

Космологическая модель Януса
Биметрическая вселенная: перспективы и проблемы

Хихам ЗЕДЛИ¹

¹ Дипломированный инженер из ENSISA - hicham.zejli@manaty.net

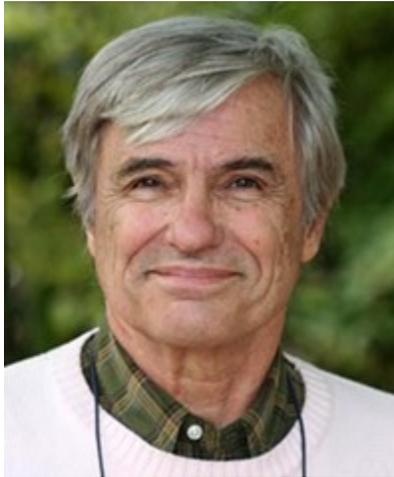
Оглавление

Предисловие Жан-Пьера Пети (Франция).....	5
1 Введение	13
1.1 Представление контекста и целей книги.....	13
1.2 Краткое введение в космологическую модель Януса и ее значение	13
2 Теоретические основы	15
2.1 Закон тяготения Ньютона.....	15
2.2 Введение в специальную относительность	15
2.2.1 Время-пространство Минковского и собственное время	15
2.2.2 Скорость света как предел.....	17
2.2.3 Фундаментальные понятия	17
2.2.4 Эквивалент массы и энергии.....	18
2.3 Введение в общую относительность	19
2.3.1 Революция в физике	19
2.3.2 Наблюдаемые эффекты и экспериментальные подтверждения	20
2.3.3 Геометрия пространства-времени и геодезические уравнения	21
Инерциальная система и координаты	22
Координатная трансформация в ускоренную лабораторную справочную систему	22
2.3.4 Метрические тензоры.....	25
2.3.5 Символы Кристоффеля.....	26
2.3.6 Применение уравнения геодезии в пределе слабого поля	33
2.3.7 Решения Карла Шварцшильда и Людвиг Фламма.....	37
2.3.8 Построение геодезических для внешней метрики Шварцшильда	39
2.3.9 Решение Роя Керра	45
2.4 Работы Андрея Сахарова и Жан-Мари Сурио	46
2.5 Биметрический подход, введенный гиперболической римановой геометрией	47
3 Космологическая модель Януса	50
3.1 Описание.....	50
3.2 Последствия.....	51
3.3 Дипольный отталкиватель.....	59
3.3.1 Введение.....	59

3.3.2	Некоторые попытки интерпретации.....	60
3.3.3	Интерпретация с помощью пробелов в темной материи	61
3.3.4	Интерпретация с помощью космологической модели Януса	62
3.3.5	Перспективы на будущее	82
4	Вклад в космологию и физику элементарных частиц.....	83
4.1	Введение в динамические группы	83
4.2	Различные симметрии, связанные с каждым обратным оператором.....	86
4.3	Группа Лоренц Динамика	87
4.4	Ограниченная группа динамики Пуанкаре	87
4.5	Динамические группы с ограничениями Калуцы и Януса	88
4.6	Janus Dynamic Group	88
4.7	Последствия	91
5	Альтернативная интерпретация модели червоточины в сочетании с белым фонтаном как <i>односторонней мембраной</i>	93
5.1	Решения уравнения Эйнштейна, отражающие различные топологии	93
5.2	Гипотеза <i>статичности</i> : отсутствие перекрестного термина $dr dt$	97
5.3	Построение двухлистого лоренцева геометрического бесконечного решения	98
5.3.1	Симметрия T.....	98
5.3.2	Симметрия P.....	99
5.3.3	Идентификация двух листов.....	100
5.4	Другое представление этой геометрии.....	101
5.5	Заключение	102
5.6	Приложение	103
6	Топологическая интерпретация модели	105
6.1	Определение	105
6.2	Модель червоточины	105
6.3	Модель Вселенной	107
7	Альтернативная интерпретация сверхмассивных субкритических объектов M87 и Стрелец A*	112
7.1	Введение	112
7.2	Альтернативная интерпретация феномена.....	116
7.2.1	Сравнение физической и геометрической критичности	116
7.2.2	Гравитационное красное смещение, близкое к физической критичности	

7.2.3	Изменение скорости света и давления в плазме постоянной плотности 120	
7.3	Заключение	121
8	Вызовы и дебаты.....	123
8.1	Проблемы, связанные с передачей и принятием модели.....	123
8.2	Обсуждение критики и ответов.....	124
	Ответ из <i>Гравитация и космология</i>	125
	Мой ответ этому рецензенту.....	125
	Критический анализ возвращений <i>Astronomische Nachrichten</i>	127
9	Заключение и обсуждение.....	129
	Библиография	131

Предисловие Жан-Пьера Пети (Франция)



Год - 2024. Посчитайте сами. Я родился в 1937 году. Сейчас, когда я пишу эти строки, мне будет 87 лет. Время идет так быстро, что к тому времени, когда вы будете читать эти строки, меня, возможно, уже не будет с нами. Я пишу эти страницы и думаю, что Хичам чувствует то же самое, как будто бросает в море бутылку с призывом. Пока я пишу эти строки, в команде Janus осталось три человека. Кроме Хичама, родившегося в 1979 году, есть еще молодой математик Дэвид, родившийся в 1985 году, и это все. В 2022 году я был единственным, кто руководил проектом "Янус" в течение сорока лет. Эти двое присоединились ко мне, прослушав лекцию, которую я прочитал в январе 2023 года в Париже.

Мне хочется сказать: "Что происходит в мире науки?"

Как вы знаете, более века назад научный мир перевернулся с ног на голову благодаря внезапному появлению двух новых дисциплин: квантовой механики и космологии. Таким образом, в течение семидесяти лет научный прогресс следовал друг за другом с фантастической скоростью. Теоретики либо давали объяснение давно известному факту, например, продвижению перигелия Меркурия - явлению, которое ньютоновская механика оказалась не в состоянии объяснить. Либо речь шла о новых наблюдениях, таких как открытие расширения Вселенной, которое русский Александр Фридман быстро объяснил, дав первое нестационарное решение уравнения, введенного Эйнштейном в 1915 году, которое теперь лежит в основе нового видения мира, общей относительности.

Иногда теоретики приходят к новому видению, предлагая странные объекты, которые они используют для того, чтобы сделать свои расчеты более

сбалансированными. Одним из примеров является антиматерия, существование которой предположил англичанин Поль Дирак в 1928 году.

В качестве анекдота приведем реакцию датчанина Нильса Бора, прочитавшего эту статью:

"Эта теория кажется идеальной для ловли слонов в Африке". Вы вешаете статью Дирака на дерево. Приходит слон и читает статью Дирака. Он настолько изумлен, что его легко поймать.

Но природа оказалась хорошим другом Дирака и в 1931 году подтвердила существование антиэлектронов в космических лучах. В то время мы не могли воссоздать это антивещество в коллайдерах частиц. Поэтому гамма-фотоны из глубин космоса превращались в пару электрон-антиэлектрон - объект, который стал известен как позитрон.

Эта революция, которую называют сменой парадигмы, началась в 1895 году с открытий Конрада Рентгена, Анри Беккереля и Дж. Дж. Томсона, возвестивших о резком выходе частиц и атомных явлений на научную сцену. В течение десятилетий теоретики с одной стороны и экспериментаторы и наблюдатели с другой напоминали две группы породистых лошадей, скачущих бок о бок, одни из которых опережали других на короткое расстояние.

Все это продолжалось в течение нескольких десятилетий после Второй мировой войны. Среди этих важнейших открытий - случайное обнаружение в 1967 году космического микроволнового фона, совокупности низкоэнергетических фотонов, которые служили доказательством того, что в начале существования Вселенной произошла фантастическая аннигиляция пар материя-антиматерия.

В конце 1960-х годов задача тех, кого мы сейчас называем космологами, заключалась в том, чтобы определить значение средней плотности во Вселенной. Если она была больше, чем 10^{-29} граммов на кубический сантиметр, значит, Вселенная развивается циклически. После фазы расширения она схлопывается сама в себя, производя Большой Хлопок. Если эта плотность меньше, то в далеком будущем Вселенной галактики будут бесконечно удаляться друг от друга со скоростями, которые станут постоянными. А если эта плотность равна этому значению, то, скажем, эволюция лежит между этими двумя крайностями.

Я прекрасно это помню: именно в это время, в конце 1960-х годов, я начал свою научную карьеру.

Что будет дальше?

Очень быстро механика дала сбой, и все пошло от плохого к худшему. Теоретики физики частиц, которые появились в этом веке благодаря увеличению энергии, задействованной в ускорителях, предсказали появление новых объектов, которые они называли суперчастицами.

Но ничего не произошло.

На заре 1980-х годов, чтобы объяснить скорость вращения звезд в галактиках и то, почему центробежная сила не приводит к их взрыву, было предложено существование темной материи, составляющей четыре пятых от общей массы Вселенной.

В 1989 году наблюдения, проведенные спутником COBE, показали чрезвычайную однородность ранней Вселенной. Чтобы обосновать это, молодой россиянин Андрей Линде предложил свою теорию инфляции, согласно которой Вселенная, когда ей было всего несколько секунд, претерпела внезапное расширение в один раз. 10^{-33} секунд, претерпела внезапное расширение в разы. 10^{26} Это было вызвано появлением нового поля, состоящего из новых частиц, известных как инфлатоны. Сегодня существует столько же моделей инфлатонов, сколько исследователей, специализирующихся в этой области.

В 2011 году Нобелевская премия была присуждена за другое открытие: ускорение космического расширения, приписываемое темной энергии. Если перевести его значение с помощью выражения Эйнштейна $E = mc^2$ на этот раз 75 % космического содержимого ускользает от наблюдения.

В 2024 году, когда я пишу эти строки, не существует ни одной достоверной модели темной энергии.
Если посчитать, то обычная материя, поддающаяся наблюдению, сейчас составляет всего 4 % космического супа.

В качестве темной материи предлагались различные кандидаты, главным из которых является нейтрино, представитель гипотетического семейства суперчастиц. Однако помимо того, что его невозможно заставить появиться в мощных коллайдерах, оно ускользает от всех попыток обнаружения в дорогостоящих экспериментах, проводимых в туннелях и шахтах, защищенных от космического излучения толстым слоем породы.

А на теоретическом фронте?

На рубеже 1970-х годов, когда отсутствие результатов экспериментов по физике высоких энергий заставило сменить парадигму, группа исследователей предложила представить материальные частицы и частицы, связанные с излучением, с помощью новой модели, состоящей из вибрирующих струн, открытых или закрытых. Большинство теоретиков приняли это новое и перспективное направление. Во всех странах были созданы исследовательские и преподавательские должности. Создавались команды. Те, кто стоял в центре этого движения, даже мечтали о создании теории всего. Это течение мысли породило горы статей и докторских диссертаций.

Какова ситуация на заре третьего тысячелетия?

Ничего: гора рождает мышь.

Нынешняя ситуация напоминает сказку Ганса Христиана Андерсена *"Новая одежда императора"*. Когда в конце сказки ребенок пишет: *"Он голый!"*

Книга Хичама - это история смены парадигмы, которую можно выразить одним предложением: *Вселенная состоит из положительных и отрицательных масс.*

Почему бы и нет, в конце концов?

Но эта идея похожа на нить, которая торчит наружу. Вы дергаете за эту нить: за ней тянется веревка. Вы дергаете за нитку, и к ней присоединяется веревка. Вы тянете за веревку, а за ней тянется тяжелый трос, от натяжения которого сотрясается здание.

В каком здании?

Сакраментальная общая относительность Альберта Эйнштейна, уравнение которой высечено на камне в институтах физики по всему миру.

Значит ли это, что теория неверна?

Нет. Это только одна сторона медали. Она должна быть интегрирована в систему двух связанных уравнений поля. На страницах этой книги вы найдете все, что появилось в результате этой кощунственной идеи.

В январе 2023 года, будучи единственным человеком, осуществлявшим этот крупный проект в течение сорока лет, я провел конференцию в Париже, на которой присутствовали Дэвид и Хичам.

Дэвид - молодой математик. Хотя он защитил докторскую диссертацию, его не привлекает научная работа, и он предпочитает преподавать математику в университете.

Иногда говорят, что именно исследователи завладевают идеями. На самом деле все обстоит с точностью до наоборот. Именно идеи овладевают исследователями. Идея иной топологии Вселенной, лежащая в основе моей модели Януса, завладела Дэвидом. Последние десять месяцев он борется за публикацию математических основ этой модели в журналах по математической физике. Возможно, к тому времени, когда вы будете читать эти строки, публикация этой работы наконец-то попадет в эти журналы самого высокого уровня. Если это так, то ловушка будет установлена в надежде, что другие математики попадутся на нее.

Новые идеи похожи на ловушки, которые используются в Африке для ловли маленьких обезьян. Полая раковина с отверстием помещается в пределах их досягаемости. Внутри ракушки находится кусочек фрукта, который им очень нравится, но диаметр которого точно такой же, как и отверстие. Когда обезьяна просовывает руку в отверстие, она не может вытащить ни руку, ни фрукт. Я сам стал жертвой подобной ловушки сорок лет назад. Мимо меня пронеслась идея, которая захватила меня и завладела моими нейронами. Когда идея логична, функциональна и плодотворна, от нее очень трудно избавиться. И, наконец, если эта идея согласуется с наблюдениями, отказаться от нее становится просто невозможно, что значительно усложняет вашу жизнь, делая вас своего рода мутантом, аутсайдером в научном сообществе. Если только вы не решите остаться в лабиринте.

В 1959 году англичанин Артур Кестлер написал книгу под названием "Сомнамбулы" (Les somnambules, Sleepwalkers). Он описал ученых как людей, которые во сне ходят с закрытыми глазами и вытянутыми перед собой руками, пытаясь найти дорогу. Сами того не зная, они идут по лабиринту. Не понимая, как он устроен, они иногда проходят мимо широко открытой двери, не видя ее, и вступают на путь, который оказывается тупиковым. Эта идея не нова. Похожую, более статичную идею можно найти в платоновском мифе о пещере.

Теперь я хотел бы рассказать о том, что произошло с Хичамом Зейли. В январе 2023 года, работая компьютерным инженером во французской компании, он был заинтригован содержанием конференции, которую я проводил в Париже, посвященной моей космологической модели Януса. Затем он просмотрел около тридцати видеороликов, созданных мной в 2017 году, и прочитал все книги по этой теме, чтобы представить основные особенности этой модели. Он переделывает все расчеты, которые находит в pdf-файлах, которые я выкладываю в интернет и которые сопровождают мои видео. И тут ловушка захлопывается.

Если вы прочитаете его книгу, остерегайтесь! Вы можете сами стать ее жертвой. Эти

страницы могут заставить вас, открыв глаза, взобраться на одну из стен лабиринта. Тогда мир науки предстанет перед вами в ином свете. Как и в случае с Хичамом, вы вдруг увидите, как люди, порой лауреаты самых престижных премий, бродят, как лунатики, по кругу лабиринта. Модели, принятые теми, кто составляет так называемое научное сообщество, предстанут перед вами как очевидное следствие вопиющих просчетов. Вы увидите, как эти сомнамбулы снова и снова проходят мимо новых путей, которые широко открыты, великолепно согласуются с массой наблюдений, не в силах увидеть их, цепляясь за идеи, которые являются не более чем досками, гнилыми, лихорадочно прибитыми к проломам, которые рифы суровой реальности заделали в Стандартной модели, протекающей со всех сторон. И вам захочется крикнуть, подобно андерсеновскому персонажу: "*А король-то голый!*"

Работа, проделанная Хичамом менее чем за год, очень значительна, и это несмотря на то, что он делал все это вне своей профессиональной деятельности, в то время, которое можно назвать его свободным временем. За двенадцать месяцев он понял и усвоил глубоко, а не поверхностно, поразительную массу вещей, относящихся к различным областям, затронутым моей моделью Януса. Я никогда не видел, чтобы кто-то проглотил и переварил так много, так сложно, за такое короткое время.

Став первым летописцем этого фантастического приключения, которым является модель Janus и все, что с ней связано, он свидетельствует об этом в этой книге, которую необходимо было написать. Он уже несколько месяцев активно занимается написанием статей и не хочет пропустить ничего из этого приключения. Он хочет быть не просто свидетелем, а одним из игроков, и мы хотим, чтобы он стал им, внося свои идеи и личный вклад в строительство. Чтобы обеспечить как можно более широкое распространение, написанная им книга доступна для бесплатного скачивания в формате pdf на всех языках, и ее следует продолжать развивать в том же духе. В знаниях есть нечто особенное: отдав их, вы уже не сможете забрать их обратно, и в какой-то степени трудно сделать их своими собственными.

На импровизированном плоту сидят трое мужчин, которые вкладывают в бутылки послания на разных языках, передавая их одно за другим случайным морским течениям. Возможно, меня уже не будет в живых, когда вы будете читать эти строки. Время проходит так быстро. Что станет со всем этим? Не знаю.

У меня есть смутное ощущение, что сегодня человечество встречается со своей судьбой, что за пределами этой космологической модели формируется иное, еще более обширное видение Вселенной. Чтобы проиллюстрировать это, я процитирую конец речи Андрея Сахарова на вручении Нобелевской премии мира в 1975 году. Слова, которые я придумываю сам:

"Тысячи лет назад человеческие племена терпели огромные лишения в борьбе за существование. Тогда важно было не только уметь владеть дубиной, но и обладать способностью мыслить разумно, учитывать знания и опыт, накопленные племенем, и развивать связи, которые заложили бы основу для сотрудничества с другими племенами. Сегодня человечество сталкивается с подобным испытанием. В бесконечном космосе может существовать несколько цивилизаций, в том числе общества, которые могут быть мудрее и эффективнее, чем наша собственная. Я поддерживаю космологическую гипотезу о том, что развитие Вселенной повторяется бесконечное число раз в соответствии с основными характеристиками. Другие цивилизации, в том числе и самые "успешные", бесконечное число раз вписываются на "следующие" или "предыдущие" страницы Книги Вселенной. Тем не менее, мы не должны преуменьшать наши священные усилия в этом мире, где, подобно слабым огонькам во тьме, мы на мгновение вынырнули из небытия туманного бессознательного в материальное существование. Мы должны уважать требования разума и создавать жизнь, достойную нас самих и тех целей, которые мы едва осознаем".

Жан-Пьер Пету, гражданин мира - jean-pierre.petit@manaty.net



Хишам ЗЕЖЛИ - 22 сентября 1979 года - гражданин Франции

1 Введение

1.1 Представление контекста и целей книги

В современном мире космологии и теоретической физики поиск новых моделей для объяснения явлений, наблюдаемых в нашей Вселенной, остается оживленной и противоречивой областью исследований. В этой книге предлагается изучить и представить инновационную и революционную космологическую модель, космологическую модель Януса (КМЯ), разработанную физиком доктором Жан-Пьером Пети.

Как инженер с высшим образованием в области математики и физики, я обнаружил в изучении космологической модели Януса инновационный и интеллектуально полезный подход к исследованию и интерпретации некоторых из самых загадочных явлений во Вселенной. Этот подход также открывает путь к разработке множества практических приложений в локальных масштабах, основанных на фундаментальных принципах, выведенных из этой модели.

Эта книга преследует две основные цели:

Во-первых, дать подробное объяснение космологической модели Януса, ее основ и следствий с помощью определенных исследований, доступных для ученых с образованием, подобным моему, т.е. с продвинутым уровнем математики и теоретической физики.

Во-вторых, несмотря на интенсивное, плодотворное и разнообразное сотрудничество в нашей команде, я хотел бы подчеркнуть заметный контраст, вызванный отсутствием связи с рецензентами, которых консультируют крупные рецензируемые научные журналы. Эта ситуация подчеркивает проблемы, с которыми могут столкнуться инновационные идеи, возникающие и развивающиеся без конструктивного и конструктивного диалога между исследователями.

1.2 Краткое введение в космологическую модель Януса и ее важность

Космологическая модель Януса выделяется на фоне теоретической физики своим смелым предложением: описать Вселенную как риманово многообразие с двумя метриками. Эта конструкция основана на общей теории относительности Эйнштейна и включает в себя элементы физики частиц и симплектической геометрии. Модель берет свое начало в работах Андрея Сахарова и Жана-Мари Сурио, которые установили связь между инверсией времени, инверсией энергии и, следовательно, инверсией массы.

Одним из главных вкладов модели является ее способность решать проблему барионной асимметрии Вселенной. Этот вопрос, находящийся в центре современных дебатов в космологии, касается наблюдаемого преобладания материи над антиматерией, что противоречит предсказаниям модели Большого взрыва. Космологическая модель Януса предлагает новый взгляд на эту проблему, постулируя существование двумерной Вселенной, возникшей из одной и той же сингулярности, в которой доминируют

материя и антиматерия.

Оригинальность модели также заключается в ее биметрическом подходе к Вселенной, когда два "слоя" пространства-времени взаимодействуют посредством гравитационного эффекта, предлагая альтернативные объяснения таких явлений, как темная энергия и темная материя, и потенциально открывая новое понимание межзвездных путешествий.

Одним словом, цель этой книги - представить эту модель как инновационный подход, бросающий вызов современным взглядам в космологии и теоретической физике и приглашающий к глубоким размышлениям о неизведанных возможностях нашего понимания Вселенной.

2 Теоретические основы

2.1 Закон Ньютона о гравитации

Закон Ньютона, сформулированный в евклидовом пространстве, гласит, что когда масса m подвергается воздействию гравитационной силы G создаваемой другой массой M эта сила F обратно пропорциональна квадрату расстояния d разделяющего две массы. Она может быть выражена следующим уравнением:

$$F = \frac{G \cdot m \cdot M}{d^2}$$

Чем больше масса, тем больше сила, но эта сила быстро уменьшается по мере увеличения расстояния из-за члена d^2 в знаменателе. Этот закон важен для понимания гравитации и движения небесных объектов.

В физике этот закон тяготения имеет фундаментальное значение для понимания гравитационных взаимодействий между небесными телами, от Земли до планет и звезд. Он остается одним из основополагающих законов классической механики и сыграл решающую роль в развитии астрономии и астрофизики. На протяжении веков он также подтверждался многочисленными наблюдениями и экспериментами, укрепляя свою значимость в нашем понимании Вселенной.

Однако, несмотря на то, что закон тяготения Ньютона оказался чрезвычайно мощным и точным во многих случаях, он начал демонстрировать свою ограниченность в ситуациях, связанных со скоростями, приближающимися к скорости света, или явлениями астрономического масштаба. Это послужило отправной точкой для появления специальной теории относительности Альберта Эйнштейна, ознаменовавшей смену парадигмы в нашем понимании фундаментальных концепций пространства, времени и гравитации. В следующем разделе мы глубоко погрузимся в фундаментальные принципы специальной теории относительности, что заложит основу для последующего изучения общей теории относительности. Это приведет нас к более глубокому пониманию сложностей космоса.

2.2 Введение в специальную относительность

В начале XX^{ème} века физика пережила концептуальную революцию, поставив под сомнение основы, заложенные сэром Исааком Ньютоном в XVII^{ème} веке. По мере того как наблюдения и эксперименты становились все более точными, стали появляться аномалии при изучении скоростей, близких к скорости света, и в экстремальных космических условиях. В связи с этим появилась специальная теория относительности Альберта Эйнштейна, перевернувшая наше традиционное представление о пространстве, времени и гравитации.

2.2.1 Время-пространство Минковского и собственное время

Специальная теория относительности предлагает нам отказаться от идеи, что Вселенная существует в трехмерном евклидовом пространстве, в котором время является отдельной сущностью. Вместо этого она предлагает модель, в которой мы

находимся в четырехмерной гиперповерхности, где три измерения пространства перпендикулярны одному измерению времени. Такое слияние пространства и времени образует то, что известно как пространство-время Минковского, с метрической подписью $(- + + +)$. Другими словами, метрическая сигнатура - это важная характеристика пространства-времени, которая указывает на то, как интервалы времени и пространства сочетаются в уравнениях специальной теории относительности. В этой сигнатуре $(- + + +)$ первый член соответствует интервалу времени, который вычитается из следующих трех членов, соответствующих интервалам пространства. Это означает, что время имеет отрицательный знак в метрике, в то время как три пространственных измерения имеют положительные знаки. Эта специфическая подпись имеет решающее значение для понимания того, как измеряются расстояния и временные интервалы в специальной теории относительности.

Чтобы лучше понять эту концепцию, представьте себе точку M движущуюся в этом пространстве-времени, описываемом двумя координатами: временем (t) и пространственным положением (x). При движении этой точки соседней точке M' соответствуют несколько измененные значения: $(t + dt, x + dx)$, где dt и dx представляют собой небольшие приращения времени и пространства. Если считать, что это приращение происходит вдоль траектории, описываемой $x = ct$ (где c скорость света), то $dx = c dt$.

На этом этапе мы вводим понятие *чистого времени*. Эта величина известна как собственное время, - это мера времени, которая управляет жизнью объекта, движущегося со скоростью v . Для расчета мы используем следующее уравнение:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2$$

Это уравнение показывает, как собственное время (s) связано с изменениями во времени (dt) и пространства (dx), когда объект движется со скоростью v . Оно также показывает, что собственное время может изменяться в зависимости от скорости и траектории движения объекта, что приводит к таким явлениям, как замедление времени.

В теории специальной относительности Эйнштейна время не является абсолютным, а зависит от относительной скорости наблюдателя. Следующая математическая разработка описывает связь между собственным временем t которое измеряется движущимися часами (на борту космического корабля), и координированным временем τ которое измеряется часами на земле (в состоянии покоя относительно наблюдателя):

$$\begin{aligned} s = c\tau &\Rightarrow ds = c d\tau && \Rightarrow c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \\ &\Rightarrow dt^2 = d\tau^2 - \frac{1}{c^2} dx^2 && \Rightarrow \frac{d\tau^2}{dt^2} = 1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \\ &\Rightarrow \frac{d\tau^2}{dt^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} && \Rightarrow \tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{aligned}$$

Это означает, что в сценарии, где t представляет собой время, измеренное неподвижным наблюдателем, оснащенным часами на земле, и v скорость объекта, оснащенного бортовыми часами, движущегося с этой скоростью относительно этой предполагаемой неподвижности, то собственное время τ в этом объекте будет зависеть от замедления времени, описываемого $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ известное как *коэффициент Лоренца*.

2.2.2 Скорость света как предел

Важно отметить, что в этом пространстве-времени скорость света ограничена свойствами пространства-времени (и его содержимого), в котором он распространяется.

Если мы предположим, что x пространственная координата t временная координата, и c скорость света, то мы можем определить скорость v используя выражение $v = \frac{dx}{dt}$.

Если предположить, что вариация собственного времени всегда больше или равна 0, т.е. $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \geq 0$ следует, что скорость света в вакууме является предельной скоростью для движущихся объектов с положительной массой покоя, поскольку $v \leq c$. Фотоны, с другой стороны, движутся по траекториям, для которых $v = c$ что приводит к уникальным свойствам, связанным со светом.

Специальная теория относительности ограничивается изучением инерциальных систем отсчета, а именно систем, находящихся в равномерном прямолинейном движении (в пространствах без кривизны, движущихся по прямой линии с постоянной скоростью).

2.2.3 Фундаментальные концепции

Специальная относительность основана в основном на трех концепциях:

- **Постулат об инвариантности скорости света:** этот постулат гласит, что скорость света в вакууме является универсальной константой и остается неизменной для всех наблюдателей, независимо от их относительного движения. Другими словами, скорость света нельзя прибавить к скорости наблюдателя или вычесть из нее. Эта фундаментальная идея была подтверждена знаменитым экспериментом Майкельсона-Морли (Michelson and Morley 1887).
- **Космологический принцип:** Космологический принцип постулирует, что Вселенная однородна и изотропна. Это означает, что ее свойства однородны и одинаковы во всех направлениях и на всех масштабах. Этот принцип позволяет распространить применение законов специальной относительности на космические масштабы, рассматривая Вселенную как единое целое.

- **Принцип специальной относительности:** Принцип специальной относительности гласит, что законы физики неизменны во всех инерциальных системах отсчета. Инерциальные системы отсчета - это те, которые движутся с постоянной скоростью относительно друг друга. Этот принцип обобщает концепцию относительности Галилея и ставит под сомнение понятие абсолютной системы отсчета. Он демонстрирует, что законы физики остаются последовательными и неизменными, независимо от относительных скоростей наблюдателей.

2.2.4 Эквивалент массы и энергии

Одним из самых знаковых уравнений в физике является уравнение эквивалентности массы и энергии Альберта Эйнштейна. Это уравнение обозначает глубокую связь между массой (m) и энергией (E), показывая, что они взаимозаменяемы во Вселенной.

Революционная интуиция Альберта Эйнштейна, которая привела к формулировке этой эквивалентности, вытекает из его теории специальной относительности. В этой теории Эйнштейн постулировал, что энергия и масса неразрывно связаны друг с другом, а уравнение служит краеугольным камнем этого союза.

Основная идея уравнения проста: оно утверждает, что энергия (E) объекта прямо пропорциональна его массе (m), при этом скорость света в вакууме (c) в качестве константы пропорциональности. Математически это можно выразить следующим образом:

$$E = mc^2$$

Давайте рассмотрим это уравнение более подробно на простом примере. Предположим, у нас есть небольшой объект с массой 1 грамм (0,001 килограмма). Применяя уравнение Эйнштейна, мы можем вычислить энергетический эквивалент этой массы:

$$E = (0.001 \text{ kg}) \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 9 \times 10^{13} \text{ Joules}$$

Это поразительно большое количество энергии подчеркивает глубокое влияние уравнения (1). Оно демонстрирует, что небольшая масса может производить огромное количество энергии при преобразовании с помощью этого уравнения. Это уравнение играет ключевую роль в понимании ядерных реакций, происходящих, например, в звездах или на атомных электростанциях, где крошечные изменения массы приводят к значительному выделению энергии.

Уравнение Эйнштейна, позволяющее связать массу и энергию, остается краеугольным камнем современной физики и оказывает глубокое влияние на наше понимание того, как устроена Вселенная.

Хотя специальная теория относительности позволила нам изучить захватывающие аспекты космоса, отправляясь в путешествия со скоростями, близкими к скорости света, и показывая, как пространство-время искривляется в ответ на наше движение,

она ограничена определенными рамками - инерциальными системами отсчета и равномерным прямолинейным движением. Но что происходит, когда в дело вступает гравитация? Как изменяется структура пространства-времени в присутствии массивных объектов или значительной кривизны? Именно здесь на помощь приходит общая теория относительности Альберта Эйнштейна, о которой пойдет речь в следующем разделе.

2.3 Введение в общую относительность

2.3.1 А революция в физике

Закон Ньютона - это теория, которая хорошо работает во многих ситуациях, как объясняется в разделе 2.1, но она не может объяснить некоторые явления, наблюдаемые на скоростях, близких к скорости света, или в присутствии сильных гравитационных полей. Общая теория относительности (ОТО) Альберта Эйнштейна - это более полная теория, которая охватывает эти гравитационные эффекты. Являясь краеугольным камнем современной физики, общая теория относительности произвела революцию в нашем понимании гравитации и Вселенной. Эта теория, предложенная Альбертом Эйнштейном в 1915 году, основана на принципе, что гравитация - это проявление искривления пространства-времени, вызванного наличием массы и энергии. Уравнение поля Эйнштейна, лежащее в основе этой теории, описывает, как материя и энергия влияют на геометрию пространства-времени и, в свою очередь, как эта искривленная геометрия направляет движение материи и энергии.

Действительно, уравнение поля Эйнштейна, впервые опубликованное 25 ноября 1915 года, является основным дифференциальным уравнением общей теории относительности:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Эта кривизна геометрии вокруг источника материи интерпретируется как гравитационное поле этого источника. Движение объектов в этом поле очень точно описывается уравнением их геодезических. Метрика $g_{\mu\nu}$ порождает семейство геодезических. Заметим, что частицы с положительной или отрицательной гравитационной массой будут вести себя одинаково, следуя одним и тем же геодезическим линиям при отклонении гравитационным потенциалом, создаваемым значительной массой M например, в земной или солнечной гравитации. Таким образом, массивный объект, например звезда, влияет на пространство-время не только своей массой, но и энергией, которую он испускает, например, в виде излучения. В общей теории относительности энергия объекта, включая энергию его массы покоя, представленную в виде mc^2 и любые дополнительные формы энергии, такие как излучение, - вносит свой вклад в создаваемое им гравитационное поле. Этот совместный вклад энергии и массы и есть то, что искривляет пространство-время вокруг объекта. Второй член учитывает содержание Вселенной в каждой точке пространства-времени:

- **Если оно ненулевое**, то геометрическое решение, вытекающее из этого уравнения, будет описывать внутренность массы.
- **Если она равна нулю**, то решение, вытекающее из этого уравнения, будет относиться к абсолютно пустой части Вселенной вокруг этой массы.

2.3.2 Наблюдаемые эффекты и экспериментальное подтверждение

Среди явлений, объясняемых с помощью ОТО, - отклонение плоскости вращения планеты Меркурий в момент ее наибольшего приближения к Солнцу, известное как перигелийная прецессия. Это явление было измерено с точностью до 45 арксекунд в столетие - величина, которая не может быть объяснена законом Ньютона.

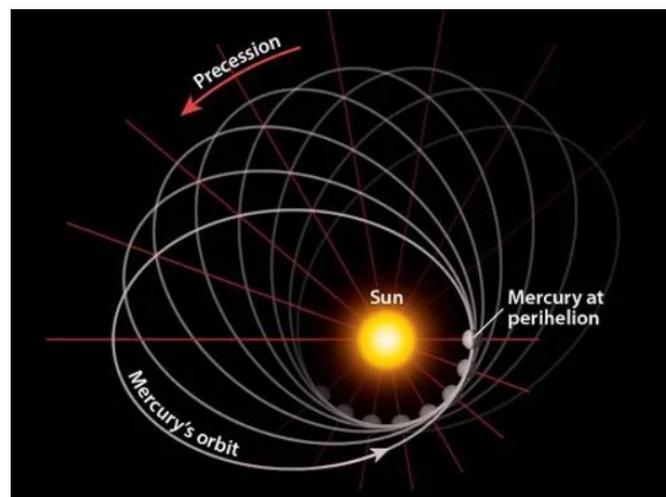


Рисунок 2.1 - Прецессия перигелия Меркурия.

Еще одно наблюдаемое явление - видимое искривление света вокруг Солнца. Во время солнечного затмения 1919 года сэр Артур Эддингтон заметил, что лучи света, казалось, изгибаются вокруг Солнца. На самом деле эти лучи света следуют по кратчайшим путям в искривленном пространстве-времени, называемым геодезическими. Эта кажущаяся кривизна света обусловлена деформацией пространства-времени, вызванной присутствием массы, - эффектом, который точно объясняет ОТО ((Дайсон, Эддингтон и Дэвидсон, 1920)).

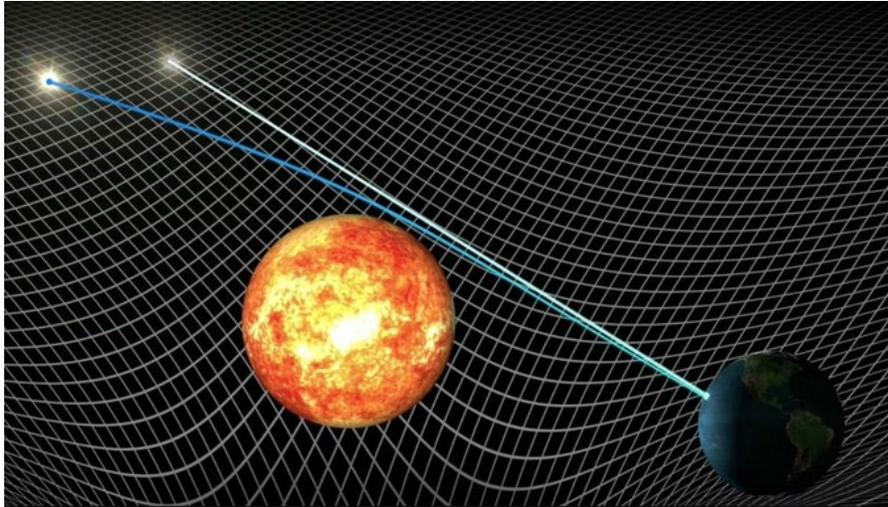


Рисунок 2.2 - Подтверждение теории Эйнштейна с помощью кривизны звездного света во время солнечного затмения

Эти явления считаются нелинейными, поскольку их можно объяснить только с помощью теории ОТО. Однако в условиях, когда релятивистские эффекты пренебрежимо малы, закон Ньютона может обеспечить достоверные приближения. Таким образом, ОТО расширила наше понимание гравитации за пределы закона Ньютона, проложив путь к лучшему пониманию гравитационных взаимодействий на больших масштабах и при высоких скоростях.

2.3.3 Геометрия пространства-времени и геодезические уравнения

Вспомните принцип эквивалентности Эйнштейна для инерциальной системы в свободном падении:

"В гравитационном поле в любой точке пространства-времени всегда можно выбрать локально инерциальную систему координат, такую, что в достаточно малой области законы физики будут идентичны тем, которые действуют в отсутствие гравитации".

