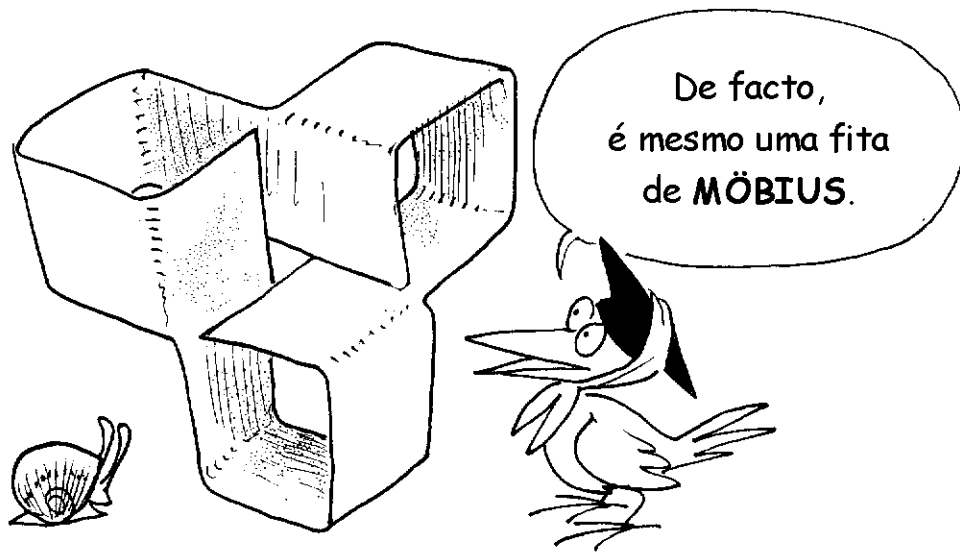


As aventuras de Anselmo Curioso

# E TOPOLOGIA, TOPAS?

Jean-Pierre Petit



Traduzido por Sónia da Costa

## Aviso ao leitor

Desaconselha-se a leitura deste álbum:

- à noite, antes de se ir deitar
- depois de uma refeição pesada
- ou se tiver a certeza que nada sabe, pois só irá contribuir para agravar as coisas.

*O autor*

# O PLANETA SEM PÓLO SUL

DESCOBRIMOS O PÓLO NORTE!

Meus parabéns, Sr. PERRY!

Hmm...  
ainda me  
resta o  
Pólo Sul...

AAA...TCHIIIM!

Eu cá, meu caro Amundsen,  
vou atrás do Pólo Sul!

Hmm... levar uma mulher numa expedição  
destas não me agrada lá muito...

Vou seguir um  
**MERIDIANO.**

Os meus colegas  
e eu poderíamos  
escrever a sua história,  
testemunhar as suas  
conquistas.

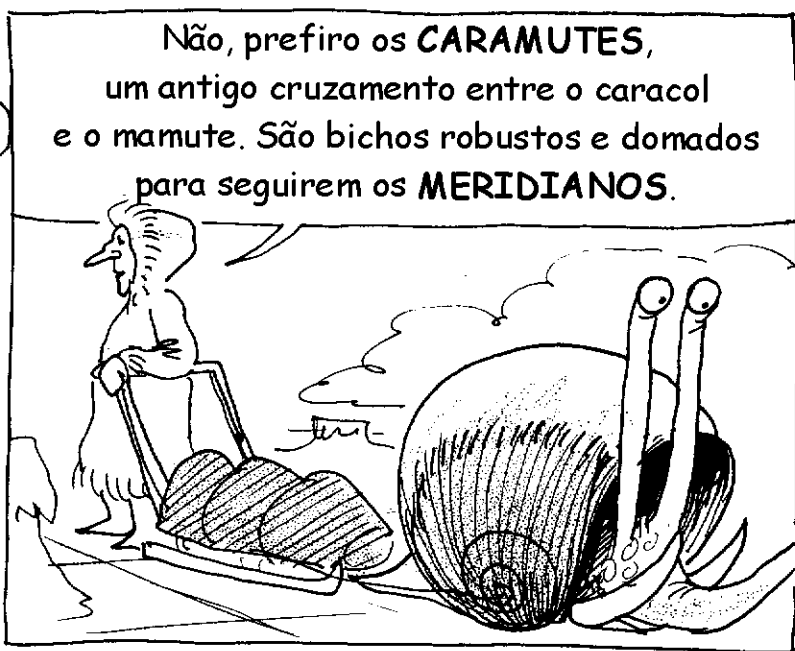
Podemos ir consigo?



Bem, a coisa já muda de figura...

até me considero um tipo modesto, mas aceito o desafio!

Não recorre a cães-esquimós?

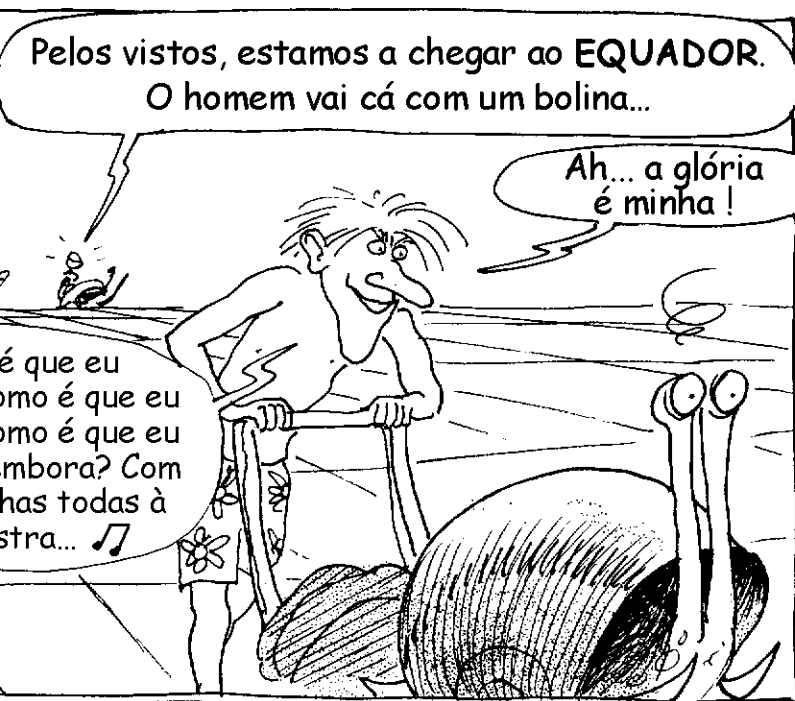


Não, prefiro os **CARAMUTES**, um antigo cruzamento entre o caracol e o mamute. São bichos robustos e domados para seguirem os **MERIDIANOS**.



Toca a andar !  
Sigam-me pela **LINHA MERIDIANA**, é sempre **A DIREITO!**

Ah, ah! Sou cá uma fera...



Pelos vistos, estamos a chegar ao **EQUADOR**.  
O homem vai cá com um bolina...

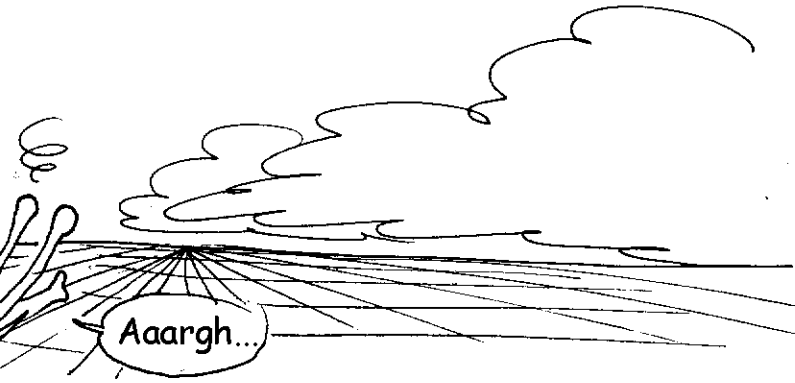
Ah... a glória é minha !

Como é que eu hei-de? Como é que eu hei-de? Como é que eu hei-de ir embora? Com as perninhas todas à mostra... ♪



Toca a andar, sua lesma!

Já estou a avistar o **Pólo Sul**.  
Ah, o meu rico **Pólo Sul!**



Aaargh...

Sou o primeiro...

A GLÓRIA  
é minha!



Mas... o que  
vem a ser isto?



Que brincadeira  
de mau gosto é esta?



Hein?!

Essa agora  
é boa!



**GRRRR!**



Pronto! Alguém tem algo a dizer?



Nem pense em abrir a boca sobre o que viu aqui, ouviu bem?

Vejam só aquilo!

Tenha calma, Sr. Amundsen.

A minha bandeira! Está a sumir!!!

O quê?!

Já chega de asneiras, sim?

Que engraçado, eu quase que apostaria que esta é a voz do Sr. Perry...

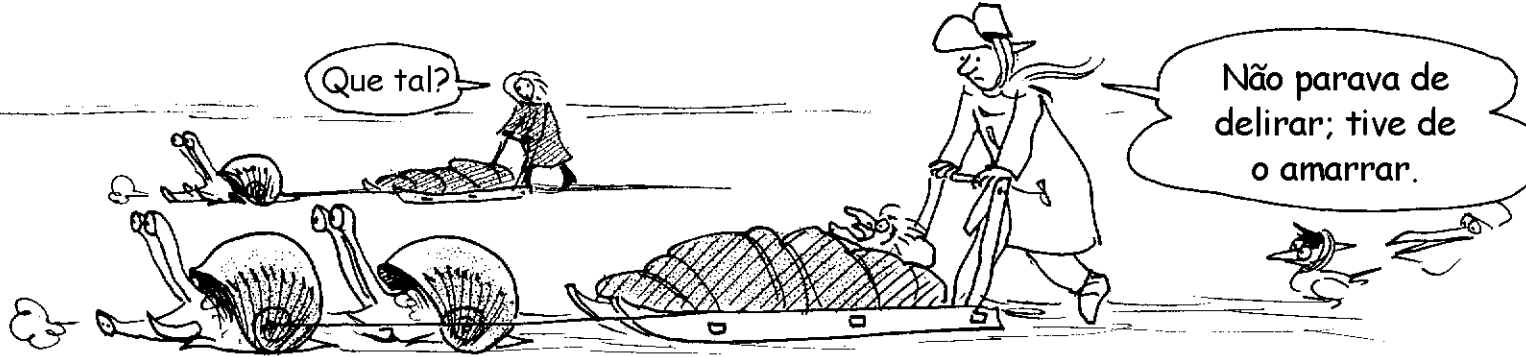
TONC  
TONC  
TONC

Vamos lá, Sr. Amundsen, vamos voltar para casa.

Coitado do homem!

Vamos lá ver se esclarecemos isto tudo.

GLGBL...



Os caramutes vão deslizando, em silêncio, pelos meridianos gelados.



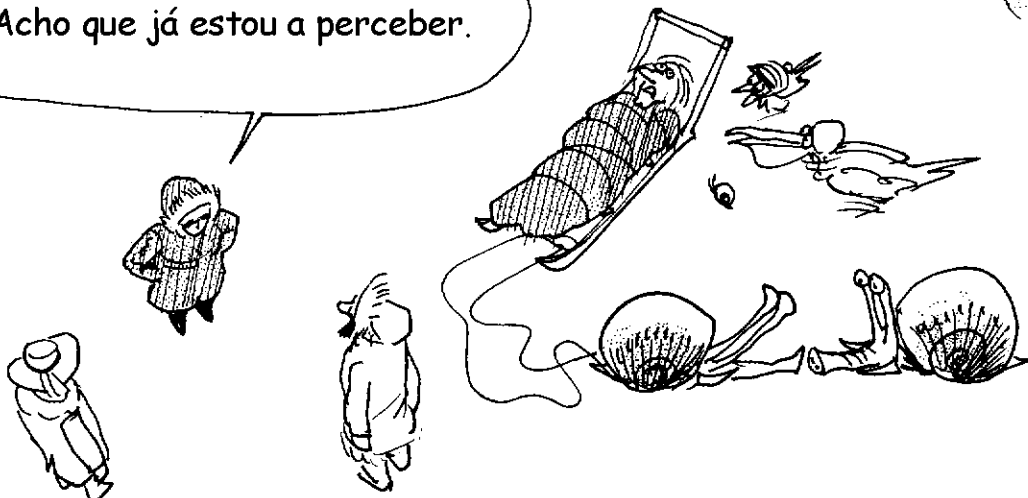
Na vossa ausência, aconteceu uma coisa que me deixou boquiaberto. A minha bandeira, de repente, desapareceu e vi logo outra em que dizia "PÓLO SUL"!



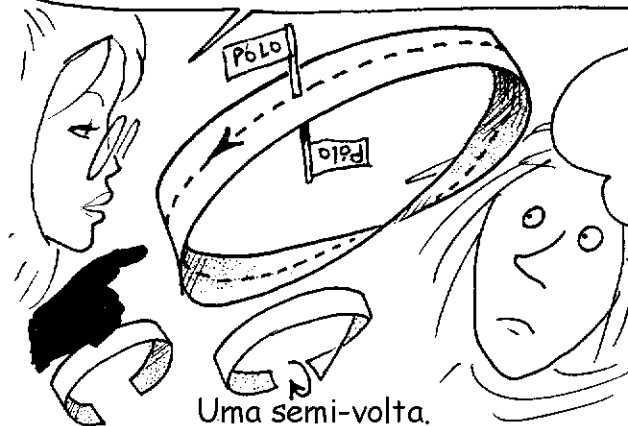
Isto tudo é mesmo de loucos!  
Vá se lá entender...

Só um momento... relativamente à bandeira PÓLO SUL, não foi a ponta a primeira coisa a ver-se?

Acho que já estou a perceber.



Tudo fica mais claro se considerarmos que o ENTORNO do meridiano que seguimos constitui uma superfície unilateral (\*), uma FITA DE MÖBIUS com um único lado (ver "OS MISTÉRIOS DA GEOMETRIA", página 54).



Queres tu dizer que o Pólo Sul onde estávamos ainda há bocado não passava do inverso... do Pólo Norte?

Mas, afinal, ONDE está o VERDADEIRO Pólo Sul?

Isto tudo é perturbador...

Então, o quê que se passa?

Parece que perdemos o Pólo Sul.

Deixem-me cá pensar...

Eh pá, essa é boa!

O que estão eles a dizer?

De acordo com a Sofia, é provável estarmos numa espécie de esfera com um único lado!

Isso não faz qualquer SENTIDO!

Então, que tal é viver aí desse lado?

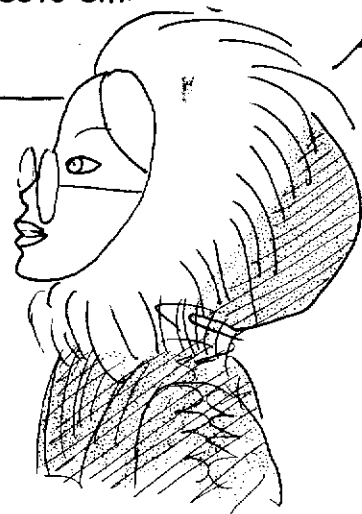
(\*) Uma fita, que se torce meia-volta antes de a voltar a colar, já só fica com uma única face.

Sinceramente, é ela por ela!



Se quisermos tirar o Sr. Amundsen da sua situação constrangedora, precisamos, antes de mais, de compreender qual é a **FORMA** deste estranho planeta. Vamos tentar utilizar alguns princípios de base da **TOPOLOGIA**. Para tal, vamos ter de decompor qualquer que seja o objecto em:

# CÉLULAS CONTRÁCTEIS



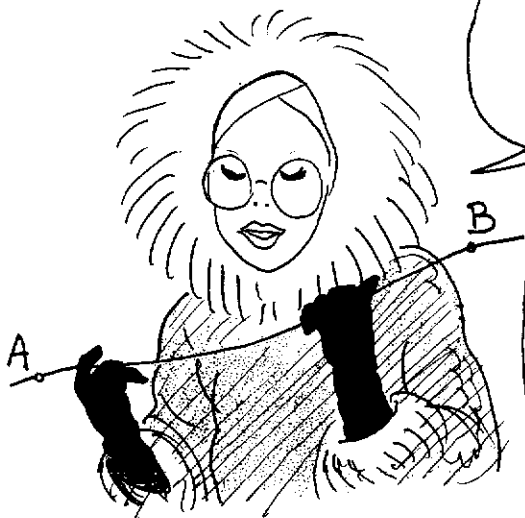
O objecto indecomponível parece ser o **PONTO**...

Mas... de que nos vale esse ponto?

Um objecto considerado como sendo um conjunto de pontos ocupa um determinado lugar no espaço. Dir-se-á contráctil se conseguir reduzir de tamanho até ser um mero pontinho, mas **PERCORRENDO-SE A SI MESMO**.

Baseia-te no exemplo deste elemento de curva. É um **OBJECTO A UMA DIMENSÃO DE ESPAÇO**.

Pois é! A posição de um ponto nessa curva pode ser observada com a ajuda de uma única quantidade: a abcissa curvilínea, ou o comprimento do fio que separa o ponto de outro ponto qualquer tomado como origem.



Posso colocar este pedaço de curva numa espécie de massa "cotovelinhos" côncava no interior da qual poderá encolher, encolher...

Tal como acontece com o mercúrio dentro de um termómetro.

Afinal, todas as curvas são **CONTRÁCTEIS**?

Nem todas. As curvas **FECHADAS** não o são.

Pode até ser, mas... basta cortá-las!

Só que... nesse caso, a **CURVA** passa a ser um **SEGMENTO**, pois deixa de ser **FECHADA**.

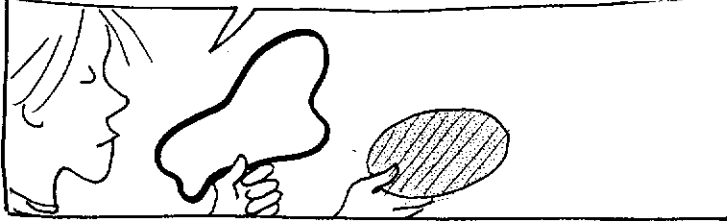
Se eu pegar, por exemplo, neste círculo, posso encolhê-lo segundo um ponto como este, não posso?

Como vês, um **CÍRCULO** não é **CONTRÁCTIL**. O mesmo acontece com tudo quanto é curva fechada, seja ela plano ou não.

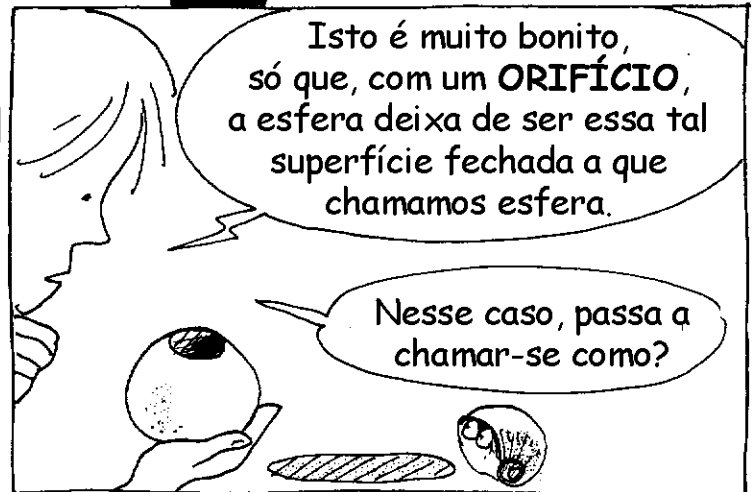
Não vai dar, Anselmo. Ao fazer isso, deixa de percorrer sobre si mesmo: acaba por evoluir fora do espaço que ocupava inicialmente.

No entanto, o **DISCO**, elemento de **SUPERFÍCIE**, esse sim, é contráctil.

Este disco é um elemento de **SUPERFÍCIE**, daí ser um objecto a **2 DIMENSÕES**. Qual será então objecto a **2 DIMENSÕES** que é para o disco aquilo que a circunferência é para o segmento?

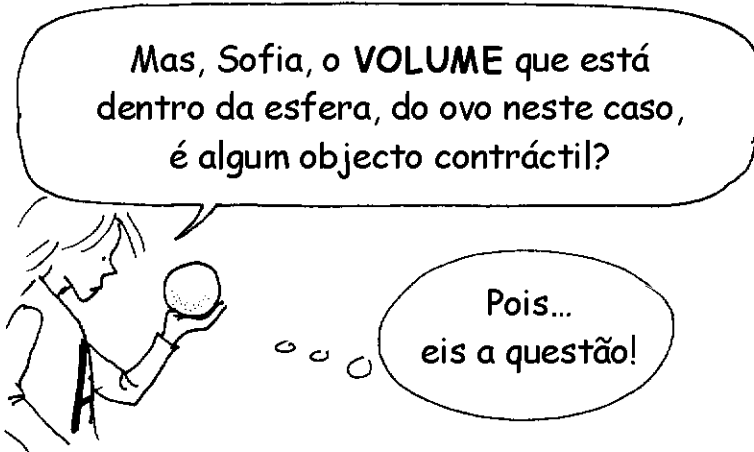


Para contrair uma curva fechada, só mesmo rompendo-a é que se consegue. O mesmo sucede à esfera ou a qualquer objecto do **GÉNERO** da esfera.

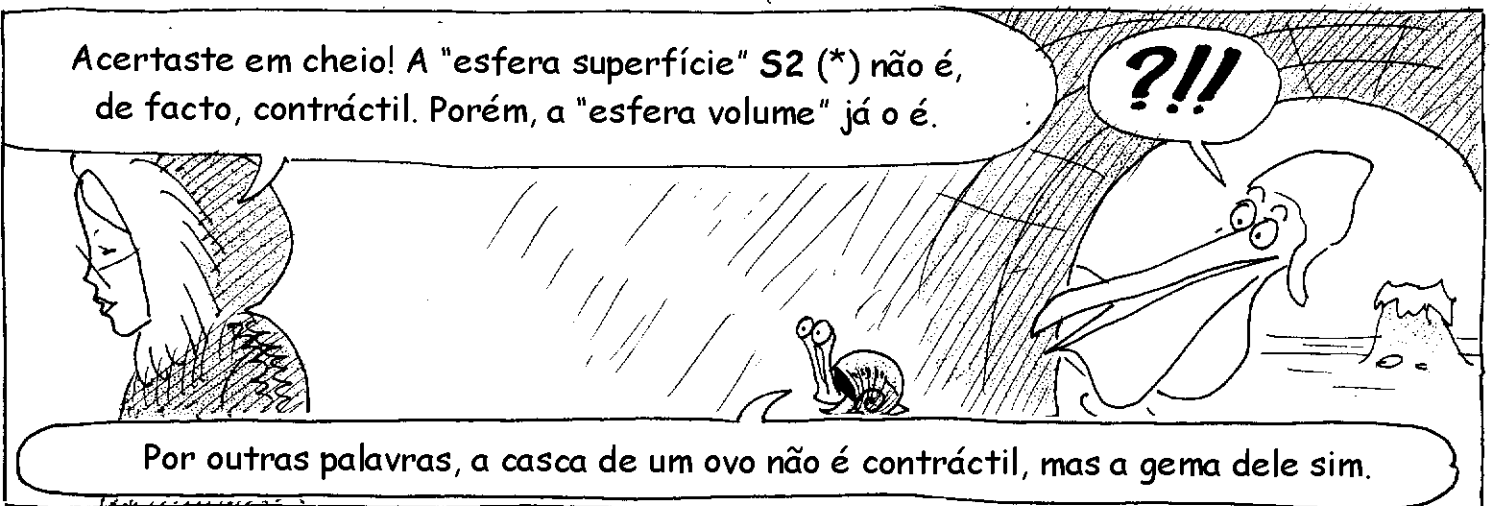


DISCO?

Ora nem mais, Tiresias! Assim como um círculo cortado se comporta como um segmento.



Acertaste em cheio! A "esfera superfície"  $S_2$  (\*) não é, de facto, contráctil. Porém, a "esfera volume" já o é.



(\*) Ver "OS MISTÉRIOS DA GEOMETRIA", do mesmo autor.

Existem volumes não contrácteis?

Existem, sim. Tens o "TORO-Volume", por exemplo.

Pois, claro. Se eu não o cortar, posso sempre contrai-lo segundo uma circunferência.

O "TORO-superfície" também não é contráctil.

Digam-me uma coisa: que jogo é este, afinal?

Não te metas...

