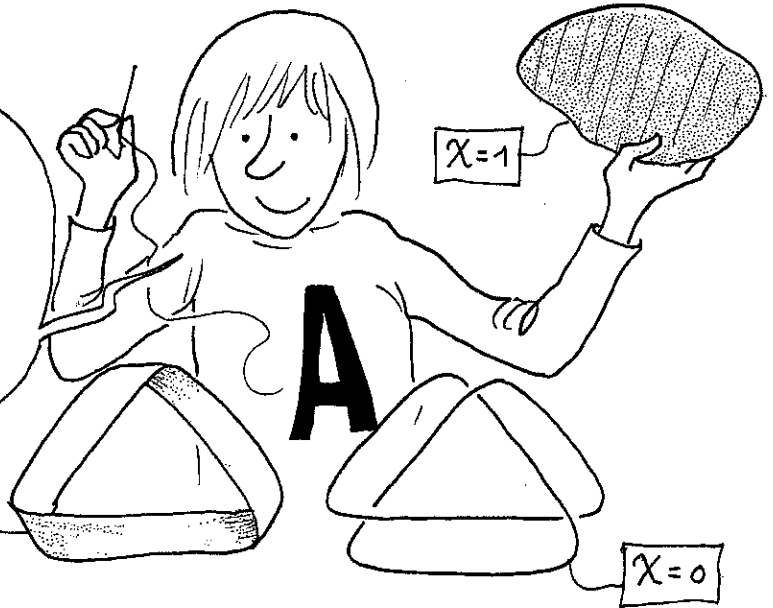
Men vänta...finns det bara en pol,
måste eulerkarakteristiken vara 1.
Det antyder att planeten är ENSIDIG...

D

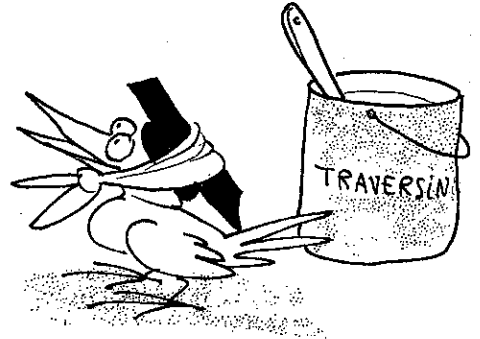
SKENBAR
TIDSINVERSION

Ett möbiusband har
karakteristik noll. Jag kunde sy ihop
randen med en sluten kurva, som också
har karakteristik noll, en skivas rand,
till exempel...

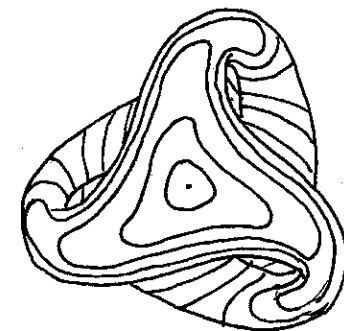
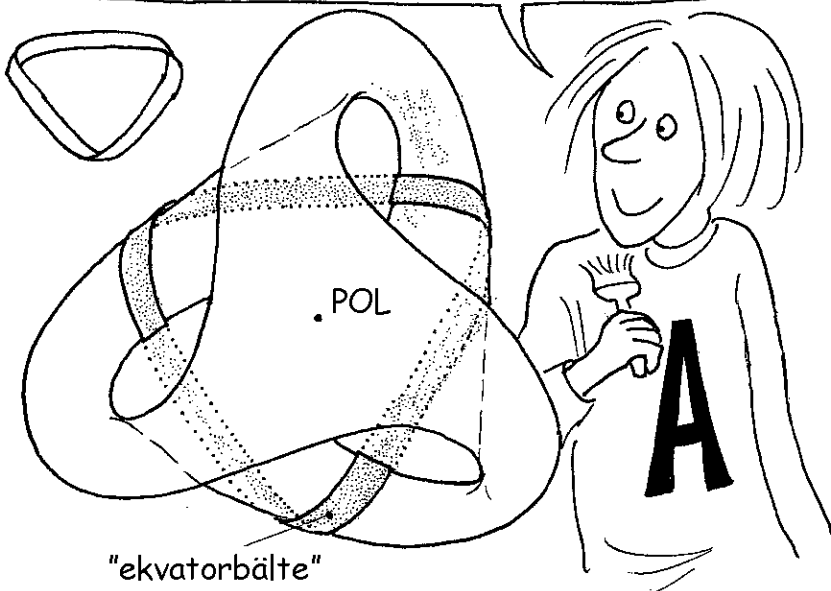
$$\chi=0$$



Resultatet är en sluten,
ensidig yta med karakteristik ett.
Men i stället för att sy, varför använder
du inte lite TRAVERSIN?



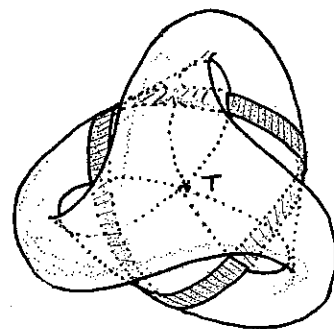
Hur man transformerar ett möbiusband
till en boyyta kan du se i blädderfilmerna
A och B. Här är slutresultatet:



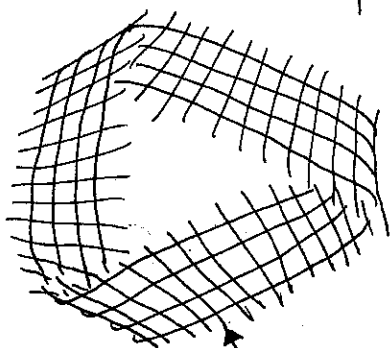
Här är boyytans
"BREDDGRADER".
Det är också
följden följden av
möbiusbandets kant
i blädderfilm A

Breddgrader,
pyttisan...

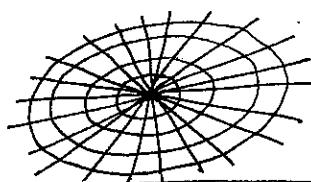
Vi kan **FLÄTA** hela vägen, Léon.
Vi behöver bara förlänga möbiusbandets
meridianer ända till "korgens botten", ytans pol.



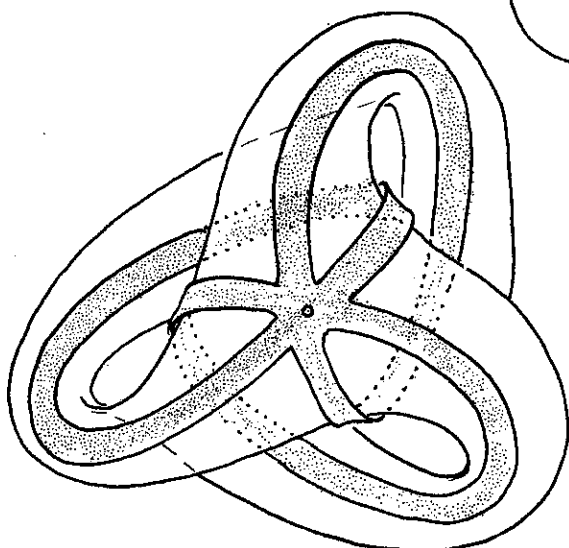
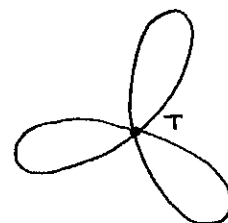
BOYYTA MED
URSPRUNGLIGT
MÖBIUSBAND



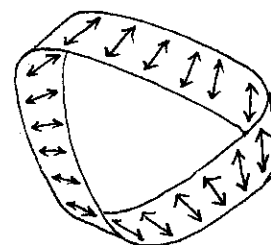
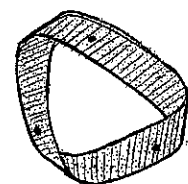
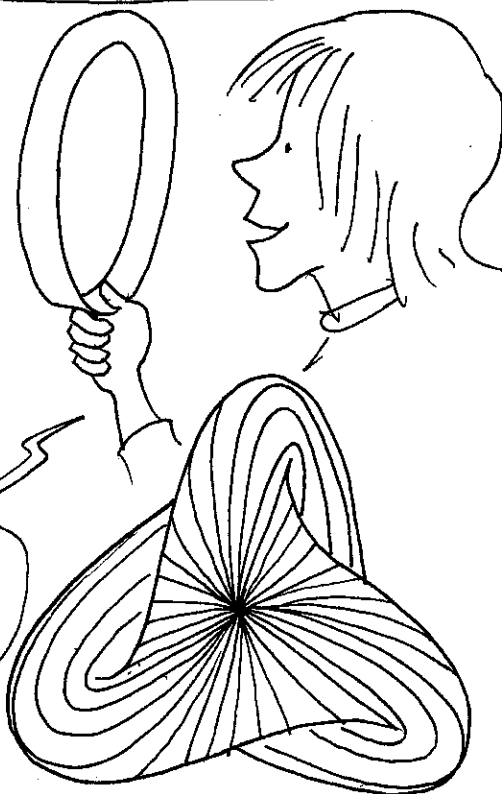
Meridian



Med andra ord,
vi fogar samman
de lösa fibrerna till
en korgbotten.



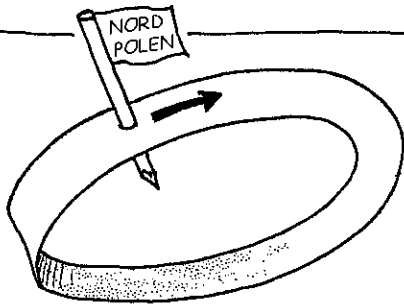
Meridianernas
OMGIVNINGAR är möbiusband
vridna ett halvt varv.



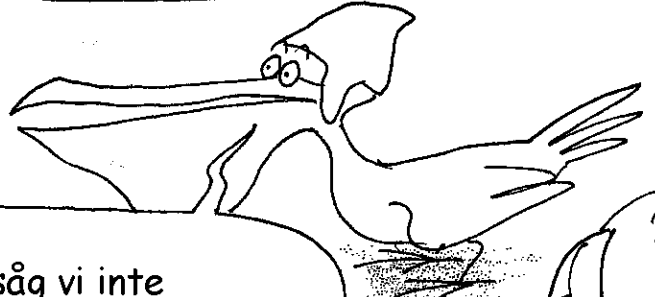
DEN FÖRSTA MODELLEN AV BOYYTAN MED DESS
BREDDGRADER OCH LÅNGDGRADER UTVECKLADES AV
FÖRFATTAREN. EN MODELL FÖRFÄRDIGADES SEDAN AV
SKULPTÖREN MAX SAUZE. DEN ÄR UTSTÄLLD I "π-SALEN"
I PALAIS DE LA DÉCOUVERT I PARIS.

Ledningen

Vi följde dessa band från "nordpolen" i vårt sökande efter "sydpolen".



Och naturligtvis kom vi tillbaka till Perrys flagga!



Men om vi lever på en boyta, varför såg vi inte platserna där ytan passerar genom sig själv?

Kom ihåg att intrycket av självgenomskärning bara är en följd av hur boytan representeras i ett **TREDIMENSIONELLT RUM**. I själva verket är boytan och klenflaskan **TVÅDIMENSIONELLA OBJEKT** som existerar **OBEROENDE AV REPRESENTATIONEN**

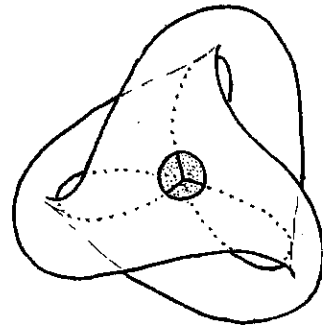
Här är ett sätt glömma självgenomskärningarna.

En sak är klar: planeten är en boyyta och har bara en pol.

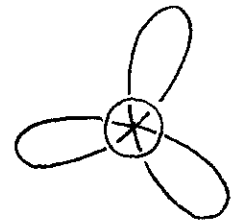


JAG tänker då inte berätta det för Amundsen.

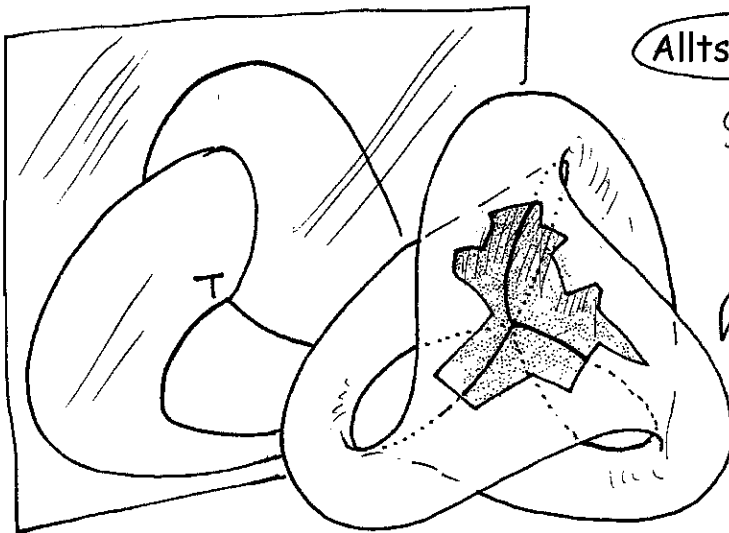
Han är fortfarande i chocktillstånd.



