Приключения Ансельма Лантюрлю

ЧУДАК - ГЕОМЕТР

Жан-Пьер Пети

à Vladimir Golubev,
mon frère

Предисловие к научно-познавательным альбомам Жана-Пьера Пети

Жан-Пьер Пети – известный французский ученый, профессор, физик (теоретик и экспериментатор), математик, создавший оригинальные и глубокие труды по магнитной гидродинамике, физике плазмы, астрофизике (теория галактик, теория Вселенной). Вместе с тем он – писатель, создающий романы-эссе биографического, философского, политического и научно-познавательного содержания. Он же – поэт, композитор и музыкант, создающий песни лирического и философского содержания. Он же – талантливый художник-график, создавший множество акварелей с тонко ощущаемыми лиричными пейзажами Франции, жанровыми сценками и портретами, исполненными очарования и глубокого философского содержания. Он же - замечательный художник-шаржист, создавший множество занимательных альбомов с научно-познавательными комиксами, посвященными разнообразным областям науки: астрофизике, аэродинамике, электротехнике, информатике, кибернетике, экономике, истории.

Поражает глубина знаний Жана Пьера Пети во всех этих областях, отражаемая блестяще написанными текстами комментариев и реплик в его альбомах. Жан-Пьер Пети – пионер литературы этого жанра, в котором языком занимательного рисунка и диалога между действующими фантастическими персонажами раскрывается суть научных идей и понятий.

В альбомах Жан Пьера Пети любопытен и необычен круг действующих лиц. Это – любознательный, трудолюбивый, немного наивный и чудаковатый юный изобретатель Ансельм Лантюрлю – главный герой. Это – его очаровательная и мудрая подруга Софи. Это - ученый и резонёр, пеликан Леон, «гениальная» улитка Тирезия и другие не менее неожиданные персонажи, размышляющие и дискутирующие о глубоких идеях и понятиях науки, и в то же время добродушно подтрунивающие друг над другом с изящным, истинно французским юмором.

Альбомы оставляют яркое, праздничное впечатление, сопровождаемое у читателя зарождением наглядного понимания основ той отрасли науки, которой посвящен альбом. Это относится одинаково и к юным, и к взрослым читателям, и даже к профессионалам в этой отрасли науки.

Не менее сильное и глубокое впечатление производит личность самого автора, Жана-Пьера Пети, как на его коллег и друзей, которые давно его знают, так и на тех, кто впервые знакомится с его творчеством. Это – благороднейший человек с блестящей и разносторонней эрудицией, талантливый творец во всех областях человеческой культуры, плодотворно, неутомимо и бескорыстно работающий для духовного и интеллектуального развития людей во всем мире.

Это прекрасно подтверждается созданным им благотворительным сайтом «Savoir-sans-frontieres», пользующимся огромным успехом у тысяч и тысяч посетителей сайта во всех странах. Здесь уместно привести выдержку из письма к Жану-Пьеру Пети от профессора Арвинда Гупта (г. Пуна, Индия), который лишь недавно познакомился с сайтом «Savoir-sans-frontieres»: «Я был просто потрясен как Вашим видением задачи свободно делиться научными знаниями со всем миром, так и огромным объемом иллюстрированных книг, созданных Вами… Ваш труд и Ваша жизнь укрепляет мою веру в человечество. Да благословит Вас Бог».

***Владимир Голубев**, профессор,*
научный куратор русскоязычного раздела сайта «Savoir-sans-frontieres», старый друг и коллега Жана-Пьера Пети, знающий его уже сорок лет, любящий его как брата, всегда восторженно им восхищающийся с чувством глубочайшего уважения к его личности, талантам и творчеству.

5 декабря 2006 г. Шатура, Россия

http://www.laser.ru/personal1/golubev/index.html

« … А он, он летал, и все звезды ему отдавали свою нежность …»

Жан-Пьер Пети, известный французский ученый, создавший научные комиксы. Но мне хотелось бы отметить другую, помимо научной, сторону его работ, это – бесконечная доброта. Так как в великом должно быть всегда место истинной доброте и улыбке. Сегодня существует множество религий и вер. Можно не знать и не соблюдать многих правил своей церкви. Но необходимо знать главное: Иисус Христос проповедовал только любовь и доброту. Казалось, очень просто. Но, парадокс, вот самое-то простое нам и не удается в жизни. Нам вечно не хватает любви и доброты. Простое, а сложно.

Как удивительно тонко Жан-Пьер Пети проводит эти истины в своих произведениях. Так любить людей и звезды может только очень добрый человек. Звездное небо всегда потрясает и всегда необъяснимо. Пройдя перипетии всех возможных и невозможных измерений с Ансельмом Лантюрлю в «Чудаке-геометре», мы задаем вопросы: «К чему это ведет? И какой дорогой следовать?» И получаем ответ: « Надо идти по геодезическим линиям, геодезическим линиям своей жизни». И еще: « И потом, все, что ценно – это жизнь. А в жизни Вы будете со мной».

Очень серьезная тема ядерной угрозы затронута в альбоме «Энергетически Ваш» и в «Радостном Апокалипсисе». Мир и согласие должны победить. Прекрасная сказка «Золушка 2000» и альбом по аэродинамике «Может, полетаем?» посвящены мечте человека о полетах. И, конечно же, таинственно-захватывающая «Черная дыра».

В «Большом Взрыве» (стр. 18) - совершенно уникальный юмор, летят 2 частицы, они не просто сталкиваются, а у них на «лице» - горе и фингалы! А страница 67 «Большого Взрыва» - это шедевр! Альберт Эйнштейн и Фридман, выпускаемые стрелы, состояние души и новые научные теории, все это изображается так тонко! Так изображать может только человек с совершенно уникальным чувством юмора и с тонкой душой.

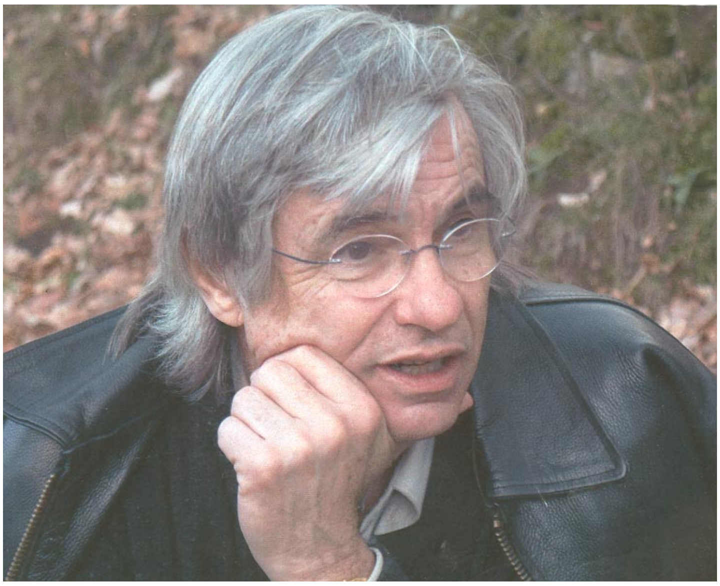
И, наконец, после «Большого Взрыва» зажглись Тысячи Миллиардов Солнц для нас, чтобы беречь эту жизнь, чтобы бесконечно удивляться этому звездному небу, так как это – сама доброта, а тщеславие не должно затмевать душу.

Эти глубина и тонкость произведений Жан-Пьера Пети напоминают мир Антуана де Сент-Экзюпери, где словами Маленького Принца Антуан де Сент-Экзюпери говорит: «Мы в ответе за тех, кого приручили», и где дороже всего для Маленького Принца была Роза.

Нина Есина,
Шатура, Россия
16 декабря 2006г.

Знание без границ

Association Loi 1901



Жан-Пьер Пети, Президент Ассоциации

Постоянный руководитель Национального научно-исследовательского центра, астрофизик, основатель нового жанра: научные комиксы. Созданная в 2005 г., совместно с его другом Жилем д' Агостиньи, ассоциация «Знание без границ», имеет своей целью бесплатное распространение знаний, включая научные и технические знания мирового масштаба. Ассоциация, которая работает благодаря пожертвованиям, оплачивает переводы в размере до 150 евро (в 2007г.), принимая на себя все банковские расходы. Благодаря работе переводчиков ежедневно увеличивается число переведенных альбомов (в 2007г.: 200 альбомов для бесплатного копирования на 28 языках, среди которых языки Лаоса и Руанды).

Файлы pdf можно свободно копировать полностью или частично, для использования преподавателями в своих лекциях, при условии, что эти действия не имеют своей целью получение прибыли. Они могут быть использованы в муниципальных, школьных и университетских библиотеках, как в печатной форме, так и через сети типа Интернет.

Автор решил дополнить эту коллекцию самыми простыми альбомами (для 12 летнего возраста). Также на уровне создания находятся «говорящие» альбомы для безграмотных и «двуязычные» для использования в изучении языков, исходя из своего родного языка.

Ассоциация постоянно ищет переводчиков на свои родные языки, обладающих достаточными техническими знаниями, которые позволили бы им делать точный перевод прилагаемых альбомов.

Для контакта с ассоциацией см. домашнюю страницу её сайта

http://www.savoir-sans-frontieres.com

Знание без границ

Номера в прибылях решений ассоциация создана в 2005 году и удалось с помощью двух французских ученых . Цель : распространять научные знания с помощью группы, взятой из бесплатных загружаемых PDF-файлов. В 2020 году : 565 переводы на 40 языков , что , таким образом , была достигнута . С более чем 500 000 загрузок .

Jean-Pierre Petit **Gilles d'Agostini**

Ассоциация является Totall у добровольным . Деньги полностью пожертвованы переводчикам .

Чтобы сделать пожертвование, воспользуйтесь кнопкой PayPal на главной странице:

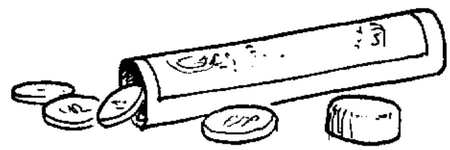
http://www.savoir-sans-frontieres.com

ВМЕСТО ПРЕДИСЛОВИЯ

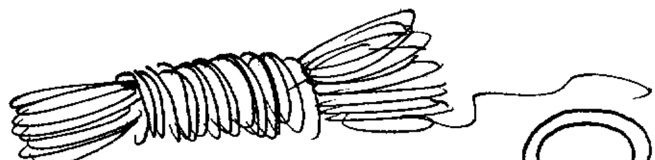
ЭТО НЕ ТРАКТАТ И НЕ КУРС ЛЕКЦИЙ:
ЭТО ПРОСТО ИСТОРИЯ АНСЕЛЬМА ЛАНТЮРЛЮ
И ОДНОГО ИЗ ЕГО ПУТЕШЕСТВИЙ
В СТРАНУ ГЕОМЕТРИЮ.

ПРИ ЧТЕНИИ ЖЕЛАТЕЛЬНО ИМЕТЬ ПОД РУКОЙ:

* АСПИРИН

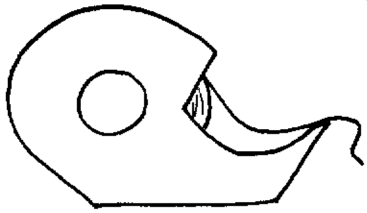


* ШПАГАТ

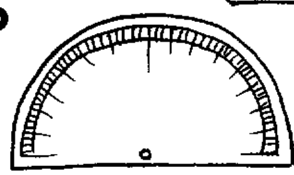


* НОЖНИЦЫ

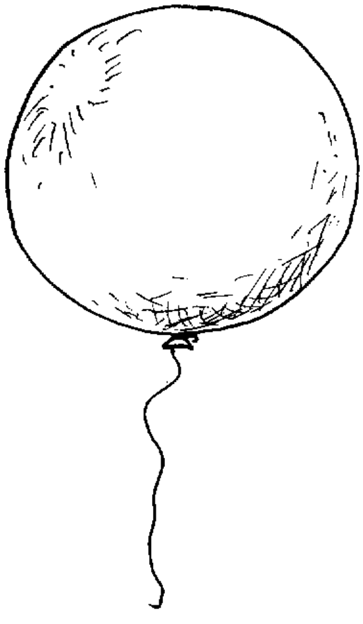
* СКОТЧ



* ТРАНСПОРТИР

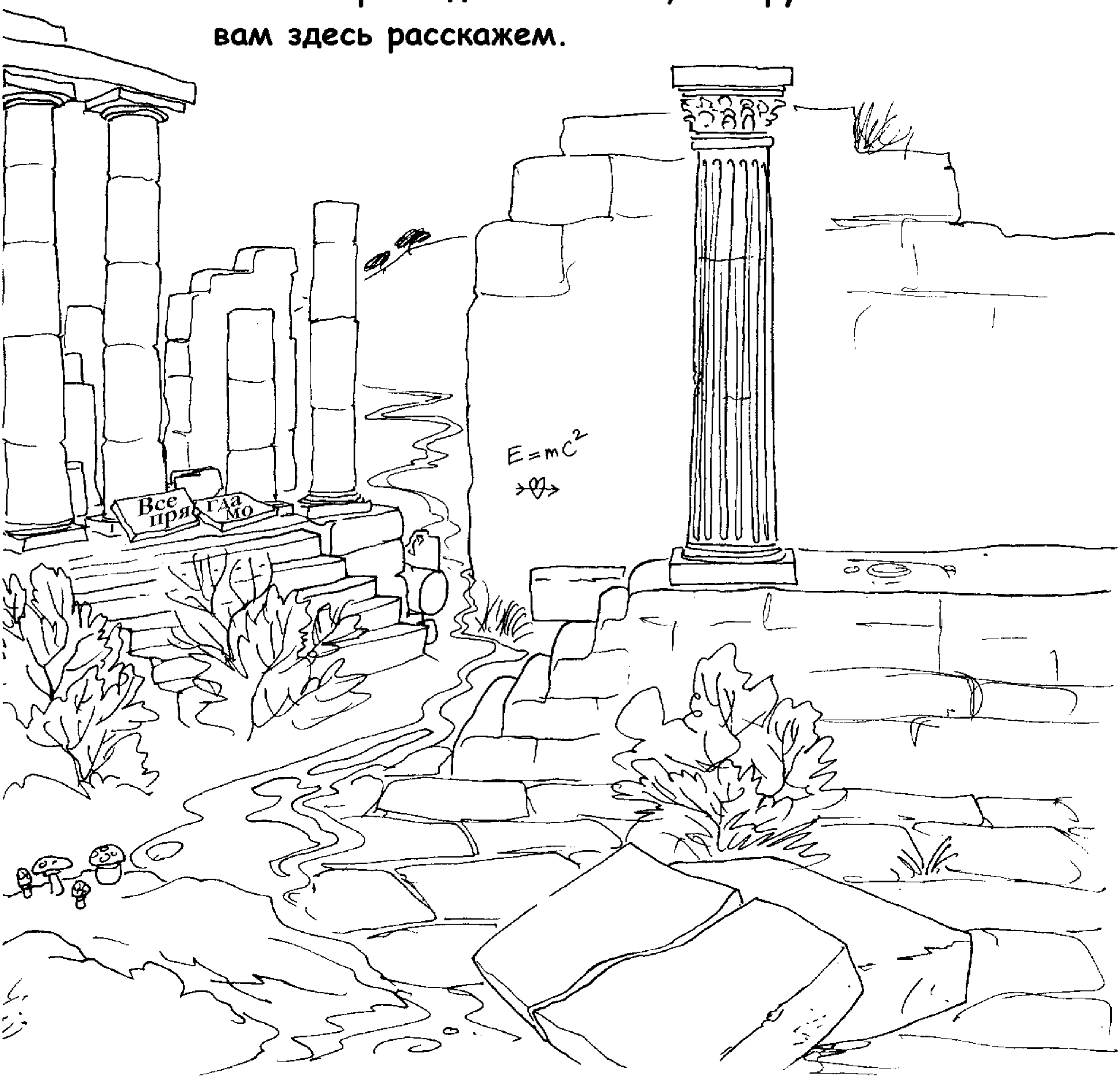


* И КРАСИВЫЙ, СОВЕРШЕННО КРУГЛЫЙ ШАРИК ...

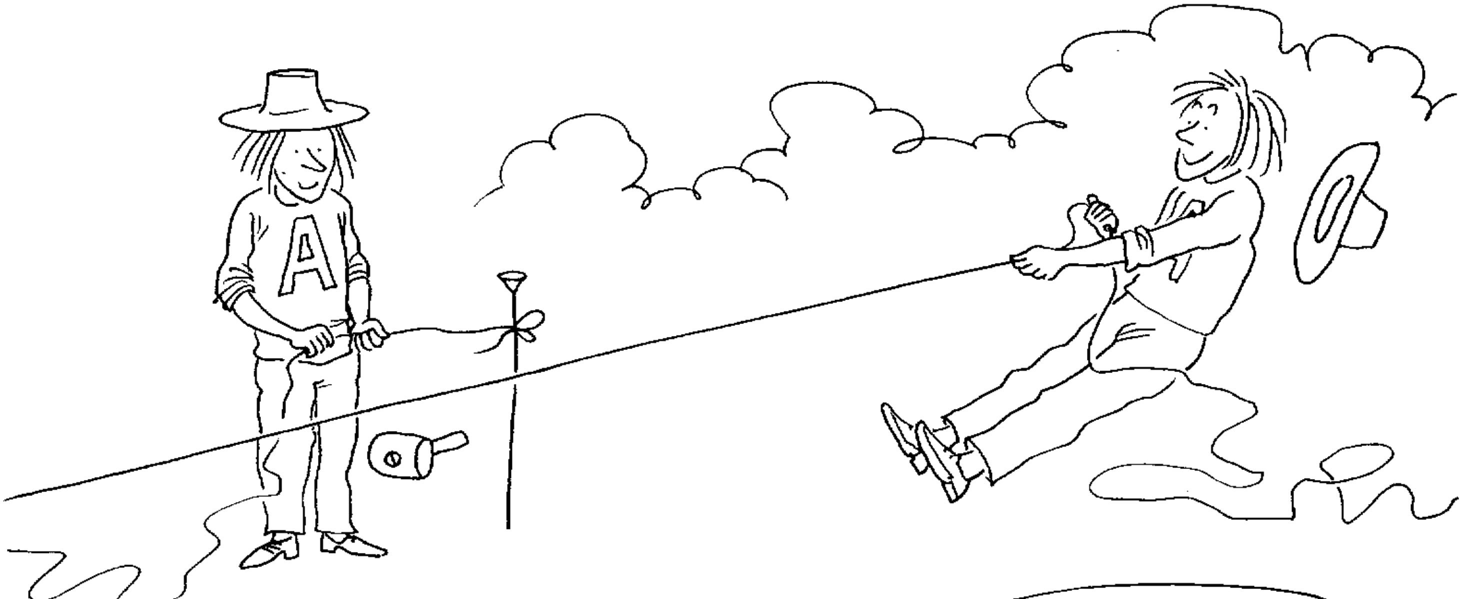


Общество Эвклида и К° образовалось в Александрии в 3 веке до нашей эры. В течение двух тысяч двухсот лет дела процветали. Продукция была лучшего качества, а клиенты удовлетворены и постоянны.

Но постепенно вкусы клиентов менялись. Некоторые из них, некогда убеждённые сторонники фирмы, в дальнейшем, в ходе любопытных опытов спросили себя: "Эвклид - это реально, это везде и повсюду, но есть ли что-то лучшее?" Это история одного из них, которую мы вам здесь расскажем.



ПРОЛОГ: Однажды Ансельм Лантюрлю решил натянуть шпагат между двумя колышками:



Тремя натянутыми нитями, или
ГЕОДЕЗИЧЕСКИМИ ЛИНИЯМИ,
B
A
Ансельм составил
ТРЕУГОЛЬНИК
Подведя транспортир к каждой вершине этого
ТРЕУГОЛЬНИКА, он вычислил углы $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$
и определил их сумму
Следуя
блестящей теореме
Общества Эвклида и К°,
эта сумма равна 180°.
Хорошо ...
$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$
ЭВКЛИД

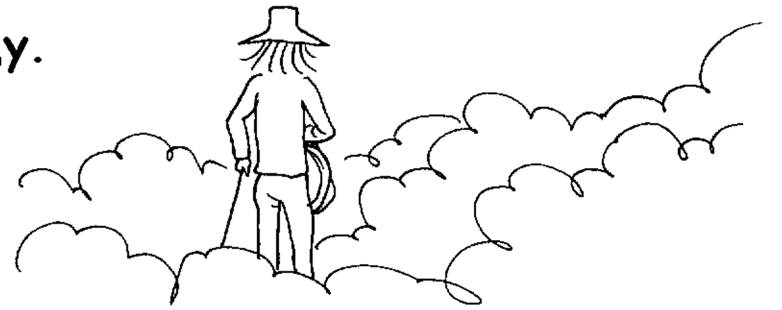
Мир, в котором жил Ансельм, был чертовски неясным. В нём один другому готов был утереть нос.

Ансельм шёл долго-долго ... Позади него разворачивался хорошо натянутый шпагат, так что он перестал обращать внимание на неопределённость своего путешествия в тумане: он создал безупречную ГЕОДЕЗИЧЕСКУЮ ЛИНИЮ.

Но, я не знаю, может быть и Вы заметили, что бывают дни, когда кажется, что всё идёт вкривь и вкось.

Ансельм, у которого оставался ещё шпагат, решил вывести это дело на чистую воду.