В этой системе отсчета инерционная сила, которую испытывает тело в свободном падении, аннулирует гравитационную силу, что означает, что на объект не действует никакая сила (состояние невесомости). Следовательно, инерциальная рамка является фундаментальной рамкой для изучения взаимодействующих объектов (известной как специальная рамка относительности), прежде чем анализировать их во второй галилеевой рамке, известной как "лабораторная рамка", где эти объекты подвергаются воздействию гравитации. Эта последняя рамка, по сути, ускорена вверх ($a = -g$) по сравнению с естественной инерциальной рамкой (представьте, что "земля на Земле ускоряет вас вверх").

В теории специальной относительности инерциальная система описывается метрикой Минковского, которая является математическим представлением плоского пространства-времени. Эта метрика применяется в областях, где

отсутствует эффект гравитации. В таком контексте траектории объектов определяются уравнениями движения, выведенными из принципов специальной относительности. Если в общей теории относительности для пространственного времени, искривленного гравитацией, используется термин "геодезическая", то в метрике Минковского специальной теории относительности эти траектории лучше описывать как прямые линии, представляющие движение с постоянной скоростью. В этой системе объекты в инерциальных системах движутся по прямым линиям с постоянной скоростью, что является частным случаем геодезической в плоском пространстве-времени.

Инерциальная система и координаты

Прежде всего, расположимся в этой инерциальной системе координат и определим координаты точечной массы в этой системе: мы рассматриваем координаты ξ^α с $\xi^0 = ct$, $\xi^1 = x$, $\xi^2 = y$, $\xi^3 = z$ для целей нашего анализа. Поскольку на это тело не действует никакая сила (скорость постоянна), мы можем сделать вывод, что :

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{d\tau^2} = 0$$

$$d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Где τ соответствует метрике или интервалу в этом пространстве, который мы можем также обозначить s и важно отметить, что эта метрика инвариантна независимо от системы отсчета.

Преобразование координат в ускоренную лабораторную систему координат

Теперь применим преобразование координат в новой галилеевской лабораторной системе отсчета, "ускоренной вверх" по отношению к предыдущей инерциальной системе отсчета:

$$x^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Однако каждая координата новой галилеевой системы зависит от координат инерциальной системы, и наоборот:

$$x^\mu(\xi^0, \xi^1, \xi^2, \xi^3), \quad \xi^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

И помните, что ξ зависит от τ :

$$\xi^\mu(\tau)(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Каждый параметр ξ в новой системе отсчета также зависит от τ . Поэтому мы можем сделать вывод, что :

$$\frac{d\xi^0}{d\tau} = \frac{dx^0}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^0} + \frac{dx^1}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^1} + \frac{dx^2}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^2} + \frac{dx^3}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^3}$$

Это можно выразить, используя нотацию суммирования для повторяющихся индексов:

$$\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} = \sum_{\mu=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{dx^\mu}{d\tau}$$

NB: В математике обозначение суммирования - это компактный способ представления суммирования ряда членов. Если в выражении подстрочный индекс встречается и как младший, и как старший подстрочный индекс, это, как правило, означает суммирование по этому подстрочному индексу, то есть все возможные значения этого индекса складываются вместе. Эта нотация широко используется в различных областях математики и физики для упрощения представления уравнений с повторяющимися индексами.

Теперь мы хотим снова вывести это выражение, чтобы получить уравнение геодезической (2), тогда :

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \left(\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} \right) &= \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{dx^\mu}{d\tau} + \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = 0 \\ \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} &= 0 \end{aligned}$$

Выполнить суммирование по повторяющимся индексам следующим образом:

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \sum_{\alpha=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha}$$

Нам нужно выполнить эту операцию:

$$\left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) = 0$$

Однако для $\beta \neq \mu$ частные производные одной координаты по отношению к другой координате в той же системе координат равны нулю (например, $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$), а для $\beta = \mu$, частная производная равна 1. Это соответствует символу Кронекера (δ_μ^β):

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \frac{\partial x^\beta}{\partial x^\mu} = \delta_\mu^\beta$$

NB: Когда β и μ представляют собой различные координаты в одной системе координат, частная производная β по отношению к μ равна нулю, так как это означает, что эти координаты в системе взаимно независимы. Однако, когда β и μ представляют одну и ту же координату, частная производная равна 1, что означает, что координата изменяется сама с собой, что обозначается символом δ_μ^β .

Это дает нам :

$$0 = \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \delta_\mu^\beta \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2}$$

Однако если мы заменим μ на β ($\beta = \mu$), то $\delta_{\mu}^{\beta} = \delta_{\beta}^{\mu} = 1$ тогда $\frac{d^2 x^{\mu}}{d\tau^2} = \frac{d^2 x^{\beta}}{d\tau^2}$. Это дает :

$$0 = \left(\frac{\partial x^{\beta}}{\partial \xi^{\alpha}} \right) \frac{dx^{\nu}}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^{\alpha}}{\partial x^{\mu} \partial x^{\nu}} \frac{dx^{\mu}}{d\tau} + \frac{d^2 x^{\beta}}{d\tau^2}$$

Таким образом, вводя символы Кристоффеля, мы получаем следующее:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\beta} = \frac{\partial x^{\beta}}{\partial \xi^{\alpha}} \frac{\partial^2 \xi^{\alpha}}{\partial x^{\mu} \partial x^{\nu}}$$

Мы можем вывести следующее геодезическое уравнение:

$$\frac{d^2 x^{\beta}}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^{\beta} \frac{dx^{\mu}}{d\tau} \frac{dx^{\nu}}{d\tau} = 0$$

Это представляет собой общее выражение для символов Кристоффеля $\Gamma_{\mu\nu}^{\beta}$ в терминах производных функций преобразования координат. Символы Кристоффеля, как мы увидим позже, используются в математике общей относительности и дифференциальной геометрии для описания того, как локально изменяются системы координат.

Что мы можем узнать из этого уравнения геодезии?

- Вторая производная от координат в "ускоренной" галилеевой системе отсчета уже не равна нулю, а равна эквиваленту инерционных сил, действующих в общей теории относительности (в данном случае - гравитации). Из (3), мы можем вывести :

$$\frac{d^2 x^{\beta}}{d\tau^2} = -\Gamma_{\mu\nu}^{\beta} \frac{dx^{\mu}}{d\tau} \frac{dx^{\nu}}{d\tau}$$

Если μ и ν являются пространственными координатами, то их производная по отношению к τ соответствует скорости.

- Любой объект, движущийся в "ускоренной" галилеевой системе отсчета в лаборатории, будет подчиняться этому уравнению, когда на него будет действовать сила земного притяжения.
- Форма этого уравнения дает нам информацию о кратчайших или длиннейших путях (экстремумах) на криволинейной поверхности (многообразии). Точнее, геодезики соответствуют стационарным траекториям, физические свойства которых остаются неизменными с течением времени (при отсутствии внешних сил).
- Мы можем описать гравитацию как чисто геометрический эффект, связанный с геодезическими траекториями, пройденными объектами в искривленном пространстве-времени (способ, которым пространство-время искривляется, описывается символами Кристоффеля). В качестве аналогии можно рассмотреть два объекта, движущиеся по параллельным и одинаковым

траекториям с одинаковой скоростью из одной точки Земли в направлении севера; в итоге они пересекутся на Северном полюсе из-за кривизны Земли. Это пересечение можно объяснить либо тем, что их притягивает какая-то сила (аналогия с ньютоновской механикой), либо чисто геометрическим эффектом, связанным с кривизной Земли (аналогия с релятивистской механикой). Согласно общей теории относительности, гравитация - это искривление пространства-времени, которое заставляет объекты, находящиеся в локальном прямолинейном движении, следовать этим геодезическим. Общая теория относительности позволяет определить кривизну пространства-времени как функцию его компонентов (материи, энергии), а затем описать траектории частиц, движущихся в этом пространстве-времени.

- Символы Кристоффеля вычисляются из метрики и ее частных производных и содержат информацию о кривизне пространства-времени. Они позволяют вычислить, как на геодезические траектории влияет кривизна пространства-времени.

2.3.4 Метрические тензоры

Теперь мы рассмотрим метрические тензоры и то, как они связаны с символами Кристоффеля, определенными ранее.

Рассмотрим метрику Минковского, описываемую пространственно-временными координатами движущегося объекта в инерциальной системе отсчета, как показано в уравнении (4), и выраженную следующим образом:

$$d\tau^2 = (d\xi^0)^2 - (d\xi^1)^2 - (d\xi^2)^2 - (d\xi^3)^2$$

Его можно записать и так, выразив в виде суммирования по индексам α и β :

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta$$

Это уравнение использует метрический тензор $\eta_{\alpha\beta}$ пространства Минковского (который описывает плоское пространство-время в специальной теории относительности) для вычисления интервала пространства-времени $d\tau^2$ в терминах дифференциалов координат $d\xi^\alpha$ и $d\xi^\beta$. Метрический тензор Минковского $\eta_{\alpha\beta}$ имеет компоненты, которые равны -1 для временных интервалов и +1 для пространственных интервалов на диагонали и 0 вне диагонали следующим образом:

$$\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Помните, что следующие выражения представляют собой правила дифференциального преобразования между двумя системами координат. Они показывают, как небольшое изменение в наборе координат x^μ и x^ν приводит к небольшому изменению в другом наборе координат ξ^α и ξ^β .

$$d\xi^\alpha = \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} dx^\mu$$

$$d\xi^\beta = \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\nu$$

Теперь, если мы подставим эти две дифференциальные формы в выражение (5), мы получим следующее выражение:

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Из этого можно извлечь следующий метрический тензор:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu}$$

Метрический тензор играет фундаментальную роль в общей теории относительности, поскольку он определяет геометрию пространства-времени и то, как действует гравитация между двумя объектами, расположенными в координатах x^μ и x^ν в одной и той же системе отсчета. Он позволяет преобразовать координаты этих объектов в расстояние между ними, учитывая при этом локальную кривизну пространства-времени, которая может меняться в зависимости от распределения материи и энергии. Вопреки обычной интуиции, расстояние между двумя точками в искривленном пространстве-времени зависит от этой кривизны и может существенно меняться. Поэтому метрический тензор является важнейшим математическим инструментом для вычисления интервала между двумя событиями, который также включает в себя измерение времени, прошедшего между ними в присутствии гравитационного поля.

Поскольку индексы μ и ν являются немymi и повторяющимися, они подчиняются эйнштейновскому соглашению о суммировании и поэтому могут быть заменены в выражении метрического тензора. Отсюда следует, что метрический тензор $g_{\mu\nu}$ является симметричным, т.е. $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$.

NB: С этого момента будем считать, что $g^{\mu\nu}$ как обратную величину от $g_{\mu\nu}$, которое выражается следующим соотношением с суммированием по повторному индексу α с получением символа Кронекера :

$$g^{\mu\alpha} g_{\alpha\nu} = \delta_\nu^\mu$$

где δ_ν^μ символ Кронекера, который, как мы видели ранее, равен 1, когда $\mu = \nu$ и 0 в противном случае. Это соотношение определяет природу обратного метрического тензора в дифференциальной геометрии и общей теории относительности.

2.3.5 Символы Кристоффеля

Символы Кристоффеля, обозначаемые $\Gamma_{\mu\nu}^\beta$ являются производными от метрического тензора и предоставляют важную информацию о геометрии пространства-времени.

Сами по себе они не являются тензорами, а производны от метрического тензора, который является вещественным тензором.

Для вычисления символов Кристоффеля мы берем частные производные от компонент метрического тензора, а затем применяем определенную комбинацию этих производных. Формула для символов Кристоффеля второго рода имеет вид :

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\beta} = \frac{1}{2} g^{\beta\alpha} \left(\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} \right)$$

Каждый член представляет собой частную производную метрического тензора по координатам, а $g^{\beta\alpha}$ это обратная величина метрического тензора, что гарантирует, что мы суммируем по соответствующим индексам. Как мы увидим позже, символы Кристоффеля играют центральную роль в определении геодезических, которые описывают траекторию частиц и света в искривленном пространстве-времени и используются в уравнениях движения в общей теории относительности.

Доказательство. Выразим теперь символы Кристоффеля в терминах метрического тензора $g_{\mu\nu}$. Для этого рассмотрим частную производную $g_{\mu\nu}$ по координатам x^{λ} . Эта операция вводит вторые производные функций преобразования координат ξ^{α} которые затем можно интегрировать в выражение символов Кристоффеля (6). Прежде чем приступить к вычислениям, приведем несколько предварительных советов по их упрощению:

- Метрический тензор симметричен, поэтому $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$.
- Чтобы заменить ν на α мы должны сначала заменить существующий тихий подстрочный индекс α на σ .

Мы получаем метрический тензор следующим образом:

$$g_{\alpha\mu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^{\sigma}}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial \xi^{\beta}}{\partial x^{\alpha}}$$

Применяя правило произведения производных и помня, что $\eta_{\sigma\beta}$ это константа, получаем :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} = \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \left(\eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^{\sigma}}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial \xi^{\beta}}{\partial x^{\alpha}} \right)$$

Ожидаемые вторые частные производные появляются в правой части уравнения (дважды):

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^{\sigma}}{\partial x^{\nu} \partial x^{\mu}} \frac{\partial \xi^{\beta}}{\partial x^{\alpha}} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^{\sigma}}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial^2 \xi^{\beta}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\nu}}$$

Чтобы интегрировать выражение символов Кристоффеля (6) в это соотношение, нужно применить следующее преобразование к обеим сторонам, чтобы выделить частную производную и ввести сумму по повторному индексу β :

$$\frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \left(\frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \right)$$

Однако мы знаем, что :

$$\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} = \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial \xi^\lambda} = \delta_\lambda^\sigma$$

и, согласно (7), этот символ Кронекера равен 1, когда $\sigma = \lambda$ тогда

$$\frac{\partial \xi^\lambda}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu}$$

Затем мы можем заменить его в выражении (8), позаботившись о том, чтобы аналогичным образом переформулировать соответствующие индексы в новом выражении:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} &= \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho \\ \frac{\partial^2 x^\beta}{\partial x^\nu \partial x^\mu} &= \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho \end{aligned}$$

NB: Мы не помещаем β на символ Кристоффеля, потому что он является неммым суммирующим индексом в том термине, где мы хотим его присвоить, поэтому выберем другую букву, ρ :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\alpha \partial x^\nu}$$

Наконец, из (8) можно сделать вывод:

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

Таким образом, дифференцирование метрического тензора может быть выражено 3 различными способами (последние 2 - с использованием новых индексов путем замены ν и μ и заменой μ на α) :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = g_{\rho\alpha} \Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\mu\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^\mu} = g_{\rho\alpha} \Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\nu\rho} \Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} = g_{\rho\mu} \Gamma_{\alpha\nu}^\rho + g_{\nu\rho} \Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

Эти три способа выражения дифференцирования позволяют получить упрощенный результат путем сложения первых двух и вычитания последнего: (9a) + (9b) - (9c) :

$$g_{\alpha\rho}\Gamma_{\mu\nu}^{\rho} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}}\right)$$

$$g^{\beta\alpha}g_{\alpha\rho}\Gamma_{\mu\nu}^{\rho} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}}\right)g^{\beta\alpha}$$

$$\delta_{\rho}^{\beta}\Gamma_{\mu\nu}^{\rho} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}}\right)g^{\beta\alpha}$$

Итак, наконец-то:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\beta} = \frac{1}{2}g^{\beta\alpha}\left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}}\right)$$

Это выражение символа Кристоффеля позволяет установить связь между кривизной пространства-времени, вызванной гравитационной силой, и пространственными производными метрического тензора. Это необходимо для формулировки уравнений, управляющих геодезическими в теории общей относительности. □

Пример вычисления символов Кристоффеля для сферической метрики :

В сферических координатах элемент линии ds^2 для трехмерного пространства выражается следующим образом:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu}$$

$$ds^2 = g_{11}(dx^1)^2 + 2g_{12}dx^1dx^2 + 2g_{13}dx^1dx^3 + g_{22}(dx^2)^2 + 2g_{23}dx^2dx^3 + g_{33}(dx^3)^2$$

$$ds^2 = dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2(\theta)d\phi^2$$

где dr , $d\theta$ и $d\phi$ дифференциалы радиальной координаты r полярного угла θ и азимутального угла ϕ соответственно. Соответствующий метрический тензор $g_{\mu\nu}$ в сферических координатах является диагональным и задается :

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2\sin^2(\theta) \end{bmatrix}$$

Доказательство. Связь между декартовыми и сферическими координатами можно вывести из рисунка 2.3:

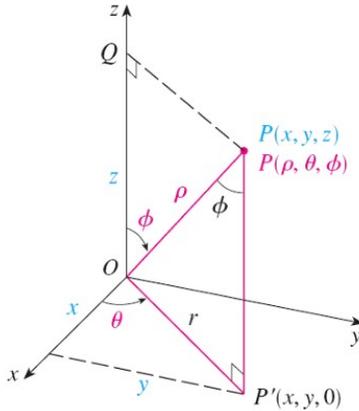


Рисунок 2.3 - Позиция точки P определяется расстоянием ρ и углами θ (колатитуда) и ϕ (долгота)

Если мы рассмотрим треугольники OPQ и OPP' , то получим : $z = \rho \cos\phi$, $r = \rho \sin\phi$ где $x = r \cos\theta$ и $y = r \sin\theta$. Поэтому :

$$\begin{aligned} x &= \rho \sin\phi \cos\theta \\ y &= \rho \sin\phi \sin\theta \\ z &= \rho \cos\phi \end{aligned}$$

Используя физические обозначения на рисунке 2.6, переход к декартовым координатам осуществляется с помощью :

$$\begin{aligned} x &= r \sin\phi \cos\theta \\ y &= r \sin\phi \sin\theta \\ z &= r \cos\phi \end{aligned}$$

Однако метрика в декартовых координатах задается :

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Чтобы выразить это в сферических координатах, заменим x , y и z на их эквиваленты в сферических координатах, что дает (11). \square

Чтобы вычислить символы Кристоффеля $\Gamma_{\mu\nu}^{\beta}$ мы сначала находим обратную величину метрического тензора, которая для диагональной метрики равна просто :

$$g^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)} \end{bmatrix}$$

Для заданного метрического тензора мы вычисляем частные производные, необходимые для символов Кристоффеля:

$$\begin{aligned}\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} &= 2r, \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial r} &= 2r\sin^2(\theta), \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial \theta} &= 2r^2\sin(\theta)\cos(\theta).\end{aligned}$$

Подставив эти частные производные в формулу символа Кристоффеля (10), мы вычислим их путем суммирования по повторному индексу α . Для данного метрического тензора большинство символов Кристоффеля будут равны нулю, поскольку он диагональный и зависит только от r и θ . Ненулевыми символами Кристоффеля являются :

$$\begin{aligned}\Gamma_{\theta\theta}^r &= -r \\ \Gamma_{\phi\phi}^r &= -r\sin^2(\theta) \\ \Gamma_{r\theta}^\theta &= \Gamma_{\theta r}^\theta = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\phi\phi}^\theta &= -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \Gamma_{r\phi}^\phi &= \Gamma_{\phi r}^\phi = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\theta\phi}^\phi &= \Gamma_{\phi\theta}^\phi = \cot(\theta)\end{aligned}$$

NB:

- Символ Кристоффеля $\Gamma_{\theta\theta}^r$ рассчитывается следующим образом:

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2}g^{rr} \left(-\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} \right)$$

поскольку единственная ненулевая производная от $g_{\theta\theta}$ по отношению к r . Подставляя значения, получаем :

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial(r^2)}{\partial r} \right) = -r.$$

- Другим примером является символ Кристоффеля $\Gamma_{r\theta}^\theta$ который рассчитывается следующим образом:

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2}g^{\theta\theta} \left(\frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^\theta} + \frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} - \frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^r} \right)$$

где единственным ненулевым членом является $\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r}$. Это дает нам :

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2}g^{\theta\theta} \left(\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r^2} \right) (2r) = \frac{1}{r}.$$

Вычисление тензора Римана, тензора Риччи и скаляра Риччи

В этом сферическом пространстве все компоненты тензора Римана и тензора Риччи, а также скаляр Риччи равны нулю, что иллюстрирует геометрию плоского пространства.

Доказательство. Тензор кривизны Римана определяется выражением :

$$R_{\sigma\mu\nu}^{\rho} = \partial_{\mu}\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$$

Возьмем, к примеру, символы Кристоффеля, представленные в (12):

$$\begin{aligned}\Gamma_{\phi\phi}^{\theta} &= -\sin(\theta)\cos(\theta), \\ \Gamma_{r\theta}^{\theta} &= \Gamma_{\theta r}^{\theta} = \frac{1}{r}\end{aligned}$$

Теперь мы можем вычислить компоненты тензора Римана. Например, мы можем вычислить $R_{r\theta r}^{\theta}$:

$$R_{r\theta r}^{\theta} = \partial_{\theta}\Gamma_{rr}^{\theta} - \partial_r\Gamma_{\theta r}^{\theta} + \Gamma_{\theta\lambda}^{\theta}\Gamma_{rr}^{\lambda} - \Gamma_{r\lambda}^{\theta}\Gamma_{\theta r}^{\lambda}$$

Таким образом, для вычисления компоненты тензора Римана $R_{r\theta r}^{\theta}$ мы имеем :

- Первый член $\partial_{\theta}\Gamma_{rr}^{\theta}$ равен нулю, потому что Γ_{rr}^{θ} равен нулю.
- Второй член $\partial_r\Gamma_{\theta r}^{\theta}$ подразумевает частную производную $\Gamma_{\theta r}^{\theta}$ по отношению к r которая есть $-\frac{1}{r^2}$.
- Третий член представляет собой сумму λ из $\Gamma_{\theta\lambda}^{\theta}\Gamma_{rr}^{\lambda}$ но поскольку Γ_{rr}^{λ} равен нулю для $\lambda \neq r$ этот член равен нулю.
- Четвертый член представляет собой сумму λ из $\Gamma_{r\lambda}^{\theta}\Gamma_{\theta r}^{\lambda}$ которая для $\lambda = \theta$ дает $\left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r^2}$.

Сумма двух ненулевых членов (члены 2 и 4) равна :

$$-\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} = 0$$

Таким образом, $R_{r\theta r}^{\theta}$ тензора Римана равна нулю.

Тензор Риччи, получаемый при сжатии тензора Римана по первому и третьему индексам, имеет вид :

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\lambda\nu}^{\lambda}$$

Наконец, скаляр Риччи, который является следом тензора Риччи, вычисляется следующим образом:

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$$

Поскольку тензор Римана равен нулю, из этого следует, что тензор Риччи и его скаляр также равны нулю. □

Код вычислений системы Mathematica :

```
(*Импортный пакет*)
(*-----*)
Needs["OGRe` "]
(*Определение координат*)
TNewCoordinates["Spherical", {r, \[Theta], \[Phi]}]
(*Определение метрического тензора*)TShow@
  TNewMetric["SphericalMetricTensor", "Spherical",
    DiagonalMatrix[{1, r^2, r^2 Sin[\[Theta]]^2}]]
(*LineElement*)
TLineElement["SphericalMetricTensor"]
(*Расчет символов Кристоффеля*)
TList@TCalcChristoffel["SphericalMetricTensor"]
(*Вычисление тензора Римана*)
TList@TCalcRiemannTensor["SphericalMetricTensor"]
(*Вычисление тензора Риччи*)
TList@TCalcRicciTensor["SphericalMetricTensor"]
(*Вычисление скаляров Риччи*)
TList@TCalcRicciScalar["SphericalMetricTensor"] (*вычисление скаляра Риччи*)
```

2.3.6 Применение уравнения геодезии в пределе слабого поля

Выражение символа Кристоффеля и уравнение геодезической запишем следующим образом (если $v = 0$ временная координата, в противном случае - пространственная координата x, y, z) :

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (g_{\mu\sigma,\nu} + g_{\nu\sigma,\mu} - g_{\mu\nu,\sigma})$$

$$\frac{d^2 x^{\lambda}}{ds^2} + \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \frac{dx^{\mu}}{ds} \frac{dx^{\nu}}{ds} = 0$$

где

$$\frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^{\nu}} = g_{\mu\sigma,\nu}$$

NB:

- Это уравнение представляет собой частную производную компоненты метрического тензора $g_{\mu\sigma}$ относительно координаты x^{ν} и часто записывается через запятую с последующим индексом дифференцирования, который в данном случае равен ν . Запятая $g_{\mu\sigma,\nu}$ это общепринятое сокращение в общей теории относительности для обозначения частных производных компонентов тензора.

- В контексте специальной теории относительности принято использовать систему единиц, в которой скорость света c определяется как равная 1 ($c = 1$). Это упрощает уравнения и позволяет легче выразить некоторые величины. В этой системе единиц расстояния выражаются в единицах времени (например, световые годы вместо метров) в силу эквивалентности $c = 1$. Для этого время должно выражаться в секундах, а единицами длины становится расстояние, проходимое светом за одну секунду, которое выражается в световых секундах (эквивалентно "световым годам"). Таким образом, мы можем выразить метрику следующим образом:

$$ds^2 = d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Тем не менее, теперь мы будем считать, что время t выраженное до сих пор, будет надлежащим временем τ в выражении метрики, чтобы выразить его следующим образом:

$$ds^2 = d\tau^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Теперь мы покажем, что уравнение (13) сводится к ньютоновскому уравнению движения, когда гравитационные поля слабы и статичны (т.е. в специальной теории относительности, где $g_{\mu\nu}$ очень близко к $\eta_{\mu\nu}$ и не зависит от времени), и когда скорости много меньше скорости света, т.е. $v/c \ll 1$ что можно выразить следующим образом:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad \text{avec} \quad h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$$

NB: В теории линеаризованной гравитации мы предполагаем, что пространство-время почти плоское. Для этого мы представляем общий метрический тензор $g_{\mu\nu}$ как сумму метрики Минковского $\eta_{\mu\nu}$ метрики, которая описывает плоское пространство-время, как было показано ранее, и небольшого "возмущения" $h_{\mu\nu}$ которое представляет собой отклонение от этой плоскости из-за наличия массы или энергии. Мы увидим это позже при изучении дипольного отталкивания для стационарной системы (раздел 3.3).

Интегрируя этот метрический тензор в выражении (14), мы понимаем, что частные производные метрического тензора зависят только от $h_{\mu\nu}$ поскольку $\eta_{\mu\nu}$ постоянна, а ее производные равны нулю. Таким образом, в линеаризованной теории гравитации символы Кристоффеля можно аппроксимировать, учитывая только вклад возмущения $h_{\mu\nu}$. Это объясняется тем, что символы Кристоффеля определяются первыми производными метрического тензора, а в слабом гравитационном поле $h_{\mu\nu}$ мала по сравнению с $\eta_{\mu\nu}$. Поэтому, когда мы вычисляем символы Кристоффеля для слабого гравитационного поля, мы пренебрегаем производными от $\eta_{\mu\nu}$ и учитываем только производные от $h_{\mu\nu}$. Таким образом, получаем:

$$g_{\mu\sigma,\nu} = h_{\mu\sigma,\nu} \quad \text{et} \quad g_{\mu\nu,\sigma} = h_{\mu\nu,\sigma} \quad \text{et} \quad g_{\nu\sigma,\mu} = h_{\nu\sigma,\mu}$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} (\eta^{\lambda\sigma} + h^{\lambda\sigma}) (h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Учитывая, что $h_{\mu\nu}$ мала, мы понимаем, что произведение $h^{\lambda\sigma}$ с его частными производными будет давать вклад в члены порядка два и выше (например, h^2 , h^3 и т. д.). Эти члены высшего порядка будут значительно меньше искомым членам первого порядка. Поэтому при вычислении символов Кристоффеля мы пренебрегаем произведениями $h_{\mu\nu}$ и его производных, из чего следует, что вклад $h^{\lambda\sigma}$ пренебрежимо мал по сравнению с вкладами $\eta^{\lambda\sigma}$. Таким образом, получаем:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \approx \frac{1}{2} \eta^{\lambda\sigma} (h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Это приближение упрощает процесс вычисления кривизны пространства-времени в слабых гравитационных полях и является фундаментальным для анализа гравитационных волн, где возмущения $h_{\mu\nu}$ представляют собой волнения в кривизне пространства-времени.

Рассмотрим теперь два случая:

- Для $\lambda = 0$ которая соответствует временной координате в общей теории относительности, уравнение Кристоффеля первого рода становится специфическим для временной координаты. Используя метрический тензор Минковского η метрический тензор и возмущение h символ Кристоффеля для $\lambda = 0$ дается уравнением :

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2} \eta^{0\sigma} (h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Поскольку $\eta^{0\sigma}$ не равна нулю только тогда, когда $\sigma = 0$ что приводит к $\eta^{00} = 1$ получаем следующее соотношение :

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2} (h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu} - h_{\mu\nu,0})$$

Однако, поскольку гравитационное поле статично, то есть метрика пространства-времени не меняется со временем, частная производная метрического тензора по времени ($\frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial t}$) равна нулю. Это позволяет рассматривать систему как находящуюся в стационарном режиме относительно метрики пространства-времени:

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2} (h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu})$$

- Для пространственных координат, обозначаемых $\lambda = i$ (где i, j, k представляют собой пространственные индексы), символы Кристоффеля могут быть вычислены с помощью метрики возмущений $h_{\mu\nu}$. Метрический тензор Минковского $\eta^{i\sigma}$ используется для повышения индекса и равен -1 когда индексы совпадают. Таким образом, символы Кристоффеля для пространственных координат имеют вид :

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = \frac{1}{2}\eta^{i\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Однако, учитывая отрицательный знак пространственных компонентов $\eta^{i\sigma}$ уравнение для $\sigma = i$ упрощается до :

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = -\frac{1}{2}(h_{\mu i,\nu} + h_{\nu i,\mu} - h_{\mu\nu,i})$$

Этот отрицательный знак отражает противоположный знак для пространственных компонент метрического тензора Минковского по отношению к временной компоненте.

Теперь проинтегрируем эти результаты в уравнение геодезии (13) для каждого случая:

- Для $\lambda = 0$ мы знаем, что $x^\lambda = x^0 = ct$ тогда

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2}(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0$$

Однако следующее произведение даст сумму по повторяющимся индексам μ и ν количества порядков 0, 1 и 2 :

$$(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds}$$

Учитывая, что количества более высокого порядка, в частности, порядка 1 и 2, весьма незначительны, тем более что они основаны на уже небольшом количестве $h_{\mu\nu}$ которое намного меньше, чем $\eta_{\mu\nu}$ мы оставим только термины нулевого порядка. В данном контексте нулевой порядок относится к терминам, где μ и ν равны 0, что соответствует временным компонентам. Это упрощение приводит нас к следующему уравнению:

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2}(h_{00,0} + h_{00,0}) c^2 \frac{dt}{ds} \frac{dt}{ds} = 0$$

В этом приближении только члены, связанные с временной координатой, вносят существенный вклад в уравнение движения, упрощая анализ пространственно-временных геодезических в слабом гравитационном поле.

Однако, поскольку гравитационное поле статично, эти величины равны нулю, так что :

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} = 0$$

Из этого следует, что t пропорционально s что означает :

$$s = ct$$

- Для пространственных координат, обозначенных через $\lambda = i$ из (15) получаем :

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} - \frac{1}{2} (h_{\mu i, \nu} + h_{\nu i, \mu} - h_{\mu \nu, i}) \frac{1}{c^2} \frac{dx^\mu}{dt} \frac{dx^\nu}{dt} = 0$$

Однако, как уже говорилось, мы сохраним только величины 0-го порядка для μ и ν которые равны 0. Из-за статичности гравитационных полей мы получим следующее уравнение :

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} + \frac{1}{2} h_{00, i} = 0$$

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\frac{c^2}{2} h_{00, i}$$

Поскольку i является пространственным индексом, принимающим значения 1, 2 или 3, мы находим форму эквивалентности "ускорение - сила", которая может быть представлена в векторной форме:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\overrightarrow{grad} \phi$$

с

$$\phi = \frac{c^2 h_{00}}{2}$$

Связь между гравитационным потенциалом и временной компонентой метрического тензора можно установить, введя (16) в (17):

$$g_{00} = 1 + \frac{2\phi}{c^2}$$

Гравитационный потенциал ϕ эквивалентен квадрату скорости (c^2). Зная, что $h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$ мы можем локально проверить это для Земли, $h_{00} = \frac{2\phi}{c^2} = \frac{2G \cdot M_t}{R_t \cdot c^2} = 10^{-9} \ll \eta_{00} = 1$ используя известное выражение для вычисления гравитационного потенциала:

$$\phi = \frac{GM}{R}$$

2.3.7 Решения Карла Шварцшильда и Людвига Фламма

Карл Шварцшильд разработал полное геометрическое решение уравнения (18), состоящее из двух метрик, опубликованных в двух отдельных работах ((Schwarzschild 1916b), (Schwarzschild 1916a)):

- **Первое решение** описывает, используя метрику ниже, внешнюю геометрию сферически симметричной массы, такой как звезда радиуса r_n в вакууме вне объекта, где нет материи, т. е. на рис. 2.4:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{8\pi G\rho r_n^3}{3c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G\rho r_n^3}{3c^2 r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

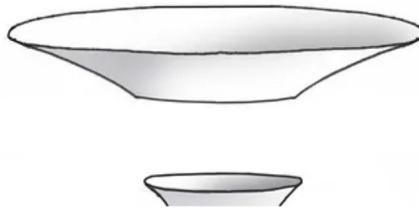


Рисунок 2.4 - Участок гиперповерхности Фламма

- **Второе решение**, часто называемое внутренним решением Шварцшильда, структурировано следующей метрикой, которая описывает геометрию пространства-времени внутри статичного, сферически симметричного тела несжимаемой жидкости, такого как звезда радиуса r_n т.е. Рис. 2.5 :

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G\rho r^2}{3c^2}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G\rho r_n^2}{3c^2}} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G\rho r^2}{3c^2}} \right]^2 c^2 dt^2$$

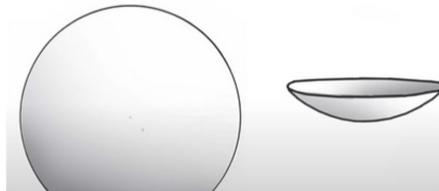


Рисунок 2.5 - По ложение сферы

Этот подход предполагает объединение двух сегментов пространственно-временных решений, а именно двух областей гиперповерхностей, каждая из которых характеризуется своей метрикой. Соединение происходит на общей границе, что обеспечивает непрерывность геометрии пространства-времени и физическую согласованность объединенного решения на границе раздела.

В том же году молодой математик предложил свою интерпретацию работы Шварцшильда. Его звали Людвиг Флам. Его работа и его имя до сих пор остаются практически неизвестными специалистам по космологии по одной простой причине: его статья была переведена на английский язык только в 2012 году. Он в совершенстве владел геометрией таких объектов, как трехмерные римановы гиперповерхности ((Flamm 1916)).

На основе внешней метрики Шварцшильда Крускал разработал свою знаменитую модель, которая считается основой теории черных дыр. Фактически, аналитически расширяя внешнее решение Шварцшильда, он "алгебраически" устраняет координатную сингулярность, найденную на "горизонте событий" для $r = R_s$ (радиус Шварцшильда), введя новую систему координат. Эта система предназначена для того, чтобы сделать метрику регулярной везде, кроме "центральной физической сингулярности" для $r = 0$ ((Martin D. Kruskal 1960), (Jean-Marie Souriau 1965)). Но действительно ли эта модель имеет физический смысл?

2.3.8 Построение геодезических для внешней метрики Шварцшильда

Рассмотрим внешнюю метрику Шварцшильда (6.53), взятую из (Adler, Bazin, and Schiffer 1975) (стр. 194):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) (dx^0)^2 - \left(\frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}}\right) - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

где m простая константа интегрирования (длина), x^0 хронологический маркер (также длина), и s длина, измеренная на четырехмерной гиперповерхности.

Авторы пишут:

$$x^0 = ct$$

Геодезическая - это путь, вписанный в гиперповерхность, соответствующий минимальной длине:

$$\delta \int ds = 0$$

Это означает, что данная длина :

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right\}$$

имеет минимальное значение на пути, параметризованном таким образом: $t(s)$, $r(s)$, $\theta(s)$, $\phi(s)$.

Запишем :

$$\dot{t} = \frac{dt}{ds}, \quad \dot{r} = \frac{dr}{ds}, \quad \dot{\theta} = \frac{d\theta}{ds}, \quad \dot{\phi} = \frac{d\phi}{ds}$$

Это означает поиск путей, которые минимизируют :

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2) \right\} ds$$

В квадратных скобках указано количество :

$$L = L(t, r, \theta, \phi, \dot{t}, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) \quad \text{ou} \quad L = L(x^i, \dot{x}^i)$$

Эта проблема была решена французским математиком Лагранжем, что привело к появлению уравнений Лагранжа.

Вычисление геодезических - это задача на "ограниченный экстремум". Это связано с тем, что мы рассматриваем все пути, соединяющие две точки a и b , следовательно, связаны с этими точками. Тогда геодезические задаются уравнениями :

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} \right) = \frac{\partial L}{\partial x^i}$$

C :

$$L = \left(1 - \frac{2m}{r} \right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2 (\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta} = -2r^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2$$

Первые три уравнения Лагранжа (6.75), (6.76), (6.77) из (Adler, Bazin, and Schiffer 1975), соответствующие переменным θ , ϕ и t имеют следующий вид:

$$\frac{d}{ds} (r^2 \dot{\theta}) = r^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2$$

$$\frac{d}{ds} (r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}) = 0$$

$$\frac{d}{ds} \left[\left(1 - \frac{2m}{r} \right) \dot{t} \right] = 0$$

Если разделить каждый член метрики (25) на ds^2 :

$$1 = \left(1 - \frac{2m}{r} \right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2 (\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2)$$

В общей теории относительности использование сферической симметрии решения может упростить анализ геодезических. В случае метрики Шварцшильда, которая действительно сферически симметрична, эта симметрия может быть использована для сведения задачи к двум измерениям.