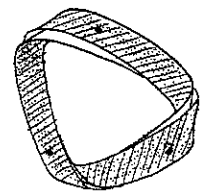
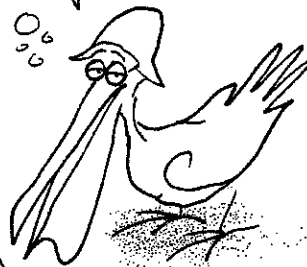
MÖBIUSBAND MED CIRKULÄR RAND



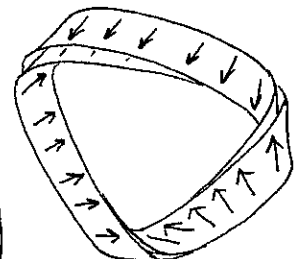
BOY-KUBEN



Alltså, jag vet inte...



Jag kanske är trögfattad, men trots alla teckningar och tvärsnitt känner jag fortfarande inte att jag förstår boytan...



Har du svårt att greppa dess topologi?

Va? Eh... ja... så är det nog.

Se här, Léon, jag har hittat något som kan hjälpa dig.

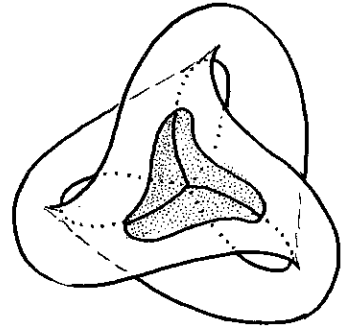
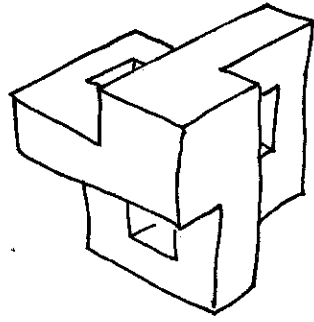
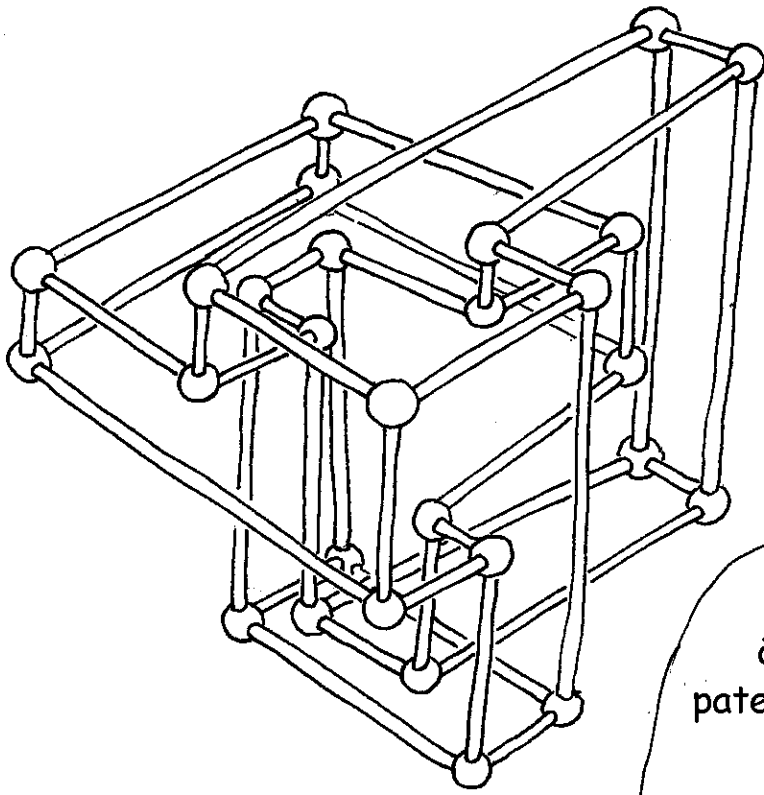
Léon, en sfär och en kub är samma sak! Samma topologi, samma eulerkarakteristik, samma totala krökning.

Mmmm... OK

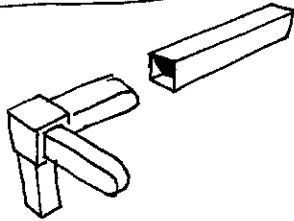
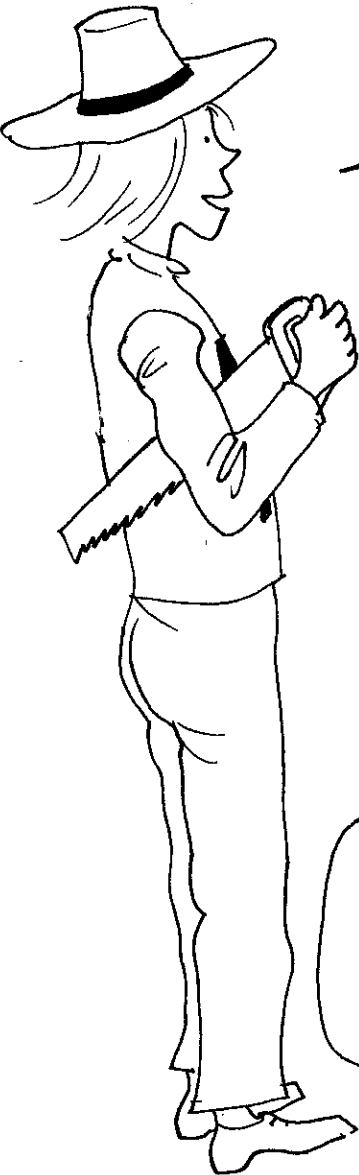
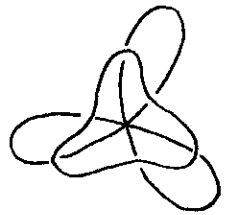
Och där är en TORUS

Så det där är en KLEIN-KUB?

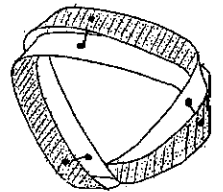
Just precis



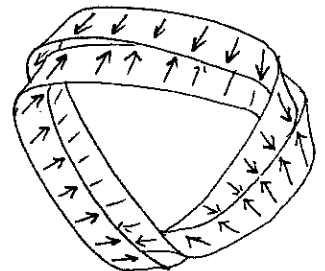
Och här
är en **BOY-KUB**
patenterad av Vetgirig.
28 hörn,
43 kanter,
16 sidor:
 $\chi = 28 - 43 + 16 = 1$

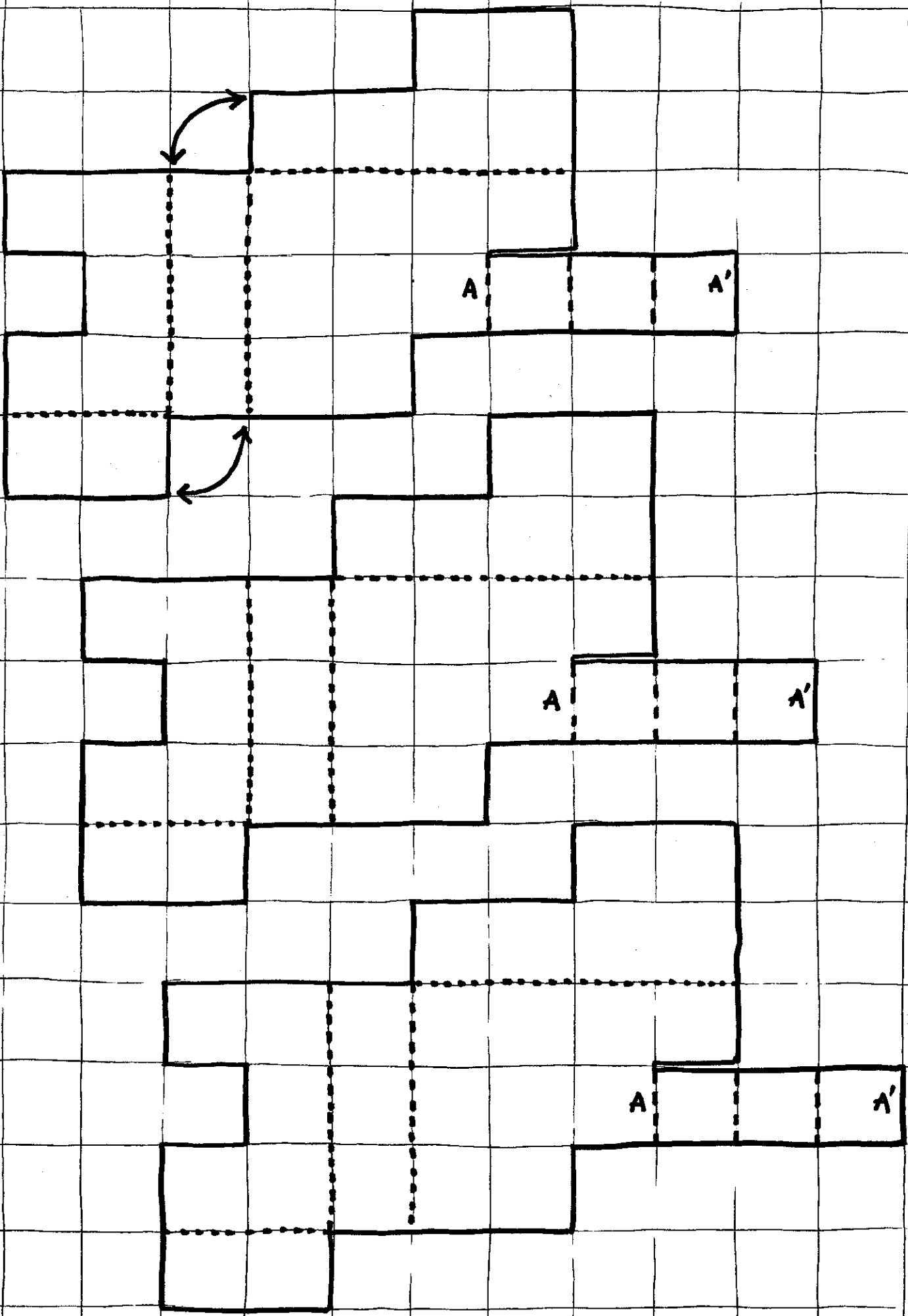


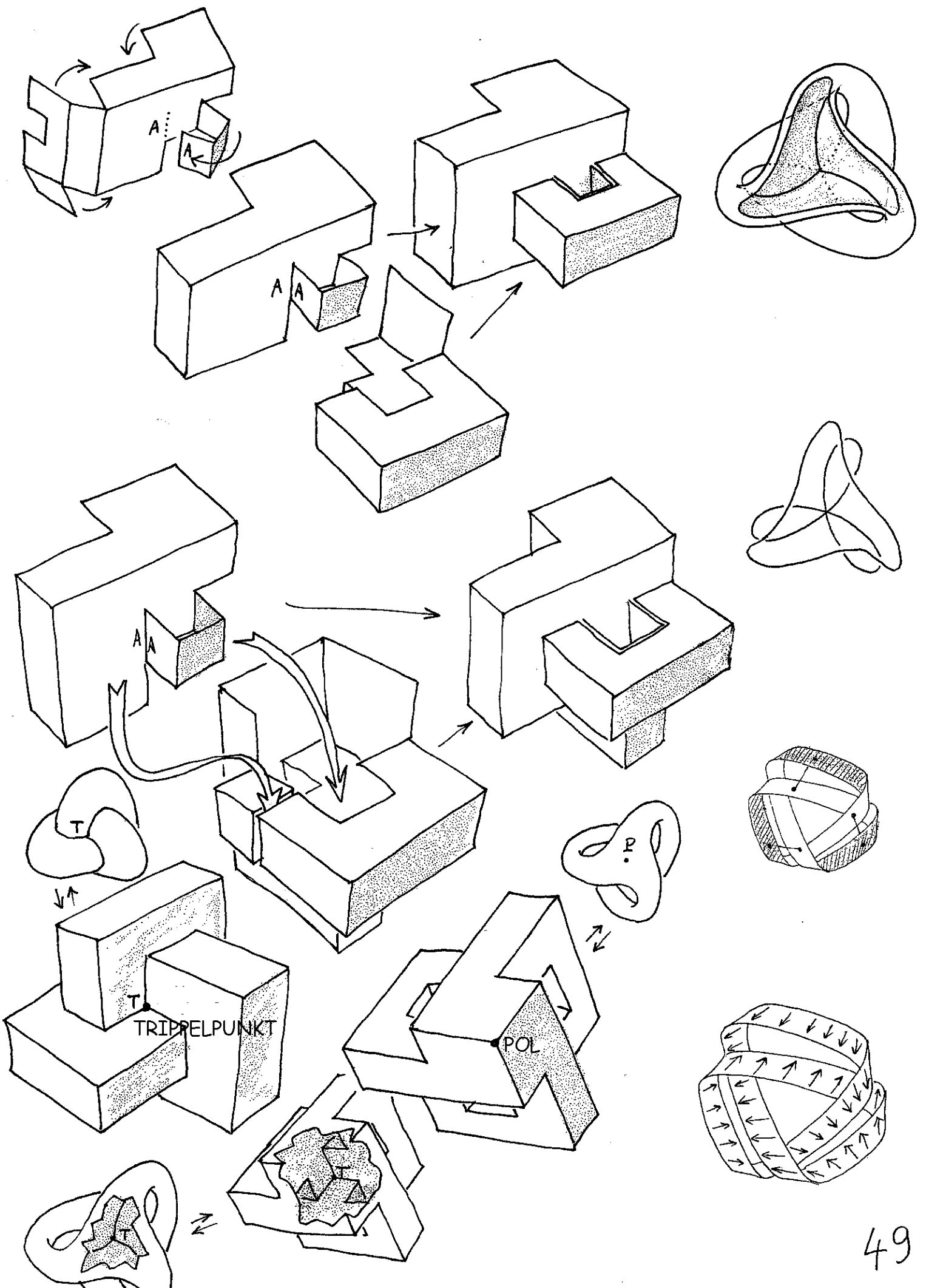
Fina modeller
kan förfärdigas av
REYNOLDSHYLLOR
(kvadratiske tuber och
vinklar av Dural-plast).