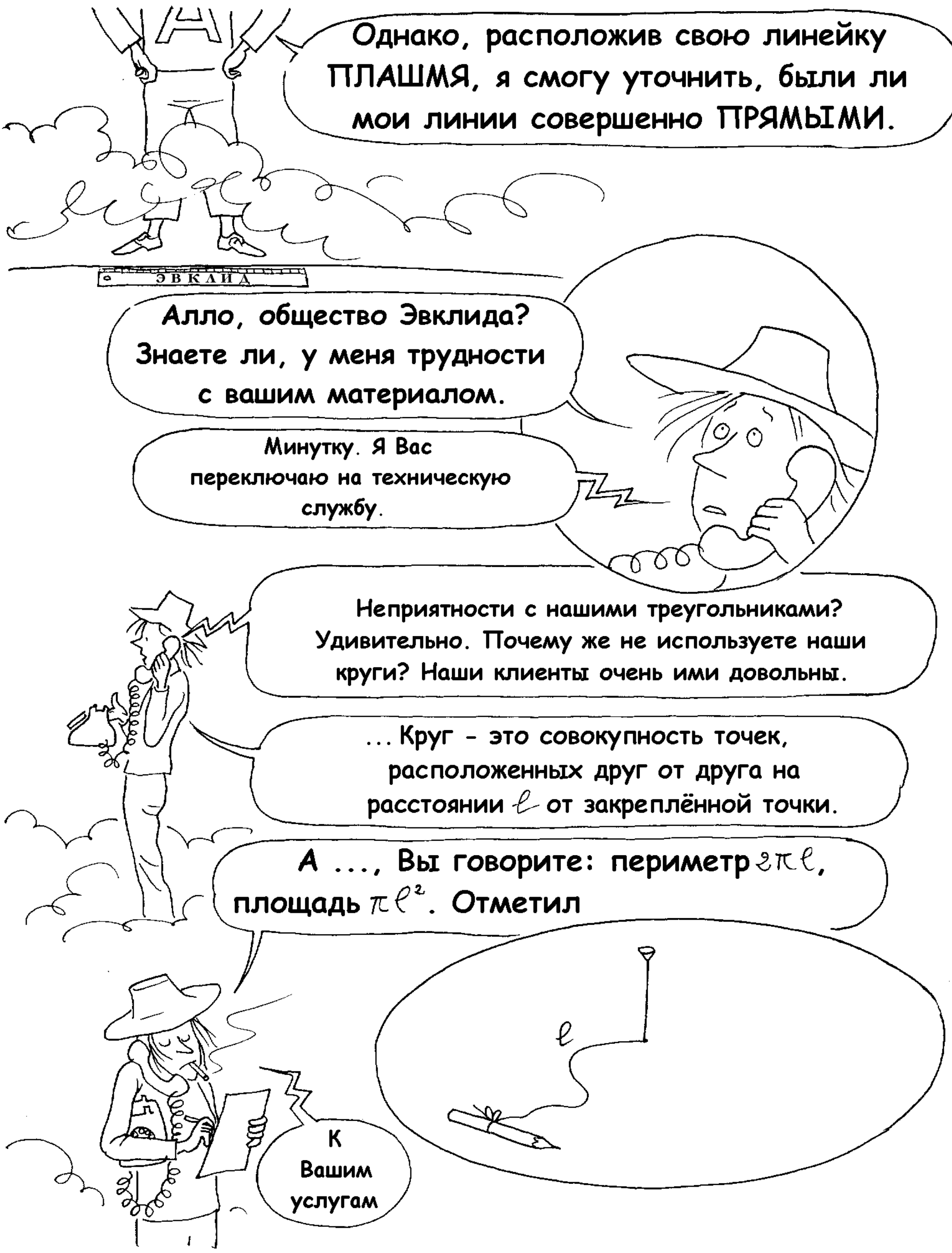
Он продолжил невозмутимо натягивать свой шпагат и, полный любопытства, пошёл ПРЯМО ВПЕРЁД.

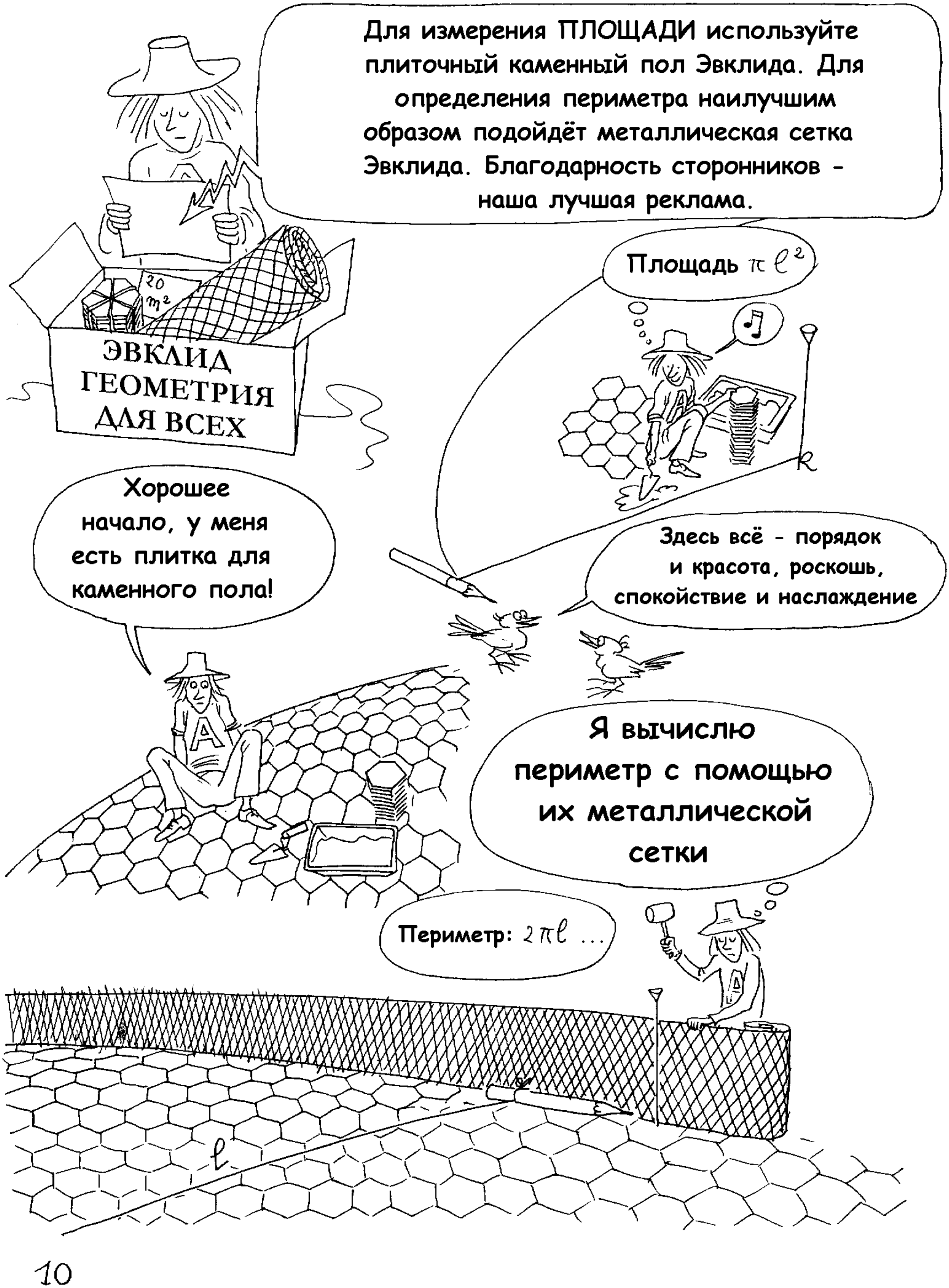


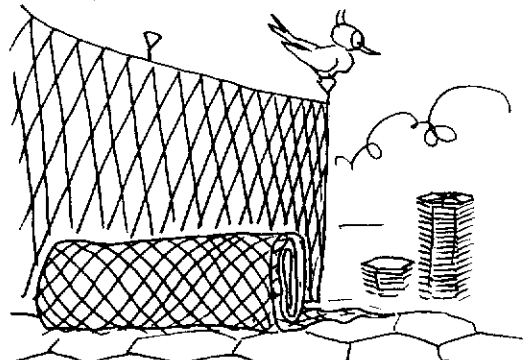
Увы ...

ПРЯМАЯ Ансельма замкнулась!


? ? ? ? ? ? ? ? ? ? ?
Применим теорему Эвклида. Я натяну три ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЛИНИИ равной длины. Это мне даст ТРЕУГОЛЬНИК, где каждый из трёх углов будет равен 60°, что в сумме составит 180°. Так написано в инструкции.
B
60
A
60
60
C
Â+B̂+Ĉ = 180°
Потом, я посмотрю.
РАЗУМ ВСЁ ПОБЕЖДАЕТ
A
B
A
Вот моя вторая вершина B. Ещё натянуть две другие нити, чтобы найти третью вершину
Наука - это прекрасно
B
О, ля, ля! Углы равны, но они превышают 60°
ПРОБЛЕМА?
C
A
Но их сумма, несомненно, будет превышать 180°!
геометрия ЭВКЛИДА
ЭВКЛИД
ЭВКЛИД


Однако, расположив свою линейку ПЛАШМЯ, я смогу уточнить, были ли мои линии совершенно ПРЯМЫМИ.
ЭВКЛИД
Алло, общество Эвклида? Знаете ли, у меня трудности с вашим материалом.
Минутку. Я Вас переключаю на техническую службу.
Неприятности с нашими треугольниками? Удивительно. Почему же не используете наши круги? Наши клиенты очень ими довольны.
... Круг - это совокупность точек, расположенных друг от друга на расстоянии ℓ от закреплённой точки.
А ..., Вы говорите: периметр 2πℓ, площадь πℓ². Отметил
ℓ
К Вашим услугам

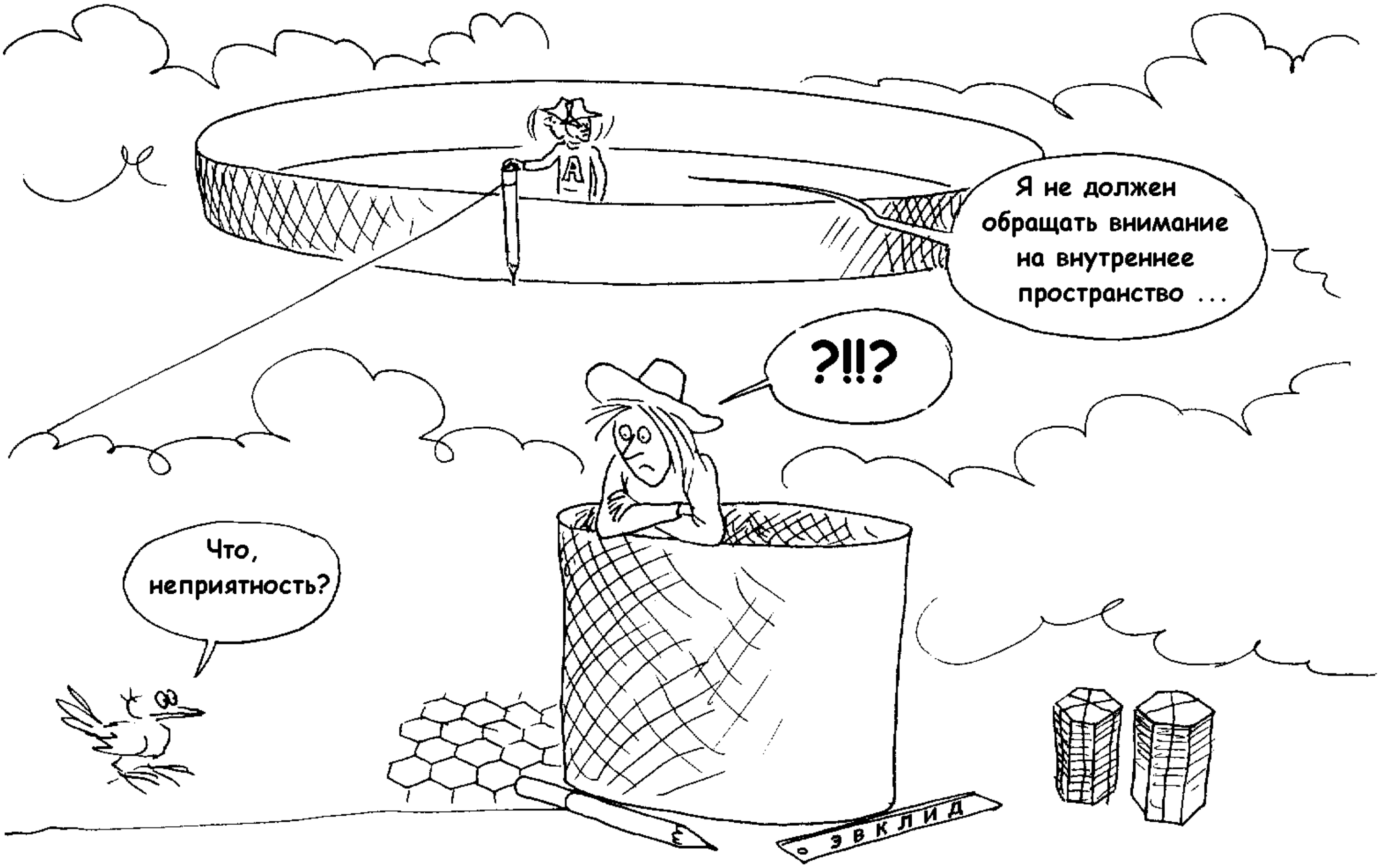

Для измерения ПЛОЩАДИ используйте плиточный каменный пол Эвклида. Для определения периметра наилучшим образом подойдёт металлическая сетка Эвклида. Благодарность сторонников - наша лучшая реклама.
ЭВКЛИД ГЕОМЕТРИЯ ДЛЯ ВСЕХ
20 m^2
Площадь $\pi \ell^2$
Хорошее начало, у меня есть плитка для каменного пола!
Здесь всё - порядок и красота, роскошь, спокойствие и наслаждение
Я вычислю периметр с помощью их металлической сетки
Периметр: $2\pi\ell$ ...
ℓ



И Ансельм продолжил своё исследование, увеличивая каждый раз радиус своего круга. Но всё больше и больше происходили значительные провалы.


Так у меня более 36% металлической сетки остаётся! И 19% каменной плитки! А круг, который я вычерчиваю, становится - ПРЯМОЙ!
Что же я, заблуждаюсь?
В пространстве! Эта линейка, однако, совершенно ПРЯМАЯ!
ЭВК
Ансельм ещё увеличивает радиус ℓ, и на этот раз ...
ЭВКАИА
Кривизна моего круга проходит с другой стороны
И вот, когда я УВЕЛИЧИВАЮ ℓ, периметр у меня УМЕНЬШАЕТСЯ, эта история сведёт меня с ума!

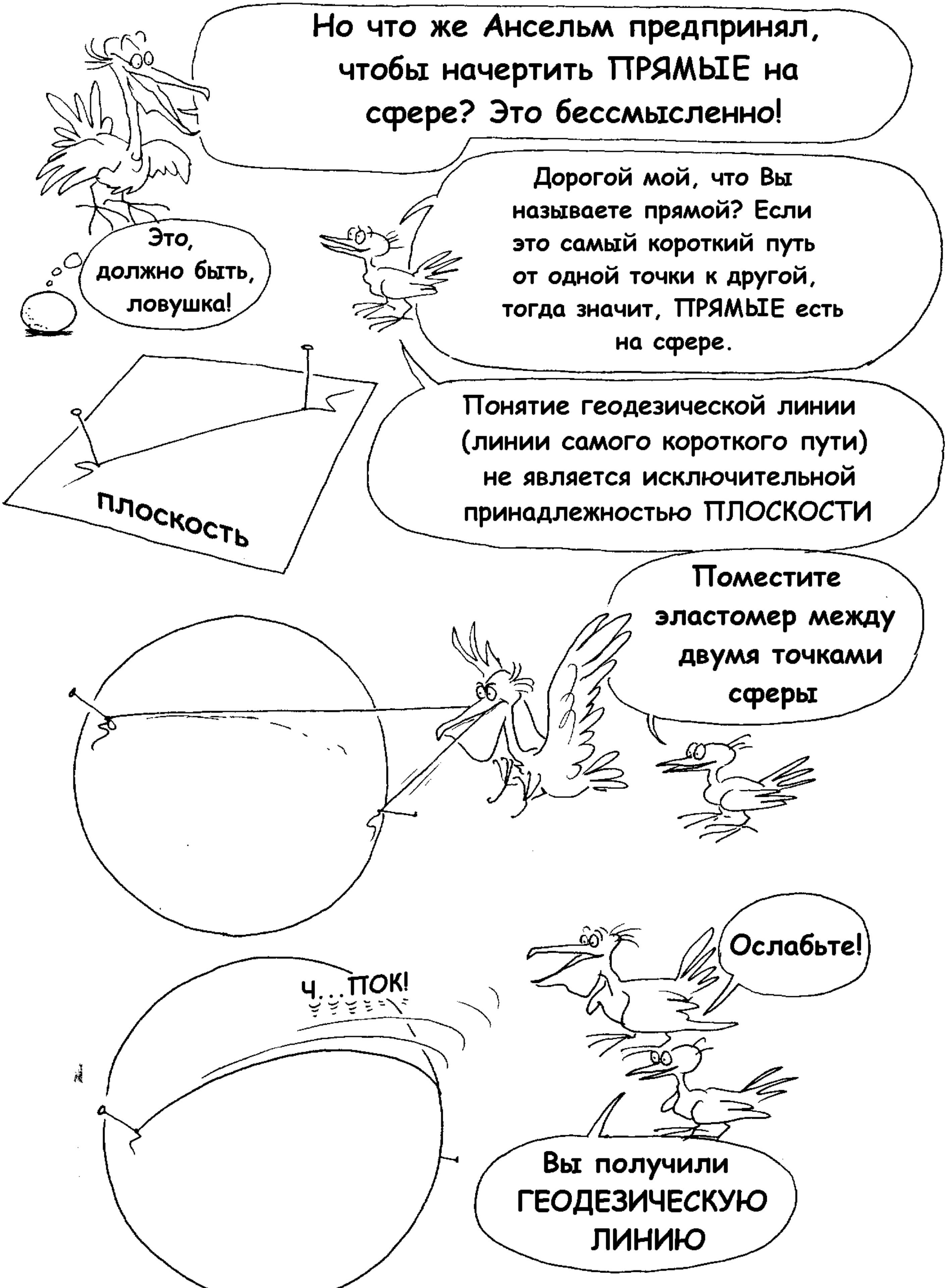
После первого мощения:



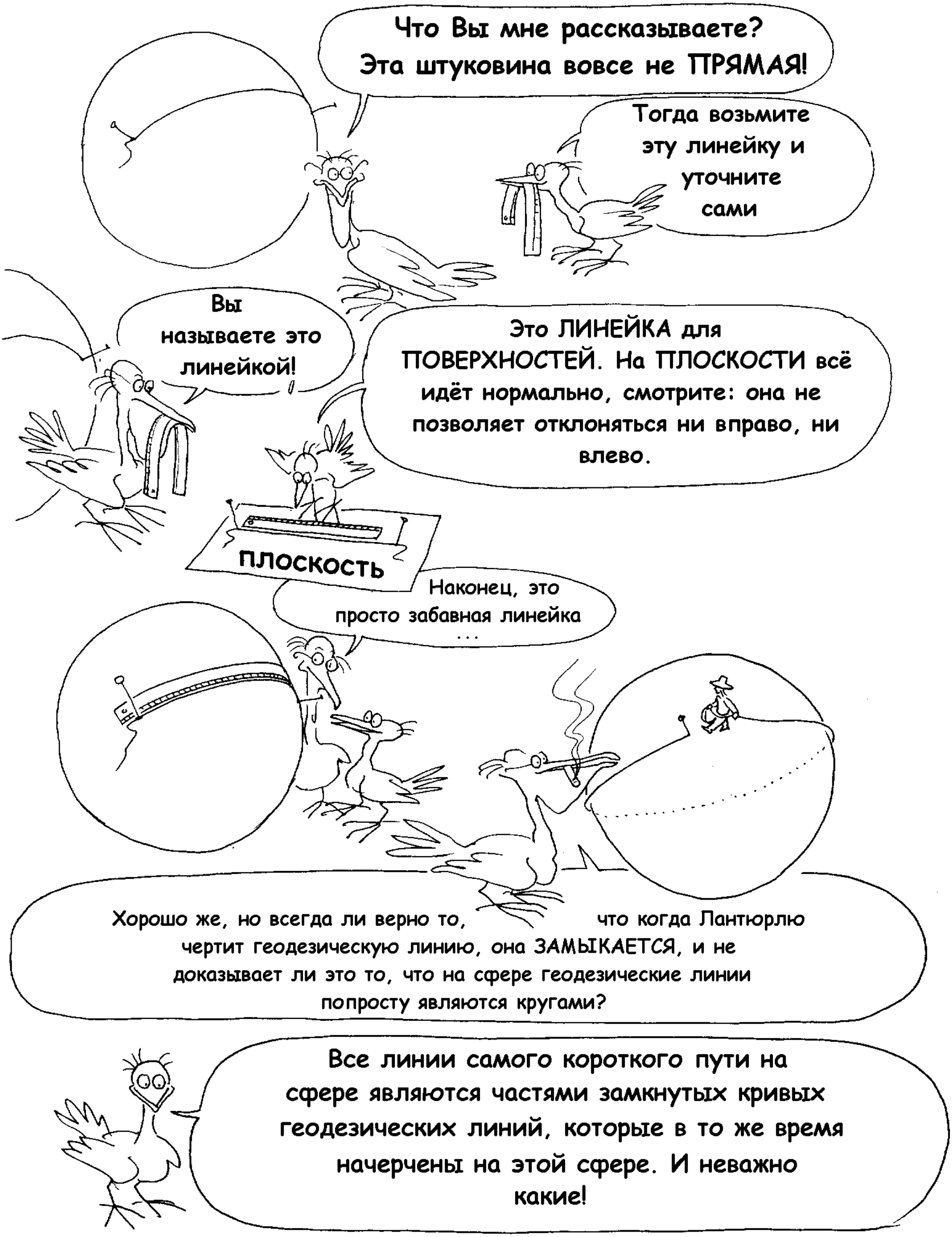
ЧТО СЛУЧИЛОСЬ?

