ПРИЛОЖЕНИЕ 1
СВЯЩЕННЫЙ МНОГОГРАННИК

В наше время наука в высшей степени подвержена действию средств массовой информации. С того момента, как возникает идея, проект, к нему нужно быстро "приклеить" слово-наклейку, которое влияет на воображение людей. Вот уже пятьдесят лет, как объект, о котором думали, что он мог бы описать судьбу нейтронной звезды, чья масса из-за притоков, вызванных звёздным ветром, излучаемым соседней звездой, способной превысить критическое значение в 2,5 солнечных масс, назывался ОБЪЕКТОМ ШВАРЦШИЛЬДА (*). Грош - цена. Слово "КОЛЛАПСАР" больше не имело успеха. Но когда Джон Арчибальд Уиллер предложил ЧЁРНУЮ ДЫРУ, успех был незамедлительным и всемирного масштаба. То же самое для ТОЕ (Теория Всего: Theory of everything), для ТЕОРИИ М приверженцев ТЕОРИИ СУПЕРСТРУН. Сейчас наши современные плутофизики (от"ploutos", что по-гречески значит "дорогой") преследуют бозон Хиггса, уже прозванный СВЯЩЕННОЙ ЧАСТИЦЕЙ.

Чтобы принести сиюминутную жертву этому безумному миру и заставить вас немного посмеяться, вот многогранник, у которого только одна сторона и одно ребро. Помнится, что "edra" по-гречески значит "лицевая сторона", следовательно:

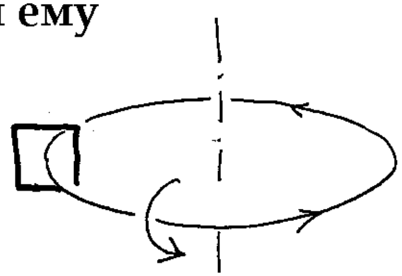
Таким образом, вот МОНОЭДР ... или "СВЯЩЕННЫЙ МНОГОГРАННИК"

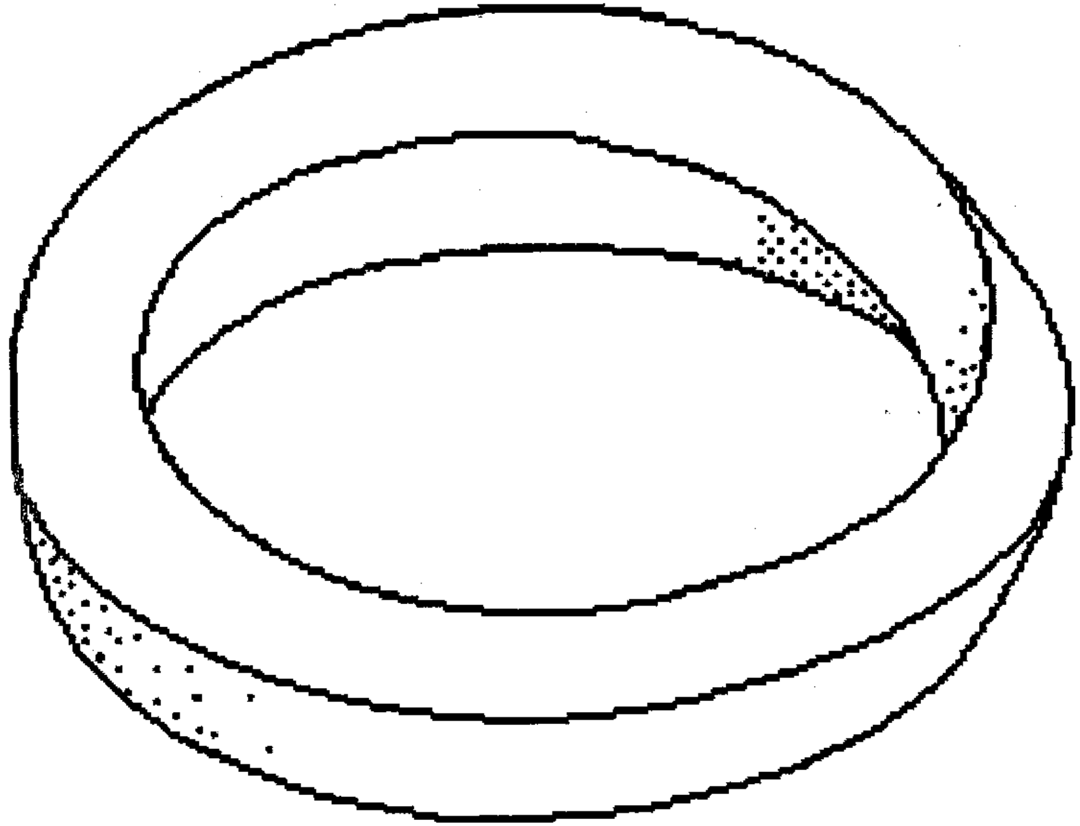
УПРАВЛЕНИЕ

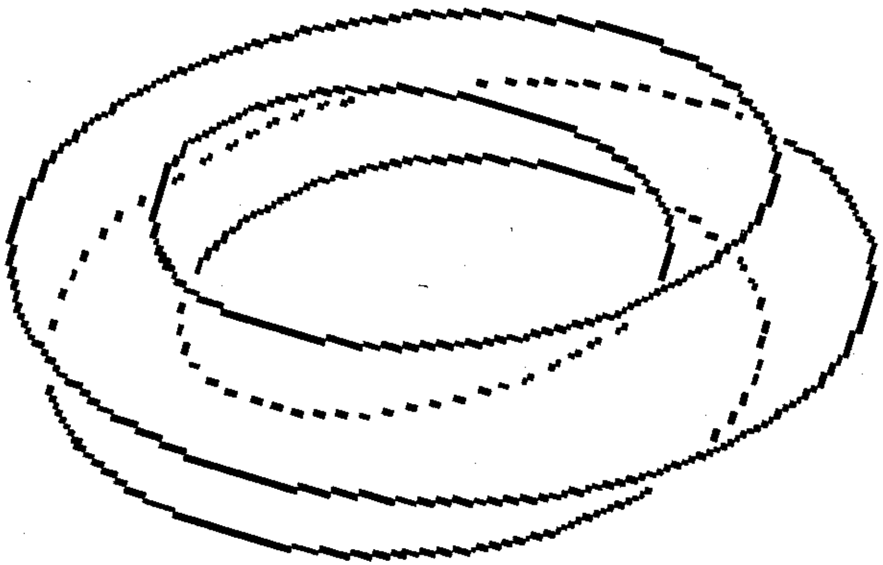
(*) Модель "чёрной дыры" основана на приближённом решении уравнения Эйнштейна, обязанном Шварцшильду (1917), ссылающегося на ВАКУУМНУЮ область Вселенной. Об этом мы вновь поговорим в будущем альбоме

МОНОЭДР

Его можно образовать, приводя во вращение квадрат вокруг оси, содержащейся в его плоскости, и сообщая ему вращение $\frac{\pi}{2}$ при каждом повороте







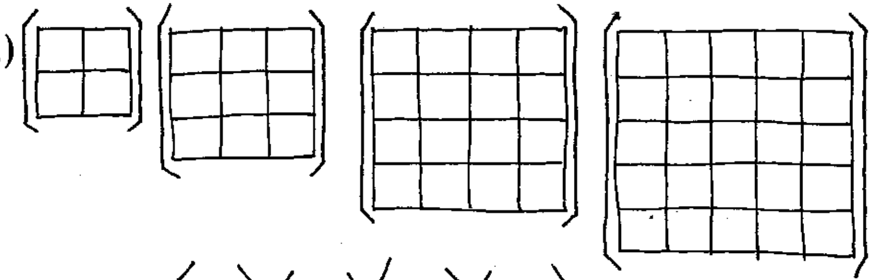
ЕГО ЕДИНСТВЕННОЕ РЕБРО

ПРИЛОЖЕНИЕ 2
ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ & ГРУППЫ

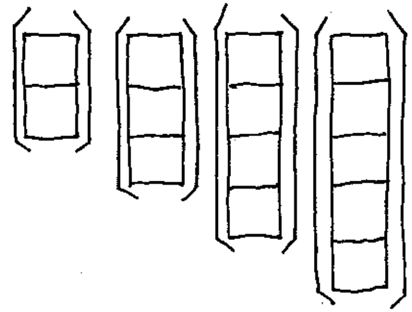
В 1850 году Михаил Васильевич Остроградский - Бернарду Риману:

Прошло время. Непрерывная научная революция показывает, что всё происходит всякий раз через отход от какого-нибудь наивного взгляда, исходящего от наших ощущений. Факты нам показывают, что математики, особенно геометры, постоянно имели точку зрения, которая более всего была близка к экпериментам физиков и наблюдениям астрономов, чем предшествующие взгляды, обречённые на выход из употребления. Умело используя новые понятия, играючи, из бумаги для рисования они фабрикуют, может быть, не отдавая себе в этом отчёта, завтрашнюю реальность. К примеру, чтобы понять СПЕЦИАЛЬНУЮ ТЕОРИЮ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, вам придётся совершить настоящий ОТКАЗ ОТ ДАЛЬНЕЙШИХ ПОПЫТОК в плане своего видения мира. Готовы ли вы следовать за мной?

Буква М будет обозначать квадратную МАТРИЦУ (n- строк, n-столбцов)

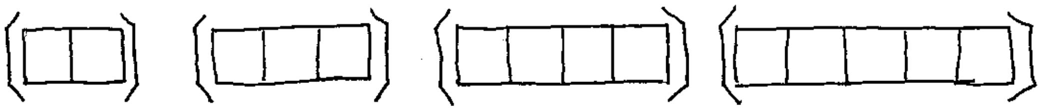


ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ в МАТРИЦЕ с n сроками и 1 столбцом



и т.д. ...

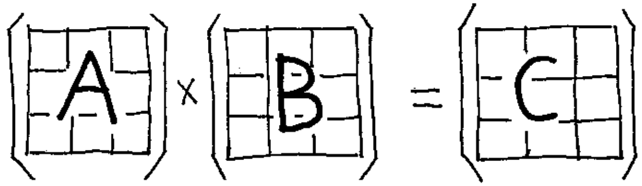
ВЕКТОР РЯДА - это МАТРИЦА с 1 строкой и n столбцами:



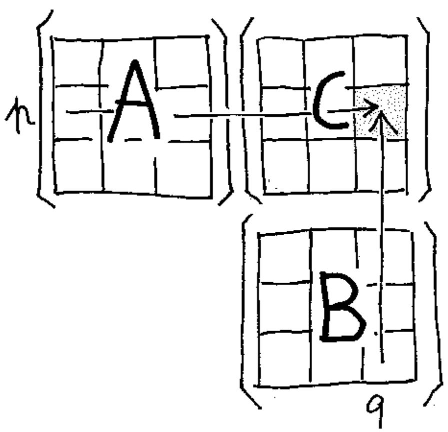
и т.д. ...

АНИМАЦИЯ ИЗ ДВУХ КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ ОДИНАКОВОГО ФОРМАТА

(имеющая одинаковое число строк = числу столбцов)



$C = A \times B$ **Увеличивают "СТРОКИ - СТОЛБЦЫ"**



Мнемотехническое средство: располагают две матрицы A и B МАТРИЧНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ $A \times B$, как указано рядом, и увеличивают почленно, складывая члены строки i матрицы A со членами столбца j матрицы B. Таким образом, получают член матрицы $C = A \times B$, расположенный на её i-ой строке и её j-ом столбце

ГЛАВНОЕ: ЭТО ПРОИЗВЕДЕНИЕ, В ОСНОВНОМ, <u>НЕ ЯВЛЯЕТСЯ</u> КОММУТАТИВНЫМ

$$\boxed{A \times B \neq B \times A \quad !}$$

ЕДИНИЧНЫЕ МАТРИЦЫ I

Присоединённые ко всему множеству квадратных матриц с n-строками, n-столбцми [говорят, формата (n, n)], объединяют единичные матрицы, отмеченные буквой I

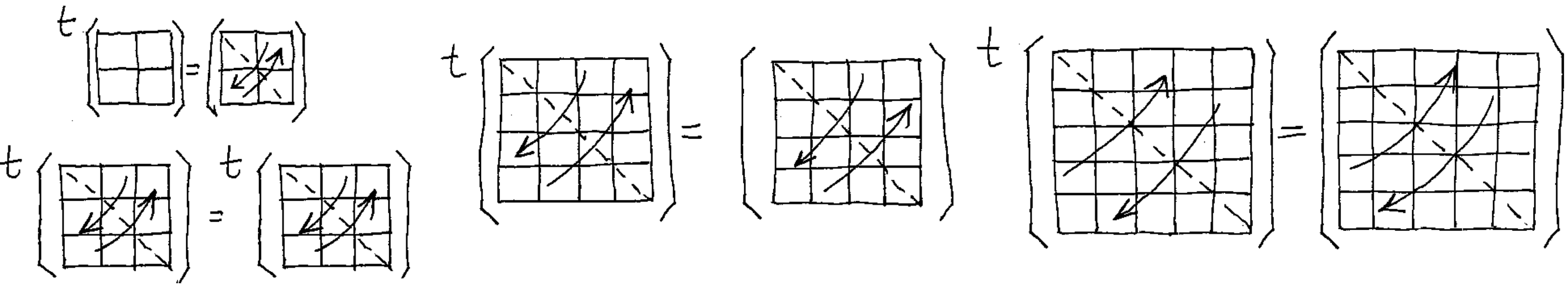
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ и т.д. ...