Não me querendo eu meter onde não sou chamado, ainda temos de resolver isto do explorador cataléptico...

Acham mesmo que é cortando "cotovelinhos" em quatro pedaços que vamos conseguir tirá-lo daí?

A **GEONEUROSE** dele tem uma origem geométrica. Se aprofundarmos os conceitos geométricos, quem sabe não descobramos o remédio para a cura dele...

Todo o seu ser estava virado para essa descoberta do **PÓLO SUL**, ideia na qual se havia investido a 100%, pessoal e socialmente.

Efectivamente, o fracasso a que se sujeitou confrontou-o com uma situação que já não podia assumir.

Sabem que mais?  
O ideal seria mesmo dar com o maldito Pólo Sull!

Pois é, foi desta que o homem pôs em causa o seu EU profundo...

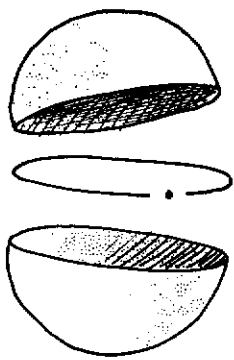
# DECOMPOSIÇÃO CELULAR

Tudo quanto é objecto geométrico será decomposto em elementos, em células **CONTRÁCTEIS** de todas as dimensões: **PONTOS**, **SEGMENTOS**, **SUPERFÍCIE**, **VOLUMES**, ETC.

E qual é a dimensão do PONTO?

Por extensão, vamos dizer que o PONTO é de dimensão **ZERO**.

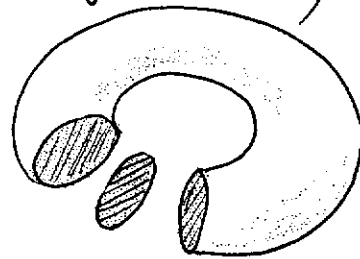
Por outro lado, para decompor um círculo, basta-me considerá-lo como um segmento fechado sobre si mesmo num **PONTO**.  
Se eu eliminar esse ponto, resta portanto o segmento.



Uma "ESFERA SUPERFÍCIE"  
 $S^2$  pode ser decomposta em duas  
 calotas e o segmento fechado  
 por um ponto.



Um "TORO-VOLUME"?  
 Vejamos... basta-me  
 recortá-lo com a ajuda  
 de um disco.

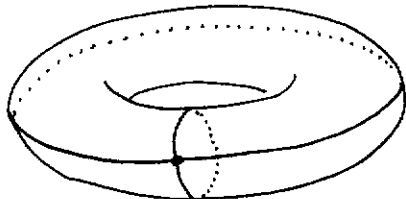
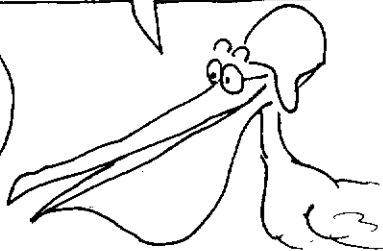
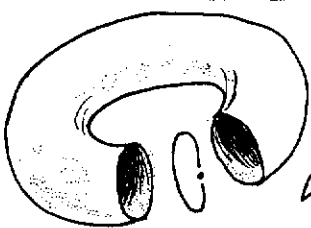


E para o "TORO-SUPERFÍCIE"?  
 Ora bem... há que cortá-lo por um círculo  
 que, por sua vez, é cortado por um ponto.

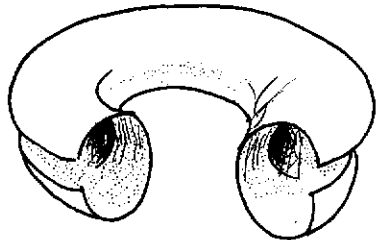
Uma vez cortado, o toro irá contrair-se  
 ganhando o aspecto de uma circunferência



que, por sua vez, será decomposta  
 num segmento e num ponto.



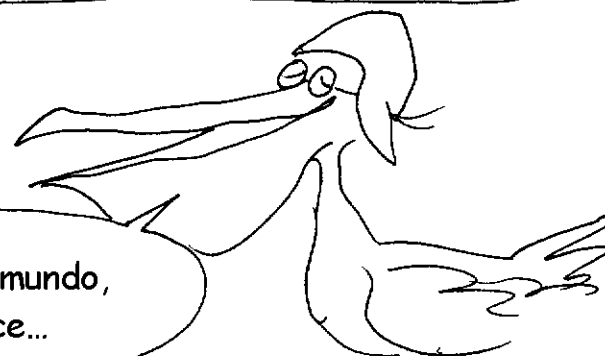
Eis agora outra solução com um ponto, dois  
 segmentos e uma única face, em que todos os  
 elementos são, logo à partida, contrácteis.



Muito bem. E o que vamos fazer com isto tudo?



Compreender o mundo,  
 ao que parece...



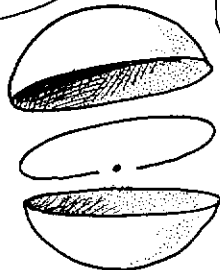
# A CARACTERÍSTICA DE EULER-POINCARÉ

Uma vez que o objecto já se encontra decomposto, vamos fabricar um número  $\chi$  que será igual ao número dos pontos, isto é, à quantidade deles, menos o número dos segmentos, mais o número de elementos de superfície contrácteis, menos o número de volumes contrácteis (\*), e passaremos a chamar a esse mesmo número  $\chi$  a **CARACTERÍSTICA DE EULER-POINCARÉ**.

Assim, para a circunferência  
 $\chi = 1 - 1 = 0$ .



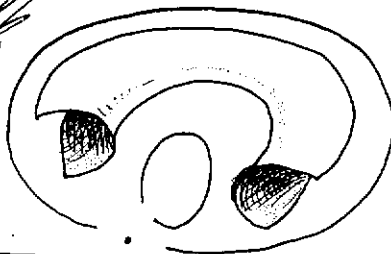
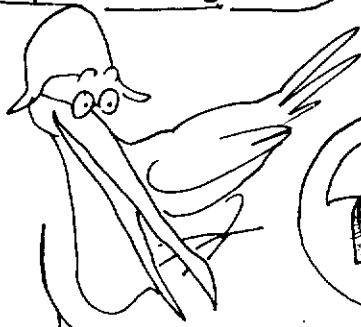
1 ponto, 1 segmento



Para a ESFERA-SUPERFÍCIE  
 $\chi = 1 - 1 + 2 = 2$



Um ponto, um segmento,  
duas calotas.

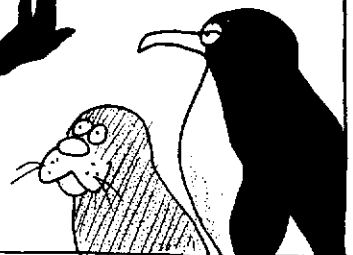
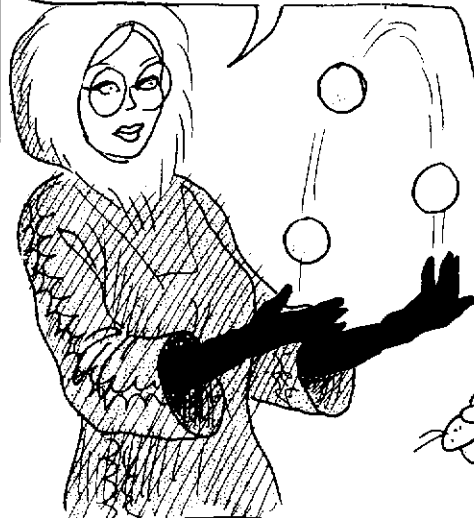


Para o TORO-SUPERFÍCIE, ora bem...  
um ponto, dois segmentos, um elemento  
de superfície,  $\chi = 1 - 2 + 1 = 0$ .

Ou seja, 1 ponto, 2 segmentos,  
1 elemento de superfície  
contráctil.

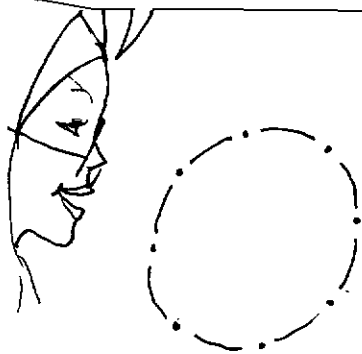


A característica da ESFERA-VOLUME  
é obviamente -1, ao passo que a do  
TORO-VOLUME é  $1 - 1 = 0$  (confrontar  
ilustração no canto superior direito da  
página 14).



(\*) O que pode ser imediatamente generalizado a um número de dimensões superior a três (é uma soma alternada).


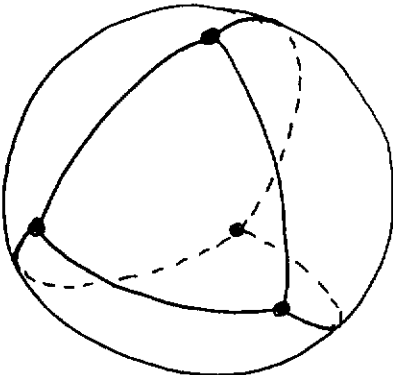
Agora, prestem atenção: esta característica  $\chi$  é **INDEPENDENTE DO MODO DE DECOMPOSIÇÃO** (em células contrácteis)!



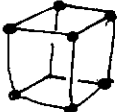
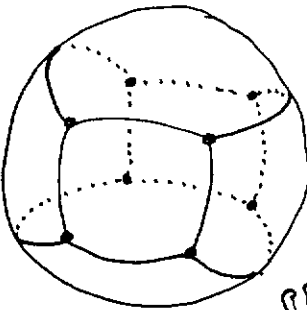
Por exemplo, esta curva fechada foi cortada em oito segmentos, reunidos por oito pontos. Porém, a sua característica continua sendo nula.




De facto, é verdade.



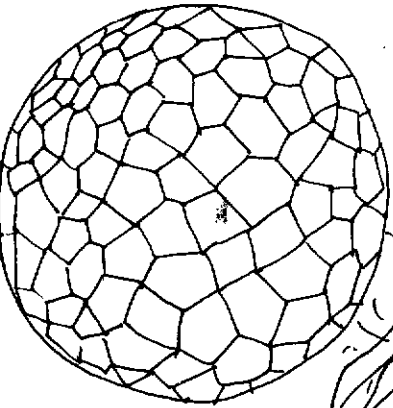
Vejamos esta decomposição da esfera: 4 vértices, 6 segmentos, 4 faces. Voltamos a obter  $\chi = 4 - 6 + 4 = 2$ .



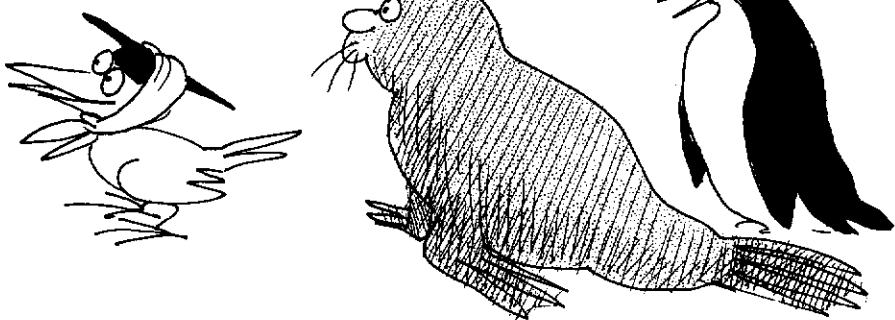
E esta aqui, olhem só: 8 vértices, 12 segmentos, 6 faces,  $\chi = 8 - 12 + 6 = 2$ .



Por mais tentativas que fizeres, obterás sempre  $\chi = 2$ .



Essa é boa!



E curioso, não é?



Eis um TEOREMA útil: se um objecto for a reunião de dois objectos, a sua característica será portanto a soma daquela dos dois respectivos objectos que a compõem.

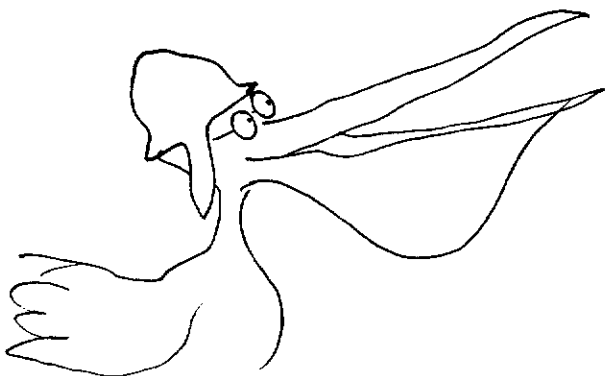
A Direcção

O Toro-Volume tem uma característica nula.


Se acrescentarmos uma ansa, da mesma forma, estaremos a acrescentar uma unidade à característica.

Por extensão, a FOGAÇA-VOLUME (\*) deve ter uma característica igual ao número de orifícios, menos uma unidade.


Muito me engano ou acontece precisamente o mesmo com a FOGAÇA-SUPERFÍCIE?




(\*) Espécie de pão doce tradicional existente em Portugal e no sul da França.




Olha que uma coisa não tem nada que ver com a outra!  
A FOGAÇA-SUPERFÍCIE não se pode contrair como um disco  
com N orifícios, valha-te Deus!



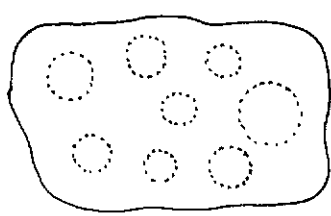
Meti água...



Pode-se passar  
da ESFERA-SUPERFÍCIE (característica 2) para o TORO-SUPERFÍCIE  
(característica zero) acrescentando uma ansa. Ora, ao acrescentarmos  
uma ansa, estamos a diminuir a característica de uma superfície  
de 2 unidades.



Daí a característica da FOGAÇA-SUPERFÍCIE  
ser igual a 2 menos o número de orifícios!

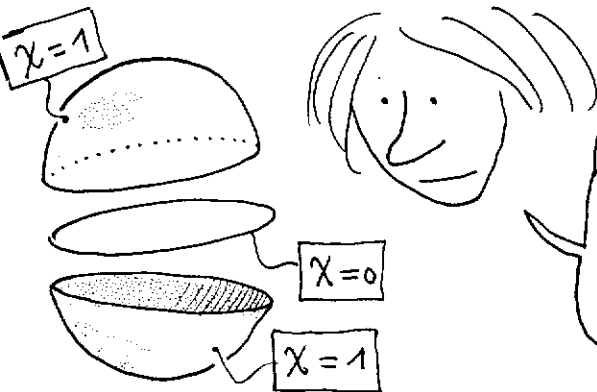


A SUPERFÍCIE de um pedaço de  
queijo Gruyère com N buracos é  
constituída por N Esferas-Superfície  
mais a esfera exterior. Assim sendo,  
a sua característica é  $\chi = 2(1+N)$ .

Ao passo que, para se construir o GRUYÈRE-VOLUME, se parte de uma esfera  
cheia ( $\chi = -1$ ) e se tira N conjuntos de ESFERA-VOLUME+ESFERA-SUPERFÍCIE  
( $\chi = 2-1 = 1$ ). Por isso, a característica do GRUYÈRE-VOLUME é igual a  $-(1+N)$ .

Acha mesmo que com todas estas  
tretas conseguiremos curar o pobre  
Amundsen da sua geoneurose?!

# MUNDO ESTE EM QUE VIVEMOS



Dá sempre para calcularmos a característica de uma esfera  $S^2$  se a considerarmos como sendo a união de dois hemisférios e de um equador, o que perfaz um valor  $\chi = 1+1+0 = 2$ .

Se bem se lembram, em "OS MISTÉRIOS DA GEOMETRIA", tínhamos apresentado o conceito de HIPERESFERA  $S^3$ , de três dimensões, espaço tridimensional totalmente FECHADO SOBRE SI MESMO...

Vamos agora calcular a característica dessa tal hiperesfera  $S^3$ . Como já tínhamos visto, já que falaste na BD "OS MISTÉRIOS DA GEOMETRIA", o equador (\*) é uma esfera  $S^2$  cuja característica vale 2.



Por isso, a nossa hiperesfera  $S^3$  é constituída por dois volumes contrácteis, sendo que cada um deles vale -1.


Onde é que isto já vai...

$$\chi = -1 - 1 + 2 = 0$$

(\*) Que divide o objecto em 2 elementos semelhantes.

SNAP!

Isso quer dizer que a característica de uma hiperesfera  $S^3$  é nula!

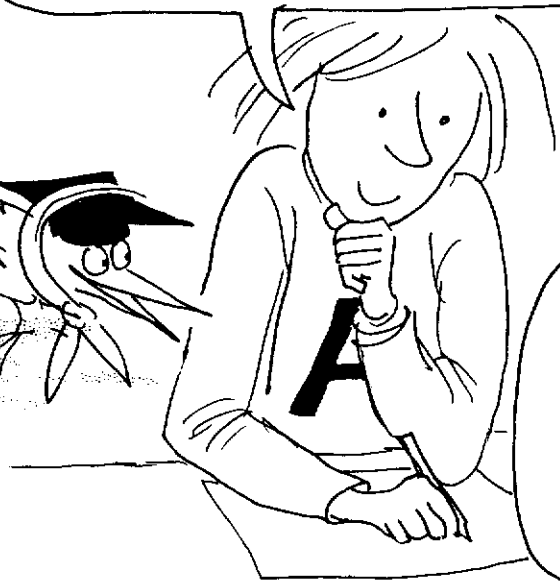


Passemos agora a uma hiperesfera  $S_4$ ,  
a quatro dimensões.

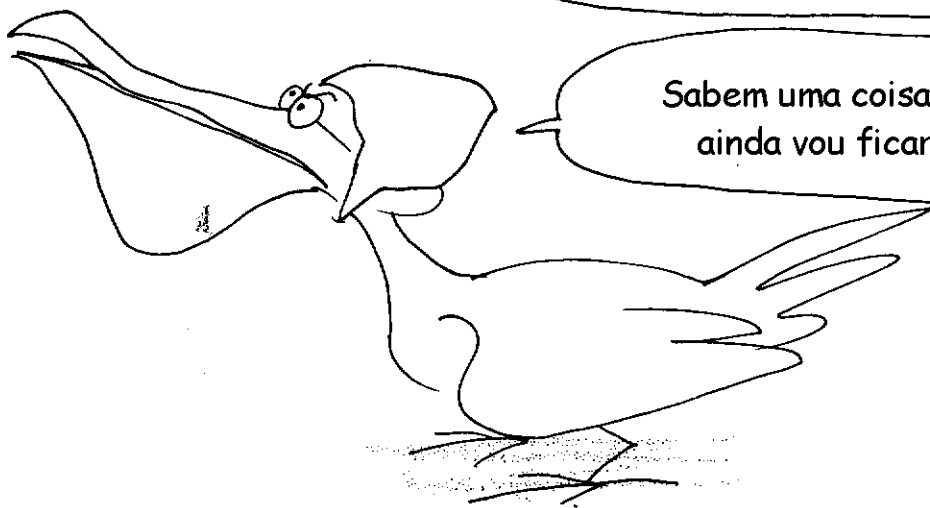
Queres tu dizer,  
um espaço hiperesférico  $S_3$   
a evoluir ciclicamente no tempo (\*).  
Esta hiperesfera  $S_4$  terá como  
equador uma hiperesfera  $S_3$ , e os dois  
hemisférios valerão cada um deles por 1.

Por isso, a característica  $\chi$  desse  
espaço-tempo, dessa hiperesfera  $S_4$ ,  
voltará a ser igual a  $1+1+0 = 2$ .

Se pegasses numa hiperesfera  $S_5$   
a cinco dimensões, a sua característica  
voltaria a ser nula e o seu equador  
seria uma hiperesfera  $S_4$ .



E por aí fora...  
A característica  
de Euler-Poincaré de uma  
hiperesfera  $S_N$  é 2  
se  $N$  for PAR e 0  
se  $N$  for ÍMPAR.



Sabem uma coisa? Por estas andanças,  
ainda vou ficar como o Amundsen!

(\* ) Ver "BIG BANG" e os modelos de FRIEDMANN, na página 64.

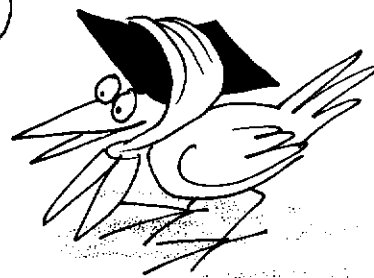
Bem, esta característica de Euler-Poincaré permitiu-nos pôr um pouco de ordem nesta selva dos objectos geométricos.



Assim, este pedaço de cilindro é topologicamente idêntico a um disco perfurado e a sua característica é nula.

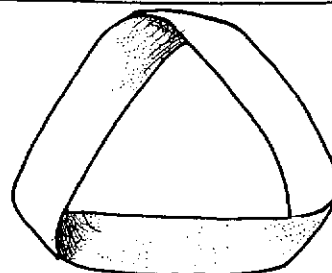
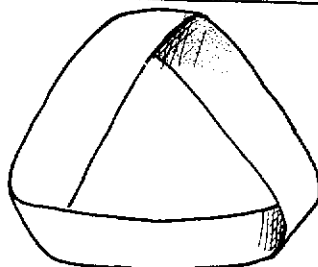


E o que achas deste objecto?



É a **FITA DE MÖBIUS**, que apenas tem um lado. Como não se lhe pode atribuir nem **FRENTE** nem **VERSO**, diz-se que é **NÃO ORIENTÁVEL**.

De facto, todas as fitas que apresentarem um número **ÍMPAR** de **MEIA-VOLTA** são fitas de **MÖBIUS**, **NÃO ORIENTÁVEIS**. Mas estas duas fitas têm um aspecto diferente...



Eu bem que as virei para todas as direcções. Nem assim as consigo tornar idênticas!

Não estão **TORCIDAS** no mesmo **SENTIDO**. Para falar a verdade, uma é a imagem em espelho da outra; dizem que são **ENANTIOMORFAS**.

Da mesma forma que a minha mão esquerda é a imagem em espelho da minha mão direita.

Todas estas fitas, as quais se podem contrair segundo uma curva fechada, têm uma característica igual a 0.

Pois claro, existem **ESPAÇOS NÃO ORIENTÁVEIS** de  $N$  dimensões (\*).

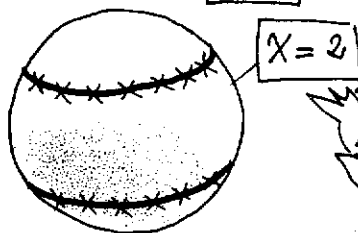
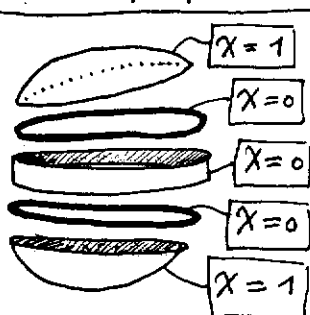
**A FITA DE MÖBIUS** é uma superfície **NÃO ORIENTÁVEL**, que possui uma **BORDA**. Existirão **SUPERFÍCIES NÃO ORIENTÁVEIS, SEM BORDA, FECHADAS SOBRE ELAS MESMAS?**

Resposta no capítulo seguinte.

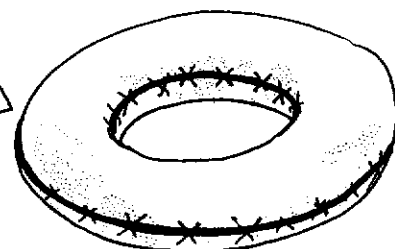
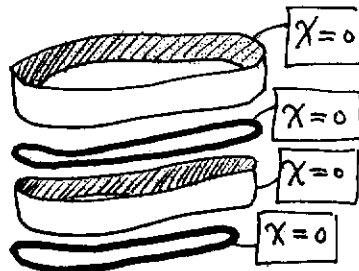
# BORDA SOBRE BORDA

Uma **CURVA FECHADA** (podendo ser decomposta segundo um segmento e um ponto) tem uma característica nula. Idem no que toca a uma **BANDA**, bilateral ou unilateral, que pode ser contraída de acordo com uma curva fechada (ver teorema, pág. 17).

Ao fecharmos uma fita com a ajuda de dois discos, pelo comprimento das duas curvas, estaremos a fabricar uma **ESFERA-SUPERFÍCIE  $S^2$**  (a duas dimensões).