Метрика Шварцшильда в сферических координатах зависит от переменных r , θ , ϕ и t . Сферическая симметрия означает, что метрика не меняется при вращении вокруг центра. Это свойство позволяет нам упростить задачу, выбирая геодезические, которые остаются в постоянной плоскости. Для упрощения вычислений принято выбирать экваториальную плоскость, что соответствует заданию $\theta = \pi/2$. В этой

плоскости θ не меняется, что означает, что $d\theta = 0$ и, следовательно, компонента метрики, включающая $d\theta$ исчезает (см. рис. 2.6).

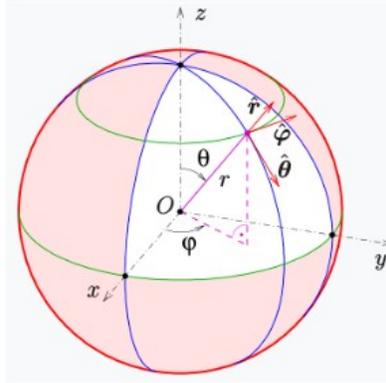


Рисунок 2.6 - Торы V_{esc} в сферических координатах

Затем, рассмотрев лагранжиан (функцию, обобщающую динамику системы), связанный с этой метрикой, мы можем найти уравнения движения для геодезических. Для объекта, движущегося в экваториальной плоскости, азимутальная составляющая его углового момента, связанная с ϕ это следствие осевой симметрии метрики относительно оси, перпендикулярной экваториальной плоскости. Математически это выражается уравнением :

$$r^2 \dot{\phi} = h = \text{constante}$$

где h постоянная движения (угловой момент на единицу массы), r радиальная координата, и $\dot{\phi}$ производная азимутальной координаты ϕ по отношению к собственному времени s (время, измеренное часами, движущимися вместе с объектом).

Это говорит о том, что величина $r^2 \dot{\phi}$ остается постоянной вдоль геодезической.

Уравнение (19) можно проинтегрировать, чтобы получить :

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t} = l = \text{constante}$$

Подставляя, получаем дифференциальное уравнение :

$$1 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} c^2 l^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - \frac{h^2}{r^2}$$

которая дает r как функцию от параметра s . Но, используя уравнение, представленное ранее, мы можем перейти к дифференциальному уравнению с производной :

$$r' = \frac{dr}{d\phi} = \frac{\dot{r}}{\dot{\phi}}$$

Из (20) и (21) получаем :

$$\dot{r} = \dot{\phi} r' = \frac{h}{r^2} r'$$

Затем мы можем получить дифференциальное уравнение, связывающее r и l :

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) = c^2 l^2 - \frac{h^2}{r^4} r'^2 - \frac{h^2}{r^2} \left(1 - \frac{2m}{r}\right)$$

Затем мы можем перейти от переменной r к переменной u например:

$$u = \frac{1}{r} \Rightarrow r' = -\frac{u'}{u^2}$$

Тогда из (22) мы можем вывести :

$$d\phi = \frac{dr}{r'} = \frac{du}{u'}$$

Что приводит нас к :

$$(1 - 2mu) = c^2 l^2 - h^2 u'^2 - h^2 u^2 (1 - 2mu)$$

что сводится к:

$$u'^2 = \left(\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2}\right) + \frac{2m}{h^2} u - u^2 + 2mu^3$$

Таким образом, из (23) интеграция дает :

$$\phi = \phi_0 + \int_{u_0}^u \frac{dv}{\sqrt{\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2} + \frac{2m}{h^2} v - v^2 + 2mv^3}}$$

Это точное решение уравнения Эйнштейна, которое выражает угол ϕ как интеграл от $u = \frac{1}{r}$ и, наоборот, это дает нам u как (неявная) обратная функция от ϕ и приводит к "квазиэллиптическим" геодезическим, зависящим от двух констант интегрирования l и h .

Если h велико, это означает, что геодезическая траектория, пройденная пробной частицей, отклонится от радиальной траектории свободного падения, поскольку она будет обладать значительным удельным угловым моментом. В результате на ее траекторию будет меньше влиять сила тяжести, направленная непосредственно к центральному телу, что заставит ее отклониться от прямого радиального падения и пойти по более кривой или "квазиэллиптической" траектории.

Игнорируя область внутри сферы Шварцшильда ($r < 2m$), можно представить в 3D плоскостные геодезические, связанные с этой стационарной метрикой.

Представление сферы Шварцшильда можно представить как окружность, которая проецируется в пространство-время вдоль временного измерения Шварцшильда t_s .

Если мы рассмотрим нейтронную звезду с радиусом 10 км, то она будет оставаться стабильной при пределе Толмана-Оппенгеймера-Волкоффа (TOV) около 2 масс Солнца. Предел TOV представляет собой максимальную критическую массу, которую может иметь нейтронная звезда, оставаясь стабильной. Это означает, что *горизонт* эквивалентной точечной массы находится на расстоянии около 6 км от ее центра ($r_s = \alpha$). Поскольку радиус звезды примерно $3/2$ в r_s мы помещаем *горизонт* этого объекта на $r_s = 2$ для радиуса 3. Эта конфигурация позволила мне изобразить с помощью системы Mathematica геодезическую траекторию падения пробной частицы на этот объект, как показано на рисунке 2.7.

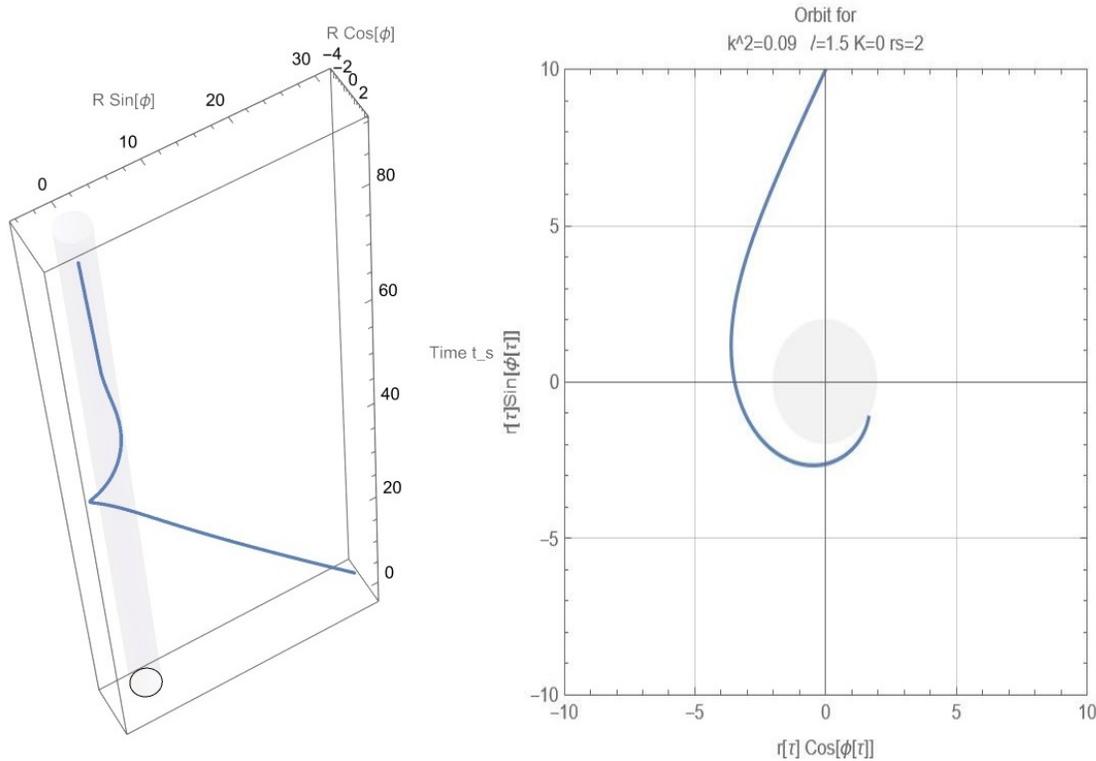


Рисунок 2.7 - Представление падающей геодезической в системе координат (r, ϕ, t_s)

Каким бы ни было направление движения геодезической, в данном случае центростремительным, при таком выборе временной координаты ей потребуется бесконечное количество времени, чтобы приблизиться к сфере Шварцшильда. Действительно, как видно из рисунков 2.8 и 2.9, для удаленного наблюдателя любой объект, приближающийся к горизонту нейтронной звезды, близкой к своей физической критичности, или сверхмассивного объекта, такого как те, альтернативный подход к которым будет рассмотрен в главе 7, будет испытывать замедление времени, близкое к тому, что известно как радиус Шварцшильда. Однако для самого объекта (или наблюдателя, движущегося вместе с объектом) время будет продолжать идти нормально (синяя кривая по сравнению с пунктирной кривой, соответственно).

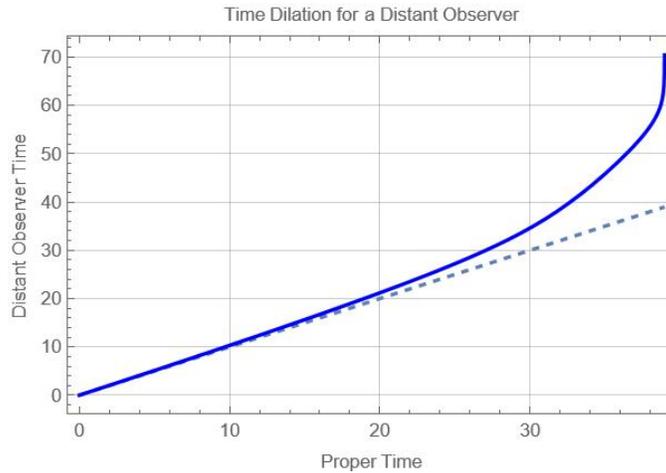


Рисунок 2.8 - Замедление времени для удаленного наблюдателя

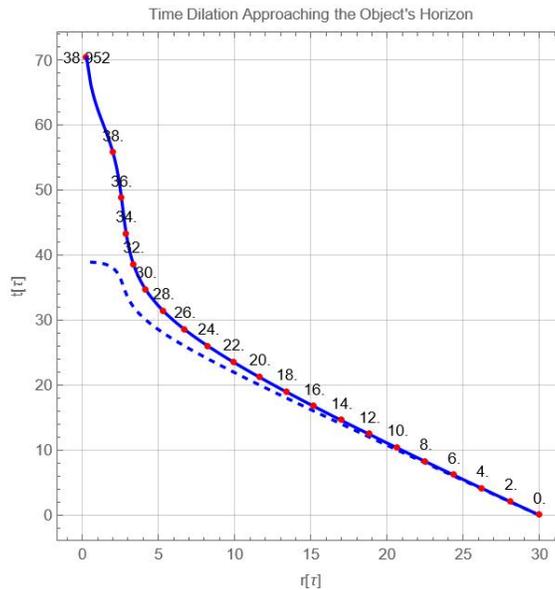


Рисунок 2.9 - Темп реальной дилатации при приближении к горизонту объекта

С точки зрения этого удаленного наблюдателя, объекту, по-видимому, потребуется бесконечное количество времени, чтобы достичь горизонта. В результате он будет восприниматься как постепенно замедляющийся, кажущийся почти застывшим или замершим у горизонта.

Это явление - следствие общей теории относительности, которая предсказывает, что наличие значительной массы искривляет пространство-время. Эта кривизна влияет на течение времени, что приводит к замедлению времени в интенсивных гравитационных полях.

Этот аспект является одним из столпов теории черных дыр. Но есть ли другая альтернатива? Мы рассмотрим это позже в главе 5.

2.3.9 Решение Роя Керра

В 1963 году Рой Керр, выдающийся математик из Новой Зеландии, произвел революцию в понимании общей теории относительности в контексте модели черной дыры, предложив новое решение полевых уравнений Эйнштейна. В отличие от внешней метрики Шварцшильда ((Schwarzschild 1916b)), которая используется в качестве основы для статической, сферически симметричной модели черной дыры, решение Керра является акси-симметричным, представляя вращающуюся черную дыру ((Kerr 1963)). Это открытие было особенно значимым в то время, поскольку оно позволило создать более реалистичную модель для многих небесных объектов.

Метрика Керра выражается в координатах Бойера-Линдквиста (t, r, θ, ϕ) ((Chaskalovic 2009)), а ее линейный элемент задается для $c = 1$ по :

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GMr}{\rho^2}\right) dt^2 - \frac{4GMarsin^2\theta}{\rho^2} dt d\phi + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2GMra^2 sin^2\theta}{\rho^2}\right) sin^2\theta d\phi^2$$

где

$$\begin{aligned}\Delta &= r^2 - 2GMr + a^2, \\ \rho^2 &= r^2 + a^2 \cos^2\theta.\end{aligned}$$

M масса центрального вращающегося объекта, часто черной дыры, влияющего на окружающее пространство-время, и a удельный угловой момент вращающегося объекта. Важным термином, который следует отметить здесь, является $-\frac{4GMarsin^2\theta}{\rho^2} dt d\phi$ который представляет собой сопротивление пространства-времени, вызванное вращением объекта, обычно черной дыры. Эта особенность может быть интерпретирована как проявление идеи Эрнста Маха об относительности движения, когда само пространство-время оказывается под влиянием присутствия движущейся материи.

Актуальность решения Керра была еще больше подчеркнута открытием в 1967 году пульсаров, под которыми первоначально понимались нейтронные звезды, вращающиеся с невероятно высокими скоростями, иногда достигающими тысячи оборотов в секунду. Хотя метрика Керра в основном применяется к модели черной дыры, ее последствия для понимания других компактных астрофизических объектов, таких как нейтронные звезды, также значительны.

Известный астрофизик Субрахманьян Чандрасекхар назвал решение Керра крупным достижением в прикладных математических исследованиях в теоретической физике ((Chandrasekhar 1983)).

Что важно подчеркнуть в подходе Керра, так это возможность исследовать другие свойства представления, такие как введение, например, термина $dr dt$ во внешнюю метрику Шварцшильда, последствия чего будут рассмотрены в главе 5.

2.4 Работа Андрея Сахарова и Жан-Мари Суро

Космологическая модель "Янус" объединяет теорию общей относительности Альберта Эйнштейна, работы Андрея Сахарова по физике частиц и космологии, а также работы Жан-Мари Суро по симплектической геометрии. Согласно теории динамических групп, он объясняет, как инверсия времени влечет за собой инверсию энергии и, следовательно, массы.

Действительно, барионная асимметрия Вселенной считается одной из самых значительных проблем современной физики. Точнее, это относится к наблюдению, что во Вселенной есть чистое количество барионов (частиц, состоящих из трех кварков, таких как протоны и нейтроны), но почти нет антибарионов (частиц, состоящих из трех антикварков). При Большом взрыве во Вселенной должно было образоваться равное количество барионной материи и антибарионной

антиматерии, что привело бы к их взаимной аннигиляции, в результате которой их масса превратилась бы в фотоны. Но что случилось с этой первозданной антиматерией?

В 1960-х годах ученые обнаружили, что скорость производства материи (из комбинации первобытных кварков) немного превышает скорость производства антиматерии (из комбинации антикварков) - явление, известное как "*нарушение CP*" ((Cronin 1964)). Это было парадоксально, поскольку ранее такие процессы объединения считались симметричными. Однако в результате этого *CP-нарушения* в первозданной Вселенной синтезировалось больше материи, которая преобладала над антиматерией.

Российский физик Андрей Сахаров первым, начиная с 1967 года, стал восстанавливать глобальную симметрию, считая, что Вселенная состоит не из единого целого, а из двух вселенных-близнецов, исходящих из одной и той же сингулярности Большого взрыва, с двумя противоположными стрелами времени от момента $t = 0$. Первоначальная сингулярность Φ изменяет не только время (*T-симметрия*), но и четность (*P-симметрия*, также называемая "*энантиоморфией*") и сопряжение зарядов (*C-симметрия*, которая превращает частицу в ее античастицу, и наоборот), вызывая полную *CPT-симметрию* ((Сахаров 1967), (Сахаров 1980), (Сахаров 1982)). *Нарушение CP-симметрии* также обратимо во Вселенной-близнеце, что означает, что антиматерия преобладает над материей. Следует отметить, что Сахаров сосредоточился на описании *CPT-симметрии* только в контексте физики частиц, поэтому не включил в свою модель гравитацию, так что вселенные-близнецы никогда не взаимодействуют, кроме как в момент их рождения, как показано на рис. 2.10:

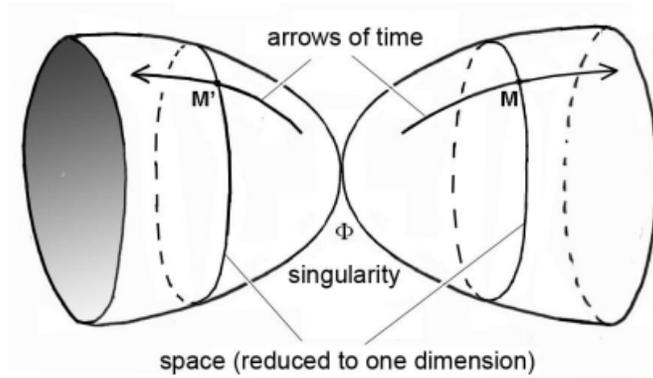


Рисунок 2.10 - Космологическая модель Сахарова

2.5 Биметрический подход, введенный гиперболической римановой геометрией

Гиперболическая риманова геометрия играет важнейшую роль в космологической модели Януса. Эта ветвь геометрии изучает искривленные пространства с постоянной отрицательной кривизной. Эта геометрия позволяет концептуализировать пространства как с положительной, так и с отрицательной кривизной. Однако важно отметить, что в настоящее время в гиперболической римановой геометрии не существует биметрической или мультиметрической математической теории, на которой можно было бы построить биметрическую космологическую модель. Действительно, существующие теоретические модели остаются эвристическими. Например, два подхода были предприняты в 2002 и 2008 годах Тибольдом Дамуром ((Damour and Kogan 2002)) и Сабиной Хоссенфельдер ((Hossenfelder 2008)), соответственно. Один из них был основан на введении тяжелых и легких гравитонов в систему биметрических уравнений поля, а другой был более или менее похож на нашу модель.

Действительно, Дамур и Коган пытаются построить теорию "двух мембран", включающую спектр массивных гравитонов, но этот 40-страничный документ обрывается на полуслове. Вскользь они показывают, что такая большая гравитация должна подчиняться системе из двух связанных полевых уравнений:

$$2M_L^2 \left(R_{\mu\nu}(g^L) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^L R(g^L) \right) + \Lambda_L g_{\mu\nu}^L = t_{\mu\nu}^L + T_{\mu\nu}^L$$

$$2M_R^2 \left(R_{\mu\nu}(g^R) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^R R(g^R) \right) + \Lambda_R g_{\mu\nu}^R = t_{\mu\nu}^R + T_{\mu\nu}^R$$

Впоследствии Сабина Хоссенфельдер предложила уточненную модель, учитывающую концепцию отрицательной массы во Вселенной. Однако в 1957 году Герман Бонди попытался ввести эти массы в модель Альберта Эйнштейна. Но так называемое явление утечки выявило физические противоречия, в результате чего модель нарушила фундаментальные принципы физики, такие как принцип

действия-реакции и эквивалентности ((Bondi 1957)). Хоссенфельдер пошел дальше и сформулировал пару новых связанных уравнений поля:

$$R_{vk} - \frac{1}{2} g_{vk}^{(g)} R = T_{kv} - \frac{V}{\sqrt{g}} a_v^k T_{vk}$$

$$R_{vk} - \frac{1}{2} h_{vk}^{(h)} R = T_{vk} - W \sqrt{\frac{g}{h}} a_k^v T_{kv}$$

Затем, поскольку она не смогла устранить несоответствие с физическими принципами и считала, что оно неразрывно связано с "биметрической гравитацией", она сдалась.

Общим для этих двух подходов является то, что они являются чисто теоретическими и не дают результатов, подтвержденных наблюдениями. Единственная заслуга нашей космологической модели по сравнению с двумя предыдущими заключается в том, что она имеет много точек привязки к наблюдениям и несколько физических предсказаний, которые мы увидим в разделе 3.2

Гиперболическая риманова геометрия - это ветвь римановой геометрии, которая изучает искривленные пространства с постоянной отрицательной кривизной, что математически соответствует гиперболической форме, часто описываемой как "седловидная". Более точно, постоянная отрицательная кривизна гиперболического пространства может быть описана как асимптотическое поведение гиперболы в обоих направлениях: ветви гиперболы бесконечно расходятся, никогда не сходясь. Эта характеристика является важным свойством гиперболического пространства и может быть использована для его отличия от евклидовой геометрии и сферической римановой геометрии.

Например, на рисунке 2.11 красные линии, рисующие треугольники, - это *геодезические* поверхности. Проще говоря, *геодезическая* - это кратчайший путь между двумя точками в пространстве. Представьте, что вы находитесь в плоском евклидовом пространстве, как на большом листе бумаги; здесь этот путь - просто прямая линия. Но на искривленных поверхностях, как положительно искривленных (сферическая геометрия), так и отрицательно искривленных (гиперболическая геометрия, например, седло лошади), *геодезическую* можно нарисовать с помощью нити или резинки, натянутой между двумя точками на этой поверхности, представляя собой кратчайший путь. Таким образом, в отличие от евклидовой геометрии, где сумма углов треугольника равна 180 градусам, в сферической (римановой) геометрии эта сумма превышает 180 градусов, а в гиперболической (также являющейся разновидностью римановой геометрии) - меньше 180 градусов.

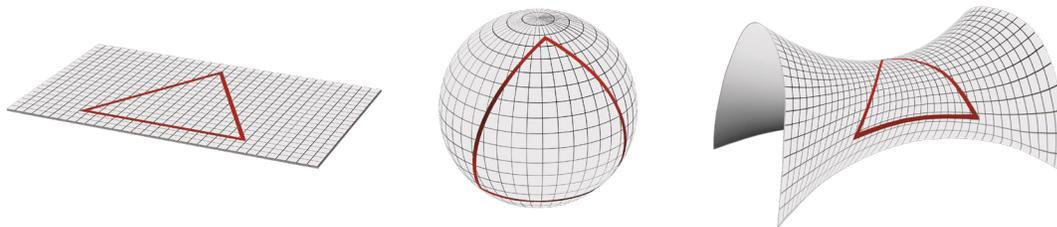


Рисунок 2.1 1 - Типы пространственной кривизны

Важно отметить, что "плоское" евклидово пространство, то есть пространство с нулевой кривизной, не обязательно является плоской плоскостью. Возьмем предыдущий пример с листом бумаги: даже если его сложить несколько раз, как гофрированное железо, его кривизна везде остается нулевой. Это значит, что *геодезическая*, прочерченная на его поверхности, не меняется, потому что лист не растягивается. То же самое относится и к замкнутым евклидовым поверхностям, таким как цилиндр или конус: вопреки тому, что вы можете подумать, они не имеют кривизны. Согласно евклидовой геометрии, хотя они и кажутся изогнутыми, их можно считать "плоскими", поскольку их поверхность можно развернуть в плоскость, не растягивая.

Концепция космологической модели Януса, которая будет развита в следующей главе, заключается в том, чтобы связать ее с "гемеловой геометрией", определяемой соотношением между пространствами с положительной кривизной и пространствами с отрицательной кривизной в соответствии с системой двух связанных уравнений поля.

3 Космологическая модель Януса

3.1 Описание

Космологическая модель "Янус" предлагает революционное видение Вселенной, характеризующейся римановым многообразием с двумя различными метриками. Эти метрики уникальным образом обрабатывают положительные и отрицательные массы, предлагая согласованную интерпретацию в рамках общей теории относительности, подтвержденную наблюдениями, и избегая при этом традиционных парадоксов. На

основе космологической модели Андрея Сахарова о двух невзаимодействующих биметрических

вселенных была разработана новая модель единой вселенной, состоящей из одного риманова многообразия с двумя метриками, а именно четырехмерной гиперповерхности с двумя слоями, сложенными друг на друга в *CPT-симметрии*, но на этот раз взаимодействующими за счет гравитационного эффекта.

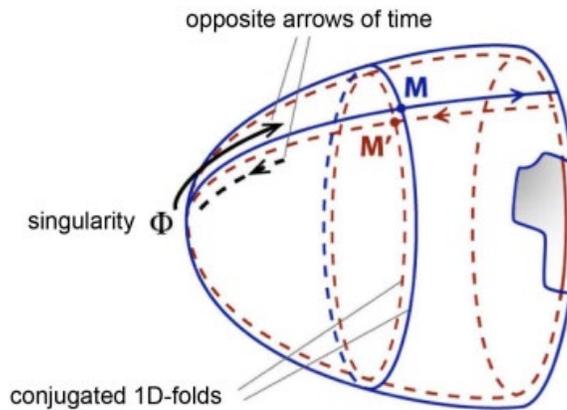


Рисунок 3.1 - Космологическая модель Януса

Первый слой имеет сетку с определенной единицей длины, обеспечивающей метрику, через которую материя с положительной энергией и массой проходит между двумя точками в этом пространстве-времени со скоростью, ограниченной теорией специальной относительности (раздел 2.2.2). И его аналог, сложенный, но возведенный в квадрат в соответствии с единицей длины в 100 раз короче и скоростью в 10 раз выше для материи отрицательной энергии и массы (фотоны, эволюционирующие в тех же пропорциях), что приводит к времени пересечения в 1000 раз быстрее. Таким образом, эта модель предлагает два семейства геодезических, пересекающих пространство-время двумя разными способами и с разными скоростями, что делает возможным межзвездные путешествия и объясняет некоторые физические явления, такие как исчезновение первобытной антиматерии и сжатие галактик ((Petit and d'Agostini 2014), (Petit 2018)).

Она также демонстрирует, что состояния с отрицательной энергией совместимы с

квантовой механикой.

Эта модель построена на двух связанных уравнениях поля, которые являются расширением уравнения поля Эйнштейна, предлагая правдоподобную альтернативу присутствию темной

энергии (отталкивающая сила) и темной материи (сглаживание кривых вращения галактик) в космосе, при этом успешно интегрируя отрицательные массы в общую относительность.

Она основана на выведении уравнений из концепции, называемой "*лагранжианом*". В физике мы часто используем принципы, чтобы объяснить, как объекты или частицы движутся и взаимодействуют друг с другом. В нашем случае мы используем принципы вариации, которые представляют собой математические формулы, описывающие, как физическая система развивается со временем, минимизируя определенную величину, называемую "*действием*". Эта вариационная концепция должна быть "*ковариантной*", что означает, что она остается неизменной независимо от выбранной инерциальной системы отсчета. Это означает, что она применима ко всем наблюдателям, независимо от их скорости.

Логическое выведение этих принципов должно привести нас к уравнениям, описывающим движения и взаимодействия системы частиц таким образом, чтобы они были справедливы для всех наблюдателей, независимо от их относительного движения. "*Действие*" определяется как интеграл "*лагранжиана*" за определенный период времени, что позволяет нам описать кинетику и динамику физической системы. *Лагранж* - это функция, вычисляемая на основе кинетической и потенциальной энергии системы, а также других факторов, которые могут влиять на ее поведение. Используя принцип наименьшего действия, мы стремимся найти траекторию системы, которая минимизирует "*действие*", что означает путь, для которого значение "*действия*" как можно меньше. Уравнения движения получаются путем дифференцирования этой траектории минимального действия по времени.

3.2 Использование

Космология переживает кризис. Первый пример - скорость расширения Вселенной, которая раздувается, как гигантский воздушный шар, уже 13,8 миллиарда лет. Когда астрофизики с помощью своих телескопов измерили текущую скорость расширения, известную как постоянная Хаббла (или H_0), они обнаружили значение, несовместимое с тем, которое предсказывает Стандартная модель космологии (Λ CDM), теорией, которая в настоящее время лучше всего описывает историю Вселенной, от ее возникновения (Большого взрыва) и первых атомов до наших дней, через первые звезды и галактики.

Постоянная Хаббла (H_0) - это ключевой параметр космологии, измеряющий скорость расширения Вселенной. Она показывает, насколько быстро галактики удаляются друг от друга в зависимости от расстояния до них. Однако в последнее время два основных метода измерения дают существенно отличающиеся результаты:

- С одной стороны, локальные измерения с помощью прямых наблюдений за галактиками и космологическая шкала расстояний, основанная на стандартных свечах, таких как цефеиды и сверхновые типа Ia, дают значение

H_0 73 км/с/Мпк². Это измерение получено в коллаборации Shoes под руководством американца Адама Рисса.

- С другой стороны, данные космического микроволнового фона³, анализируемого в рамках Стандартной модели космологии, указывают на более низкое значение - 67,4 километра в секунду на мегапарсек (км/с/Мпк). Этот метод основан на данных, полученных со спутника Planck.

Это расхождение, если оно не связано с ошибками измерений, требует переоценки некоторых фундаментальных аспектов Стандартной модели, таких как роль темной энергии в ускорении космического расширения. Космологическая модель Януса приписывает этот антигравитационный эффект отрицательным массам и уточняет их природу, что мы более подробно рассмотрим позже в специальном разделе 3.3. Другой пример - космический телескоп Джеймса Уэбба (JWST), обладающий передовыми возможностями наблюдения в инфракрасном диапазоне, предназначен для наблюдения Вселенной на самых ранних этапах ее эволюции, включая формирование первых галактик. Недавние наблюдения JWST выявили объекты и поведение, которые не соответствуют предсказаниям Стандартной модели, что привело к полному пересмотру ее основ.

Согласно Стандартной модели космологии, после Большого взрыва во Вселенной наступил темный период, за которым через несколько сотен миллионов лет последовало

образование первых звезд и протогалактик. В течение первого миллиарда лет эти первые структуры превратились в крупные галактики - процесс, управляемый гравитацией темной материи. В течение миллиардов лет галактики продолжали развиваться и группироваться, образуя различные типы, наблюдаемые сегодня. Считается, что темная материя и темная энергия играют решающую роль в этом процессе, влияя на формирование структур и расширение Вселенной соответственно.

Недавнее исследование, опубликованное в журнале *Nature Astronomy* (Boylan-Kolchin 2023), относится к открытию Майка Бойлана-Колчина, доцента астрономии Техасского университета в Остине, о более раннем, чем ожидалось, формировании нескольких галактик на высоких временах (между 500 и 700 миллионами лет после Большого взрыва), которые намного массивнее нашей (10 миллиардов солнечных масс).

Например, *Abell 2744 Y1* - скопление галактик, расположенное в созвездии

² Один мегапарсек эквивалентен примерно 3,26 миллиона световых лет. На каждый мегапарсек расстояния расширение Вселенной увеличивает скорость разделения галактик на 73 километра в секунду.

³ Космический микроволновый фон (СМВ) - это электромагнитное излучение, испускаемое примерно через 380 000 лет после Большого взрыва, когда Вселенная уже достаточно остыла, чтобы электроны и протоны объединились в атомы.

Скульптора на расстоянии около 13,2 миллиарда световых лет, представляется нам таким, каким оно было, когда возраст Вселенной составлял всего 650 миллионов лет (рис. 3.2).

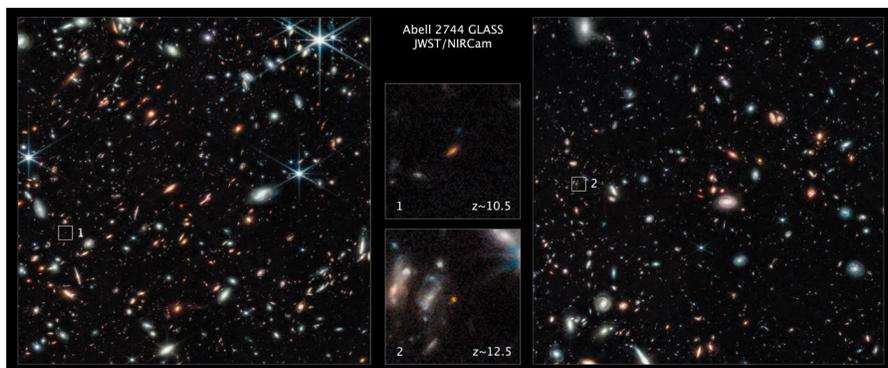


Рисунок 3.2 - Изображение телескопа Джеймса Уэбба - Abell 2744 Y1

Это наблюдение космического телескопа Джеймса Уэбба еще раз подтверждает одно из предсказаний космологической модели "Янус".

Таким образом, космологическая модель Януса проливает новый свет на ключевые космологические вопросы, ответы на которые подтверждаются многочисленными наблюдениями и предсказаниями, включая, в частности, следующие:

- Объяснение ограничения галактик промежутками, занятыми отрицательными массами, способствующими их стабильности, как на рисунке 3.3 ((Farnes 2017)).

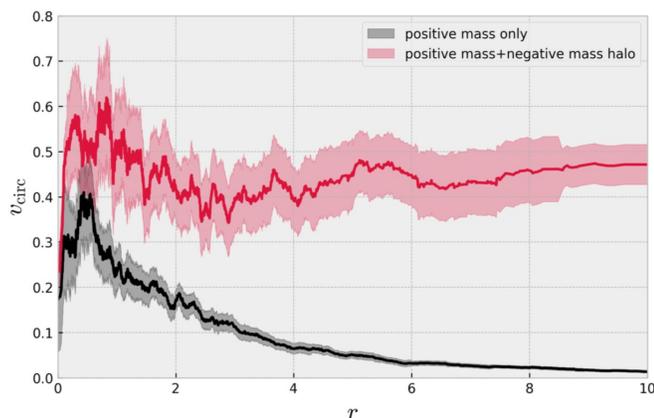


Рисунок 3.3 - Разница между круговыми скоростями со урбов галактики, состоящей из частиц с положительной массой, и другой, окруженной гало из частиц с отрицательной массой.

- Объяснение формы кривых вращения галактик (уплощение)
- Эта модель объясняет более высокое, чем ожидалось, гравитационное ускорение звезд, вращающихся на краях галактик, из-за наличия у них отрицательных масс.
- Объяснение высоких скоростей галактик в скоплениях за счет антигравитационного вклада отрицательных масс.
- Он предлагает математически подробное описание поведения галактик, основанное на общем подходе к уравнениям Власова и Пуассона. Он предсказывает, что скорости звезд внутри галактики организованы в эллипсоид, ориентированный к галактическому центру, и эта гипотеза подтверждается измерениями остаточных скоростей звезд вблизи Солнечной системы.
- Это объясняет эффект гравитационного линзирования вокруг галактик, как в разделе 3.4.

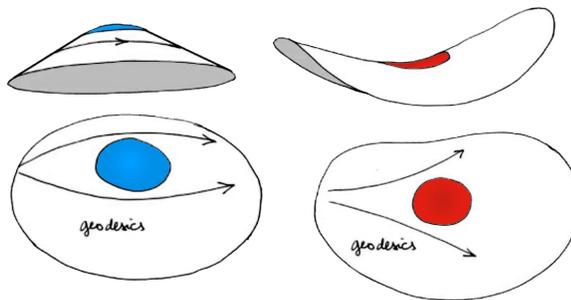


Рисунок 3.4 - Эффект гравитационной линзы

- Объяснение лакунарной структуры Вселенной, занятой скоплениями отрицательных масс в виде взаимосвязанных мыльных пузырей, как в 3.5.

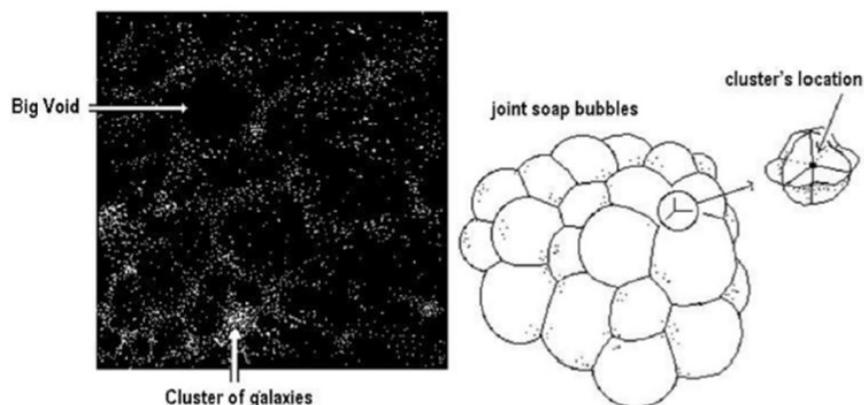


Рисунок 3.5 - Структура зазора

Эта структура также была установлена в 2018 году Цви Пираном в его статье (Piran 2018), в которой он подчеркивает распределение галактик в так называемых "стенах", обусловленных антигравитационным сжатием

субплотных областей отрицательных масс, сосредоточенных в темной материи пустых пространств. Наблюдения показывают, что эти пустые пространства занимают значительную часть объема Вселенной. Корреляция между пустотами в распределении галактик и областями с низкой плотностью темной материи явно свидетельствует о гравитационном происхождении этих пустот. Первобытные субплотные области, известные как "*отрицательные космологические пустоты*", действуют как отрицательные гравитационные массы и служат семенами для наблюдаемых пустот. Центры этих субплотных областей являются эффективными гравитационными массами, которые отталкивают материю, выравнивая ее вдоль стен между центрами. Пустоты сосредоточены вокруг этих масс и окружены стенами галактик. В конце концов, стены трескаются, в результате чего пустоты сливаются с другими пустотами, образуя более широкую сеть пустот, ограничивающих галактики.