Имеется:

$$\boxed{A \times I = I \times A = A}$$

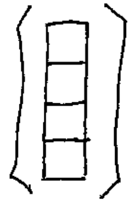
ТРАНСПОНИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ, ОТМЕЧЕННОЙ ${}^{t}A$

Это симметричный элемент квадратной таблицы относительно ГЛАВНОЙ ДИАГОНАЛИ

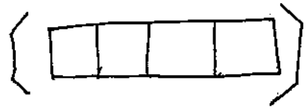


и т.д.

Положим, что транспонированным вектором, или столбцовой матрицей

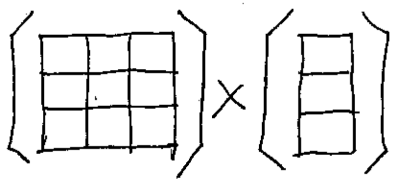
$X =$ 

является соответствующая матрица - строка:

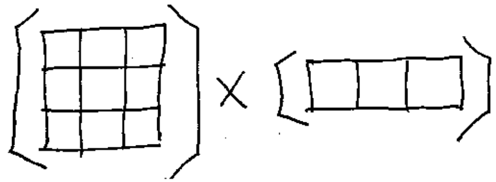
$^{t}X =$ 

ПЕРЕМНОЖЕНИЕ СТОЛБЦОВОЙ, ИЛИ СТРОЧНОЙ, МАТРИЦЫ НА КВАДРАТНУЮ МАТРИЦУ

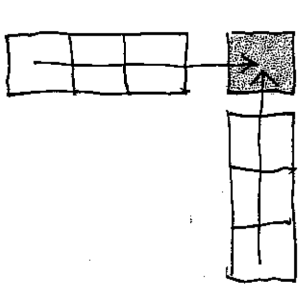
Для столбцовой матрицы, УМНОЖЕНИЕ ВЛЕВО:

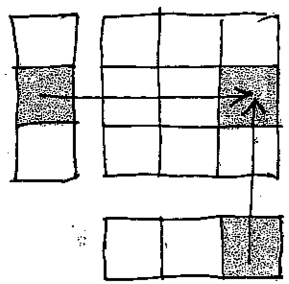
$A \times X =$ 

Для строчной матрицы, УМНОЖЕНИЕ ВПРАВО:

$A \times {}^{t}X =$ 

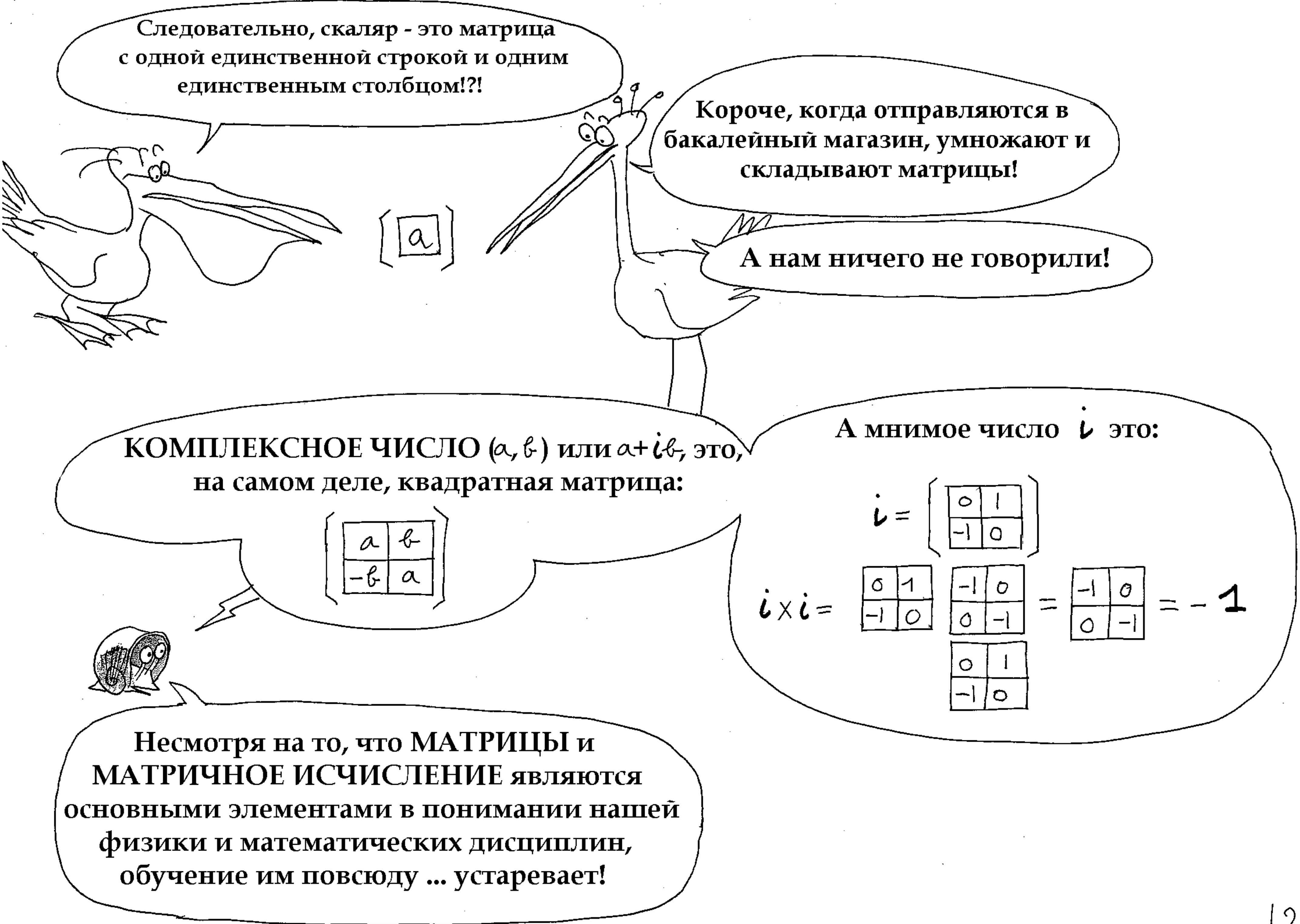
ПРОИЗВЕДЕНИЯ СТОЛБЦОВОЙ МАТРИЦЫ ⇄ И СТРОЧНОЙ МАТРИЦЫ





$^{t}X \times X =$ матрица с 1 строкой, 1 столбцом: СКАЛЯР

$X \times {}^{t}X =$ квадратная матрица формата (n,n)


Следовательно, скаляр - это матрица с одной единственной строкой и одним единственным столбцом!?!
$\begin{bmatrix} a \end{bmatrix}$
Короче, когда отправляются в бакалейный магазин, умножают и складывают матрицы!
А нам ничего не говорили!
КОМПЛЕКСНОЕ ЧИСЛО (a, b) или $a+ib$, это, на самом деле, квадратная матрица:
$\begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$
А мнимое число i это:
$i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
$i \times i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -1$
Несмотря на то, что МАТРИЦЫ и МАТРИЧНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ являются основными элементами в понимании нашей физики и математических дисциплин, обучение им повсюду ... устаревает!

Квадратные матрицы могут обладать ИНВЕРСИЕЙ, обозначаемой A^{-1}, так что:

$$\boxed{A^{-1} \times A = A \times A^{-1} = I}$$

Первая теорема, без доказательства:

$$\boxed{(A \times B)^{-1} = B^{-1} \times A^{-1}}$$

Вторая теорема, без доказательства:

$$\boxed{{}^t(A \times B) = {}^tB \times {}^tA}$$

Эти доказательства лёгкие, но совсем не интересны (если вам интуиция об этом говорит ...)

ПРОСТРАНСТВА РИМАНА (*)

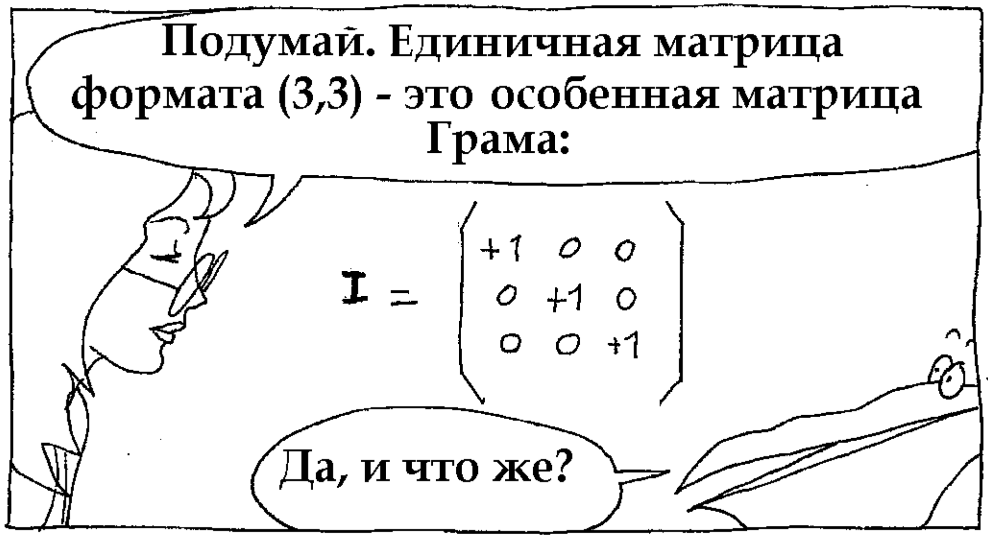
Назовут МАТРИЦАМИ ГРАМА квадратные матрицы, в которых недиагональные члены - нулевые, и в которых члены ГЛАВНОЙ ДИАГОНАЛИ равны ±1

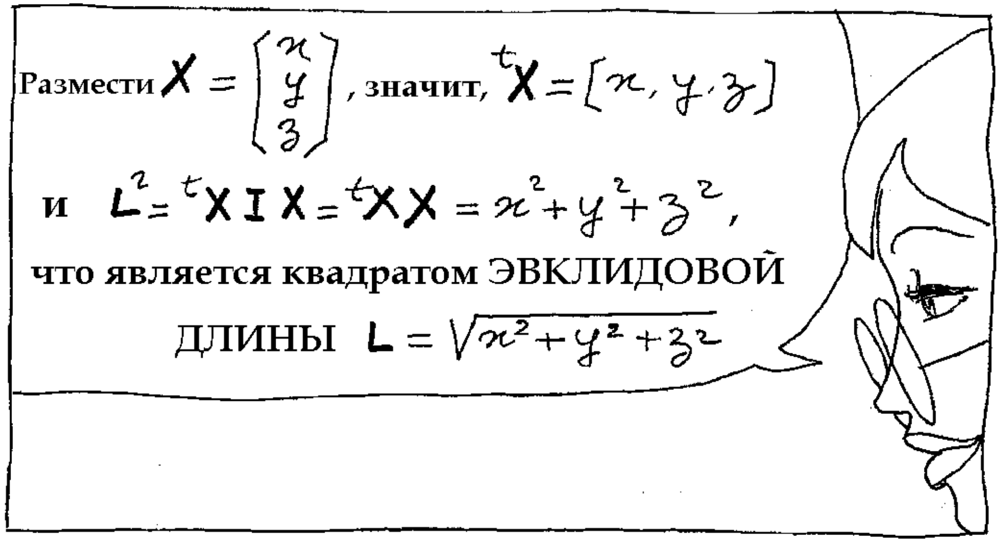
$$\begin{pmatrix} \pm1 & 0 \\ 0 & \pm1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pm1 & 0 & 0 \\ 0 & \pm1 & 0 \\ 0 & 0 & \pm1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pm1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pm1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pm1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pm1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pm1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pm1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pm1 \end{pmatrix}$$ **и т.д. ...**

Пусть вектор X, принадлежащий к пространству $\mathcal{E}$, с n измерениями. Скажут, что это пространство РИМАНА, если квадрат длины вектора X определяется:

$$\boxed{L^2 = {}^tX\,G\,X}$$

(*) **Математики не во всём приходят к соглашению в терминологии. Скажем, что мы решаем перегруппировать под этим названием пространства, имеющие сигнатуру, составленную из знаков ±1**





СИГНАТУРА

Сигнатура этих пространств - это последовательность знаков метрики Грама.
В случае с трёхмерным эвклидовым пространством, это:

$$(+\ +\ +)$$

В двухмерном пространстве матрица Грама, соответствующая эвклидову пространству,

была бы $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, и сигнатура $(+\ +)$

Теперь мы зададим себе следующий вопрос: "Существует ли множество матриц M, которые, воздействуя на вектор $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, сохраняют свою длину?