Чтобы это понять, развеем сомнения:

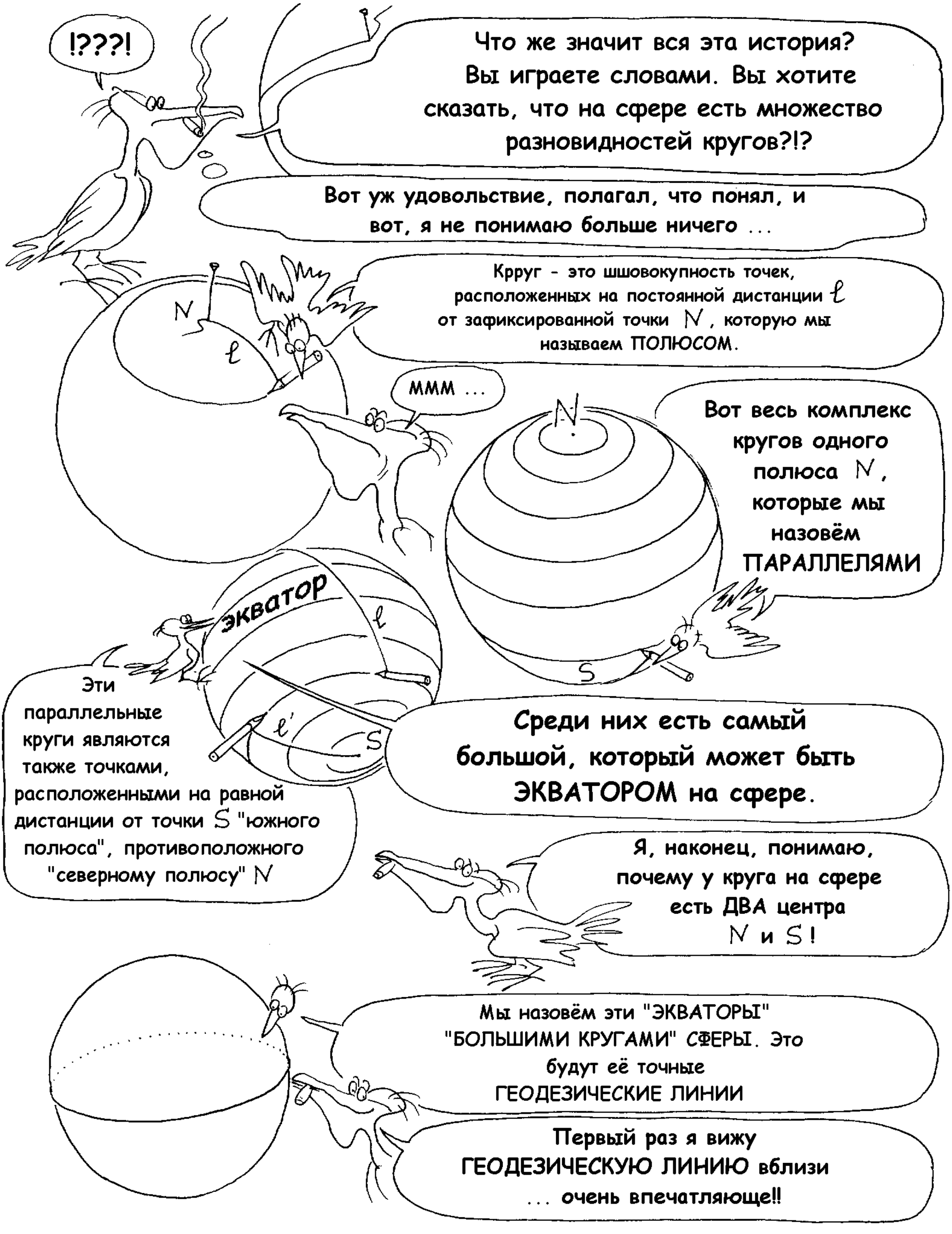
Ансельм внезапно понял, что находится на сфере, к которой он применил линейки, используемые в ПЛАНИМЕТРИИ



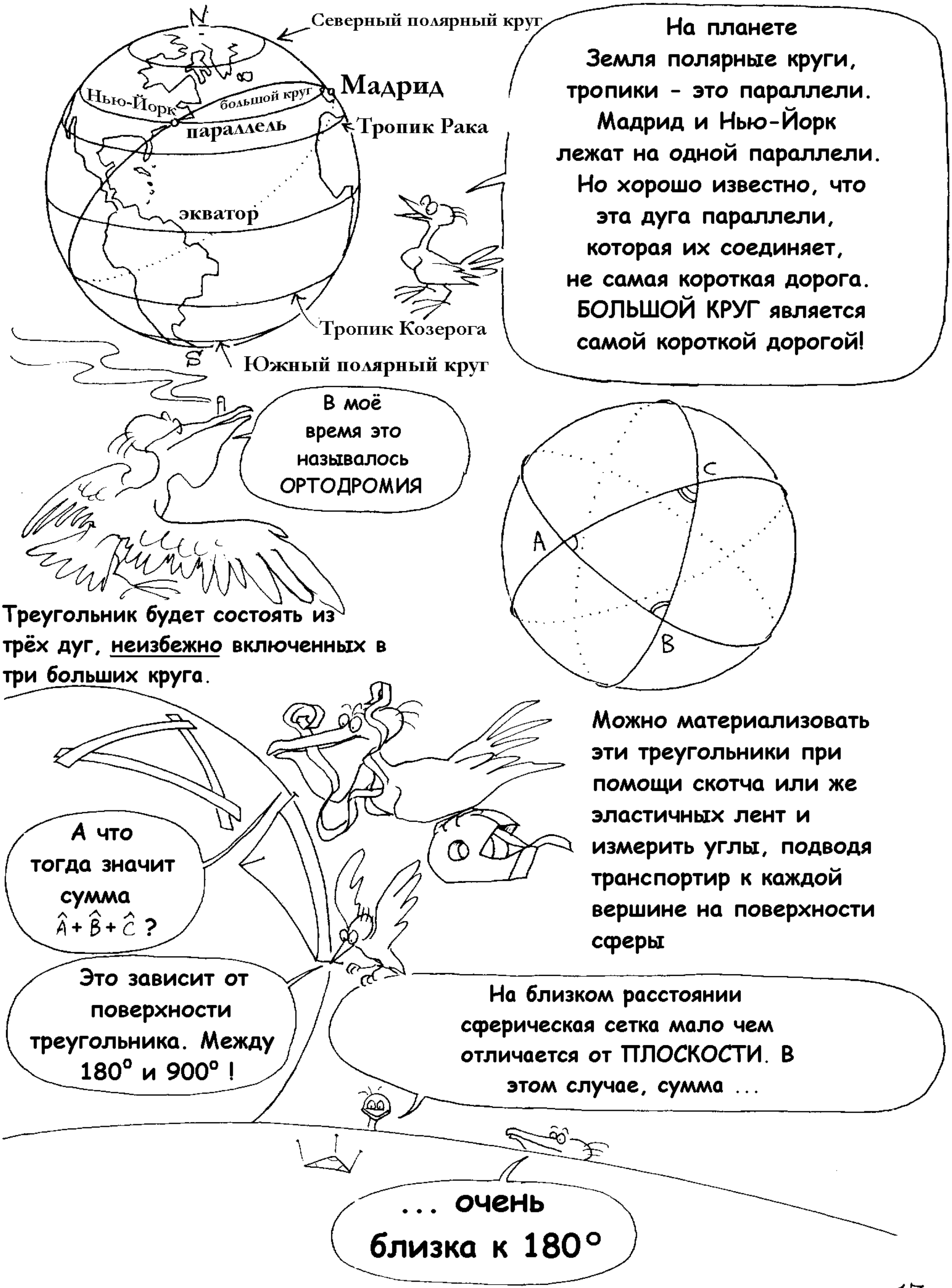
Но что же Ансельм предпринял, чтобы начертить ПРЯМЫЕ на сфере? Это бессмысленно!
Это, должно быть, ловушка!
Дорогой мой, что Вы называете прямой? Если это самый короткий путь от одной точки к другой, тогда значит, ПРЯМЫЕ есть на сфере.
ПЛОСКОСТЬ
Понятие геодезической линии (линии самого короткого пути) не является исключительной принадлежностью ПЛОСКОСТИ
Поместите эластомер между двумя точками сферы
Ослабьте!
Ч...ПОК!
Вы получили ГЕОДЕЗИЧЕСКУЮ ЛИНИЮ

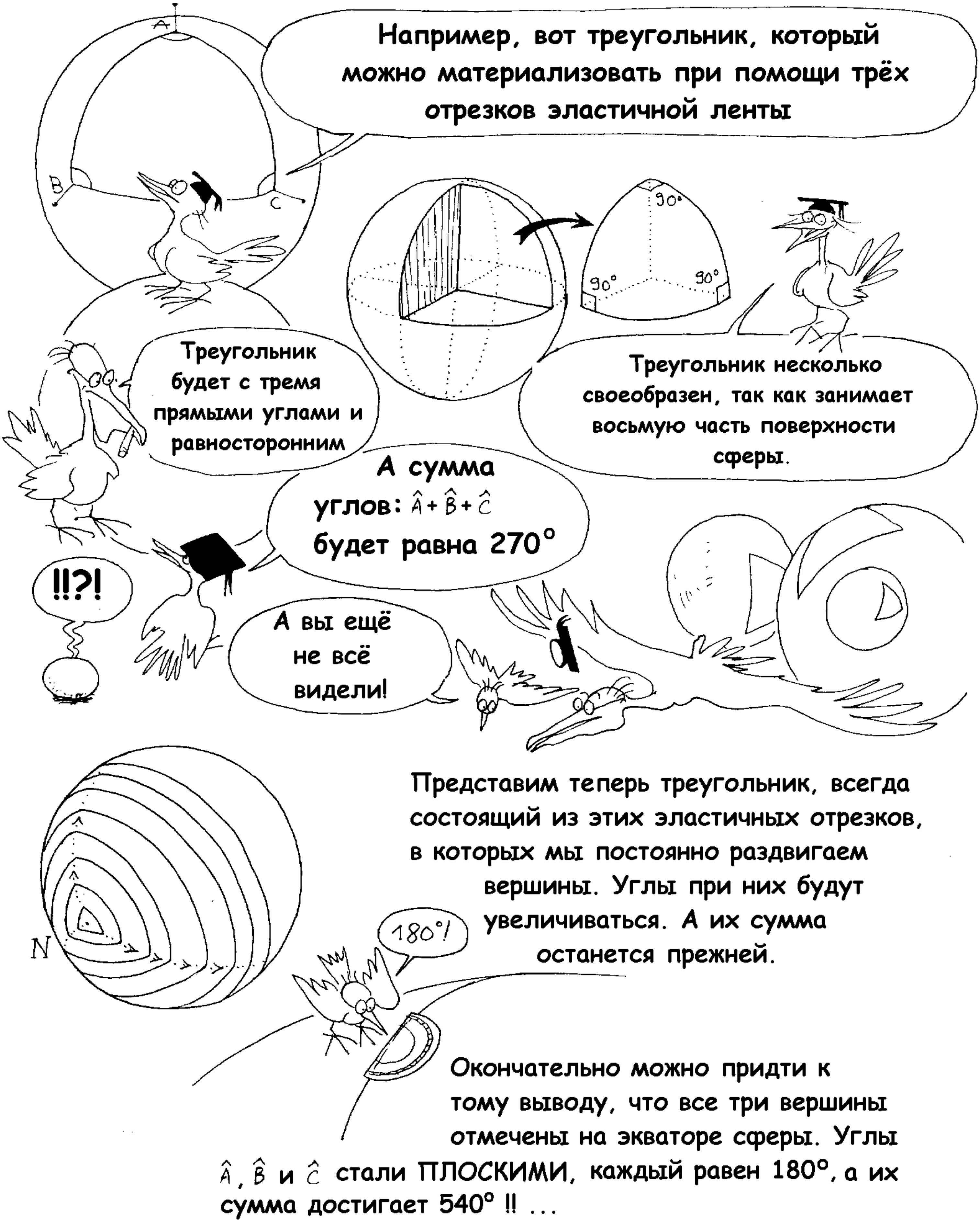


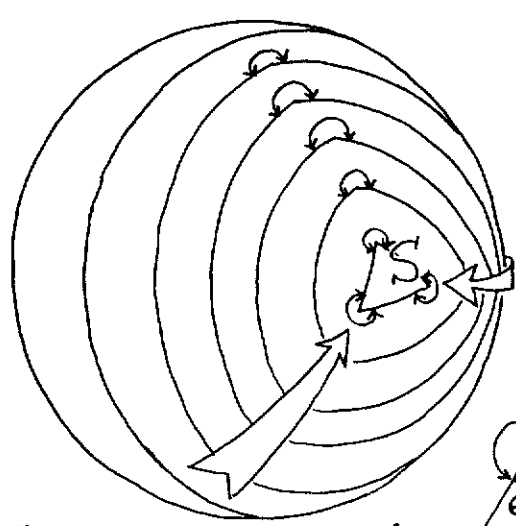
Что Вы мне рассказываете? Эта штуковина вовсе не ПРЯМАЯ!
Тогда возьмите эту линейку и уточните сами
Вы называете это линейкой!
Это ЛИНЕЙКА для ПОВЕРХНОСТЕЙ. На ПЛОСКОСТИ всё идёт нормально, смотрите: она не позволяет отклоняться ни вправо, ни влево.
ПЛОСКОСТЬ
Наконец, это просто забавная линейка ...
Хорошо же, но всегда ли верно то, что когда Лантюрлю чертит геодезическую линию, она ЗАМЫКАЕТСЯ, и не доказывает ли это то, что на сфере геодезические линии попросту являются кругами?
Все линии самого короткого пути на сфере являются частями замкнутых кривых геодезических линий, которые в то же время начерчены на этой сфере. И неважно какие!



!???!
Что же значит вся эта история? Вы играете словами. Вы хотите сказать, что на сфере есть множество разновидностей кругов?!?
Вот уж удовольствие, полагал, что понял, и вот, я не понимаю больше ничего ...
Крруг - это шшовокупность точек, расположенных на постоянной дистанции ℓ от зафиксированной точки N, которую мы называем ПОЛЮСОМ.
N
ℓ
МММ ...
Вот весь комплекс кругов одного полюса N, которые мы назовём ПАРАЛЛЕЛЯМИ
N
S
экватор
ℓ
ℓ'
S
Эти параллельные круги являются также точками, расположенными на равной дистанции от точки S "южного полюса", противоположного "северному полюсу" N
Среди них есть самый большой, который может быть ЭКВАТОРОМ на сфере.
Я, наконец, понимаю, почему у круга на сфере есть ДВА центра N и S!
Мы назовём эти "ЭКВАТОРЫ" "БОЛЬШИМИ КРУГАМИ" СФЕРЫ. Это будут её точные ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЛИНИИ
Первый раз я вижу ГЕОДЕЗИЧЕСКУЮ ЛИНИЮ вблизи ... очень впечатляюще!!


N
Северный полярный круг
Мадрид
Нью-Йорк
большой круг
параллель
Тропик Рака
экватор
Тропик Козерога
S
Южный полярный круг
На планете Земля полярные круги, тропики - это параллели. Мадрид и Нью-Йорк лежат на одной параллели. Но хорошо известно, что эта дуга параллели, которая их соединяет, не самая короткая дорога. БОЛЬШОЙ КРУГ является самой короткой дорогой!
В моё время это называлось ОРТОДРОМИЯ
A
B
C
Треугольник будет состоять из трёх дуг, неизбежно включенных в три больших круга.
Можно материализовать эти треугольники при помощи скотча или же эластичных лент и измерить углы, подводя транспортир к каждой вершине на поверхности сферы
А что тогда значит сумма $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}$?
Это зависит от поверхности треугольника. Между 180° и 900° !
На близком расстоянии сферическая сетка мало чем отличается от ПЛОСКОСТИ. В этом случае, сумма ...
... очень близка к 180°


A
B
C
Например, вот треугольник, который можно материализовать при помощи трёх отрезков эластичной ленты
90°
90°
90°
Треугольник будет с тремя прямыми углами и равносторонним
Треугольник несколько своеобразен, так как занимает восьмую часть поверхности сферы.
А сумма углов: Â+B̂+Ĉ будет равна 270°
!!?!
А вы ещё не всё видели!
Представим теперь треугольник, всегда состоящий из этих эластичных отрезков, в которых мы постоянно раздвигаем вершины. Углы при них будут увеличиваться. А их сумма останется прежней.
N
180°!
Окончательно можно придти к тому выводу, что все три вершины отмечены на экваторе сферы. Углы Â, B̂ и Ĉ стали ПЛОСКИМИ, каждый равен 180°, а их сумма достигает 540° !! ...



Продолжая это движение вершин треугольника в другое полушарие, мы увидим, что они сходятся в точке S, антиподе точки N.
Если бы углы при вершинах сохранили своё изначальное обозначение, то каждый из них превысит 180°! А если точнее, то каждый из них будет равен 360° - 60° = 300°:

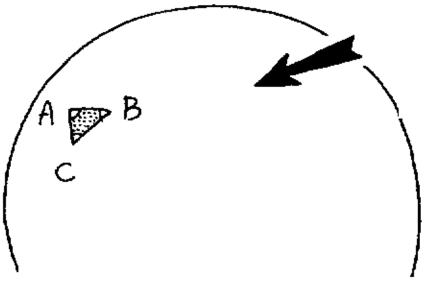
Сумма: 300 × 3 = 900°

Таким образом, на сфере сумма углов треугольника может возрастать от 180° до 900°!

Согласно теореме Гаусса, сумма углов треугольника, начертанного на сфере, будет равна:

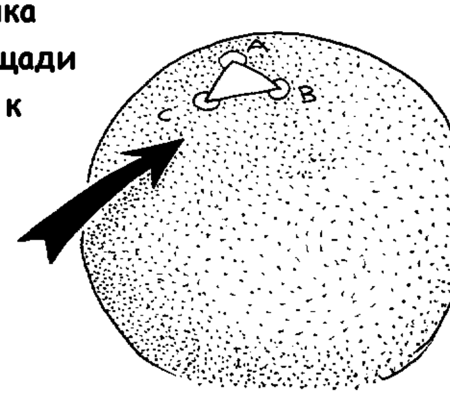
$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180\left(1+\frac{A}{3{,}1416\,R^2}\right) \text{ градусов,}$$

где R - это радиус вышеупомянутой сферы, а A - площадь треугольника.