- Предсказание и подтверждение раннего формирования всех галактик, недавно наблюдавшихся космическим телескопом Джеймса Уэбба ((Ferreira et al. 2022)). Фактически, модель предполагает, что все галактики сформировались вместе в течение первых 100 миллионов лет истории (первозданной) Вселенной. Это образование произошло, когда положительная масса была насильственно сжата между многочисленными скоплениями отрицательной массы, создавая высокое давление. Сильное сжатие материи и газов под действием антигравитационного эффекта отрицательных масс вызвало значительный нагрев, что привело к быстрому охлаждению, которому способствовала листоподобная структура. Время охлаждения позволило достичь температуры, достаточной для начала реакций термоядерного синтеза, что привело к рождению первых звезд и их объединению в галактики, которые мы знаем сегодня.
- Объяснение того, что далекие галактики на высоких красных смещениях (> 7) выглядят как карлики (уменьшенная светимость). Это происходит потому, что скопления с отрицательной массой (например, в области дипольного отталкивания, которую мы будем изучать в разделе 3.3) создают отрицательный эффект гравитационного линзирования для своих фотонов, что приводит к ослаблению их светимости.
- Подтвердились локальные релятивистские проверки, такие как опережение перигелия Меркурия или отклонение лучей света Солнцем. Поскольку два типа массы отталкиваются друг от друга, и учитывая, что отрицательная плотность массы почти пренебрежимо мала вблизи Солнца, первое уравнение в системе соответствует уравнению поля Эйнштейна (см. раздел 3.3.4.2).

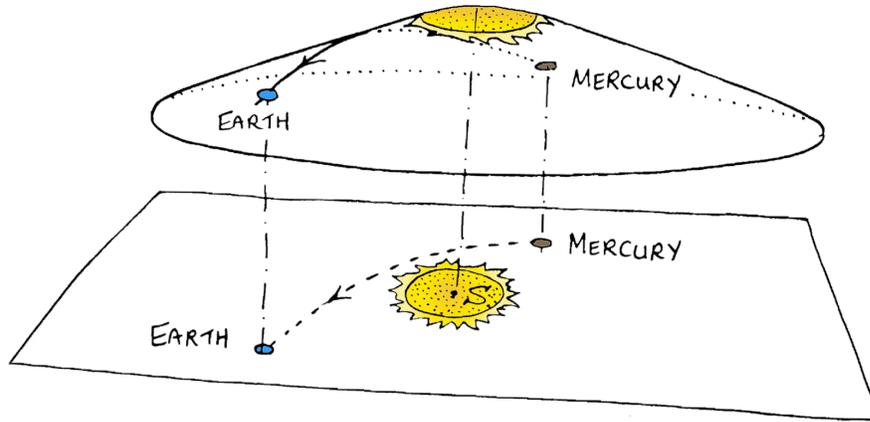


Рисунок 3.6 - Деформация пространства-времени, вызванная массой Солнца

- Использование асимметрии между двумя популяциями положительных и отрицательных масс привело к согласованности с данными наблюдений сверхновых типа Ia. Наблюдение сверхновых типа Ia стало важнейшим инструментом для определения расстояний до небесных объектов и изучения расширения Вселенной. Сверхновые типа Ia - это взрывы сверхновых, которые происходят в бинарных звездных системах, где звезда, известная как белый карлик, поглощает материал от звезды-компаньона до достижения критической массы, что приводит к ее взрыву. Эта асимметрия может быть вызвана такими процессами, как вращение или магнитное поле звезды-компаньона, которое переносит вещество на белый карлик. Если асимметрия существует, она может привести к разнице в светимости сверхновых типа Ia, что может объяснить результаты наблюдений.
- Объяснение природы Великого отталкивателя, обнаруженного в январе 2017 года (см. раздел 3.3), где было показано, что он существует в очевидно пустой области Вселенной, противоположной аттрактору Шэпли, который, как оказалось, отталкивает всю материю.

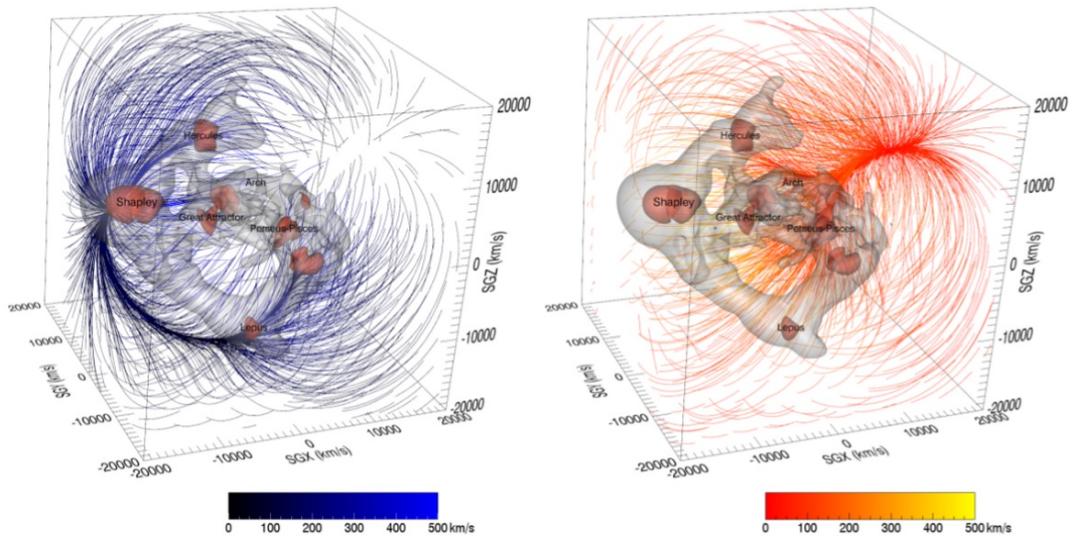
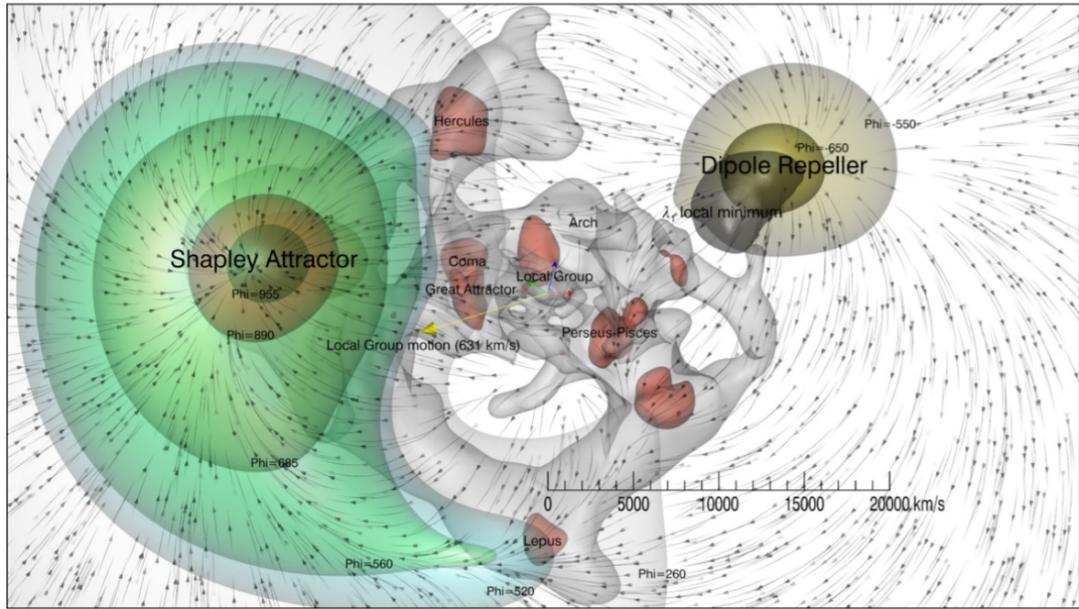


Рисунок 3.7 - Большой отпугиватель

- Модель демонстрирует прочную галактическую спиральную структуру, движимую динамическим трением, которое постоянно передает импульс менее плотной среде с отрицательной массой, что позволяет спиральным рукавам устойчиво и стабильно вращаться вокруг галактики. Как показано ниже, когда рукава проходят через области с высокой плотностью (положительной массой), они замедляются и теряют энергию, а когда проходят через области с низкой плотностью, они ускоряются и приобретают энергию. Это создает волны плотности, которые распространяются по галактике, передавая импульс среде с отрицательной массой.

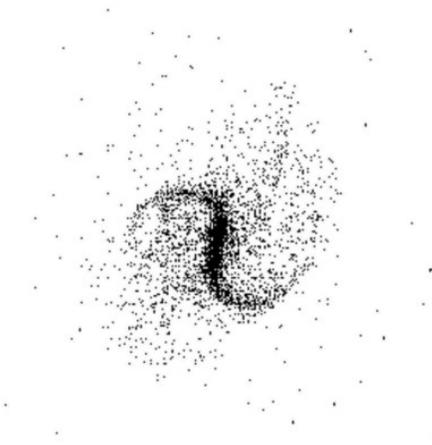


Рисунок 3.8 - Штриховая спираль численного моделирования *ation* (1992: 20 000 точек)

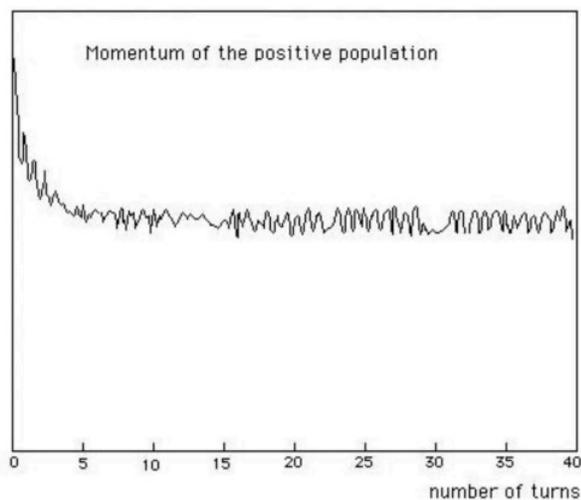


Рисунок 3.9 - Эволюция кинетического момента (1992: 20 000 точек)

- Объяснение того, почему космическая антиматерия не наблюдалась, поскольку она испускает фотоны с отрицательной энергией.
- Объяснение природы невидимых компонентов Вселенной: антипротонов, антинейтронов, антиэлектронов, антиводорода и антигелия с отрицательной массой. Эти элементы составляют первозданную антиматерию, которую невозможно наблюдать, поскольку она излучает фотоны с отрицательной энергией.
- **Предположение, недавно подтвержденное в сентябре 2023 года (Андерсон 2023):** C-симметричное (зарядово-симметричное) антивещество, созданное в лаборатории и испускающее фотоны положительной энергии, гравитационно толкается вниз, как и обычная материя.
- Модель предлагает собственную интерпретацию флуктуаций в космическом микроволновом фоне (СМВ), объясняя их реакцией обычной материи с

положительной массой на флуктуации плотности в соседних ячейках Вселенной, населенных распределением материи с отрицательной массой. Такая ситуация связана с гравитационной неустойчивостью, возникающей внутри этих ячеек. Анализ этих флуктуаций позволяет оценить связь между масштабными факторами двух типов материи. Мы видим, что отношение $\frac{a(+)}{a(-)}$ имеет порядок 100. Отсюда можно сделать вывод, что отношение $\frac{c(-)}{c(+)}$ порядка 10 ((Petit 2018)). Это означает, что общий эффект будет заключаться в сокращении времени, необходимого для межзвездного путешествия, в тысячу раз для объектов, которым удастся изменить свою массу, что позволит им двигаться по геодезическим траекториям, описываемым метрикой $h_{\mu\nu}$ второго уравнения поля (24), что мы и рассмотрим в следующем разделе.

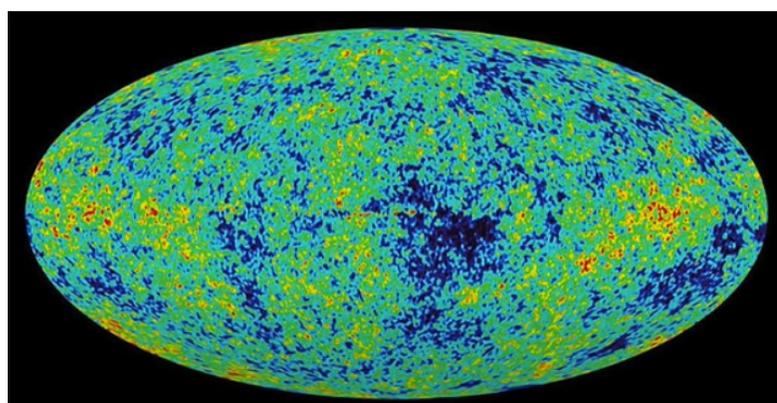


Рисунок 3.10 - Космологическая диффузная фо нд

- Гравитационное красное смещение z , выведенное из первых двух изображений сверхмассивных объектов, расположенных в центрах галактик M87 и Млечный Путь (см. исследование, проведенное в разделе 7).
- В настоящее время не существует ответа на вопрос: "Что было до Большого взрыва?". Согласно космологической модели Януса, топологическая структура Вселенной, "взаимодействующая со своим антихроническим аналогом", снимает этот вопрос, лишая смысла наречие "до". Действительно, как мы увидим далее, в момент Большого взрыва стрела времени поворачивает вспять.

3.3 Дипольный отталкиватель

3.3.1 Введение

В 2017 году Иегуди Хоффман, Б. Талли, Х. Куртуа и Д. Romagère опубликовали первую очень подробную карту Вселенной (Hoffman et al. 2017). Эта карта была основана не только на положениях галактик, но и интегрировала их поле скоростей, вычитая влияние расширения Хаббла из необработанных измерений их красного смещения. Результаты оказались невероятно впечатляющими и считаются одним из самых

важных наблюдательных открытий в космологии на сегодняшний день, сравнимым по значимости с открытием Эдвина Хаббла столетней давности. До этого исследования было известно, что некоторые галактики демонстрируют сходящееся движение к области, называемой Великим аттрактором. Анализ 2017 года выявил влияние другой, более крупной структуры за пределами Великого аттрактора, названной аттрактором Шэпли. Однако самым замечательным открытием стало обнаружение области почти напротив этих двух образований, где не было обнаружено ни одной галактики. Вместо этого там была значительная пустота, окруженная соседними галактиками, которые демонстрировали движение в сторону от этой области, образуя "дырявый" узор, сосредоточенный в этой пустоте. Первоначально это явление было названо "дипольным отталкивателем", но затем, когда стало ясно, что оно связано с притягивающими образованиями, его назвали "дипольным аттрактором". Понимание этого явления, которое нельзя списать на артефакты измерений, несомненно, требует значительного прогресса в нашем понимании космической динамики.

3.3.2 Некоторые попытки интерпретации

Спустя четыре года после первого открытия было предпринято мало попыток смоделировать явление дипольного отталкивания. В своей недавней работе (Neiser 2020) Нейзер не фокусируется на этом вопросе, а вместо этого выдвигает гипотезы о природе Большого взрыва, квантового вакуума и происхождения Вселенной. Нейзер предполагает, что антиматерия может обладать отталкивающим гравитационным эффектом, что приводит к образованию нейтринных звезд и антинейтринных звезд, которые отталкиваются друг от друга. Аналогичные аспекты первобытного отталкивания антиматерии упоминаются Бенуа-Леви и др. в 2012 году ((Benoit-Lévy and Chardin 2012)), но без дальнейшего обоснования. Хейлд в своей работе (Heald 2020) упоминает ситуацию с Ланиакеей, которая отталкивается дипольным репульсором и притягивается аттрактором Шэпли. И снова идея отталкивания между материей и антиматерией предлагается в качестве возможного объяснения крупномасштабной структуры Вселенной и организации пустот. Однако конкретной модели центрального объекта в большой пустоте не приводится, а отсутствие излучаемого света остается необъяснимым. В 2018 году Вуйк в своей работе (Vuuk 2018) предположил существование гипотетической пятой силы, а Хоффман и др. с помощью численного моделирования реконструировали распределение темной материи, согласующееся с данными наблюдений ((Hoffman et al. 2018)). Из этих исследований вытекают две объяснительные схемы: одна включает гипотетические объекты, состоящие из отталкивающей антиматерии, которые ненаблюдаемы, а другая предполагает несоответствие в распределении темной материи. Наблюдения показали, что расширение Вселенной ускоряется, что указывает на присутствие компонента с отрицательным давлением ((Perlmutter et al. 1999), (Riess et al. 2004), (Schmidt et al. 1998)). Модель, предложенная для объяснения этого явления, предполагает существование отрицательных масс, которые могут вносить вклад в эти антигравитационные эффекты, объединяя отталкивающее влияние темной материи и темной энергии на компоненты с положительной массой. Эта гипотеза находится в центре работ, соответствующих ссылкам (Petit 1995) (Petit and D'Agostini

2014a) (Petit and D'Agostini 2014b) (Petit, D'Agostini, and Debergh 2018) (Petit, D'Agostini, and Debergh 2019) (Petit and D'Agostini 2021a) (Petit and D'Agostini 2021b).

3.3.3 Интерпретация с помощью пробелов в темной материи

Давайте исследуем возможность того, что вакуум темной материи может вызвать наблюдаемый отталкивающий эффект. Мы можем начать с рассмотрения сферической пустоты внутри равномерного распределения темной материи и использовать уравнение Пуассона для анализа этой системы:

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} = 4\pi G \rho_{dm}$$

Это уравнение является линейным и описывает гравитационный потенциал как функцию плотности. Накладывая два распределения плотности ρ_1 и ρ_2 результирующий гравитационный потенциал представляет собой сумму потенциалов, связанных с этими двумя распределениями: $\psi = \psi_1 + \psi_2$.

Рассматривая равномерное распределение плотности ρ_{dm}^{unif} мы получаем потенциал ψ_1 который является решением уравнения Пуассона :

$$\psi_1 = \frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3} \quad \text{et} \quad \vec{g}_1 = -\frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

Теперь, введя объем с противоположной плотностью, равной $-\rho_{dm}^{unif}$ мы создаем потенциал ψ_2 который является решением следующего уравнения Пуассона:

$$\frac{d^2\psi_2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi_2}{dr} = -4\pi G \rho_{dm}^{unif}$$

Это решение является :

$$\psi_2 = -\frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3}, \quad \vec{g}_2 = \frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

Таким образом, мы получаем то же самое гравитационное поле, но с противоположным знаком. Поэтому оно отталкивающее и пропорционально расстоянию от центра сферы.

Затем, вычислив гравитационные потенциалы, связанные с этими двумя распределениями, мы можем заметить, что результирующий гравитационный потенциал равен нулю внутри вакуума. Другими словами, гравитационная сила, оказываемая равномерным распределением темной материи, в точности уравновешивается гравитационной силой, оказываемой противоположной плотностью, создающей вакуум:

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

Однако, какое бы положение ни было выбрано в качестве начала координат, гравитационное поле внутри вакуума остается ненулевым. Это означает, что

гравитационная сила не является идеально сбалансированной, что противоречит идее о том, что вакуум создает отталкивающее гравитационное поле.

Чтобы разрешить этот парадокс, уравнение Пуассона следует рассматривать как линеаризованную версию уравнения Эйнштейна в стационарной ситуации, которая определяет гравитационный потенциал в терминах возмущения метрики Лоренца:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}$$

Классический расчет дает для собственной плотности ρ_0 ((Adler, Bazin, and Schiffer 1975)) :

$$\varepsilon \sum_{i=0}^3 \gamma_{00|i|i} = -\chi\rho_0$$

NB: В контексте предела слабого поля, рассмотренного в разделе 2.3.6, уравнение (26) связывает пространственные вторые производные временной компоненты γ_{00} метрического тензора к гравитационным источникам, представленным локальной плотностью массы-энергии ρ_0 . Это помогает нам понять, как кривизна пространства-времени реагирует на распределение массы-энергии, сохраняя точную связь между этими двумя аспектами.

Таким образом, гравитационный потенциал определяется в (27) через :

$$\psi = -\frac{c^2}{2} \varepsilon\gamma_{00}$$

Тогда (26) можно отождествить с уравнением Пуассона. Однако этот подход не может быть применен к бесконечному равномерному распределению темной материи. Вывод заключается в том, что определить гравитационный потенциал в рамках равномерного распределения материи просто невозможно, поскольку гравитационная неустойчивость, как правило, приводит к образованию скоплений, а не вакуумов, а четких рамок для формирования таких вакуумов не существует.

3.3.4 Интерпретация с помощью космологической модели Януса

Теперь рассмотрим взаимодействие двух сущностей: обычной материи с положительной массой, взаимодействующей с отрицательной массой посредством гравитационных эффектов. Эта модель с отрицательной массой учитывает влияние как темной материи, так и темной энергии.

Мы можем описать эту систему двух сущностей с помощью метрик g и h . Пусть G и H соответствующие скаляры Риччи. Далее мы рассмотрим следующее двухслойное действие:

$$A = \int_{\varepsilon} \left(\frac{1}{2\Gamma(g)} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\varepsilon} \left(\frac{\kappa}{2\Gamma(h)} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x$$

Термины $S_{(g)}$ и $S_{(h)}$ дадут исходные термины, связанные с популяциями двух сущностей, а термины $S_{(h,g)}$ и $S_{(g,h)}$ будут генерировать тензоры взаимодействия. $\Gamma^{(g)}$ и $\Gamma^{(h)}$ являются константами Эйнштейна для каждой сущности. Для $\kappa = \pm 1$ мы применим принцип наименьшего действия. Вывод лагранжиана этого действия дает нам :

$$\begin{aligned}
0 &= \delta A \\
&= \int_{\mathcal{E}} \delta \left(\frac{1}{2\Gamma^{(g)}} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\mathcal{E}} \delta \left(\frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x \\
&= \int_{\mathcal{E}} \delta \left[\frac{1}{2\Gamma^{(g)}} \left(\frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta \sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} \right] \delta g^{\mu\nu} \sqrt{|g|} d^4x \\
&\quad + \int_{\mathcal{E}} \delta \left[\frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} \left(\frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta \sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} \right] \delta h^{\mu\nu} \sqrt{|h|} d^4x
\end{aligned}$$

Для любой вариации $\delta g^{\mu\nu}$ и всех вариаций $\delta h^{\mu\nu}$ мы получаем локально :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\Gamma^{(g)}} \left(\frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta \sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} &= 0 \\
\frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} \left(\frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta \sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} &= 0
\end{aligned}$$

Введем следующие тензоры:

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{(g,g)} &= -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu} S_{(g)} \\
T_{\mu\nu}^{(h,h)} &= -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu} S_{(h)} \\
T_{\mu\nu}^{(h,g)} &= -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} \\
T_{\mu\nu}^{(g,h)} &= -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}}
\end{aligned}$$

В общей теории относительности ковариантная производная - это способ обобщить понятие частной производной на искривленные пространства. В отличие от обычной частичной производной, ковариантная производная учитывает кривизну пространства-времени.

Тогда для тензора $A_{\nu\sigma}^{\rho}$ его ковариантная производная по индексу μ дается выражением :

$$\nabla_{\mu} A_{\nu\sigma}^{\rho} = \partial_{\mu} A_{\nu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} A_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} A_{\lambda\sigma}^{\rho} - \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} A_{\nu\lambda}^{\rho}$$

Таким образом, мы можем вывести два следующих выражения:

$$\nabla_{\mu} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} = \partial_{\mu} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \delta \Gamma_{\lambda\sigma}^{\rho} - \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} \delta \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho}$$

$$\nabla_{\nu} \delta \Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} = \partial_{\nu} \delta \Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho} \delta \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\mu}^{\lambda} \delta \Gamma_{\lambda\sigma}^{\rho} - \Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} \delta \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}$$

NB:

- (28b) получается из (28a) простой заменой μ и ν .
- Термин $\partial_{\mu} A_{\nu\sigma}^{\rho}$ это обычная частная производная тензора. Если бы пространство-время было плоским (как в ньютоновской физике), этого было бы достаточно для описания вариации тензора.
- Термины с символами Christoffel $\Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}$, $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}$ и $\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$ представляют собой поправку, обусловленную пространственно-временной связью, которая учитывает кривизну пространства-времени. На самом деле, в искривленном пространстве связь (представленная символом Кристоффеля Γ) вносит поправку. Эта поправка необходима, поскольку базисы касательного пространства (пространства, в котором живет тензор) меняются от одной точки пространства-времени к другой. Таким образом, $\Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} A_{\nu\sigma}^{\lambda}$ это член, который корректирует изменение $A_{\nu\sigma}^{\lambda}$ при движении в направлении μ для более высокого индекса ρ . $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} A_{\lambda\sigma}^{\rho}$ и $\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} A_{\nu\lambda}^{\rho}$ это члены, которые вычитают вклад, обусловленный изменением нижних индексов ν и σ . Эти члены гарантируют, что ковариантная производная соблюдает правила тензорных преобразований.

В общем, ковариантная производная ∇_{μ} тензора представляет собой комбинацию его обычной частной производной и членов, компенсирующих изменения в геометрии пространства-времени. Она построена таким образом, что производная тензора сама является тензором, чего нельзя сказать об обычной частичной производной.

Тогда тензор Римана связан с символами Кристоффеля следующим уравнением:

$$R_{\sigma\mu\nu}^{\rho} = \partial_{\mu} \Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} - \partial_{\nu} \Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} \Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho} \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$$

NB: Тензор Римана $R_{\sigma\mu\nu}^{\rho}$ это математическая величина в общей теории относительности, которая описывает внутреннюю кривизну пространства-времени. Он определяется как разность между частными производными символов Кристоффеля и суммой произведений самих символов Кристоффеля. Термин $\partial_{\mu} \Gamma_{\nu\sigma}^{\rho}$ это частная производная символа Кристоффеля $\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho}$ относительно координаты x^{μ} . Этот термин показывает, как изменяется символ Кристоффеля при движении в

направлении μ . Термин $\partial_\nu \Gamma_{\mu\sigma}^\rho$ аналогичен первому члену, но частная производная берется в другом направлении, x^ν . Термины $\Gamma_{\mu\lambda}^\rho \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda$ и $\Gamma_{\nu\lambda}^\rho \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda$ описывают произведение двух символов Кристоффеля, которые представляют собой взаимодействие между двумя пространственно-временными связями. Оно измеряет, как кривизна в одном направлении влияет на кривизну в другом направлении.

Тогда мы получаем:

$$\delta R_{\sigma\mu\nu}^\rho = \partial_\mu \delta \Gamma_{\nu\sigma}^\rho - \partial_\nu \delta \Gamma_{\mu\sigma}^\rho + \delta \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \delta \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda - \delta \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \delta \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda$$

Это дает нам:

$$\delta R_{\sigma\mu\nu}^\rho = \nabla_\mu \delta \Gamma_{\nu\sigma}^\rho - \nabla_\nu \delta \Gamma_{\mu\sigma}^\rho$$

Сокращая индексы ρ и σ в предыдущем соотношении, используя соглашение Эйнштейна о суммировании, которое гласит, что повторяющийся индекс подразумевает неявное суммирование по этому индексу, мы можем выразить вариацию тензора кривизны Риччи, удовлетворяющую тождеству Палатини ((Tsamparlis 1978), (Palatini 1919)):

$$\delta R_{\sigma\nu} = \delta R_{\sigma\rho\nu}^\rho = \nabla_\rho (\delta \Gamma_{\nu\sigma}^\rho) - \nabla_\nu (\delta \Gamma_{\rho\sigma}^\rho)$$

NB: В общей теории относительности геометрия пространства-времени описывается величиной, называемой метрическим тензором, обозначаемой $g_{\mu\nu}$. Этот тензор содержит всю информацию о расстояниях и углах в пространстве-времени.

Скаляр Риччи, обозначаемый R это мера кривизны пространства-времени в данной точке. Он вычисляется путем сложения (или сокращения) компонент тензора Риччи $R_{\sigma\nu}$ с метрическим тензором $g^{\sigma\nu}$. Математически это выглядит как перемножение матриц тензора Риччи и метрического тензора с последующим сложением членов по диагонали.

Кроме того, мы должны иметь ковариантную производную метрического тензора, равную нулю, т.е. $\nabla_\sigma g^{\mu\nu} = 0$. Другими словами, при перемещении в пространстве-времени способ измерения расстояний и углов не меняется. Это фундаментальное свойство пространства-времени в общей теории относительности, которое указывает на то, что локальная геометрия не меняется при движении, какой бы ни была глобальная кривизна.

Подводя итог, можно сказать, что скаляр Риччи R дает нам представление о кривизне пространства-времени в точке, а тот факт, что $\nabla_\sigma g^{\mu\nu} = 0$ гарантирует, что форма пространства-времени остается постоянной по мере нашего движения, независимо от общей кривизны, т.е. эта последовательность обеспечивается совместимостью метрики со связью Леви-Цивиты, которая гарантирует, что геометрические понятия, такие как длины и углы, остаются постоянными при их перемещении в пространстве-времени.

Тогда мы можем сделать вывод:

$$\begin{aligned}
\delta R &= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu}\delta R_{\sigma\nu} \\
&= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu}\left(\nabla_\rho(\delta\Gamma_{\nu\sigma}^\rho) - \nabla_\nu(\delta\Gamma_{\rho\sigma}^\rho)\right) \\
&= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho(g^{\sigma\nu}\delta\Gamma_{\nu\sigma}^\rho) - g^{\sigma\nu}\nabla_\nu\delta\Gamma_{\rho\sigma}^\rho \\
&= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho(g^{\sigma\nu}\delta\Gamma_{\nu\sigma}^\rho - g^{\sigma\rho}\delta\Gamma_{\mu\sigma}^\mu) \\
&= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho B^\rho
\end{aligned}$$

NB: При расчете необходимо учитывать два правила:

- Свойства ковариантной производной и правило Лейбница (правило произведения производных). Правило Лейбница для ковариантной производной аналогично правилу для обычной производной и записывается следующим образом:

$$\nabla_\rho(AB) = (\nabla_\rho A)B + A(\nabla_\rho B)$$

где A и B могут быть скалярными, векторными или тензорными полями.

- Как отмечалось ранее, повторяющиеся индексы называются *немymi* индексами в соответствии с конвенцией Эйнштейна о суммировании. Действительно, полезно помнить, что если подстрочный индекс переменной встречается в термине дважды, один раз в верхней позиции и один раз в нижней, то это означает суммирование по всем возможным значениям, которые может принимать подстрочный индекс. Например $A^\mu B_\mu$ подразумевает $\sum_\mu A^\mu B_\mu$. Рассмотрим символы Кристоффеля $\Gamma_{\mu\sigma}^\mu$ и $\Gamma_{\rho\sigma}^\rho$. В этих выражениях индексы μ и ρ являются примерами немых индексов в соответствии с эйнштейновской конвенцией суммирования. Это означает, что выражение $\Gamma_{\mu\sigma}^\mu$ где сумма выполняется по всем возможным значениям μ идентично $\Gamma_{\rho\sigma}^\rho$ где сумма выполняется по всем возможным значениям ρ . Поэтому мы можем применить индексы суммирования $(\rho, \nu) \rightarrow (\mu, \rho)$ в последнем члене.

Рассчитав двумя разными способами, мы получим :

$$\begin{aligned}
\nabla_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu) &= \nabla_\mu(\sqrt{|g|})B^\mu + \sqrt{|g|}\nabla_\mu(\delta B^\mu) = \sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu + 0 = \sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu \\
\nabla_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu) &= \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu) + \Gamma_{\mu\nu}^\mu\sqrt{|g|}\delta B^\nu = \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu) + 0 = \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu)
\end{aligned}$$

NB: Аналогично, производная детерминанта метрического тензора, представленная в виде $\sqrt{|g|}$ также равна нулю при ковариантном взятии, т.е. $\nabla_\mu\sqrt{|g|} = 0$. Это последнее свойство упрощает выражение объемных интегралов и является фундаментальным для применения теоремы о расходимости в искривленном

пространстве.

Далее мы можем вывести:

$$\sqrt{|g|}\nabla_{\mu}\delta B^{\mu} = \partial_{\mu}(\sqrt{|g|}\delta B^{\mu})$$

Теперь рассмотрим вклад $\sqrt{|g|}\nabla_{\mu}\delta B^{\mu}$ в действие. Пусть n^{μ} единичный вектор, нормальный к $\partial\mathcal{E}$, $\varepsilon = n^{\mu}n_{\mu}$ и y^a представляющий собой координаты, адаптированные к границе $\partial\mathcal{E}$ и h_{ab} метрику, индуцированную g_{ab} на границе. Мы имеем $|\varepsilon| = 1$ и $\sqrt{|h|}d^3y$ объемная форма размерности $(n - 1)$ на границе, причем $h = \det(h_{ab})$. По теореме Стокса имеем :

$$\begin{aligned} \int_{\varepsilon} \sqrt{|g|}\nabla_{\mu}\delta B^{\mu}\sqrt{-g}d^4x &= \int_{\varepsilon} \partial_{\mu}(\sqrt{|g|}\delta B^{\mu})d^4x \\ &= \int_{\delta\mathcal{E}} \varepsilon\delta B^{\mu}n_{\mu}\sqrt{|h|}d^3y \end{aligned}$$

Будем считать, что метрика не меняется на границе (или что границы нет). В этом случае член $\nabla_{\mu}\delta B^{\mu}\sqrt{-g}$ не вносит вклад в действие, поэтому имеем :

$$\frac{\delta R}{\delta g^{\mu\nu}} = R_{\mu\nu} + \frac{\nabla_{\rho}B^{\rho}}{\delta g^{\mu\nu}} \approx R_{\mu\nu}$$

Однако, согласно следствию с $a = \frac{1}{2}$ имеем :

$$\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}$$

Таким образом, мы можем сделать вывод:

$$\frac{R\delta\sqrt{-g}}{\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu}} = -\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$$

NB: Для вышеприведенных расчетов необходимо пояснить две вещи:

- Изменение детерминанта метрического тензора, обозначаемое δg связана с вариацией самого метрического тензора, $\delta g_{\mu\nu}$ через соотношение $\delta g = g g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu}$ где g детерминант метрического тензора и $g^{\mu\nu}$ его обратная величина. Эта связь следует из математического свойства детерминантов, где производная детерминанта может быть выражена как детерминант, умноженный на след произведения обратной матрицы и производной матрицы. В случае малой вариации, вариация квадратного корня из отрицательного определителя метрического тензора, $\delta\sqrt{-g}$ определяется $\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu}$. Эта формула важна для вывода полевых уравнений Эйнштейна из действия Эйнштейна-Гильберта, поскольку позволяет интегрировать действие по четырехмерному пространственно-временному

многообразию.

- В нашем исследовании мы используем теорему Стокса для упрощения важных вычислений. Эта теорема устанавливает интересную связь между интегралом производной векторного поля по трехмерной области и интегралом того же векторного поля по границе этой области.

Рассмотрим простой пример: представьте себе замкнутую поверхность в пространстве (например, поверхность сферы). Если мы хотим вычислить что-то внутри этой поверхности (например, сумму значений какого-либо поля), теорема Стокса позволяет нам сделать это, просто изучив то, что происходит на самой поверхности.

Уравнение (29), которое мы представили в нашем расчете, следует этой идее. Оно говорит нам, что интеграл производной поля ($\nabla_\mu \delta B^\mu$) по четырехмерной области (\mathcal{E}) может быть эквивалентен интегралу дивергенции другого поля ($\sqrt{|g|} \delta B^\mu$) по той же области (\mathcal{E}). Эта эквивалентность достигается с помощью метрики и элемента четырехмерного объема (d^4x).

Далее, уравнение (30) еще больше упрощает выражение, перенося его на границу области ($\delta\mathcal{E}$). Оно показывает, что эта эквивалентность может быть выражена в виде интеграла по границе ($\delta\mathcal{E}$), используя нормальные векторы (n_μ) к этой границе и индуцированной на ней метрики ($\sqrt{|h|} d^3y$). Другими словами, это уравнение позволяет нам понять, что происходит на поверхности нашей области, без необходимости вычислять, что происходит внутри.

Короче говоря, теорема Стокса позволяет нам рационализировать наши вычисления, показывая, как явления внутри области можно понять, просто изучив то, что происходит на границе этой области. Этот математический трюк необходим для решения таких сложных задач.

Из уравнений (31a) и (31b) получаем :

$$\sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} \frac{-2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(h,g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu} S_{(h,g)}$$

$$\sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} \frac{-2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(g,h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu} S_{(g,h)}$$

Введенные в (32a) и (32b), с учетом (33), мы можем вывести уравнения связанных полей, описывающих систему двух объектов:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = \kappa \Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

Где $T_{\mu\nu}^{(h,g)}$ и $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$ тензоры взаимодействия системы двух сущностей, соответствующие "индуцированной геометрии", т.е. тому, как каждое распределение материи на одном слое Вселенной вносит свой вклад в геометрию другого (взаимодействие между популяциями положительных и отрицательных масс). Эта система должна подчиняться условиям Бьянки, которые выражаются следующим соотношением :

$$\nabla_{\mu}^{(g)} T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \nabla_{\mu}^{(h)} T_{\mu\nu}^{(g,h)} = 0$$

Предположим, что жидкости внутри образований g и h идеальны, а плотности энергии соответствуют следующим тензорам источников :

$$T_{\mu\nu}^{(g,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(h,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h)} \end{pmatrix}$$

Мы возьмем $\{\alpha^{(g)} > 0, \beta^{(g)} > 0\}$ и $\{\alpha^{(h)} < 0, \beta^{(h)} < 0\}$. Убедимся, что законы взаимодействия таковы, что две частицы, принадлежащие одной и той же сущности, притягиваются друг к другу, в то время как они отталкиваются друг от друга, когда принадлежат разным сущностям.