Följande sida har
ett mönster med vilket du kan
göra din egen **BOY-KUB**







TRIPPEL PUNKT

POL

ÖVERTÄCKNINGAR

Jaha, är vår saga all nu?

Nej, en
övertäckning
återstår...

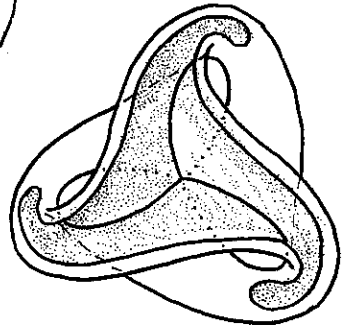
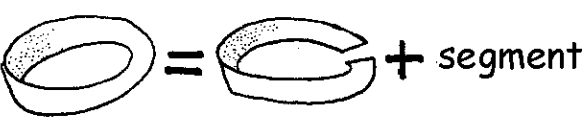
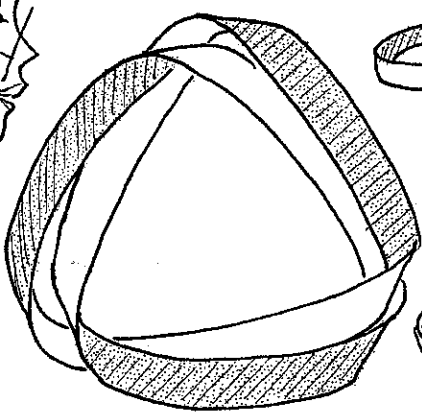
Det **TVÅFALDIGA**
TÄCKNINGSRUMMET till en
ENSIDIG, ICKE-ORIENTERBAR
yta är **TVÅSIDIG, ORIENTERBAR**
och har dubbla eulerkaraktistiken.

Vad är det här för nonsens?

Enkelt. Ta ett möbiusband och
måla det på den enda sida det har,
tag bort bandet...

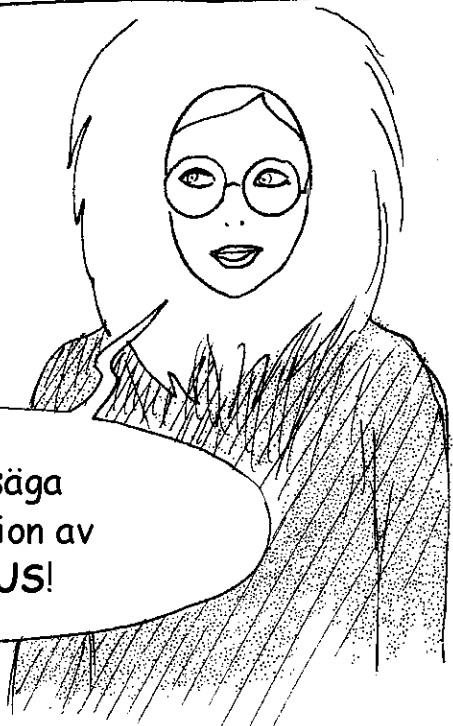
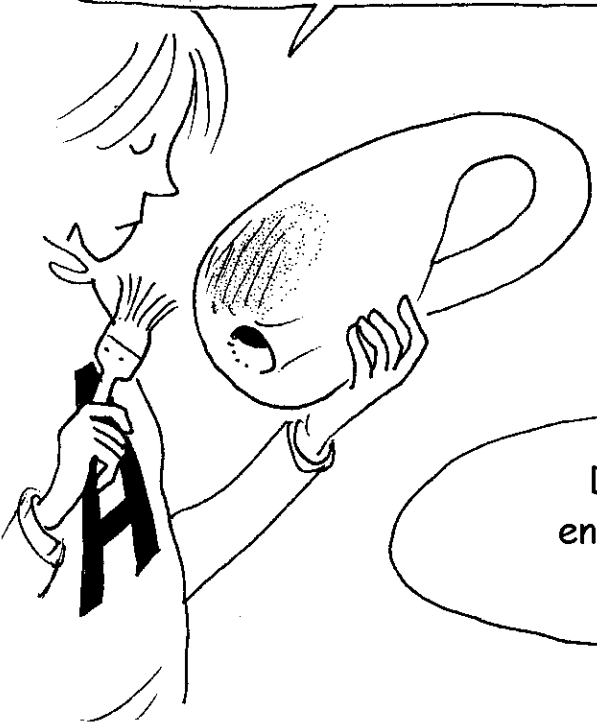
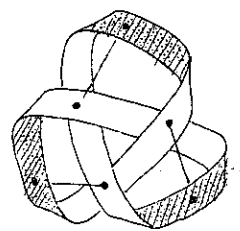
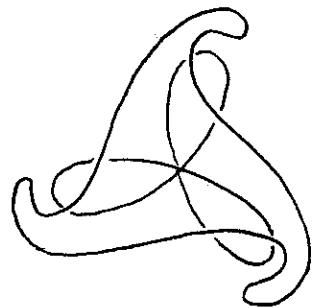
... och behåll färgen!

Bandet av färg har två sidor, varav den ena låg an mot möbiusbandet. Du kan också se det i blädderfilm C:

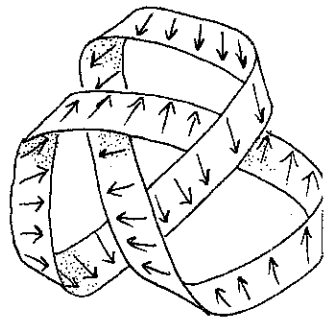


Dess karakteristik är noll, liksom möbiusbandets.

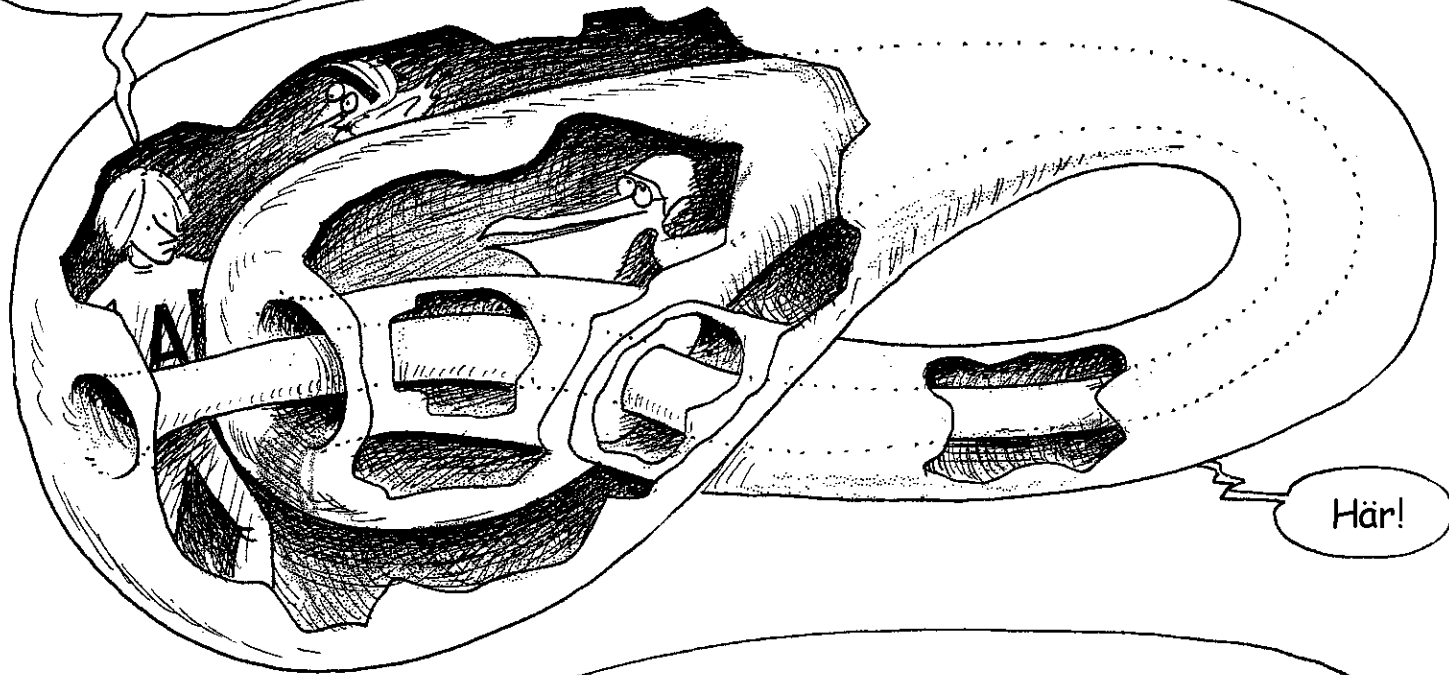
Så... om jag målar en KLEINFLASKA på dess ENDA SIDA och sedan avlägsnar flaskan, så bildar färgen en SLUTEN, TVÅSIDIG YTA med eulerkarakteristik $2 \times 0 = \text{NOLL}$



Det vill säga en immersion av en TORUS!

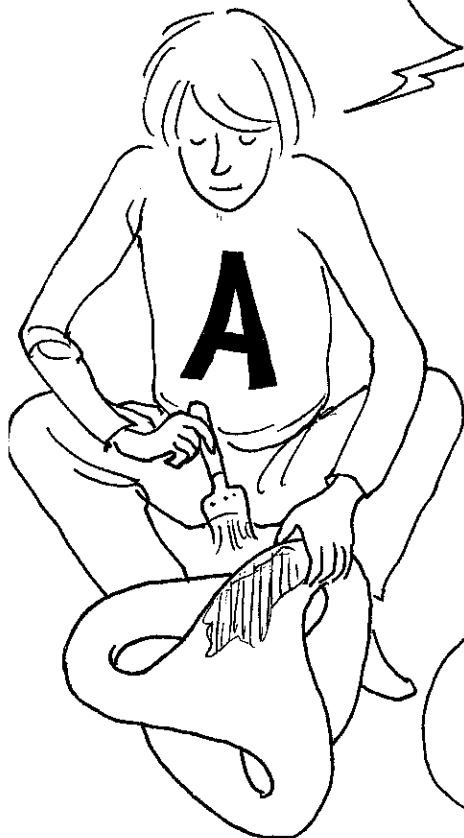


Tirésias, var är du?




Här!

På samma sätt ger BOYYTANS
tvåfaldiga täckningsrum en **SLUTEN**,
TVÅSIDIG yta vars eulerkaraktistik
är $2 \times 1 = 2...$


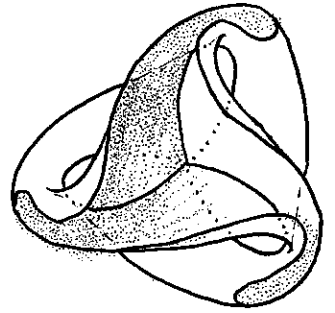


... med andra ord,
en **IMMERSION**
AV SFÄREN!

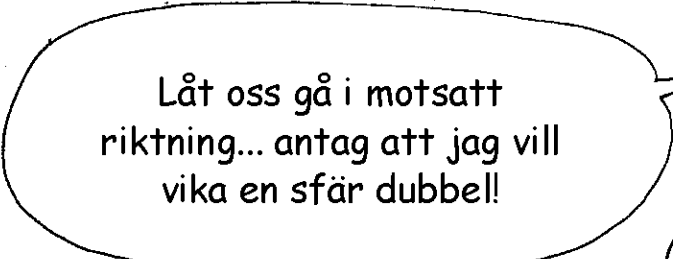
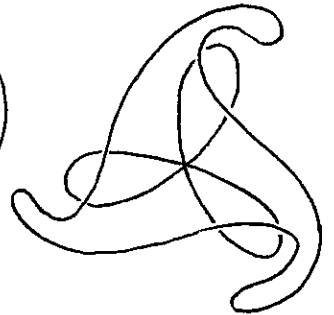




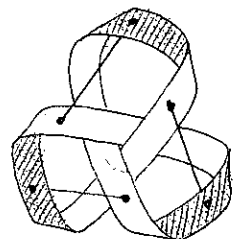
Kan jag verkligen
veckla ut den här konstiga
sfären och få en
normal sfär?



Med **TRANSVERSIN**
går det som en dans,
och likaså för
TORUSEN



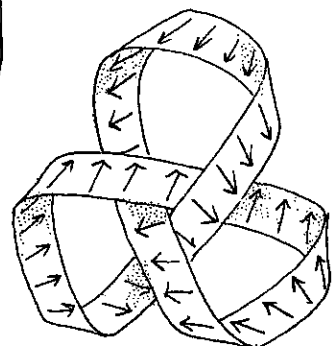
Låt oss gå i motsatt
riktning... antag att jag vill
vika en sfär dubbel!