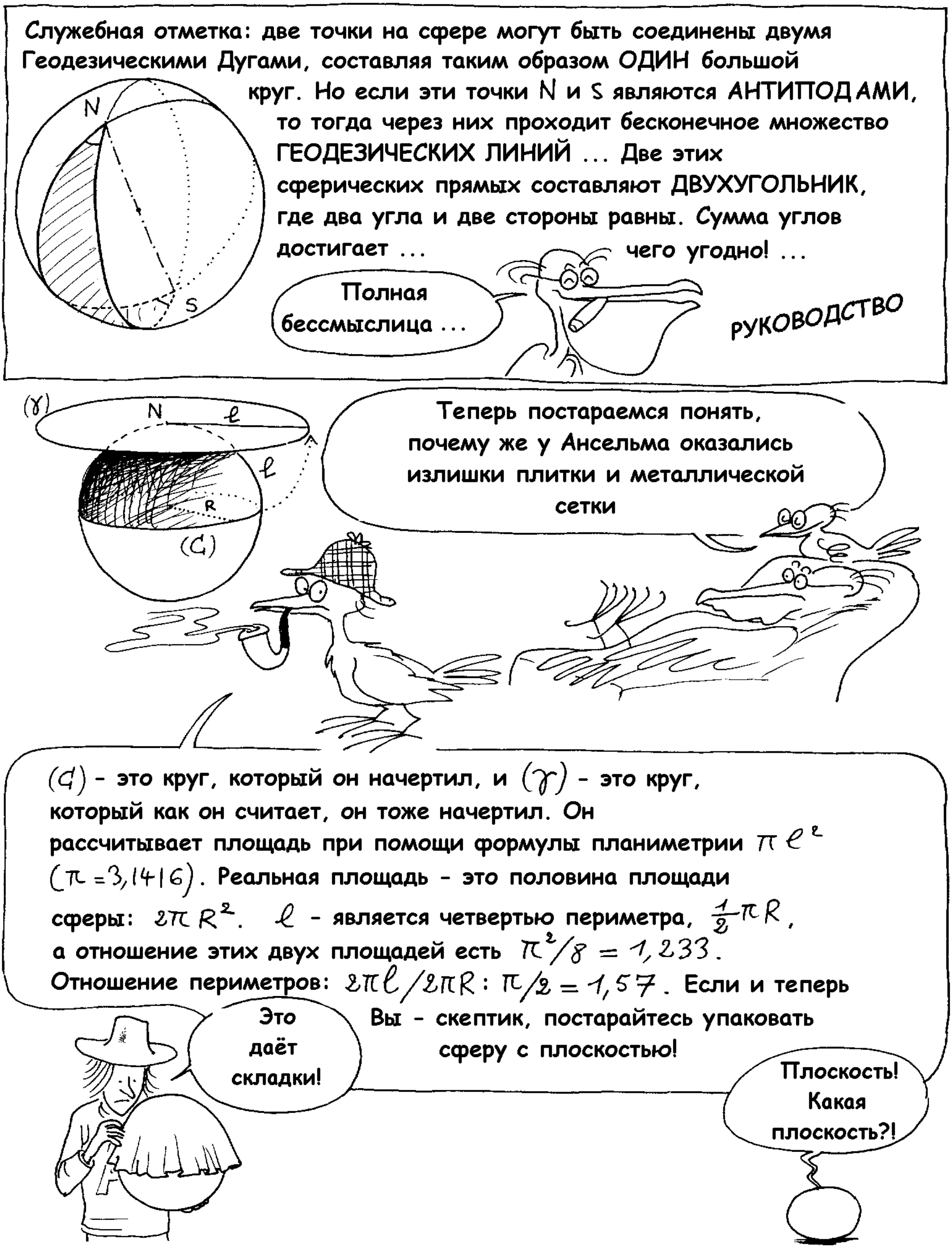


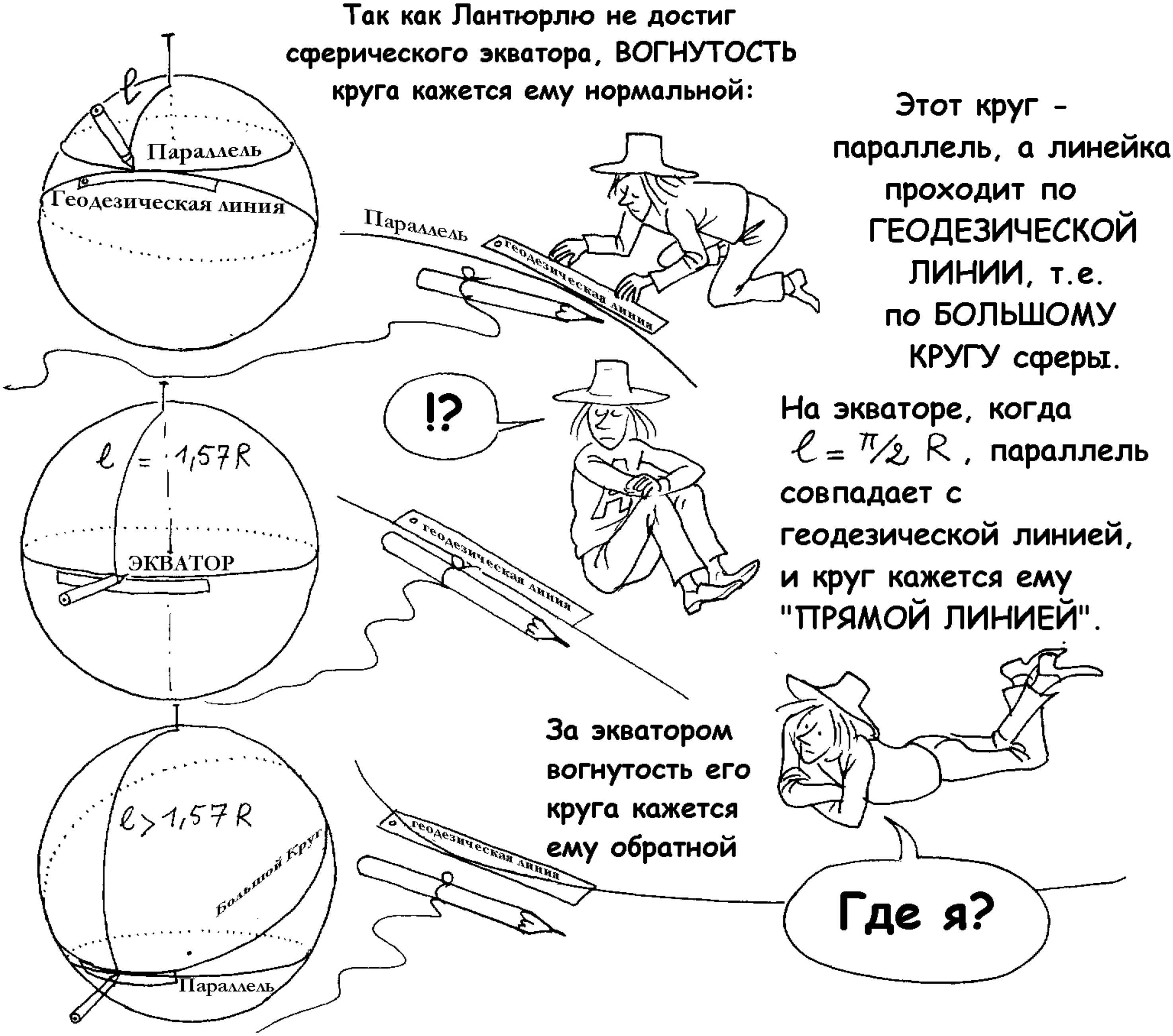
Если площадь треугольника мала (относительно площади сферы), то возвращаемся к Эвклиду

$$(\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°)$$



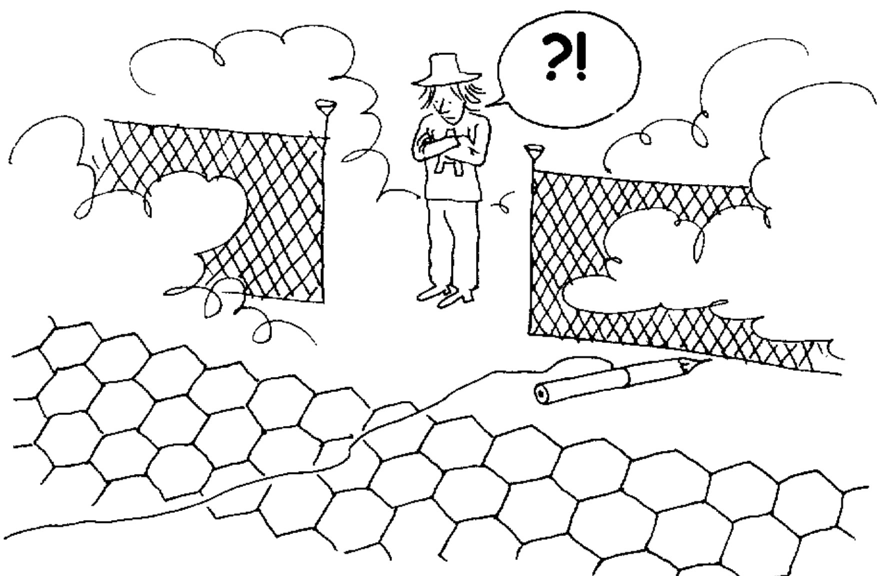
Если же наоборот, треугольник почти что является поверхностью сферы, $(4 \times 3{,}1416 \times R^2)$, то снова попадаем в 900°


Служебная отметка: две точки на сфере могут быть соединены двумя Геодезическими Дугами, составляя таким образом ОДИН большой круг. Но если эти точки N и S являются АНТИПОДАМИ, то тогда через них проходит бесконечное множество ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЛИНИЙ ... Две этих сферических прямых составляют ДВУХУГОЛЬНИК, где два угла и две стороны равны. Сумма углов достигает ... чего угодно! ...
N
S
Полная бессмыслица ...
РУКОВОДСТВО
(γ)
N
ℓ
ℓ
R
(C)
Теперь постараемся понять, почему же у Ансельма оказались излишки плитки и металлической сетки
(C) - это круг, который он начертил, и (γ) - это круг, который как он считает, он тоже начертил. Он рассчитывает площадь при помощи формулы планиметрии $\pi \ell^2$ ($\pi = 3{,}1416$). Реальная площадь - это половина площади сферы: $2\pi R^2$. ℓ - является четвертью периметра, $\frac{1}{2}\pi R$, а отношение этих двух площадей есть $\pi^2/8 = 1{,}233$. Отношение периметров: $2\pi\ell/2\pi R : \pi/2 = 1{,}57$. Если и теперь Вы - скептик, постарайтесь упаковать сферу с плоскостью!
Это даёт складки!
Плоскость! Какая плоскость?!



Эта особенность объясняет, как можно по желанию "войти" или "выйти" из круга, не пересекая его, при условии, что он начерчен на сфере.
Представим этот круг в форме упругого кольца, передвигающегося на бильярдном шарике.

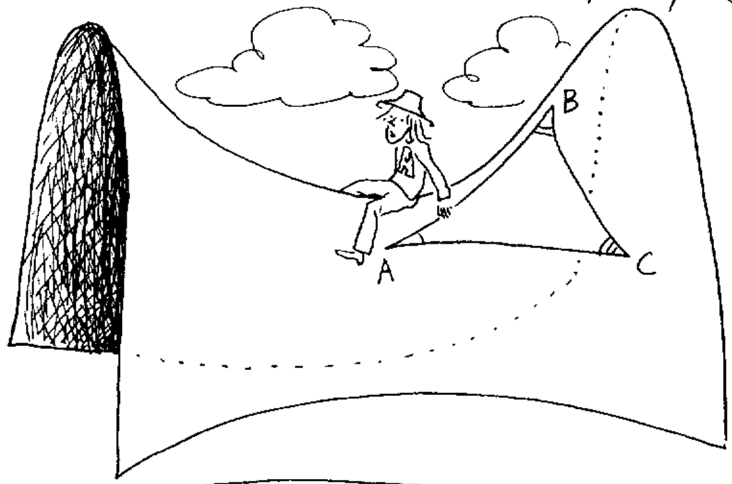

Геометрия сферы
Гаусс
Какое-то время Ансельм усваивал все эти аспекты, открытые математиком Гауссом (1777 - 1855). Он решил отправиться на открытие мира ПОВЕРХНОСТЕЙ:
Хорошо, я имею всё, что нужно: линейку, транспортир, шпагат, деревянный молоток. В дорогу ...
Знать!
Часто ради науки приходится рисковать.
Приземлившись в новом мире, Ансельм заново развернул ГЕОДЕЗИЧЕСКУЮ ЛИНИЮ, но на этот раз:
Чёрт побери, кажется, эта поверхность ни к чему не ведёт!
A
Геодезическая линия не замыкается.
Хорошо, переходим к другому.
При помощи трёх, хорошо натянутых нитей, Ансельм создаёт треугольник, но сумма углов оказывается, на этот раз, ниже 180°

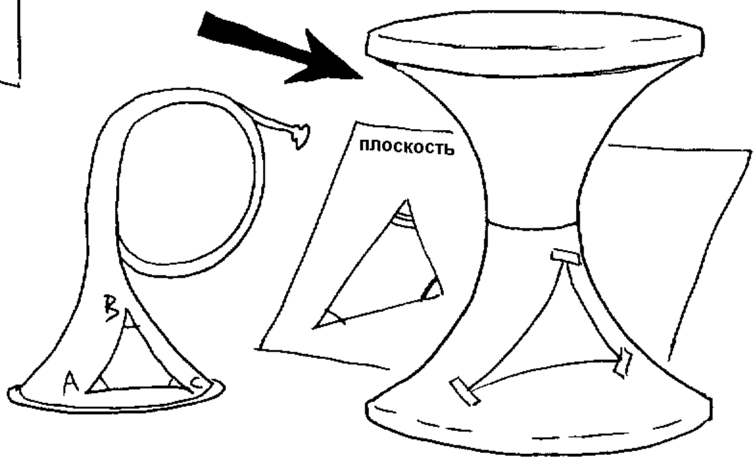


Круг - это всегда совокупность точек, расположенных на одинаковом расстоянии ℓ от фиксированной точки. Лантюрлю отмечает, что круг, начерченный на этой новой поверхности, имеет периметр, ПРЕВЫШАЮЩИЙ $2\pi\ell$, в то время, как его площадь ПРЕВОСХОДИТ $\pi\ell^2$.

Развеем сомнения:

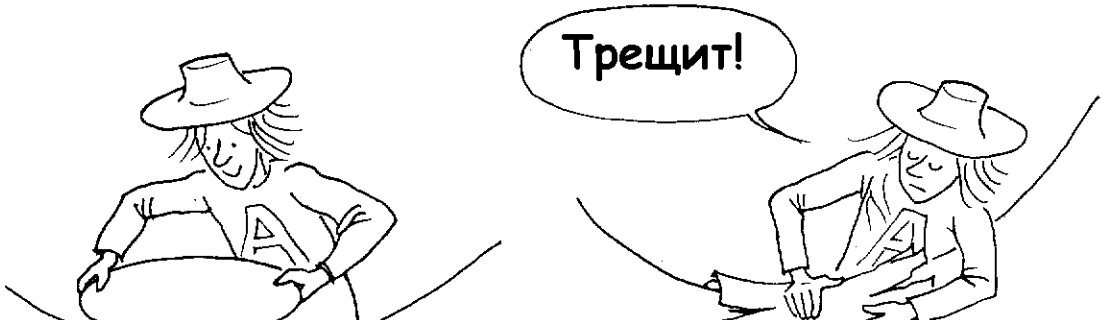
На этот раз поверхность принимает форму горного перевала или седла лошади. Некоторые бытовые предметы также подходят, например: охотничий рожок или же этот табурет



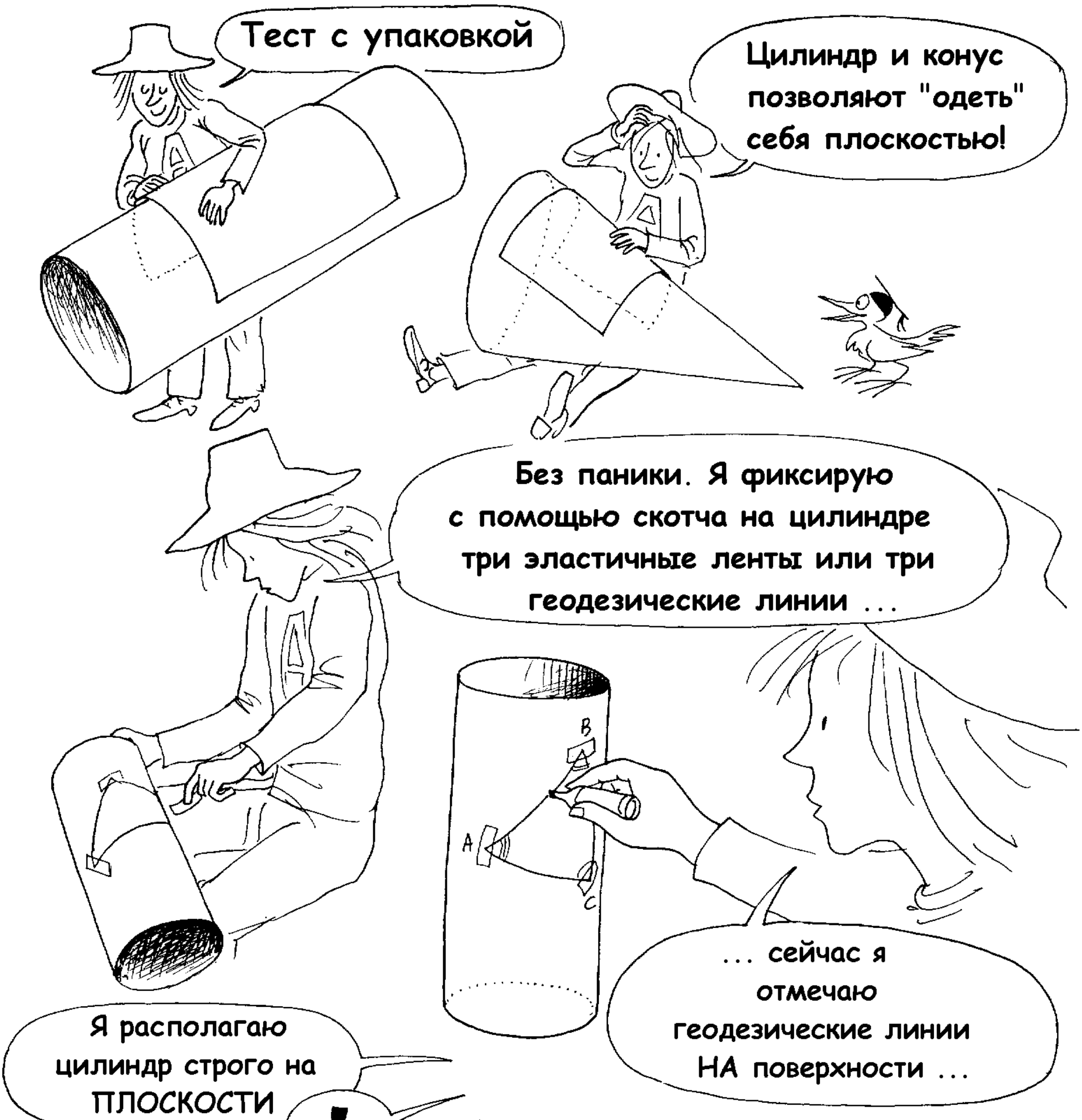


КРИВИЗНА:

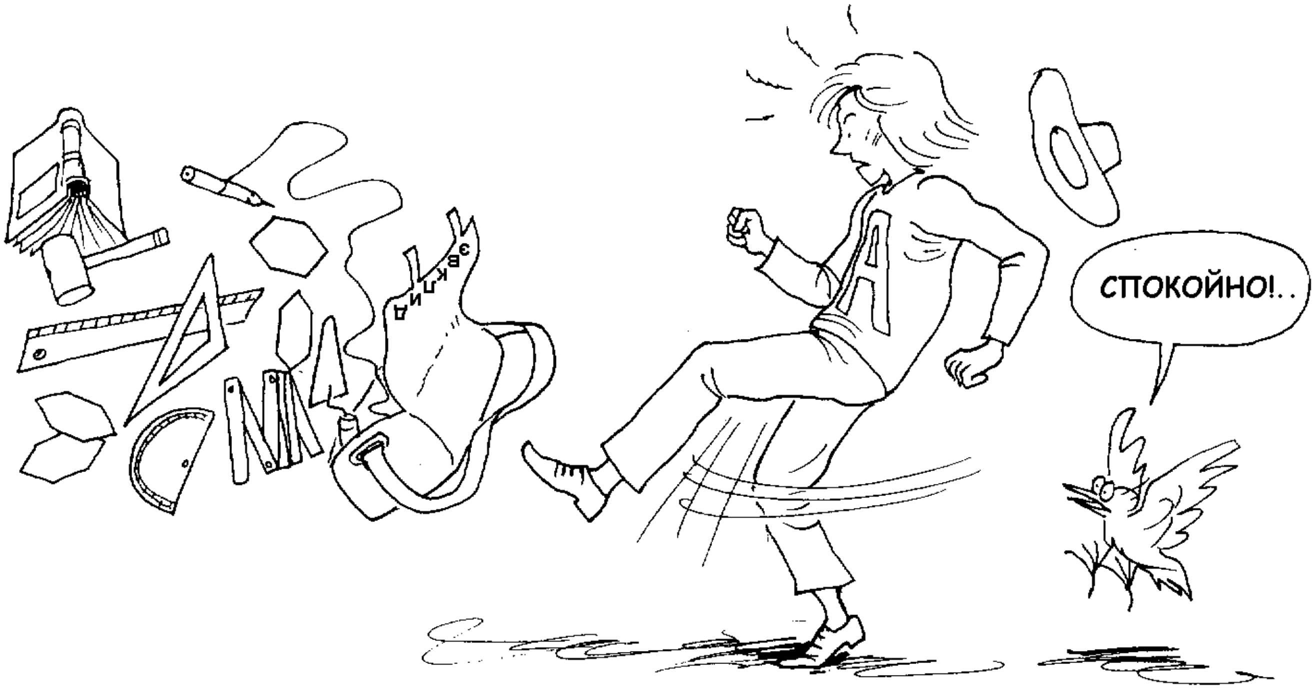
К кривой поверхности нельзя применять теоремы Эвклида. Кривизна бывает положительной и отрицательной.
На поверхности с ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ КРИВИЗНОЙ сумма углов треугольника выше 180°. Круг с радиусом ℓ будет иметь поверхность ниже $\pi \ell^2$ и периметр ниже $2\pi\ell$.
На поверхности с ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ КРИВИЗНОЙ сумма углов треугольника меньше 180°. Круг с радиусом ℓ будет иметь поверхность больше $\pi \ell^2$ и периметр больше $2\pi \ell$.
Внезапно Ансельм установил, что при попытке ОДЕТЬ сферу, т.е. поверхность с положительной кривизной, плоским элементом, появляются складки. Покрытие плоскостью сферы изнутри, т.е. поверхности с отрицательной кривизной, тоже невозможно: появляются трещины. Этот тест с "упаковкой" самый простой для определения положительной или отрицательной кривизны.



Как было сказано на предыдующей странице, поверхность может быть как с положительной, так и с отрицательной кривизной.