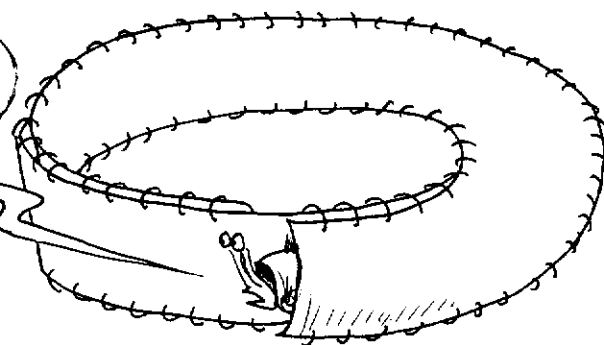


Também podemos coser duas bandas bilaterais, uma em cima da outra, por todo o comprimento de duas curvas fechadas e obteremos um **TORO-SUPERFÍCIE  $T^2$** .



À partida, deverei ser capaz de recoser duas bandas de Möbius pelo comprimento de **UMA ÚNICA CURVA FECHADA**.

Alto!  
Isto aperta!

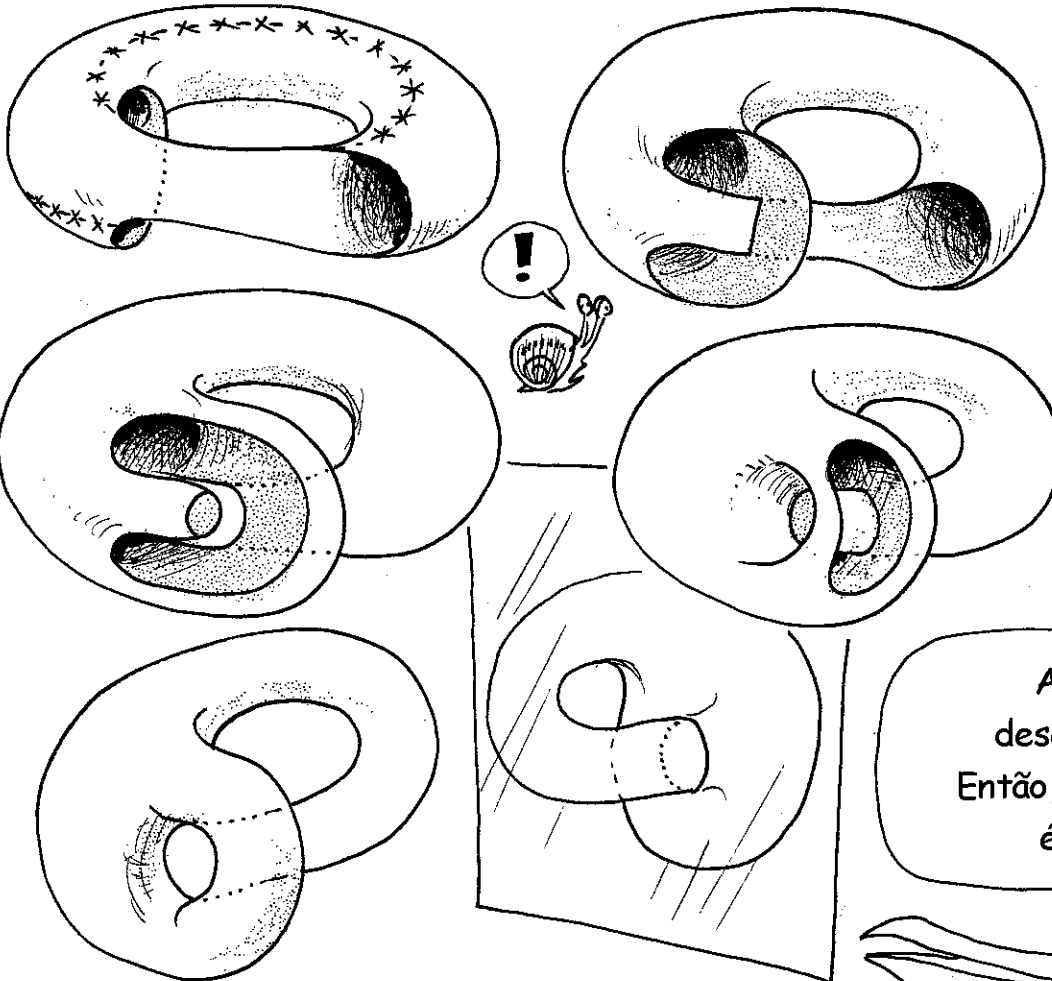


Espera, basta utilizar um pouco de **TRAVERSINA** (\*)

**TRAVERSINA!**

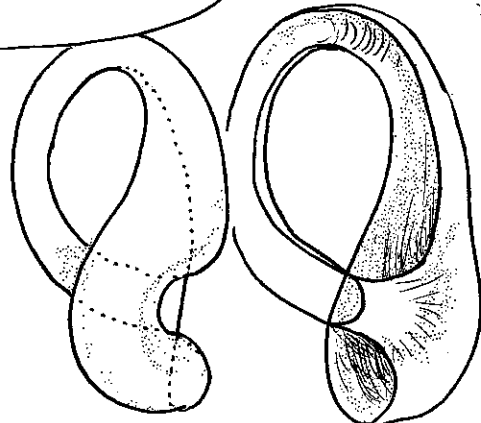
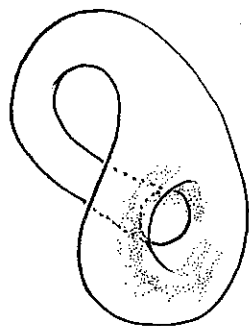
(\*) A TRAVERSINA é extraída das conchas das HOMOTOUPEIRAS.

Se embebermos com **TRAVERSINA** uma concha, ela começa a desabrochar, a aumentar, conforme a sua **BORDA**, tendo tendência a formar uma superfície fechada, conferindo à superfície o poder **DE SE ATRAVESSAR POR ELA PRÓPRIA!**



A borda desapareceu. Então, que círculo é esse?

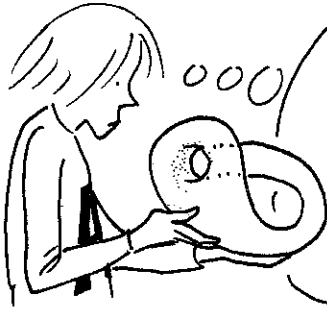
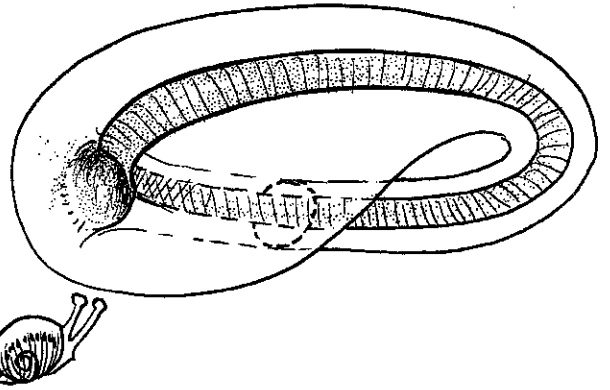
É a **CURVA DE AUTO-INTERSECÇÃO**, que não é nenhuma **BORDA**. Podes constatar que nessa **GARRAFA DE KLEIN**, a superfície evolui por tudo quanto é lado, e de forma contínua.



Dois meios cortes



A sua característica é nula, uma vez que foi concebida a partir de duas fitas de Möbius ( $\chi = 0$ ) e de uma curva fechada ( $\chi = 0$ ).  
Aliás, não é nada difícil achar-se uma dessas mesmas fitas.



Bem visto:  
consegue-se achar uma fita de Möbius numa superfície pelo facto de ter um único lado.

Por falar nisso, Tiresias, será que não dá para arranjar uma fita de Möbius na sua concha, por acaso?

Não vão começar, pois não?

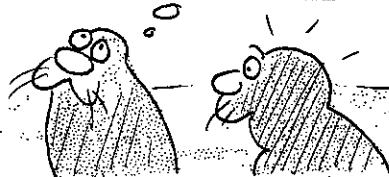
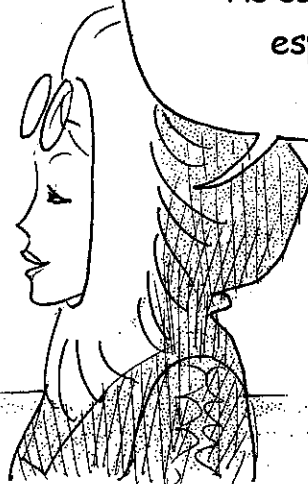
Uiii!



Ainda assim, é uma superfície bem estranha...

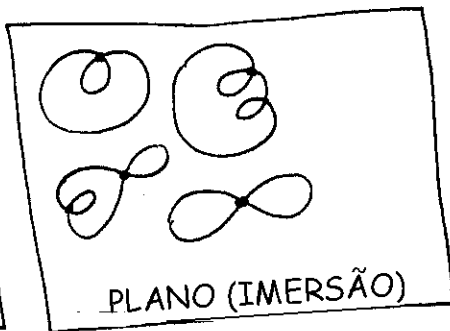
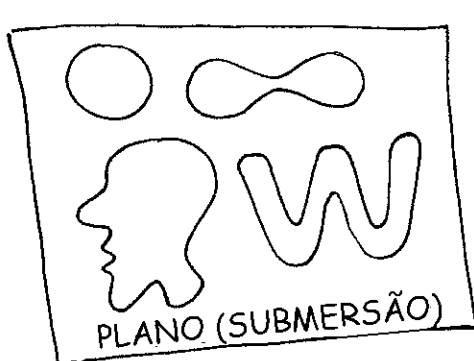
Até aqui, só conhecias superfícies que não se recortavam, como é o caso da ESFERA, ou do TORO, sob a forma padronizada delas. As superfícies que se recortam no nosso espaço denominam-se **IMERSÕES**.

Imersões?



# SUBMERSÕES E IMERSÕES

Uma curva fechada é uma entidade geométrica unidimensional, sem acidente de percurso e cuja única característica é o facto de não ter nem início nem fim. Existe uma infinidade de maneiras de a situar num plano.

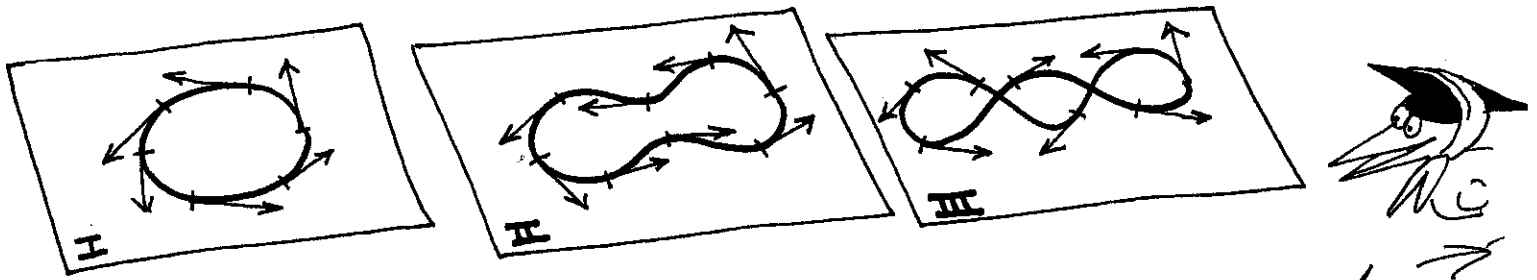


Quando não dá para ser recortada, eu diria que é por estar **SUBMERSA NO PLANO**. Caso contrário, é por estar **IMERSA** (\*)

Suponho que aquilo que as caracteriza é o número de pontos de intersecção que elas têm, não?

Não, pois se eu deformatar de forma contínua estas curvas, posso fazer com que apareçam ou desapareçam **PARES DE PONTOS**. Mas aquilo que continua a não variar é o **NÚMERO DE VOLTAS**.

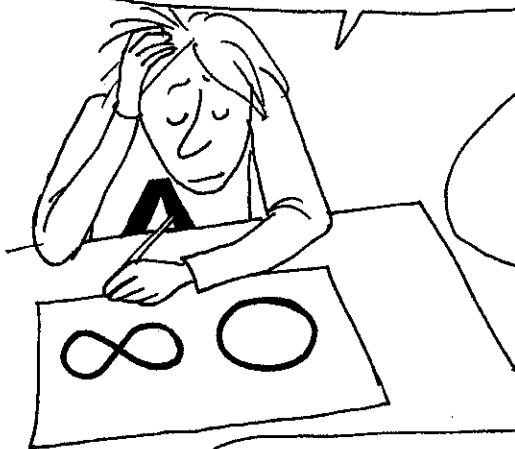
Repara: vou obrigar um vector a permanecer tangente à curva.



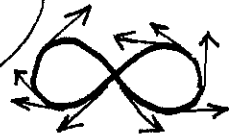
Através da deformação regular (sem linhas quebradas), no **PLANO**, posso passar da curva **I** para a curva **III**. Isto acontece por termos mantido a rotação total da seta ( $360^\circ$ ) durante o percurso de cada curva.

Isto aqui é uma **HOMOTOPIA REGULAR** num **PLANO**. Conserva este número de voltas da seta tangente à curva.

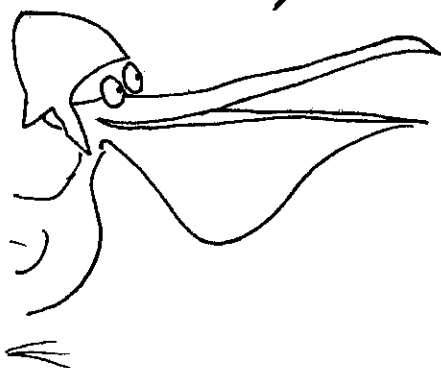
Eu bem que tentei tudo o que estava ao meu alcance. Não consigo transformar este **OITO** num **CÍRCULO**!...



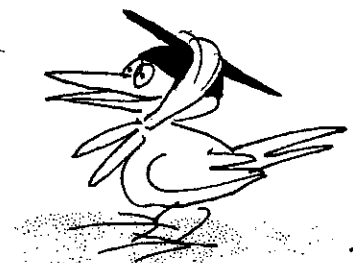
É natural. A seta não dá o mesmo número de voltas. No **OITO**, a soma algébrica das rotações é nula!



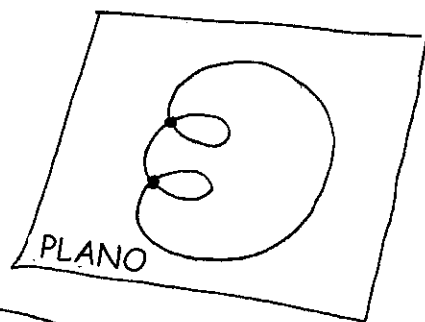
Tendo em conta esta regra de deformação das curvas fechadas (continuidade, regularidade) numa superfície, há coisas que são **POSSÍVEIS** e outras definitivamente **IMPOSSÍVEIS**.



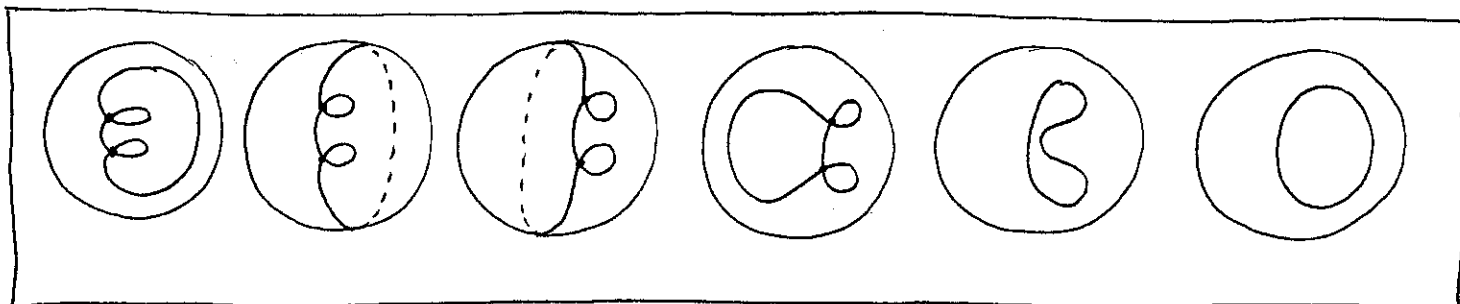
Não é assim tão linear quanto isso!



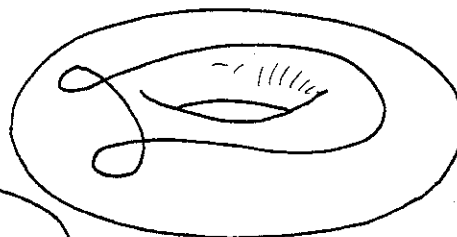
Depende do **ESPAÇO** no qual o objecto estiver representado. Olha, por exemplo, para esta curva. Num plano, não há meio de fazer desaparecer estes dois pontos duplos.



Em contrapartida, numa **ESFERA** :



Assim, certas coisas que parecem impossíveis num determinado **ESPAÇO DE REPRESENTAÇÃO** (neste caso, o plano) passam a ser possíveis ao mudar este espaço, provido de uma topologia diferente. E vice-versa.



No plano, esta curva desfaz-se facilmente, ao passo que isso já não é possível se for representada num toro.

Ó Tiresias, no nosso **ESPAÇO-TEMPO**, há coisas definitivamente **POSSÍVEIS** ou **IMPOSSÍVEIS**, que te parece?

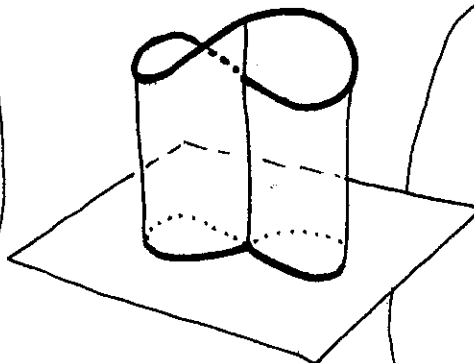
A angústia...

Percebes alguma coisa, tu, da topologia do nosso espaço-tempo?

Bem... não...

Vivemos unicamente de aparências... e ainda assim!

Os pontos de intersecção da curva fechada só fazem sentido no modo de representação numa superfície. A imagem bidimensional não passa de uma mera projecção.



Fundamentalmente, há um único objecto nisto tudo: **A CURVA FECHADA, UMA ENTIDADE UNIDIMENSIONAL.**

Num espaço de representação a 4 dimensões, a garrafa de KLEIN já não dá para recortar!

Então, se eu mudar de espaço de representação, posso fazer **TUDO**. Por exemplo, converter uma garrafa de Klein numa esfera, não?

Não, há características que se mantêm **INDEPENDENTES DO ESPAÇO DE REPRESENTAÇÃO.**

# A TOPOLOGIA

Por exemplo: a característica de Euler-Poincaré, a orientabilidade, o encerramento.

Para os objectos a uma dimensão, tudo se resume no seguinte: É NECESSÁRIO QUE UMA CURVA SEJA ABERTA OU FECHADA.

Então, Amundsen, com tem passado?

Nada, sempre na mesma...

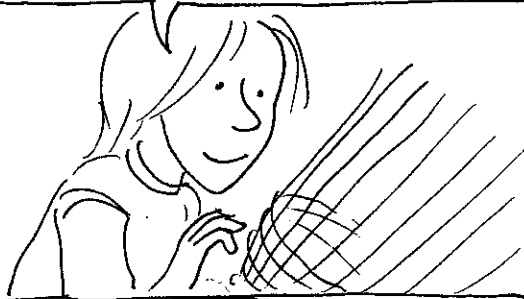
GEONEUROSE?  
Eu diria antes  
TOPONEUROSE!

As nossas estruturas mentais, a nossa **LÓGICA**, a nossa percepção do mundo, assentam em bases geométricas, que podem, a qualquer momento, estilhaçar.

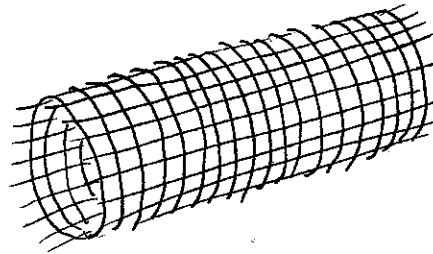
Se não conseguirmos restabelecer um mínimo de coerência na visão que o nosso amigo tem das coisas, corre o risco de persistir em recusar o seu mundo sensível.

# RETÍCULOS

Arranjei outra maneira de representar de forma cómoda as superfícies: **A CESTARIA**.



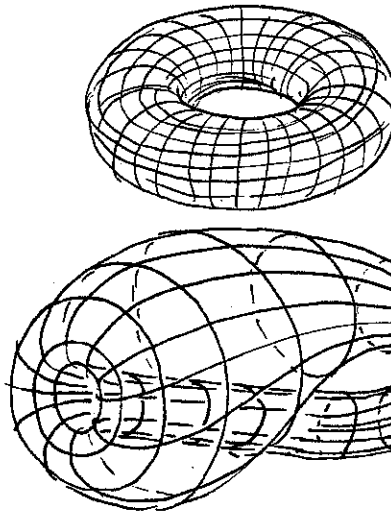
Para a esfera é que a coisa já se complica mais...



Isto, por exemplo, é um cilindro.



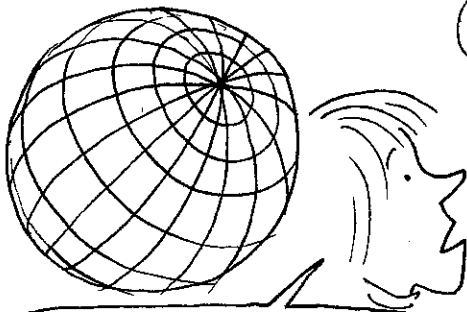
E um TORO.



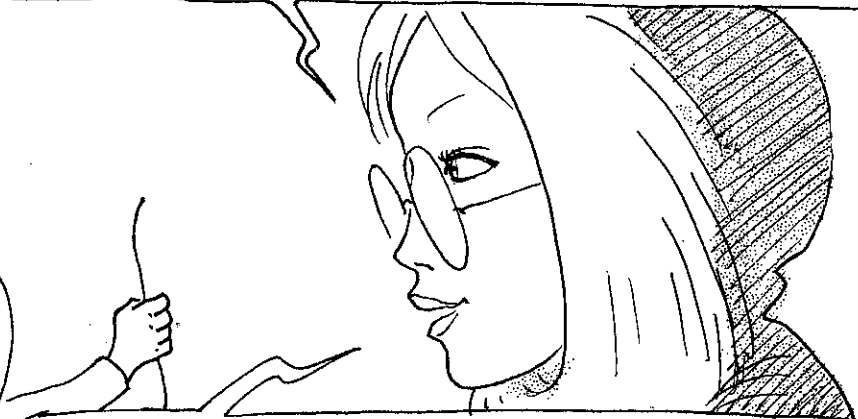
Uma garrafa de KLEIN.



Para a ESFERA, só tens de introduzir 2 PÓLOS.



Já não estou a perceber nada...  
Para o TORO ou a garrafa de KLEIN, não preciso...



A característica de Euler-Poincaré dá-te o número de PÓLOS de que irás precisar para RETICULARES a tua superfície. Para o TORO ou a garrafa de KLEIN, é zero. Mas para a esfera, já é 2.

Este conceito, como é evidente, pode estender-se às **HIPERSUPERFÍCIES**, aos espaços a 3, 4, ... N dimensões.

Salvo erro, o universo é, de acordo com o modelo cíclico de **FRIEDMANN (\*)**, uma hiperesfera **S4**. Depreendo que é possível **CALCETAR** um espaço tridimensional com a ajuda de estruturas cúbicas. Mas... e se for a quatro dimensões?

Simple: basta calcetares com **HIPERCUBOS**.

Mas, vamos lá ver... a característica de uma hiperesfera **S4** é 2. Portanto, o nosso espaço-tempo deveria apresentar, pelo menos, uma espécie de singularidade, algum pólo, não?

Hipercubos ?  
Se o dizes...

E o **BIG BANG (\*)** é O QUÊ, afinal de contas?

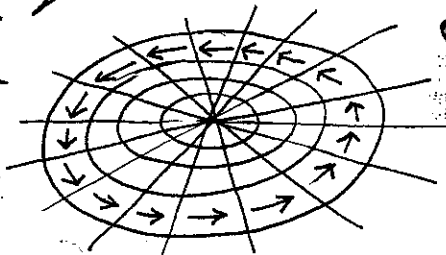
Desse modo, considerações puramente geométricas teriam permitido prever um dos aspectos mais fantásticos da história do mundo, descoberto ao mesmo tempo que o fenómeno de expansão do Universo.