Формальным способом мы осуществим расчёт в самом главном случае, в случае пространства Римана с n-измерениями, определяемом своей матрицей Грама G.

Пусть M - это матрица, действующая на вектор X, преобразуя его в вектор:

$$X' = MX$$

Квадрат длины, нормы вектора X' это:

$$L'^2 = {}^tX' G X' = {}^t(MX)\,G\,(MX) = ({}^tX\,{}^tM)\,G'(MX) = {}^tX({}^tM G M)X$$

Длины L' и L будут равны, если:

$$\boxed{{}^tM G M = G}$$

Применим это к эвклидову пространству с измерением n:

$$\boxed{{}^tM M = I}$$

Что попросту значит, что:

$$\boxed{M^{-1} = {}^tM}$$

Эти матрицы относят к разряду ортогональных. Мы разъясним случай 2d:

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$a^2 + b^2 = 1 \quad ; \quad c^2 + d^2 = 1 \quad ; \quad ac + bd = 0$

Подбирают матрицы $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, которые соответствуют этим соотношениям

Эти матрицы M образуют множество $\mathcal{M}$, мы увидим, что они образуют

ГРУППУ

Вот магическое слово физики, которое обронили. Но что такое группа? Это множество позиций, действующих на множество элементов. В данном случае, позиции - это МАТРИЦЫ, и элементы - точки, или точечное множество пространства. Сурио имеет обыкновение говорить:

- Группа создана, чтобы перемещать
- Способ перемещения тем лучше, чем лучше то, что им перемещают.

В комиксе читали: " Скажи мне, как ты передвигаешься, и я скажу тебе, ЧТО ты".

Здесь, можно было бы сказать:

Скажи мне, как ты приходишь в движение, и я скажу тебе, к какому семейству геометрических объектов ты принадлежишь. Короче, в каком пространстве ты живёшь.

Отсюда, тесная связь: ГРУППА $\rightleftarrows$ ГЕОМЕТРИЯ

Аксиомы, которые определяют группу, были введены норвежцем Софусом Ли.

Группы матриц также называют ГРУППАМИ ЛИ. Перейдём к Аксиомам.

- **Пусть будет множество из элементов, действующих друг на друга. Назовём их:** $\alpha, \beta, \gamma \dots$ **Они образуют множество** $\mathcal{E}$
- **Их можно составить по ЗАКОНУ СЛОЖЕНИЯ, который запишется:** $\gamma = \alpha \circ \beta$

1: Если α **и** β **принадлежат множеству,** $\alpha \circ \beta$ **также принадлежат множеству**
Говорят, что этот закон сложения ВНУТРЕННИЙ (в группе $\mathcal{E}$ **)**
(У собак не бывает котят)

2: Существует элемент, назовём его e**, так называемый НЕЙТРА́ЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕНТ, такой, что для всякого элемента** α **группы имели бы** $\boxed{e \circ \alpha = \alpha \circ e = \alpha}$

3: Всякий элемент α **обладает ОБРАТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ, записываемой** α^{-1}**, такой как:** $\boxed{\alpha \circ \alpha^{-1} = e}$

4: Действие сложения - ассоциативное, то есть:

$$\boxed{(\alpha \circ \beta) \circ \gamma = \alpha \circ (\beta \circ \gamma)}$$

Практически, этой четвёртой аксиомой НИКОГДА НЕ БУДУТ ПОЛЬЗОВАТЬСЯ.
На самом деле, напротив, очень трудно подобрать НЕАССОЦИАТИВНЫЕ ДЕЙСТВИЯ сложения

Физик будет работать только с ГРУППАМИ МАТРИЦ, также называемых ГРУППАМИ ЛИ.
Будут иметь МНОЖЕСТВА КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ M

- **Действие сложения** $\circ$ **будет НЕКОММУТАТИВНЫМ МАТРИЧНЫМ УМНОЖЕНИЕМ** $M_1 \times M_2$
- **Нейтральный элемент** e **будет систематически единичной матрицей** I **в рассматриваемом формате (n,n)**

ДИСКРЕТНЫЕ ГРУППЫ

Так называют группы (здесь, матрицы), образующие множества с конечным числом элементов. У матриц Грама 2 строки, два столбца образуют группу из четырёх элементов.

$$g = \begin{bmatrix} \pm 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 \end{bmatrix} \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}$$

Дополнительно, они идентичны своему антиподу, который они представляют.

Заставим их ДЕЙСТВОВАТЬ на вектор $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ **пространства 2d**

$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$ **Симметрия относительно оси OY**

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$ **Симметрия относительно оси OX**

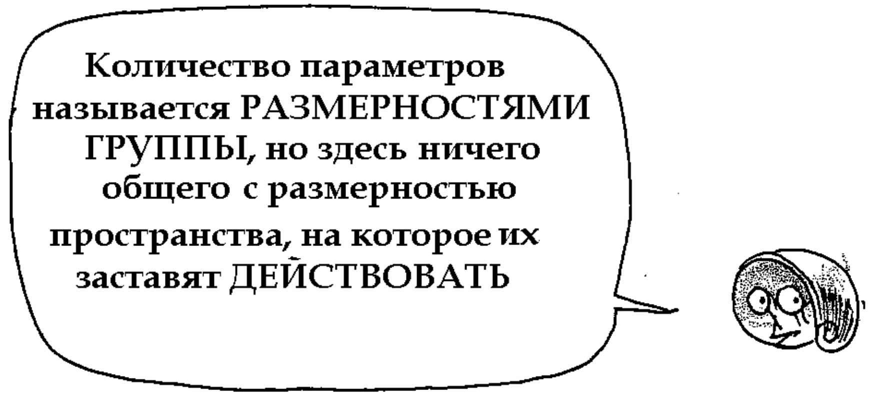
$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$ **Симметрия относительно начала координат**

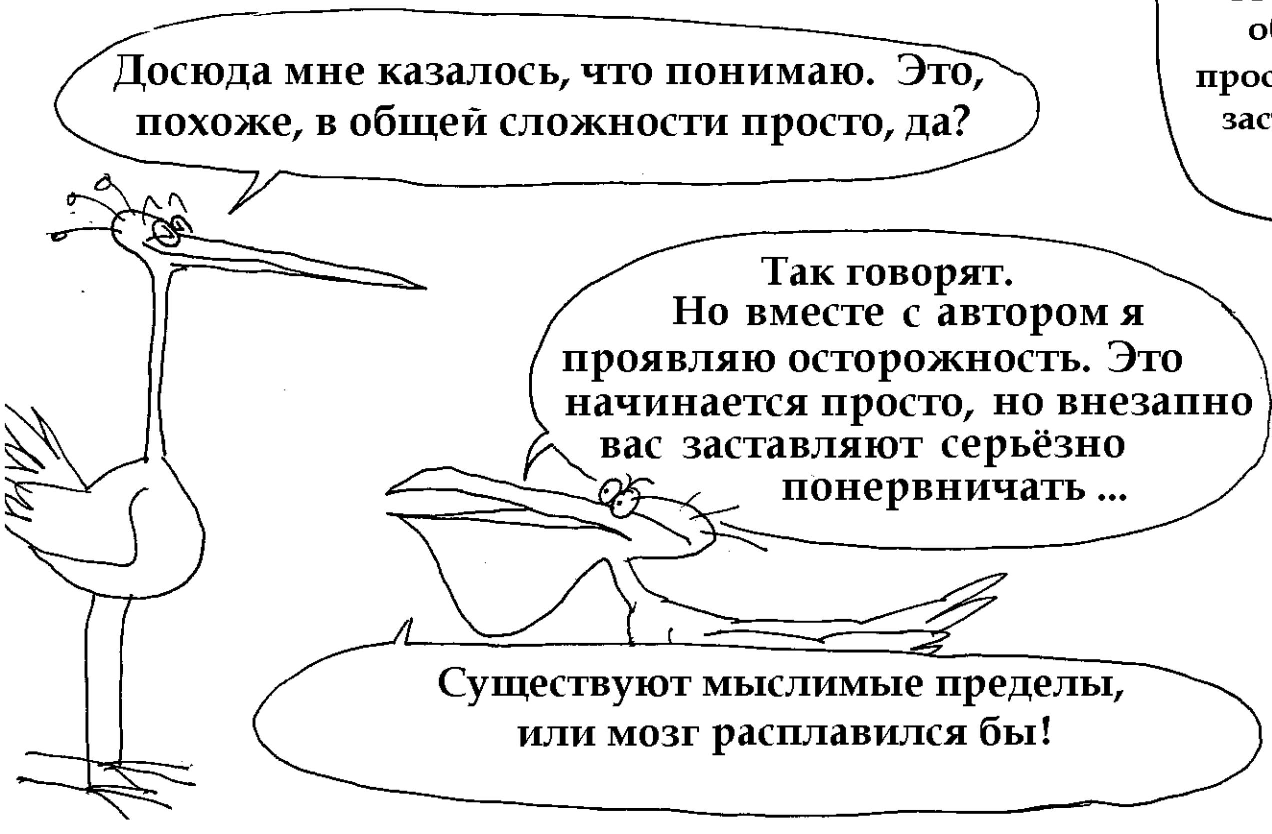
Наши условия оправданы: симметрии сохраняют длины

ГРУППА А с 1 (или НЕСКОЛЬКИМИ) ПАРАМЕТРАМИ

Матрицы $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ соответствуют нашим критериям и составляют группу вращений плоскости вокруг начала координат.

Это группа с 1 параметром (угол θ)





Матрицы $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ образуют группу, называемую $SO(2)$, вместо (специальной ортогональной)

ОРИЕНТАЦИЯ

Умножая эту матрицу на одну из двух матриц, изменяющих направление объектов (R ⇄ Я), как, например, на эту, которая управляет симметрией относительно оси OY, получают:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Будет отмечено, что $\theta = \pi$ даёт симметрию относительно оси OX

Получают второе множество матриц, которые также являются ортогональными матрицами, потому что следуют ${}^tMM = I$. Совокупность этих двух множеств составляет ОРТОГОНАЛЬНУЮ ГРУППУ $O(2)$. Будет сказано, что эта группа, которую мы назовём элементом α, имеет ДВЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ.