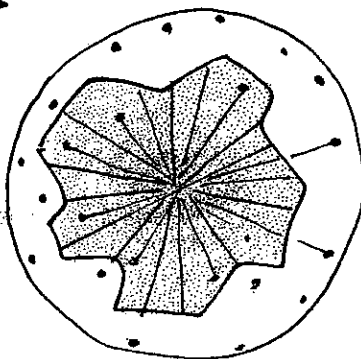


GENOMKORSNINGEN
FÄRDIG



Du behöver
KRYMPSOL





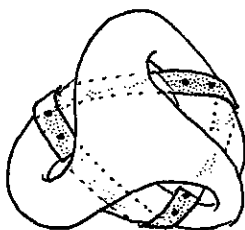
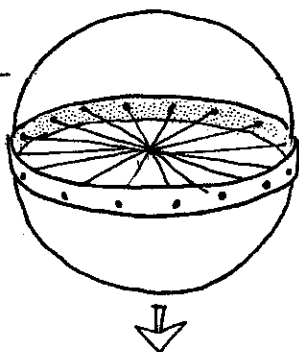
Först förbinder vi varje punkt med dess **ANTIPOD** medelst trådar doppade i **KRYMPSOL**.



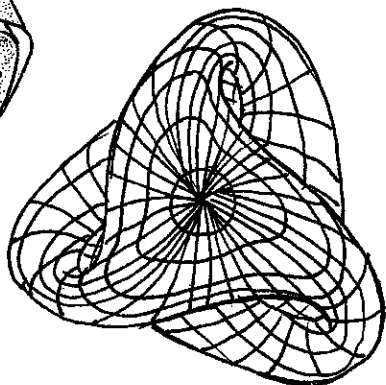
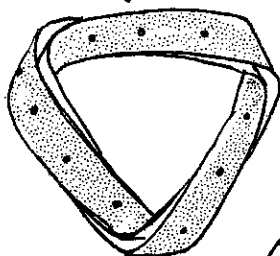
Trådarna krymper ihop och får längd noll, medan sfärens yta förblir på plats. Vi har **IDENTIFIERAT** varje punkt med dess **ANTIPOD**.

Mer härom i ett annat album, som ska handla om är vända **SFÄREN UT OCH IN**. I väntan på det kan du i blädderfilm **C** se hur sfärens **EKVATOR** viks över sig själv och blir **BOYYTANS** ekvator. **NORDPOLEN** identifieras såklart med **SYDPOLEN**.

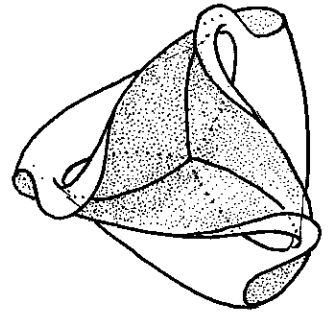
Ledningen



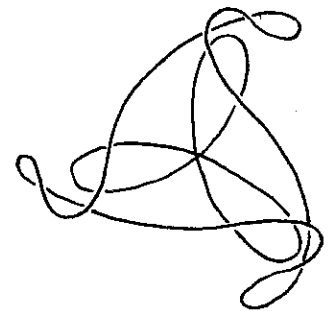
Sfärens alla meridianer och breddgrader täcker varandra, snyggt och prydligt.



Tänk er en spindel som lever på en BOYYTA med dess rutnät av meridianer och breddgrader. Den skulle tro sig leva på... en sfär!

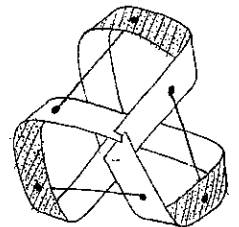


Tobakspungen sluter sig

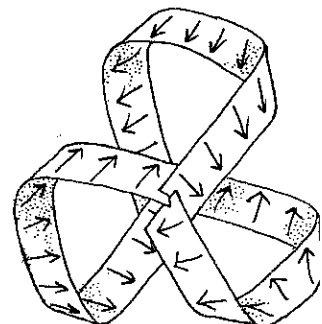


Så, middagen är säkrad, jag kan ta en promenad.

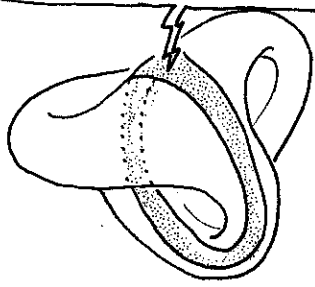
SPINDELNS VÄG



Hoppsan, ett nät till. Jag har visst en kollega på andra sidan, och hon har fångat en fluga, hon med.

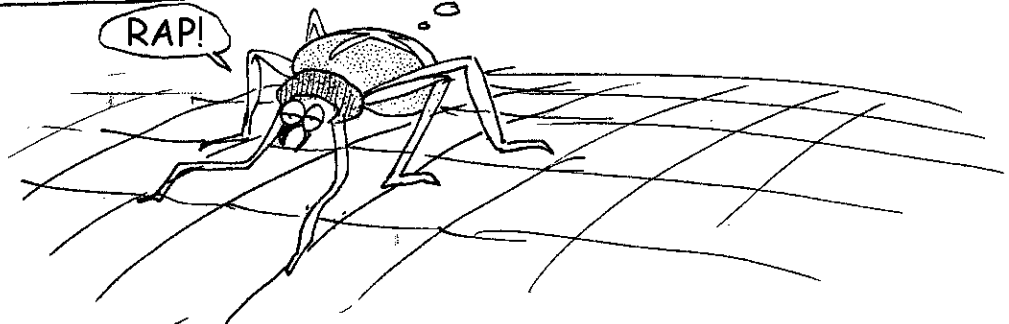


Ingen inom synhåll? Jag äter flugan!



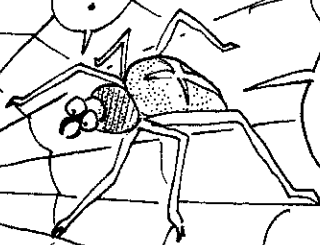
RAP!

Dååå, hemåt igen.



Fördömt! Medan jag var borta var den andra spindeln här och åt MIN fluga!

!

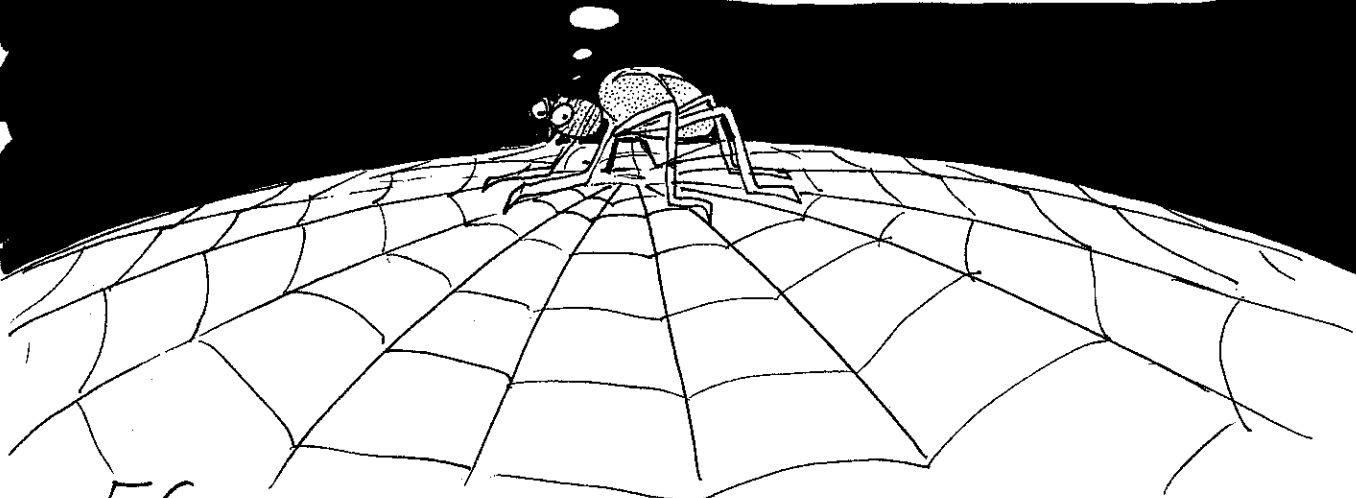


Hi Hi Hi



Det fanns i själva verket bara en spindel och en fluga.

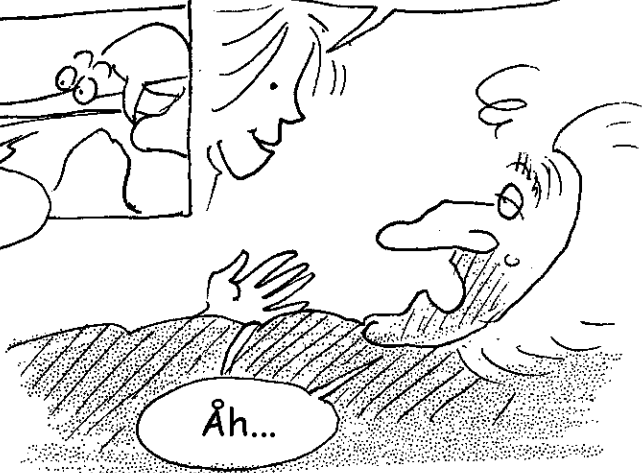
Vänta bara, jag ska nog lära dig att stjäla flugor...





Herr Amundsen, allt är löst, sydpolen är återfunnen, ER sydpol.

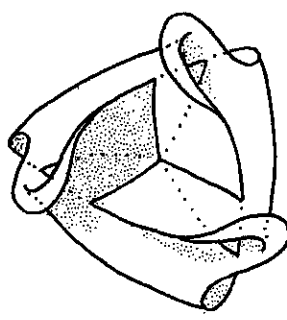
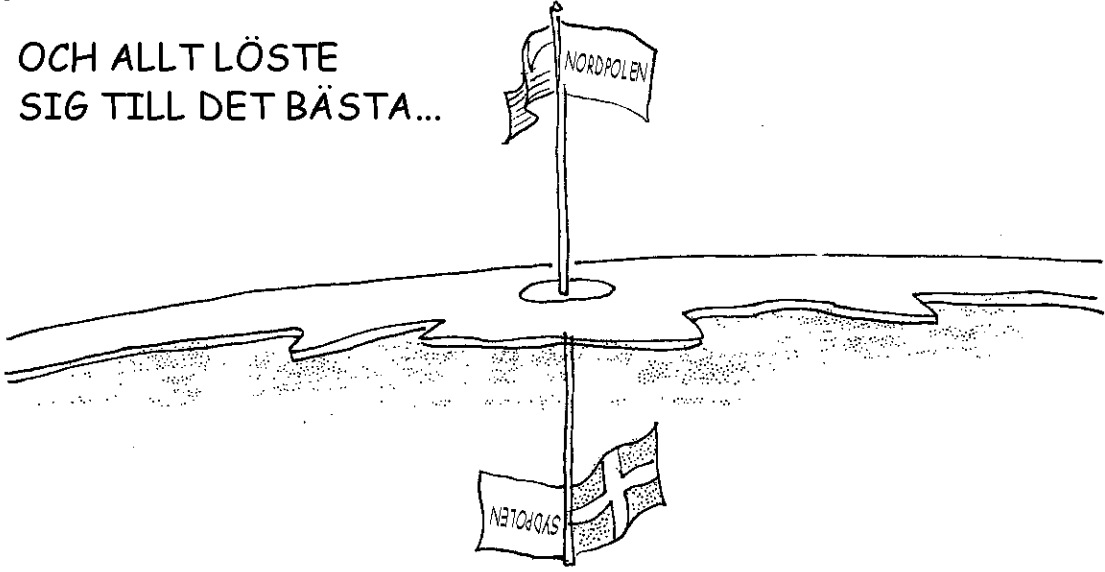
Hurdå?



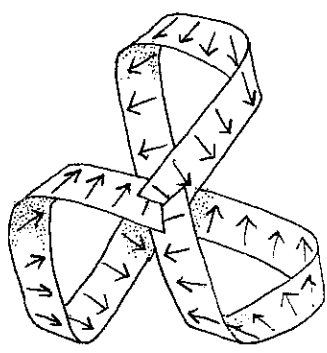
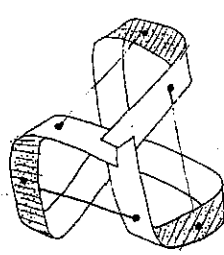
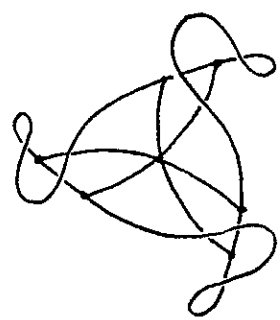
Gå, men ta med dig den här...