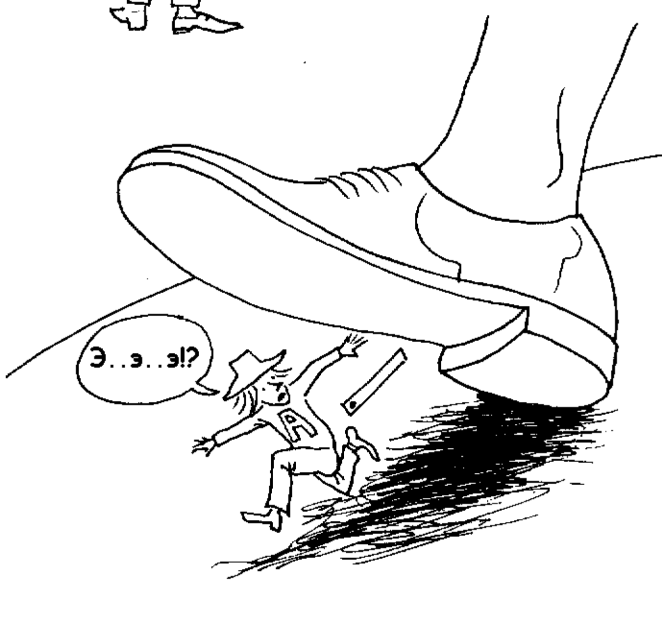


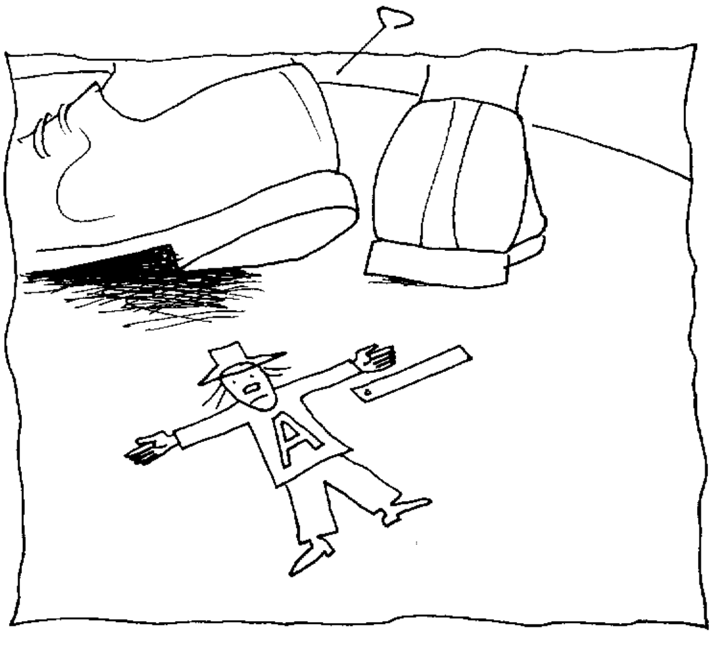
Следуя нашему определению, цилиндры и конусы, подчиняющиеся геометрии ЭВКЛИДА, являются ПЛОСКИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ!!!



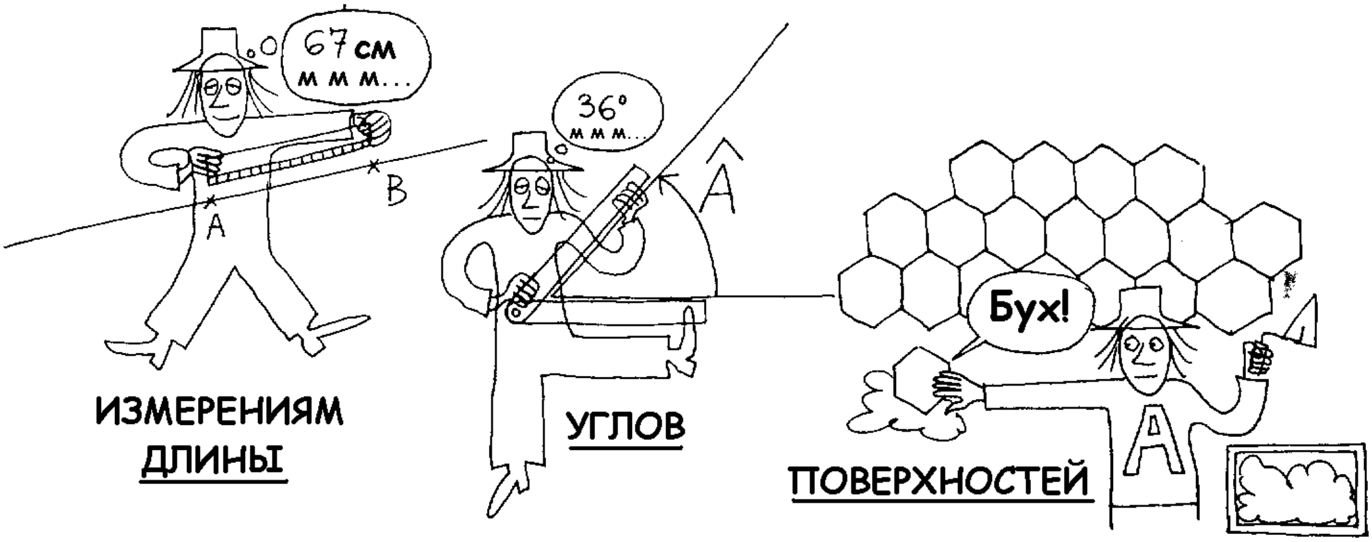
ПОНЯТИЕ ПРОСТРАНСТВА:

Внезапно облака помешали Ансельму видеть дальше своего носа ... Иначе он смог бы наблюдать КРИВИЗНУ своего СФЕРИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА.
И ещё кое-что помешало Лантюрлю видеть эту КРИВИЗНУ: это состояние принадлежности той поверхности, на которой он НАХОДИЛСЯ.





Отметим, что эта новая ситуация нисколько не препятствует:



Хотя он и был включен в поверхность, Ансельм смог хорошо определять кривизну и её знак (положительный или отрицательный), и даже измерять, не ВИДЯ её.

При сумме углов треугольника 180° эта поверхность ПЛОСКАЯ.

Если сумма превышает 180°, то кривизна положительная, и Ансельм может вычислить радиус кривизны R по формуле: $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C} = 180\left(1+\frac{A}{3{,}14 R^2}\right)$, где A - площадь треугольника.

Если сумма ниже 180°, можно определить радиус кривизны R по формуле: $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C} = 180\left(1-\frac{A}{3{,}14 R^2}\right)$, но это уже больше не будет иметь обычного физического смысла.

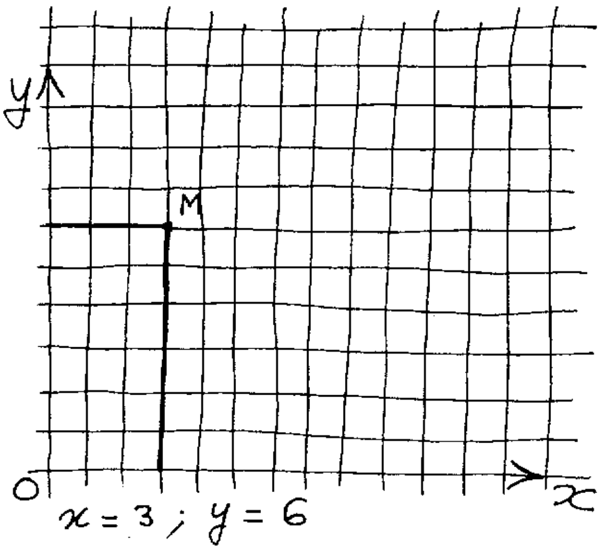
Необходимо отметить, что ПЛОСКОСТЬ может быть уподоблена поверхности, имеющей бесконечный радиус кривизны R.

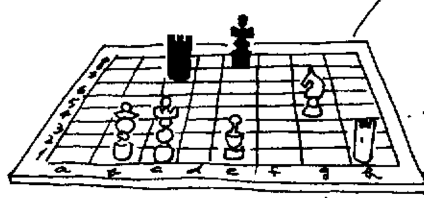
Тогда мы снова обретём все теоремы Эвклида.

ПОНЯТИЕ РАЗМЕРНОСТИ пространства

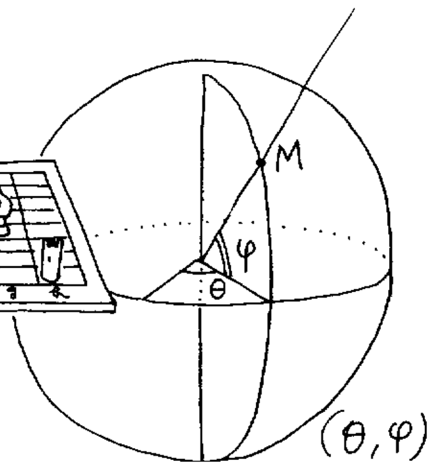
Число измерений - это просто число координат, которое необходимо задать в каком-либо пространстве, чтобы там охарактеризовать ТОЧКУ.

ПОВЕРХНОСТИ являются примерами двухмерного пространства. Для ориентирования используют длины, числа, углы ...



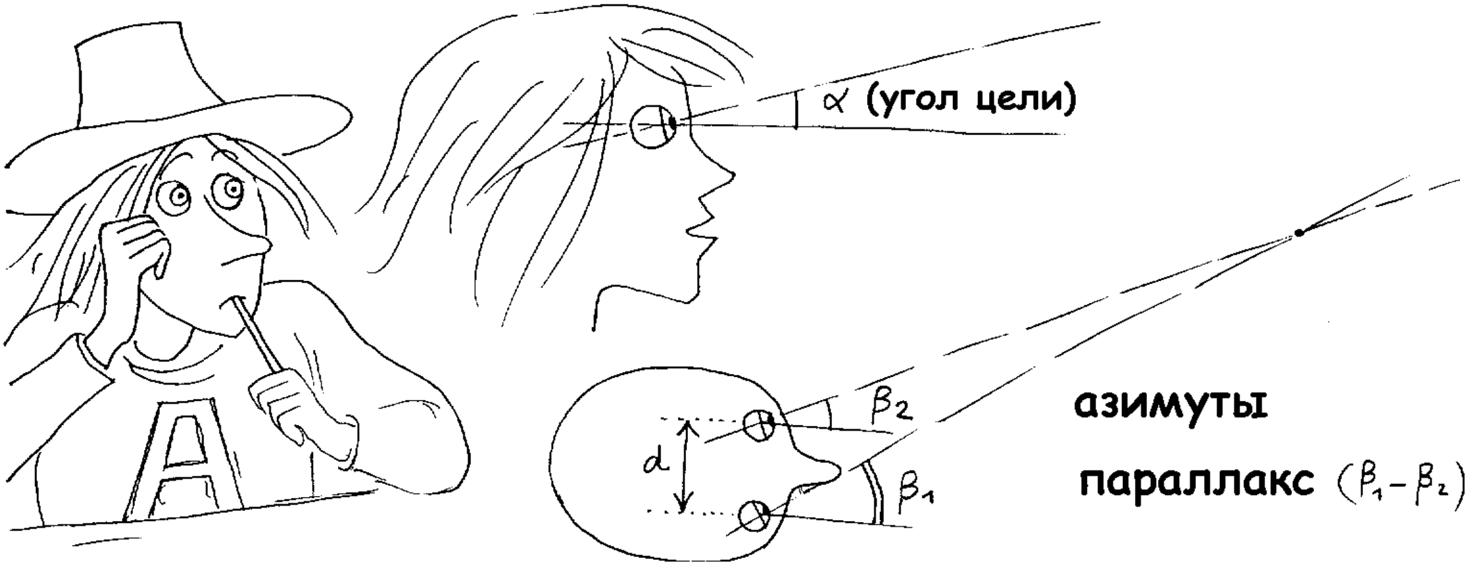


Конь на g4

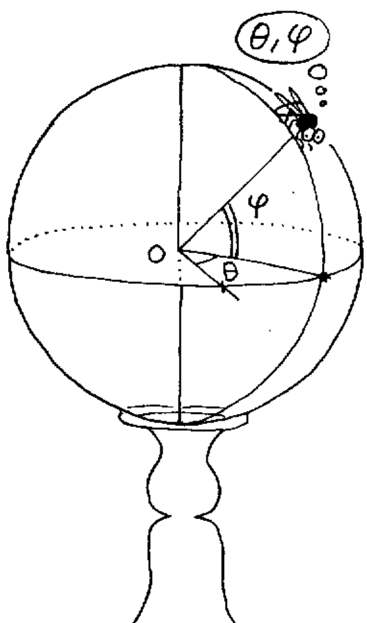


Долгота, широта

Мы привыкли к тому, что если исключить время, то наше пространство - трёхмерное.



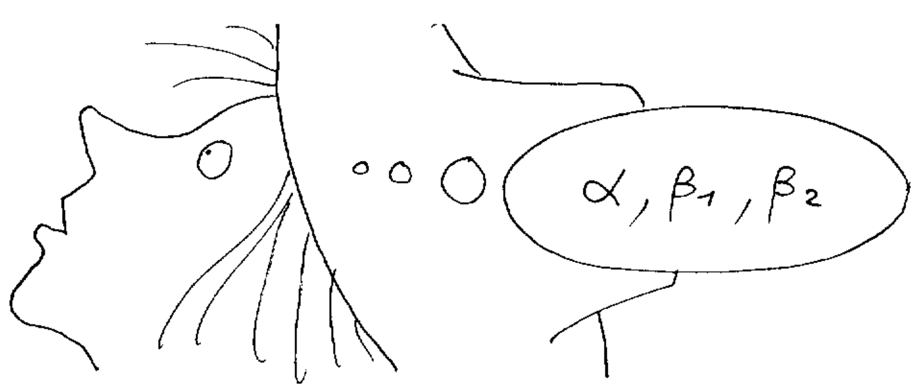
Ансельм ориентирует предметы относительно своего тела, своей черепной коробки. Расположение точечного объекта определяется при помощи трёх УГЛОВ: угла цели и азимутальных углов своих двух глаз β_1 и β_2. Угловая разность $\beta_1 - \beta_2$ называется параллаксом. Мозг Ансельма осуществляет дешифровку, которая преобразует этот параллакс в расстояние.

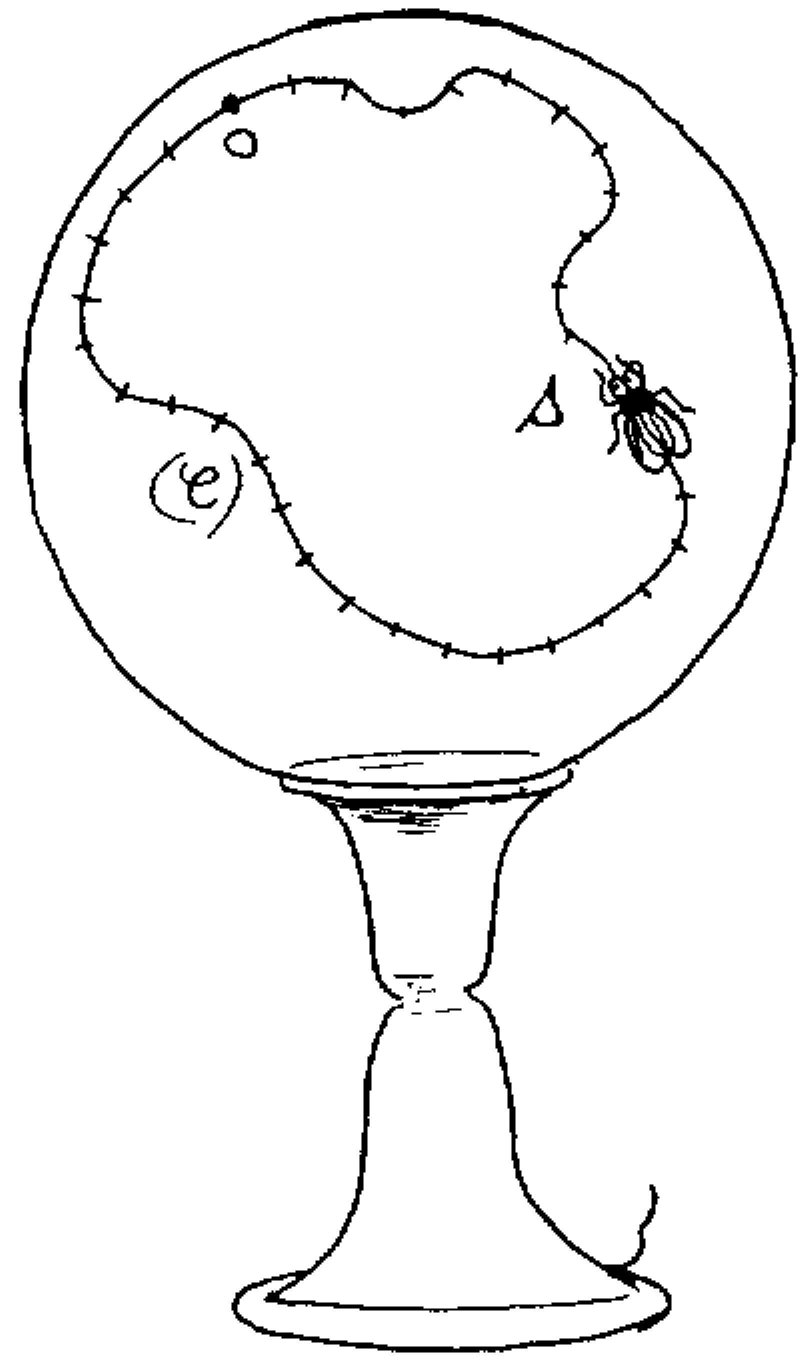


ПОГРУЖЕНИЕ:

Но расположение мухи на сферическом глобусе лампы в этом двухмерном пространстве определяется двумя углами θ и φ (долгота и широта)

То есть скажем, что это двухмерное пространство ПОГРУЖЕНО в наше трёхмерное.

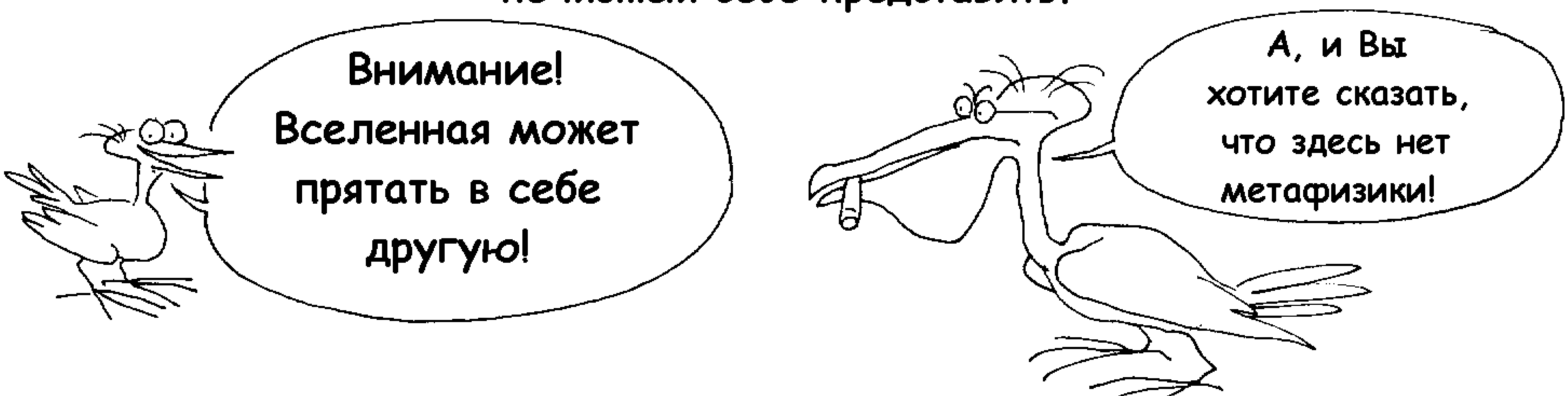


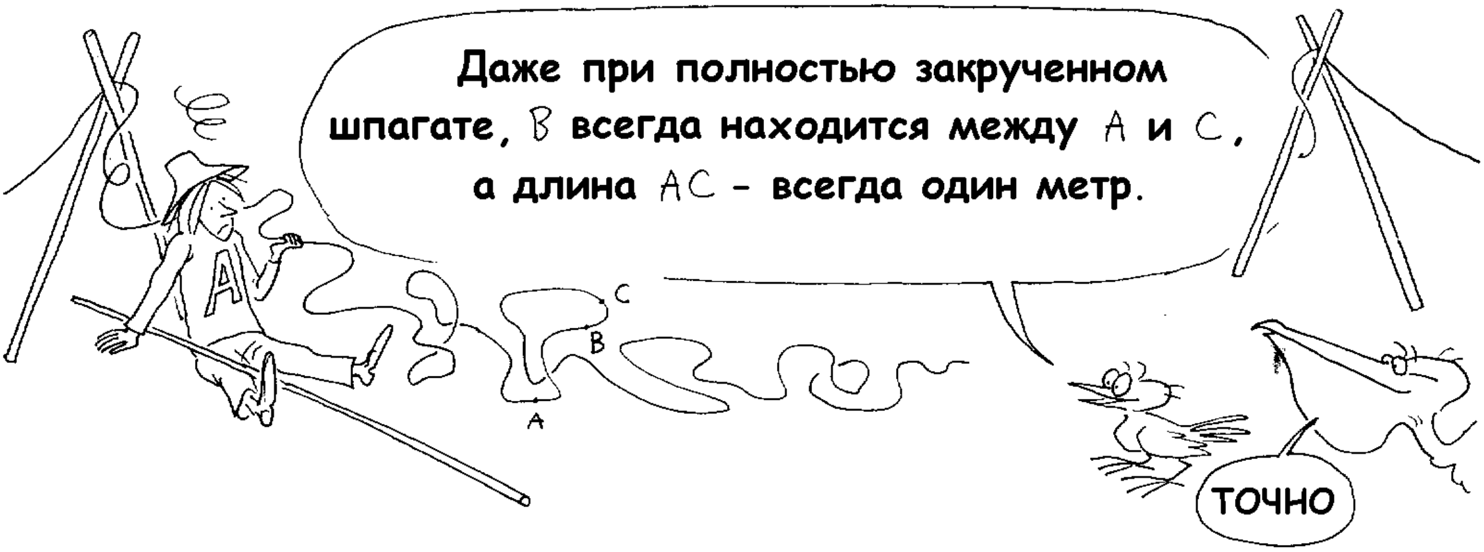


Предположим, что муха следует по кривой $(\mathscr{C})$ на сфере. Её положение определяется только одной координатой (дистанцией Δ от начальной точки, вычисленной по законам алгебры). Кривая - это пример ОДНОМЕРНОГО пространства.