Представим тензоры их взаимодействия:

$$T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h,g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h,g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h,g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h,g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g,h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g,h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g,h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g,h)} \end{pmatrix}$$

Чтобы получить желаемые законы взаимодействия в ньютоновском приближении, мы должны выбрать $\kappa = -1$. Тогда система уравнений приобретает вид:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right) = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right) = -\Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

3.3.4.1 Проверка для нестационарной, однородной и изотропной системы

Если предположить, что биметрическая Вселенная, структурированная связанными уравнениями поля (34a) и (34b), однородна и изотропна, то метрика Робертсона-Уокера становится, согласно (Adler, Bazin, and Schiffer 1975) :

$$(ds^{(f)})^2 = (c^{(f)})^2 dt^2 - (a^{(f)})^2 \left[\frac{dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)}{\left(1 + k^{(f)} \frac{r^2}{4}\right)^2} \right] \quad \text{où } f \in \{g, h\}$$

Обратите внимание, что $a^{(f)}$ масштабный коэффициент, $k^{(f)}$, $c^{(f)}$ и $\Gamma^{(f)}$ соответственно индекс кривизны, скорость света и постоянная Эйнштейна для каждой сущности.

Если мы введем эти метрики в систему уравнений (34a) и (34b) с давлениями $p^{(g)} \approx 0$ и $p^{(h)} \approx 0$ то получим следующую классическую систему уравнений:

$$\frac{3}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} \left(\frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(g)}}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} = -\Gamma^{(g)} \left[\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\frac{2}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} \left(\frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(g)}}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} = 0$$

$$\frac{3}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} \left(\frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(h)}}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} = \Gamma^{(h)} \left[\Phi \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\frac{2}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} \left(\frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(h)}}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} = 0$$

Применяя классические математические методы (Adler, Bazin, and Schiffer 1975), условия совместимости уравнений (35a), (35b), (35c) и (35d) дают :

$$3 \frac{da^{(g)}}{a^{(g)}} + \frac{d \left[\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]}{\left[\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]} = 0$$

$$3 \frac{da^{(h)}}{a^{(h)}} + \frac{d \left[\Phi \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]}{\left[\Phi \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]} = 0$$

Таким образом, энергия (и масса) сохраняется для пылевой вселенной:

$$E = \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 (a^{(g)})^3 + \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 (a^{(h)})^3$$

Если у нас есть :

$$\Phi = \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3, \quad \phi = \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3, \quad \phi = \Phi^{-1}$$

Связанные уравнения поля становятся :

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left[T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3 T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right]$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \left[T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3 T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right]$$

Если в обеих структурах доминирует излучение. Тензор взаимодействия смешанных мод будет иметь вид :

$$T_{\mu}^{\nu(f)} = \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_r^{(f)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p_r^{(f)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p_r^{(f)} \end{pmatrix}$$

c

$$\begin{cases} \text{si } \rho_r^{(f)} > 0 \text{ alors } p_r^{(f)} > 0 \text{ pour } f = g \\ \text{si } \rho_r^{(f)} < 0 \text{ alors } p_r^{(f)} < 0 \text{ pour } f = h \end{cases}$$

NB:

- В космологическом контексте тензор энергии-импульса $T_{\mu}^{\nu(f)}$ используется для описания распределения и взаимодействия материи и энергии во Вселенной. Для конкретного поля f временная компонента $T_0^{0(f)}$ представляет собой плотность энергии, которая является ключевым фактором, определяющим кривизну пространства-времени. Пространственные компоненты $T_i^{i(f)}$ с другой стороны, представляют собой давление, оказываемое в пространственных направлениях, что также влияет на структуру пространства-времени. В биметрической модели, где рассматриваются два отдельных поля - по одному для каждого слоя Вселенной, - связанные условия описывают отношения между плотностями энергии и давлениями для каждого поля, отражая то, как эти сущности взаимодействуют и коллективно влияют на космическую динамику.

- Тензор энергии-импульса выражается в диагональной форме, когда Вселенная считается изотропной и однородной, что означает, что ее физические свойства не зависят от направления и местоположения. Это предположение, фундаментальное для стандартной космологической модели, известно как космологический принцип (раздел 2.2.3). Изотропия подразумевает, что Вселенная выглядит одинаковой во всех направлениях; не существует предпочтительного направления, в котором распределение материи или энергии отличалось бы. Однородность означает, что на больших масштабах каждая область Вселенной похожа на любую другую. Следовательно, поперечные потоки энергии и импульса, которые были бы представлены недиагональными членами в тензоре, отсутствуют, поскольку нет привилегированного движения или потока энергии в определенном направлении. Только плотности энергии и давления в пространственных направлениях, которые являются однородными и не меняются с направлением, отображаются в матрице тензора энергии-импульса, что объясняет его диагональную форму.

Затем, введя радиационное давление, индуцированное каждой сущностью :

$$p_r^{(g)} = \frac{\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2}{3}, \quad p_r^{(h)} = \frac{\rho_r^{(h)}(c^{(h)})^2}{3}$$

Тогда мы можем считать, что сущность, переносимая метрикой h называемые темной энергией и темной материей, могут быть отнесены к отрицательным массам, которые в радиационной фазе будут подчиняться тому же уравнению состояния:

$$\beta^{(h)} = \frac{\alpha^{(h)}}{3}$$

В этих условиях соотношение сохранения всегда выражается в радиационной форме сохранением суммы двух энергий - энергии газа фотонов и энергии отрицательных масс:

$$\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 + \alpha^{(h)}(a^{(h)})^4 = \rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 = \text{Constante}$$

Точное решение системы для индексов кривизны $k^{(g)} = k^{(h)} = -1$ и $\Gamma^{(f)} = -\frac{8\pi G}{c^4}$ где $f \in \{g, h\}$ становится решением следующих уравнений :

$$a^{(g)2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} = \frac{\Gamma^{(g)}}{2} E$$

$$a^{(h)2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} = -\frac{\Gamma^{(h)}}{2} E$$

Если мы предположим, что $E < 0$ тогда $a^{(g)} > 0$ и $a^{(h)} < 0$. Таким образом, мы можем заключить, что видимая часть нашей Вселенной ускоряется, в то время как отрицательные виды замедляются. Здесь мы наблюдаем эффект доминирующего

отрицательного вида, который приводит к явлению ускорения космического расширения, поскольку правая часть первого уравнения становится положительной ((Petit and D'Agostini 2021b)):

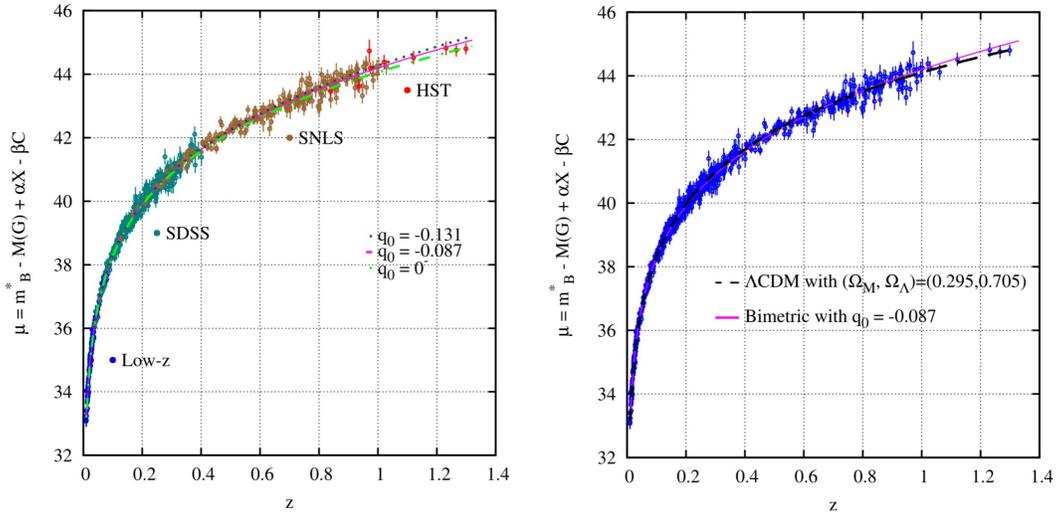


Рисунок 3.11 - Хаббл-диаграмма двух моделей (линейное красное смещение)

Эта двухвидовая система позволяет объединить эффекты, приписываемые темной материи и темной энергии, в единое целое, состоящее из отрицательных масс, которое объединяет эти два действия, как показано на следующей схеме:

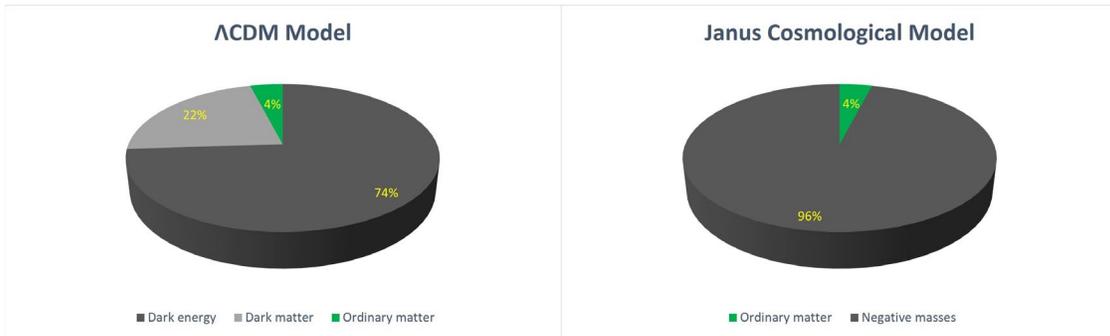


Рисунок 3.12 - M модели Вселенной

3.3.4. Локальная проверка стационарной системы

Изучая Вселенную, мы часто упрощаем модели, чтобы сделать их более понятными. Обычным упрощением является рассмотрение небольшой области пространства как фактически пустой и изолированной от огромных сложностей космоса. Такой подход особенно полезен, когда нас интересуют явления, происходящие в течение коротких периодов времени, гораздо более коротких, чем временные масштабы, на которых изменяется сама Вселенная. В таких случаях мы можем использовать "независимые от времени" метрики, что означает, что мы предполагаем, что структура

пространства не меняется со временем во время нашего наблюдения. Чтобы добавить немного сложности, мы иногда вводим в модель так называемые "возмущения". Эти возмущения представляют собой небольшие изменения в простом пространстве, которое мы рассматриваем. Они позволяют нам изучить, как небольшие изменения или возмущения могут повлиять на систему. В нашем случае эти возмущения представлены такими понятиями, как $\gamma_{\mu\nu}^{(g)}$ и $\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$ которые означают небольшие отклонения в геометрической структуре пространства, потенциально представляющие различные аспекты или компоненты Вселенной.

$$g_{\mu\nu}^{(g)} = \eta_{\mu\nu}^{(g)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(g)}, \quad g_{\mu\nu}^{(h)} = \eta_{\mu\nu}^{(h)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$$

Для метрики мы имеем :

$$(ds^{(g)})^2 = (c^{(g)})^2 dt^2 - (a^{(g)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

$$(ds^{(h)})^2 = (c^{(h)})^2 dt^2 - (a^{(h)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

В космологии, когда мы говорим о "квазистационарных условиях", мы имеем в виду ситуацию, когда предполагается, что некоторые аспекты Вселенной относительно постоянны в течение изучаемого нами периода. Более конкретно, в этом контексте предполагается, что "масштабные факторы" Вселенной, которые описывают, как размер Вселенной изменяется со временем, постоянны. Это полезное приближение для изучения некоторых краткосрочных явлений.

Чтобы исследовать физику такого сценария, мы используем так называемое "последовательное расширение" уравнений поля. Это математический прием, при котором мы разбиваем сложные уравнения на более простые и управляемые части. При этом мы фокусируемся только на наиболее значимых частях - в данном случае мы игнорируем члены второго порядка и выше, поскольку они оказывают минимальное влияние на результаты для мелкомасштабных или краткосрочных сценариев.

Полученные два упрощенных уравнения описывают поведение возмущений в этой квазистационарной Вселенной. Эти уравнения включают в себя такие понятия, как $\varepsilon\gamma_{00}$ и $\delta\rho$ которые представляют собой небольшие изменения в геометрии пространства и плотности материи, соответственно.

$$\varepsilon\gamma_{00|\beta|\beta}^{(g)} = -\Gamma^{(g)} \left[\delta\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3 \delta\rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\varepsilon\gamma_{00|\beta|\beta}^{(h)} = \Gamma^{(h)} \left[\delta\rho^{(h)} (c^{(h)})^2 + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3 \delta\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 \right]$$

Кроме того, мы определяем "гравитационные потенциалы" для каждого компонента Вселенной, обозначаемые $\psi^{(g)}$ и $\psi^{(h)}$. Эти потенциалы связаны с изменениями в

геометрии пространства и являются ключевыми для понимания гравитационных эффектов в различных регионах или компонентах Вселенной (например, в (36)).

$$\psi^{(g)} = \frac{(c^{(g)})^2}{2} \varepsilon \gamma_{00}^{(g)}, \quad \psi^{(h)} = \frac{(c^{(h)})^2}{2} \varepsilon \gamma_{00}^{(h)}$$

Получаем :

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(g)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = -\Gamma^{(g)} \frac{(a^{(g)})^2}{2} \left[\delta \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3 \delta \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(h)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = \Gamma^{(h)} \frac{(a^{(h)})^2}{2} \left[\delta \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3 \delta \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 \right]$$

В физике, особенно в изучении пространства и Вселенной, как мы видели в разделе 2.3.8, "уравнения геодезии" описывают, как объекты движутся под действием гравитации. Проще говоря, эти уравнения говорят нам о том, какой путь пройдет объект, если он движется исключительно под действием гравитации. Например, как планеты вращаются вокруг звезд или как объекты падают на Землю.

В нашем сценарии мы имеем дело с двумя различными слоями (или листами) Вселенной, каждый из которых обладает своими собственными свойствами. Первый слой, который мы можем считать вселенной обычной материи, подчиняется одному набору правил. Второй слой с отрицательной массой, связанный с темной материей и темной энергией, следует другому набору правил.

Следующие два уравнения позволяют математически выразить, как объекты будут двигаться в этих двух разных слоях (слое обычной материи и слое отрицательных масс соответственно). Эти уравнения напоминают классическое уравнение Пуассона в физике, которое используется для описания гравитационных полей. Однако у этих уравнений есть одна особенность - они учитывают разные "скорости света" в каждом слое. Эта модификация крайне важна для изучения теорий, выходящих за рамки нашего стандартного понимания физики.

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{(a^{(g)})^2} \frac{\partial \psi^{(g)}}{\partial \xi_\alpha}$$

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{(a^{(h)})^2} \frac{\partial \psi^{(h)}}{\partial \xi_\alpha}$$

Выбранные нами законы взаимодействия гарантируют, что сущности из слоев, структурированных метриками g и h являются взаимоисключающими (3.13).



Рисунок 3.13 - Законы взаимодействия между массами

Следовательно, мы можем рассматривать регион, в котором присутствует только одна из двух сущностей. Если сосредоточиться на системе отсчета, структурированной метрикой g которая заполнена обычной материей, как в Солнечной системе, система связанных уравнений поля упрощается до :

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} T_{\mu\nu}^{(g,g)}$$
$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)}$$

Первое уравнение можно отождествить с уравнением Эйнштейна без космологической постоянной Λ . Это уравнение представляет собой Стандартную модель гравитации для обычной материи. Второе уравнение отражает то, что мы можем назвать "эффектом наведенной геометрии". Оно описывает, как изменяется геометрия пространства под влиянием присутствия обычной материи в сфере радиуса r и плотности $\rho^{(g)} = \rho$ влияет на геодезические характеристики слоя с отрицательной массой. Следовательно, мы можем сделать вывод, что эта биметрическая модель, в которой обычная материя в одном слое взаимодействует с отрицательными массами, расположенными во втором, согласуется со стандартными тестами общей теории относительности на локальном уровне. Тем не менее, остается проверить когерентность этой системы в стационарных и неоднородных условиях.

3.3.4.3 Природа первобытного антивещества

Следуя предложениям Сахарова (Сахаров 1967), (Сахаров 1980) и (Сахаров 1979), предположим, что пара материя/антиматерия в первом слое нашей Вселенной состоит из кварков и антикварков с положительной энергией. В то же время пара материя/антиматерия во втором слое будет состоять из кварков и антикварков с отрицательной энергией. Если синтез материи в первом слое (первая пара) происходит быстрее, а синтез антиматерии во втором слое (вторая пара) - медленнее, то это может привести к гипотезе, что объекты, расположенные в центре больших пустот в крупномасштабной структуре Вселенной, на что указывает явление дипольного отталкивания, состоят из антиматерии. К этому антивеществу относятся антипротоны, антинейтроны и антиэлектроны с отрицательной энергией, то есть отрицательной массой ((J. M. Souriau 1997)). Последние могут образовывать сфероидальные объекты, состоящие из антиводорода (легких элементов) и обладающие отталкивающими свойствами, подобно огромным протозвездам, образовавшимся на первобытной радиационной фазе (в начале существования Вселенной).

Лакунарная сеть положительной массы ограничивает это пространство

отрицательной плотности, препятствуя их слиянию. И наоборот, эти конгломераты отрицательной массы выступают в качестве опорных точек для этой пористой сети во вселенной положительной массы, обеспечивая общую стабильность.

Звезды с положительной массой сначала похожи на сфероидальные скопления газа, разогретые до температуры 1000-2000°C. Эти протозвезды постепенно остывают, испуская излучение преимущественно в красном и инфракрасном спектрах. Чтобы превратиться в полноценную звезду, вещество и газы должны подвергнуться гравитационному сжатию, достигнув температуры и плотности, достаточно высоких для начала реакций термоядерного синтеза. В процессе сжатия выделяется тепловая энергия, которая излучается на поверхность звезды в электромагнитной форме, включая видимый свет. Это высвобождение энергии пропорционально квадрату радиуса звезды. У больших звезд поверхность больше, и они могут рассеивать больше тепла. Однако количество выделяемого тепла пропорционально кубу радиуса звезды, связанного с ее объемом. Поэтому для очень массивных звезд скорость охлаждения может быть относительно медленной, и может потребоваться значительное время, чтобы температура достигла порога, необходимого для запуска реакций термоядерного синтеза, которые позволяют звезде светиться.

В нашем позитивном мире считается, что реакции ядерного синтеза могут начаться в сердце протозвезды, когда температура достигнет оптимума - около 10 миллионов градусов Цельсия. Именно при этой температуре ядра водорода, составляющие большую часть материи протозвезды, приобретают кинетическую энергию, достаточную для преодоления электростатического барьера, обусловленного их положительным зарядом. Когда этот барьер преодолен, ядра водорода могут слиться с образованием гелия, выделив при этом значительное количество лучистой и тепловой энергии. Эта оптимальная температура обеспечивает более эффективную реакцию ядерного синтеза, что и приводит к характерному свечению звезд.

Например, очень массивной и очень горячей протозвезде с отрицательной массой может потребоваться много времени, чтобы остыть настолько, чтобы начались термоядерные реакции, поскольку процесс сжатия протозвезды должен генерировать достаточно тепла, чтобы компенсировать потери тепла на поверхности.

В результате эти очень массивные протозвезды с отрицательной массой имеют настолько большое время остывания, что никогда не воспламятся (превышая возраст Вселенной). В результате ни одна галактика, ни один тяжелый элемент, ни одна молекула или любая другая форма материи, необходимая для развития жизни в отрицательном мире, не может сформироваться.

3.3.4. 4Цифровое 2D моделирование

Двумерное численное моделирование проводилось с использованием двух наборов из 5000 массовых точек, представляющих собой скопления обычной материи (плотность населения $\rho^{(g)}$) и отрицательных масс (плотность населения $\rho^{(h)}$). Между двумя популяциями сохранялась значительная асимметрия, причем $|\rho^{(h)}|$ значительно больше, чем $\rho^{(g)}$. Кроме того, к обоим наборам были применены максвелловские двумерные тепловые распределения скоростей, причем средняя скорость распределения отрицательных масс в четыре раза выше, чем у обычной материи.

Эти моделирования выявили лакунарную структуру отрицательных масс в центрах больших пустот в крупномасштабной структуре Вселенной. Поскольку время Джинса обратно пропорционально квадратному корню из плотности, время развития распределения отрицательных масс короче. Это приводит к образованию регулярной сети сфероидальных конгломератов. Обычное распределение материи, таким образом, вынуждено занимать оставшееся пространство, что приводит к лакунарной структуре, похожей на набор соединенных мыльных пузырей в трехмерном моделировании. Эта модель также наблюдалась Бренненом в 1995 году (Brennen 1995) (рис. 3.14 и 3.15), что было процитировано Эль-Адом в 1997 году ((El-Ad, Piran, and Costa 1997)).

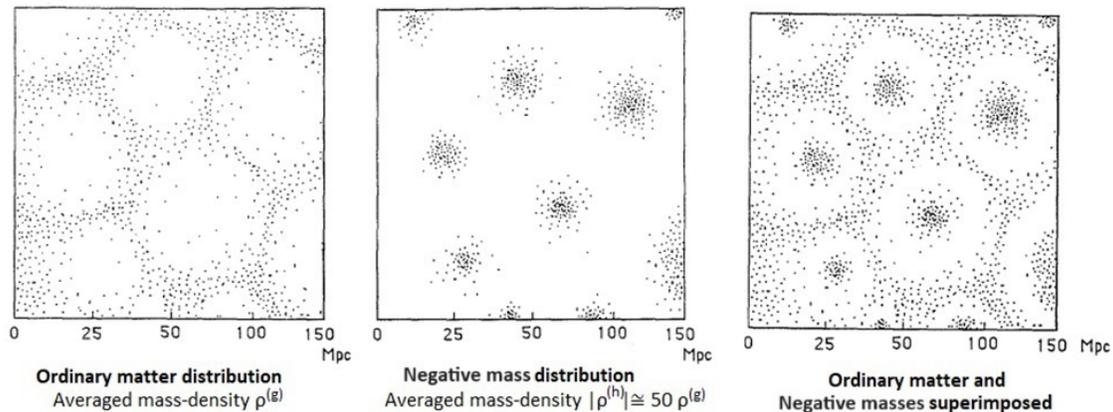


Рисунок 3.14 - Распределение обычной материи и отрицательной массы при $|\rho^{(h)}| \gg \rho^{(g)}$

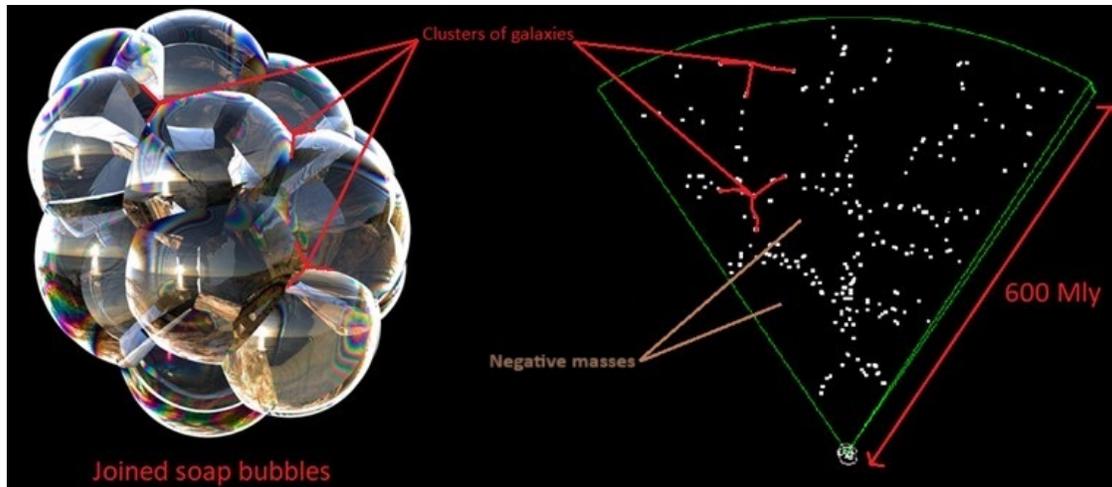


Рисунок 3.15 - Сферодальная лакунарная структура *ture*

Важно учитывать, что в рамках отрицательной массы у нас нет данных наблюдений для сравнения с потенциальными численными предсказаниями, за исключением геометрических эффектов, индуцированных этой системой отсчета (с отрицательной массой) через явления гравитационного линзирования, как это структурировано метрикой $g_{\mu\nu}$.

Следовательно, давление, вытекающее из дифференциального уравнения TOV (Tolman - Oppenheimer - Volkoff) ((Adler, Bazin, and Schiffer 1975)) в пространстве-времени, структурированном метрикой $h_{\mu\nu}$ всегда будет оставаться гипотетическим. Следовательно, нецелесообразно пытаться структурировать тензор взаимодействия $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$ второго полевого уравнения (34b). Действительно, мы никогда не сможем сравнить результаты, полученные при вычислении геодезических $h_{\mu\nu}$ с данными наблюдений, связанными с движением частиц с отрицательной массой. Вместо этого нам придется работать с функцией $\beta(r)$ (не связанной с отрицательным давлением), чтобы гарантировать существование решения в этой системе отсчета. Наиболее важным аспектом является обеспечение того, что ковариантная производная ее тензора взаимодействия равна нулю (37).

Чтобы полностью понять этот эффект наведенной геометрии, мы должны поместить себя в контекст системы с двумя связанными полевыми уравнениями модели. Важно помнить, что это структурирует четырехмерную гиперповерхность в соответствии с двумя метриками, связанными с двумя различными слоями пространства-времени. Каждый тип массы связан со своей метрикой, что подразумевает, что масса всегда создает положительную кривизну в пространстве-времени в соответствии со своей метрикой (где масса излучает фотоны видимой энергии) и всегда отрицательную кривизну в сопряженной метрике (где масса излучает фотоны невидимой энергии), как видно на следующем рисунке 3.16.

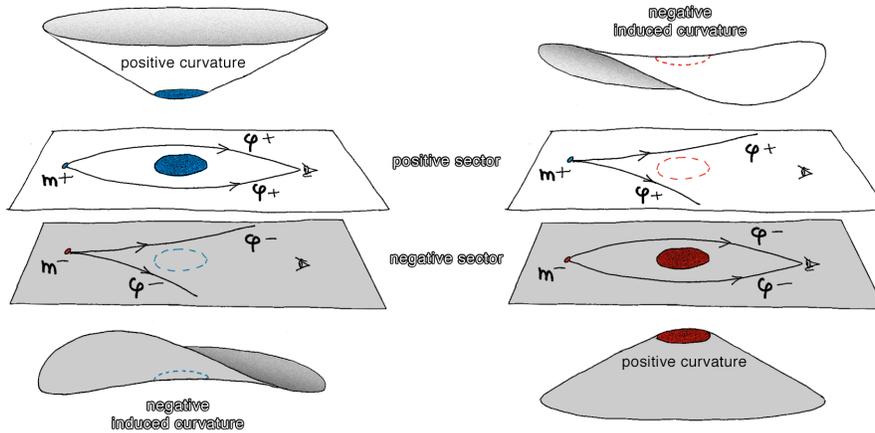


Рисунок 3. 16 - эффект наведенной геометрии

Слева на рисунке 3.16 массивный голубой объект, принадлежащий положительной Вселенной, создает положительную кривизну. В результате он производит эффект положительного гравитационного линзирования на изображение небольшой положительной массы m^+ вызывая появление фотонов положительной энергии ϕ^+ вокруг массивного синего объекта. Однако этот массивный объект вызывает отрицательную кривизну в отрицательной Вселенной. Следовательно, даже если он невидим, его видимая масса в отрицательной Вселенной ощущается как отрицательная.

И наоборот, справа на рисунке 3.16 массивный красный объект принадлежит отрицательной вселенной. Он создает положительную кривизну относительно своей собственной системы отсчета (а не отрицательную). Этот массивный объект вызывает отрицательную кривизну, которая воспринимается в нашей Вселенной, хотя фотоны его энергии невидимы. Поэтому мы делаем вывод, что его видимая масса отрицательна. Это происходит потому, что он производит отрицательный эффект гравитационного линзирования на изображение небольшой массы m^+ вызывая фотоны положительной энергии ϕ^+ вокруг невидимого массивного отрицательного объекта, гравитационное воздействие которого всегда присутствует.

Из концепции отрицательной массы можно вывести несколько следствий:

- В принципе, отрицательной массы (а значит, и отрицательной энергии) не существует. По крайней мере, "отрицательность массы" (и "отрицательность энергии", поскольку эти два фактора явно связаны) не является неотъемлемым физическим свойством "частицы с отрицательной массой". Фактически, "отрицательность" или "положительность" массы - это просто величина кривизны, измеряемая наблюдателем локально в пространстве-времени. Знак этой кривизны относится к системе отсчета гиперповерхности или метрики, в которой измеряется эта масса. По сути, это

кажущаяся масса, присутствие которой обнаруживается только по кривизне, которую она вызывает в пространстве-времени.

Другими словами, все частицы с массой во Вселенной обладают исключительно положительной инерционной массой, но их гравитационная масса относительна. Знак их гравитационной массы противоположен (положителен или отрицателен) в зависимости от принятой перспективы: масса искажает пространство-время в своей собственной метрике, вызывая определенную кривизну, которая всегда положительна. Однако она будет восприниматься как кажущаяся масса в противоположной вселенной, из которой наблюдатель будет воспринимать эту кривизну как отрицательную. Это объясняется связным характером уравнений поля и приводит к эффекту, называемому *сопряженными кривизнами*. Его можно описать как "одна и та же масса вызывает две противоположные кривизны".

Например, Земля, как видно из нашей системы отсчета, обладает положительной массой. Каким-то неизвестным способом представьте, что вы можете изменить направление энергии (изменить направление массы). Земля (и все звезды на небе) исчезнут, потому что вы больше не сможете воспринимать фотоны положительной энергии. Однако вы все еще можете воспринимать и измерять кривизну, которую она продолжает вызывать в пространстве-времени. Проведя это измерение, вы обнаружите, что невидимая теперь Земля обладает отрицательной массой.

Однако не существует отдельных вселенных положительных энергий и вселенных отрицательных энергий. Это просто произвольный выбор номенклатуры. Эти два понятия эквивалентны. По традиции мы называем сектор, в котором живем, позитивной вселенной. Инверсия стрелы времени не означает, что мы начинаем жить "вверх ногами" и что мы становимся моложе. Физически это проявляется в инверсии энергий частиц. И опять же, эта инверсия - относительное наблюдение. На практике это означает переход в противоположную вселенную.

- Важно отметить, что частицы с отрицательной энергией (и их фотоны) не могут быть обнаружены оптическими приборами, поскольку они движутся по геодезическим траекториям собственной метрики $h_{\mu\nu}$ отличной от геодезической нашей метрики $g_{\mu\nu}$. Таким образом, существует два набора геодезических, которые никогда не "пересекаются". Поскольку виды с положительной и отрицательной энергией не видят друг друга и эволюционируют вдоль двух разных семейств геодезических, две системы отсчета пространства-времени, в которых они находятся, называются системой отсчета положительной массы и системой отсчета отрицательной массы соответственно. Таким образом, они представляют собой две системы отсчета в одной и той же четырехмерной гиперповерхности, структурированной не одним, а двумя связанными уравнениями поля. Однако даже если отрицательные массы невидимы для нас, поскольку они не взаимодействуют электромагнитно с нашей Вселенной и не обмениваются

фотонами, они проявляют свое присутствие только через антигравитационный эффект, поскольку вызывают противоположные искривления в пространстве-времени.

- Отрицательные массы широко распространены во Вселенной, но их пропорции зависят от области пространства, в которой мы находимся, и они существуют исключительно для того, чтобы способствовать его стабильности посредством антигравитационного эффекта. Вселенная определяется единым пространством-временем, структурированным двумя метриками, которые позволяют нам измерять длину или расстояние между двумя точками в этом пространстве-времени двумя разными способами, используя два различных набора точек отсчета (три пространственные точки отсчета и одна временная точка отсчета). В учебных целях мы можем представить это пространство-время как лист бумаги с двумя разными сетками на каждой из двух страниц.

3.3.5 Перспективы на будущее

Научный подход к пониманию явления можно свести к возможности его воспроизведения и измерения. Важно отметить, что явление инверсии масс вполне возможно продемонстрировать в лаборатории, инвертируя бесконечно малое количество материи, при условии, что в этой материи можно вызвать значительное возмущение, создав электромагнитные параметры порядка нескольких десятков миллионов тесла за очень короткий период времени, например, с помощью взрывчатых веществ. В 1950-х годах Советский Союз уже производил 100 миллионов ампер, сжимая магнитный поток с помощью взрывчатки, используя магнитокумулятивный генератор ((Павловский 1994)). Затем можно было бы продемонстрировать инверсию массы, измерив гравитационные волны, испускаемые и регистрируемые лазерными интерферометрами Virgo и Ligo.

Объединение теории относительности с квантовой механикой возможно только через квантование гравитации. Однако в теории относительности нет концепции квантования энергии, за исключением эквивалентности массы и энергии, поскольку полевое уравнение Эйнштейна принципиально не описывает частицы. Именно поэтому теория струн является единственным признанным и приемлемым современным подходом к преодолению разрыва между теорией относительности и квантовой механикой. Однако при таком подходе объединение невозможно, поскольку Квантовая механика рассматривает силы в терминах полей, а для передачи взаимодействия в этих полях необходима частица. Например, фотон является элементарной частицей, передающей электромагнитное поле, и его квантование возможно благодаря включению положительных и отрицательных электрических зарядов. С другой стороны, единственной частицей, которая, согласно теории струн, передает гравитацию, является гравитон, но эта псевдочастица никогда не наблюдалась экспериментально. Таким образом, концепция квантовой гравитации в этой модели остается умозрительной. Альтернативной гипотезой для количественной оценки гравитации в квантовом масштабе было бы рассмотрение существования масс противоположных знаков, которые проявляют отталкивающие

свойства в вычислительной модели, подобно модели фотонов с электрическими зарядами противоположных знаков для передачи взаимодействия.

4 Вклад в космологию и физику элементарных частиц

4.1 Введение в динамические группы

Теория динамических систем - это раздел математики, посвященный изучению движения и изменений во времени. Ее цель - понять, как системы эволюционируют в зависимости от начальных условий и внешних сил, действующих на них.

Симплектическая геометрия - это интеграция теории динамических систем и дифференциальной геометрии, которая изучает формы и свойства искривленных пространств, в частности то, как эти пространства деформируются и изгибаются под воздействием внешних сил. Эта область, уходящая корнями в гамильтонову механику, изучает математические объекты, известные как "*симплектические многообразия*", которые обладают уникальной структурой, позволяющей измерять размеры. В отличие от римановой геометрии, которая использует метрический тензор для измерения длин и углов, симплектическая геометрия использует математическую форму, называемую "*симплектической формой*", для измерения площадей.

Жан-Марк Суро был ведущим пионером в симплектической топологической геометрии. Он разработал концепцию геометрического квантования, преобразуя фундаментальные физические величины, такие как энергия и импульс, в чисто геометрические объекты. Работа Суро придала физический смысл инверсии стрелы времени в нашей космологической модели ((Бергман и Эйнштейн 1938), (Калуца 1921)).

Что такое группа?

В математическом смысле это означает, что одни матрицы действуют на другие матрицы. Но с физической точки зрения, что она собой представляет?

По мнению Ж.-М. Суро, группа создается для транспортировки, и способ транспортировки более значим, чем объект транспортировки: "*Скажи мне, как ты двигаешься, и я скажу тебе, кто ты*".

Основное внимание мы уделяем группам Ли (см. (Bourbaki 2006)), которые являются одновременно группами и дифференциальными многообразиями (локально проецируемыми "*искривленными пространствами*" на n -мерное евклидово пространство). Они необходимы для описания движений и преобразований в пространстве. Две ключевые группы - ортогональная группа $O(3)$ и евклидова группа $E(3)$:

- **Ортогональная группа $O(3)$** используется для описания вращений и симметрий в трех измерениях, сохраняя расстояния в пространстве. Она включает важную подгруппу $SO(3)$, группу вращения, которая описывает вращения вокруг оси.
- **Евклидова группа $E(3)$** описывает трехмерные движения, такие как вращения, симметрии и переводы. На основе ортогональной группы $O(3)$ она может быть разложена на силу и момент, приложенные к объекту в механике твердого тела. Это группа, в которой теорема Пифагора может быть использована для вычисления расстояния между двумя точками. Эта группа преобразует точку с координатами x, y, z в новую точку с координатами x', y', z' . Уникальной особенностью этой динамической группы является ее способность порождать семейство инвариантных геометрических объектов внутри группы. Например, прямая, подвергнутая трансляции, остается прямой, что делает ее одномерным инвариантным геометрическим объектом. Сфера - идеальный пример трехмерного симметричного объекта. Ее уникальное свойство заключается в том, что она остается неизменной при вращении вокруг своего центра, демонстрируя вращательную симметрию. В геометрических терминах это означает, что сфера проходит через себя во время любого вращательного движения, сохраняя свои геометрические свойства неизменными в каждой точке. В физике, особенно при изучении пространства-времени в общей теории относительности, решение Шварцшильда является важным понятием. Оно описывает гравитационное поле вне сферически симметричной невращающейся массы, такой как черная дыра. Метрика Шварцшильда, решение полевых уравнений Эйнштейна, инвариантна при поворотах и перемещениях во времени и пространстве, что напоминает инвариантность, наблюдаемую в евклидовой геометрии, но применимую к искривленному пространству общей теории относительности. В пространстве Шварцшильда геодезические определяются кривизной пространства, которая описывается метрикой Шварцшильда. Для объекта, движущегося по геодезической, сохраняются некоторые величины, такие как его угловой момент и энергия относительно массы, вызывающей искривление пространства-времени. Это сохранение является результатом симметрий пространства-времени, аналогичных законам сохранения в классической механике.