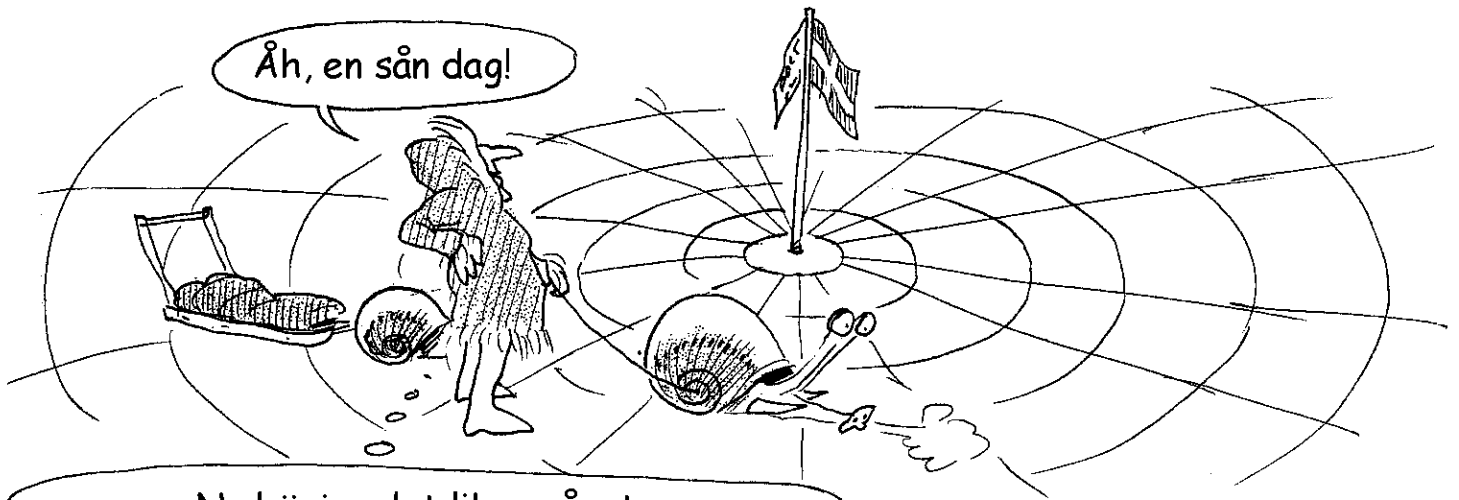


OCH ALLT LÖSTE SIG TILL DET BÄSTA...



ÖRON
DYKER UPP





Nu börjar det likna något.



Ur vägen, jag vill vara ensam i mitt historiska foto



I vetenskapen som i livet i övrigt bör man inte gräva alltför djupt...

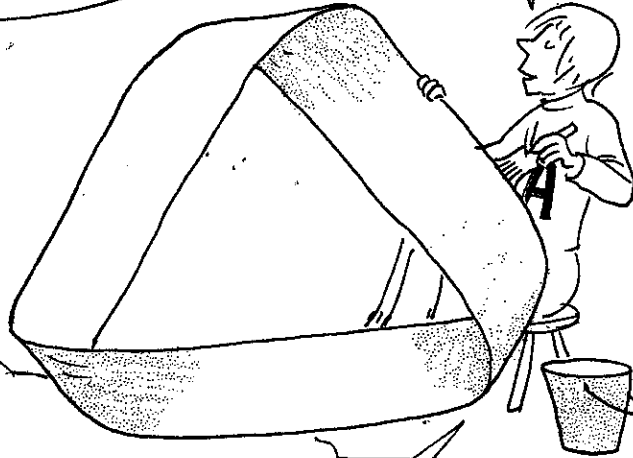
... en plats för allt och var sak på sin plats!



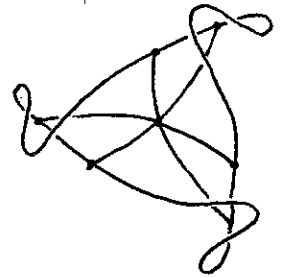
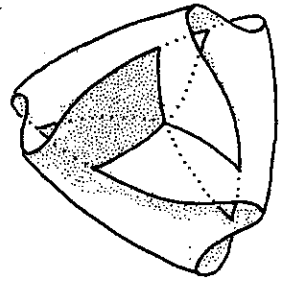
Inte bara det, att gräva under nordpolen kan leda till obehagliga överraskningar.

Och någon kunde bli generad.

Bra, då är saken klar. Men vad sysslar vår vetgirige vän med?

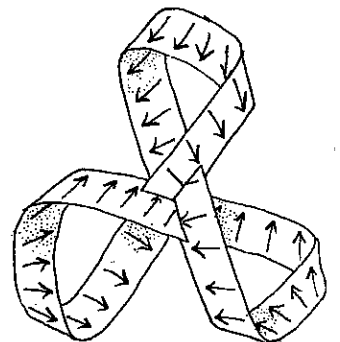
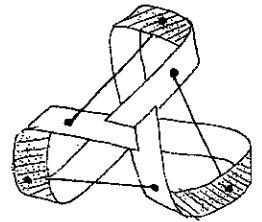
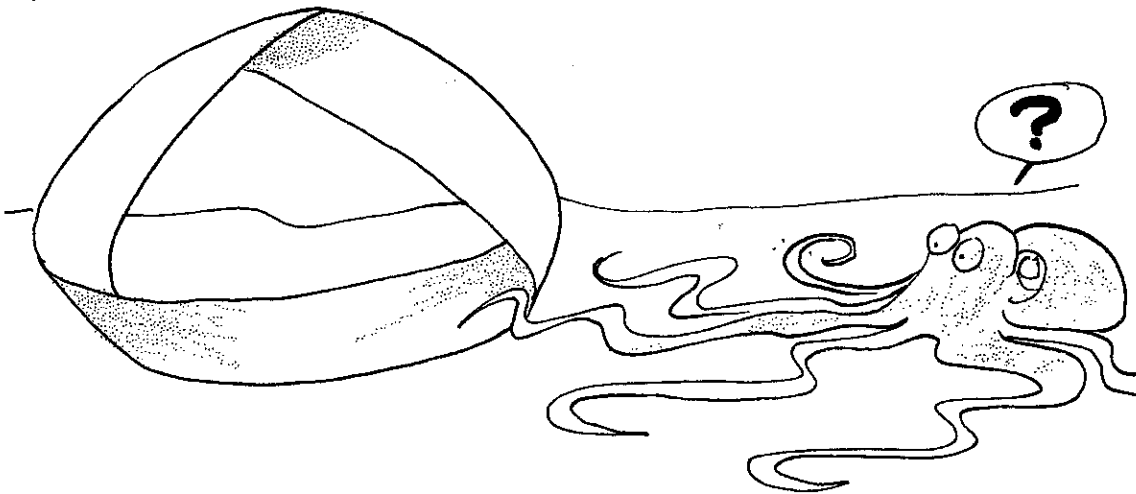


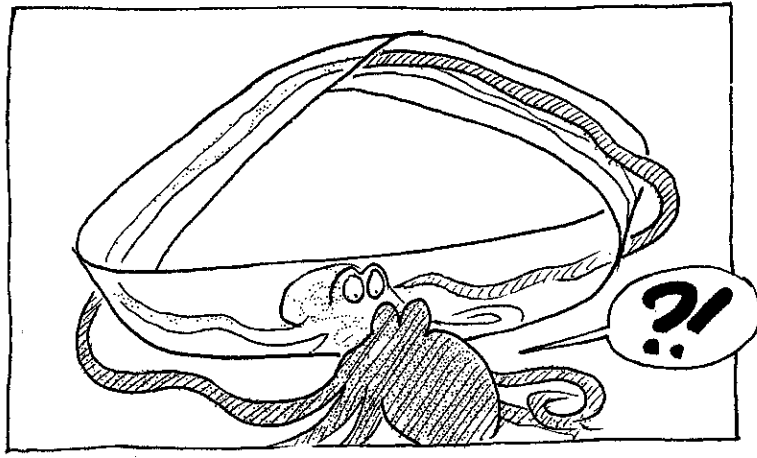
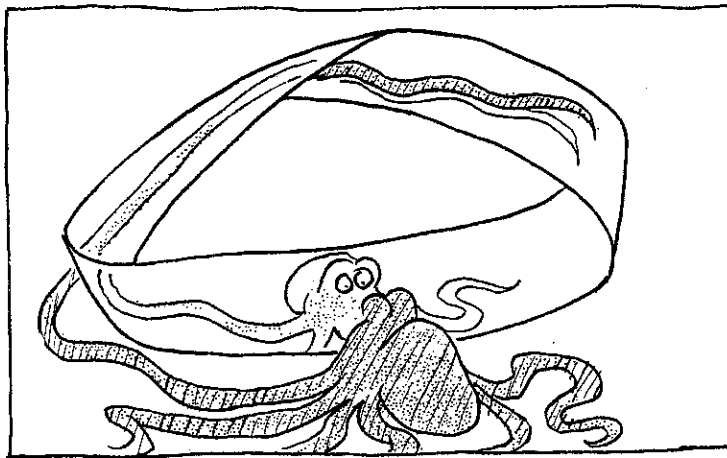
Vet du vad en tvåvägsspegel är? Man ser igenom och ser en spegelbild på samma gång. Jag gör om ett möbiusband till en tvåvägsspegel.



SPEGELSTADIET

För att fånga bläckfisk.





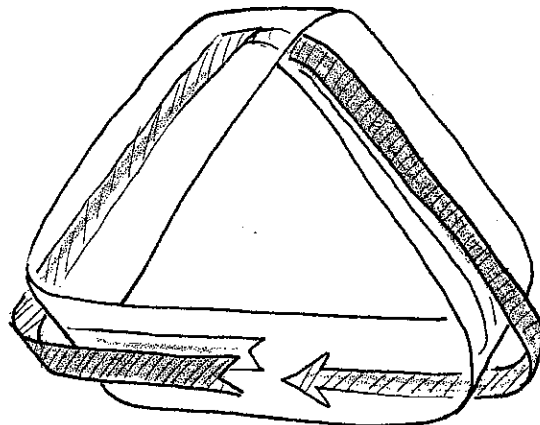
Vad händer!?!
Bläckfisken verkar förbryllad.



Den kliar
sig ivrigt i
huvudet

Stackars
sate...

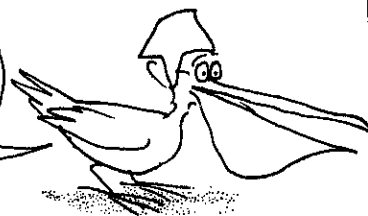
Och den känner **INGENTING**,
för den riktiga armen kliar
spegelbildens huvud medan
armens spegelbild kliar
dess riktiga huvud.



Spegeln är ensidig, så armen
som gick runt är nu bakom spegeln.

Och eftersom
spegeln är halvgenomskinlig
förstår han ingenting!!!

Han ser rent
av desperat ut!



Tänk dig själv!

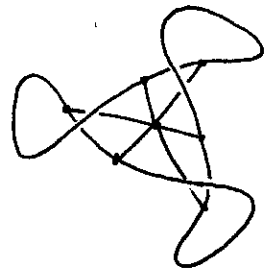
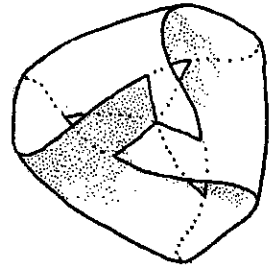
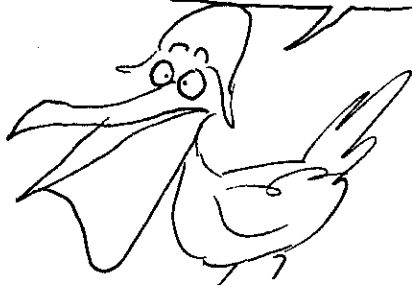


Du förstår, om du en dag kliar dig i huvudet
framför spegeln och ingenting känner, så vet du
att spegeln är ensidig (*)

Om vi förvandlade en BOYYTA till en halvgenomskinlig spegel skulle universum sammanfalla med sin spegelbild.

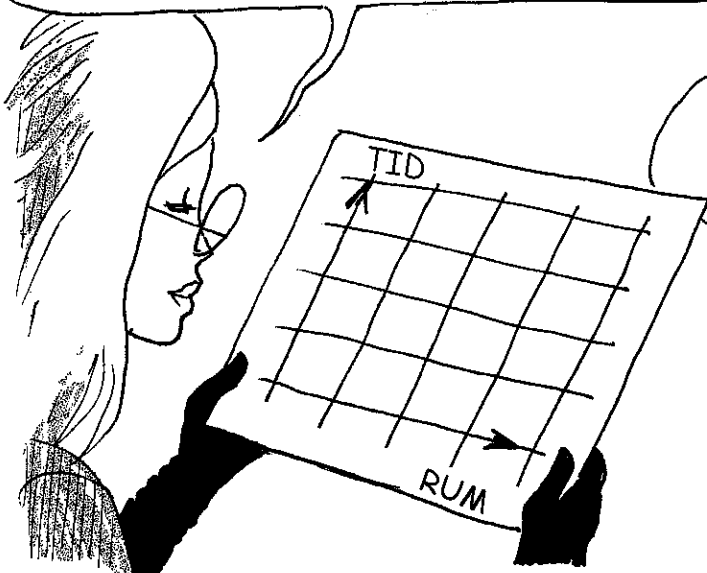


Vore det inte farligt?
Tänk om universum skulle
drabbas av en logisk motsägelse,
och upplösas? (*)

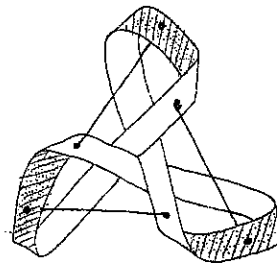


UR LED ÄR RUMTIDEN

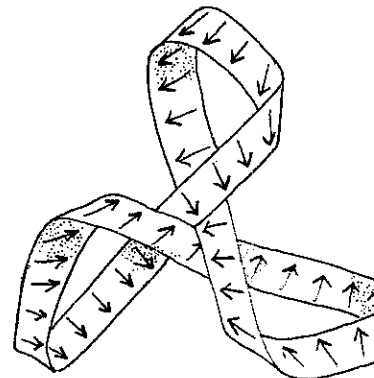
Vi kan studera rumtidens
topologi medelst en tvådimensionell modell,
där en dimension är rum och en är tid.