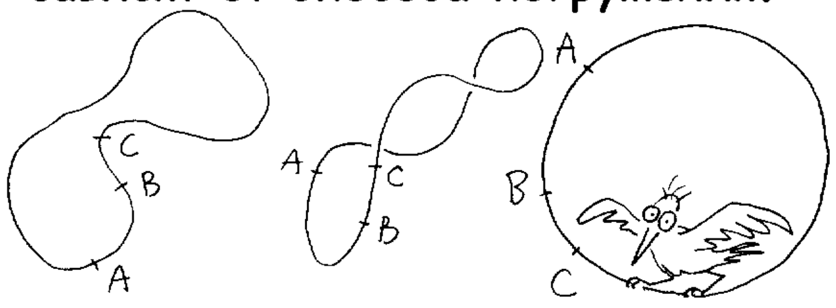
Это одномерное пространство погружено в двухмерное (сферу), а оно, в свою очередь, в трёхмерное.

Так что пространство, где мы развиваемся, может быть погружено в пространство с большим числом измерений, чего мы даже не можем себе представить.





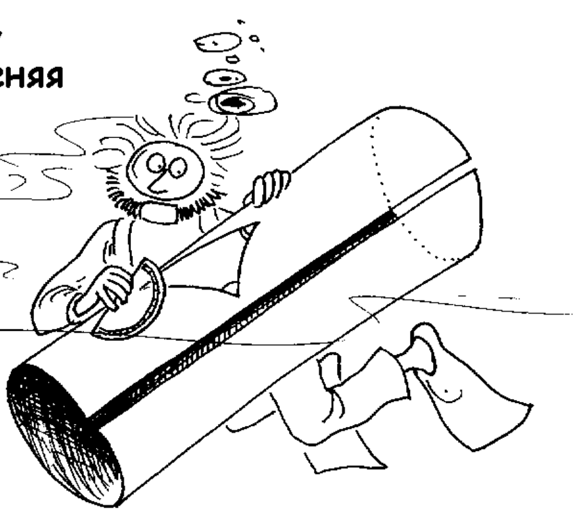
Это приводит к мысли о том, что некоторые свойства не зависят от способа погружения.



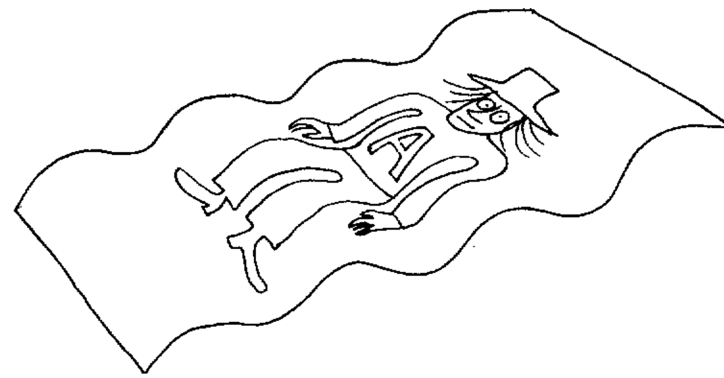
Вот различные способы ПОГРУЖЕНИЯ ЗАМКНУТОЙ КРИВОЙ в обычное пространство. Это свойство ЗАМКНУТОСТИ не зависит от погружения.

Но мы остереглись вытянуть или сократить шпагат, чтобы не изменить ДЛИНУ между последующими точками. И теперь ПОГРУЗИМ ПОВЕРХНОСТИ в обычное трёхмерное пространство.

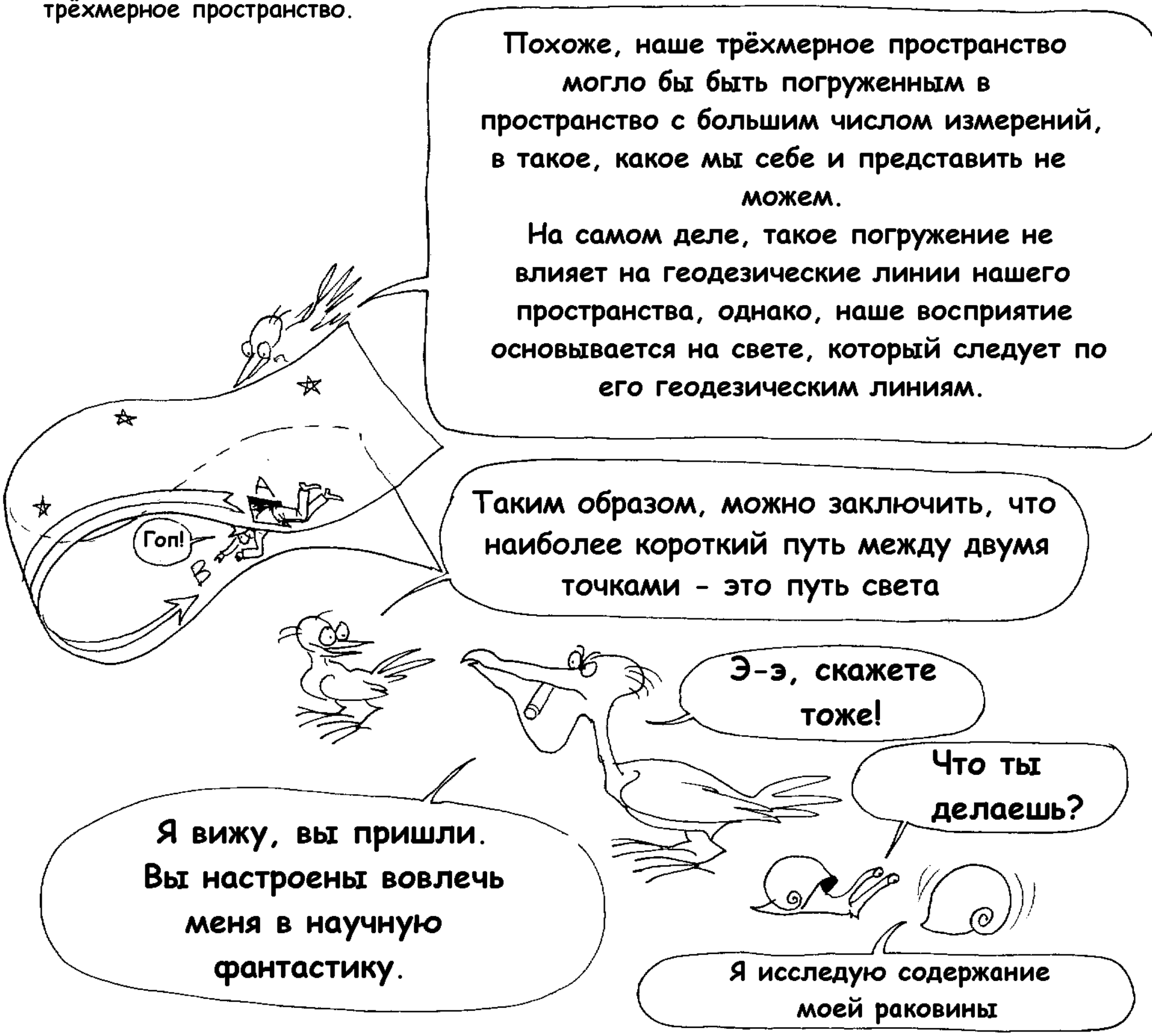
При ПОГРУЖЕНИИ ПЛОСКОСТИ в обычное трёхмерное пространство можно её перемещать, поворачивать, не изменяя её ГЕОМЕТРИИ



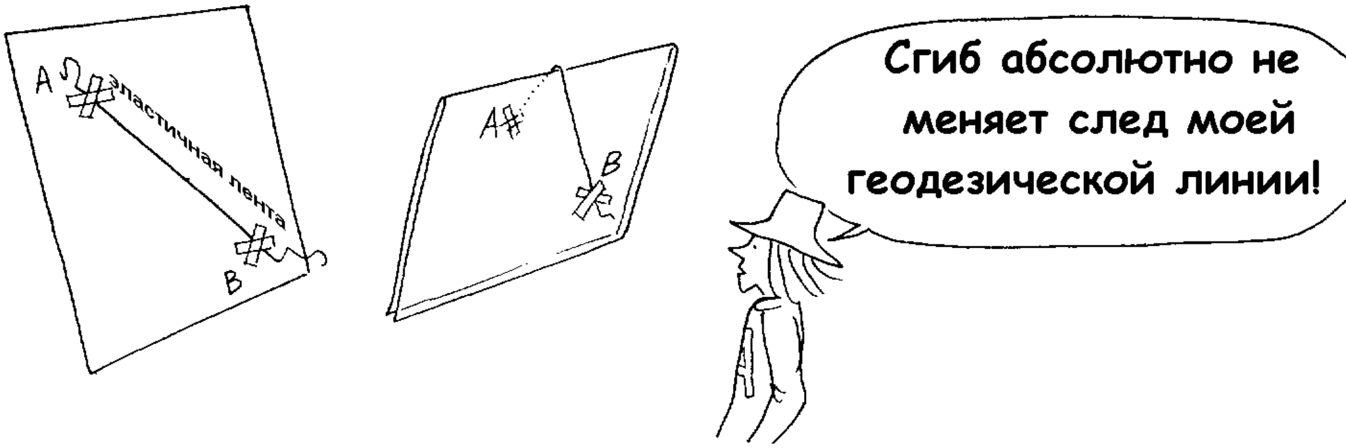
Мы увидели, что деформация плоскости в форму цилиндра не изменила ни геодезических линий, ни углов.
С этой точки зрения гофрированное железо всегда имеет геометрию ПЛОСКОСТИ, иначе говоря, геометрию ЭВКЛИДА.



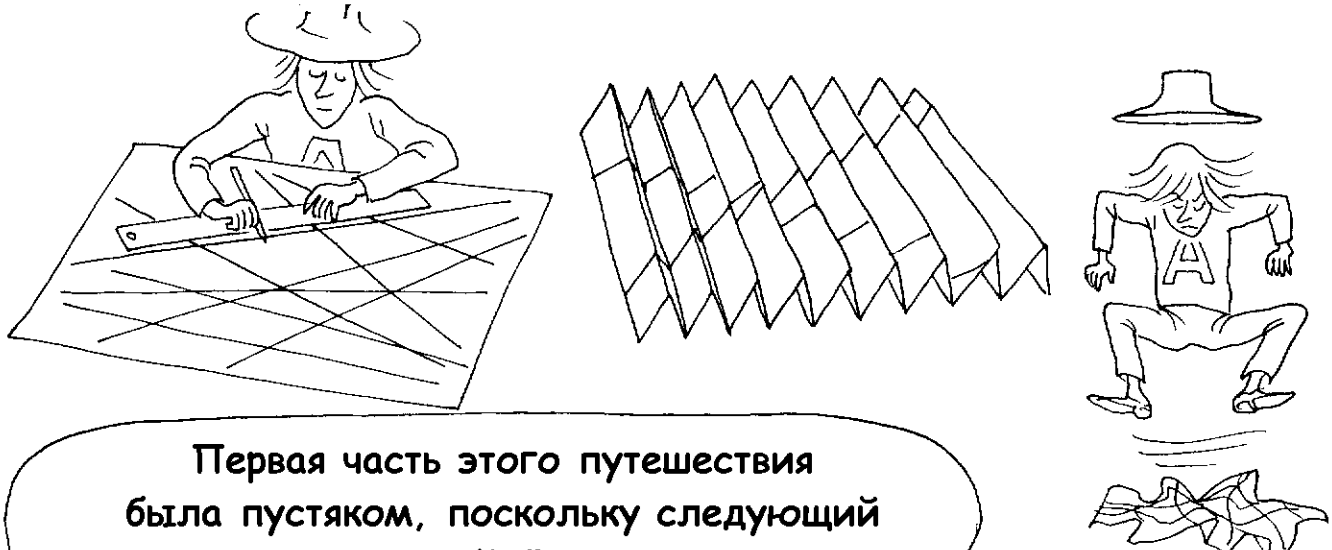
Житель такого двухмерного Эвклидова пространства не имеет никакого представления ни о перемещениях, ни о вращениях, ни о волнообразных движениях, которые являются не чем иным, как вариантами способа погружения в трёхмерное пространство.



Возьмём элемент плоскости и согнём его:



На листе бумаги при помощи линейки начертите полный набор из прямых, из геодезических линий, потом сомните лист. Со складками, или без складок, но у Вас перед глазами постоянно будут геодезические линии поверхности.




Месье Лантюрлю?
Разумеется
Я представитель Общества Эвклида и К° . Мы знаем, что у Вас ... э ... э ... некоторые затруднения с нашим материалом.
ЭВКЛИД и К°
У меня есть новые вещи, которые на этот раз Вас полностью удовлетворят.
Покажите
Будущее за трёхмерным пространством. Посмотрите, геометрия двухмерного пространства немного ... миновала
космический газ
пространственный тест
Всё необходимое для наших геодезических линий ...
состоит из твёрдых стержней, без зазоров помещаемых друг в друга
которое не позволит Вам отступить ни вправо, ни влево, ни выше, ни ниже, а разрешит идти только ВСЕГДА ПРЯМО!

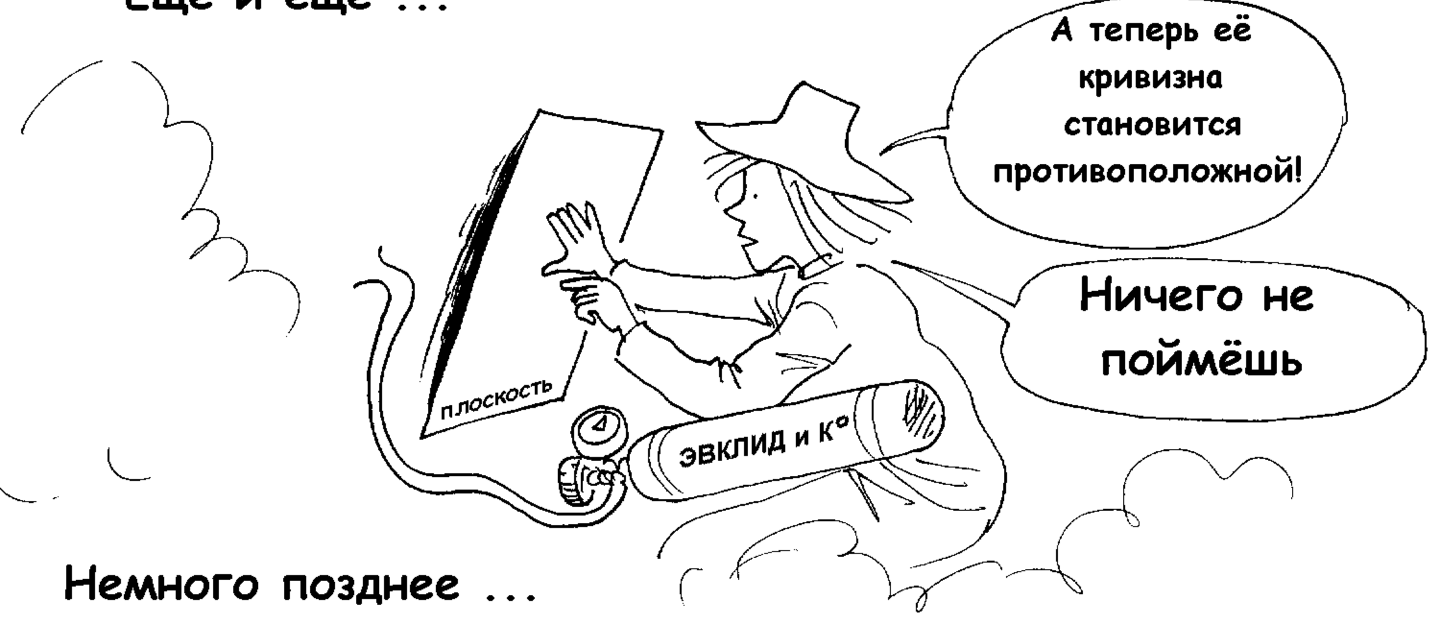

Рисование поможет измерить поверхность. Для точности - сто граммов на квадратный метр.
хитроумно
Для измерения объёмов наполняйте их газом. Вы увидите их величину на дебиметре АППАРАТА ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТЕСТА
Помните: поверхность сферы: $4\pi \ell^2$, объём: $\frac{4}{3}\pi \ell^3$
ПОНЯТНО
ЭВКЛИД & К°
Какая служба!
Ансельм приземлился на этот раз в трёхмерном пространстве, и мы пойдём за ним в его исследовании


Хороший материал. Длина этих стержней - ровно метр
Но после расположения большого количества стержней ...
Так и есть, всё начинается будто заново!
Моя геодезическая линия замыкается на себе!
Закрытое трёхмерное пространство?
Это конец всему
Ансельм, остановившись, чтобы перекусить на астероиде, решил вернуться к способу измерения углов.
В любое время я воспользуюсь тремя ГЕОДЕЗИЧЕСКИМИ ЛИНИЯМИ для создания ТРЕУГОЛЬНИКА
ЭВКЛИД и Ко


?!?
Мои геодезические линии надлежащим образом соединены, но тем не менее, сумма трёх углов выше 180° !!
Хорошо ...
Сфера с радиусом ℓ - это совокупность точек, расположенных на расстоянии ℓ от зафиксированной (начальной) точки, которую я назову N
ФСHHHHHHHH
Я сейчас изготовлю её, измерю объём и поверхность
Поверхность меньше $4\pi\ell^2$
Вот уже и объём ниже $\frac{4}{3}\pi\ell^3$!
Я ещё получу

Ансельм ещё увеличивает радиус ℓ сферы

Ещё и ещё ...

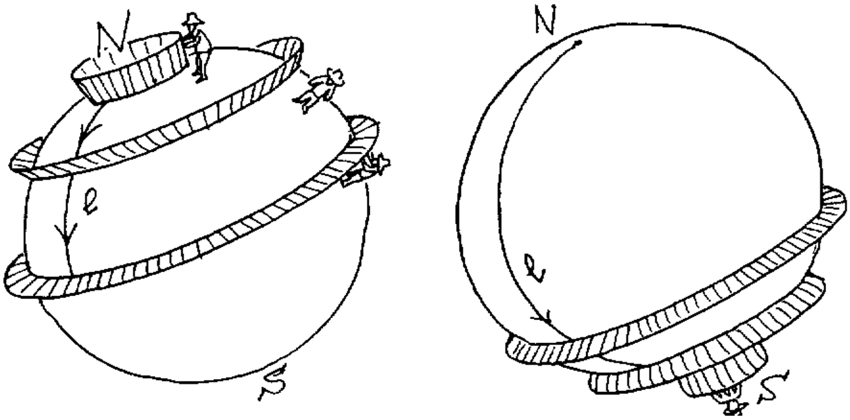


Немного позднее ...

Таким образом, просто накачав баллон в трёхмерном пространстве, Лантюрлю сам оказался в конце концов ... ВНУТРИ!
Если бы он вовремя не отделил баллон, то он бы погибнул, разбившись, и это было бы похоже на его заключение, см. стр. 13

Даже при самом сильном желании теперь уже нельзя УВИДЕТЬ КРИВИЗНУ этого трёхмерного пространства.
Его геодезические линии замкнулись, а объём составляет только КОНЕЧНОЕ число кубических метров, также как и поверхность нашей планеты замкнута и имеет КОНЕЧНОЕ число квадратных метров.
Сумма углов треугольника в этом трёхмерном пространстве выше 180° . Чтобы "ВИДЕТЬ" его кривизну, необходимо обладать способностью воспринимать четыре измерения

Можно всегда себе говорить, что наше трёхмерное ПРОСТРАНСТВО - это ГИПЕРПОВЕРХНОСТЬ, погруженная в четырёхмерное пространство, а оно, в свою очередь, может быть гиперповерхностью, погруженной в пятимерное пространство и т.д. ... Но в наши дни не принято говорить о подобных вещах.