(\*) Ver "**BIG BANG**" (do mesmo autor).

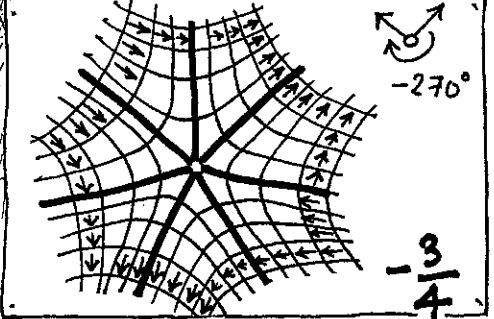
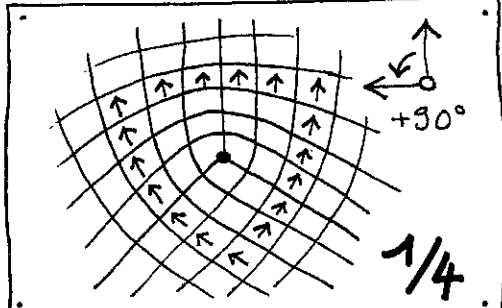
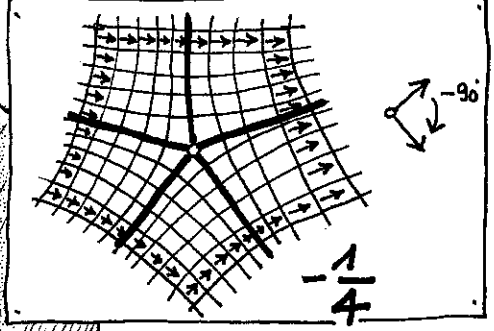
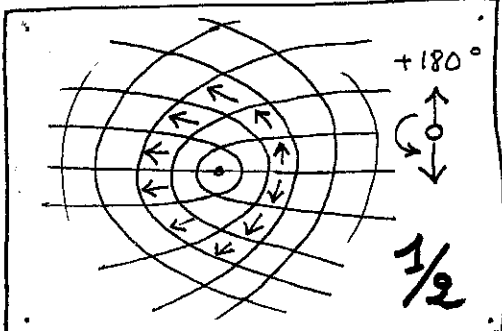


# SINGULARIDADES

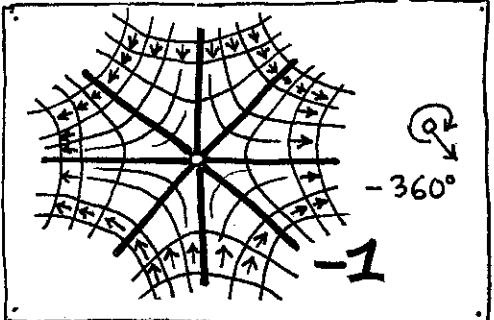
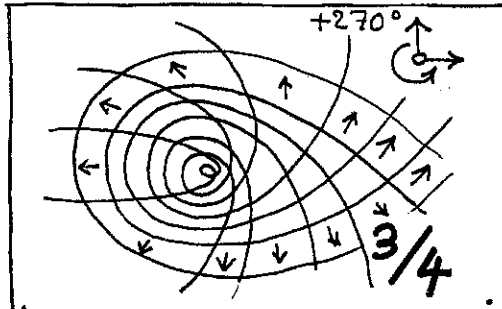
A ORDEM DE UMA SINGULARIDADE DE RETÍCULO é igual ao ângulo cuja seta gira, positivo ou negativo, a dividir por  $360^\circ$  ( $2\pi$ )



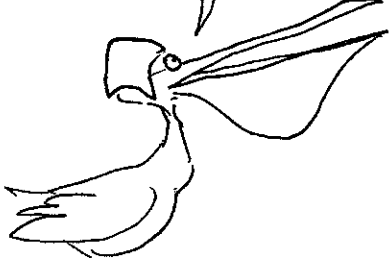
A do PÓLO é 1.



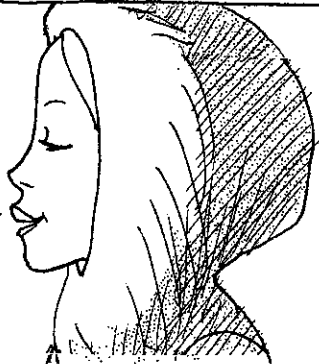
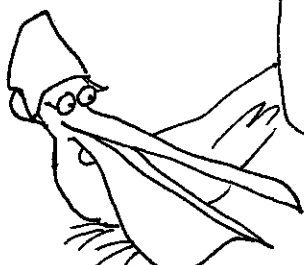
Aqui temos singularidades de ordem positiva (à esquerda) e negativa (à direita).



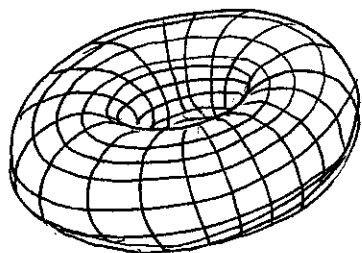
Sim... e qual é o interesse?



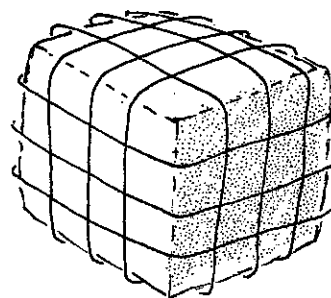
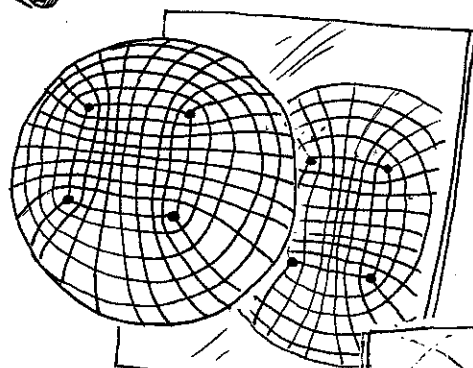
Se reticulares uma superfície fechada, é provável que tenhas singularidades. Pois bem, a característica de Euler-Poincaré será igual à soma algébrica das ordens das singularidades.



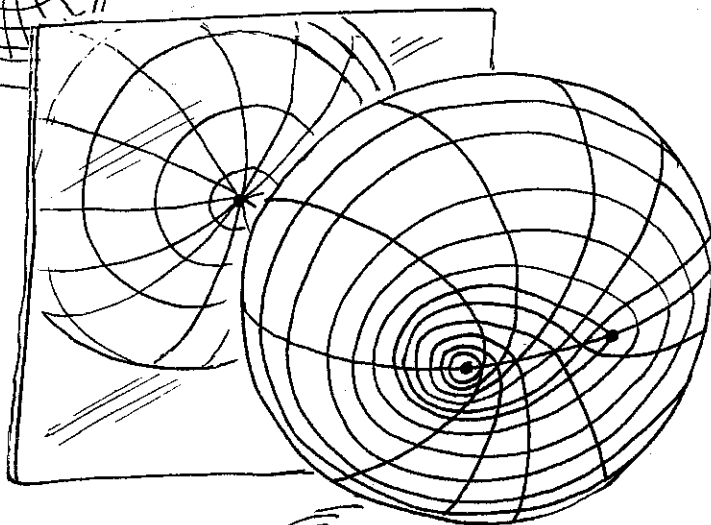
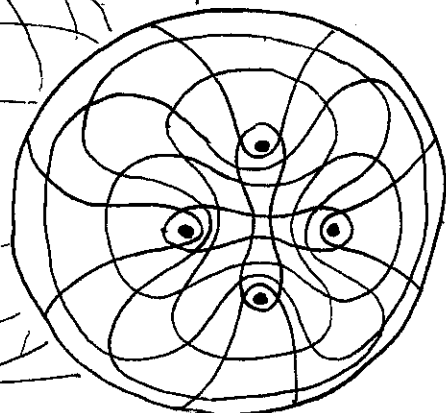
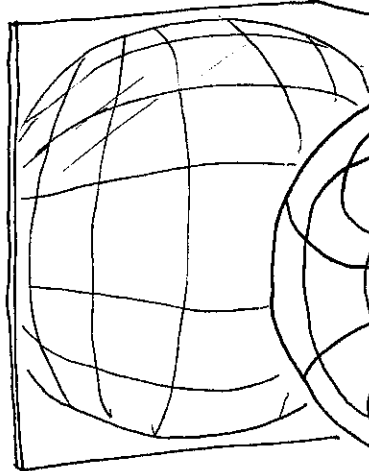
Posso reticular um **TORO** sem singularidade.  
É normal: a sua característica Euler-Poincaré é nula.



E aqui temos  
uma esfera retiforme  
por intermédio de oito  
singularidades  
de ordem  $\frac{1}{4}$ ...



Ou com uma  
singularidade  $\frac{3}{4}$ ,  
uma ordem  $\frac{1}{4}$   
e um **PÓLO**...



Ou ainda com quatro singularidades de ordem  $\frac{1}{2}$ .

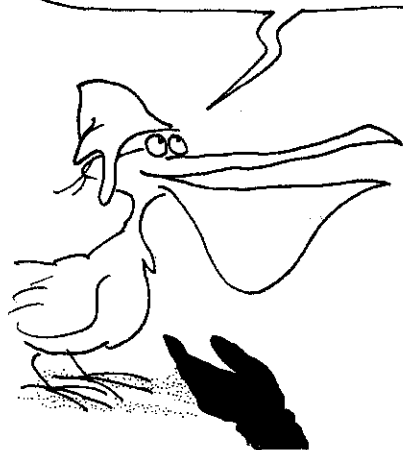


#### NOTA:

Os leitores que tiverem lido "EINSTEIN E O BURACO NEGRO", da página 14 à 36, devem certamente ter reparado a semelhança entre os desenhos das singularidades de retículo e aquilo a que é feito referência, na respectiva obra, no que diz respeito aos POSICONES, aos NEGACONES e à curvatura. Todas estas noções, essencialmente **ANGULARES**, têm uma relação estreita. A **CURVATURA TOTAL** de uma superfície, representada no nosso espaço a três dimensões, é precisamente igual à característica de Euler-Poincaré, multiplicada por  $360^\circ$  (ou por  $2\pi$ ).

A Direcção

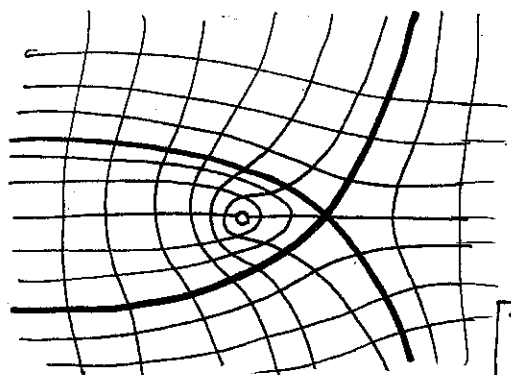
É uma pena que estas coisas não sirvam absolutamente para nada,  
tal como o grego ou o latim.



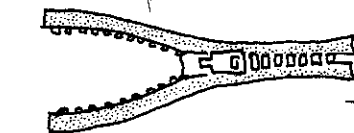
O que te leva a crer que  
não serve de nada, Leão?  
De singularidades está  
a natureza cheia!



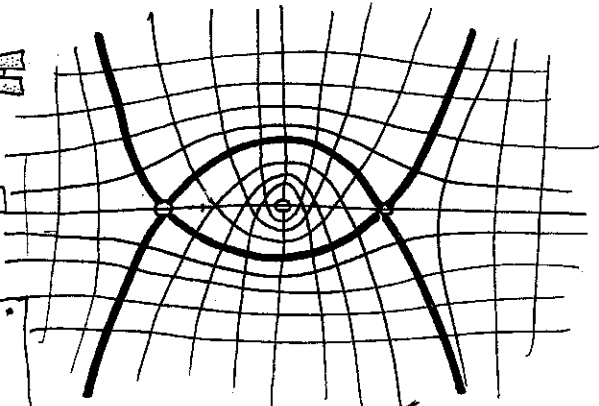
Então, mas onde?



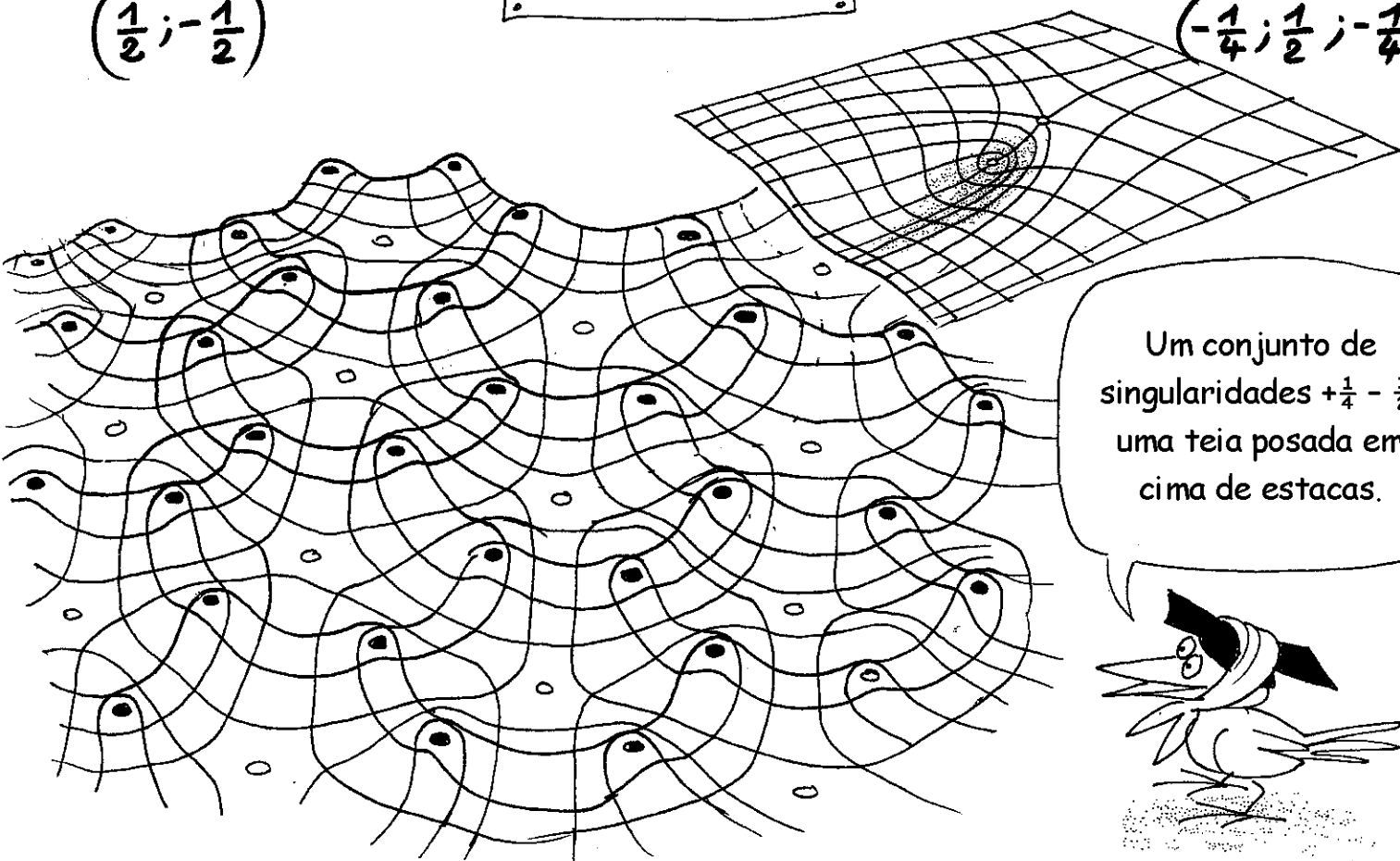
$$\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$



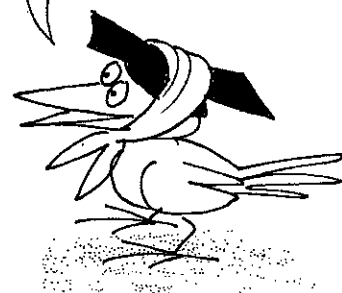
Rebentar um  
fecho-éclair.

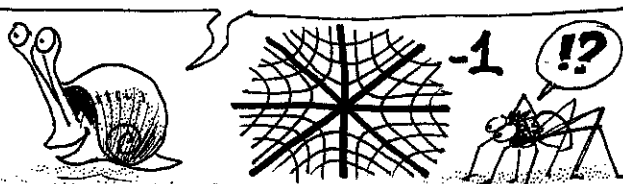
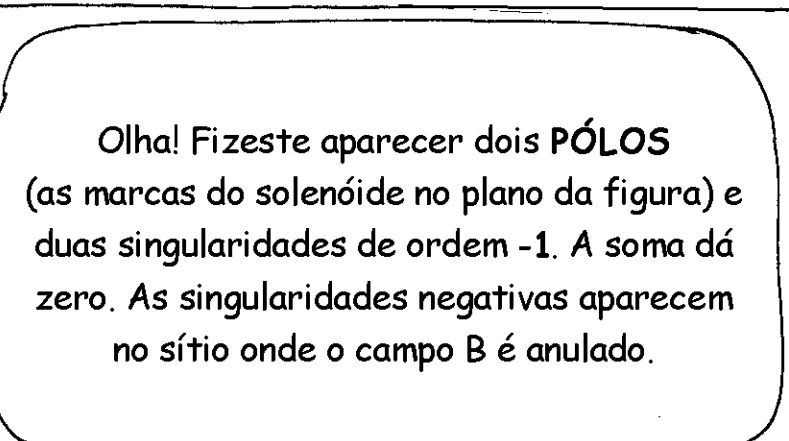
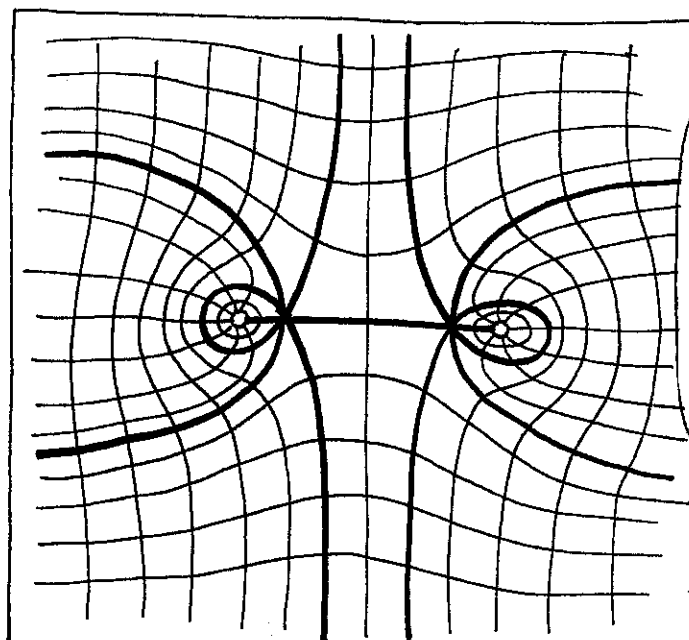
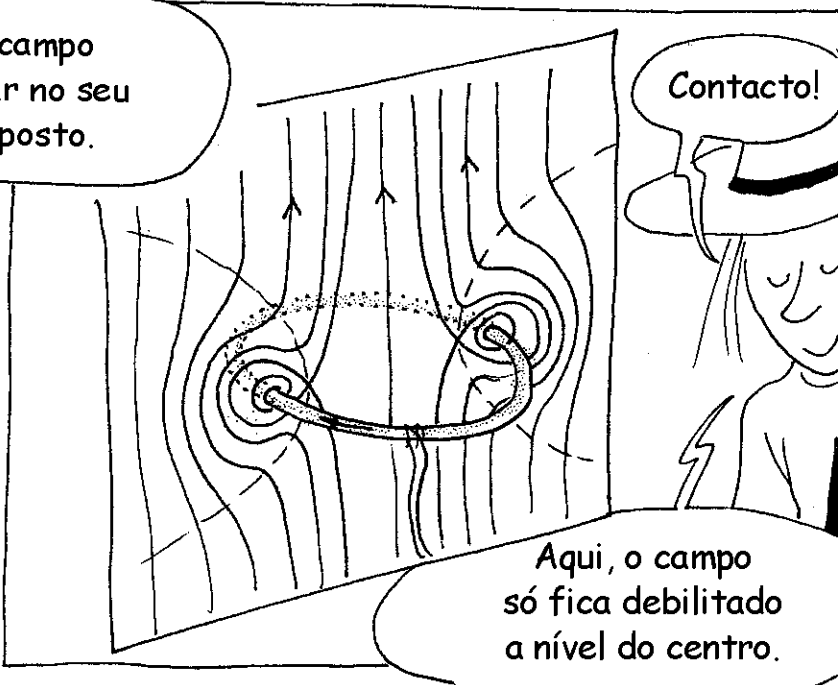


$$\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$$



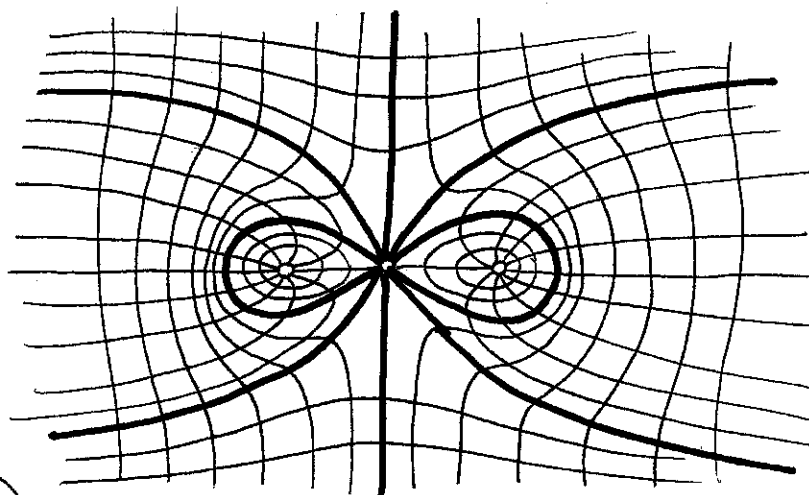
Um conjunto de  
singularidades  $+\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$ :  
uma teia posada em  
cima de estacas.



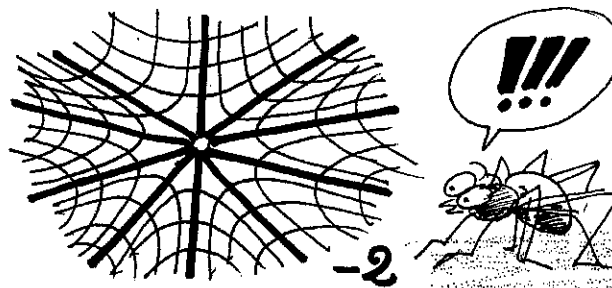


Explica-se pelo facto de o sistema ter uma simetria de revolução e por termos um exemplo de retículo com linhas de singularidade.

Agora, vou montar a corrente de maneira a anular o valor do campo magnético no centro do solenóide.



Neste momento, os dois pontos de campo nulo, no plano da figura, fundiram-se em apenas um, de ordem -2 (exemplo de CONFLUÊNCIAS DE SINGULARIDADES).



Esta coisa é mesmo engraçada!  
É para aumentar o campo de novo?

Isso não será perigoso?

O que tanto receias, Leão?  
Que a gente crie alterações  
irreversíveis no espaço-tempo?  
São apenas cem gauss, pá!

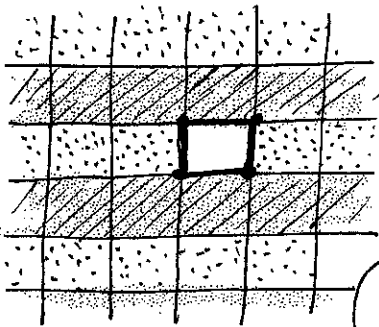
Desde "A BARREIRA  
DO SILÊNCIO" que o Leão não  
pode ouvir falar em campos  
magnéticos!

Fantástico!

O campo magnético  $B$   
inverteu-se no centro da espira.  
A singularidade desdobrou-se em  
duas singularidades de ordem  $-1$ .  
Acabámos de criar um vórtice  
magnético de geometria tórica.