Поэтому группы лжи описывают перемещения в пространстве с сохранением расстояний и длин. Они являются группами изометрии, когда геометрические свойства движущихся объектов остаются неизменными (расстояния и углы) в пространстве при преобразовании. Вращения являются примерами симметрий в трехмерном пространстве, поскольку они не изменяют геометрических свойств пространства. Например, при вращении куба расстояния между его вершинами не изменяются. Другими словами, геометрические свойства объекта остаются неизменными, даже если его положение изменилось.

Согласно теории специальной относительности, вместо того чтобы жить в

трехмерном евклидовом пространстве $[x, y, z]$ с сигнатурой $(+ + +)$ где время является отдельной сущностью, мы фактически существуем в четырехмерном пространстве-времени, где три пространственных измерения перпендикулярны одному временному измерению $[t, x, y, z]$ называемом пространством Минковского, сигнатура которого такова $(- + + +)$.

Динамическая группа, связанная с этим пространством, - группа Пуанкаре. Она позволяет генерировать особые движения, такие как движение безмассовых частиц, например фотонов (которые никогда не находятся в состоянии покоя, а всегда движутся со скоростью света, не подвержены влиянию гравитации с точки зрения скорости, а изменяются только по энергии) и семейства частиц с ненулевой массой. Эта динамическая группа, применительно к специальной теории относительности, включает в себя движение масс или фотонов с возможной инверсией стрелы времени, то есть из прошлого в будущее и наоборот, и может быть представлена в матричной форме следующим образом:

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Где L матрица группы Лоренца, которая описывает, как изменяются координаты пространства-времени между различными инерциальными системами отсчета. Эти преобразования включают вращение в пространстве, а также преобразования Лоренца (ускорения), которые представляют собой изменения систем отсчета, движущихся с постоянной скоростью друг относительно друга. C вектор, соответствующий преобразованиям пространства-времени в $\mathbb{R}^{1,3}$.

Фактически половина элементов динамической группы обращает время вспять, что означает, что если мы рассматриваем элемент пространства-времени, такой как масса или фотон, и применяем временное перемещение из прошлого в будущее, мы можем выполнить то же самое перемещение в обратном направлении с помощью группы Пуанкаре. Поэтому,

согласно теории Сурио из его работы "*Структура динамических систем*" ((Kaluzka 1921)), если динамическая группа может заставить фотоны или массы двигаться со стрелой времени в противоположном направлении, то их энергия, а значит и масса, также может быть обращена вспять.

Н.В.: Ограниченная группа Пуанкаре имеет дело исключительно с "*ортохронным*" релятивистским движением в четырех измерениях пространства Минковского, переходящим из прошлого в будущее. Ее матричная форма включает подматрицу Лоренца L_0 следующим образом:

$$\begin{pmatrix} L_0 & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Можем ли мы теперь рассматривать эти движения с отрицательной энергией и массой и противоположной стрелой времени как часть физики? Можно ли их измерить или наблюдать?

Частицы с отрицательной энергией испускают фотоны отрицательной энергии, поэтому их нельзя наблюдать или измерять оптически. Однако было замечено и измерено, что расширение Вселенной ускоряется из-за отрицательного давления, связанного с темной энергией ((Perlmutter et al. 1999)). Давление - это плотность

энергии на единицу объема.

Таким образом, расширение Вселенной напрямую связано с отрицательной энергией. Это позволяет предположить, что значительная часть Вселенной, которая в настоящее время определяется как темная материя с темной энергией, влияет на это расширение посредством гравитационного эффекта. Таким образом, этот динамический и геометрический подход дает ответ на вопрос о ее происхождении и природе. Она может содержать массы или фотоны, заряженные отрицательной энергией.

4.2 Дифференциальные симметрии, связанные с каждым обратным оператором

Ограниченная группа Пуанкаре управляет релятивистским движением в четырехмерном пространстве Минковского. Группа Пуанкаре - это группа, соответствующая следующей матрице :

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

где C вектор, соответствующий пространственно-временным перемещениям в $\mathbb{R}^{1,3}$:

$$C = \begin{pmatrix} \Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

Он действует на точки в пространстве Минковского:

$$\xi = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Эта 10-мерная группа является группой изометрии данного пространства, определяемой его метрикой:

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Группа Лоренца в соответствии с ее подматрицей L принадлежащей пространству \mathcal{L} имеет четыре связные компоненты:

- \mathcal{L}_n нейтральный компонент, не изменяет ни пространство, ни время.
- \mathcal{L}_s меняет пространство на противоположное.
- \mathcal{L}_t изменяет время, но не пространство.
- \mathcal{L}_{st} меняет местами пространство и время.

Первые две компоненты объединяются в подгруппу, известную как "ортохронная" или ограниченная группа Лоренца:

$$\mathcal{L}_o = \mathcal{L}_n \cup \mathcal{L}_s$$

Последние два компонента образуют набор "антихрон", компоненты которого обращают время вспять:

$$\mathcal{L}_a = \mathcal{L}_t \cup \mathcal{L}_{st}$$

Обратите внимание, что :

$$\mathcal{L}_t = -\mathcal{L}_s \quad \mathcal{L}_{st} = -\mathcal{L}_n$$

$$\mathcal{L}_{st} = -\mathcal{L}_n \quad \mathcal{L}_t = -\mathcal{L}_s$$

4.3 Группа динамики Лоренца

Применение сопряженного действия динамической группы к дуальной алгебре Ли, начатое математиком Жаном-Мари Суро, пролило свет на некоторые аспекты подхода, используемого в физике. Ограниченная динамическая группа Лоренца, ограниченная двумя ортохронными компонентами, транслирует аспекты специальной относительности через свои результирующие инвариантные свойства. В 1970 году Ж.-М. Суро установил, что анализ компонент ее момента подчеркивает геометрическую природу (неквантованного) спина ((J. M. Souriau 1964) (J. M. Souriau 1997)). Группа Лоренца имеет две связанные ортохронные компоненты, а именно: первую нейтральную компоненту, содержащую нейтральный элемент группы, и вторую энантиоморфную компоненту, инвертирующую пространство, синонимичное *P-симметрии*. В теории динамических групп становится очевидной классификация в терминах движений. На данном этапе действие этих инвертирующих пространство элементов иллюстрируется явлением поляризации света, когда любой "правый" фотон может быть преобразован в "левый". Эта группа может быть представлена семейством матриц 4×4 Лаксиоматически определяемых как $L^T G L = G$ где L^T транспонирование матрицы Лоренца L и G метрическая матрица Минковского, которую в данном контексте часто называют матрицей Грама. В специальной теории относительности она обычно представляется диагональной матрицей с элементами $\text{diag}(1, -1, -1, -1)$. Это уравнение означает, что преобразование Лоренца сохраняет скалярное произведение Минковского - важнейшее условие связности теории специальной относительности.

4.4 Ограниченная динамическая группа Пуанкаре

Произведение группы Лоренца на группу трансляций пространства-времени позволяет построить ограниченную динамическую группу Пуанкаре, всегда ограниченную двумя ортохронными компонентами. В ее моменте мы сначала находим энергию, связанную с подгруппой временных трансляций. Затем импульс, связанный с пространственными трансляциями, причем эти два компонента связаны инвариантностью модуля квадривектора энергии-импульса под действием группы Лоренца. Матрица, связанная с этой группой, должна включать

"ортохронную" подматрицу Лоренца L_o размерности 3×3 а также вектор трансляции C и дополнительные компоненты для полноты ее структуры (см. (45)).

4.5 Ограниченные динамические группы Калуцы и Януса

Добавив к ограниченной группе Пуанкаре трансляцию вдоль пятого измерения, мы образуем группу Ли, которую назовем *ограниченной группой Калуцы* ((Баргманн, Бергманн и Эйнштейн 1941), (Бергманн 1942), (Бергманн и Эйнштейн 1938), (Калуца 1921), (Клейн 1926)). Эта группа - не 15-мерная группа Калуцы, связанная с 5-мерным лоренцевым многообразием, а новая 5-мерная группа, учитывающая только трансляции. Эта новая размерность придает импульсу дополнительный скаляр, который можно отождествить с электрическим зарядом q который может быть положительным, отрицательным или нулевым, и который пока не имеет количественной оценки. Затем мы демонстрируем геометрический перевод по скаляру ϕ придав массам инвариантный электрический заряд. Затем, введя новую симметрию, отражающую инверсию пятого измерения, синонимичную инверсии скаляра от q à $-q$ мы удваиваем число связанных компонент с 2 до 4. Затем действие на момент связывает эту новую симметрию с инверсией электрического заряда q . Таким образом, мы получаем геометрическую модель сопряжения зарядов или *C-симметрию*, которая переводит симметрию материи-антиматерии, введенную Дираком. Поэтому логично назвать это новое расширение *ограниченной группой Януса*.

4.6 Динамическая группа Янус

Введя в предыдущую группу новую симметрию, которую мы обозначим как *симметрию T* и которая преобразует материю в антиматерию с отрицательной массой - понятие, которое мы могли бы назвать *антиматерией в фейнмановском смысле*, - мы построим *динамическую группу Януса*. Таким образом, мы удваиваем число связанных компонентов с четырех до восьми, сгруппированных в два подмножества: "*ортохронное*", сохраняющее свойства времени и энергии, и "*антихронное*", меняющее время и энергию на противоположные. В результате мы выделяем геометрический перевод, который заключается в наделении масс инвариантным электрическим зарядом. Как показал Жан-Мари Суро, пионер теории динамических групп, еще в 1970 году ((J. M. Souriau 1964), (J. M. Souriau 1997)), такой подход позволил придать чисто геометрическую природу ключевым элементам, которые ознаменовали прогресс релятивистской физики.

Вот матрица, связанная с динамической группой Януса, из которой можно восстановить все группы симметрии:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} (-1)^\mu & 0 & \phi \\ 0 & T^\lambda S^\nu L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in \{0,1\}, \phi \in \mathbb{R}, L \in \mathcal{L}, C \in \mathbb{R}^{1,3} \right\}$$

- **Симметрия P:**

Мы должны применить $\mu = 0, \lambda = 0$ и $\nu = 1$ тогда получим :

$$J_{an} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Этот оператор симметрии соответствует инверсии пространства, где рассматривается элемент второй связной компоненты ортохронной группы. Именно эта симметрия изменяет спиральность фотона, превращая "правый фотон" в "левый фотон", что соответствует явлению поляризации света.

- **Симметрия C:**

Мы должны применить $\mu = 1, \lambda = 0$ и $\nu = 0$.

Начиная с элемента L_n ортохронной ограниченной группы Лоренца, инвертируя пятое измерение, несущее электрический заряд q мы получаем оператор "C-симметрии" или "зарядового сопряжения" (квантования) :

$$J_{an} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Именно эта симметрия представляет собой преобразование "материя-антиматерия".

- **Симметрия T:**

Мы должны применить $\mu = 0, \lambda = 1$ и $\nu = 0$.

Эта операция снимает симметрию C ($J_{an_{11}} = 1$) и P-симметрию ($J_{an_{22}} = -L_s$) следующим образом:

$$J_{an} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_t & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **CP-симметрия:**

Мы должны применять $\mu = 1, \lambda = 0$ и $\nu = 1$.

Эта операция добавляет C-симметрию ($J_{an_{11}} = -1$) и P-симметрию ($J_{an_{22}} = L_s$) следующим образом:

$$J_{an} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

NB: Его также можно вывести, удалив T-симметрию ($J_{an_{22}} = L_s$) симметрии

из симметрии CPT с помощью этой операции: $CP = T \cdot CPT$

- **Симметрия CPT :**

мы должны применить $\mu = 1, \lambda = 1$ и $\nu = 1$.

Мы знаем, что элемент L_n нейтральной группы не изменяет ни времени, ни пространства, поэтому элемент $Jan_{22} = -L_n$ обращает и пространство, и время, образуя оператор симметрии PT . Однако, если мы добавим симметрию C ($Jan_{11} = -1$), то образуется янус-группа CPT с зарядовой симметрией, как показано ниже:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **PT -симметрия:**

мы должны применить $\mu = 0, \lambda = 1$ и $\nu = 1$.

Удалив C -симметрию ($Jan_{11} = 1$) из CPT -симметрии с помощью этой операции : $PT = C \cdot CPT$, получаем :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Симметрия KT :**

мы должны применить $\mu = 1, \lambda = 1$ и $\nu = 0$.

Удалив симметрию P ($Jan_{22} = -L_s$) симметрию из CPT -симметрии после этой операции : $CT = P \cdot CPT$, получаем :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Нейтральный оператор:**

Мы должны применять $\mu = 0, \lambda = 0$ и $\nu = 0$.

Объект перемещается через пять измерений, не меняя своей природы.

Рассматривается

только нейтральный элемент "ортохронной"

подгруппы ($Jan_{22} = L_n$) :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Важно отметить, что Фейнман считает, что применение *PT*-симметрии к движению частиц приводит к созданию антиматерии за счет применения *C*-симметрии. Следовательно, *PT*-симметрия эквивалентна *C*-симметрии, а это значит, что частица материи, "увиденная в зеркале" и движущаяся назад во времени, является антиматерией.

Эта точка зрения следует из работы Вайнберга "Квантовая теория поля", раздел 2.6, озаглавленный "Инверсия пространства и реверсия времени" ((Вайнберг 2000)). По сути, для оператора инверсии *T* применяется произвольный выбор, в результате чего оператор *CPT* становится тождеством.

Таким образом, учитывая, что $CPT = I$ из этого следует, что $PT = PT \cdot I = PT \cdot CPT = C$. Таким образом, взгляд Фейнмана основан в первую очередь на квантовой механике, где квантовые теоретики делают совершенно произвольный априорный выбор операторов *P* и *T*, ограниченный "необходимостью избежать появления состояний с отрицательной энергией (считающихся нефизическими)".

Следовательно, оператор *P* должен быть линейным и унитарным, а оператор *T* - антилинейным и антиунитарным. И в заключение на странице 104 добавляется: "Не известно ни одного примера частиц, дающих нетрадиционные представления инверсий, поэтому эти возможности здесь далее не рассматриваются. Впредь будет предполагаться, что инверсии обладают обычным действием, описанным в разделе 2.6".

Отрицательные энергетические состояния (связанные с отрицательным давлением) существуют потому, что они ответственны за ускорение космического расширения, о чем свидетельствует работа Перлмуттера, получившего Нобелевскую премию в 2011 году ((Perlmutter et al. 1999)). Однако на момент возникновения квантовой теории поля это явление еще не было известно.

Следовательно, для Фейнмана наличие оператора обращения времени *T* в его глобальной *PT*-симметрии не приводит к инверсии массы, но превращает материю в антиматерию с положительной массой путем инверсии заряда через *C*-симметрию. С точки зрения группы Януса, начиная с движения частицы с положительной массой в 5-мерном пространстве, *C*-симметрия (осуществляемая инверсией пятого измерения) превращает эту частицу (это движение) в античастицу с положительной массой, которую мы можем назвать "античастицей типа Дирака". С другой стороны, при *PT* приложенная к частице, порождает античастицу с отрицательной энергией и массой, в силу *T*-симметрии, которую можно назвать "античастицей фейнмановского типа". Эквивалентность $PT = C$ по Фейнману больше не применима.

4.7 Использование

Значительный вклад этого исследования в основном затрагивает области квантовой механики и космологии:

- Одним из примечательных аспектов **квантовой механики** является инверсия энергии и массы некоторых объектов. Это приводит к исследованию двух категорий антивещества: один тип антивещества с положительной массой, возникающий из *C*-симметрии, известный как *антивещество в смысле Дирака*, производится в лаборатории и, как недавно было показано, ведет себя так же,

как и обычная материя под действием гравитации ((Anderson 2023)). Другая, происходящая из *PT-симметрии* с отрицательной массой, известная как *антиматерия в смысле Фейнмана*, соответствует первозданной антиматерии, находящейся между галактиками, и встречается, в частности, в виде конгломератов в *Великом Дефлекторе* ((Hoffman et al. 2017)). Возникает интригующий вопрос о возможности существования в физике объектов с отрицательной массой и энергией. Такие объекты предполагают наличие отрицательных энергетических состояний в квантовой механике. При работе с *T-симметрией* квантовые физики традиционно принимают антилинейную и антиунитарную точку зрения для оператора T , чтобы исключить отрицательные энергетические состояния, которые обычно считаются не присущими физике. Аналогично, оператор P выбирается унитарным и линейным по тем же причинам (см. (Weinberg 2000)). Эти решения лежат в основе теоремы СРТ, укрепляя идею о том, что *PT-симметрия* согласуется с *C-симметрией*. С другой стороны, принятие линейного и унитарного оператора T показывает, что состояния с отрицательной энергией являются естественным результатом в уравнениях Шредингера и Дирака (см. (Debergh et al. 2018)), что открывает путь для новых областей исследований. Кроме того, космологические наблюдения подтвердили, что расширение Вселенной ускоряется, что объясняется отрицательным давлением, связанным с темной энергией, о чем свидетельствует работа Перлмуттера, получившего Нобелевскую премию в 2011 году. Учитывая, что давление представляет собой плотность энергии на единицу объема, это явление напрямую связано с отрицательной энергией, влияющей на расширение Вселенной.

- **В области космологии** общая теория относительности решительно отвергает концепцию отрицательных масс, ссылаясь на возникновение феномена убегания и противоречия принципам действия-реакции и эквивалентности (см. (Bondi 1957)). Следовательно, любая новая модель, предлагающая интеграцию состояний с отрицательной энергией и массой, потребует расширения фундаментальных геометрических рамок относительности. Теория динамических групп, сосредоточенная вокруг различных групп, таких как Лоренц, Пуанкаре и Калуца, обеспечивает основу для описания вселенной без сил, характеризующейся плоской, не искривленной структурой. В такой вселенной частицы следуют геодезическим линиям пространства Минковского в лоренцевой метрике или перемещаются в волокнистом пространстве, на которое влияет пятое измерение, открытое или закрытое. Этот теоретический подход предполагает сосуществование двух различных типов материи, существующих изолированно, без взаимного взаимодействия. Частицы в этих пространствах не взаимодействуют друг с другом. Эта инновационная точка зрения открывает новые пути к пониманию взаимодействия между частицами, пространством и временем.

5 Альтернативная интерпретация модели червотчины, соединенной с белым фонтаном как *односторонней мембраной*

Исследование внешней метрики, разработанной К. Шварцшильдом в 1916 году в качестве решения уравнения Эйнштейна в вакууме, обнаруживает введение гипотезы: инвариантность по временной симметрии $t \rightarrow -t$ широко известной как "*статичность*". Это предположение, не имевшее в то время доказанного физического обоснования, привело к устранению поперечного члена $dr dt$ в метрике. Таким образом, был сделан произвольный выбор координат, отмеченный именно отсутствием этого поперечного члена $dr dt$. Цель данного исследования - изучить физические возможности нового подхода, основанного на введении поперечного члена $dr dt$ в метрику, и продемонстрировать возможность построения *червотчины и белого фонтана как односторонней мембраны*, соединяющей два *PT-симметричных* полуримановых пространства через "*мост*", который можно пересечь только в одном направлении.

5.1 Решения уравнения Эйнштейна, отражающие различные топологии

В 1916 году Карл Шварцшильд опубликовал две последовательные статьи ((Schwarzschild 1916b), (Schwarzschild 1916a)). В первой из них было представлено построение решения уравнения Эйнштейна в вакууме, основанное на следующих предположениях:

- *Стационарность*: независимость членов метрики от временной координаты, т.е. инвариантность по отношению к переводу времени.
- *Изотропия* и сферическая симметрия, т.е. инвариантность по $SO(3)$.
- Нет перекрестного термина $dr dt$.
- Лоренциан до бесконечности.

Он быстро дополнил это решение, названное внешней метрикой Шварцшильда, внутренней метрикой (Schwarzschild 1916a), описывающей геометрию внутри сферы, заполненной жидкостью постоянной плотности ρ_0 и решением уравнения Эйнштейна со вторым членом. Условия связи двух метрик (непрерывность геодезических) были выполнены. Явления опережения перигелия Меркурия и отклонения световых лучей подтверждают это решение (рис. 3.4). К. Шварцшильд работал над тем, чтобы условия, определяющие эти две метрики, соответствовали физической реальности.

Например, сегодня нейтронные звезды, благодаря своей ошеломляющей плотности и внушительной массе, служат естественными космическими лабораториями, исследующими области плотности и гравитации, недоступные для земных лабораторий. Рассмотрим два различных варианта, при которых нейтронная звезда может достичь состояния физической критичности.

В сценарии, где плотность звезды ρ_0 остается постоянной, характерный радиус \hat{r}

может быть определен. Тогда физическая критичность будет достигнута, когда радиус звезды составит :

$$R_{\text{cr}\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}} \hat{r} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G \rho_o}}$$

с

$$\hat{r} = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G \rho_o}}$$

И вот,

- Для внешней метрики радиус звезды должен быть меньше, чем \hat{r} .
- Что касается внутренней метрики, то радиус звезды должен быть меньше, чем $R_{\text{cr}\phi}$ поскольку больший радиус приводит к увеличению давления до бесконечности в центре звезды.

Во-вторых, для массивных звезд имплозивная железная сфера может представлять собой сложный сценарий. Если предположить, что масса сферы M сохраняется во время имплозии, нам необходимо рассмотреть два важных критических радиуса:

- В центральной части геометрический критический радиус задается *радиусом Шварцшильда*, который равен :

$$R_{\text{cr}\gamma} = R_s = 2 \frac{GM}{c^2}$$

- За пределами этой массы физический критический радиус определяется по формуле (38)

При сохранении массы, выраженной в виде $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_o$ мы можем исследовать, как изменяющаяся плотность ρ_o во время имплозии влияет на эти критические радиусы. Действительно, если физическая критичность достигается во время имплозии, то мы имеем $R = R_{\text{cr}\phi}$.

Подставив уравнение сохранения массы в (38), получим :

$$R = R_{\text{cr}\phi} = 2,25 \frac{GM}{c^2} > R_{\text{cr}\gamma}$$

Отсюда можно сделать вывод, что если для массы достигается физическая критичность $M_{\text{она}}$ наступает раньше, чем появляется геометрическая критичность.

К. Шварцшильд также отметил, что измерения касались условий, далеко выходящих за рамки астрофизической реальности его времени.

Важно также отметить, что топология этого геометрического решения строится путем соединения двух ограниченных многообразий по их общей границе - сферы S^2 с площадью $4\pi R_0^2$ (Радиус звезды).

В 1916 году Людвиг Фламм рассматривал внешнее решение как потенциально описывающее геометрический объект. Тогда речь шла о попытке описать массу как область несопротивляющегося пространства ((Flamm 1916)).

В 1934 году Ричард Толман первым рассмотрел возможность манипуляции наиболее общим метрическим решением путем введения поперечного члена $dr dt$. Однако в интересах упрощения он сразу же устранил его с помощью простой замены переменной ((Tolman 1934)).

В 1935 году Эйнштейн и Розен предложили неконтрактильную геометрическую структуру в контексте геометрической модели частиц, благодаря следующему изменению координат ((Einstein and Rosen 1935)):

$$u^2 = r - 2m$$

Тогда метрическое решение становится :

$$ds^2 = \frac{u^2}{u^2 + 2m} dt^2 - 4u^2(u^2 + 2m)du^2 - (u^2 + 2m)^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Таким образом, авторы получают несопротивляющуюся геометрическую структуру, называемую "*пространственным мостом*", где замкнутая поверхность площадью $4\pi a^2$ соответствующая значению $u = 0$ соединяет два "*листа*": один, соответствующий значениям u от 0 до $+\infty$ и другой - от $-\infty$ до 0. Заметим, что эта метрика не является лоренцевой на бесконечности. Хотя эта метрика, выраженная в новой системе координат, является регулярной, авторы отмечают, что на поверхности Ущелья ее детерминант становится равным нулю. В этой геометрической структуре выделяются два ограниченных полуримановых листа, первый из которых соответствует $u > 0$ и второй $u < 0$. Это соответствует их пересечению по общей границе. Глобальное пространство-время не вписывается в стандартные рамки полуримановой геометрии, поскольку не удовлетворяет условию $\det(g_{\mu\nu}) \neq 0$ на горле. Как указано в (Stoica 2014), оно вписывается в более общие рамки сингулярной полуримановой геометрии, которая допускает вырожденные метрические тензоры.

В 1939 году Оппенгеймер и Снайдер, воспользовавшись полным разрывом между собственным временем и временем, переживаемым удаленным наблюдателем, при отсутствии поперечного члена в $dr dt$, предложили использовать внешнее метрическое решение для описания "*стоп-кадра*" имплозии массивной звезды в конце ее жизни. Учитывая, что переменная t отождествляется с собственным

временем удаленного наблюдателя, это создает мотив "*стоп-кадра*", например, явления сжатия, длительность которого в собственном времени, измеряемом в днях, кажется удаленному наблюдателю происходящим за бесконечное время ((Oppenheimer and Snyder 1939)). Этот документ считается основой модели черной дыры (см. раздел 2.3.8).

В 1960 году Крускал расширил геометрическое решение, включив в него сжатое пространственное время, организованное вокруг центральной сингулярности, соответствующей $r = 0$. Геодезические продлены для $r < a$. Модель черной дыры (со сферической симметрией⁴) принимает окончательную форму в виде разрыва массы за короткое мгновение, воспринимаемое удаленным наблюдателем как "*стоп-кадр*" ((М. Д. Крускал 1960)). Сферу Шварцшильда называют "*горизонтом событий*".

В 1988 году М. Моррис и К. С. Торн вернулись к этой геометрической интерпретации, отказавшись от сократимости, но не в попытке получить геометрическую модель решения, а для изучения возможности межзвездных путешествий через "*червоточины*", используя следующую метрику ((Morris and Thorne 1988)):

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dl^2 + (b_0^2 + l^2)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Сосредоточившись на изучении возможности межзвездных путешествий, авторы подчеркивают огромные ограничения, связанные с такой геометрией, а также ее нестабильный и скоротечный характер.

⁴ В 1963 году Рой Керр построил осесимметричное стационарное решение уравнения Эйнштейна в вакууме. Однако в данном исследовании мы ограничимся интерпретацией стационарного решения со сферической симметрией (2.3.9).

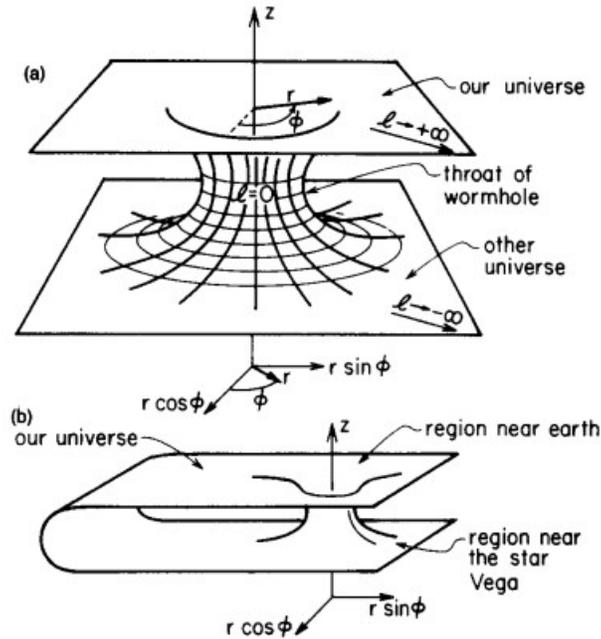


Рисунок 5.1 - Страница 396 статьи М. Морриса и К.С. Торна (1988)

5.2 Гипотеза *статичности*: отсутствие перекрестного термина $dr dt$

Понятие "*статичность*" в общей теории относительности относится к метрике, которая является стационарной, то есть инвариантной при "*независимом от времени*" переводе времени $t \rightarrow t + \Delta t$, и *статичной*, то есть инвариантной при симметрии "*отражения времени*" $t \rightarrow -t$, что, естественно, приводит к отсутствию поперечного члена $dr dt$. Действительно, когда метрика имеет поперечный член $dr dt$, это означает, что существует смешанная зависимость между пространственными и временными координатами. Эта смешанная зависимость нарушает инвариантность по симметрии *временного отражения*, поскольку метрика не остается неизменной при преобразовании $t \rightarrow -t$. Р. Вальд упоминает об этой особенности в 1984 году в своей книге "*Общая относительность*" на странице 120 (Wald 1984).

Мы также можем отметить, что на странице 186 книги (Adler, Bazin, and Schiffer 1975) требование симметрии *отражения времени* для линии dx^0 которая может быть прослежена "*назад*" до $-dx^0$ (так называемая "*статичность*") устанавливается в качестве исходного предположения.

На самом деле понятие *статичности* в смысле Р. Вальда относится к инвариантности по *симметрии отражения времени* $t \rightarrow -t$ что является чисто математической гипотезой, не имеющей физического смысла. Однако в нашем исследовании предлагается иной подход к этому предположению.

5.3 Построение бесконечного геометрического решения лоренцева двухлистика

Рассмотрим внешнюю метрику Шварцшильда в ее классической форме с сигнатурой (+ - - -):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

5.3.1 Симметрия T

Метрика, построенная в 1916 году ((Schwarzschild 1916b)) как решение уравнения Эйнштейна в вакууме, была наделена дополнительным предположением, о котором ее автор не упоминал, - об инвариантности по временной симметрии. Важно отметить, что это предположение не имеет физических оснований и приводит к исключению поперечного члена $dr dt$ в метрике, как и предполагал Толман еще в 1934 году (стр. 239 из (Tolman 1934)).

И наоборот, А. Эддингтон ввел его, чтобы устранить координатную сингулярность на поверхности Шварцшильда в $r = \alpha$ с помощью замены переменной ((Eddington 1925), (Koiran 2021)):

$$t_E^+ = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

Тогда метрика становится:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{+2} - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^+ - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Мы знаем, что при этих условиях, с точки зрения удаленного наблюдателя, время свободного падения становится конечным (39), а время убегания остается бесконечным. Метрика, для которой время убегания конечное, будет получена при такой замене переменной:

$$t_E^- = -t - \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

Таким образом, метрика становится:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{-2} - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Это эквивалентно инверсии временной координаты в (40). Таким образом, этот выбор связи двух метрик, описывающих два полуримановых пространства, приводит нас к рассмотрению глобального геометрического решения с двумя *T-симметричными* листами, соединенными "мостом" в данной конкретной системе координат, а также в системе координат Эйнштейна и Розена ((Einstein and Rosen 1935)).

Теперь покажем, что эти преобразования также сопровождаются *P-симметрией*.

5.3.2 Симметрия P

В этом представлении радиальные геодезики первого листа ортогональны касательной плоскости "космического моста", когда они достигают его. Эти же геодезики, выходящие из второго листа, также ортогональны этой касательной плоскости. Теперь рассмотрим четыре точки, образующие тетраэдр, которые сходятся к "космическому мосту" по радиальным траекториям. Мы можем определить трехмерную ориентацию, определив направление пересечения точек в каждом из равносторонних треугольников, образующих тетраэдр. По отношению к t кажется, что эти точки отскакивают от жесткой поверхности, в результате чего ориентация тетраэдра меняется на противоположную. После этого тетраэдры, расположенные выше и ниже по потоку, становятся *энантиоморфными* (рис. 5.2).

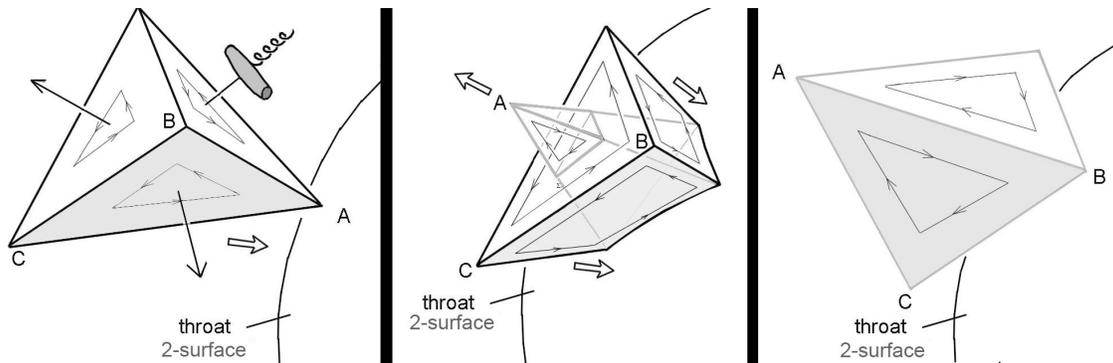


Рисунок 5.2 - Инверсия пространства при пересечении "космического моста"

Изменение ориентации уже видно на упрощенном двумерном изображении червоточины на рисунке 5.1. Давайте посмотрим на этот рисунок сверху и представим себе треугольник, скользящий по поверхности верхнего листа в сторону желобка. После пересечения желобка треугольник начинает скользить по нижнему листу, и теперь мы видим его перевернутым с нашей позиции над верхним листом. С нашей точки зрения, его ориентация изменилась. Физический смысл этого изменения ориентации будет рассмотрен в разделе 5.3.3.

Таким образом, геометрическая структура пары метрик (41) и (42) представляет собой "мост", соединяющий два *PT-симметричных* полуримановых пространства. Элемент этой двумерной поверхности тогда задается :

$$\sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} = \sqrt{|g_{\theta\theta}g_{\phi\phi}|} = \alpha^2 \sin(\theta)$$

Поскольку эта метрика описывает сферическую двумерную поверхность (например, сферу постоянного радиуса в четырехмерном пространстве-времени), дифференциальный элемент поверхности задается :

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

Чтобы найти минимальную площадь поверхности этого "космического моста", нужно проинтегрировать этот элемент поверхности по всем возможным углам:

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

Таким образом, он является неконтрактильным с минимальной площадью поверхности $4\pi\alpha^2$.

5.3.3 Идентификация двух листов

В разделе 5.3.2 мы описали изменение ориентации тетраэдра, пересекающего желоб червоточины, на рисунке 5.2, и треугольника, пересекающего желоб, на рисунке 5.1. Изменение ориентации треугольника видно только тому, кто смотрит на рисунок 5.1 в целом. Следовательно, оно не соответствует какому-либо физически наблюдаемому явлению, поскольку любой физический наблюдатель должен находиться на одном из двух листов и не может видеть другой лист непосредственно. Аналогичная ситуация и на рисунке 5.2: фотография в центре представляет ситуацию с точки зрения, когда мы могли бы одновременно посмотреть на обе стороны червоточины (В и С еще не достигли ущелья, а А уже пересекли его и выходят на другой стороне). И снова это невозможно для физического наблюдателя: кажется, что *P-симметрия в том виде*, как она описана до сих пор, не соответствует никакому физически наблюдаемому явлению. Однако мы можем придать ей реальный физический смысл с помощью дополнительного ингредиента, введенного Эйнштейном и Розеном (Einstein and Rosen 1935).

Следует помнить, что их целью было не изучение межзвездных путешествий, как на рисунке 5.1, а описание элементарных частиц с помощью решений уравнений общей теории относительности. Прочитав аннотацию к их статье: *"Эти решения предполагают математическое представление физического пространства в виде пространства из двух одинаковых листов, а частица представляется "мостом", соединяющим эти листы"*. Эйнштейн и Розен также предполагают, что проблема многих частиц может быть изучена аналогичными методами, но эта работа в их статье не проводится.

Прочитав еще раз (Эйнштейн и Розен, 1935): *"При наличии нескольких частиц этот случай соответствует поиску решения без сингулярностей модифицированных уравнений (За), решения, представляющего собой пространство с двумя конгруэнтными листами, соединенными несколькими дискретными "мостами"*". С их точки зрения, две точки в математическом представлении (41) с одинаковыми значениями θ , ϕ но противоположными значениями u поэтому соответствуют двум точкам в физическом пространстве с одинаковым значением r ($r = u^2 + m$). Если мы проведем такое же отождествление точек с противоположными значениями u то ситуация, представленная на средней фотографии рисунка 5.2, может быть увидена физическим наблюдателем. Теперь *P-симметрия*, описанная в разделе 5.3.2, имеет реальный физический смысл. Интерпретацию комбинированной *РТ-симметрии* мы рассмотрим в следующем разделе.