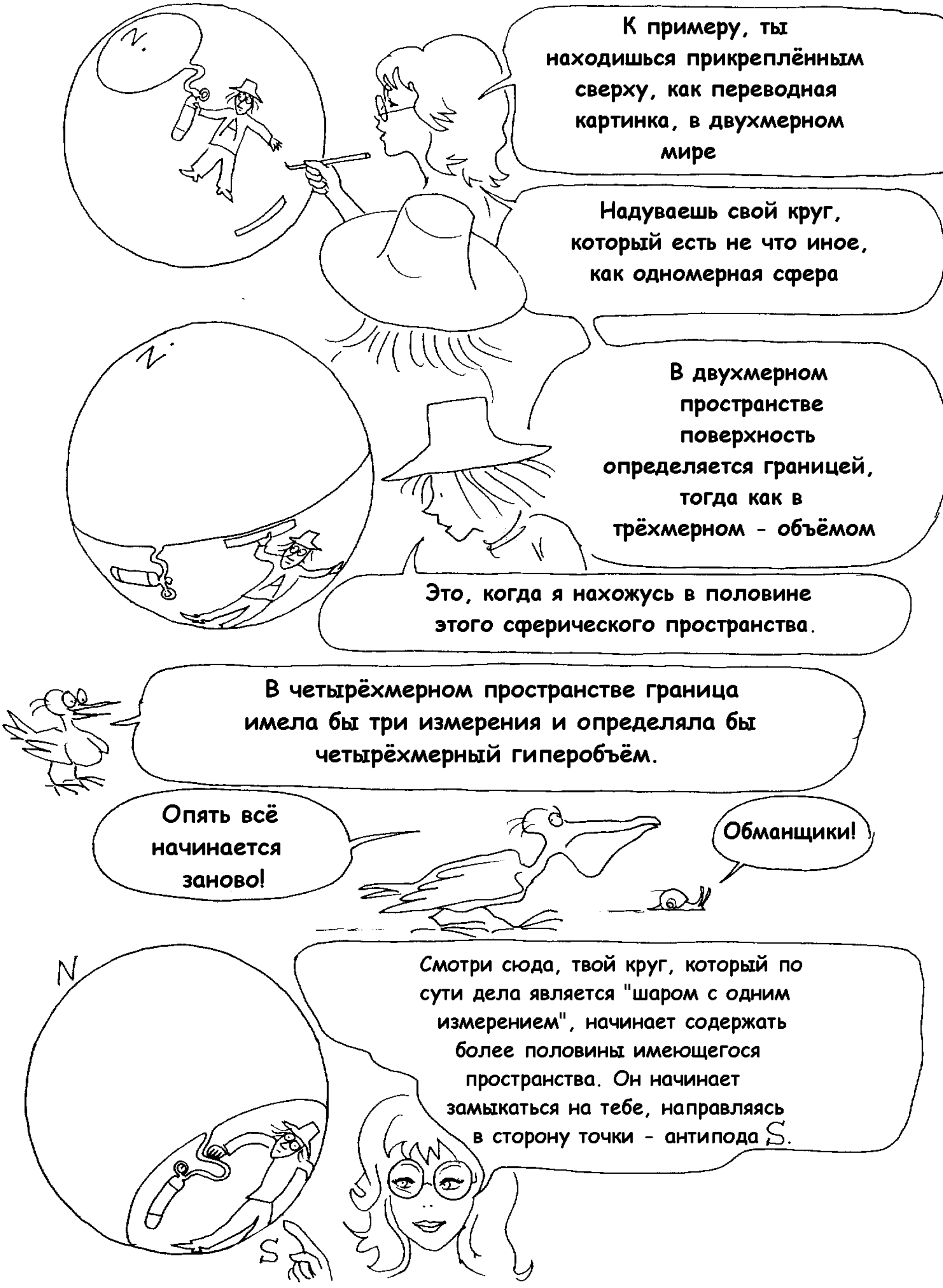


Находясь на сфере и увеличивая радиус ℓ своей области, Лантюрлю оказался в точке S', антиподе точки N, центра своего круга и задохнулся в этой темнице, созданной им самим.

То же самое в трёхмерном пространстве - кривизна положительная. В двухмерном пространстве сферы Ансельм встретился с ЭКВАТОРОМ, когда он закрыл у неё половину имевшейся площади поверхности.
Существует также ЭКВАТОР трёхмерного ГИПЕРСФЕРИЧЕСКОГО пространства.
Ансельм находится здесь, т.к. его баллон занимает половину имеющегося объёма. На сфере круг экватора показался ему ПРЯМОЙ линией. Также в гиперсферическом пространстве "шар экватора" покажется ему ПЛОСКОСТЬЮ.
Далее за экватором ВОГНУТОСТЬ шара становится противоположной, и он автоматически центрируется на точке S', - антиподе точки N, центра шара.

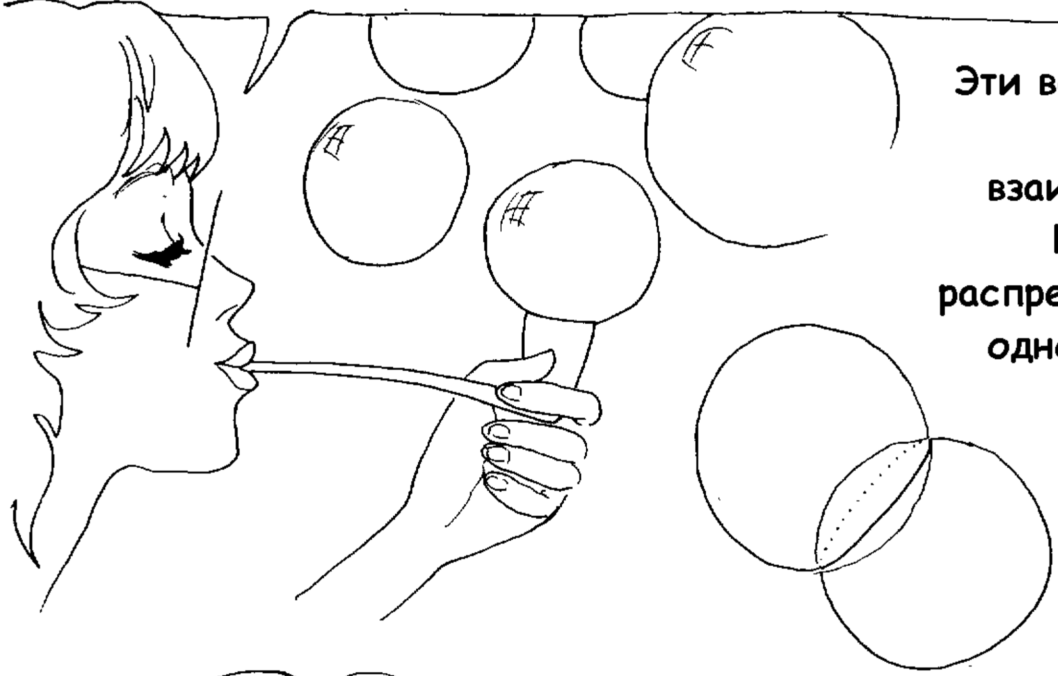

ПРОБЛЕМЫ?
То есть, э - э ... всё путается в моей голове.
Меня зовут Софи. Изучение кривизны во всех её аспектах, это моя специализация.
Навигация в гиперсферах всегда сначала застаёт врасплох. Необходимо избегать замыкания в них. Этим занимаются постепенно.
Итак...
Я немного потерял нить ...


Но где ЦЕНТР этой гиперсферы?
Если я нарисую круг на ПЛОСКОСТИ, это хорошо согласуется с представлением об одномерном замкнутом пространстве, ПОГРУЖЕННОМ в двухмерное пространство: ПЛОСКОСТЬ
А центр круга НАХОДИТСЯ НЕ на круге
м м м ...
Сфера является замкнутым ДВУХМЕРНЫМ пространством, ПОГРУЖЕННОМ в трёхмерное пространство. Центр сферы больше НЕ НАХОДИТСЯ на ней. Он - в трёхмерном пространстве.
Центр трёхмерного гиперсферического пространства может находиться в четырёхмерном пространстве, как бы быть ПОГРУЖЕННЫМ в него. И далее ... Таким образом, центр четырёхмерного пространства гиперсферы будет в пятимерном пространстве и т.д. ...

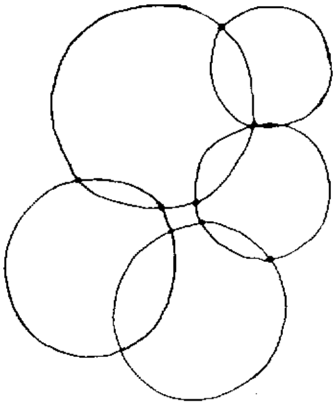

К примеру, ты находишься прикреплённым сверху, как переводная картинка, в двухмерном мире
Надуваешь свой круг, который есть не что иное, как одномерная сфера
В двухмерном пространстве поверхность определяется границей, тогда как в трёхмерном - объёмом
Это, когда я нахожусь в половине этого сферического пространства.
В четырёхмерном пространстве граница имела бы три измерения и определяла бы четырёхмерный гиперобъём.
Опять всё начинается заново!
Обманщики!
Смотри сюда, твой круг, который по сути дела является "шаром с одним измерением", начинает содержать более половины имеющегося пространства. Он начинает замыкаться на тебе, направляясь в сторону точки - антипода S.
N
S


В моём трёхмерном кривом пространстве при заполнении более половины общего объёма, шар замыкается на мне, направляясь в точку - антипод.
Я ПОНЯЛ!
Так как сфера в этом трёхмерном кривом пространстве, очевидно, имеет два противоположных центра.
?!!?
Наконец, я точно не знаю, что понял, но есть ощущение, что всё-таки понял что-то
Какой ужас!
Да нет же, Ансельм, при наличии более трёх измерений, ПОНЯТЬ - ЗНАЧИТ, ЭКСТРАПОЛИРОВАТЬ
Я экстраполирую, сам не зная того
Рисунок, который Вы сделаете ...
... в Вашей голове!

Сейчас я воспринимаю трёхмерное пространство, куда помещаю двухмерные сферы в виде скопления маленьких двухмерных вселенных.



Эти вселенные обладают способностью взаимопроникновения. Их общие точки распределяются по кругам, одномерным объектам.



Круги, одномерные объекты, расположенные на листе бумаги (2 измерения), разбиваются на ТОЧКИ. (Принято говорить, что ТОЧКА имеет нулевую размерность.)

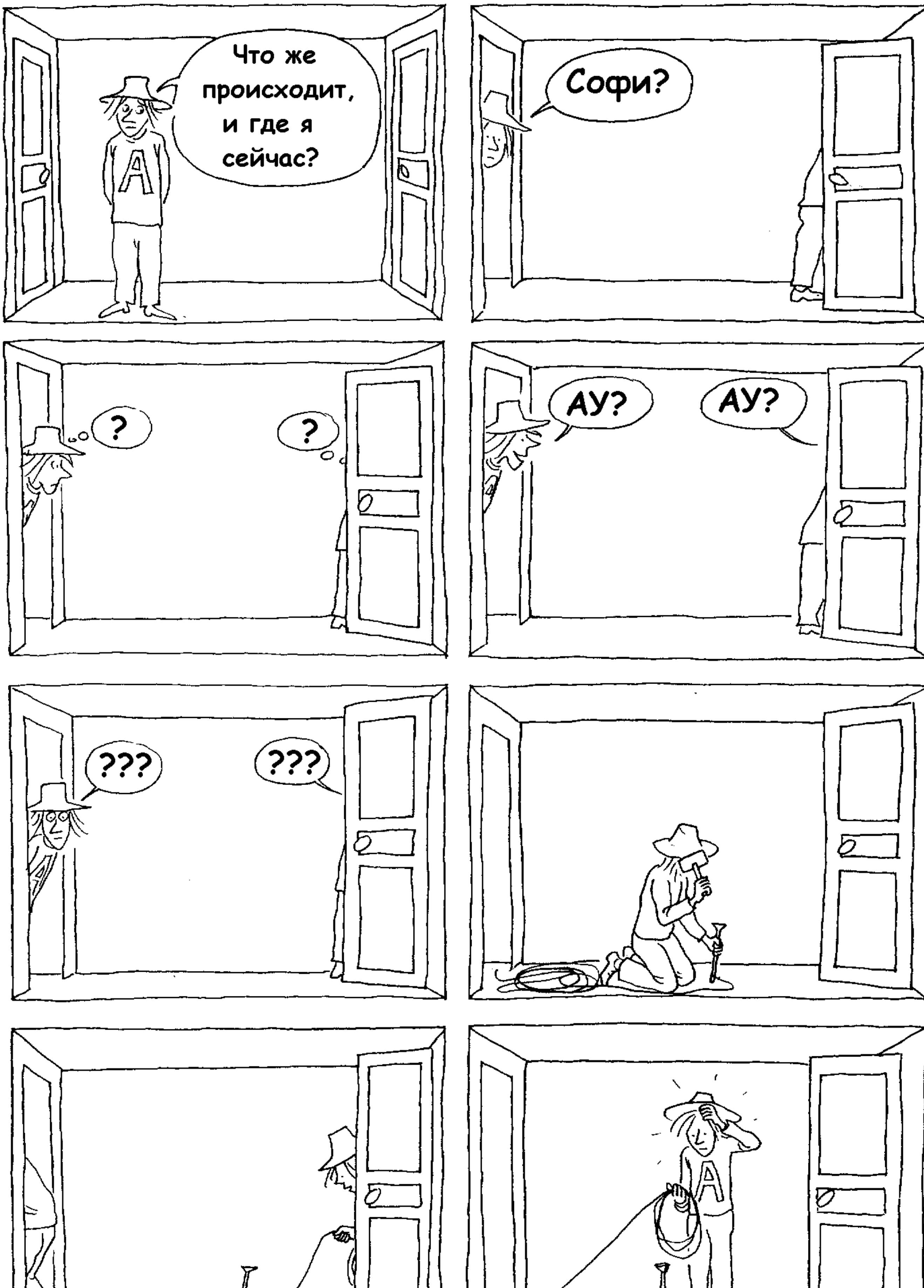
Тогда сферу можно рассматривать как пересечение двух трёхмерных "пузырей", переходящих в четырёхмерное пространство.

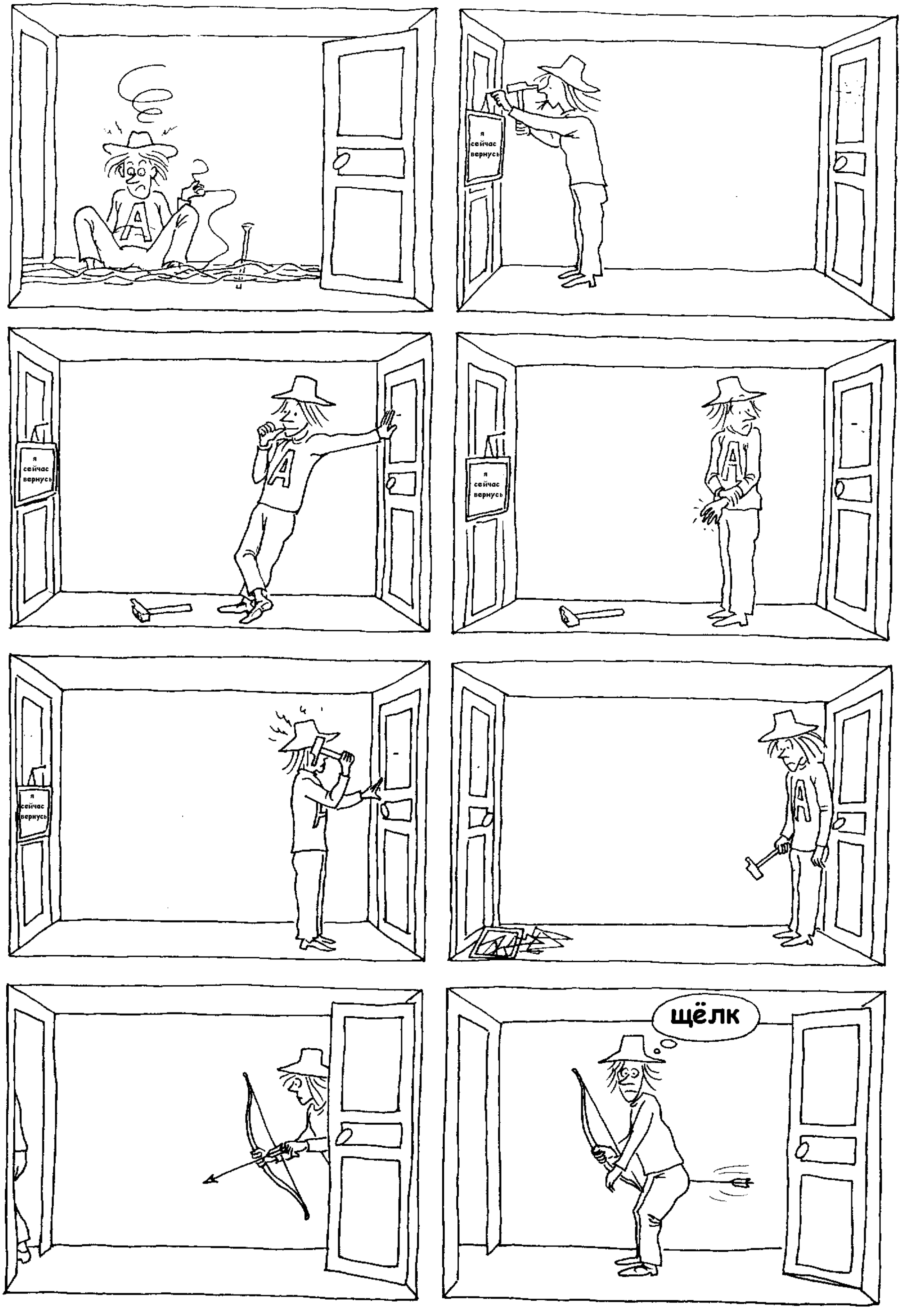
И такое вот заключение: кривое трёхмерное пространство гиперсферы может быть охарактеризовано как пересечение двух четырёхмерных мыльных пузырей, переходящих в пятимерное пространство.

Испытав головокружение от экстраполяции, Ансельм и Софи заново предприняли исследование новых трёхмерных миров.
Математические науки являются не чем иным, как только математикой
Видишь ли, это трёхмерный скотч для геодезических линий. Липкая часть, очевидно, в конце ...
Надо же, в этом пространстве геодезические линии не имеют такого вида, чтобы замыкаться. И когда я надуваю шар ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТЕСТА, то полученный объём выше $\frac{4}{3}\pi \ell^3$, тогда как поверхность выше $4\pi \ell^2$. Что касается суммы углов треугольника, то на этот раз она ниже 180° .
Вспомни, так же, как и на стр. 23, ты снова находишься в пространстве с ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ кривизной.


РЕЗЮМЕ:
Ты знаешь, что в трёхмерных пространствах может многое происходить. Это относится и к поверхностям, которые являются двухмерными пространствами. Таким образом, если сумма углов ТРЕУГОЛЬНИКА в трёхмерном пространстве превышает 180°, то мы говорим, что кривизна положительна. Создав здесь сферу с радиусом ℓ, с помощью ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТЕСТА ты обнаружишь, что объём меньше, чем $\frac{4}{3}\pi \ell^3$, и поверхность меньше, чем $4\pi \ell^2$. Это пространство, называемое ГИПЕРСФЕРИЧЕСКИМ, замкнётся само на себе. Если сумма углов треугольника в трёхмерном пространстве ниже 180°, то кривизна будет отрицательной. Объём сферы с радиусом ℓ будет выше $\frac{4}{3}\pi \ell^3$, и поверность выше $4\pi \ell^2$.
У этого пространства будет бесконечное расширение.
Но при сумме углов в 180° это - попросту Эвклидово пространство.
И всё это происходит здесь!

НЕОБХОДИМО,ЧТОБЫ ПРОСТРАНСТВО БЫЛО ОТКРЫТЫМ ИЛИ ЗАМКНУТЫМ ! ...


Что же происходит, и где я сейчас?
Софи?
?
?
АУ?
АУ?
???
???


я сейчас вернусь
я сейчас вернусь
я сейчас вернусь
я сейчас вернусь
щёлк

И действительно, Лантюрлю был заключен в трёхмерное цилиндрическое пространство. Этот мир Эвклида без кривизны (где сумма углов треугольника равна 180°) замыкается на самом себе.
щёлк
Хорошо, допустим ... Все эти миры - сферические, гиперболические, цилиндрические и составляют всё, что нас окружает, так или нет?
Геометрия
Вы думаете?
Осуществим небольшое возвращение в двухмерное пространство.
Хе!?
облака

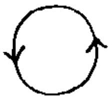
ВВЕРХ ДНОМ:


Дорогой Ансельм,
вот ручная улитка. Завязав ей глаза, ты вынудишь её к тому, что она не сможет идти ни направо, ни налево. Таким образом, она начертит тебе блестящую ГЕОДЕЗИЧЕСКУЮ ЛИНИЮ.
До скорой встречи СОФИ
Пойдём
исходная точка геодезической линии
Действительно, всё равно, что совершенно прямо пойти, что самой короткой дорогой между двумя точками
Но ... где прошло это животное?!
Пешком!

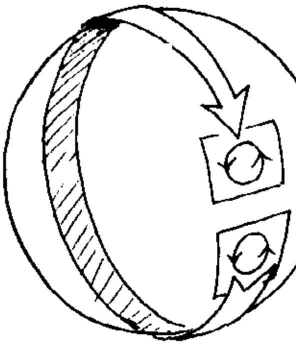

И вот, как всегда, она замыкается
Сумма углов: 180° . Это система Эвклида
А нет! ...
!?!
Ну что такое опять!
исходная точка геодезической линии
На этот раз всё будет вам сказано, Ансельм, вы находитесь в ДВУХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ, где нет ОРИЕНТАЦИИ. Примером этого пространства служит лист Мёбиуса (1830). Идею дали греки, которые вообще подумали обо всём
исходная точка геодезической линии
Софи, вытащи меня отсюда

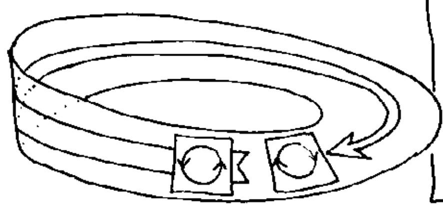
Начертим на поверхности круг.

Представим, что этот круг - маленькая переводная картинка, которая может скользить по этой поверхности.