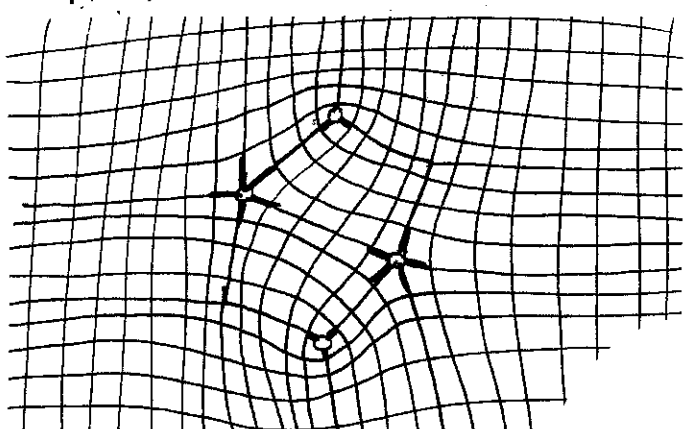
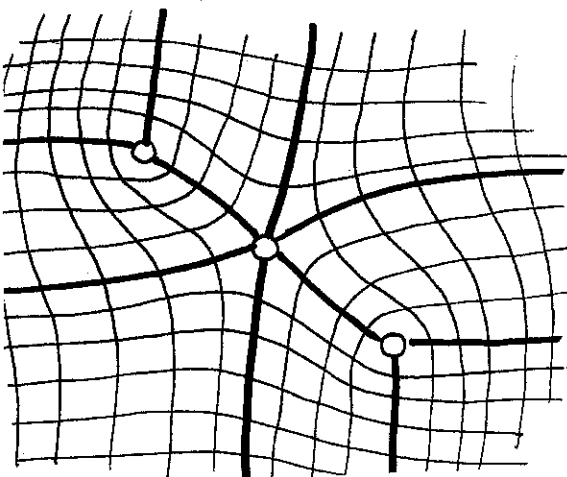
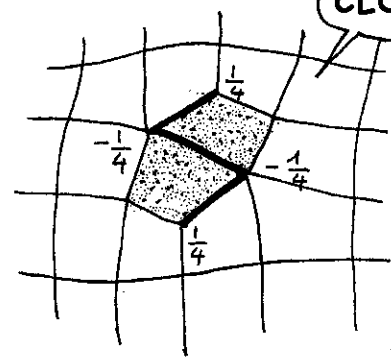
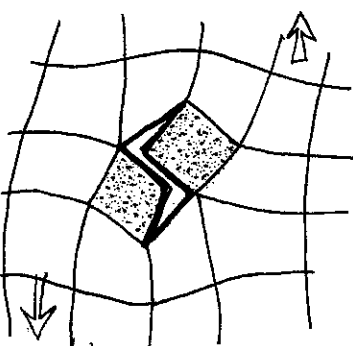
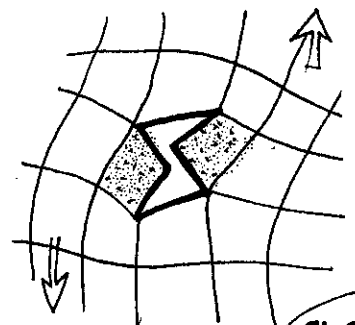
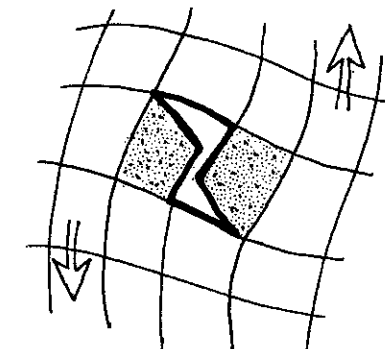
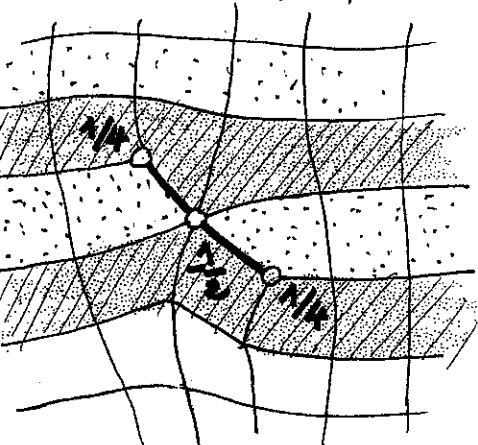
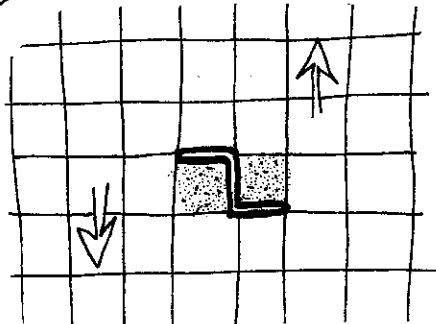
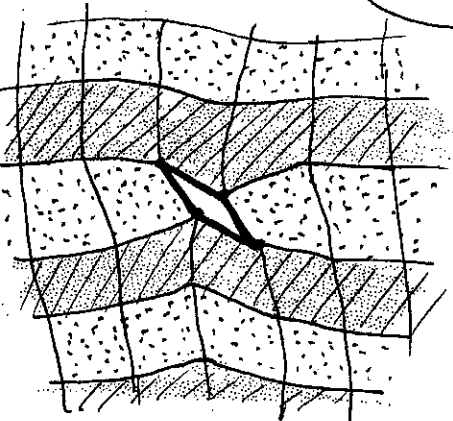
Os retículos,  
as singularidades encontram-se  
em tudo quanto é física...

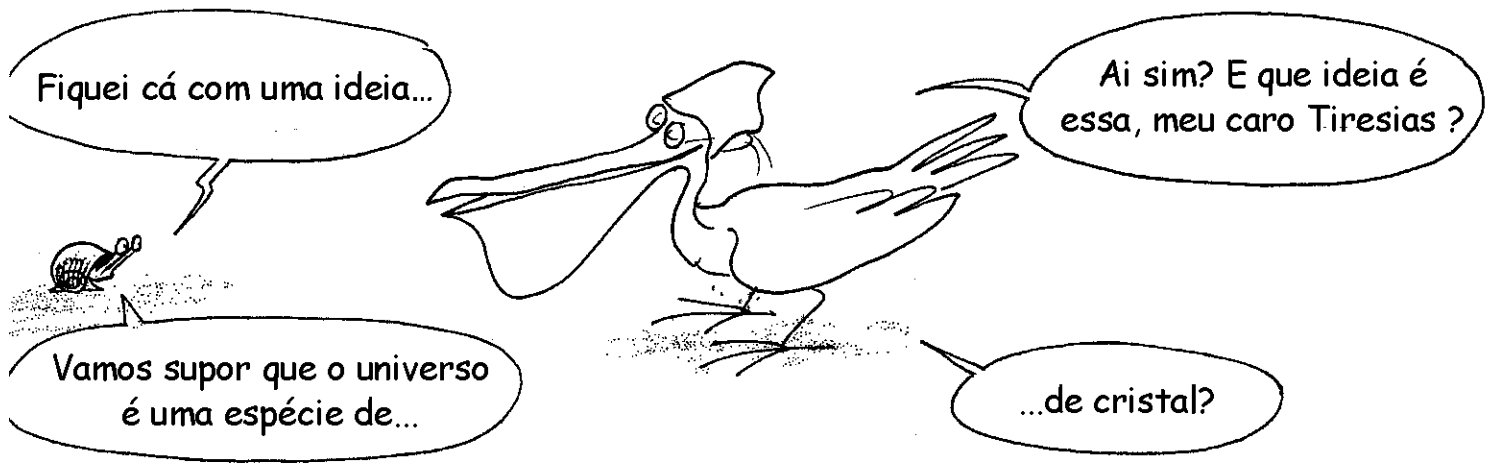
Os **CRISTAIS** são minas de singularidades. Neste cristal plano de malha quadrada, se criarmos um **DEFEITO** retirando um elemento, o preenchimento do vazio será feito pelo preço de uma singularidade  $-\frac{1}{2}$  e de duas singularidades  $\frac{1}{4}$ .



Vou tirar um ladrilho.

Aqui, um esforço de **CISALHAMENTO** irá acarretar um novo arranjo no retículo plano pelo preço de duas singularidades de ordem  $\frac{1}{4}$  e de duas singularidades de ordem  $-\frac{1}{4}$ .





Se o universo fosse feito à base de espécies de células, as **PARTÍCULAS ELEMENTARES** poderiam ser defeitos, deslocações ou combinações de singularidades de **PREGAGEM** (\*). O movimento, ou as interações, corresponderiam a novos arranjos disto tudo...



(\* ) O **RETÍCULO** refere-se aos objectos de 2 dimensões.  
A **PREGAGEM** é o equivalente, mas por um número de dimensões superior.



Tudo aquilo que se segue vai ser ilustrado com ajuda de DESENHOS ANIMADOS "DESFOLHÁVEIS" indicados com as letras A, B, C, D.

*A Direcção*

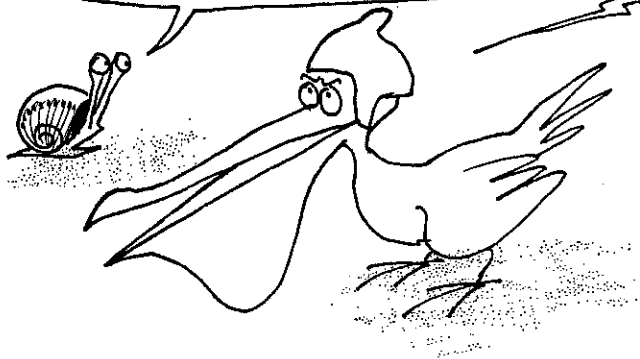
**A**

TRANSFORMAÇÃO  
DA FITA DE MÖBIUS  
EM SUPERFÍCIE  
DE BOY

# A SUPERFÍCIE DE BOY

Bem, passámos um bom bocado.  
No entanto, o desgraçado do  
Amundsen continua esquecido...

E continuamos sem saber  
o que seria deste maldito  
planeta sem Pólo Sul!

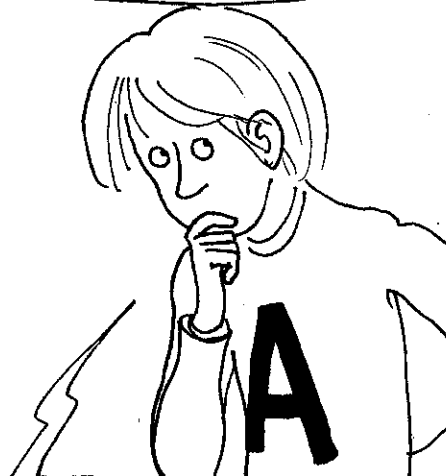


**B**

IDEM: BORDA DE  
CURVA E CONJUNTO  
DE AUTO-  
INTERSECÇÃO

**C**

ESTADO DE  
CONJUNÇÃO DOS  
PONTOS  
ANTIPODAIS



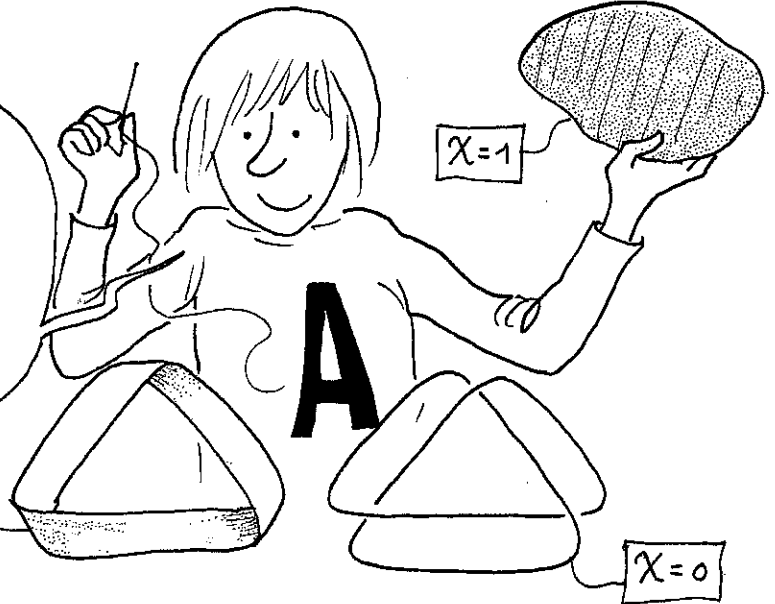
Esperem aí... para ter apenas um pólo, é porque a sua  
característica de Euler-Pointacaré é igual a 1. Por outro lado,  
tem um aspecto mais UNILATERAL...

**D**

INVERSÃO  
APARENTE  
DO TEMPO

Uma fita de Möbius tem uma característica nula. Eu bem que poderia coser uma curva fechada pelo seu comprimento, na medida em que esta também uma característica zero. Um simples disco, por exemplo...

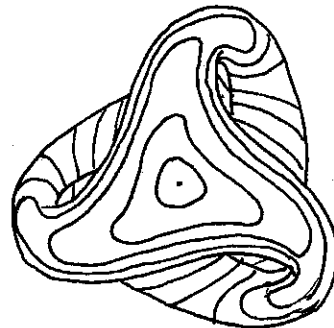
$$\chi=0$$



O conjunto teria efectivamente uma característica unitária, e isso seria uma superfície fechada unilateral. Só que, em vez de coseres, que tal utilizares **TRAVERSINA?**

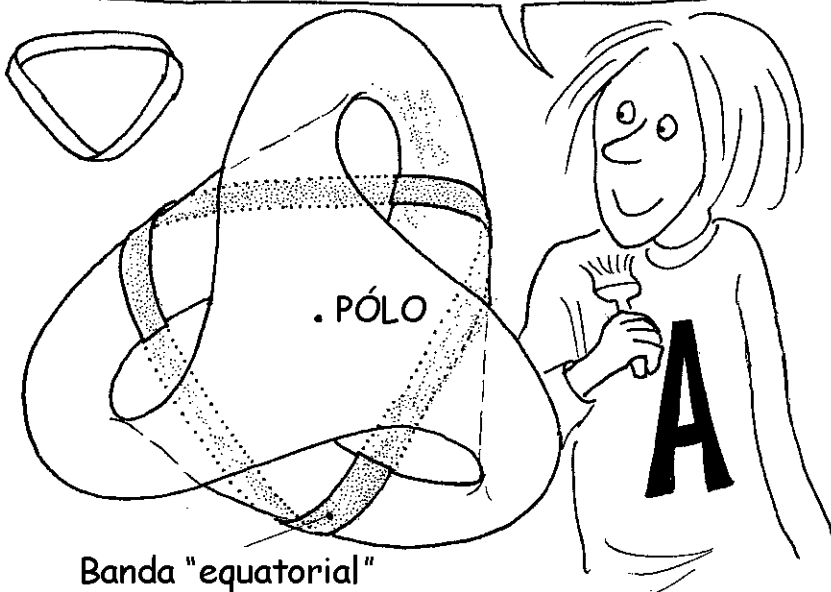


A história da fita de Möbius que se transforma em superfície de **BOY** poder ser consultada nos desenhos animados **A** e **B**. Aqui está o objecto final:



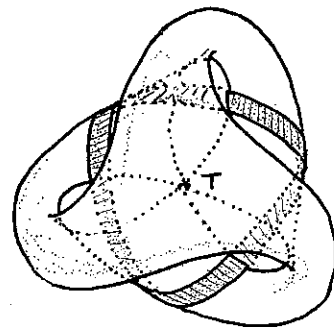
Aqui temos as "PARALELAS" da superfície de **BOY**. Também é a evolução da **BORDA** da fita de Möbius correspondendo à sequência **A**.

Que paralelas mais esquisitas...

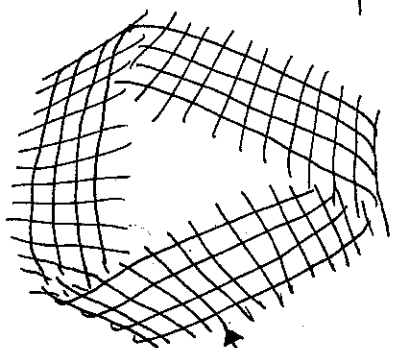


Banda "equatorial"

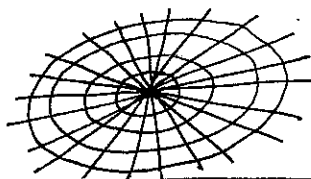
É um trabalho de **CESTARIA**, Leão. Basta prolongar os "meridianos" da fita de Möbius trazendo-os até ao fundo do cesto, até ao pólo.



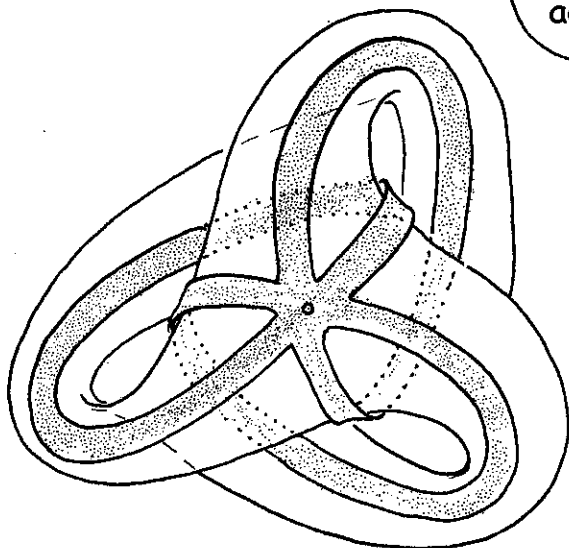
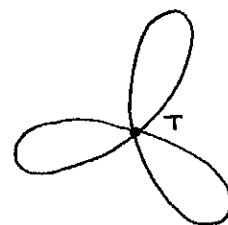
SUPERFÍCIE DE BOY  
COM FITA DE  
MÖBIUS INICIAL



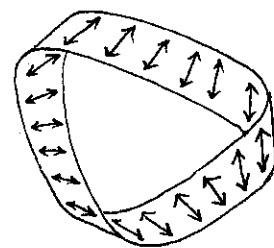
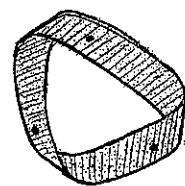
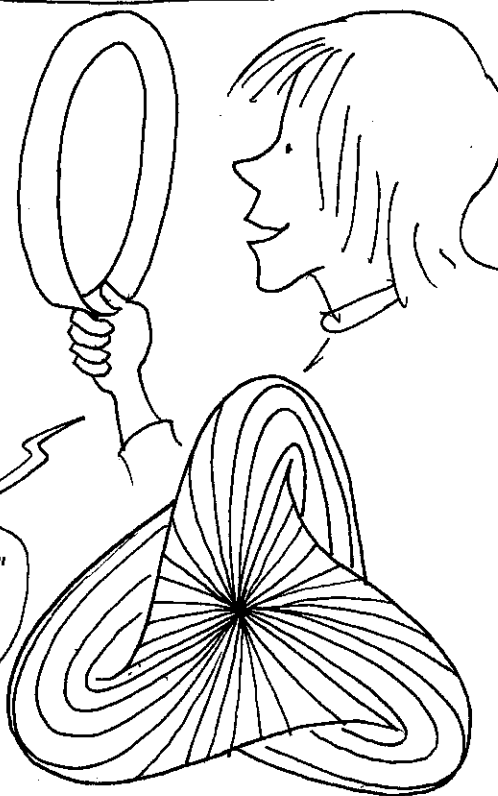
Meridiano



Por outras palavras, basta soldar os talos livres da fita de Möbius aos do "fundo do cesto".



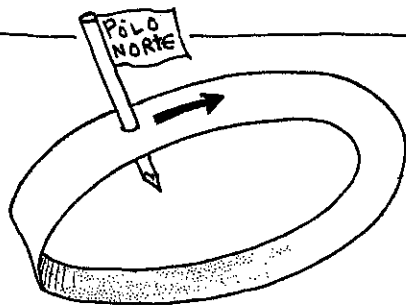
Os **ENTORNOS** desses "meridianos" são fitas de Möbius de meia-volta.



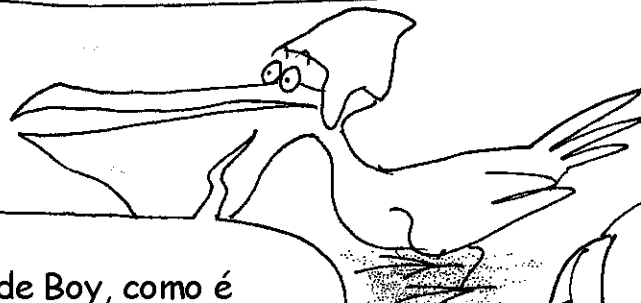
O PRIMEIRO MODELO DA SUPERFÍCIE DE BOY COM O SEU CONJUNTO "MERIDIANOS" + "PARALELOS" FOI IMAGINADO PELO AUTOR. UMA BELÍSSIMA MAQUETE, REALIZADA POSTERIORMENTE PELO ESCULTOR MAX SAUZE, A QUAL PODE SER VISTA NA "SALA  $\pi$ " DO "PALAIS DE LA DÉCOUVERTE" DE PARIS.

A DIRECÇÃO

Caminhámos numa dessas fitas quando, depois de deixarmos o "PÓLO NORTE", tínhamos ido à procura do "PÓLO SUL".



E, como já se sabe, acabámos por dar com a ponta da estaca de Perry!



Mas então... se caminhámos numa superfície de Boy, como é possível não termos detectado as regiões de auto-intersecções?

Sabes bem que esta **IMAGEM** de auto-intersecção não passa de um efeito de imersão da **SUPERFÍCIE DE BOY** no **ESPAÇO DE REPRESENTAÇÃO TRIDIMENSIONAL**. O que acontece é que a superfície de **BOY** e a garrafa de **KLEIN** **EXISTEM ENQUANTO OBJECTO A 2 DIMENSÕES INDEPENDENTEMENTE DO ESPAÇO EM QUE FOREM REPRESENTADOS**.

Eis uma boa maneira de entendermos esta auto-intersecção.

Bem, uma coisa é certa: o planeta encontra-se em superfície de Boy e só há um único pólo.

Não contem comigo para dar a notícia ao Sr. Amundsen, coitado do homem!

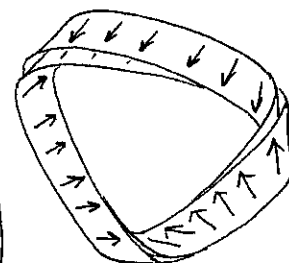
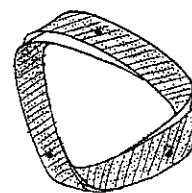
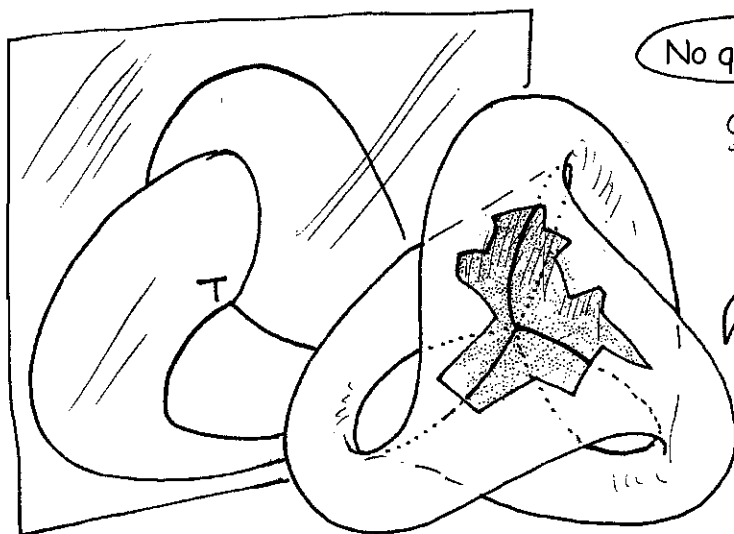
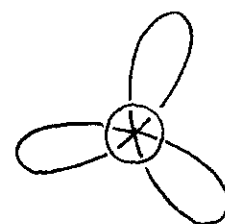
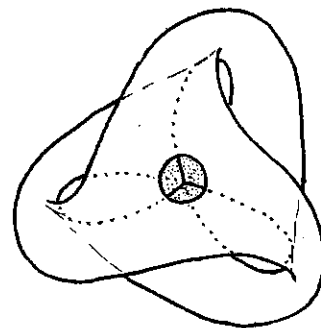
Continua em estado de choque.