5.4 Другое представление этой геометрии

Применив следующую замену переменной к уравнениям (40) и (43) :

$$r = \alpha(1 + \text{Log ch}(\rho))$$

Мы получаем следующие две метрики:

$$\begin{aligned} ds^2 &= \left(\frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{+2} - \left(\frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 \\ &\quad - 2c\alpha \left(\frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^+ - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \\ ds^2 &= \left(\frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{-2} - \left(\frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 \\ &\quad + 2c\alpha \left(\frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^- - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \end{aligned}$$

Чтобы получить метрику, структурирующую второй лист для $\rho < 0$ чтобы гарантировать непрерывность геодезических, переводящих переход материи через "мост" с конечным временем убегания на этом листе, мы должны применить симметрию T , где временная координата инвертируется во время перехода, т.е. $t_E^+ = -t_E^-$

Эти метрики, лоренцевы на бесконечности, структурируют два листа, соответствующие значениям ρ изменяющимся соответственно от 0 до $+\infty$ и от $-\infty$ до 0. На "космическом мосту" для $\rho = 0$ компоненты g_{tt} и $g_{\rho\rho}$ компоненты метрического тензора исчезают, оставляя только две последние пространственные компоненты $g_{\theta\theta}$ и $g_{\varphi\varphi}$ которые являются :

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha^2 \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

В этой конкретной системе координат мы можем вывести, что ее определитель равен нулю. P -симметрия следует из того факта, что смежные точки, на этот раз явно дифференцированные, выводятся по формуле $\rho \rightarrow -\rho$. Это преобразование играет ту же роль, что и $u \rightarrow -u$ в (41).

Объединив эти метрические решения при этих двух условиях, мы получим Червоточину и Белый фонтан как одностороннюю мембрану, соединяющую два полуримановых пространства через "мост", по которому можно пройти только в одном направлении. Предположим далее, что Червоточина не ведет в другую вселенную, как на рисунке 5.1.a, или в удаленную точку в той же вселенной, как на рисунке 5.1.b; но что две конгруэнтные створки соответствуют тем же точкам в

физической вселенной посредством преобразования $u \rightarrow -u$ преобразование (или $\rho \rightarrow -\rho$), как предложено в (Эйнштейн и Розен 1935) и в разделе 5.3.3. Тогда мы можем заключить, что оба листа *PT*-симметричны.

В литературе инверсия временной координаты анализировалась различными способами. В частности:

- В теории динамических групп Ж.-М. Сурио ((J. M. Souriau 1964), (J. M. Souriau 1997)) было показано, что она вызывает инверсию энергии. Следовательно, симметрия обращения времени превращает любое движение частицы с массой m в движение частицы с массой $-m$ ((Oppenheimer and Volkoff 1939), стр. 191). На странице 192 той же книги автор предлагает альтернативный анализ, который позволяет обойтись без отрицательных масс. Сурио подчеркивает, что эти альтернативы должны оцениваться в зависимости от их способности быть подтвержденными экспериментами.
- Фейнман предложил интерпретацию антиматерии как обычной материи, движущейся *назад* во времени.
- Из теоретического анализа (теорема *CPT*) и экспериментов известно, что элементарные частицы подчиняются физическим законам, инвариантным к *CPT*-симметрии.

Симметрию PT, открытую в разделе 5.3, можно рассматривать как *симметрию CPT*, за которой следует *симметрия C* (инверсия электрического заряда). Таким образом, мы получим антиматерию на втором листе. Если второй лист уже содержит обычную материю, она может взаимодействовать с антиматерией из первого листа, являясь, таким образом, источником энергии.

5.5 Заключение

Мы представляем новую геометрическую конструкцию, основанную на сферически симметричном стационарном решении уравнения Эйнштейна в вакууме, только с двумя предположениями, вдохновленными физикой: *изотропией* (инвариантностью по $SO(3)$) и *стационарностью* (инвариантность к переводу во времени). При этом мы не добавляем, как это делалось ранее без какого-либо реального физического обоснования, инвариантность по *времени*, *обратную симметрию* $t \rightarrow -t$ ("*статическое*" решение). Этот новый набор менее ограничительных предположений вводит присутствие поперечного члена $dr dt$, который ранее запрещался предположением о *статичности*. Этот новый геометрический объект ведет себя как "*односторонняя мембрана*", комбинация *червоточины* и *белого фонтана* через "*мост*". Имея лоренцеву метрику на бесконечности, эта структура соединяет два энантиоморфных *PT*-симметричных полуримановых пространства с

противоположными стрелками времени. Следовательно, этот объект соответствует покрытию двух листов четырехмерного пространства-времени, представляющих себя как *PT-симметричные*, соединенные вдоль "моста". Вдохновленные Эйнштейном и Розеном, мы предложили представлять точку в физическом пространстве парой конгруэнтных точек, по одной на каждом из двух листов. Мы показали, что такое отождествление конгруэнтных точек должно приводить к наблюдаемым физическим эффектам, когда объект пересекает пространственный мост между двумя листами.

5.6 Приложение

Теперь рассмотрим случай переноса материи во второй слой Вселенной, где мы вольны определить метрику, исходящую во второй лист. Применяв следующую новую замену переменной к метрике Шварцшильда (42), поменяв знак константы интегрирования $\alpha \rightarrow -\alpha$ мы можем построить "отталкивающую" метрику на втором листе:

$$t_E^+ = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} + 1 \right|$$

Она обеспечивает непрерывность геодезических из первого листа во второй с конечным временем свободного падения на первом и конечным временем убегания на втором.

Входящая метрика, структурирующая первый лист, становится :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{+2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^+ - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

А исходящая метрика, структурирующая второй лист, становится :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{-2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Принимая общий вид :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \delta \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

где $\delta = -1$ для метрики, структурирующей первый лист, и $\delta = +1$ для исходящей метрики, структурирующей второй лист. Таким образом, поскольку две метрики симметричны по инверсии времени $t \rightarrow -t$ непрерывность геодезических обеспечивается от одного листа к другому с конечным временем свободного падения на первом и конечным временем убегания на втором.

Это означает, что обычная материя потенциально может быть преобразована в антиматерию с отрицательной массой, которая затем будет перенесена в отдельный слой Вселенной. По сути, этот процесс включает в себя превращение материи в антиматерию с отрицательной массой. Объединив это геометрическое решение с решением, разработанным ранее в разделе 5.3, мы можем исследовать возможность межзвездных путешествий, используя метрические свойства этого второго слоя.

6 Топологическая интерпретация модели

6.1 Определение

В космологии топология относится к изучению фундаментальных пространственных свойств Вселенной, которые остаются инвариантными при непрерывных преобразованиях. В отличие от геометрии, которая фокусируется на точных расстояниях и углах, топология больше интересуется тем, как пространство связано и структурировано в больших масштабах. Она изучает такие аспекты, как связность, непрерывность и границы космического пространства, независимо от его точной формы и размера.

В космологическом контексте топология помогает понять общую структуру Вселенной, включая такие вопросы, как конечна или бесконечна Вселенная, имеет ли она "края" или безгранична, и может ли она быть связана нетривиальными способами (как в моделях многосвязных вселенных). Это включает в себя изучение крупномасштабной формы и структуры Вселенной, определяемой распределением галактик, фоном космического излучения и другими астрофизическими наблюдениями.

Топология особенно важна для продвинутых космологических моделей, таких как космологическая модель Януса, поскольку она обеспечивает основу для изучения таких понятий, как многослойная Вселенная, связность между различными областями пространства-времени и другие неинтуитивные свойства, которые могут возникнуть в результате продвинутой теоретической физики.

Одним словом, топология в космологии - это мощный инструмент для изучения и понимания фундаментальной структуры и природы нашей Вселенной, выходящий за рамки ограничений классической геометрии.

Прежде чем продолжить эту главу, крайне важно прочитать и полностью понять комикс "*Топологикон*" (Petit 1985), написанный доктором Жан-Пьером Пети, который находится в свободном доступе на этом сайте <http://www.savoir-sans-frontieres.com/>. В этой работе популяризируются концепции топологии в связи с космологией и общей относительностью. Действительно, в этой главе рассматриваются в основном концептуальные инструменты, которые являются довольно контринтуитивными. Поэтому для лучшего понимания настоятельно рекомендуется предварительно прочитать этот комикс.

6.2 Модель червотчины

Развивая новую интерпретацию модели червотчины, рассмотренную в предыдущей главе 5, мы предлагаем более глубокую топологическую перспективу в связи с общей относительностью. Например, рассмотрим сферу ущелья S^2 которая соединяет два слоя пространства-времени посредством *PT-симметрии*. Может ли эта конфигурация быть аналогом проективной плоскости? В топологии проективная плоскость - это неориентируемая поверхность с уникальными свойствами, такими как линии, которые расходятся в одной точке, но встречаются в другой. Это позволяет предположить, что связь между слоями пространства-времени через ущелье червотчин может нарушать традиционную ориентацию пространства, вызывая

проективную плоскость.

Наше предположение основано на нулевом значении метрического детерминанта на этой поверхности, что может указывать на двумерную неориентируемую природу. Если сфера этого ущелья замкнута и имеет ограниченную поверхность, ее можно отождествить с проективной плоскостью. P^2 . Хотя эта идея может показаться неинтуитивной, она напрямую следует из топологии объекта, описываемой внешним решением Шварцшильда (42).

В контексте общей теории относительности понятие элементарного объема в искривленном пространстве-времени имеет решающее значение. Элементарный объем в измерениях *n* определяется римановой метрикой, задается следующим образом $dV = \sqrt{|\det(g)|} d^n x$ где g метрический тензор и $\det(g)$ его детерминант. Этот элементарный объем не является простым произведением дифференциалов координат, как в евклидовом пространстве, а модифицирован искривленной структурой пространства-времени. Фактор $\sqrt{|\det(g)|}$ отражает, как пространство-время искажается из-за присутствия массы и энергии, согласно уравнениям Эйнштейна. В областях с высокой кривизной этот элементарный объем может вести себя неинтуитивно, открывая захватывающие и иногда удивительные топологические особенности пространства-времени.

Вспомним, что сфера S^2 имеет метрику, определяемую выражением :

$$ds^2 = \alpha^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Метрика сферы - это математическая функция, описывающая расстояния между точками на поверхности сферы. Поскольку эта метрика описывает двумерную сферу (например, сферу постоянного радиуса в четырехмерном пространстве-времени), дифференциальный элемент поверхности задается функцией :

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

И это на самом деле элемент поверхности, потому что сфера - это двумерная поверхность в трехмерном пространстве. Проинтегрировав этот элемент поверхности, мы получим поверхность, описываемую выражением :

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

Это соответствует площади поверхности сферы радиуса α . Мы также видим, что эта поверхность аналогична поверхности проективной плоскости P^2 понятие, редко встречающееся в стандартной геометрии.

6.3 Модель Вселенной

В геометрии сфера S^2 легко визуализировать, потому что мы можем *погрузить* ее в наше привычное трехмерное пространство R^3 . Однако проективную плоскость, такую как P^2 не может быть *погружена* таким же образом. Проективная плоскость - это неориентируемый тип поверхности, что означает, что ее нельзя расположить плоско в трехмерном пространстве без самопересечения. Чтобы визуализировать проективную плоскость, нам необходимо использовать "*погружение*" - метод, при котором поверхность *пересекает сама себя в соответствии с набором самопересечений*. Эта концепция бросает вызов нашему традиционному пониманию форм и пространств.

Чтобы понять проективные плоскости более высокой размерности, такие как P^3 или P^n нам нужно отказаться от визуальных представлений и перейти к абстрактному мышлению. Этот ментальный сдвиг необходим для изучения сложных топологических структур, выходящих за пределы наших собственных измерений.

Например, сферу можно перевернуть, если считать, что каждая полоса, образующая покрывающие ее меридианы, способна пересекать себя путем "*погружения*", образуя двухлистное покрытие полосы Мёбиуса с тремя полуповоротами ((Morin and Petit 1978)). Этот эффект "*самопересечения*" связан только с погружением этого покрытия в наше трехмерное пространство представлений R^3 .

Затем мы можем сделать полюс M листа этой сферы S^2 с противоположным полюсом M' другого листа того же покрытия. Это называется "*соединением антиподальных точек*". Это преобразование позволяет стрелкам времени, проведенным по меридианам этой сферы, встретиться, но противоположно, на каждом листе одного и того же покрытия, как показано на рисунке 6.1.

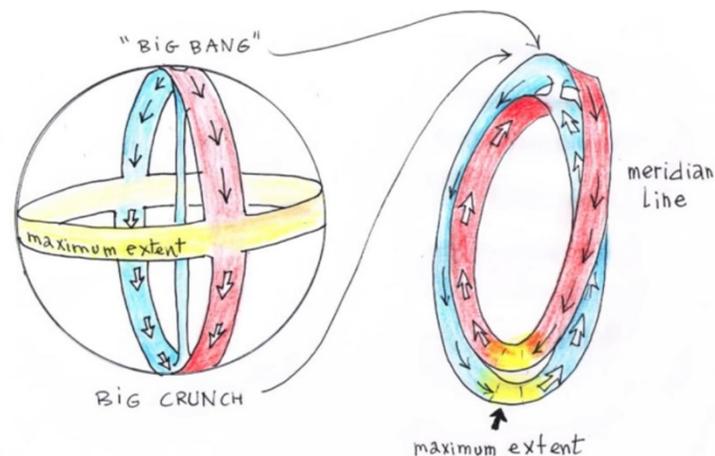


Рисунок 6.1 - Переворачивание сферы путем соединения антиподальных точек

NB: Полоса Мёбиуса - это поверхность с одной стороной и одним краем. Это классический математический объект в топологии - отрасли математики, изучающей свойства пространств, которые остаются неизменными при непрерывных преобразованиях. Полоса Мёбиуса может быть создана, если взять полоску бумаги,

перевернуть ее наполовину и соединить два конца полосы. В результате образуется поверхность, которая, если вы начнете проводить по ней линию, вернется в исходную точку после пересечения обеих "сторон" полосы, не поднимая пера.

Что делает полосу Мёбиуса увлекательной, так это ее неориентируемость. В обычном пространстве, например на листе бумаги, существует четкое различие между "вверху" и "внизу". На полосе Мёбиуса, однако, такого разграничения нет: перемещаясь по поверхности, вы плавно переходите сверху вниз и наоборот.

Полоса Мёбиуса часто используется для иллюстрации важных понятий в топологии и геометрии, таких как идея односторонней поверхности и пределы нашей пространственной интуиции. В теоретической физике и космологии полоса Мёбиуса также может использоваться в качестве модели для изучения сложных пространственных структур и явлений, таких как скручивание пространства-времени или связь между различными измерениями.

Например, симметрия РТ может быть интерпретирована как путь проективной плоскости от одного листа обшивки к другому (рис. 6.2).

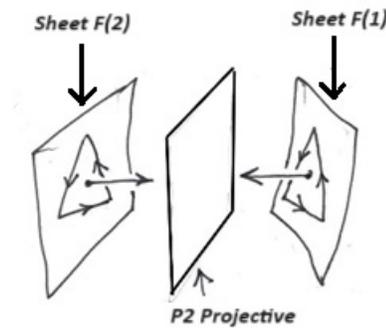


Рисунок 6.2 - P^2 Проектор

Для того чтобы геометрический объект был оснащен функциональной системой координат, необходимо, чтобы детерминант его метрики был не нулевым. В частности, в контексте "гауссовых координат" этот принцип имеет решающее значение. В четырехмерном пространстве это требование позволяет ограничить пространство набором трехмерных гиперповерхностей. Эти гиперповерхности "ортогональны" геодезическим, то есть перпендикулярны траекториям, по которым движется объект в свободном движении, и характеризуются исключительно координатой времени. Здесь важно различие между "стрелой времени" и "собственным временем": стрела времени относится к однонаправленному временному измерению, в то время как собственное время - это мера времени, характерная для наблюдателя.

В контексте рассматриваемого нами двумерного пространства-времени слоение осуществляется с помощью серии окружностей. Каждая точка на этих окружностях может быть связана с "вектором времени", который ортогонален окружностям. Ортогональность в данном случае означает, что вектор времени расположен

перпендикулярно к поверхности каждой окружности, образуя отдельную временную составляющую пространства-времени (рис. 6.3).

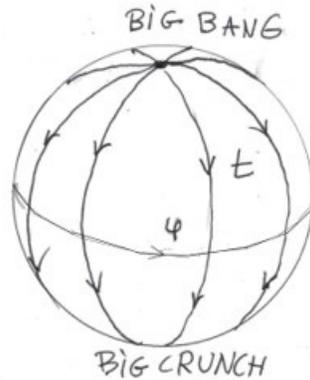


Рисунок 6.3 - Иллюстрация "Вектора времени", ортогонального к окружности в семействе окружностей, фолиантов сферы S^2

Тем не менее, у этого "объекта" есть две особые точки, а именно полюса, где азимут не определен. Эти полюса представляют собой неизбежные "сингулярности сетки". Их две, потому что характеристика Эйлера-Пуанкаре этого объекта равна 2. Например, если мы рассмотрим простой многогранник, например тетраэдр, как приближение сферы, которая представляет собой пирамиду с треугольным основанием, то его характеристика Эйлера-Пуанкаре равна 4 (вершины) - 6 (ребра) + 4 (границы) = 2 . Характеристика Эйлера-Пуанкаре сферы S^n равна 2 , если n четная и равна нулю, если n нечетная (5.3.3).

С нашей точки зрения, Вселенная представляет собой сферу S^4 с двумя сингулярностями - Большим взрывом и Большим хрустом. Четырехмерная сфера S^4 является аналогом обычной сферы, что позволяет распространить это понятие на более высокие измерения. Если мы рассмотрим эту сферу с двумя полюсами - Большим взрывом и Большим крахом, - то ее можно отобразить с помощью "параллелей" (подобно параллельным окружностям на двумерной поверхности S^2). Процесс слоения включает в себя создание слоев, или "срезов", по всей сфере, которые аналогичны линиям, обозначающим широты на Земле. После этого ориентация прошлое-будущее становится везде одинаковой. В данном контексте ориентация прошлое-будущее относится к направлению времени от Большого взрыва до Большого хруста, которое становится последовательным во всей этой слоистой структуре. По отношению к этой нормали к параллельным поверхностям пространство-время является ориентируемым, что означает, что в структуре пространства-времени существует четко определенное понятие "вверх" и "вниз".

Однако, "складывая" эту поверхность (либо S^2 или S^4), мы создаем ситуацию, когда две параллели накладываются друг на друга. Складывание, в этом смысле, означает манипулирование структурой сферы таким образом, что различные части поверхности приходят в соприкосновение. Тогда их временные векторы становятся

антипараллельными или противоположными, как упоминалось ранее. Вектор времени - это способ представления направления времени в каждой точке пространства-времени. Когда эти векторы становятся антипараллельными, это означает, что направление времени в точках контакта меняется на противоположное. Это приводит к тому, что мы можем назвать *"индуцированной ориентацией"*. Под индуцированной ориентацией здесь понимается новая ориентация векторов времени, возникающая в результате процесса сворачивания. В каждой точке этого пространства-времени, структурированного как двухлистное покрытие полосы Мёбиуса с тремя полуповоротами (*двукратное покрытие*), *"антиподальная материя"* (как пространственная, так и временная) оказывается *"ретрохронной"*. Полоса Мёбиуса с тремя полускручиваниями - это односторонняя поверхность, которую можно представить, если трижды скрутить полоску бумаги, прежде чем соединить концы.

В статье Жан-Пьера Пети (Petit 1994) он рассматривает взаимодействие Вселенной с гравитационным полем, создаваемым ее антиподом, предполагая, что законы взаимодействия :

1. Согласно Ньютону, обычные массы взаимно притягиваются.
2. Согласно Ньютону, *"антиподальные"* массы притягиваются друг к другу.
3. Обычные массы и *"антиподальные"* массы отталкиваются друг от друга по *"антиньютоническому"* закону.

Эта гипотеза привела его к мысли *"сложить"* Вселенную, придав ей топологию *"двухлистного покрытия"* двумерной поверхности.

Таким образом, *"сложенная"* сфера S^2 (замкнутая поверхность) становится покрытием другой замкнутой поверхности, поверхности Боя, которая имеет единственный полюс и чья характеристика Эйлера-Пуанкаре равна 1, как показано на рисунке 6.4. Поверхность Боя - это уникальная трехмерная неориентируемая поверхность с одной гранью и одним краем, имеющая единственную точку, в которой сходятся все антиподные точки. Поверхность Боя - это пример неориентируемой поверхности в 3D с одной гранью и одним ребром. Она интригует тем, что, в отличие от классической сферы, имеет единственную точку, в которой сходятся все антиподальные точки. Это означает, что если вы начнете рисовать линию на поверхности Боя, то в конце концов вернетесь в исходную точку, не пересекая края и не используя другую сторону, потому что их нет.

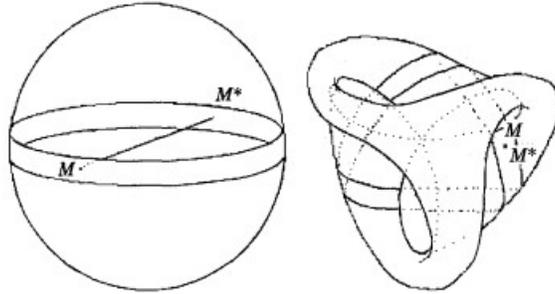


Рисунок 6.4 - Окрестности экватора 2-сферы и его расположение на поверхности Боя

На этом этапе Большой взрыв и Большой взрыв "совпадают".

На месте этой полярной сингулярности можно было бы представить "трубку", соединяющую эти две сетчатые сингулярности:

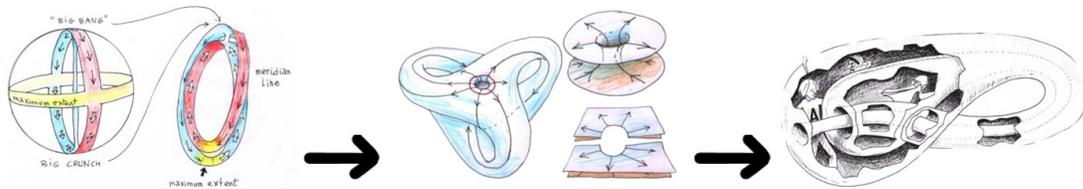


Рисунок 6.5 - Поверхность мальчика в центре после слоения сферы S^2 и бутылка Клейна K^2 справа

Сингулярная природа исчезает, и объект становится облицовкой бутылки Клейна K^2 . Бутылка - неориентируемая поверхность без четкой границы или внутренней части, характеристика Эйлера-Пуанкаре которой равна нулю, как показано на рисунке 6.5. Бутылка Клейна - это еще одна неориентируемая поверхность, у которой нет ни четкой границы, ни внутренней части. Представьте себе полосу Мёбиуса, края которой также соединены. В отличие от поверхности Боя, бутылка Клейна не может быть представлена в нашем трехмерном пространстве без самопересечения. Ее интерес заключается в ее топологическом поведении, когда понятия "внутри" и "снаружи" не разделены, что дает полезное представление для некоторых идей в топологии и теоретической космологии.

Я считаю, что ограничения в теоретической физике и космологии в 1950-е годы можно объяснить тем, что эта область с опозданием приняла топологию. Топология, изучение свойств, сохраняющихся при непрерывных деформациях, могла бы предложить новые способы понимания ткани Вселенной и ее сложных структур.

7 Альтернативная интерпретация сверхмассивных субкритических объектов M87 и Стрелец A*.

Первые изображения сверхмассивных объектов, расположенных в центре галактик, опубликованные в *Astrophysical Journal*, были интерпретированы в основном как гигантские черные дыры. Эта интерпретация основана на отсутствии широко принятых альтернативных объяснений. В данном исследовании проводится повторный анализ этих изображений, в частности изображений объектов в центре галактики M87 и Млечного Пути. В нем подчеркивается возможность существования подкритических сверхмассивных объектов, радиус которых всего на 5,72 % меньше радиуса Шварцшильда, рассчитанного на основе их массы. Мы также увидим, что центральные части этих объектов затемнены эффектом гравитационного красного смещения, представленного в виде $z + 1$. Это смещение рассчитывается как отношение длины волны света, принимаемого удаленным наблюдателем, к длине волны, излучаемой с поверхности, что соответствует отношению максимальной и минимальной наблюдаемых температур центра и короны этих объектов, а это значение удивительно близко к 3. Мы рассмотрим идею о том, что их стабильность может быть результатом баланса между гравитационным коллапсом, обусловленным физическим критическим состоянием, наступившим задолго до геометрического критического состояния, и чрезвычайно высоким радиационным давлением при постоянной плотности, исходящим из их центров, пропорциональным квадрату скорости света - явление, впервые рассмотренное Карлом Шварцшильдом в его второй работе, опубликованной в феврале 1916 года. Наш анализ призван обогатить наше понимание сверхмассивных объектов в центре галактик, предложив альтернативную интерпретацию.

7.1 Введение

Изображения двух сверхмассивных объектов, расположенных в центре галактики M87 и Млечного Пути, вызвали большой интерес в средствах массовой информации и сразу же были названы "*первыми изображениями гигантских черных дыр*". Эти изображения были опубликованы в престижном журнале *Astrophysical Journal* (M87 (Akiyama 2019) и Sagittarius A в центре Млечного Пути (Akiyama 2022)). Ниже показана шкала, связывающая цветовой оттенок с так называемой "*температурой яркости*":

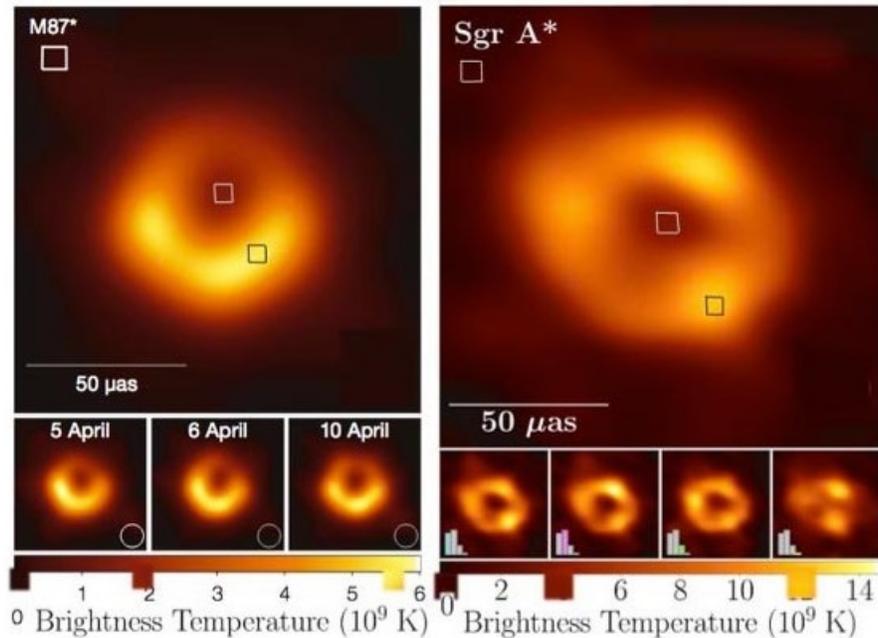


Рисунок 7.1 - Изображения объектов M87 и Стрелец А

На рисунке 7.1 слева - первое изображение объекта в центре галактики M87, опубликованное в 1999 году, на котором минимальная температура светила составляет 1,8 миллиарда градусов, а максимальная - 5,7 миллиарда градусов, с соотношением, близким к 3. Три года спустя, в 2022 году, было опубликовано второе изображение справа, на котором минимальная температура составляет 4 миллиарда градусов, а максимальная - 12 миллиардов градусов, также с соотношением, близким к 3. Эти два объекта имеют очень разные массы: первый в 1,625 раза массивнее второго. Кажется любопытным, что при таких обстоятельствах для обоих объектов облако горячего газа на переднем плане имеет такие характеристики, что отношение максимальной и минимальной температур так близко к 3 в обоих случаях. Если бы изображение третьего объекта привело к такому же наблюдению, было бы разумно усомниться в истинной природе этих объектов.

Первые изображения сверхмассивных объектов, расположенных в центре галактик, были связаны с гигантскими черными дырами, и центральная часть, которая не является абсолютно черной, по-видимому, обусловлена светом, исходящим от диска горячего газа, вращающегося вокруг черной дыры. Однако, как мы увидим далее в этом исследовании, нейтронная звезда может достичь критичности по двум сценариям:

- Внезапное разрушение сверхмассивной звезды на ее железное ядро перед превращением в сверхновую.
- Более прогрессивно, в двойных системах, подкритическая нейтронная звезда медленно накапливает массу, поглощая газ, выбрасываемый звездой-

компаньоном, посредством "звездного ветра". Критическая масса, до которой она потенциально может претерпеть дальнейшую трансформацию, зависит от уравнения состояния вещества внутри нейтронной звезды и может меняться. Как правило, согласно современным моделям, критическая масса, необходимая для дальнейшей трансформации, находится в диапазоне от 2 до 3 раз больше солнечной массы, что близко к пределу Толмана-Оппенгеймера-Волкоффа.

Особенность такой модели заключается в том, что массивный объект должен иметь отношение температур светимости короны и центра (максимальная и минимальная температуры), равное 3. Как мы покажем далее, более последовательной альтернативной интерпретацией было бы приписывание потемнения центральной части этих объектов гравитационному эффекту красного смещения, который расширяет или замедляет время вблизи их горизонта.

Это происходит потому, что массивный объект искривляет пространство-время вокруг себя, влияя на траекторию не только массивных объектов, но и света. Когда фотон проходит вблизи такого объекта, его траектория искривляется из-за этого искривления пространства-времени - явление, известное как гравитационное линзирование (см. Рисунок 3.4). Однако меняется не только путь фотона: удаляясь от массивного объекта, фотон теряет энергию, чтобы избежать сильного гравитационного поля. Эта потеря энергии приводит к уменьшению его частоты, что увеличивает его длину волны в сторону красной части светового спектра - явление, известное как гравитационное красное смещение.

Чтобы рассчитать энергию, теряемую фотоном из-за гравитационного красного смещения, необходимо понять, что энергия фотона напрямую зависит от его частоты f через уравнение $E = hf$ где h постоянная Планка.

Если мы рассмотрим фотон, испущенный с частотой f_e и наблюдаемый на пониженной частоте f_r из-за гравитационного красного смещения, то энергия, потерянная фотоном, может быть выражена как разность между начальной и конечной энергиями :

$$\Delta E = h(f_e - f_r)$$

Используя соотношение между частотой и длиной волны ($f = \frac{c}{\lambda}$), где c скорость света, это уравнение можно переписать в терминах длин волн:

$$\Delta E = hc \left(\frac{1}{\lambda_r} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

Используя определение гравитационного смещения $z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e}$ мы можем переставить, чтобы получить выражение в терминах z :

$$\Delta E = hc \left(\frac{1}{\lambda_e(1+z)} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$
$$\Delta E = -\frac{hc}{\lambda_e} \left(\frac{z}{1+z} \right)$$

Это уравнение показывает, что энергия, теряемая фотоном из-за гравитационного смещения, зависит от длины волны, на которой он был испущен, и величины гравитационного смещения. Знак минус указывает на потерю энергии.

Эта потеря энергии не просто очевидна. Например, космический микроволновый фон - это излучение, которое претерпело наибольшее гравитационное смещение, с коэффициентом z около 1100, что соответствует очень низкой температуре и энергии около 3 Кельвинов (-270°C), что намного ниже первоначальной энергии (см. рис. 3.10).

Важно также отметить, что очень тонкие коллимированные струи, наблюдаемые вблизи сверхмассивных объектов, указывают на наличие мощного магнитного поля, которое противостоит коллапсу объекта под действием гравитации, оказывая интенсивное противоположное магнитное давление. Эти объекты, как и нейтронные звезды при их максимальной массе, являются подкритическими, что приводит к эффекту гравитационного красного смещения, ограниченному z . Это позволяет предположить, что данные объекты могут быть массивными подкритическими объектами.

В науке, когда наблюдение не соответствует теории, обычно ставится под сомнение именно теория. Однако в недавней работе, опубликованной в *Astrophysical Journal* (Medeiros 2023), исследователи изменили результаты наблюдений, чтобы привести их в соответствие с моделью черных дыр. Они создали синтетические изображения черных дыр, манипулируя различными параметрами, такими как масса, угловой момент и т. д., и выбрали тот, который лучше всего соответствовал наблюдаемым данным, используя программу PRIMO, как показано на рисунке 7.2.

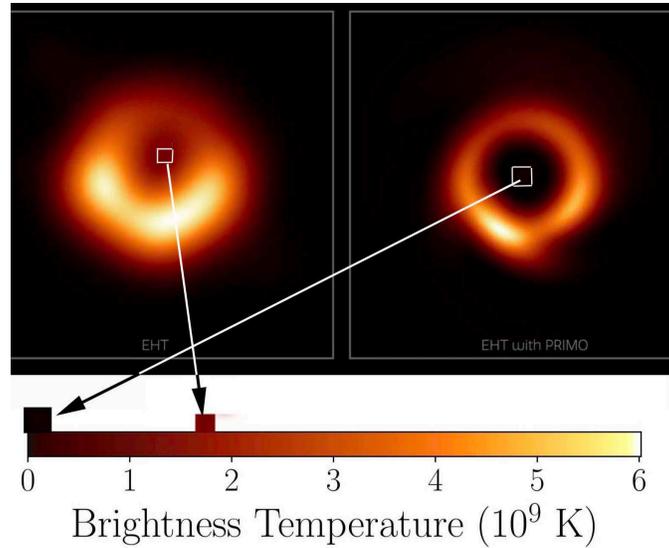


Рисунок 7.2 - Синтетическое изображение черной дыры M87, обработанное PRIMO, справа в сравнении с оригинальным изображением слева

Результат подтвердил теорию, но вызвал вопросы о научной строгости и объективности исследования.

7.2 Альтернативная интерпретация явления

Альтернативная интерпретация заключается в том, что это изменение цвета от центра к краю объясняется гравитационным красным смещением, которое $z = 2$ приводящим к удлинению длины волны в раз $1 + z = 3$. Что мы можем сказать о таких объектах?

7.2.1 Сравнение физической и геометрической критичности

В разделе 5.1 мы рассмотрели шварцшильдовские решения уравнений Эйнштейна, выделив внешнюю метрику Шварцшильда и соответствующую внутреннюю метрику для жидкости постоянной плотности ρ_0 . Эти решения были подтверждены такими явлениями, как продвижение перигелия Меркурия и явление гравитационного линзирования (рис. 3.4). Карл Шварцшильд стремился к тому, чтобы условия, определяющие эти две метрики, соответствовали физической реальности.

В сценарии, где плотность звезды ρ_0 остается постоянной, можно определить характерный радиус \hat{r} может быть определен. Действительно, если мы рассмотрим внутреннюю метрику, опубликованную Шварцшильдом в его второй работе от февраля 1916 года (Schwarzschild 1916a):

$$ds^2 = \left(\frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \frac{3}{\kappa\rho_0} (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

Шварцшильд считал скорость света c равной единице. Поэтому выражение $\frac{3}{\kappa\rho_0}$

должно быть записано как $\frac{3c^2}{\kappa\rho_0}$. Далее К. Шварцшильд определил постоянную κ как

равную $8\pi k^2$ "где k^2 гравитационная постоянная Гаусса", что позволило ему ввести характеристический радиус \hat{r}^2 равный $\frac{3}{\kappa\rho_0}$ который также является радиусом окружности, составляющей часть меридиана поверхности Фламма ((Oppenheimer and Snyder 1939)). Таким образом, предыдущее уравнение приводит нас к:

$$ds^2 = \left(\frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \hat{r}^2 (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

Затем, когда К. Шварцшильд использует угол χ для определения местоположения точек внутри сферы, он переходит к переменной r применяя замену переменной $r = \hat{r}\sin\chi$. Это дает нам современную форму метрики. В 1934 году Толман дал точную формулировку в следующем виде ((Tolman 1934)):

$$ds^2 = - \frac{dr^2}{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_n^2}{\hat{r}^2}\right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right)} \right]^2 c^2 dt^2$$

Где r_n радиус звезды и \hat{r} звездная постоянная как функция плотности звезды ρ_0 . Заметим, что здесь порядок членов в метрике формулируется в соответствии с сигнатурой (− − − +) но сохраняет знаки соответствующих членов. Рассмотрим стационарного наблюдателя ($dr = d\theta = d\phi = 0$), находящегося внутри звезды. Метрика становится :

$$ds = cd\tau = \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_n^2}{\hat{r}^2}\right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right)} \right] c dt = f(r) dt$$

где τ собственное время, наблюдаемое неподвижным наблюдателем внутри звезды, и $f(r)$ фактор времени.