$O(2)$ → $SO(2)$ → $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ что составляет ПОДПРОГРАММУ группы $O(2)$, которая не меняет направление объектов R → R

$O(2)$ → $\begin{pmatrix} -\cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ что не является группой (это множество не содержит нейтрального элемента). Его элементы МЕНЯЮТ направление объектов: R ⇄ Я

ГРУППА ИЗОМЕТРИИ

Множество действий, сохраняющих длины, в двухмерном пространстве сочетают:

- **Вращения**
- **Симметрии**
- **Сдвиги,** **что может выражаться при помощи матриц:**

$\boxed{E(2)}$ $\boxed{SE(2)}$

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \Delta x \\ \sin\theta & \cos\theta & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x\cos\theta - y\sin\theta + \Delta x \\ x\sin\theta + y\cos\theta + \Delta y \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \boxed{R \to R}$$

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & \Delta x \\ \sin\theta & \cos\theta & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x\cos\theta + y\sin\theta + \Delta y \\ x\sin\theta + y\cos\theta + \Delta y \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \boxed{R \rightleftarrows Я}$$

E(2)

Получают ЭВКЛИДОВУ ГРУППУ 2D $E(2)$, **которая является ГРУППОЙ ИЗОМЕТРИИ ДВУХМЕРНОГО ЭВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА. Его первая СОСТАВЛЯЮЩАЯ** $SE(2)$ ("Spécial Euclide 2d") **образует ПОДГРУППУ. Вторая - это множество матриц, КОТОРЫЕ МЕНЯЮТ НАПРАВЛЕНИЕ ОБЪЕКТОВ, но не составляют группу**

В 2d (двумерном случае) возможно полностью разъяснить расчёты. То, что было сделано в 2d, может быть распространено на 3d. Матрица Грама - это единичная матрица 3d

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Квадрат длины: $L^2 = {}^tX\, I\, X$, **сигнатура** $(+\ +\ +)$

Пусть матрица M **действует на вектор** X **согласно** $X = MX'$

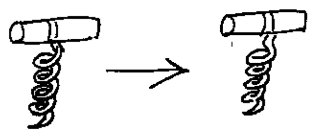
Сохранение длины ведёт к $L'^2 = {}^tX' I X' = {}^t(MX)(MX) = {}^tX({}^tMM)X$

$L' = L$, **если:**

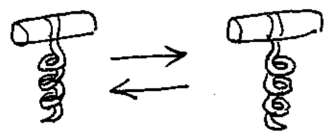
$$\boxed{{}^tMM = I \ \text{ или } \ M^{-1} = {}^tM}$$

Матрицы, использующие эту особенность, которые являются квадратными матрицами (3,3), названы ОРТОГОНАЛЬНЫМИ и составляют ОРТОГОНАЛЬНУЮ ГРУППУ $O(3)$, которая обладает ДВУМЯ СОСТАВЛЯЮЩИМИ:

$O(3) \to \boxed{SO(3)} \to$ **Не меняет направление объектов 3d**



$O(3) \to$ **Меняет направление объектов 3d**



(ЗЕРКАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ)

Добавив вектор переноса

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix},$$

создают Эвклидову группу 3D $E(3)$, которая "наследует" особенность ортогональной группы $O(3)$, вокруг которой она создана, которую назовут элементом a и которую запишут:

$$\mathbf{0} = \left(\boxed{0}\,\boxed{0}\,\boxed{0} \right) \qquad \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} & a & \\ & (3,3) & \end{matrix}} & \begin{matrix} \boxed{\Delta x} \\ \boxed{\Delta y} \\ \boxed{\Delta z} \end{matrix} \\ \boxed{0}\,\boxed{0}\,\boxed{0} & \boxed{1} \end{pmatrix}$$: действуя на $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$

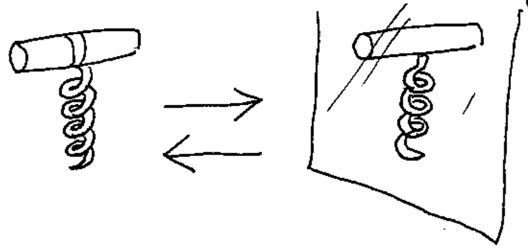
Это ДЕЙСТВИЕ, записанное в матричной форме, позволяет элементам эвклидовой группы 3D $E(3)$ воздействовать на векторы X, отличается от обычных матричных анимаций типа

$$X' = MX,$$

которая есть не что иное, как форма ДЕЙСТВИЯ среди других. Это понятие действия - основное, и мы снова им воспользуемся в дальнейшем.

Половина матриц, составляющих эвклидову группу, преобразуют ориентируемые объекты (штопор) в их зеркальном отражении. Скажут, что они действуют на:

P- СИММЕТРИЯ, или "частичная симметрия"

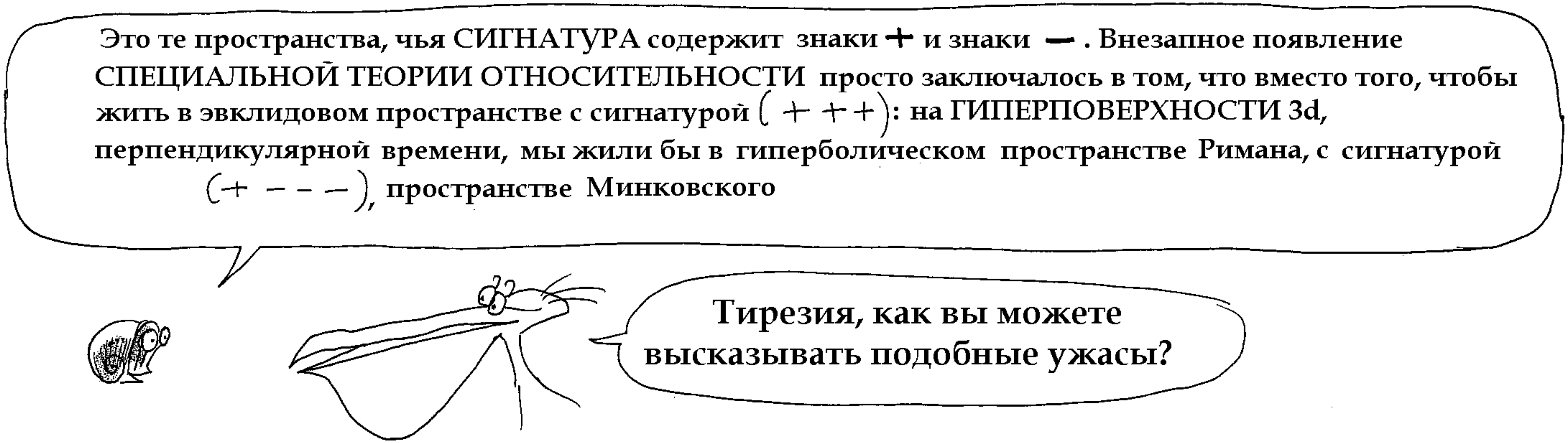


КОГДА МАТЕМАТИКИ ИЗОБРЕТАЮТ ЗЕРКАЛА

Это именно здесь математик опережает физика в некоторых действиях. После применения вращений и сдвигов, математик изобретает понятие группы, матрицы Грама, создаёт ПОДГРУППУ $SE(3)$, которая не меняет направление объектов, ПЕРЕМЕЩАЯ их ФИЗИЧЕСКИ. Но группа выделяет элементы, которые нельзя создать при обычном физическом перемещении. Комбинируя вращения и сдвиги, никогда нельзя будет создать ЛЕВЫЙ ШТОПОР из ПРАВОГО ШТОПОРА. Полная группа предсказывает "существование" таких объектов,"живущих" по другую сторону зеркала, ЭНАНТИОМОРФНЫХ


Значит, таким образом похоже, что мы живём в ЭЛЛИПТИЧЕСКОМ пространстве РИМАНА, или ЭВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ 3d, с сигнатурой (+ + +), что, между прочим, даёт нам ТЕОРЕМА ПИФАГОРА. Но что же насчёт пространств с сигнатурой (- - -) ?
Их НЕУДАЧНО называют ЭВКЛИДОВЫМИ. Длины являются ЧИСТО МНИМЫМИ:
$L = \sqrt{-x^2 - y^2 - z^2}$
В конце всего этого вернутся к странным пространствам-времени, где время - чисто мнимое
Здесь не нужно преувеличивать. Чисто мнимое время может быть только плодом воображения
Да, но воображение, это ЧТО?
Значит, по-вашему, математические объекты имеют душу?

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВА РИМАНА



Тогда матрица Грама - это:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Изменим букву для обозначения вектора пространства-времени:

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Определят вектор пространственно- временного перемещения, который запишут:

$$C = \Delta\boldsymbol{\xi} = \begin{pmatrix} \Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

Рассмотрят бесконечно малые векторы:

$$d\,\boldsymbol{\xi} = \begin{pmatrix} dt \\ dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$

Тогда получат (при скорости света C = 1) бесконечно малую длину:

$$\boxed{ds^2 = {}^t d\boldsymbol{\xi}\, G\, d\boldsymbol{\xi} = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2}$$

Которую назовут МЕТРИКОЙ (МИНКОВСКОГО) и которую смогут записать простым изменением переменных величин:

$$\boxed{c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2}$$

Мы поступим так, как мы это сделали в отношении Эвклидовой группы и эвклидова пространства. Мы начнём с пространства-времени 2d:

$$\eta = \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix}$$

Где элемент длины, его метрика 2d - это $ds^2 = {}^t d\boldsymbol{\eta}\, G\, d\boldsymbol{\eta}$,
как в случае с метрикой Грама:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Мы составим ГРУППУ ИЗОМЕТРИИ этого пространства

Поступим так, как это сделали в отношении эвклидовых пространств. Оставим ненадолго представление в дифференциальной форме. Мы вновь отыщем матричную группу L, воздействующую на вектор согласно:

$$\xi' = L\xi,$$

которая сохраняет эту странную "гиперболическую длину", то есть, такую, как:

$$L'^2 \quad {}^t\xi' G \xi' \quad {}^t(L\xi) G (L\xi) \quad {}^t\xi \left({}^tL G L\right)\xi = L^2 = {}^t\xi G \xi \text{, если:}$$

$$\boxed{{}^tLGL = G}$$

В 4d матрицы в 4 строки, 4 столбца, формата (4,4). Вышеуказанная формула - это определение группы (матричной) Лоренца.

Чтобы удалось ясно сформулировать, мы ограничимся пространством-времени 2d (t,x)

$$L = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

было бы $a^2 - c^2 = 1 \; ; \; b^2 - d^2 = 1 \; ; \; ab - cd = 0,$

что нам представляет первая $\begin{bmatrix} \operatorname{ch}\eta & \operatorname{sh}\eta \\ \operatorname{sh}\eta & \operatorname{ch}\eta \end{bmatrix}$,

потому что $\operatorname{ch}^2\eta - \operatorname{sh}^2\eta = 1$

$\Rightarrow$ тригонометрические строки заменены на гиперболические строки

$$\begin{cases} \operatorname{ch}\eta = \dfrac{e^{\eta}+e^{-\eta}}{2} \\ \operatorname{sh}\eta = \dfrac{e^{\eta}-e^{-\eta}}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} \cos\theta = \dfrac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2} \\ \sin\theta = \dfrac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i} \end{cases} \qquad z = e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

ГРУППА ЛОРЕНЦА - это эквивалент вращений в пространстве МИНКОВСКОГО

ДИСКРЕТНАЯ ГРУППА

Матрицы Грама являются матрицами Лоренца, находясь в зависимости от:

$$^{t}LGL = G$$

$^{t}GGG = G$ **с** $GG = I$ **и** $^{t}G = G$, **значит, в 2d мы имеем дискретную группу:**

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right\}$$

Мы получим полную группу Лоренца с четырьмя составляющими

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \operatorname{ch}\eta & \operatorname{sh}\eta \\ \operatorname{sh}\eta & \operatorname{ch}\eta \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \operatorname{ch}\eta & -\operatorname{sh}\eta \\ \operatorname{sh}\eta & -\operatorname{ch}\eta \end{bmatrix}}_{\text{ОРТОХРОННАЯ ПОДГРУППА}} \quad \underbrace{\begin{bmatrix} -\operatorname{ch}\eta & \operatorname{sh}\eta \\ -\operatorname{sh}\eta & \operatorname{ch}\eta \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -\operatorname{ch}\eta & -\operatorname{sh}\eta \\ -\operatorname{sh}\eta & -\operatorname{ch}\eta \end{bmatrix}}_{\text{АНТИХРОННОЕ ПОДМНОЖЕСТВО}}$$

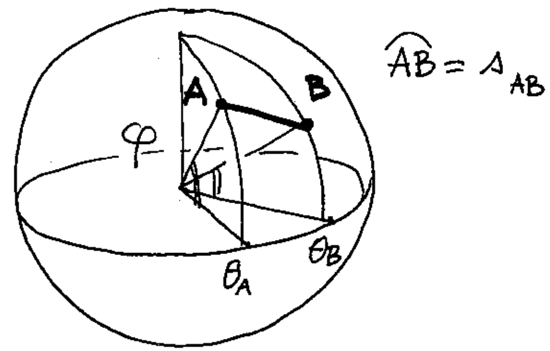
СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Вернись к расчёту ДЛИНЫ в этом гиперболическом пространстве Римана, которое является ПРОСТРАНСТВОМ МИНКОВСКОГО в интегральной форме, заданной своей МЕТРИКОЙ:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Это значит, что наши ДВИЖЕНИЯ ВПИСАНЫ (*) на гиперповерхность 4d. На ней (x, y, z, t) являются КООРДИНАТАМИ. В альбоме "БЫСТРЕЕ СВЕТА" объясняется, что отход от системы координат на этой гиперповерхности соответствует воспроизведению этой гиперповерхности, сделанному ФИЗИКОМ, где единственная ОРГАНИЧЕСКИ ПРИСУЩАЯ величина - это длина s. Существует одинаковое соотношение между этими координатами и этой длиной s, которое измеряется в МЕТРАХ, и которое преобразуют в СОБСТВЕННОЕ ВРЕМЯ τ благодаря соотношению $ds = c\,d\tau$, где c-это характеристика скорости, которая вводит координаты долготы θ и широты φ, используемые для разметки точек на сфере, и длину пройденного расстояния $\widehat{AB}$. Эта формула показывает, что, когда вводятся эти координаты (x, y, z, t), из них можно вывести скорость

$$V = \frac{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}{dt}$$



Для того, чтобы время $d\tau$ оставалось реальным, нужно, чтобы $V < C$. Предельная возможность движения будет соответствовать $V = C$, и тогда $d\tau = 0$