FITA DE MOBIUS DE BORDA CIRCULAR

# O CUBO DE BOY

No que me toca... eu...

Podem achar que sou um palerma, mas confesso que, nem com os desenhos, os recortes ou ainda as várias perspectivas, entendi a superfície de Boy...



Tens dificuldade em topar a topologia dele, é?

A dele?... bem... sim... deve ser isso.

Espera, Leão, arranjei algo que te vai ajudar.

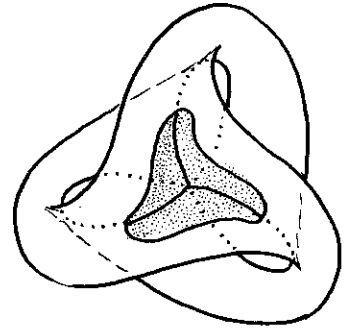
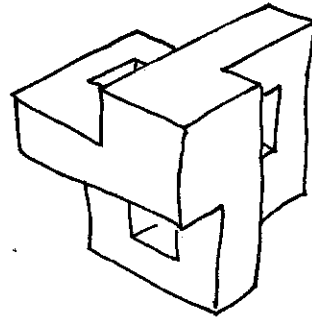
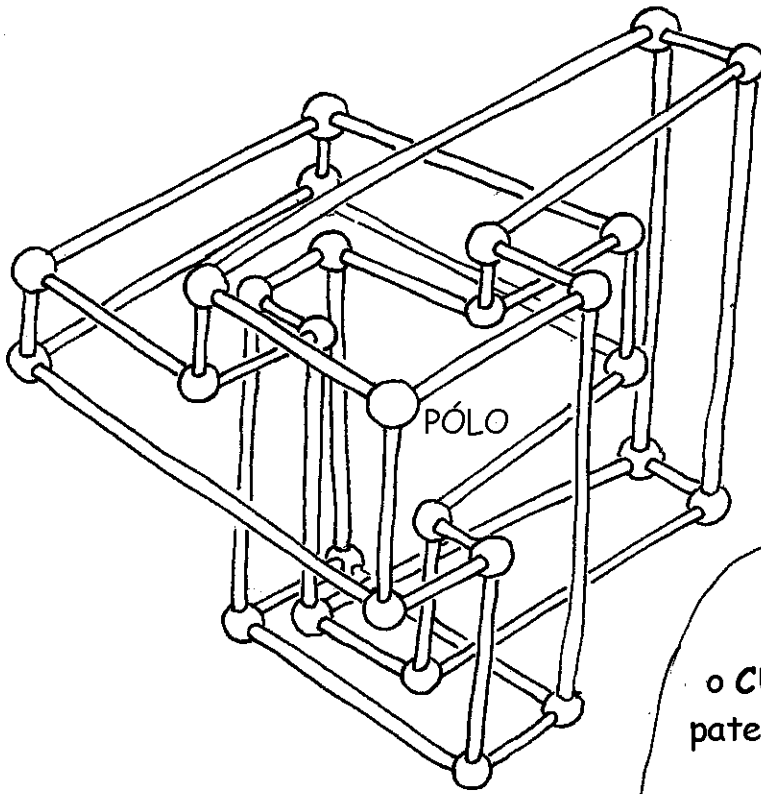
Leão, uma esfera ou um cubo, vem tudo dar ao mesmo! A topologia é a mesma, a característica de Euler-Poincaré é a mesma e a curvatura, idem aspas!

Hmm... será...

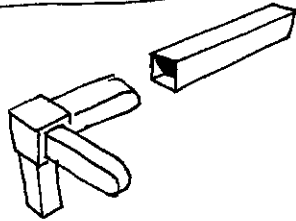
E isto é um TORO.

Então, isto aqui é um CUBO DE KLEIN?

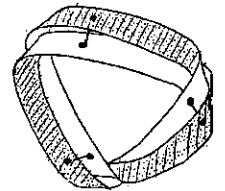
Muito bem!



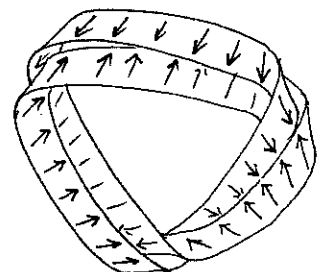
Amigos,  
apresento-vos  
o **CUBO DE BOY** com a  
patente Anselmo Curioso:  
28 vértices  
43 arestas  
16 faces  
 $\chi = 28 - 43 + 16 = 1$ .

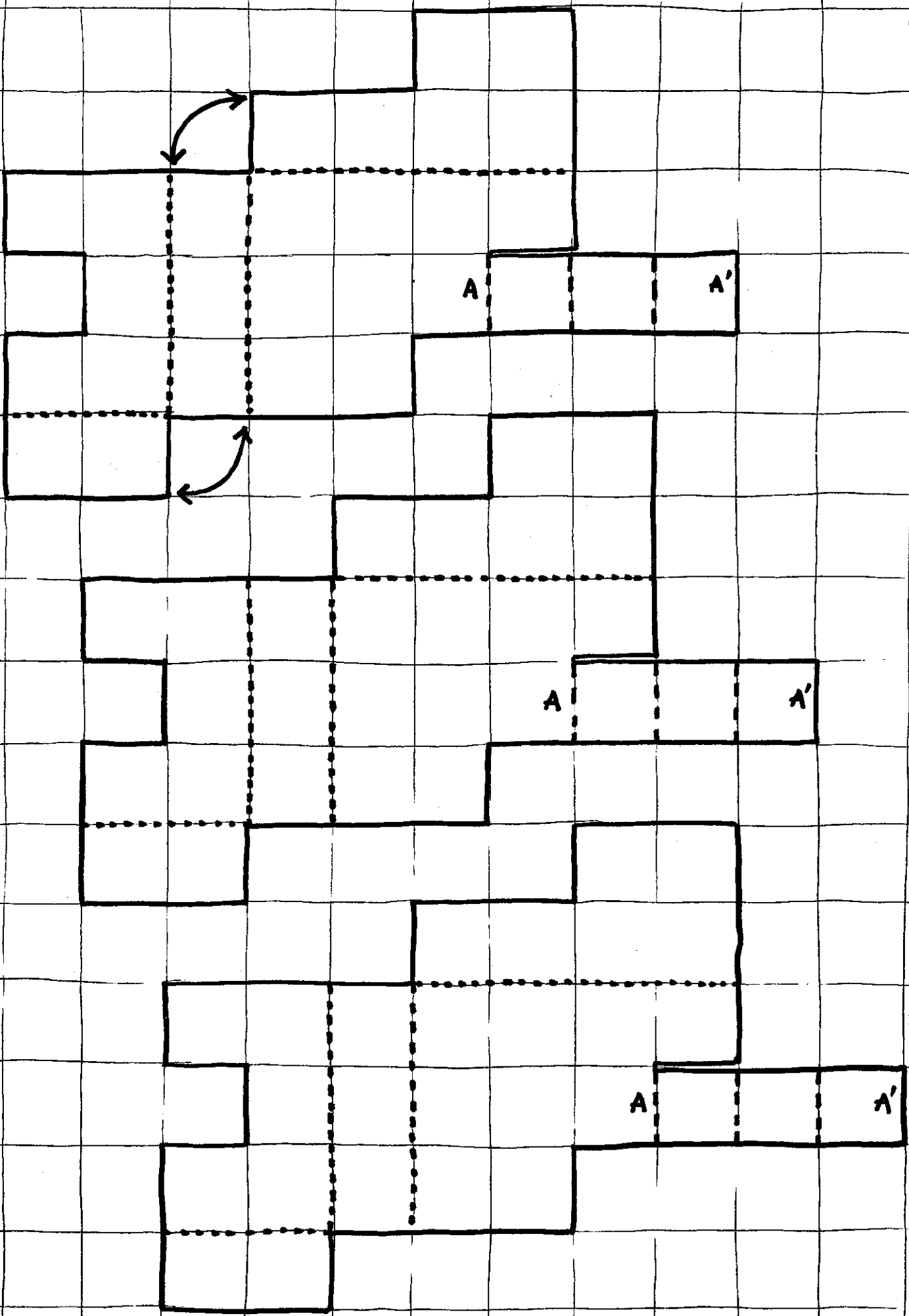


Dá para fazer modelos bem  
giros com elementos de  
prateleiras REYNOLDS  
(tubos quadrados em  
duralumínio, peças  
de ângulo em plástico).

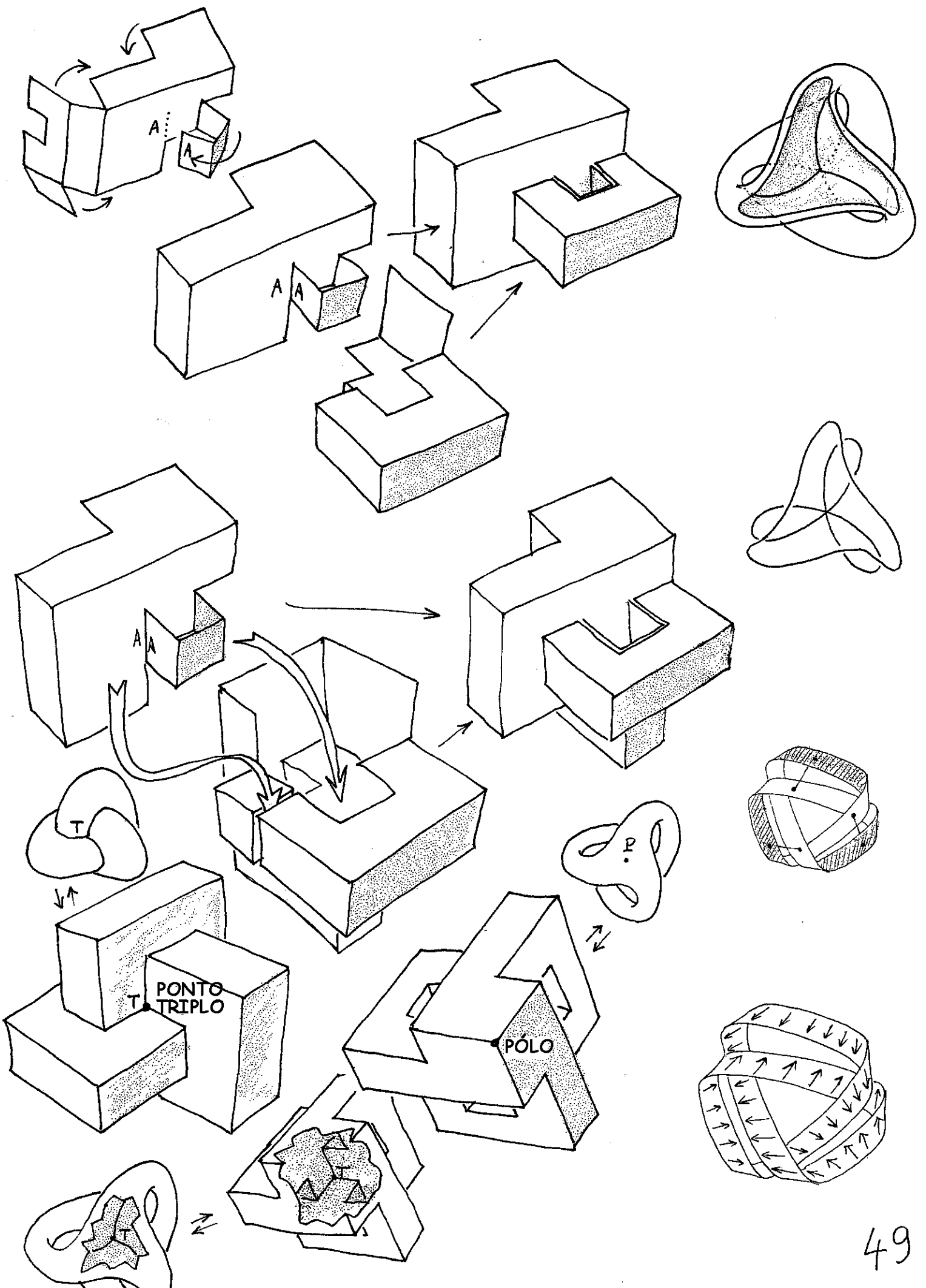


Na página seguinte,  
pode ver a ilustração de um  
recorte para que possa conceber  
o seu próprio **CUBO DE BOY**.





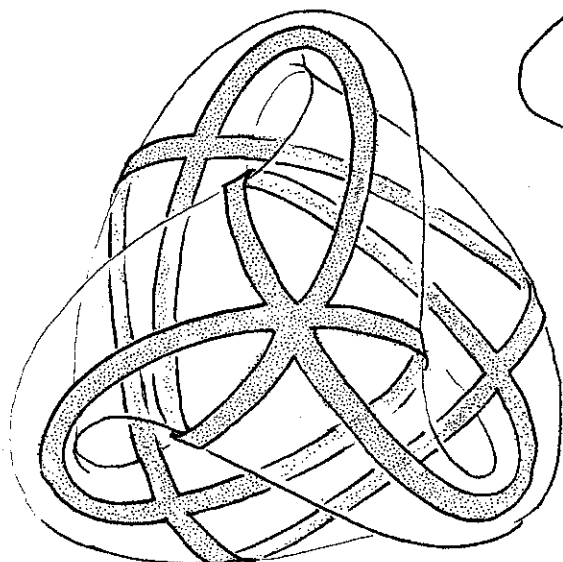




# REVESTIMENTOS

Quer-se dizer que a história chegou ao fim?

Não, estou a ver um ressalto inesperado...

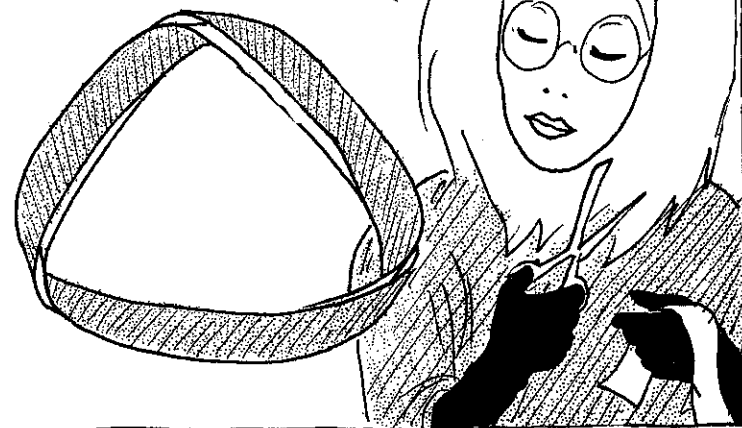
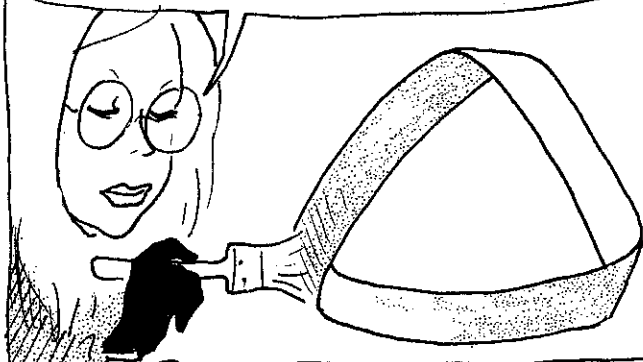


O REVESTIMENTO DE DUAS FOLHAS de um objecto UNILATERAL, NÃO PODENDO SER ORIENTADO é BILATERAL, PODE SER ORIENTADO e tem uma característica dupla.

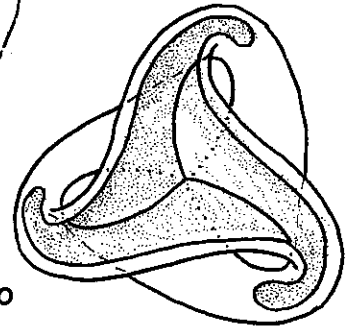
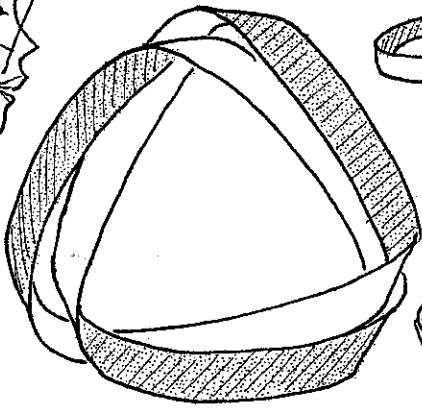
O que estais para aí a dizer?

É simples: pegas numa fita de Möbius e reveste-la de tinta no seu ÚNICO lado. Depois, removes a fita...

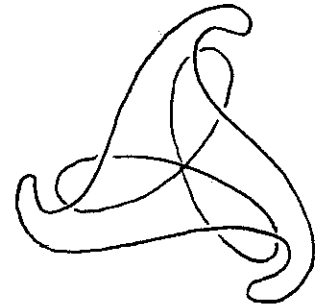
...ficando apenas a tinta!



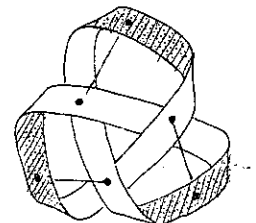
Esta nova banda, fechada sobre ela mesma, tem duas faces, uma vez que uma delas estava em contacto com a fita de Möbius. Mas também podes explorar a sequência de imagens C:



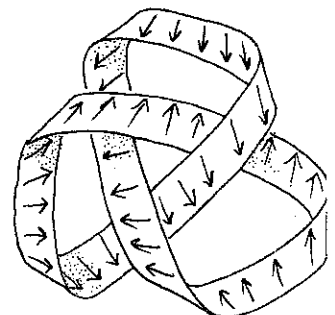
Ambas as características (a dela e a da fita de Moebius) são nulas.



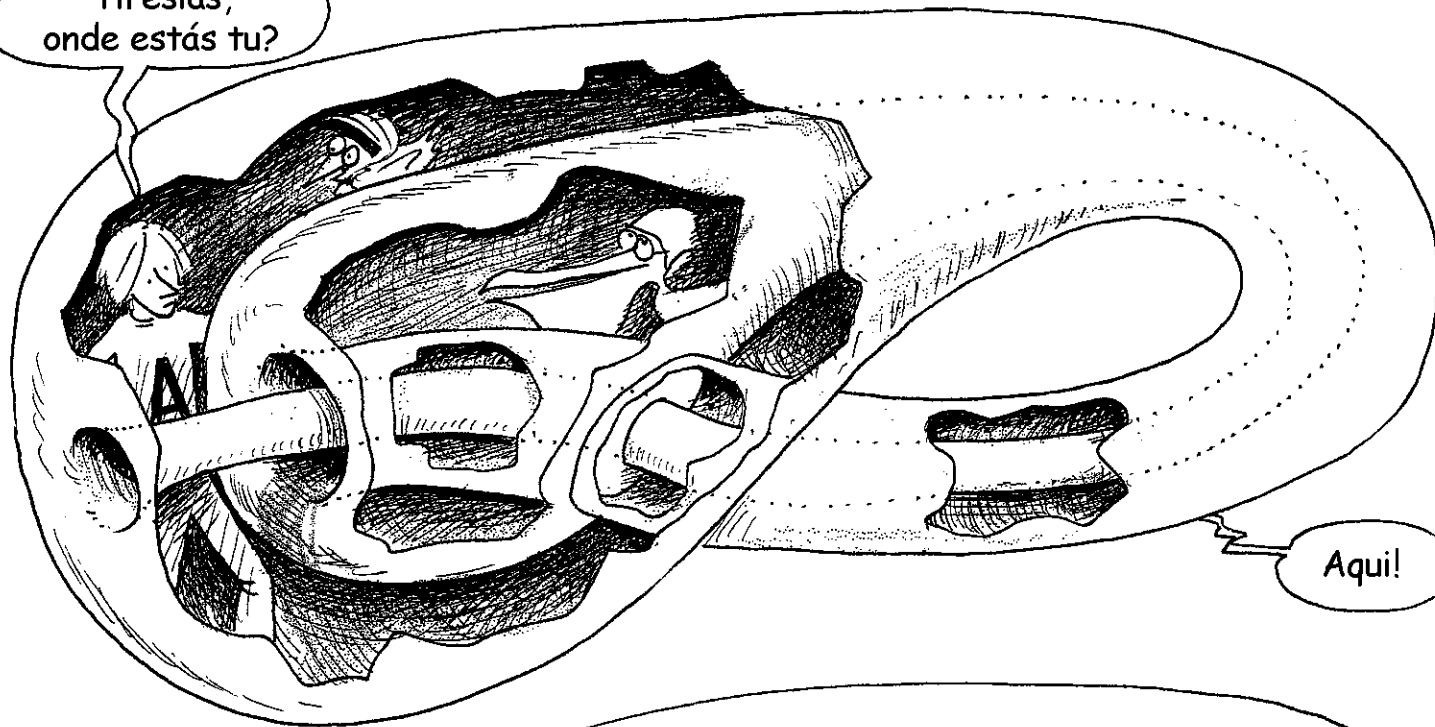
Deixa cá ver... se eu pintar... uma **GARRAFA DE KLEIN** pela sua **ÚNICA FACE** e remover a garrafa conservando a tinta, obtenho uma superfície **FECHADA, REGULAR Q.B.**, com **DUAS FACES** e possuindo uma característica de Euler-Poincaré igual a  $2 \times 0 = \text{zero}$ .



Ou seja, uma imersão do **TORO!**

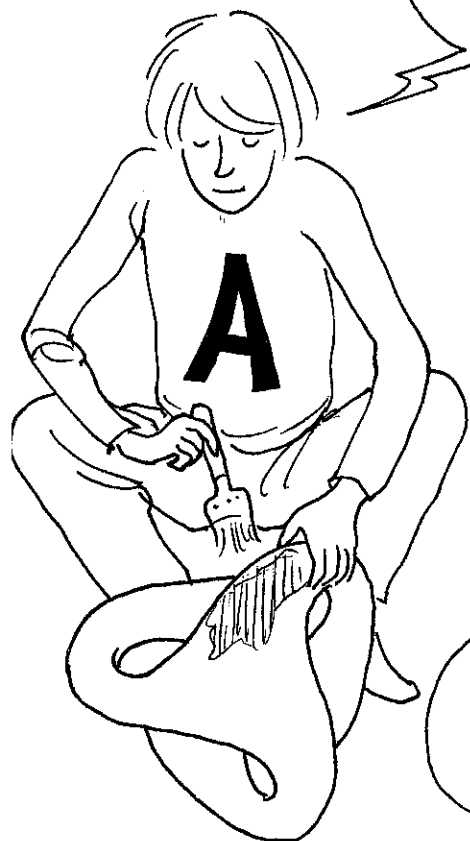


Tiresias,  
onde estás tu?




Aqui!

Da mesma forma que,  
se eu pegar numa superfície de Boy e a untar com tinta,  
ao retirar a BOY e conservar a tinta, obterei uma superfície  
**FECHADA, REGULAR Q.B., COM 2 FACES** e possuindo uma  
característica de Euler-Poincaré igual a  $2 \times 1 = 2...$


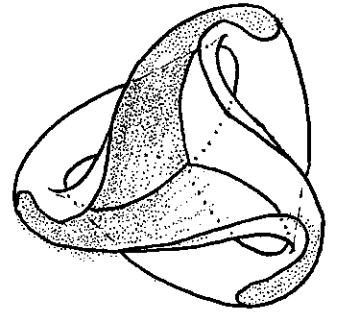


...que é como quem diz...  
uma **IMERSÃO  
DA ESFERA!**

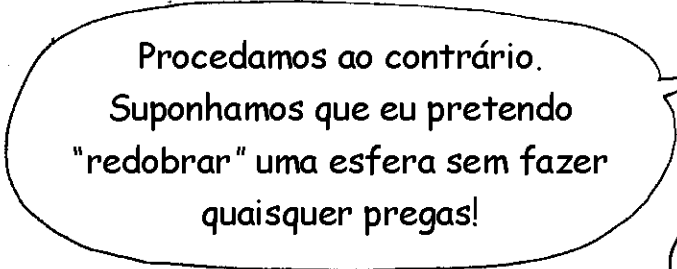
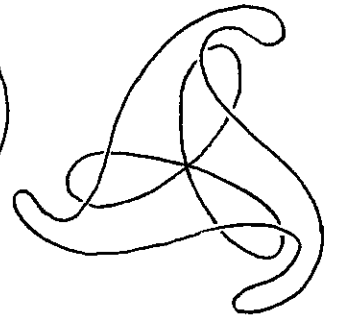




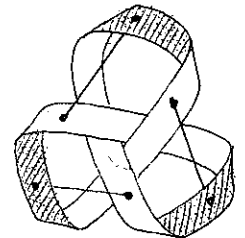
Mas posso **REALMENTE**  
"deslocar" esta esfera esquisita  
e transformá-la numa  
esfera "vulgar"?