Det blir
ett rutnät

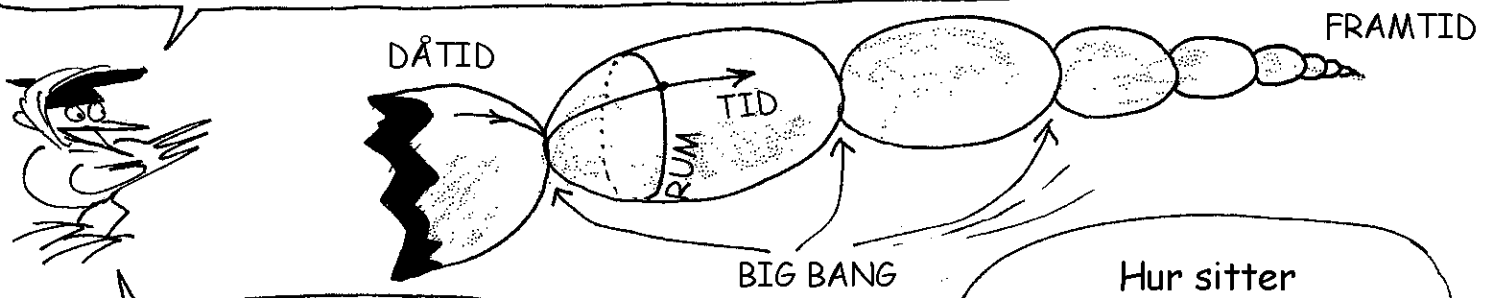


EN TRIPPELPUNKT
FÖDS



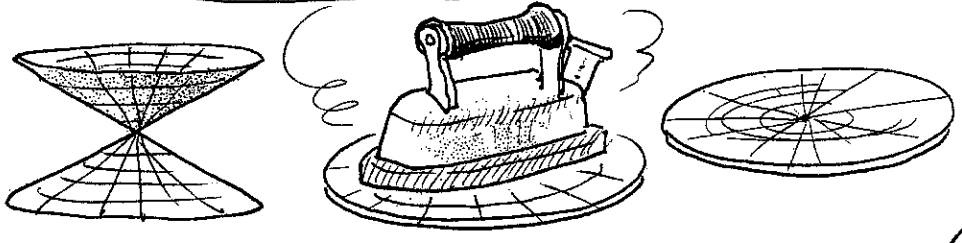
(*) INGEN HAR FÖRSÖKT SIG PÅ DETTA

Vi såg i albumet **BIG BANG** att **FRIEDMANNs CYKLISKA** kosmologiska modell kan representeras som en korvslinga där varje knut är ett **BIG BANG**

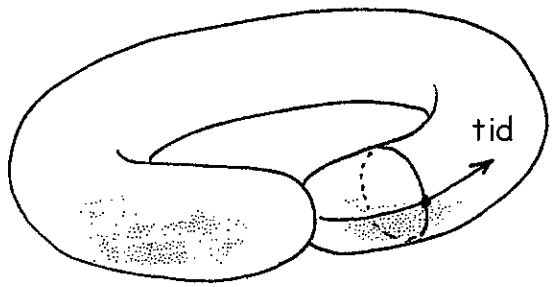


Varje **BIG BANG** är en **POLÄR** singularitet

Hur sitter singulariteterna ihop?

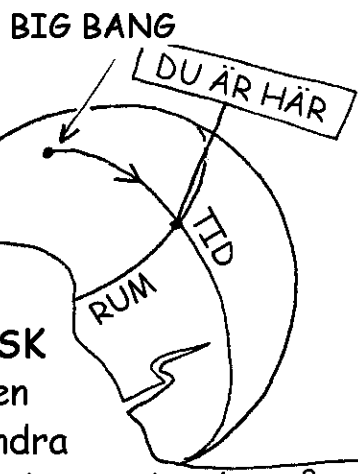
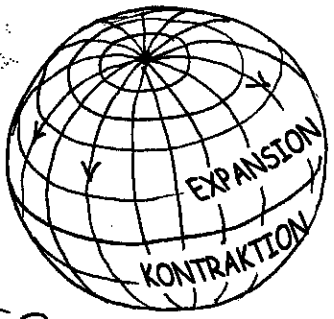


Ta en kon och platta till den.



Vi kan föreställa oss att alla händelser upprepar sig för evigt...

Eller vi kan tänka oss att **TIDEN** har en **BÖRJAN** och ett **SLUT**, så här

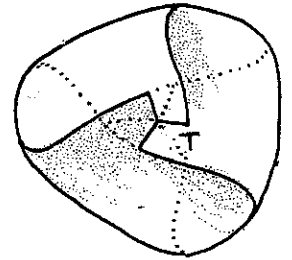


I den här klassiska modellen av en **SFÄRISK RUMTID** är ena polen **BIG BANG** och den andra **BIG CRUNCH**. Rummet kan tänkas bestå av breddgraderna, tiden är meridianserna och ekvatorn motsvarar rummet när det är som störst.





För att resa längs tidsmeridianerna, dessa **VÄRLDSLINJER**, finns ingen bättre farkost än **KRONOSKOPET**.

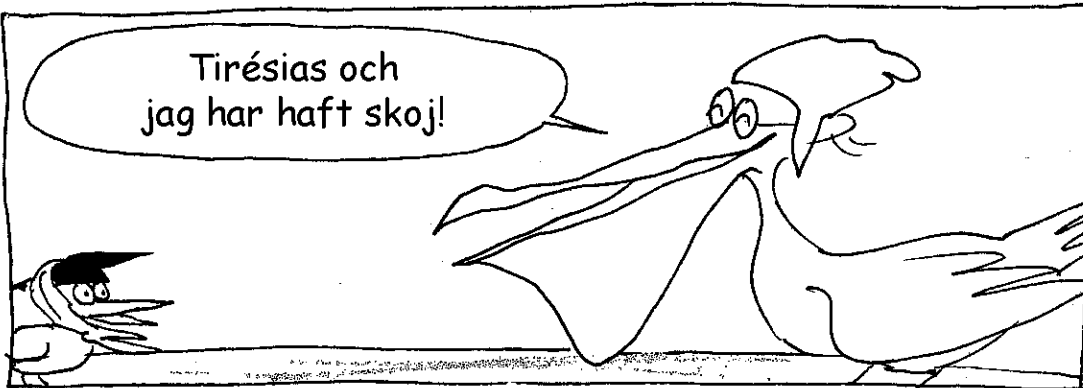
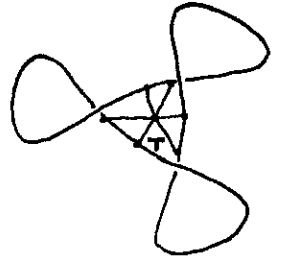


Man kunde låna en av de här maskinerna. Jag vill gärna utforska rumtiden.

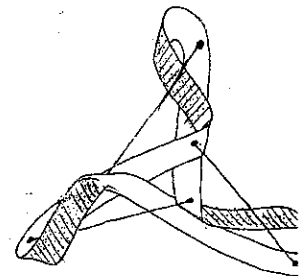
HUR EN TRIPPELPUNKT UPPSTÅR



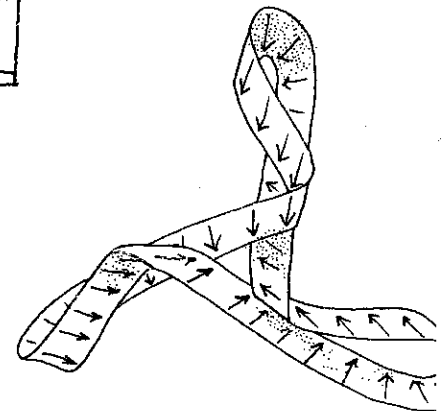
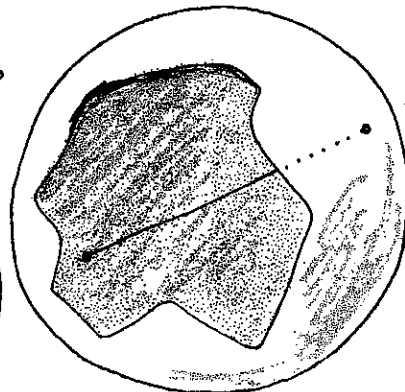
Var är Léon och Tirésias ?



Tirésias och jag har haft skoj!



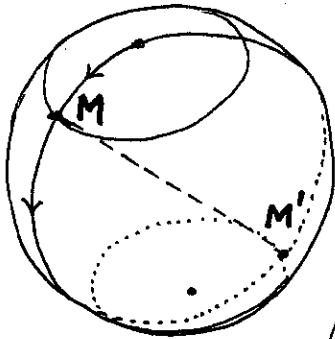
Vi tog alla rumtidens punkter och förband dem med deras **ANTIPODER** med trådar...



Sedan beströk vi trädarna med **KRYMPSOL**. Tirésias tyckte att det skulle bli ett intressant experiment.

Ni är galna, båda två.
Inte en tanke på konsekvenserna!!!

Vad då, vad skulle hända?



På grund av Tirésias påhitt kommer nu **RUMTIDEN** att vikas ihop. Alla **HÄNDELSE**R under **EXPANSIONSFASEN**, det vill säga från **BIG BANG** och fram till **MAXIMAL UTSTRÄCKNING**, kommer att sammanfalla med motsvarande händelser under **KONTRAKTIONSFASEN**.

Du menar att **BIG BANG** och **BIG CRUNCH** kommer att sammanfalla?

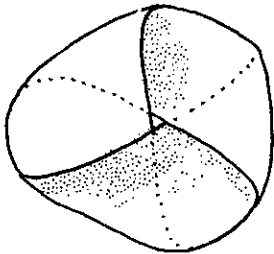
Vilket märkligt sammanträffande!

Jag antar att någon redan tänkt på det här? (*)

Jag skulle aldrig ha lyssnat på Tirésias



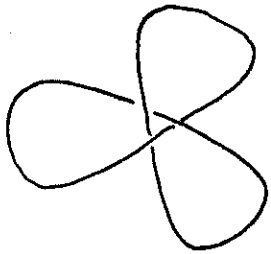
Men vikningen kommer att bringa samman delar av rumtiden med **MOTSATT TIDSRIKTNING.**



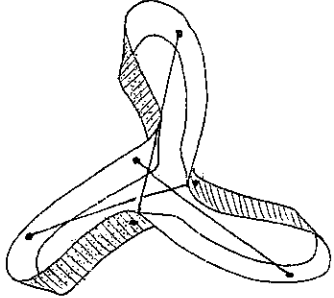
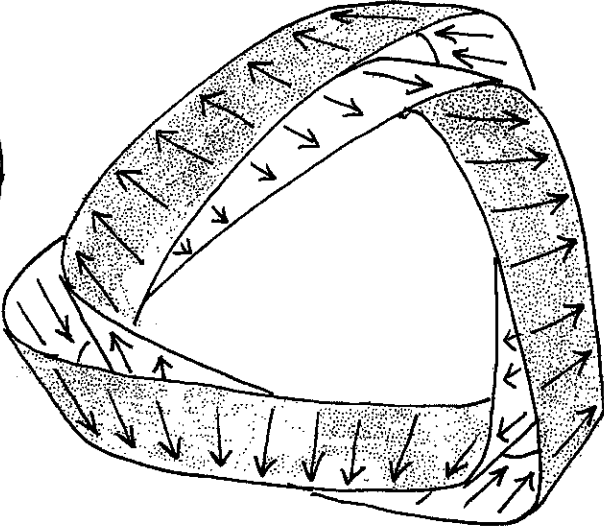
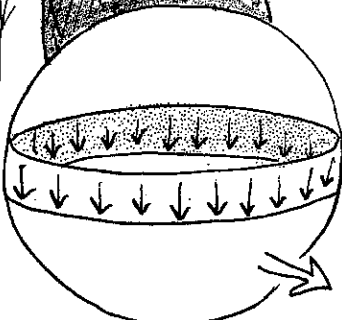
Omöjligt!



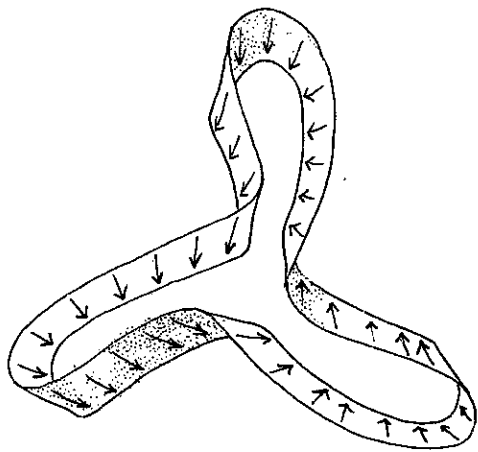
Inte alls. Betrakta exempelvis regionen nära den här sfäriska rumtidens ekvator, motsvarande maximal rumslig utsträckning. Vi ser tydligt hur den viks ihop i blädderfilm D.