$\Rightarrow$ собственное время ФОТОНА "заморожено"

(*) По-арабски: MEKTOUB

Для частиц, которые передвигаются с $V<c$, происходит СЖАТИЕ ЛОРЕНЦА

$$\boxed{c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \Rightarrow \frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

τ - это время, которое показывают часы пассажира, передвигающегося со скоростью V, что поясняется наглядным примером в альбоме "ВСЁ ОТНОСИТЕЛЬНО". А когда V стремится к c, "время замерзает в хронометрах". Но вернёмся к ГРУППЕ ЛОРЕНЦА. Её элементы воздействуют на последовательности точек пространства-времени, которые составляют ДВИЖЕНИЕ. Приведя в воздействие элемент L группы Лоренца на данное движение, получают другое движение. Тот факт, что эта группа содержит АНТИХРОННЫЕ элементы, показывает, что движения в ОБРАТНОМ ПОРЯДКЕ ВРЕМЕНИ должны быть приняты к сведению. В качестве примера, вот матрица, которая принадлежит к группе Лоренца:

$$L = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad {}^{t}LGL = G \quad \text{с} \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Действие является

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$ **ОБРАЩЕНИЕМ ХОДА ВРЕМЕНИ**

Когда мы определили ОРТОГОНАЛЬНУЮ ГРУППУ, подгруппу группы изометрии ЭВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА, мы её дополнили при помощи вектора ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

$$c = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix},$$

создавая ЭВКЛИДОВУ ГРУППУ, её группу изометрии

элемент ортогональной группы $O(3)$

$$\begin{pmatrix} a & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} r \\ 1 \end{pmatrix} \qquad r = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Так же, исходя из ГРУППЫ ЛОРЕНЦА, мы создадим ГРУППУ ПУАНКАРЕ, группу изометрии пространства МИНКОВСКОГО.

$$c = \begin{pmatrix} \Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$ **пространственно-временны́е перемещения**

$$\begin{pmatrix} L & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \xi \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \xi = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Группа Пуанкаре, через свою подгруппу $\begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **"наследует" особенности группы Лоренца, и так же как и она, обладает четырьмя составляющими:**

- **ДВУМЯ ОРТОХРОННЫМИ (не обращающими ход времени)**
- **ДВУМЯ АНТИХРОННЫМИ (обращающими ход времени)**

Нам остаётся понять ФИЗИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ этого обращения хода времени

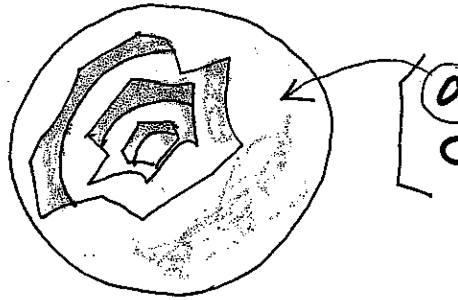
ПРОСТРАНСТВА, ГРУППЫ и ОБЪЕКТЫ

Мы покинули эвклидово пространство и оказались в двумерном пространстве 2d, чтобы прояснить расчёты. Потом создали свою ГРУППУ ИЗОМЕТРИИ, ЭВКЛИДОВУ ГРУППУ. Значит, она сопровождает эвклидово пространство и позволяет ВОЗДЕЙСТВОВАТЬ на объекты, множества точек, населяющих это пространство. Но можно взяться за проблему с обратной стороны: дана группа в качестве абстрактного, чисто математического объекта, позволяющая принимать во внимание ДЕЙСТВИЯ и обеспечить информацией о "параллельном пространстве", единственном, где эти действия могут быть наглядно представлены, - своего рода, "правильном пространстве". Таким образом, пространство и его группа (изометрии) ведут своё взаимное существование.

Но есть ещё вот что. Родственная группа - ОБЪЕКТЫ пространства, с которой оно связано настолько, что являются ИНВАРИАНТНЫМИ ИЗ-ЗА ДЕЙСТВИЯ ПОДГРУППЫ . Приведём пример. Вращения вокруг точки в эвклидовом пространстве 2d составляют одну из его подгрупп. В таком случае, инвариантные объекты являются семейством окружностей, сцентрированных в этой точке. А значит, состоящими членами группы, которую определяет окружность!

Лукреций, римский поэт и философ, I век до нашей эры. Полагал, что объекты состояли из атомов, проводя аналогию между течением воды и песка (См. "ВДОХ НА ВЫДОХЕ, или МОЖЕТ, ПОЛЕТАЕМ?) стр. 15-17

В эвклидовой группе трёх измерений 3d вращения вокруг точки также составляют одну из её подгрупп. Какими являются объекты, которые ДЕЙСТВИЯ ЭТОЙ ПОДГРУППЫ делают ИНВАРИАНТНЫМИ?



$$\begin{bmatrix} a & c \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ответ: Семейством СФЕР, сцентрированных в этой точке. Понятие ИНВАРИАНТА при том или ином действии группы, или одной из её подгрупп - это основополагающее понятие ТЕОРИИ ГРУПП. В этой эвклидовой группе, где отсутствует время, группа сама "приводит к рождению" ОБЪЕКТОВ, которые будут населять пространство, с которым она связана.

Когда действует время, группа становится ДИНАМИЧЕСКОЙ ГРУППОЙ. Она больше не управляет статическими объектами, а управляет МНОЖЕСТВАМИ "ТОЧЕК-СОБЫТИЙ", которые можно назвать ТРАЕКТОРИЯМИ, или ДВИЖЕНИЯМИ. В начале века замечательная немецкая женщина-математик Эмми Нётер, (отнесённая Эйнштейном к разряду "явления в физике"), дала своё имя одной из наиболее важных теорем физики, которая говорит о том, что всякой подгруппе динамической группы соответствует ИНВАРИАНТ.

В ГРУППЕ ПУАНКАРЕ мы находим ПОДГРУППУ ВРЕМЕННЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ, представленную матрицей напротив. Группа с 1 параметром. Поэтому ей соответствует инвариант, скаляр: ЭНЕРГИЯ E .
Это, таким образом, в терминологии групп определяют энергию!

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t+\Delta t \\ x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вторая подгруппа - это подгруппа ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ (матрица напротив), группа с тремя параметрами $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ x + \Delta x \\ y + \Delta y \\ z + \Delta z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ей соответствует новый инвариант:

ИМПУЛЬС $\begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$

Это таким образом, при помощи ДИНАМИЧЕСКИХ ГРУПП, определяют импульс. Таким образом, физические величины становятся ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ, и это действие по ГЕОМЕТРИЗАЦИИ ФИЗИКИ составляет одну из опор МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ.

Продолжая играть в эту небольшую игру, можно было бы рассмотреть подгруппу ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ (см. матрицу напротив)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t + \Delta t \\ x + \Delta x \\ y + \Delta y \\ z + \Delta z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Инвариантный объект явился бы тогда ЧЕТЫРЁХМЕРНЫМ ВЕКТОРОМ ИМПУЛЬСА-ЭНЕРГИИ $\begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$

Чему служат ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ? Хороший вопрос. Ответ: "ИХ МОЖНО СКЛАДЫВАТЬ!"

Группа Пуанкаре "зависит" от десяти параметров (говорят, что она "ДЕСЯТИмерная", обычная терминология математика). Там: 3 - для пространственного перемещения, 1 - для временно́го перемещения. Там остаётся шесть, которые представляют измерение ГРУППЫ ЛОРЕНЦА, которая управляет "пространственно-временны́ми вращениями". Если рассматривать группу Лоренца как подгруппу группы Пуанкаре:

Теорема Нётер говорит нам, что ей должен соответствовать "объект", определяемый шестью параметрами, который будет инвариантом из-за действия этой подгруппы.

$$\begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \xi \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L\xi \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{c} \quad \xi = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

В этом объекте скрывается СПИН. В 1972 году Сурио показал его ЧИСТО ГЕОМЕТРИЧЕСКУЮ СУЩНОСТЬ. У него размер кинетического момента. Итак, группа Пуанкаре управляет движениями МАТЕРИАЛЬНОЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТОЧКИ. Интерпретация спина в такова: предпочтительно чисто геометрический объект.

МОМЕНТ

Подгруппы соответствуют некому "демонтажу группы, почастично, винтик за винтиком". При проведении обратного действия воссоздают группу. Множество перечисленных выше инвариантов составляет то, что Сурио назвал "моментом"

$$\text{момент} = \{ E, p_x, p_y, p_z, \dots \text{SPIN} \}$$

ДЕЙСТВИЯ ГРУППЫ

Группа может ДЕЙСТВОВАТЬ на элементы множества $\mathcal{U}$, и эти ДЕЙСТВИЯ определяются следующим образом:
Пусть g - элемент группы
Пусть $\circ$ - действие сложения
Пусть u - элемент множества $\mathcal{U}$
$A_g(u)$ будет действие g на $\mathcal{U}$, если:
$A_{g''}(u) = A_g[A_{g'}(u)]$
Можно сказать, более-менее транзитивная штука …
Если действие просто является действием сложения $\circ$
$g \circ (g' \circ u) = (g \circ g') \circ u = g'' \circ u$, так пойдёт. Значит, действие сложения - это действие
Рад это узнать. Мы ломимся в открытые двери, да?
Попробуем с
$A_{g'}(x) = \begin{bmatrix} a' & c' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'x + c' \\ 1 \end{bmatrix}$,
что преобразует x в $x' = a'x + c'$
И вот опять начинай сначала
A
В чём же дело?


Пишу: $A_g(X') = \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a'X+c' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aa'X + ac'+c \\ 1 \end{pmatrix}$ и здесь, я запутался, я ничего больше не понимаю ...
Но нет, всё идёт хорошо. Вычисли произведение двух матриц: $\begin{pmatrix} a & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a' & c' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aa' & ac'+c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a'' & c'' \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ То, что ты получил, это: $\begin{pmatrix} a'' & c'' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X \\ 1 \end{pmatrix}$, значит: $A_g\left[A_{g'}(X)\right]$ правильно даёт $A_{g''}(X)$ с $g'' = g \times g'$
Это значит, что $\begin{pmatrix} a & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X \\ 1 \end{pmatrix}$, правильно, есть ДЕЙСТВИЕ элемента g эвклидовой группы на точки X пространства
И таким-же образом, $\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \xi \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L\xi+C \\ 1 \end{pmatrix}$ с $\xi = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ - также ДЕЙСТВИЕ ГРУППЫ ПУАНКАРЕ на "точки-события" ξ ПРОСТРАНСТВА- ВРЕМЕНИ

ВНИМАНИЕ! ГЕОМЕТРИЯ МОЖЕТ ТАИТЬ В СЕБЕ ДРУГУЮ!

$$\boxed{J' = g \times J \times {}^t g}$$, где J - это **АНТИСИММЕТРИЧНАЯ** матрица

Можно проверить, что это действительно ДЕЙСТВИЕ.

$$A_g[A_{g'}(J)] = g \times [g' \times J \times {}^t g'] \times {}^t g = g\, g'\, J\, {}^t g'\, {}^t g$$

но ${}^t[AB] = {}^t B\, {}^t A$, значит, ${}^t g'\, {}^t g = {}^t(g g')$, и если $g'' = g g'$

$$A_g[A_{g'}(J)] = g'' \qquad {}^t g'' = A_{g''}(J)$$

Матрица J обязательно имеет такой же формат, что и формат (5,5) матриц g группы.
В антисимметричной матрице члены, симметричные относительно главной диагонали, - противоположны. Значит, члены этой главной диагонали равны нулю, (который является своей собственной противоположностью). Значит, можно посчитать составляющие этой матрицы:

$$\begin{pmatrix} 0 & l \\ -l & 0 \end{pmatrix}$$
(2,2)

$$\begin{pmatrix} 0 & -l_z & -l_y \\ l_z & 0 & -l_x \\ -l_y & l_x & 0 \end{pmatrix}$$
(3,3)

$$\begin{pmatrix} 0 & -l_z & l_y & f_x \\ l_z & 0 & -l_x & f_y \\ -l_y & l_x & 0 & f_z \\ -f_x & -f_y & -f_z & 0 \end{pmatrix}$$
(4,4)

$$\begin{pmatrix} 0 & -l_z & l_y & f_x & -p_x \\ l_z & 0 & -l_x & f_y & -p_y \\ -l_y & l_x & 0 & f_z & -p_z \\ -f_x & -f_y & -f_z & 0 & -E \\ p_x & p_y & p_z & E & 0 \end{pmatrix}$$
(5,5)