Com **TRAVERSINA**, não há  
qualquer problema e o mesmo  
sucede-se com o **TORO**.



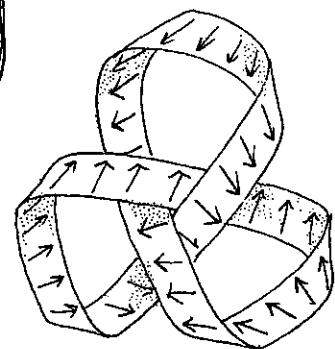
Procedamos ao contrário.  
Suponhamos que eu pretendo  
"redobrar" uma esfera sem fazer  
quaisquer pregas!

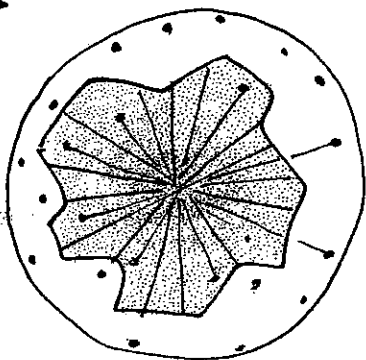


**CRUZAMENTO  
DAS FAIXAS  
TERMINADO**



Para isso,  
vais precisar de  
**ENCOLHEDOL**.





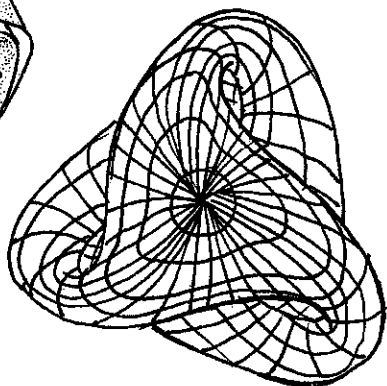
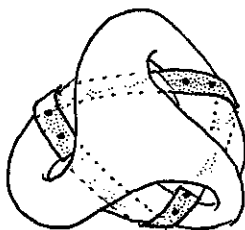
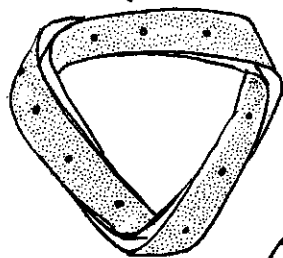
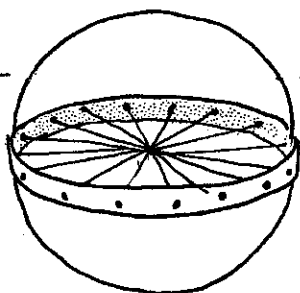
Em primeiro lugar, une-se cada um dos pontos da esfera com o respectivo **ANTIPODO** por intermédio de fios ensopados em **ENCOLHEDOL**.



Os fios vão contrair-se até adquirirem um comprimento nulo enquanto a superfície da esfera se mantém constante. Depois, leva-se cada ponto em **CONJUNÇÃO** com o respectivo **ANTIPODAL**.

Mas verão isso tudo noutra álbum dedicado à **REVIRAVOLTA DA ESFERA**. Por enquanto, a série de imagens do filme **C** mostra de que forma é que o **EQUADOR** da **ESFERA** se desdobra, convertendo-se no **EQUADOR** da **BOY**. O Pólo Norte vem, como era de esperar, colocar-se contra o Pólo Sul.

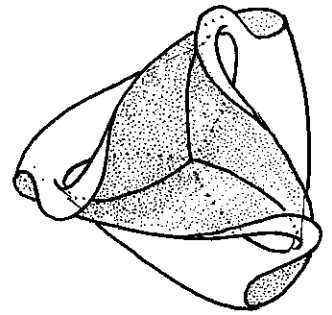
*A Direcção*



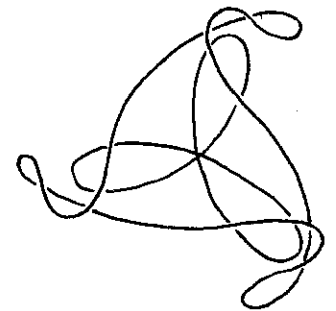
Todos os meridianos e os paralelos da esfera vêm recobrir-se uns aos outros.



Imagina só numa aranha que vive numa superfície de BOY cuja rede seria constituída pelos seus paralelos e os seus meridianos. Bem que ela acabaria por pensar que estava a viver... numa esfera!

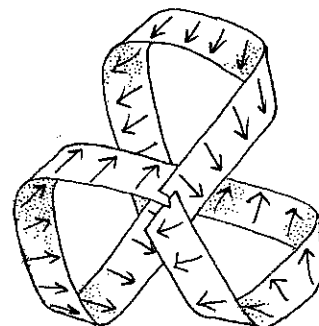
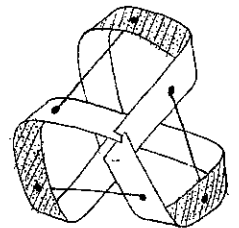


ENCERRAMENTO DOS TRÊS "TÍMPANOS"



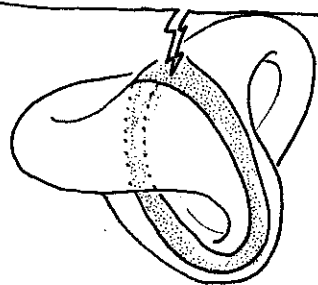
Bem, já que tenho almoço garantido e tenho, vou dar uma volta.

CAMINHO LEVADO PELA ARANHA

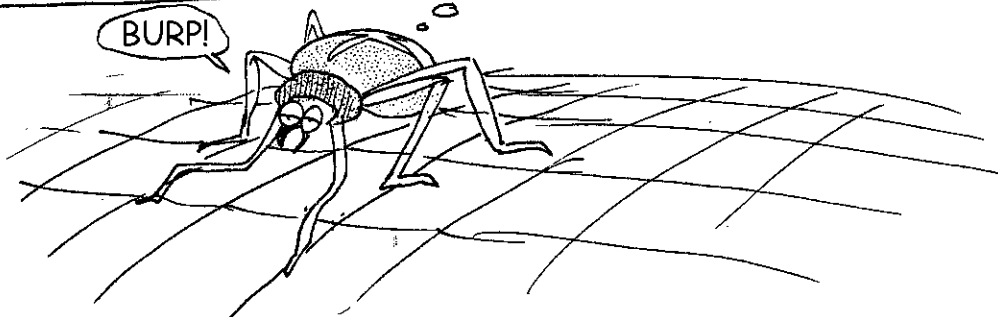


Olha, mais outra teia. A minha colega mora noutra face e também ela caçou uma mosca... porreiro!

Ninguém à vista? Não seja por isso...  
vou já fazer da mosca dela um festim!

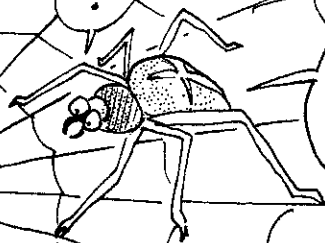


BURPI!



Pfff... vou mas é para casa,  
que já não tenho idade para isto.

!



Diacho! Foi só eu virar as costas,  
que a outra aranha veio cá e devorou  
a minha mosca!

Eh Eh Eh



Na verdade, só havia uma aranha e uma mosca.

Ai dela que se atreva a voltar!  
Digo-lhe já como é que as coisas são...





Isso da história da aranha...  
deu-me uma ideia. Para  
Amundsen, já temos solução!

Sr. Amundsen,  
está tudo resolvido!  
Demos com o seu Pólo Sul...

Como assim?

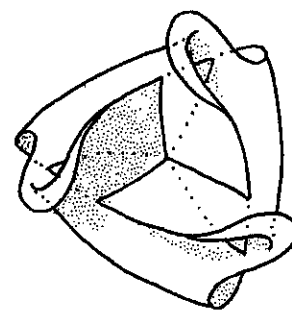
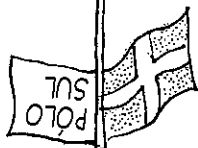
Ah...

O senhor volta,  
só que com esta aqui...

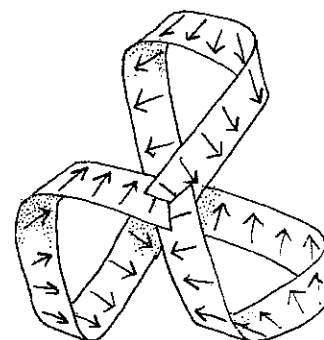
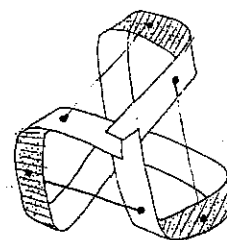
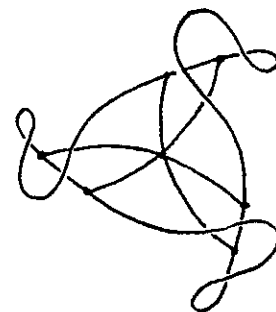
Perry também  
levou uma dessas...

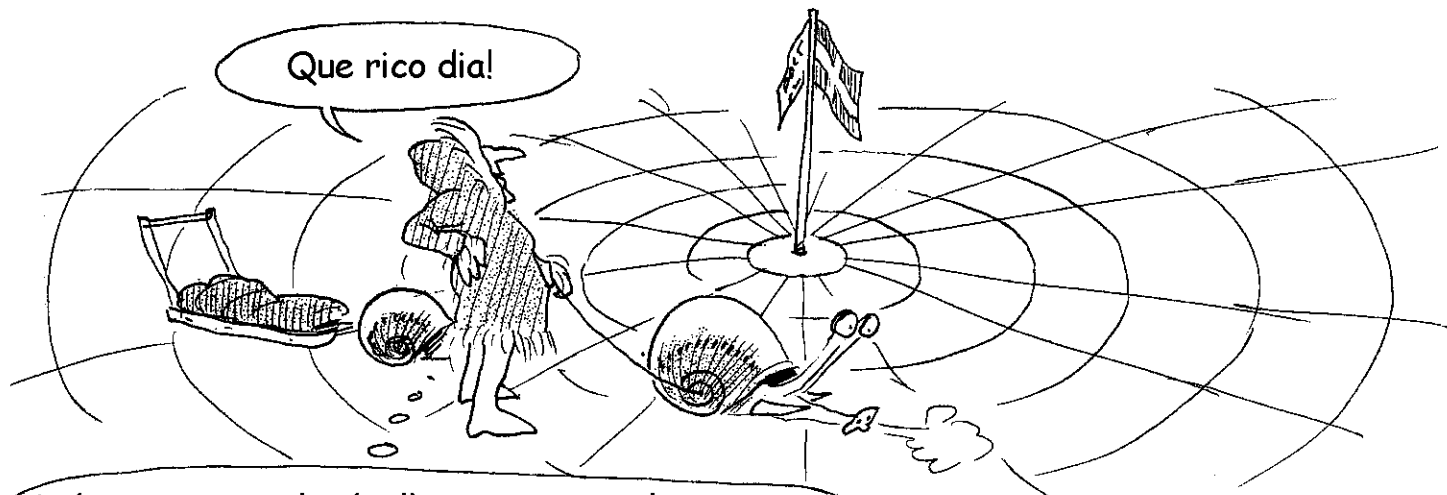
...é só  
**POSÁ-LA!**

E TUDO VOLTARÁ A  
FICAR EM ORDEM...



FORMAÇÃO  
DAS "ORELHAS"





Que rico dia!

Até parece que alguém lhe perguntou alguma coisa...



Sr. Amundsen,  
a fotografia  
histórica.



Andor! Quero ficar sozinho  
na minha foto histórica!

Na ciência, é como em tudo: às vezes, mais vale não aprofundar  
muito as coisas...

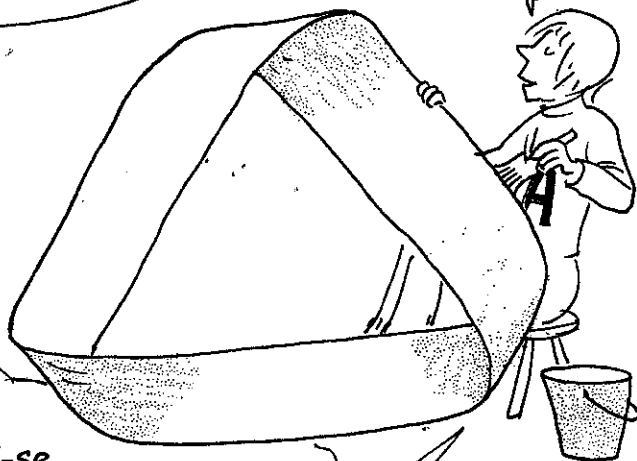
...cada pólo no seu lugar e ficam todos  
contentes para todo o sempre...



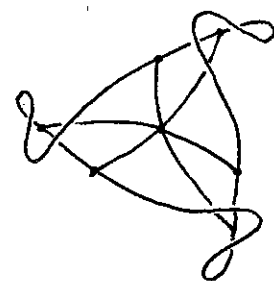
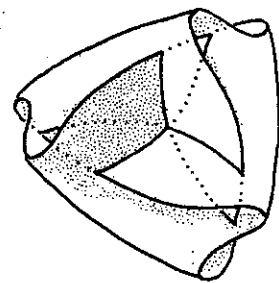
Aliás, se aprofundássemos,  
isto é, se escavássemos  
debaixo do Pólo Norte,  
bem que ainda íamos  
ter surpresas.

Pois... e algumas delas não iam lá agradar nada.

Ufa! Assunto encerrado.  
Mas, o que andas a fazer, Anselmo?

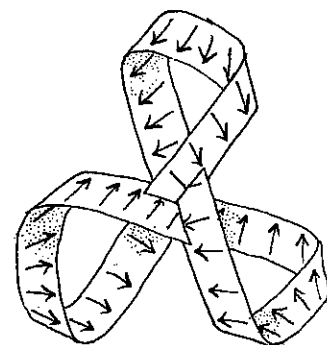
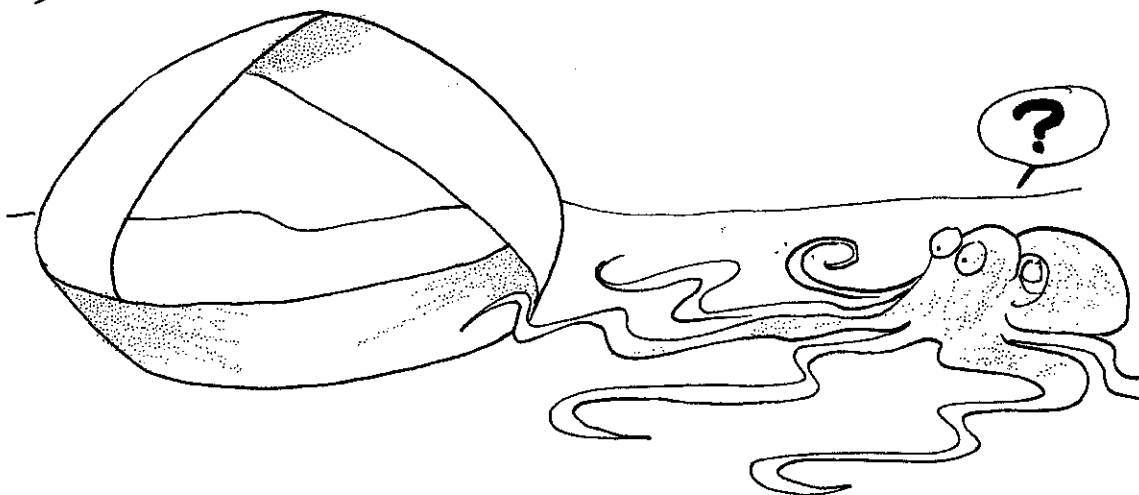
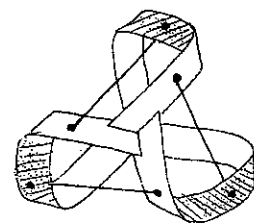


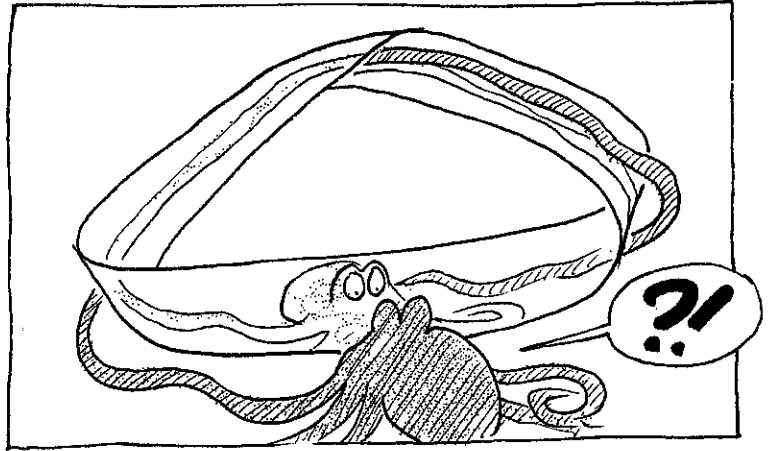
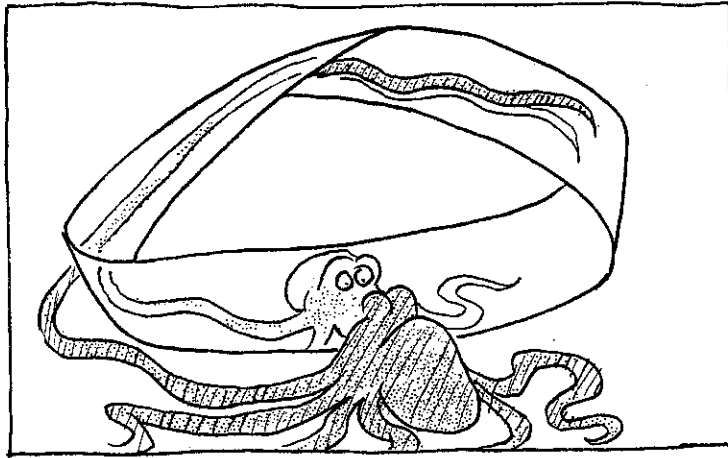
Sabes o que é um espelho  
sem banho de estanho? Vê-se  
simultaneamente o reflexo e através dele. Ora bem,  
estou a transformar esta fita de Möbius num espelho  
sem banho de estanho.



# A ETAPA DO ESPELHO

Para apanhar polvos.





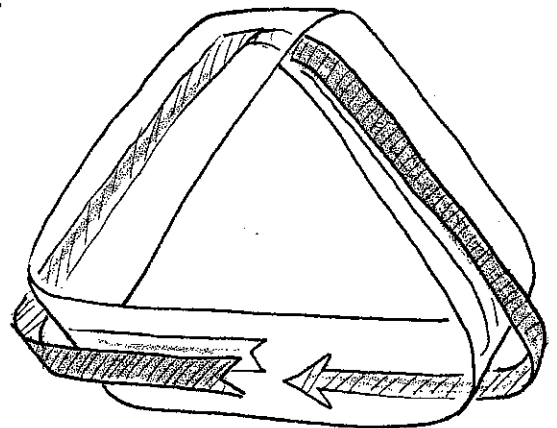
O que é que se passa?  
O polvo parece aterrorizado!



Está sempre a  
coçar a cabeça, que  
nem um desalmado!

Coitado do  
animal...

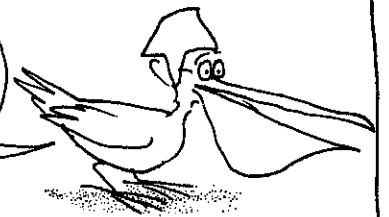
Na realidade , não está a sentir  
**NADA** porque o seu verdadeiro braço  
está a coçar a imagem da sua cabeça, ao  
passo que o braço "imagem" está a  
coçar a sua verdadeira cabeça!



Como o espelho é unilateral,  
ao dar a volta, o seu braço passou  
"para o lado de lá".

E como o espelho é perfeitamente  
semi-transparente, o desgraçado  
do polvo não consegue sequer  
dar conta disso!

Pois... só de olhar  
para aquela carinha  
de pânico!

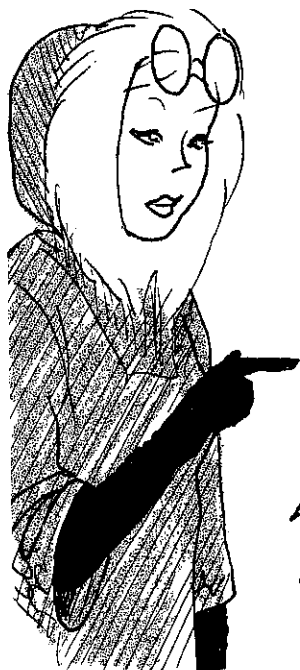


Põe-te no lugar dele!

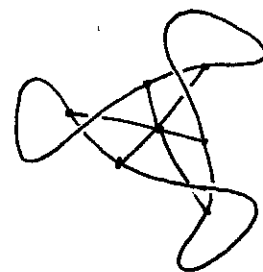
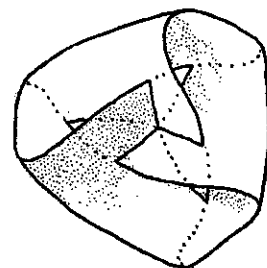


Agora, já sabes: o dia em que te coçares a orelha  
em frente ao espelho e que não sentires nada  
é porque esse espelho é unilateral (\*).

Se transformarmos uma superfície de BOY num espelho sem banho de estanho, o universo será indissociável da sua própria imagem.

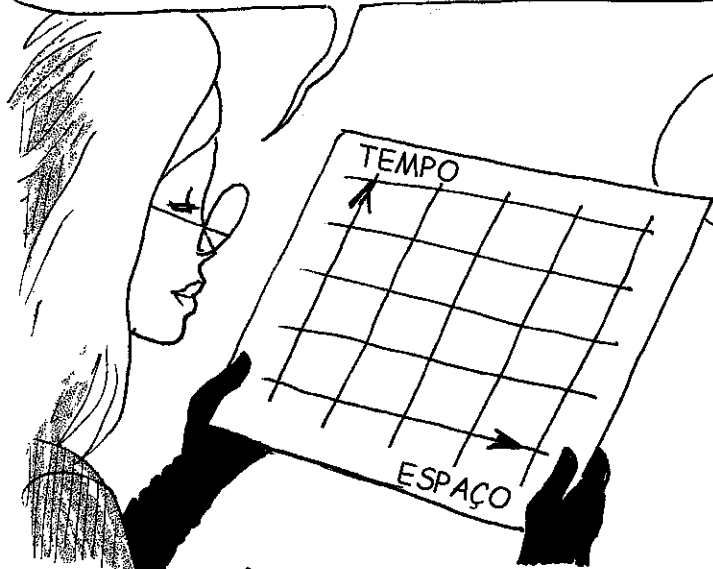


Mas isso não será perigoso? Sei lá... dominado por uma espécie de contradição lógica, o universo assim não estará sujeito a desaparecer? (\*)

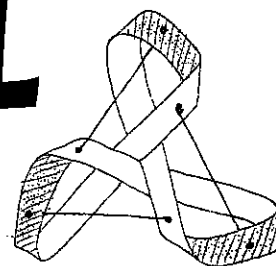


# O ESPAÇO-TEMPO EM LOUCURA TOTAL

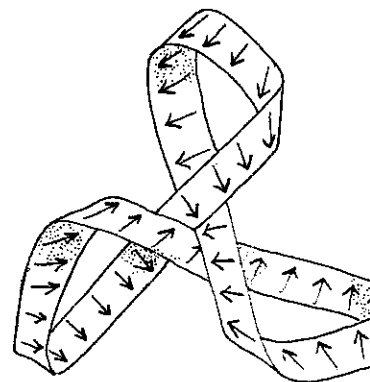
Grças a estes modelos a duas dimensões, uma para o espaço e outra para o tempo, é possível estudar a topologia do espaço-tempo.