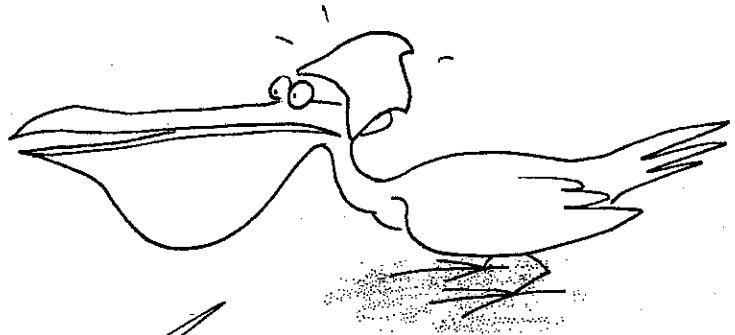
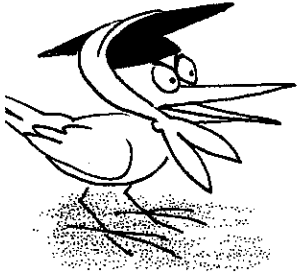
TIDSPILARNA går i motsatt **RIKTNING.**



Du menar att vad som är **DÅTID** för någon, är **FRAMTID** för hans **ANTIPOD**?

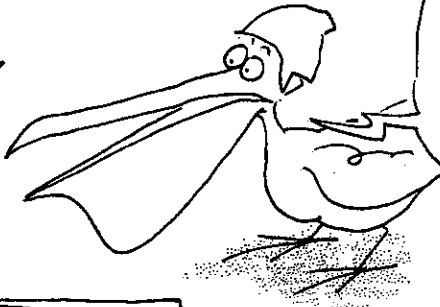
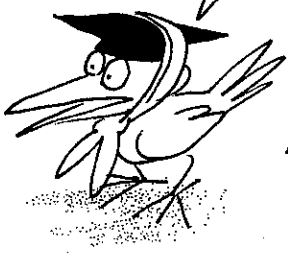


Min käre Léon, bra jobbat!



Du menar att universum riskerar
att drabbas av en outhärdlig motsägelse?

En logisk återvändsgränd.

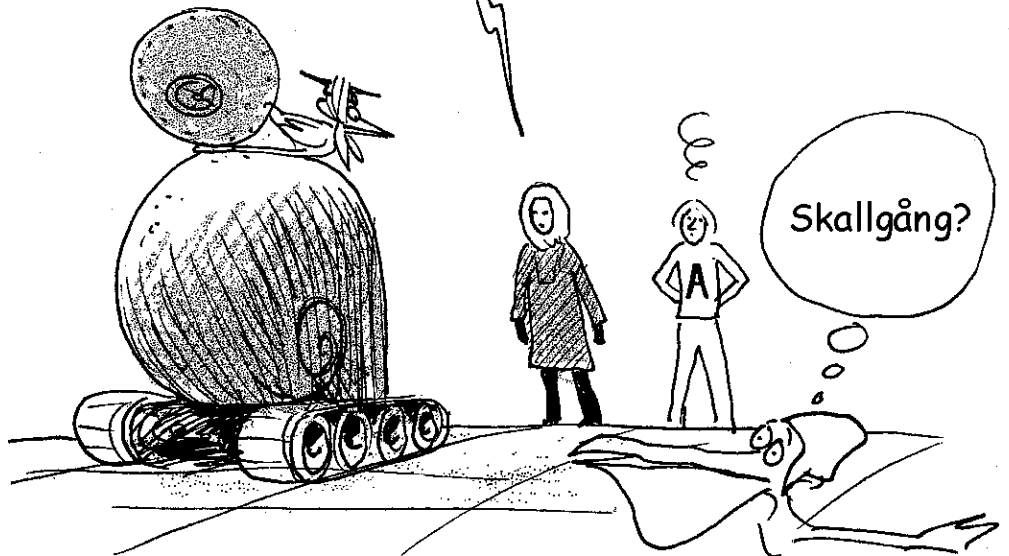


När **KRYMPSOL**-vätskan
har verkat, kommer universum
att dras ihop och framtiden kommer
att träffa oss i ansiktet.

Var är Tirésias,
förresten?

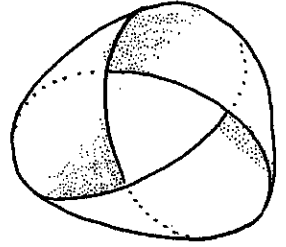


Hopp in i Kronoskopet.
Vi får försöka hitta honom.



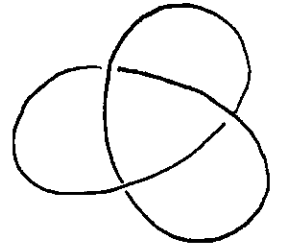
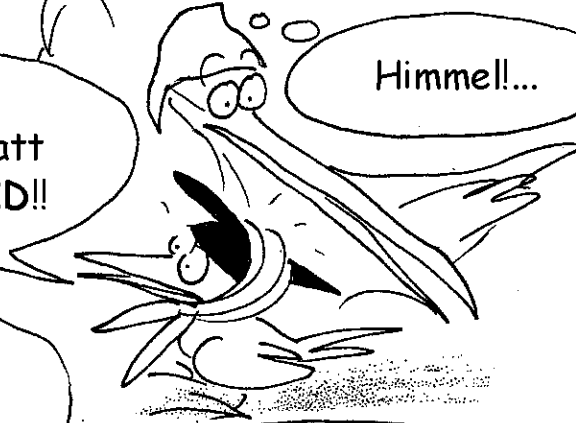
Hallå, Tirésias,
kan du höra mig?

Men vänta, om Tirésias
redan har fått sin tid omvänd
och blivit **RETROKRONISK**,
så vet han redan vad vi
kommer att säga.



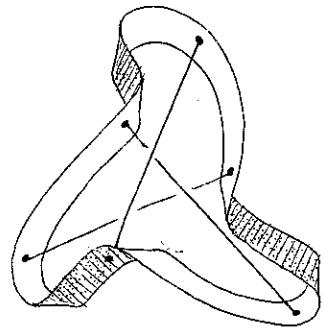
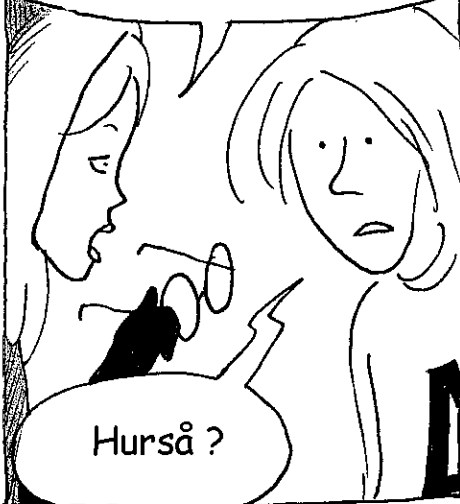
Vad värre är,
hans sändning kommer att
äga rum i hans **EGENTID**!!

Himmell!...



Hur som helst,
om vi träffar på honom
blir det etter värre!

Feynmann trodde
att antimateria går
bakåt i tiden!

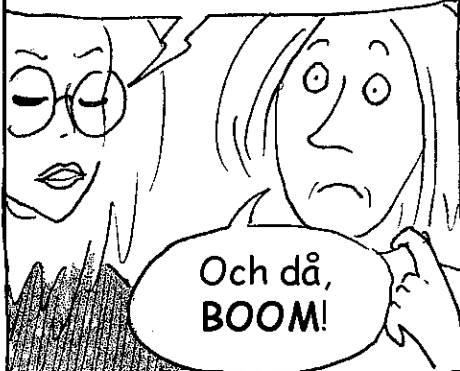


Hurså ?

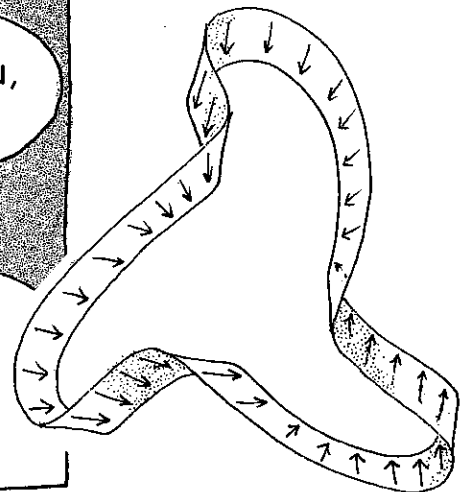
Och abboten LEMAÎTRE (*)
trodde att antimateria är materia
SEDD BAKLÄNGES (*)

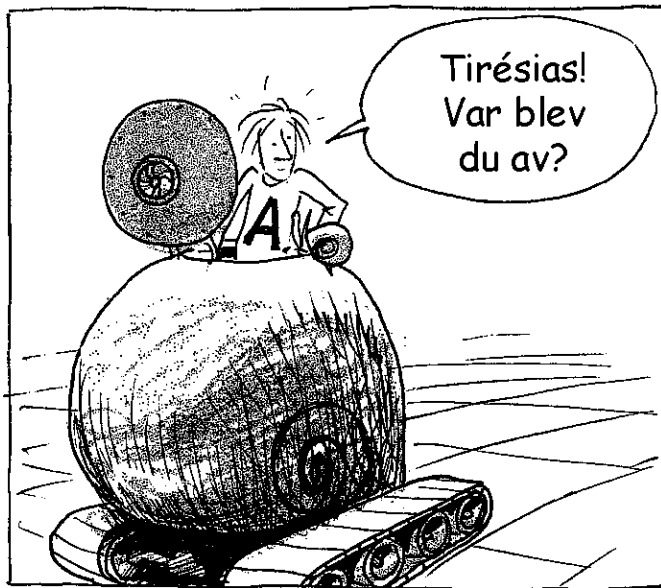
Om vi hade haft oturen
att träffa Tirésias,
skulle han ha blivit en
ANTI-TIRÉSIAS

Vad menar du,
BOOM ?

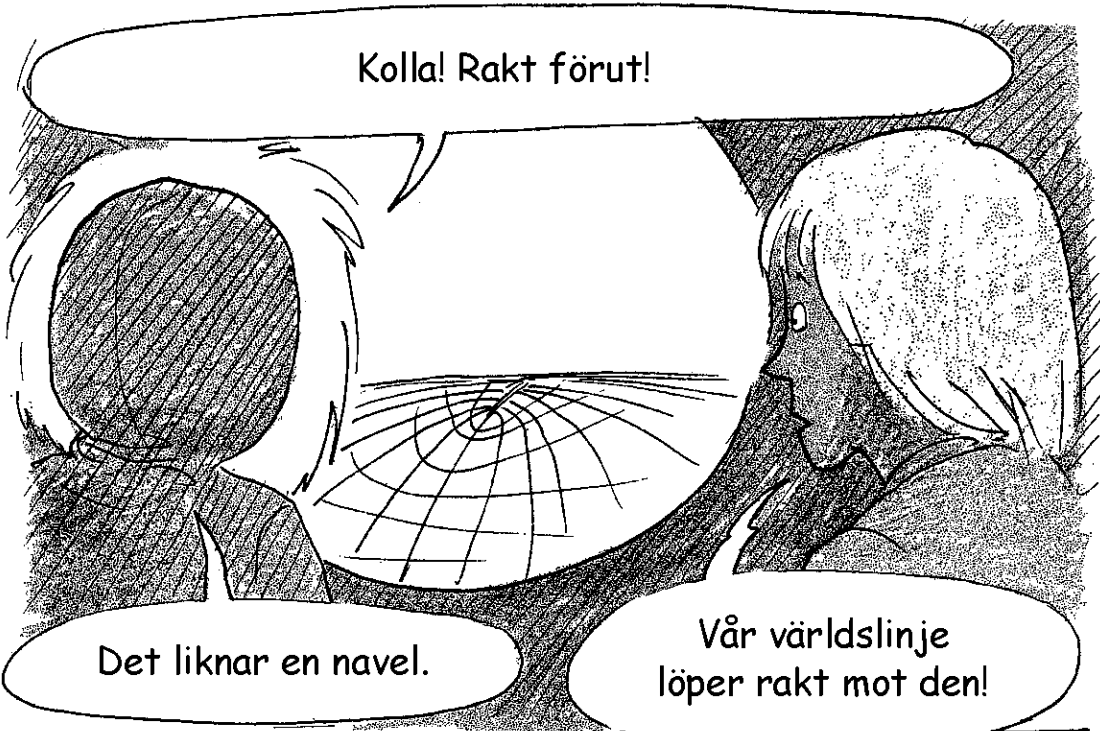


Och då,
BOOM!



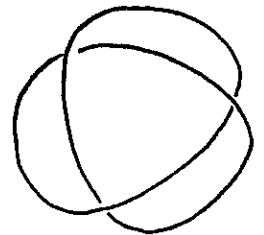
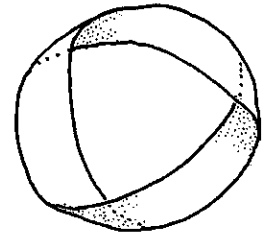


Kolla! Rakt förut!