Тогда, как показано в разделе 5.1, когда фактор времени равен нулю в центре звезды, физическая критичность достигается раньше геометрической, когда радиус звезды всего на 5,72% меньше критического радиуса \hat{r} выведенного из ее плотности:

$$r_n = R_{cr\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}} \hat{r} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G \rho_0}}$$

7.2.2 Гравитационное красное смещение вблизи физической критичности

Решение Шварцшильда было затем в другой форме подхвачено Толманом ((Толман 1934)), Оппенгеймером ((Оппенгеймер и Снайдер 1939)) и другими ((Адлер, Базин и Шиффер 1975)), что привело к уравнению состояния, известному как уравнение Толмана-Оппенгеймера-Волкоффа (TOV), представленному в дифференциальной форме:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\rho c^2 + p}{r^2} \left(\frac{4\pi G}{c^4} p r^3 + \frac{Gm(r)}{c^2} \right) \left(1 - \frac{2Gm(r)}{c^2 r} \right)^{-1}$$

Интегральное значение которого было дано Карлом Шварцшильдом столетием ранее (см. рисунок 7.3), где в своей второй статье (Schwarzschild 1916a), опубликованной в феврале 1916 года, он описывает геометрию внутри сферы, заполненной несжимаемой жидкостью постоянной плотности ρ_0 :

$$f_2 = \frac{3}{x\rho_0} \sin^2 \chi, \quad f_4 = \left(\frac{3 \cos \chi_a - \cos \chi}{2} \right)^2, \quad f_1 f_2 f_4 = 1. \quad (29)$$

$$\longrightarrow \rho_0 + p = \rho_0 \frac{2 \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \quad (30)$$

$$3x = r^3 = \left(\frac{x\rho_0}{3} \right)^{-3/2} \left[\frac{9}{4} \cos \chi_a \left(\chi - \frac{1}{2} \sin 2\chi \right) - \frac{1}{2} \sin^3 \chi \right]. \quad (31)$$

Рисунок 7.3 - Закон давления, полученный в 1916 году Карлом Шварцшильдом

В этой формуле скорость света всегда приводится к единичному значению. Следовательно, эта формула эквивалентна:

$$p = \rho_0 c^2 \left(\frac{\cos \chi - \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \right)$$

Затем, как показано в разделе 7.2.1, К. Шварцшильд перешел к переменной r следующим простым изменением переменной :

$$r = \hat{r} \sin \chi$$

Давление становится равным нулю на поверхности звезды для $\chi = \chi_a$ с радиусом, определяемым :

$$r_a = \hat{r} \sin \chi_a$$

Центр звезды соответствует $\chi = 0$ поэтому давление становится :

$$p = \rho_0 c^2 \left(\frac{1 - \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - 1} \right)$$

Это накладывает максимальное ограничение на этот радиус для $\cos \chi_a = \frac{1}{3}$ значение

$$r_a = R_{\text{cr}\phi} = \hat{r} \sqrt{\frac{8}{9}} \approx 0,9428\hat{r}$$

Однако если мы рассмотрим массу, соответствующую физической критичности :

$$M_{\text{cr}\phi} = \frac{4}{3} \pi \hat{r}^3 \rho_0$$

и тот, что соответствует геометрической критичности:

$$M_{cr\gamma} = \frac{4}{3}\pi r_a^3 \rho_o$$

мы получаем следующее соотношение:

$$M_{cr\phi} = \left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{3}{2}} M_{cr\gamma} = 8.838 M_{cr\gamma} = 2.5 M_{solar}$$

Это значение совместимо с массами некоторых нейтронных звезд, которые мы смогли вывести непосредственно из имеющихся наблюдений и для которых Торн, Уилер и Миснер в своей книге (стр. 611 из (Thorne, Wheeler, and Misner 1973)) оценили как критическую массу, за пределами которой давление улетает в бесконечность, как показано на рисунке 7.4:

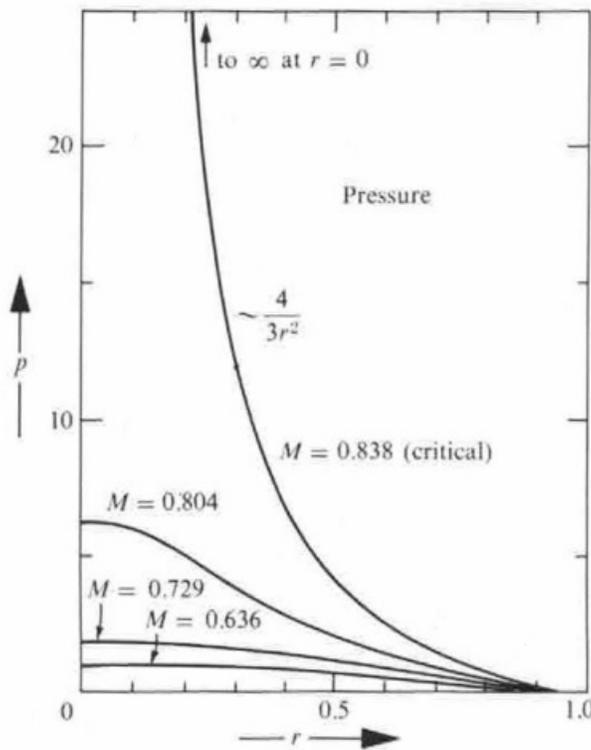


Рисунок 7.4 - Изменение давления внутри нейтронной звезды постоянной плотности

Конечно, у нас никогда не будет изображений нейтронных звезд, сравнимых с изображениями объектов в центре М87 и Млечного Пути. Поэтому давайте рассчитаем эффект гравитационного красного смещения $z + 1$ (соответствующего массивным небесным телам, близким к этой физической критичности. Этот эффект влияет на свет, излучаемый с их поверхности в радиальном направлении к удаленному наблюдателю, который будет воспринимать его с растянутой длиной волны (redshift). λ_r Длина волны (красное смещение). Она определяется как:

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R_s}{r_a}}}$$

Однако в центральной части геометрический радиус критичности определяется *радиусом Шварцшильда*, который составляет :

$$R_s = \frac{2GM_{\text{cr}}}{c^2} = \frac{2G}{c^2} \left(\frac{4}{3} \pi r_a^3 \rho_0 \right) = \frac{8\pi G \rho_0}{3c^2} r_a^3 = \frac{r_a^3}{\hat{r}^2}$$

Таким образом, гравитационное смещение даст :

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r_a^2}{\hat{r}^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{r_a c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{8}{9}}} = 3$$

Именно такое значение вытекает из соотношения между максимальной и минимальной температурами, полученными на первых двух изображениях черных дыр, расположенных в центре галактик М87 и Млечный Путь. Таким образом, изображения этих сверхмассивных объектов также могут соответствовать подкритическим образованиям, где давление в их центре - определяемое как плотность энергии на единицу объема - либо бесконечно, либо, по крайней мере, чрезвычайно велико.

7.2.3 Изменение скорости света и давления в плазме постоянной плотности

Теперь рассмотрим жидкость (водородную плазму) с предполагаемой постоянной плотностью. При температуре ниже 3000° давление внутри определяется :

$$p = \frac{\rho_0 v^2}{3}$$

где v средняя скорость теплового возбуждения частиц, составляющих плазму. Таким образом, рассуждение о том, что "если давление p стремится к бесконечности, то и эта скорость должна стремиться к бесконечности, что противоречит центральному принципу специальной относительности, "принципу причинности", согласно которому ни один физический эффект не может распространяться со скоростью $v > c$ " ((Thorne, Wheeler, and Misner 1973)), привело бы к физической аберрации.

Тем не менее, в этой области пространства-времени давление внутри плазмы становится радиационным:

$$p_r = \frac{\rho_0 c^2}{3}$$

Если мы предполагаем увеличить это радиационное давление при постоянной плотности, то этого можно добиться только с учетом изменения скорости света в среде, что первым предусмотрел Карл Шварцшильд (Schwarzschild 1916a):

Die Lichtgeschwindigkeit in unserer Kugel wird:

$$v = \frac{2}{3 \cos \chi_{\text{in}} - \cos \chi_{\text{e}}}, \quad (44)$$

Рисунок 7.5 - Изменение скорости света в сфере с постоянной плотностью

Итак, как он указал в своей статье, увеличение скорости света следует за увеличением давления. Что же происходит, когда это давление возрастает, как и значение скорости света? Очень просто: из слов Карла Шварцшильда (стр. 433 из (Schwarzschild 1916a)) следует, что эти две величины становятся бесконечными для $\cos\chi_a = \frac{1}{3}$ что соответствует $r = R_{\text{ср}\phi}$ (44), как было показано в разделе 7.2.2.

Из исследования Карла Шварцшильда мы можем сделать вывод, что устойчивость этих сверхмассивных субкритических объектов обусловлена тем, что гравитационный коллапс, вызванный физической критичностью, наступающей задолго до геометрической критичности, компенсируется чрезвычайно высоким радиационным давлением при постоянной плотности из их центров, пропорциональным квадрату скорости света.

7.3 Заключение

Мы проанализировали изображения сверхмассивных объектов, расположенных в центре галактик, которые первоначально были представлены в *Astrophysical Journal* как первые изображения гигантских черных дыр. Благодаря углубленному исследованию мы предлагаем альтернативную интерпретацию этих объектов, которые могут соответствовать подкритическим сверхмассивным элементам, демонстрирующим отношение максимальной температуры к минимальной, близкое к 3. Действительно, их радиус всего на 5,72% меньше шварцшильдовской длины, вычисленной из их массы. Это наблюдение хорошо согласуется с гравитационным эффектом красного смещения, потенциально характерным для нейтронных звезд, приближающихся к физической критичности, как предполагает внутреннее геометрическое решение Шварцшильда, опубликованное в его второй работе в феврале 1916 года. Это решение, в значительной степени неизвестное большинству космологов послевоенного времени и не переведенное на английский язык до 1999 года, предлагает уникальную перспективу для наблюдения этих явлений. Изучая такие аспекты, как давление, скорость света и фактор времени внутри этих объектов, мы стремимся обогатить существующие представления о сложных астрофизических явлениях, лежащих в основе галактик. Это включает в себя исследование их стабильности, которая может поддерживаться балансом между гравитационным коллапсом, возникающим в результате физической критичности задолго до геометрической критичности, и чрезвычайно высоким радиационным давлением при постоянной плотности, исходящим из их центров, пропорциональным квадрату скорости света. Столетняя работа Карла Шварцшильда напоминает нам о том, что в рамках устоявшихся теорий еще есть загадки, которые предстоит разгадать. Вопросы, которые мы поднимаем, в частности об эволюции фактора времени и его глубоких последствиях для самой концепции времени, являются чрезвычайно важными и требуют дальнейших исследований. Если будущие наблюдения подтвердят наши гипотезы, особенно если будет обнаружено изображение третьего сверхмассивного объекта с аналогичным соотношением температур, это послужит толчком к переоценке некоторых из наших нынешних астрофизических моделей. В конечном счете, Вселенная, во всей ее необъятности и

сложности, продолжает стимулировать нас в нашем ненасытном стремлении к знаниям.

8 Проблемы и дебаты

8.1 Трудности, возникающие при передаче и принятии модели

В наших усилиях по распространению и проверке космологической модели "Янус" мы столкнулись с серьезными проблемами, особенно в области научных публикаций. В этом разделе мы подробно рассказываем об этих трудностях, подчеркивая сложности и предубеждения, присущие доминирующей международной системе публикаций.

Одним из самых значительных препятствий, с которым мы столкнулись, стал процесс рецензирования в авторитетных журналах. Мы обнаружили, что эта система в ее нынешнем виде зачастую негибка и невосприимчива к новым идеям, особенно тем, которые бросают вызов устоявшимся основам физики и космологии. Наши попытки опубликоваться в таких престижных журналах, как *Physical Review D*, *Modern Physics Letters A*, *Astrophysical Journal* и *Astrophysics and Space Science*, среди прочих, натолкнулись на сопротивление и скептицизм. Это сопротивление, по-видимому, вызвано не отсутствием научной строгости с нашей стороны, а скорее общей тенденцией научного сообщества сохранять статус-кво.

В ответ на наши попытки опубликоваться мы получаем ответы, которые иллюстрируют трудности, с которыми мы сталкиваемся. Например, в письме д-ра Итана Т. Вишняка, редактора журнала *The Astrophysical Journal*, подчеркивается нетрадиционный характер нашей работы в контексте их публикации:

Уважаемый доктор Зейли,

Обращаюсь к вам в связи с цитируемой выше рукописью, которую вы недавно представили в "Астрофизический журнал".

Я прочитал вашу рукопись и решил, что она подходит для публикации в нашем журнале. Наш журнал специализируется на рукописях, представляющих новые результаты астрономических наблюдений или теории, применяемые непосредственно к астрофизическим системам. К сожалению, тема вашей рукописи, посвященной фундаментальным аспектам бимерной относительности, выходит за рамки тематики нашего журнала. В связи с этим я с сожалением сообщая вам, что мы не сможем опубликовать вашу рукопись. Тем не менее, я желаю вам всего наилучшего в ваших будущих исследованиях.

Тема этой статьи вполне укладывается в рамки журнала, специализирующегося на физике гравитации. Как правило, я не рекомендую конкретные журналы. Отмечу лишь, что эта рукопись плохо организована как исследовательская работа. Большая часть статьи посвящена обзору предыдущих работ, а новые результаты и их значение трудно определить. Например, в аннотации нет ни одного упоминания.

С уважением,

Этан Т. Вишняк

Главный редактор AAS

Университет Джона Хопкинса

Это означает, что, хотя наша рукопись касалась фундаментальных аспектов "бимерической относительности" (то есть биметрической), она не соответствовала направленности журнала на новые астрономические результаты и теории, применяемые к астрофизическим системам. Этот вежливый и содержательный ответ отражает общую тенденцию отдавать предпочтение работам, которые вписываются в установленные рамки научных исследований. В отличие от этого, ответы *Physical Review D* были гораздо более лаконичными и часто сводились к фразе "Не подходит". Эти краткие ответы подчеркивают сложность получения признания идей, которые значительно отклоняются от существующих парадигм в теоретической физике и космологии.

Это взаимодействие с ведущими журналами подчеркивает значительную проблему в распространении новых научных теорий: необходимость согласования инновационной работы с установленными ожиданиями и стандартами научных журналов, сохраняя при этом целостность и новизну исследования.

Кроме того, недавние изменения в политике *arXiv*, ведущего репозитория предварительной публикации, привнесли дополнительный уровень сложности. Новое требование о том, что подаче заявок должна предшествовать публикация в крупном рецензируемом журнале, может показаться парадоксальным и противоречащим интуиции, особенно для новаторских исследований, которые могут встретить первоначальное сопротивление на традиционных форумах. Это изменение в политике значительно затруднило нашу возможность быстро делиться предварительными результатами и более широко взаимодействовать с научным сообществом.

Несмотря на эти трудности, появились проблески надежды и признания. Два журнала, российский "Гравитация и космология" (издательство "Плеяды") и немецкий *Astronomische Nachrichten*, продемонстрировали готовность серьезно отнестись к нашей работе. Их приверженность нашим исследованиям, хотя и не столь обширная, как нам хотелось бы, является позитивным шагом к более широкому признанию и пониманию JSM.

В следующем разделе мы проанализируем ответы и критику этих журналов, выделив как конструктивные комментарии, так и области, в которых процесс рецензирования может быть улучшен, чтобы учесть инновационные научные теории.

8.2 Дискуссия по представленным критическим замечаниям и ответам

В ходе работы над публикацией космологической модели Janus мы столкнулись с рядом серьезных проблем, одной из которых стал длительный процесс рецензирования в журнале *Gravitation and Cosmology*. После восьми месяцев упорных поисков журнал наконец нашел рецензента, который оценил качество нашей работы. Однако результат оказался не таким, на который мы рассчитывали. Вот переписка, в которой отражена суть проблем, с которыми мы столкнулись.

Ответ из Гравитация и космология

Дорогой доктор Зейли,

После многочисленных попыток мы получили рецензию на вашу работу GC23-019 "Природа дипольного отталкивания". К сожалению, в отчете содержится ряд серьезных критических замечаний. В связи с этим мы не можем принять вашу работу к публикации в нашем журнале.

Искренне Ваш,

Доктор Сергей В. Volokhov

Редакционная коллегия журнала "Гравитация и космология"

ОТЧЕТ РЕФЕРИ

Авторы пытаются объяснить феномен так называемого дипольного отталкивания в рамках "космологической модели Януса", которая, по сути, является разновидностью биметрической теории. Сама модель содержит некоторые сущности, существование которых в природе крайне маловероятно, например, частицы с отрицательной массой и фотоны с отрицательной энергией. В этой связи уместно напомнить, что недавние эксперименты показали, что на частицы антиматерии действуют те же силы гравитации, что и на частицы материи той же массы. Это делает предположение авторов об отрицательных массах еще более сомнительным. Кроме того, выглядит странным, что рассматриваемая теория используется для объяснения только одного явления и никак не влияет на другие наблюдаемые системы. Слабым местом работы является то, что она содержит только качественные аргументы без конкретных расчетов, учитывающих наблюдаемые параметры отталкивателя.

Мой ответ этому рецензенту

Уважаемый доктор Сергей В. Болохов,

Благодарим вас за присланный отзыв рецензента на нашу рукопись "Природа дипольного отталкивания". Мы ценим время и усилия, потраченные на рецензирование нашей работы. Однако мы считаем, что в отношении основных концепций нашего исследования могут возникнуть некоторые недоразумения, которые мы хотели бы прояснить.

1. Об отрицательной массе и антиматерии: беспокойство рецензента по поводу отрицательных масс в свете недавних экспериментов с антиматерией подчеркивает фундаментальный аспект нашей модели, который, возможно, был упущен из виду. Космологическая модель Януса, которая лежит в основе нашей статьи, предсказывает существование двух различных типов антиматерии. Антивещество типа C, похожее на антивещество Дирака, производимое в лабораториях, реагирует на гравитационные силы так же, как и обычная материя. Напротив, антивещество

типа PT, соответствующее концепции отрицательной массы Фейнмана, предположительно существует в центрах космических пустот, таких как Дипольный репеллер. Этот тип оказывает антигравитационное воздействие, которое является критически важным компонентом нашей модели и подробно описано на странице 10 нашей рукописи.

2. Наблюдательные подтверждения и приложения модели: Достоверность нашей модели выходит за рамки объяснения дипольного отталкивания. Она позволяет понять различные астрономические явления, которые рецензент мог пропустить в нашей статье:

Уплотнение и стабильность галактик: объясняется наличием лакунарных пространств, заполненных отрицательными массами.

Эффекты гравитационного линзирования: модель объясняет явления гравитационного линзирования вокруг галактик.

Структура Вселенной: наша теория предлагает лакунарную структуру Вселенной, заполненную скоплениями с отрицательной массой, напоминающими взаимосвязанные мыльные пузыри.

Кривые вращения галактик и гравитационные аномалии: Мы объясняем уплощение кривых вращения и неожиданное ускорение звезд на границах галактик.

Раннее формирование галактик: наша модель, подтвержденная недавними наблюдениями телескопа Джеймса Уэбба, предполагает одновременное формирование галактик в первые 100 миллионов лет существования Вселенной.

Галактики с высоким красным смещением: мы рассматриваем вопрос о снижении светимости далеких галактик (красное смещение > 7) из-за отрицательного эффекта гравитационного линзирования скоплений с отрицательной массой.

Локальные релятивистские верификации: модель согласуется с такими явлениями, как прецессия перигелия Меркурия и отклонение света Солнцем.

Наблюдения за сверхновыми: асимметрия между популяциями с положительной и отрицательной массой коррелирует с наблюдениями за сверхновыми типа Ia.

3. И наконец, утверждение, что наша теория используется только для объяснения одного явления, упускает из виду ее широкий диапазон применимости. Наша модель предлагает объяснения спиральных структур галактик, невидимости космической антиматерии из-за фотонов отрицательной энергии, а также природы невидимых компонентов Вселенной и т. д.

Мы считаем, что эта дополнительная информация и разъяснения помогут устранить опасения, высказанные в отчете рецензента. При необходимости мы готовы предоставить дополнительные сведения или внести изменения.

Благодарим вас за рассмотрение нашего ответа и с нетерпением ждем возможности внести свой вклад в развитие журнала.

Искренне ваш

К сожалению, после нашего подробного ответа, касающегося каждой из проблем

рецензента, мы не получили никаких дальнейших сообщений. Издатель и рецензент, похоже, ушли от диалога, иллюстрируя трудности и, порой, кажущиеся непреодолимыми барьеры, возникающие при продвижении новых научных теорий в устоявшихся рамках академической издательской деятельности.

Критический анализ возвращений журнала *Astronomische Nachrichten*

Наше взаимодействие с *Astronomische Nachrichten* также было сопряжено с трудностями, но позволило глубже изучить фундаментальную проблему, связанную с принятием новых идей в космологии. Единственный рецензент, найденный после двухмесячных поисков, начал диалог, который выявил повсеместную проблему: зависимость от предположений, установленных известными физиками, которые затем формируют и закрепляют парадигмы, в рамках которых работает большинство космологов.

Цель нашей работы - дать новую геометрическую и космологическую интерпретацию внешнего решения Шварцшильда, основанную на двух основных предположениях:

- **Изотропия:** инвариантность под действием $SO(3)$, т.е. группы трехмерных вращений и пространственных трансляций.
- **Стационарность:** независимость членов метрики от временной координаты, т.е. инвариантность по отношению к переводу времени.

Общее решение, первоначально описанное Шварцшильдом, часто представляется без достаточного обоснования. Толман отметил в 1934 году ((Tolman 1934)), что наиболее общая форма включает поперечный член в $drdt$. Однако впоследствии этим членом стали пренебрегать для удобства. Этому подходу, включая подход Шварцшильда, придерживались многие исследователи, что подробно рассматривается в главе 5.

Рецензент указал, что отсутствие такого поперечного члена вытекает из принятых предположений о симметрии. Нас обвиняют в том, что мы пренебрегаем существенным предположением о симметрии: решение должно быть инвариантным при t меняется на $-t$ (как отмечается, в частности, в книге Вальда (Wald 1984)). Следовательно, решение со скрещенным членом $drdt$ не будет удовлетворять этому условию инвариантности, поскольку изменение t на $-t$ меняет знак перекрестного члена. Но какова физическая основа этого предположения о симметрии относительно переменной времени? Никакого. Оно не упоминалось ни Шварцшильдом, ни многими его последователями.

Действительно, рассуждения (если их можно так назвать) основаны на "модели черной дыры", сосредоточенной вокруг "современной формы", в которой отсутствует поперечный член (42). Это чисто математическая гипотеза, призванная согласовать себя не с осязаемыми наблюдательными реалиями, а с общей верой в существование

черных дыр. Поэтому для космологов эта гипотеза может показаться "естественной".

Наш опыт работы с *Astronomische Nachrichten* показывает, как устоявшиеся парадигмы могут влиять на восприятие новаторских идей в космологии, подчеркивая необходимость непредвзятости и переоценки фундаментальных предположений в свете новых теоретических разработок.

9 Вывод и обсуждение

Учитывая принцип бритвы Оккама, который отдает предпочтение простейшей теории, наиболее согласующейся с данными наблюдений, можно сделать вывод, что модель Януса превосходит Стандартную модель. Космологическая модель Януса обеспечивает последовательный подход к объяснению многих астрофизических явлений, предлагая при этом четкую интерпретацию имеющихся данных наблюдений. В то время как Стандартная модель демонстрирует несоответствия с данными наблюдений, требуя специальных построений для обхода этих несоответствий.

Действительно, модель Януса выходит за рамки простого предложения альтернатив явлениям, обычно приписываемым темной материи и темной энергии, таким как ускорение космического расширения, ограничение галактик, ярко выраженные эффекты гравитационного линзирования, почти идеальная однородность космического микроволнового фона (СМВ) и др. Она дает подробные разъяснения о природе и идентичности невидимых компонентов Вселенной. Модель разрешает парадокс отсутствия наблюдений первобытной антиматерии и предлагает объяснение дипольного отталкивания, рассматривая его как конгломерат отрицательной массы. Эта точка зрения усиливает доверие к космологической модели Януса в установлении крупномасштабной структуры Вселенной и объясняет причины трудности обнаружения отрицательной массы с помощью оптических инструментов наблюдения. Она также объясняет низкую величину астрономических объектов с гравитационным красным смещением больше 7 и придерживается принципа опровержимости, предусматривая конкретные наблюдательные тесты, такие как наличие конгломератов с отрицательной массой, ярким примером которых является дипольный репеллер. Кроме того, она предлагает альтернативную карту Вселенной, основанную на иной интерпретации эффекта слабого гравитационного линзирования.

Кроме того, модель Януса находит подтверждение в самых последних наблюдательных данных, в частности полученных с помощью космического телескопа Джеймса Уэбба, предсказывая формирование галактик в их нынешних формах в течение первых 100 миллионов лет возраста Вселенной. Кроме того, структура ее динамической группы придает геометрии *CPT-симметрию*, для которой конкретное предсказание, сделанное в 2017 году, было подтверждено в сентябре 2023 года. Это предсказание касается C-симметричного (зарядово-симметричного) антивещества, синтезированного в лаборатории и излучающего фотоны положительной энергии, которое, согласно наблюдениям, подвержено нисходящему гравитационному притяжению, как и обычная материя.

Она также открывает перспективные направления исследований в квантовой механике, предполагая, что интеграция отрицательных состояний энергии и массы может иметь решающее значение для количественной оценки гравитации. Таким

образом, модель Януса прекрасно согласуется с природой и не содержит серьезных противоречий.

На протяжении всей этой книги мы углубляемся в сложности модели, разгадывая ее нюансы и потенциал, чтобы пролить свет на тайны, которые долгое время озадачивали космологов и физиков.

Это путешествие через области передовой математики, теоретической физики и космологии демонстрирует способность модели опровергать общепринятые взгляды и предлагать альтернативные объяснения явлений, которые существующие модели не в состоянии полностью раскрыть. Представленные обсуждения и анализ призваны обогатить понимание читателя и стимулировать любопытство к дальнейшему изучению и сомнению границ наших научных знаний.

Я считаю, что ограничения в теоретической физике и космологии можно объяснить задержкой в освоении топологии в этой области с 1950-х годов. Топология, изучение свойств, сохраняющихся при непрерывных деформациях, могла бы предложить новые способы понимания ткани Вселенной и ее сложных структур.

В заключение я надеюсь, что эта книга послужит не только исчерпывающим руководством по модели, опирающейся на прочный теоретический фундамент общей теории относительности, но и вдохновит и побудит к действию новое поколение мыслителей, которые отважатся исследовать неизведанные территории космологии. Пусть она поспособствует более глубокому осознанию сложной красоты нашей Вселенной и постоянному стремлению к пониманию, которое движет нами как учеными и как людьми.

В динамичной и постоянно развивающейся области космологии эта модель становится важным путеводным маяком, освещающим путь к неизведанным территориям и новым перспективам. Это путешествие далеко не закончено; скорее, оно представляет собой постоянный призыв к дальнейшим исследованиям и открытиям.

Библиография

Адлер, Р., Р. Базин и М. Шиффер. 1975. *Введение в общую относительность*. McGraw-Hill.

Акияма, К. и др. 2019. "Первые результаты телескопа M87 Event Horizon. I. Тень сверхмассивной черной дыры". *The Astrophysical Journal*.

Акияма, К. и др. 2022. "Первые результаты телескопа Sagittarius a* Event Horizon". I. Тень сверхмассивной черной дыры в центре Млечного Пути".

Андерсон, Э. К. и др. 2023. "Наблюдение влияния гравитации на движение антиматерии". *Nature*.

Баргманн, В., П. Г. Бергманн и А. Einstein. 1941. "О пятимерном представлении гравитации и электричества". *Юбилейный том Теодора фон Кармана*, 212.

Бенуа-Леви, А. и Ж. Шарден. 2012. "Представляем Вселенную Дирака-Мильна". *Астрономия и астрофизика* 537: A78.

Бергманн, П. 1942. *Введение в теорию относительности*. Prentice-Hall.

Бергманн, П., и А. Эйнштейн. 1938. "Об обобщении теории электричества Калуцы". *Annals of Mathematics* 39: 683.

Бонди, Х. 1957. "Отрицательная масса в общей теории относительности". *Reviews of Modern Physics* 29 (3).

Бурбаки, Н. 2006. *Eléments de Mathématique: Groupes Et Algèbres de Lie*. Springer.

Бойлан-Колчин, Майкл. 2023 год. "Стресс-тестирование. Λ CDM с кандидатами в галактики с большим смещением". *Nature*.

Бреннен, К. Э. 1995. *Кавитация и динамика пузырьков*. Oxford University Press.

Чандрасекхар, С. 1983. *Математическая теория черных дыр*. Кларендон пресс.

Часкалович, Жоэль. 2009. "Теория гравитации для математического моделирования в геомаркетинге". *Journal of Interdisciplinary Mathematics* 12 (3): 417.

Кронин, Дж. В. 1964. "Экспериментальное открытие нарушения CP". *Американское физическое общество*.

Дамур, Т., и Ян И. Kogan. 2002. "Эффективные лагранжианы и классы универсальности нелинейной бигравитации". *Phys. Rev. D*.

Деберг, Н. и др. 2018. "О доказательстве отрицательных энергий и масс в уравнении Дирака через унитарный оператор возврата времени".

Дайсон, Ф. У., А. С. Эддингтон и К. Дэвидсон. 1920. "Определение отклонения света гравитационным полем Солнца из наблюдений, сделанных во время полного затмения 29 мая 1919 года". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 291-333.

Эддингтон, А. 1925. "Сравнение формул Уайтхеда и Эйнштейна". *Nature*.

Эйнштейн, А. и Н. Rosen. 1935. "Проблема частиц в общей теории относительности". *Phys. Rev.* 48: 73.

Эль-Ад, Х., Т. Пиран и Л. Н. да Коста. 1997. "Mon. He. R. Astro. Soc."

Фарнс, Дж. С. 2017. "A Proposal for a Unifying Theory of Dark Energy and Dark Matter." *arXiv Physics.gen-Ph*.

Феррейра, Леонардо и др. 2022. "Паника! На дисках: первые оптические наблюдения структуры галактик при $z > 3$ с помощью JWST в поле SMACS0723 в режиме покоя". *The Astrophysical Journal Letters*.

Флам, Л. 1916. "Вклад в теорию гравитации Эйнштейна".

Хилд, Г. 2020. "Более убедительное доказательство гравитационного отталкивания между материей и антиматерией". *Research Gate Publication*, № 339339776.

Хоффман, Й. и др. 2018. "Квазилинейная близлежащая Вселенная". *Nature Astronomy*.

Хоффман, Й., Д. Помареде, Р. Б. Талли и Х. Courtois. 2017. "Дипольный отталкиватель". *Nature Astronomy* 1: 0036.

Хоссенфельдер, С. 2008. "Биметрическая теория с обменной симметрией". *arXiv*.

Калуца, Т. 1921. "О проблеме объединения в физике". *Sitzungsberichte Pruss. Acad. Sci.* 966.

Керр, Рой П. 1963. "Гравитационное поле вращающейся массы как пример алгебраически специальной метрики". *Physical Letters* 11: 237.

Клейн, О. 1926. "Квантовая теория и пятимерная теория относительности". *Z.Phys.* 37: 895.

Койран, П. 2021. "Время падения в метрике Эддингтона-Финкельштейна с применением к мостам Эйнштейна-Розена". *Inter. Jr. of Mod. Phys. D* 14.

Крускал, М. Д. 1960. "Максимальное расширение метрики Шварцшильда". *Physical Review* 119 (5).

Крускал, Мартин Д. 1960. "Максимальное расширение метрики Шварцшильда". *Physical Review* 119: 1743-45.

Медейрос, Л. и др. 2023. "Принципиально-компонентное интерферометрическое моделирование (PRIMO), алгоритм для данных ЕНТ". I. Реконструкция изображений из симулированных наблюдений ЕНТ".

Майкельсон, А. А., и Э. У. Морли. 1887. "Об относительном движении Земли и светящегося эфира". *American Journal of Science* 34: 333-45.

Морин, Бернар и Жан-Пьер Пети. 1978. "Le Retournement de La Sphère". HAL.

Моррис, М., и К. С. Торн. 1988. "Червоточины в пространстве-времени и их использование для межзвездных путешествий: инструмент для преподавания общей теории относительности". *Am. J. Phys.* 56: 395.

Нейзер, Т. Ф. 2020. "Дегенеративная антинейтринная звездная модель темной энергии Ферми". *Advances in Astronomy* 2020: Article ID 8654307.

Оппенгеймер, Дж. Р., и Х. Snyder. 1939. "О непрерывном гравитационном сжатии". *Phys. Rev.* 56: 455-59.

Оппенгеймер, Дж. Р., и Г. М. Волков. 1939. "О массивных нейтронных ядрах". *Physical Review* 55 (4): 374-81.

Палатини, А. 1919. "Deduzione Invariantiva Delle Equazioni Gravitazionali Dal Principio Di Hamilton." *Rend. Circ. Matem. Palermo* 43: 203-12. <https://doi.org/10.1007/BF03014670>.

Павловский, А. И. 1994. "Магнитная кумуляция - мемуары для Андрея Сахарова". В книге "Генерация магнитного поля мегагаусса и применение импульсной энергии" под редакцией М. Cowan и R. B. Spielman, 9-22. Нью-Йорк: Nova Science Publishers.

Перлмуттер, С. и др. 1999. "Измерения Ω и Λ из 42 сверхновых с высоким красным смещением". *Астрофизический журнал* 517 (2).

Petit, Jean-Pierre . 1985. *Топологикон*. Издание Белина.

Пети, Жан-Пьер. 1994. "Проблема недостающей массы". *IL NUOVO CIMENTO*.

Пети, Жан-Пьер. 1995. "Космология Вселенной-близнеца". *Astrophysics and Space Science* 226: 273-307.

Пети, Жан-Пьер. 2018. "Космологическая модель Януса и флуктуации СМВ". *Progress in Physics*.

Пети, Жан-Пьер и Дж. Д'Агостини . 2021a. "Биметрические модели. Когда отрицательная масса заменяет и темную материю, и темную энергию. Отличное согласие с наблюдательными данными. Решение проблемы первобытной антиматерии". *База данных Французского национального центра*, 2021a.

Пети, Жан-Пьер и Дж. Д'Агостини. 2021b. "Ограничения на космологическую модель Януса из последних наблюдений сверхновых типа Ia". *Астрофизика и космические науки*, 2021b.

Пети, Жан-Пьер и Дж. Д'Агостини. 2014а. "Космологическая биметрическая модель с взаимодействующими положительной и отрицательной массами и двумя разными скоростями света в согласии с наблюдаемым ускорением Вселенной". *Modern Physics Letters A* 29 (34).

Пети, Жан-Пьер и Дж. Д'Агостини. 2014b. "Гипотеза отрицательной массы в космологии и природа темной энергии". *Astrophysics And Space Science* 354 (2014b): 611-15.

Пети, Жан-Пьер и Дж. д'Агостини. 2014. "Космологическая биметрическая модель с взаимодействующими положительной и отрицательной массами и двумя различными скоростями света в согласии с наблюдаемым ускорением Вселенной". *Modern Physics Letters A*.

Petit, Jean-Pierre, G. D'Agostini, and N. Debergh . 2018. "Доказательство отрицательных энергий и масс в уравнении Дирака с помощью унитарного оператора изменения времени". *J. Phys. Comm.* 2 (115012).

Petit, Jean-Pierre, G. D'Agostini, and N. Debergh. 2019. "Физическая и математическая согласованность космологической модели Януса (JCM)". *Progress in Physics* 15.

Пиран, Цви. 2018. "О гравитационном отталкивании". *arXiv*.
<https://arxiv.org/abs/9706049>.

Riess, A. et al. 2004. "Обнаружение сверхновых типа Ia при $z > 1$ с помощью космического телескопа "Хаббл", свидетельство замедления в прошлом и ограничения на эволюцию темной энергии". *Astrophysical Journal* 607 (2).

Сахаров, А. Д. 1967 . "Нарушение CP-инвариантности, C-асимметрии и барионной асимметрии Вселенной". *Пи'сма ЖЭТФ* 5 (1): 32-35.

Сахаров, А. Д. 1979. "ЖЭТФ Пис'ма". *JETP* 49: 594.

Сахаров, А. Д. 1980. "Космологические модели Вселенной с обратным движением стрелы времени". *Пи'сма ЖЭТФ* 79 (3): 689-93.

Сахаров, А. Д. 1982. "Многолистные модели Вселенной". *Пи'сма ЖЭТФ* 82 (3): 1233-40.

Шмидт, Б. П. и др. 1998. "The High-z Supernova Search. Измерение космического замедления и глобального искривления Вселенной с помощью сверхновых типа Ia." *Astrophysical Journal* 507 (1).

Schwarzschild, K. 1916a. "Über Das Gravitationsfeld Einer Kugel Aus Inkompressibler Flüssigkeit Nach Der Einsteinschen Theorie." *Sitzungsberichte Der Königlich Preussischen Akademie Der Wissenschaften*.

Schwarzschild, K. 1916b. "Über Das Gravitationsfeld Eines Massenpunktes Nach Der Einsteinschen Theorie." *Sitzungsberichte Der Königlich Preussischen Akademie Der Wissenschaften*.

Souriau, J. M. 1964. *Геометрия и относительность*. Hermann.

Суро, Ж. М. 1997. *Структура динамических систем, симплектический взгляд на физику*. Birkhäuser Verlag.

Souriau, Jean-Marie. 1965. "Prolongements Du Champ de Schwarzschild". *Bulletin de La Société Mathématique de France* 93: 193-207.

Стоика, О. К. 2014. "О сингулярных полуримановых многообразиях". *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics* 11.

Торн, К. С., Дж. А. Уилер и К. В. Миснер. 1973. *Гравитация*.

Толмен, Р. 1934. *Относительность, термодинамика и космология*. Оксфорд, Кларендон Пресс.

Цампарлис, Майкл. 1978. "О вариационном методе Палатини". *Journal of Mathematical Physics* 19 (3): 555-57.

Вуйк, В. 2018. "Пятая сила вакуумного дипольного отталкивателя, необходимая для создания всех сил притяжения даже вокруг черных дыр в квантовой теории FFF". *Research Gate Publication*, no. 325995732.

Уолд, Р. 1984. *Общая относительность*.

Вайнберг, С. 2000. *Квантовая теория полей: Том 1, Основы. Том 2, Современные приложения. Том 3, Суперсимметрия*. Vol. 1-3. Cambridge University Press.