Формат	Число составляющих
(2,2)	1
(3,3)	3
(4,4)	6
(5,5)	10

$$J = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0 & -l_z & l_y & f_x & -p_x \\ \hline l_z & 0 & -l_x & f_y & -p_y \\ \hline -l_y & l_x & 0 & f_z & -p_z \\ \hline -f_x & -f_y & -f_z & 0 & -E \\ \hline p_x & p_y & p_z & E & 0 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & -l_z & l_y & f_x \\ \hline l_z & 0 & -l_x & f_y \\ \hline -l_y & l_x & 0 & f_z \\ \hline -f_x & -f_y & -f_z & 0 \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{|c|} \hline -p_x \\ \hline -p_y \\ \hline -p_z \\ \hline -E \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline p_x & p_y & p_z & E \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

$$M = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & -l_z & l_y & f_x \\ \hline l_z & 0 & -l_x & f_y \\ \hline -l_y & l_x & 0 & f_z \\ \hline -f_x & -f_y & -f_z & 0 \\ \hline \end{array} \qquad P = \begin{array}{|c|} \hline p_x \\ \hline p_y \\ \hline p_z \\ \hline E \\ \hline \end{array}$$

$${}^tP = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline p_x & p_y & p_z & E \\ \hline \end{array}$$

$$J = \begin{pmatrix} M & -P \\ {}^tP & 0 \end{pmatrix} \qquad g = \begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

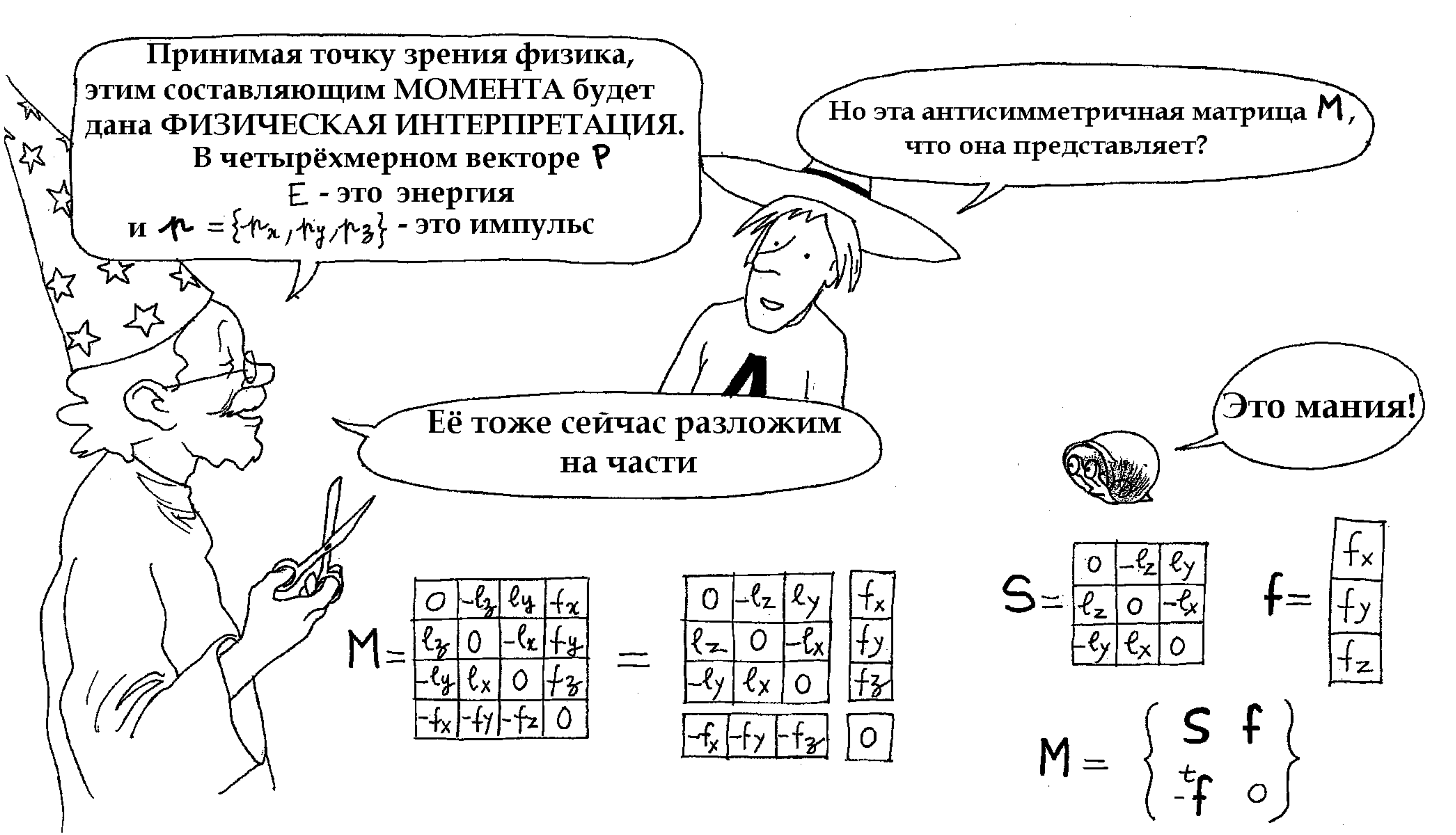
Ничего не остаётся,
как чётко сформулировать расчёт $J' = g \times J \times {}^t g$

$$^t g = \begin{pmatrix} ^tL & 0 \\ ^tC & 1 \end{pmatrix} \qquad J' = \begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} M & -P \\ ^tP & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} ^tL & 0 \\ ^tC & 1 \end{pmatrix}$$

$$J' = \begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} M\,^tL - P\,^tC & -P \\ ^tP\,^tL & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} LM\,^tL - LP\,^tC + C\,^tP\,^tL & -LP \\ ^tP\,^tL & 0 \end{pmatrix}$$

Что нам даёт:

$$\boxed{\begin{aligned} M' &= LM\,^tL - LP\,^tC + C\,^tP\,^tL \\ P' &= LP \end{aligned}}$$



Судя по смыслу, скорость V представлена в матрице L группой Лоренца. Если рассматривают движение, которое осуществляется по выбранному направлению, например, oz, со скоростью V и сдвигом $\Delta z = c$, и если в то же время $c = V\Delta t$, располагаются в системе координат, где сопровождают по ходу этого пространственно-временного перемещения частицу в её движении. В таком случае показывают, что вектор f - нулевой.

Тогда матрица **S** записывается: $\begin{bmatrix} 0 & -S & 0 \\ S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Метод ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО КВАНТОВАНИЯ, который он изобрёл, позволяет показать, что этот спин **S** может являться только кратным, количественно определённым числом: $\hbar$. Было замечено, что тот факт, что обладающая электрическим зарядом частица на самом деле была "вправе "сказать", что она развивалась в пространстве, имеющим ПЯТОЕ ИЗМЕРЕНИЕ, измерение КАЛУЦЫ". Действительно то, что это измерение, являясь замкнутым на себе самом, влечёт за собой то, что электрический заряд являлся бы квантовым. В пространстве-времени существует "форма замкнутости", которая приводит к тому, что объект снова оказывается идентичным самому себе под действием вращения на 360°. В некоторой степени, квантование СПИН "вытекает" из этой особенности. Существует тесная связь между квантованием и замкнутостью измерения. Используя рабочую группу и замкнутость пятого измерения, Сурио "заставил" проявиться уравнение Клейна-Гордона группы Пуанкаре (и уравнение Шрёдингера группы Галилея, динамической группы, управляющей движением нерелятивистской материальной точки)

Structure of dynamical systems. Birkhauser ed. и на сайте J.M.souriau http://www.jmsouriau.com

ИНВЕРСИЯ ВРЕМЕНИ ВЛЕЧЁТ ЗА СОБОЙ ИНВЕРСИЮ ЭНЕРГИИ

Как это было видно выше, на стр. 142, элемент группы Лоренца мог быть представлен в форме:

$$L = \mu L_o \qquad \mu = \pm 1,$$

где L представляет элемент ортохронной подгруппы, (который не обращает хода времени). Действие записывается в таком виде:

$$M' = L_o M\, {}^tL_o - \mu L_o P\, {}^tC + \mu C\, {}^tP L_o$$

$$P' = \mu L_o P$$

Рассмотрим самое простое возможное действие, в котором есть обращение хода времени ($\mu = -1$). В ортохронной группе L_0 выбираем единичную матрицу I. Приравниваем к нулю пространственно-временное перемещение C. Элемент группы записывается:

$$g = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

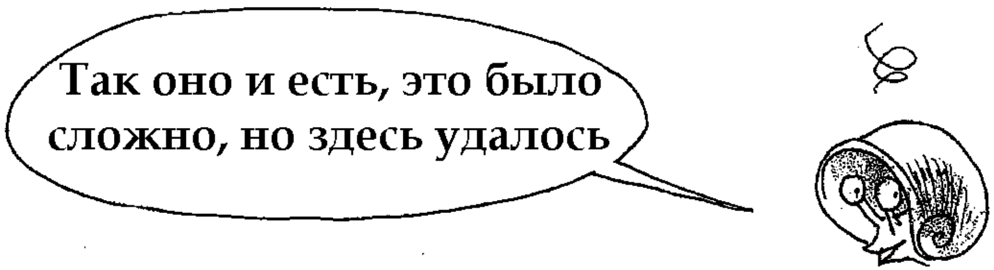
При действии на пространство-время пространство траекторий сводится к:

$$\xi' = -\xi \Rightarrow t \Rightarrow -t$$

Это обращение направления времени по длине траектории.
Действие на данный момент:

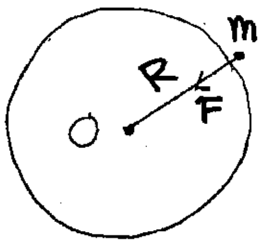
$M' = M \Rightarrow$ **спин S остаётся неизменным**

$$P' = -P \;:\; E \rightarrow -E$$



ПРИЛОЖЕНИЕ 3: НЬЮТОНОВСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

В 1934 году Милн и Мак Крей вызывают огромное удивление, "заставляя" внезапно появиться уравнение Фридмана, представляющее закон эволюции характерного размера R Вселенной сущим пустяком в расчёте, и закон Ньютона. Метод заключается в



рассмотрении отрезка Вселенной, содержащемся в сфере с радиусом R и центром O, при плотности ρ материи в этой среде. Тогда требуется знать, каким является ускорение R'', которому подвергается эта масса, предполагая, что точка O - неподвижна. Тогда можно доказать, что радиальная сила, которой подвергается эта масса m, ограничивается силой массы $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$, которая была бы расположена в O, и которая представляет массу, содержащуюся в в этой сфере с радиусом R

$$F = -\frac{Gm}{R^2}\frac{4}{3}\pi R^3 \rho = m R''$$

Получают дифференциальное уравнение:

$$R'' = -\frac{1}{R^2}\left(\frac{4\pi G \rho R^3}{3}\right)$$

Если масса сохраняется $\rho R^3 = C^{te}$. Получают уравнение Фридмана:

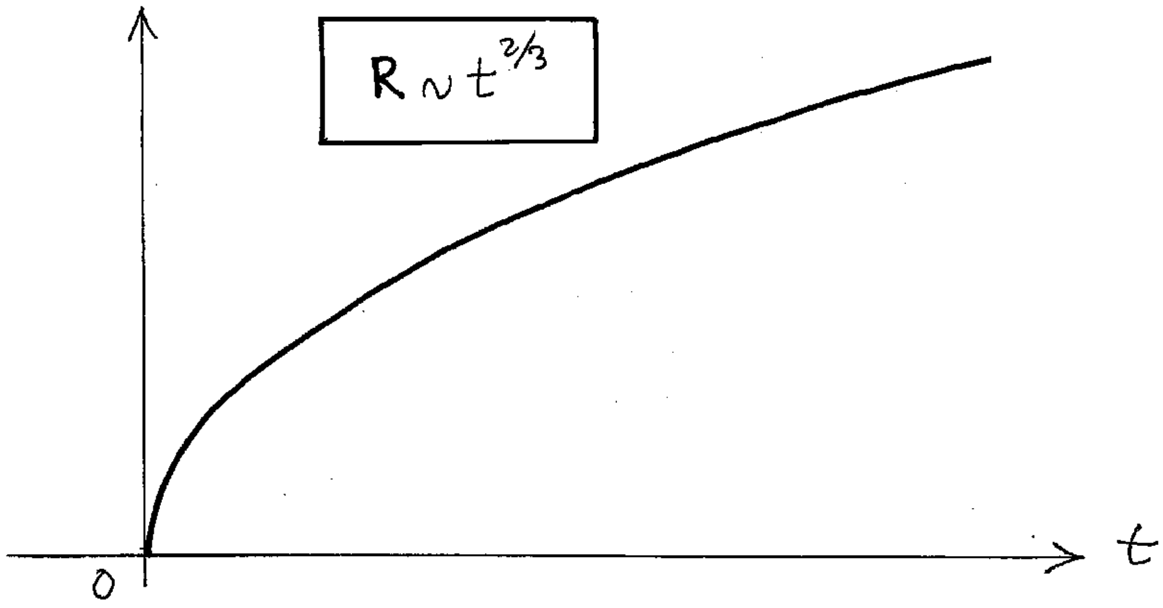
$$R'' = -\frac{a^2}{R^2},$$

у которого три типа решений, которые дают все три состояния замедления, бесконечного при $R = 0$, затем уменьшающегося по мере роста $R(t)$ с ходом времени. Мы будем искать закон в виде

$$R \sim t^n$$

$$R' = n a^2 t^{n-1} \quad ; \quad R'' = n(n-1) a^2 t^{n-2} \quad ; \quad R^2 R'' = n(n-1) a^6 t^{3n-2} ,$$

который ведёт к параболическому решению:



Представим теперь, что эволюция Вселенной была бы под управлением двух содержимых, одного, представляющего положительные массы m^+, и другого - отрицательные массы m^-. Причём, как мы постарались это истолковать в альбоме, это расширение проходит по двум ФАКТОРАМ МАСШТАБА R^+ и R^- (warp factors)

Рассмотрим положительную массу m^+, расположенную на сфере с радиусом R^+, центр которой предполагается зафиксированным. В ньютоновском приближении вычислим ускорение $R^{+''}$, которое она достигает. Оно может быть вычислено, приняв во внимание, как в прошлый раз, количество положительной массы, содержащейся в этой сфере (и приведённой к её центру O):

$$\frac{4}{3}\pi \rho^+ R^{+3}$$

Затем нам нужно сравнить КАЖУЩУЮСЯ МАССУ с отрицательной массой, содержащейся в этой сфере, и которая есть:

$$\frac{4}{3}\pi \rho^- R^{+3} \text{ , где } \frac{\rho^-}{\rho^+} = \frac{R^{+3}}{R^{-3}}$$

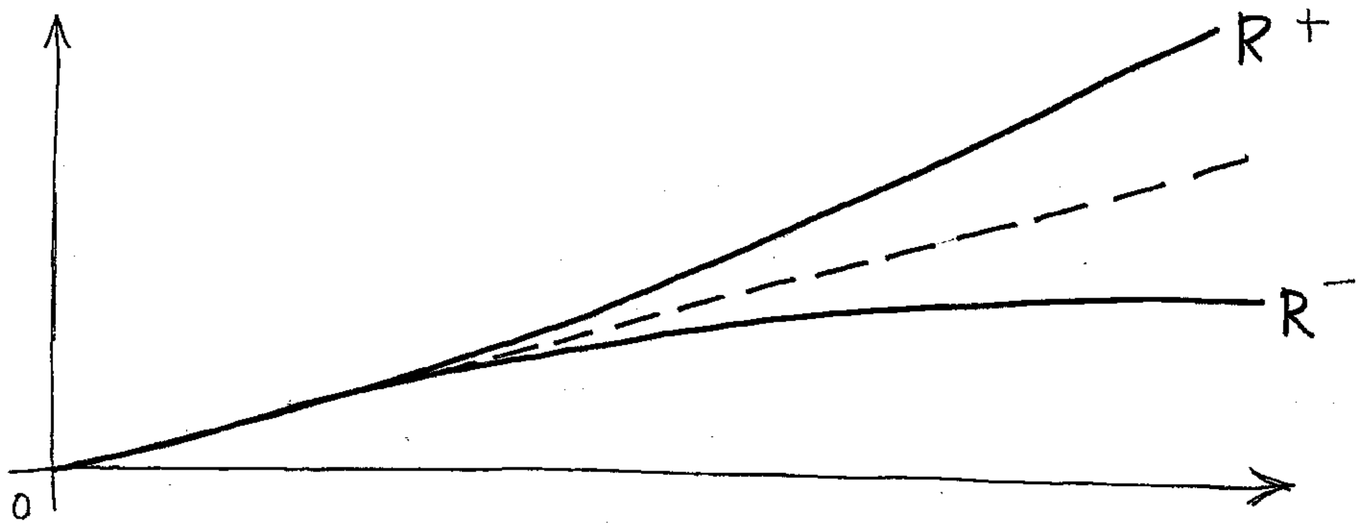
Тогда дифференциальное уравнение, дающее $R^+(t)$, есть:

$$R^{+''} = -\frac{G m^+}{R^{+2}} \times \frac{4\pi R^{+3}}{3}\left(\rho^+ - \rho^-\right) = \frac{-a^2}{R^{+2}}\left(1 - \frac{R^{+3}}{R^{-3}}\right)$$

Используя те же соображения, применяя на этот раз ускорение $R^{-''}$, испытываемое массой m^-, и принимая константу (произвольную) равной 1, имеем систему из двух связанных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} R^{+''} = -\dfrac{1}{(R^+)^2}\left(1 - \dfrac{(R^+)^3}{(R^-)^3}\right), \\[2ex] R^{-''} = -\dfrac{1}{(R^-)^3}\left(1 - \dfrac{(R^-)^3}{(R^+)^3}\right) \end{cases}$$

которая допускает линейное (нестабильное) решение $R^+ = R^- \sim t$



Нестабильность решения, если предположить, что положительные массы подвергаются запаздывающему ускорению, даст иллюзию действия ЧЁРНОЙ ЭНЕРГИИ.

Эти два мира, состоящие из энергий и масс противоположных знаков, взаимодействуют. В случае, представленном на предыдующей странице, более плотные отрицательные массы ускоряют процесс расширения положительных масс, ассоциируемых с фактором масштаба $R^+(t)$. Процесс переключается на "отрицательный мир", где наблюдатели, состоящие из отрицательных масс и получающие сигналы, передаваемые ФОТОНАМИ С ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ЭНЕРГИЕЙ, напротив, констатировали бы замедление процесса расширения.

Начало кривой, где расширение, по-видимому, линейное, может казаться несовместимым с наблюдениями. Но тогда происходит РАЗРЫВ СИММЕТРИИ и ВАРИАЦИЯ ПОСТОЯННЫХ, в частности, скорости света, без которой необъяснима значительная однородность первоначальной Вселенной. Всё это является темой альбома

БЫСТРЕЕ СВЕТА

ПРИЛОЖЕНИЕ 4
АНТИМАТЕРИЯ

На стр.40 мы затронули понятие материальной релятивистской точки, обладающей электрическим зарядом e, затем, чтобы рассмотреть её перемещение не в четырёхмерном пространстве, а в пятимерном: $\{t, x, y, z, \xi\}$

ξ является пятым измерением, ИЗМЕРЕНИЕМ КАЛУЦЫ.
На стр. 137 ввели МЕТРИКУ МИНКОВСКОГО

$$\boxed{ds^2 = {}^t d\boldsymbol{\xi}\, G\, d\boldsymbol{\xi} = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2}$$

В дальнейшем будут исходить из ПРОСТРАНСТВА КАЛУЦЫ, гиперболического пространства Римана, определяемого сигнатурой $(+ - - - -)$ и его матрицей Грама:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \text{где } G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Метрика пространства Калуцы:

$$d\Sigma^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 - d\varsigma^2$$

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{\xi} = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ \mathbf{r} \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \\ \varsigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\xi} \\ \varsigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ \mathbf{r} \\ \varsigma \end{pmatrix}$$

$$d\Sigma^2 = {}^t d\boldsymbol{\Omega}\, \Gamma\, d\boldsymbol{\Omega}$$

Тогда можно внимательно исследовать группу изометрии этого пространства Калуцы, и найти группу, чьё матричное представление точка в точку походит на представление группы Пуанкаре, к тому же, ещё с одним измерением:

$$\begin{pmatrix} \Lambda & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{c} \quad {}^t\Lambda\Gamma\Lambda = \Gamma$$

Эта группа действует на точки пространства Калуцы:

$$\begin{pmatrix} \Lambda & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Omega} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda\boldsymbol{\Omega} + C \\ 1 \end{pmatrix}$$

На этот раз вектор C представляет пятимерное перемещение:

$$C = \begin{pmatrix} \Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta \varphi \end{pmatrix}$$

Сдвиги согласно измерению φ представляют подгруппу этой группы:

Матричное представление которой:

Подгруппа с 1 параметром

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta\varphi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \\ \varphi \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \\ \varphi + \Delta\varphi \\ 1 \end{pmatrix}$$

Теорема Нётер говорит нам, что тогда новый скаляр будет инвариантным под действием этой подгруппы, и этот скаляр есть:

$$\boxed{\text{ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД } e}$$

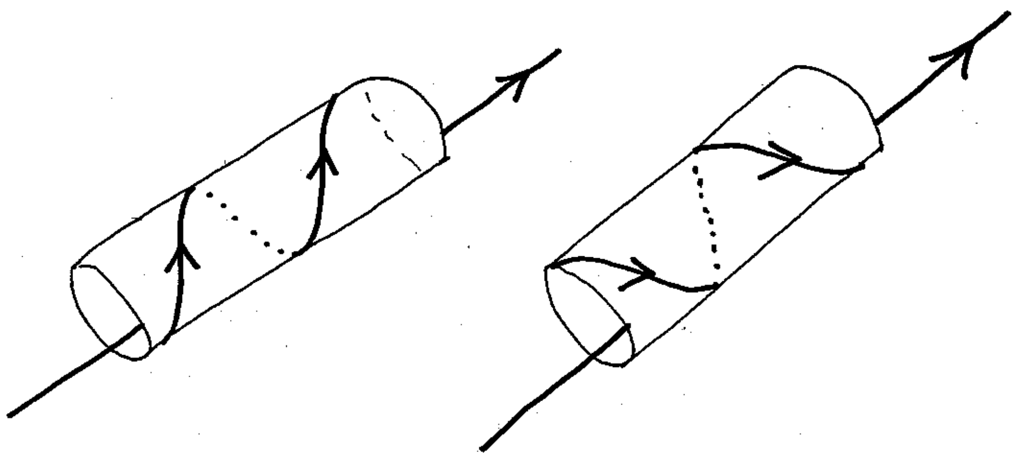
Группа Калуцы строится, исходя из группы Λ
Группа Лоренца - одна из её подгрупп:

$$\begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вот другая подгруппа группы Калуцы:

$$\begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \xi \\ \zeta \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L\xi \\ \mu\zeta \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{с} \quad \mu = \pm 1$$

Элементы $\mu = -1$ **этой группы меняют направление пятого измерения.**
Для этого воспроизведём рисунок со стр. 42: (пятое измерение замкнуто)



Направление витка движения частицы поменялось.
Доказано (...), что это влечёт за собой инверсию электрического заряда e

Это не могло бы представлять геометрическое определение антиматерии. Частица обладает КВАНТОВЫМИ ЗАРЯДАМИ, и электрический заряд e есть не что иное, как один из них. Но видно, что забрезжила идея: "Статус антиматерии зависит от вида движения в пространстве высшего измерения".

ОРТОХРОННАЯ и АНТИХРОННАЯ ПОДГРУППЫ ЛОРЕНЦА

ГРУППА ЛОРЕНЦА L обладает четырьмя составляющими.