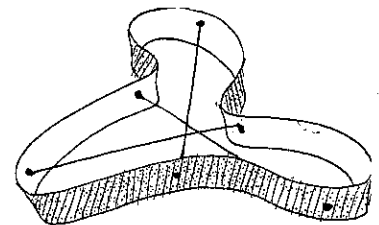
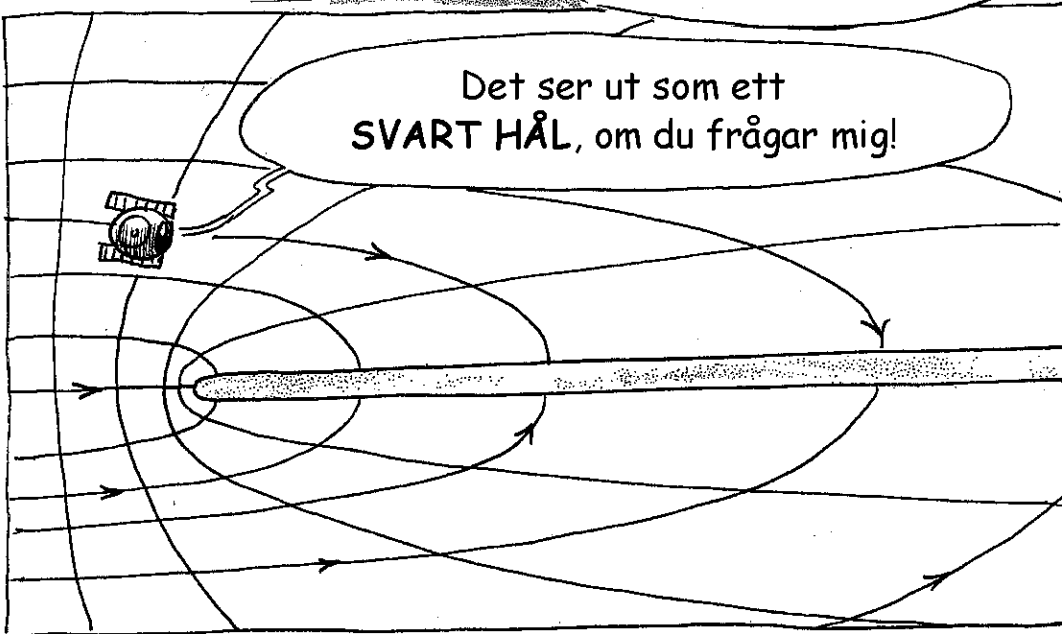


Det liknar en navel.

Vår världslinje
löper rakt mot den!

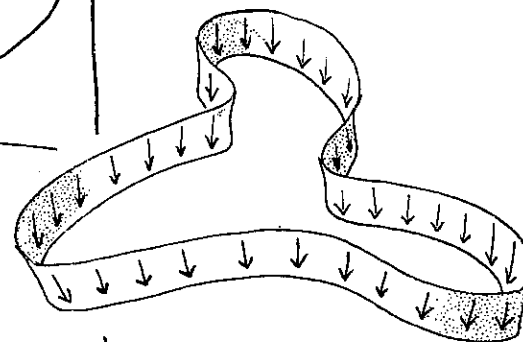
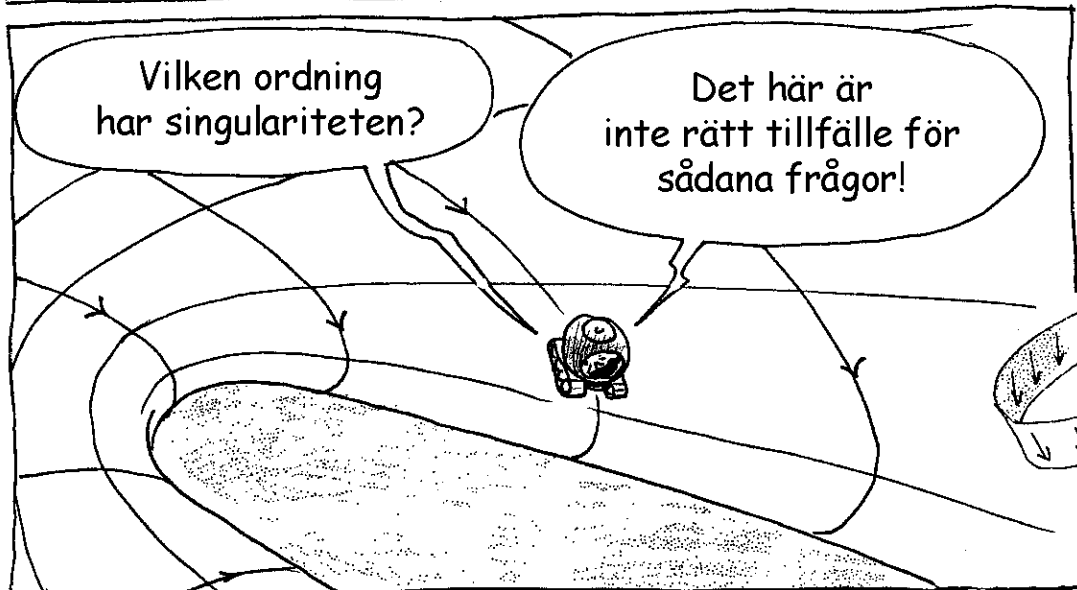


Det ser ut som ett
SVART HÅL, om du frågar mig!



Vilken ordning
har singulariteten?

Det här är
inte rätt tillfälle för
sådana frågor!





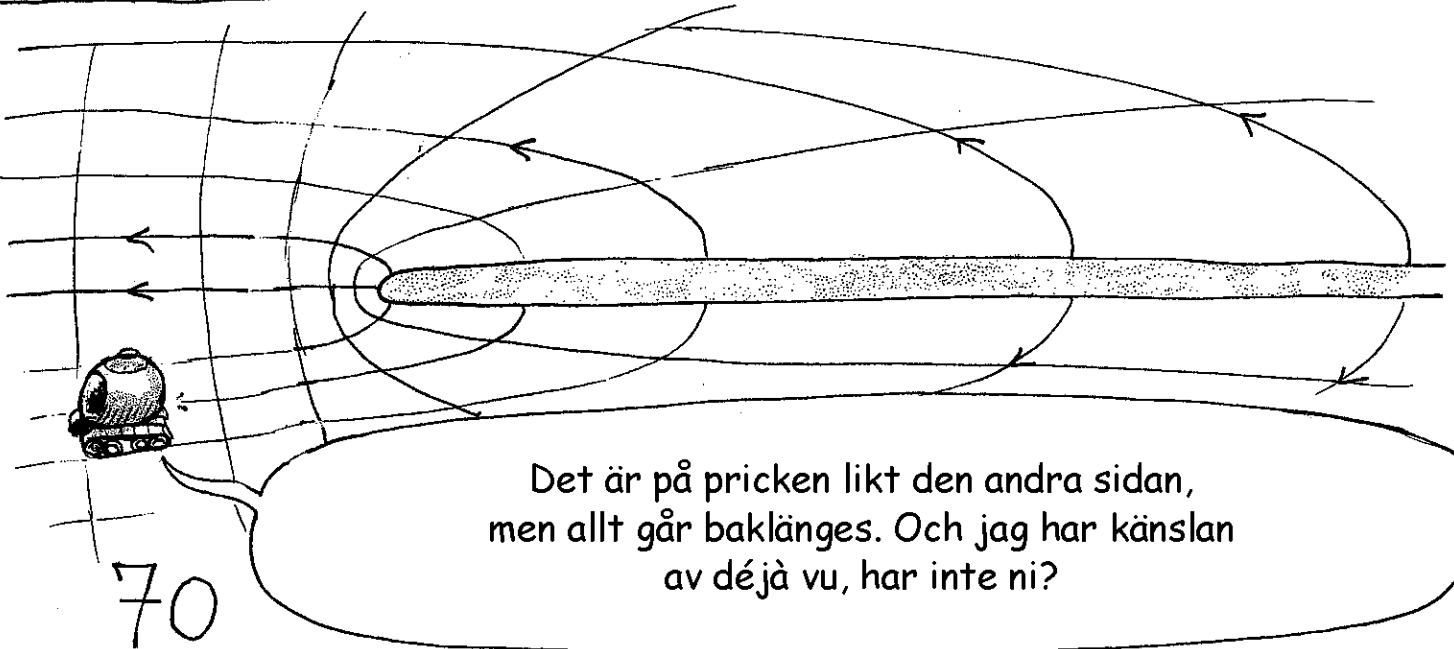
Det ser ut som ett knäpphål i rumtiden.



Här nere LÄMNAS linjerna singulariteten.

Nu kommer vi ut ur ett
VITT HÅL, tror jag.

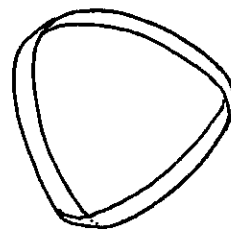
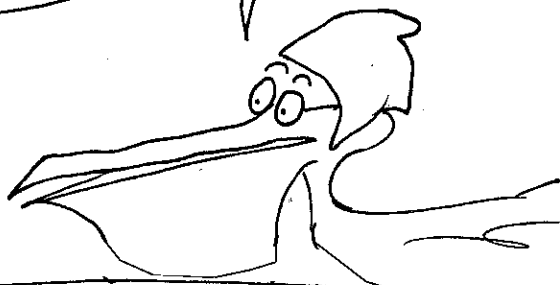
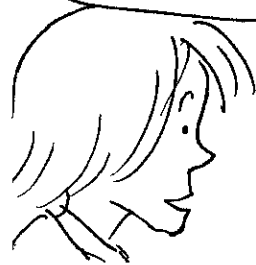
Vi har nått
universums baksida.



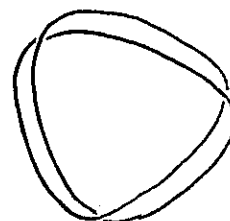
Det är på pricken likt den andra sidan,
men allt går baklänges. Och jag har känslan
av déjà vu, har inte ni?

Aha, nu fattar jag,
SPEGELN!...

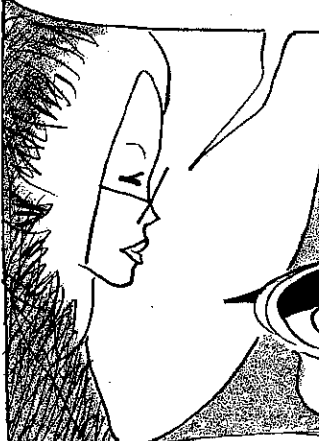
Vilken
spegel?



Universumets halvor är varandras
spegelbilder, men det är **RUMTIDEN** som speglas.
På andra sidan av det svarta hålet går tiden
baklänges: singulariteten repellerar materien
i stället för att attrahera den!! (*)



Betyder det att vi
kommer att uppleva det här
albumet baklänges?

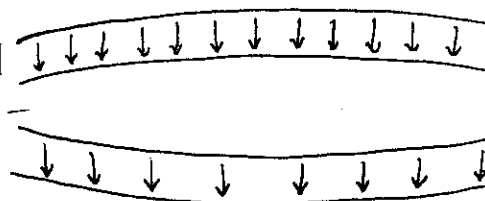


Ja. **KRONOSKAPET**
kommer att stanna, Anselme
kommer att öppna dörren,
Tirésias kryper ut, sedan...



TVÅSIDIGT BAND MED
ANTIPODALA PUNKTER
IDENTIFIERADE

SLUT



(*) SAMMA STRUKTUR KAN EXISTERA I 4 DIMENSIONER.

TEKNISKT APPENDIX

BOY, en av Hilberts studenter, upptäckte sin yta 1902. Dess första analytiska representation gavs 1981 av Jérôme Souriau, son till matematikern J. M. Souriau, och denna boks författare. Den delvis empiriska metoden går ut på att göra ytans meridianer till ellipser, som kan parametreras analytiskt. Koordinatuttrycket är:

$$\begin{cases} x = X_1 \cos \mu - Z_1 \sin \alpha \sin \mu \\ y = X_1 \sin \mu + Z_1 \sin \alpha \cos \mu \\ z = Z_1 \cos \alpha \end{cases} \quad \text{där: } \begin{cases} X_1 = \frac{A^2 - B^2}{\sqrt{A^2 + B^2}} + A \cos \theta - B \sin \theta \\ Z_1 = \sqrt{A^2 + B^2} + A \cos \theta + B \sin \theta \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{8} \sin 3\mu \quad \begin{cases} A(\mu) = 10 + 1,41 \sin(6\mu - \pi/3) + 1,98 \sin(3\mu - \pi/6) \\ B(\mu) = 10 + 1,41 \sin(6\mu - \pi/3) - 1,98 \sin(3\mu - \pi/6) \end{cases}$$

Meridianer: kurvorna $\mu = \text{konstant}$; θ löper från 0 till 2π , μ löper från 0 till π .

Följande BASIC-program genererar bilden på omslaget:

```
1 REM TRACE MERIDIENS DE LA SURFACE DE BOY
3 HOME : TEXT
50 PI = 3,141592:P3 = PI / 3:P6 = PI / 6:P8 = PI / 8
60 HGR : HCOLOR= 3
90 FOR MU = 0 TO PI STEP 0.1
95 P = P + 1
100 D = 34 + 4.794 * SIN (6 * MU - P3)
110 E = 6.732 * SIN (3 * MU - P6)
120 A = D + E:B = D - E
130 SA = SIN (P8 * SIN (3 * MU))
140 C2 = SQR (A * A + B * B):C3 = (4 * D * E) / C2
160 CM = COS (MU):SM = SIN (MU)
180 FOR TE = 0 TO 6.288 STEP .06
190 TC = A * COS (TE):TS = B * SIN (TE)
200 X1 = C3 + TC - TS
210 Z1 = C2 + TC + TS
250 REM VOICI LES 3 COORDONNEES
300 X = X1 * CM - Z1 * SA * SM
310 Y = X1 * SM + Z1 * SA * CM
350 REM PROGRAMME DE DESSIN
360 H PLOT 130 + X,80 + Y
400 NEXT TE: NEXT MU
```