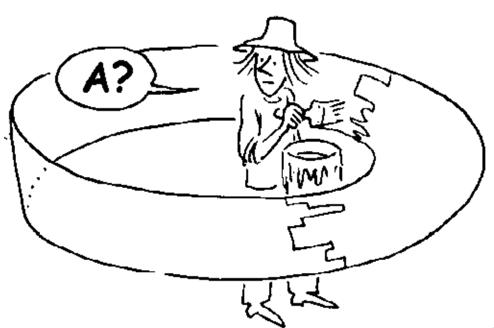


Если круг остаётся идентичным самому себе, мы говорим, что эта поверхность ОРИЕНТИРУЕМАЯ. (Это случаи сферы, цилиндра, плоскости и т.д....). Но если эта переводная картинка скользит по листу Мёбиуса, то всё тогда по-другому:





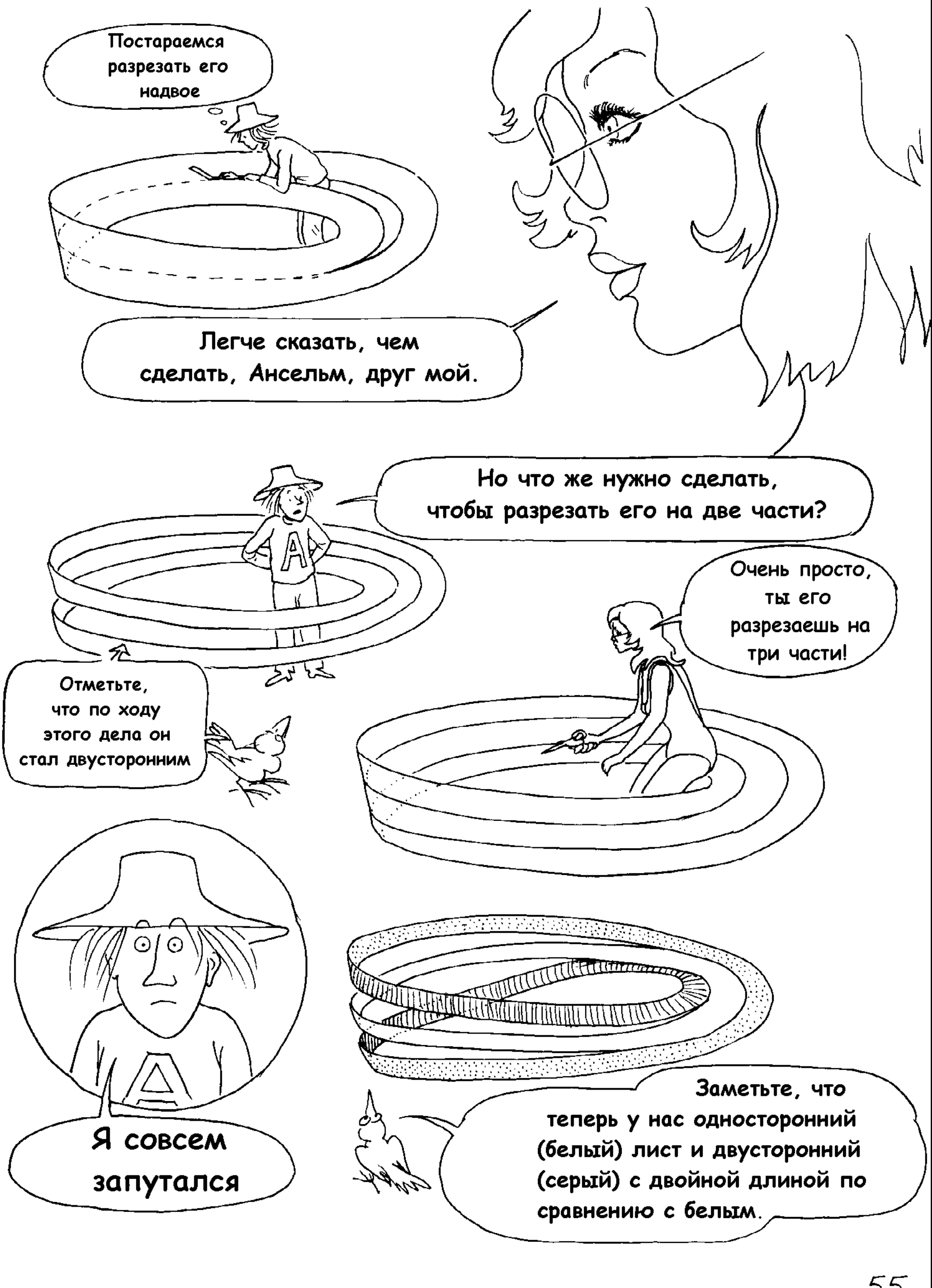
Всякий раз при повороте этого двухмерного пространства круг меняет ориентацию



Невозможно раскрасить лист Мёбиуса двумя разными цветами: у него только одна сторона, он ОДНОСТОРОННИЙ

У него только один КРАЙ:

Его можно прошить только один раз!

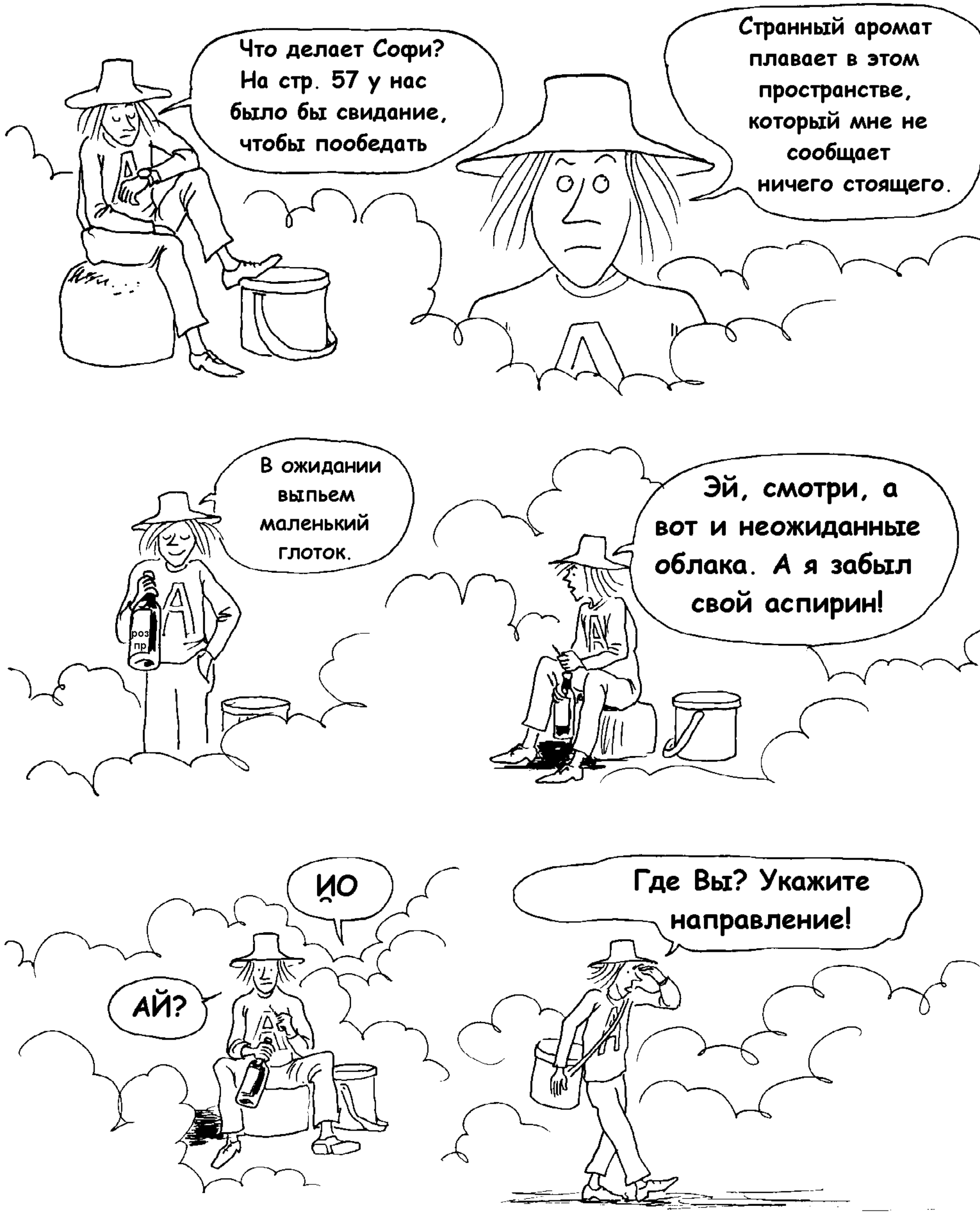


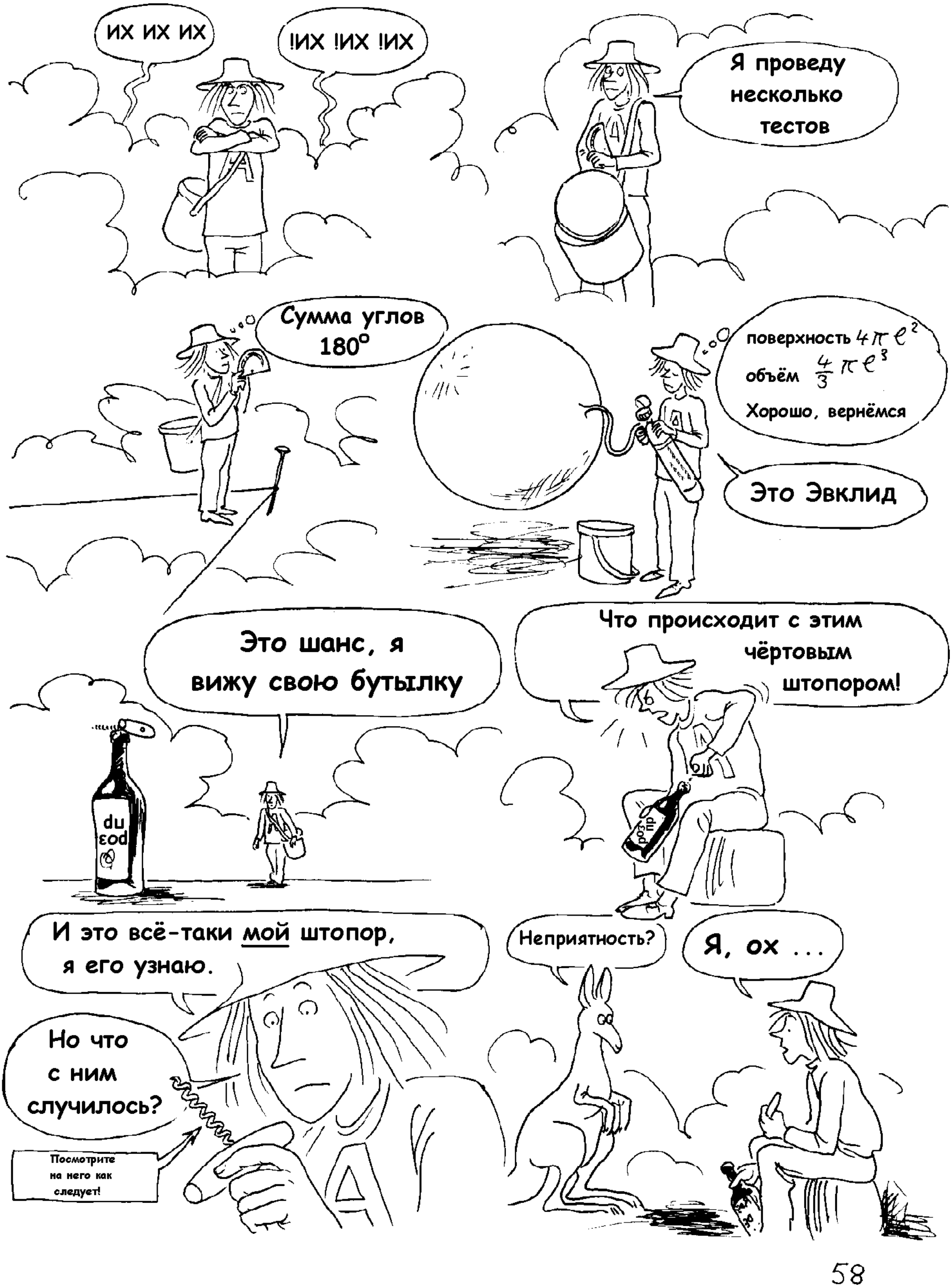
Постараемся разрезать его надвое
Легче сказать, чем сделать, Ансельм, друг мой.
Но что же нужно сделать, чтобы разрезать его на две части?
Очень просто, ты его разрезаешь на три части!
Отметьте, что по ходу этого дела он стал двусторонним
Я совсем запутался
Заметьте, что теперь у нас односторонний (белый) лист и двусторонний (серый) с двойной длиной по сравнению с белым.

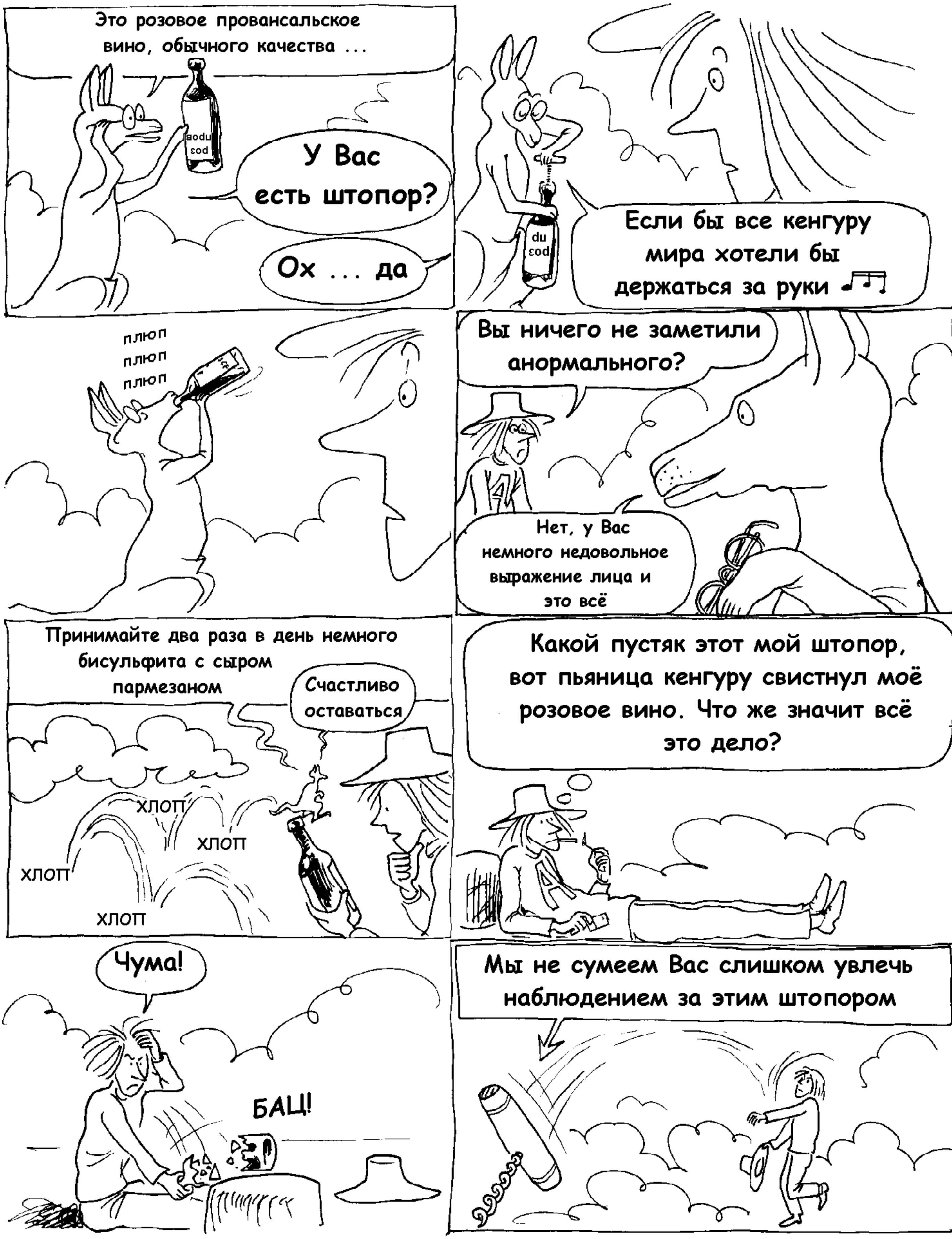
После путешествия по листу Мёбиуса вернёмся в Эвклидово трёхмерное пространство (без кривизны)

ОРИЕНТАЦИЯ ПРОСТРАНСТВА:

Будем сопровождать Лантюрлю в его новом исследовании трёхмерного мира Эвклида (без кривизны)

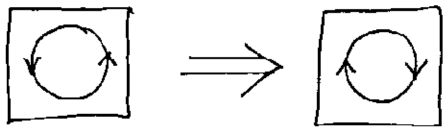



ИХ ИХ ИХ
!ИХ !ИХ !ИХ
Я проведу несколько тестов
Сумма углов 180°
поверхность $4\pi e^2$
объём $\frac{4}{3}\pi e^3$
Хорошо, вернёмся
Это Эвклид
Это шанс, я вижу свою бутылку
Что происходит с этим чёртовым штопором!
И это всё-таки мой штопор, я его узнаю.
Но что с ним случилось?
Посмотрите на него как следует!
Неприятность?
Я, ох ...

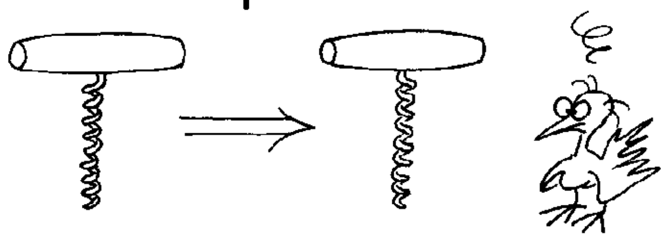


Это розовое провансальское вино, обычного качества ...
У Вас есть штопор?
Ох ... да
du cod
Если бы все кенгуру мира хотели бы держаться за руки
плюп
плюп
плюп
Вы ничего не заметили анормального?
Нет, у Вас немного недовольное выражение лица и это всё
Принимайте два раза в день немного бисульфита с сыром пармезаном
Счастливо оставаться
ХЛОПП
ХЛОПП
ХЛОПП
ХЛОПП
Какой пустяк этот мой штопор, вот пьяница кенгуру свистнул моё розовое вино. Что же значит всё это дело?
Чума!
БАЦ!
Мы не сумеем Вас слишком увлечь наблюдением за этим штопором

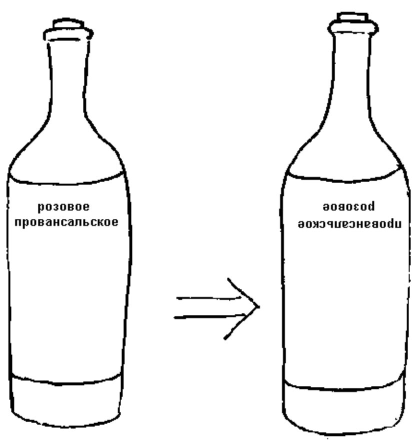
Лист Мёбиуса (двухмерное пространство без ориентации) имеет трёхмерный эквивалент.
На листе Мёбиуса, когда переводной круг делает "поворот" этого пространства Эвклида, то меняется и его ориентация:



См. стр. 54



Говорят, что эти объекты "в зеркальном отражении". Штопор, или даже сам Ансельм могут быть представлены как "трёхмерные переводные картинки". Всякий раз, когда объект делает "обход" этого трёмерного пространства, то меняется его ориентация. Сопровождая Лантюрлю в его пространственных перипетиях, мы почувствовали, что это вполне нормально - обнаружить бутылку "в зеркале" и штопор, вращающийся в непривычном направлении. Повернувшись в этой вселенной второй раз, мы увидим все предметы в их изначальном состоянии (если их не сдвигали).



Ансельм и кенгуру (антиподы) живут в одном пространстве, но отличаются в том смысле, что всё, что кажется на "своём месте для кенгуру", является "противоположным для Лантюрлю" и наоборот.

ЭПИЛОГ:


Всё идёт вкривь и вкось. Нет больше понятий вправо, влево, ни обратной, ни лицевой стороны. К чему это ведёт? И какой дорогой следовать?
Надо идти по геодезическим линиям, Ансельм, геодезическим линиям своей жизни.
Меня никогда не заставят думать, что Вселенная - несуразна. Это математический бред.
Это комикс!
Зачем же всем этим заниматься, когда и так ясно, что пространство Эвклидово (*)
(*) Кстати, подтверждено в 1830 г. Остроградским, профессором математики в Петербурге, после чтения работ Римана и Лобачевского.


Придётся принять к сведению, что Вселенная не похожа на то, как она выглядит. Представляли ли Вы всё это, учась в школе?!!
Какая катастрофа!
И потом, всё, что ценно - это жизнь. А в жизни Вы будете со мной.
Но что же после всего этого?
ФИЗИКА, мой дорогой
Я ХОЧУ ВЫВЕСТИ ЭТО НА ЧИСТУЮ ВОДУ!
Сначала КОНКРЕТНО
Кто тут?


... при средней плотности материи во Вселенной ниже 10^{-29} г/см^3 ...
?
... тогда Вселенная будет иметь отрицательную кривизну и бесконечное расширение ...
... наоборот, при плотности выше 10^{-29} г/см^3
!..
... Вселенная будет гиперсферической и замкнётся на самой себе ...
Но если эта плотность равна 10^{-29} г/см^3, тогда пространство будет Эвклидовым.
ГМ ...
Я полагаю, Вы - доктор Эйнштейн?
НУ?...
КОНЕЦ