L_n (нейтральная), L_s (меняет направление пространства), L_t (меняет направление времени), L_{st} (меняет направление пространства и времени)

"Нейтральная составляющая" является подгруппой, (которая содержит нейтральный элемент в отличие от трёх других множеств и не меняет направление ... ни пространства, ни времени). Ниже несколько матриц, которые принадлежат множествам ($\in$ - значит, "принадлежит к ...", и $\{\ \}$ - "множество"):

$$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix} \in \{L_n\}; \quad \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&-1&0&0\\ 0&0&-1&0\\ 0&0&0&-1 \end{pmatrix} \in \{L_s\}; \quad \begin{pmatrix} -1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix} \in \{L_t\}; \quad \begin{pmatrix} -1&0&0&0\\ 0&-1&0&0\\ 0&0&-1&0\\ 0&0&0&-1 \end{pmatrix} \in \{L_{st}\}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 5: ГРУППА-БЛИЗНЕЦ

Можно перегруппировать эти четыре множества матриц на два подмножества:

$$L_o \left(\text{ортохронное}\right) = \left\{ L_n , L_s \right\} \qquad L_a = \left\{ L_t ; L_{st} \right\}$$

Первое подмножество - это подгруппа группы Лоренца. Эта перегруппировка делает возможной запись:

$$L = \mu L_o \text{ с } \mu = \pm 1, \text{ так как } L_t = - L_s \; ; \; L_{st} = - L_n$$

В этом громоздком матричном расчёте, который мы не осмелились представить вам на этих страницах, (но который вы очень хорошо смогли бы проследить), самое главное "ДЕЙСТВИЕ"составляющих группы Пуанкаре на "Его пространство моментов" содержит соотношение (Сурио, 1972)

$$\begin{pmatrix} E' \\ p'_x \\ p'_y \\ p'_z \end{pmatrix} = L \times \begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = \mu L_o \times \begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

Элементы $\mu = -1$ соответствуют АНТИХРОННЫМ преобразованиям, которые изменяют направление времени на обратное. Единичная матрица (4,4) I составляет часть группы Лоренца. Когда ограничиваются обращением времени, замечают, что оно меняет на противоположное направление энергии, а также импульса p

$$p = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} \qquad \boxed{E' = -E \qquad p' = -p}$$

Если взять группу Калуцы $\begin{pmatrix} \Lambda & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

все расчёты могут быть возобновлены в 5d, и в частности, получат с

$$\pi = \begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \\ e \end{pmatrix} \qquad \pi' = \Lambda \pi$$

Можно разложить группу Λ на две составляющие, одну - ортохронную и другую - антихронную, и записать

$$\Lambda = \mu \Lambda_0 \quad \text{c} \quad \mu = \pm 1$$

АНТИХРОННЫЕ составляющие $(\mu = -1)$ меняют направления на противоположные:

- Энергии E
- Импульса p
- Электрического заряда e

Можно выразить Λ, используя ортохронное подмножество L_0 группы Лоренца, и добавив $(\lambda = \pm 1)$, ввести (в двух листках) двойственность материи-антиматерии

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \mu L_0 & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

Подгруппа группы Калуцы, за которую высказываются, тогда записывается:

$$\begin{bmatrix} \mu L & 0 & \Delta\xi \\ 0 & \lambda & \Delta\xi \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \xi \\ \xi \\ 1 \end{bmatrix}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 6: МНИМЫЕ ПРОСТРАНСТВА, ЗНАЧИТ, У ВАС ЕСТЬ ДУША?

Помнится, что приводя во взаимодействие два космические подмножества противоположных энергий и масс, эти два листка представляли в виде проекционного покрытия, которое в двух измерениях (t, x) становилось ПОВЕРХНОСТЬЮ БОЯ (*)

В равной степени рассматривалось, что два "полюса", один, изображающий БОЛЬШОЙ ВЗРЫВ, и другой - БОЛЬШОЕ СЖАТИЕ, вместо того, чтобы быть идентифицированными, соответствуют проходу, точке, соединяющей два листка. Это приводило к исчезновению особенности, а с другой стороны, в 2d придавало объекту - Вселенной топологию тора $T2$, "приведённой в порядок" покрытием двух листков бутылки Клейна K_2 (легче "читается" в "ПРИЧУДАХ ТОПОЛОГИИ")

Тогда, граница пространства - это окружность $S1$

(*) Наиболее полно описана в "ПРИЧУДАХ ТОПОЛОГИИ"

Теперь, если находятся в 5d, нужно предполагать, что можно построить решение с двумя метриками типа:

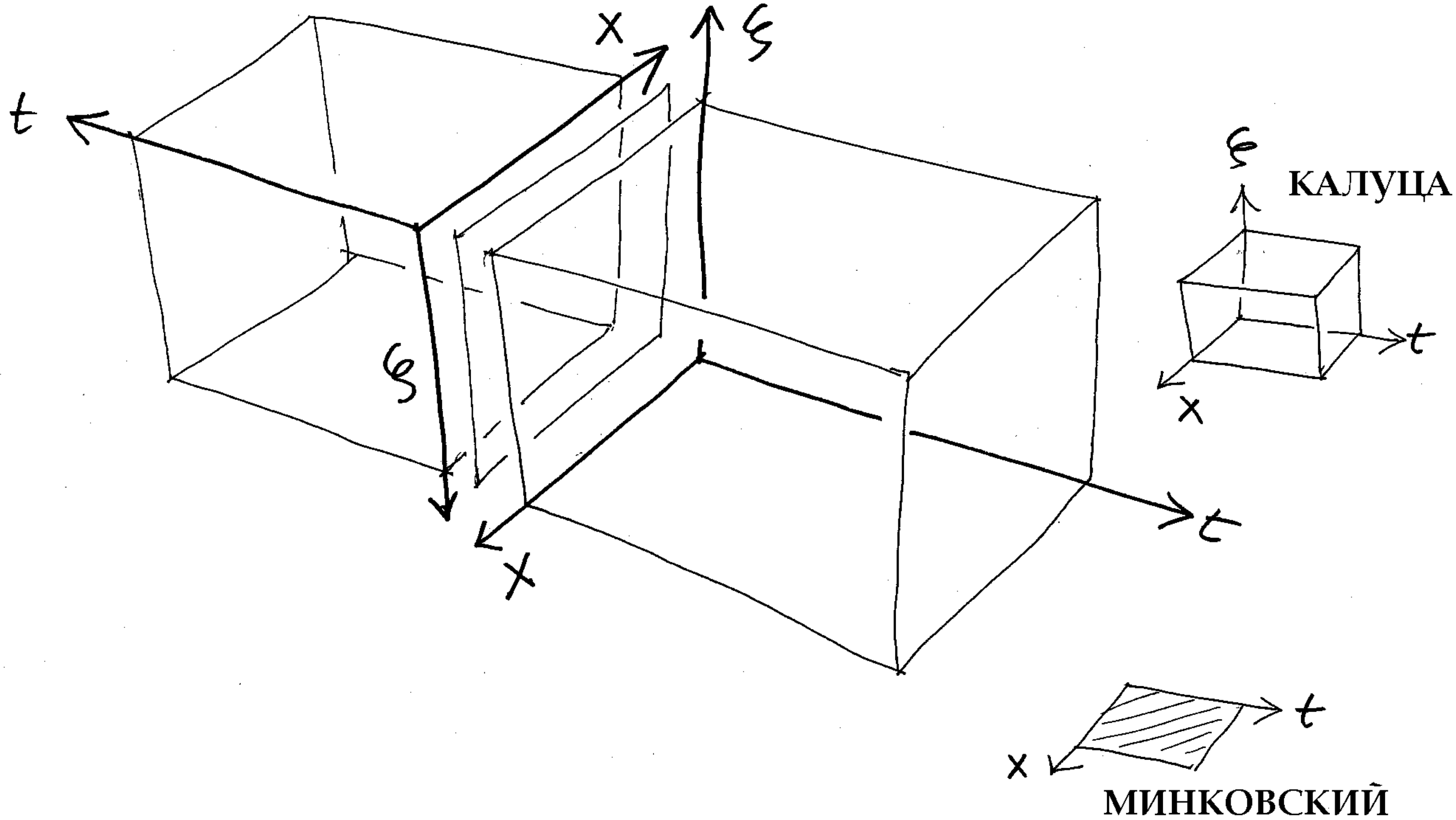
$$\boxed{d\Sigma^2 = R^2\left[dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 - d\xi^2\right]}$$

В первоначальной Вселенной (см."БЫСТРЕЕ СВЕТА") перед РАЗРЫВОМ СИММЕТРИИ два масштабных фактора (Warp factors) предполагаются равными. В месте соединения в наличии падение размерности. Тогда, метрика пространства-границы становится:

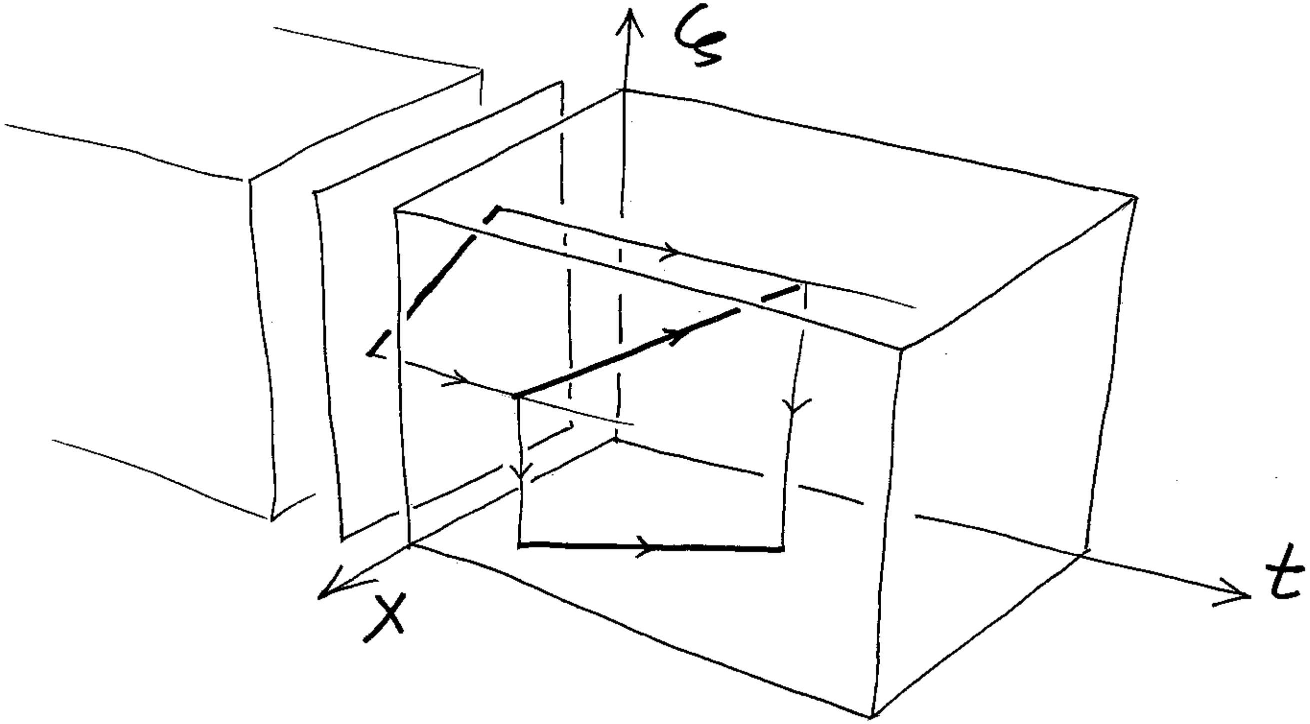
$$\boxed{d\sigma^2 = R_{min}^2\left[-dx^2 - dy^2 - dz^2 - d\xi^2\right] < 0}$$

В ЭТОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ГРАНИЦЕ - ЧИСТО МНИМАЯ ДЛИНА. МОЖЕТ ЛИ ОНА БЫТЬ УПОДОБЛЕНА МНИМОМУ ВРЕМЕНИ?

ВО ВСЕХ СЛУЧАЯХ ИЗОБРАЖЕНИЯ, КАКОЕ (МЕТА)ФИЗИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПРИДАЁТСЯ ЭТОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ?



"ИГРУШЕЧНАЯ" МОДЕЛЬ ("TOY MODEL")



Никто никогда не рискнул представить какую-нибудь модель того, что могло являться СОЗНАНИЕМ и как следствие его: ВЫБОРОМ. Вверху - забавное изображение, где "линия судьбы" - ахронная, вписана в это пространство-границу $(x, y, з, \varsigma)$ с сигнатурой $(- - - -)$, может бесконечно проецироваться возможными способами на один из двух листков пространства-времени (x, t), выбор той или иной проекции представляет СТЕПЕНЬ СВОБОДЫ