Isso dá cá um retículo!

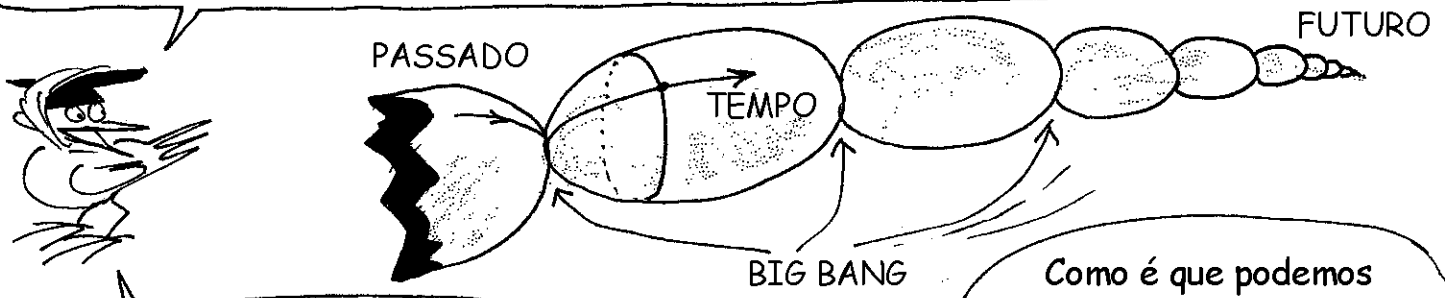


criação de um ponto triplo



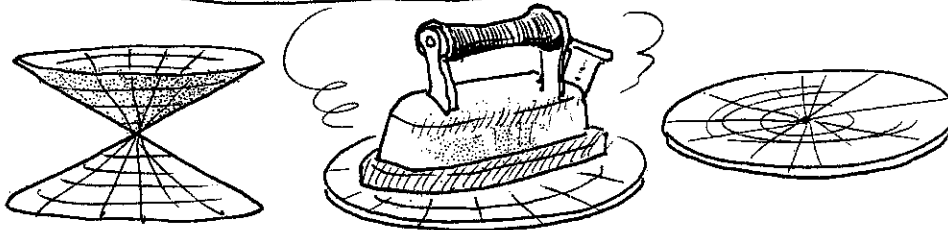
(\*) A EXPERIÊNCIA NUNCA CHEGOU A SER LEVADA A CABO.

Vimos em "BIG BANG" que o modelo de universo **CÍCLICO** de **FRIEDMANN** podia ser representado por uma imagem em série de salsichas infinita, sendo cada estrangulamento um novo **BIG BANG**.

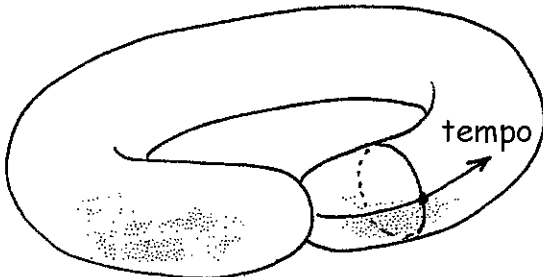


Sendo cada **BIG BANG** uma singularidade de tipo **POLAR**.

Como é que podemos **ENLAÇAR** tais singularidades?



Fácil: pegas num cone e passá-lo a ferro!



Também se pode imaginar que os mesmos sucedimentos se possam repetir ao infinito em cujo caso obteríamos o seguinte...

Daí se pode deduzir que o **TEMPO** tem simplesmente um **COMEÇO** e um **FIM**, como aqui.

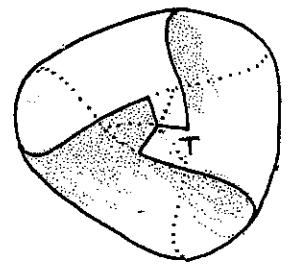
**BIG BANG**  
ESTAMOS AQUI



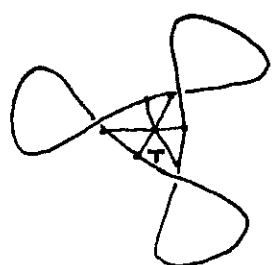
Neste modelo clássico de **ESPAÇO-TEMPO ESFÉRICO**, um dos pólos é o **BIG BANG** e o outro o **ANTI BIG BANG**. O espaço é assimilado às curvas paralelas, o equador representa o estado de extinção máxima. As "linhas de tempo" correspondem aos meridianos.

**BIG BANG**  
ESTAMOS AQUI

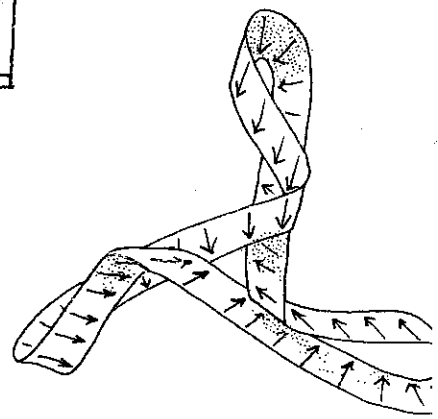
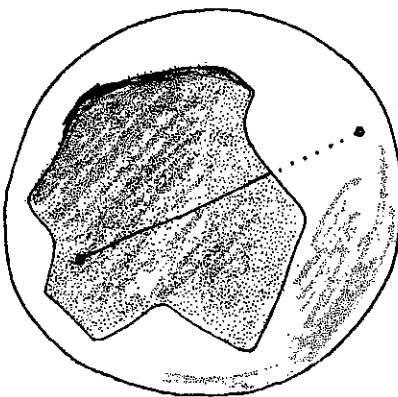
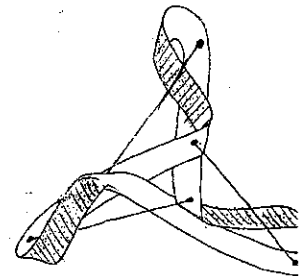
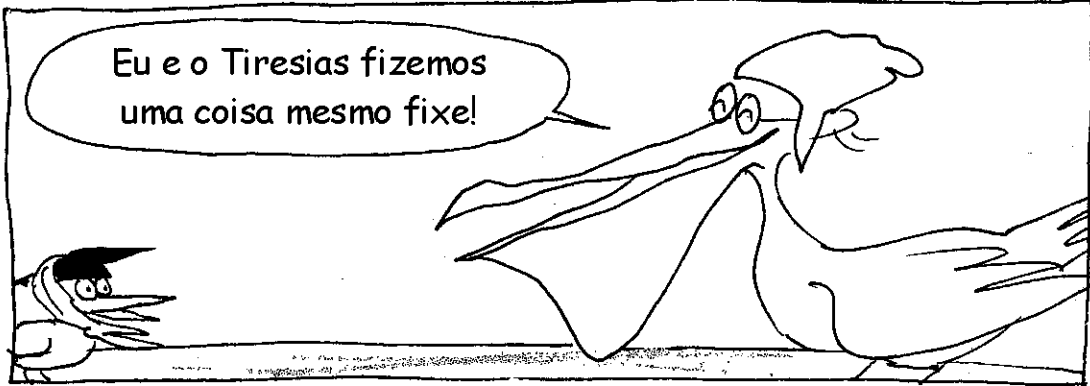




CRIAÇÃO DO PONTO TRIPLO



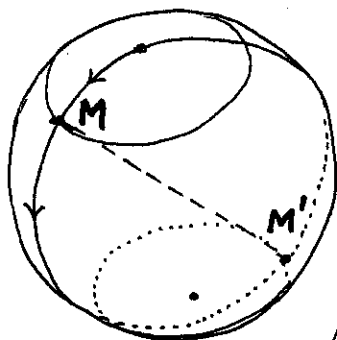
Para onde foram o Leão e o Tiresias?



... por fim, ensopámos todos os fios em **ENCOLHEDOL**.  
O Tiresias disse que isso poderia dar numa bela de uma experiência espacio-temporal.

Bateram com a cabeça, foi?  
Não mediram as consequências!

E o que vai acontecer?



Por causa das invenções do Tiresias, o **ESPAÇO-TEMPO** está a recuar sobre ele próprio. Todos os **EVENTOS** correspondentes à fase de **EXPANSÃO**, isto é, desde o **BIG BANG** até à situação de **EXTENSÃO MÁXIMA**, vão se encontrar em **CONJUNÇÃO** com os eventos que correspondem à fase de **CONTRACÇÃO**, por fazer coincidir **REGIÕES ANTÍPODAS**.

O **BIG BANG** e o **ANTI BIG BANG** vão-se encontrar e confundir-se, não?

Que coisa mais estranha e que grande coincidência!

Creio que alguém já tinha pensado nessa situação (\*).

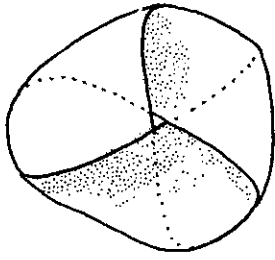
Quem me mandou a mim dar ouvidos ao Tiresias?



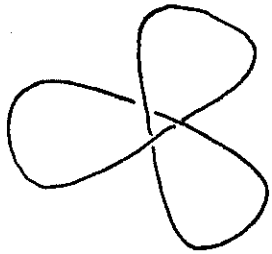


Só que este fenómeno de conjugação vai fazer com que haja regiões do espaço-tempo, pelo facto de se verem confrontadas com as respectivas antípodas, a encontrarem-se cara a cara mas em **OPOSIÇÃO TEMPORAL**.

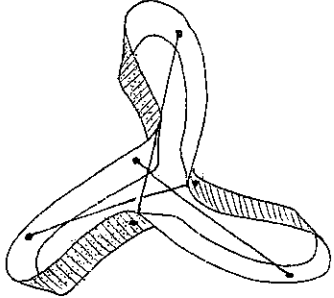
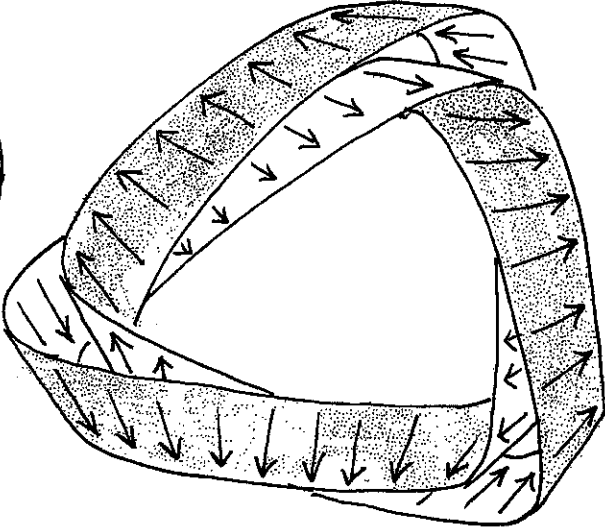
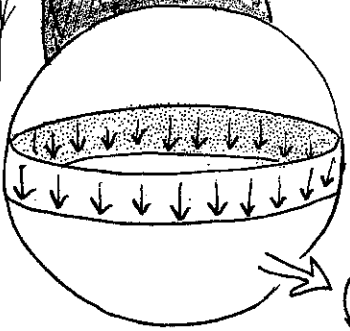
Não pode ser!



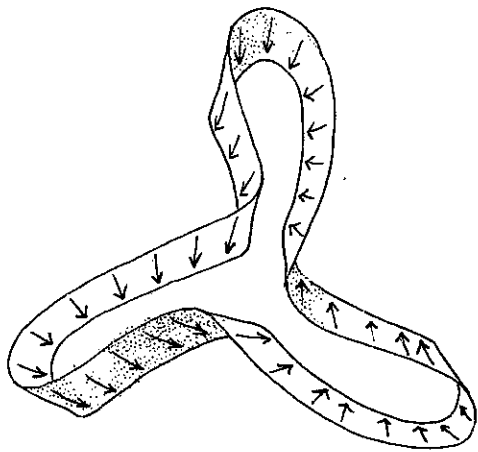
Olha que pode... Pensa, por exemplo, na região situada no entorno do equador deste espaço-tempo esférico, e que corresponde ao estado de extensão máxima. Vemo-la perfeitamente a recuar sobre si no filme D.



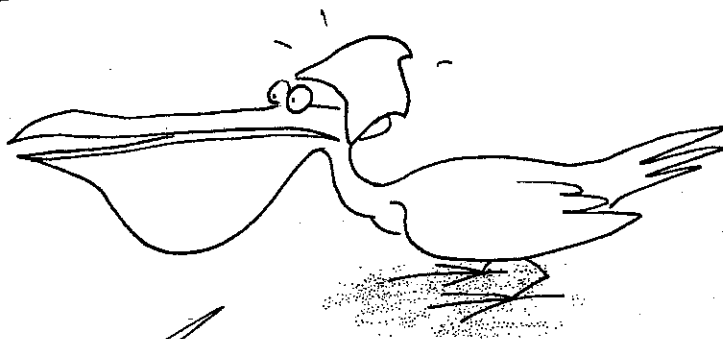
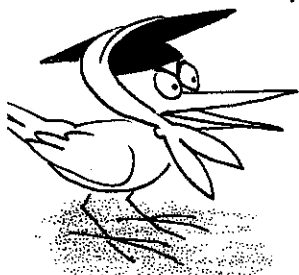
As **FLECHAS DO TEMPO** dispõem-se em **OPOSIÇÃO**.



Queres tu dizer que aquilo que seria o **PASSADO** para alguns poderia chamar-se **FUTURO** para os respectivos **ANTIPODIANOS**?

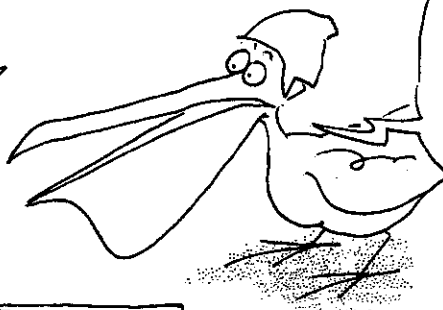


Pois é, meu caro Leão,  
meteu-se numa bela alhada!



Uii... está a querer dizer-me que assim corremos o risco de submeter  
o Universo a uma situação de contradição insustentável?

Uma espécie de beco lógico sem saída.

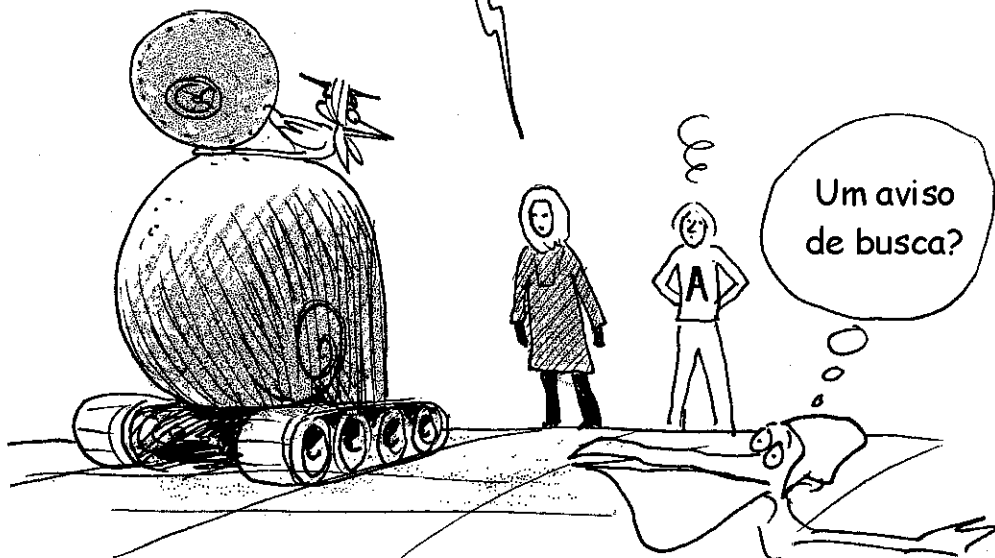


Quando o **ENCOLHEDOL** surtir  
efeitos, o Universo irá ele próprio  
compactar-se e nós levaremos o nosso  
tempo em sentido contrário.

Por falar nisso, o que  
é feito do Tiresias?



Subamos para o cronoscafo.  
Talvez a gente consiga lançar-lhe um apelo.



Atenção, Atenção:  
Tiresias, estás  
a ouvir-me?

Espera aí, caso o Tiresias seja  
**RETROCRONO** relativamente a  
nós e se conseguirmos entrar em  
contacto com ele, então ele  
saberá tudo quanto  
lhe formos a dizer.

Pior ainda.... Na verdade,  
esta mensagem, no seu **TEMPO  
PRÓPRIO**, será ele quem  
o irá emitir!!

Meu Deus!

De qualquer forma, se  
cruzarmos com ele, conseguirá  
ser bem pior!

Feynman pensava que  
a anti-matéria tomava o tempo  
do futuro para o passado!

Porquê?

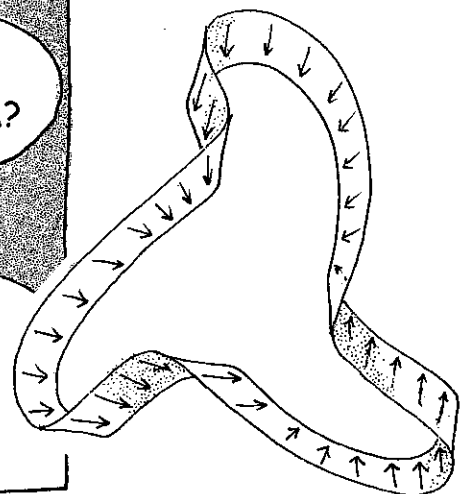
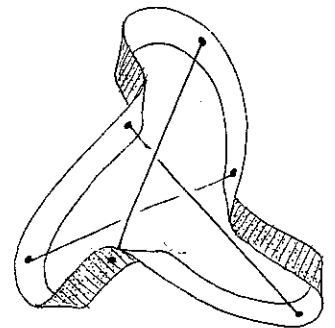
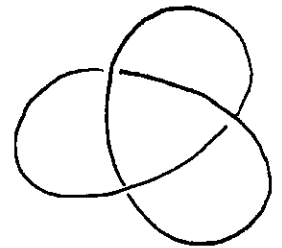
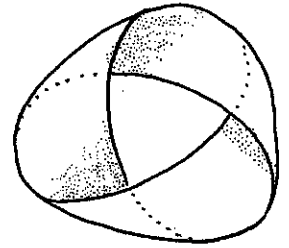
E o abade LEMAÎTRE (\*) pensava  
que a anti-matéria era vista  
**DE TRÁS PARA A FRENTE (\*)**

Tudo isso para vos dizer  
que, se tivermos o azar de  
nos cruzarmos com o  
Tiresias, ele provavelmente  
ter-se-á convertido num  
**ANTI-TIRESIAS.**

O que queres  
dizer com BUM?

E depois...  
**BUM!**

(\*) Ver **BIG BANG.**





Tiresias!  
Onde te tinhas  
metido?



**CLONC!**

Fui esticar  
um pouco as  
pernas.



Alto! O CRONOSCAFO  
pôs-se a trabalhar sozinho...

Se não tivesse batido a porta  
com tanta força, também!



Como é que se pára esta coisa?

Já sabes que não dá  
para parar!



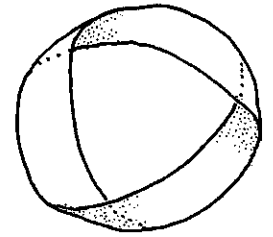
E como é que se conduz?

Tu e as tuas ideias!

glup!

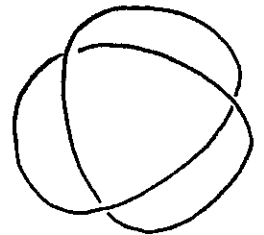
Não dá para conduzir um CRONOSCAFO.  
É ele quem nos conduz a nós. Limita-se a seguir  
uma LINHA DE UNIVERSO, mais nada...

Olhem só para aquilo que está ali mais à frente!

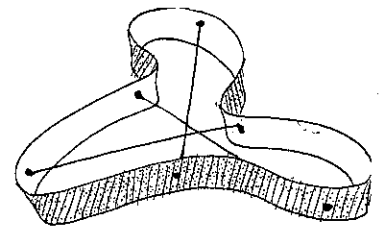


Parece quase um umbigo.

A nossa linha de Universo  
vai lá dar direitinho!

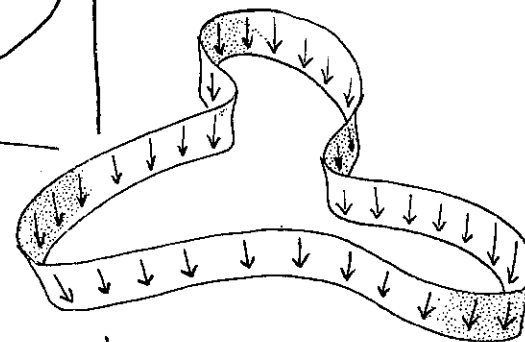



Isto cheira-me  
que é algum **BURACO NEGRO!**



Ó pessoal, vocês acham  
que é uma singularidade  
de que ordem?

Achas que esta  
é a altura ideal para fazer  
perguntas dessas?





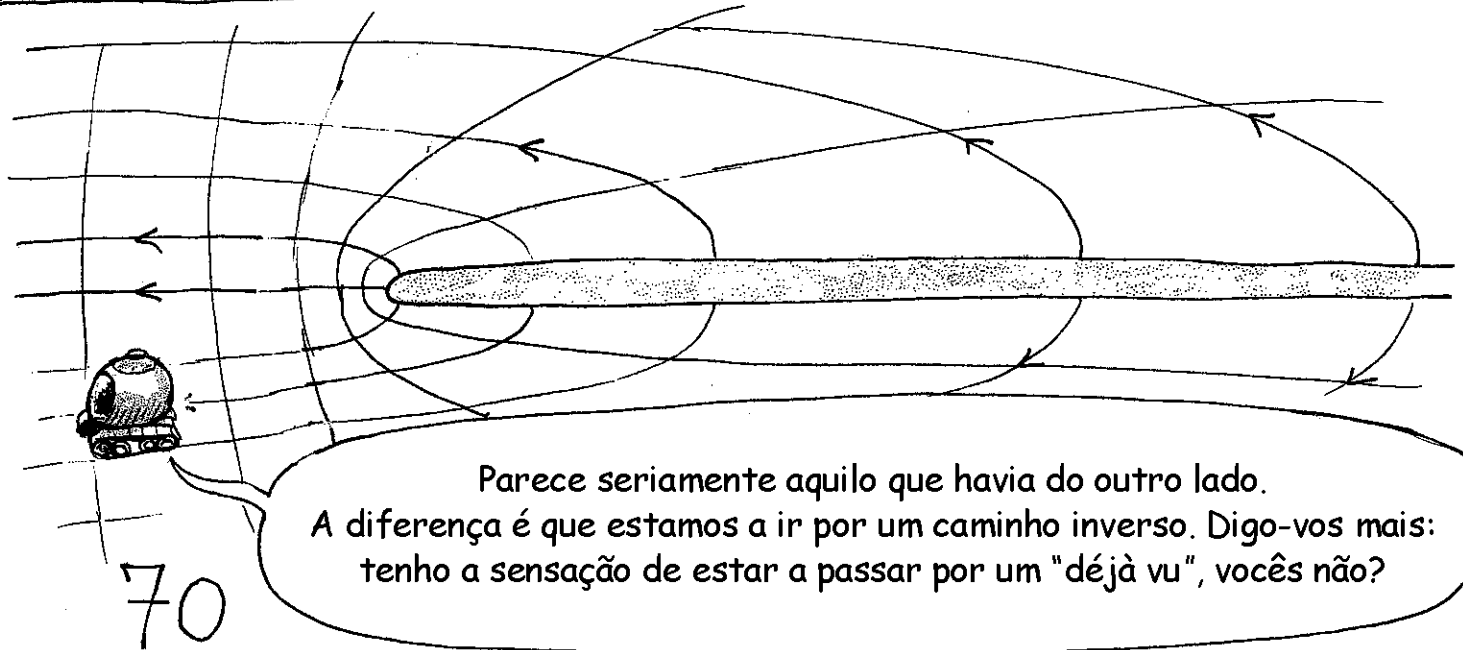
Isto até que passava bem por uma botoeira do espaço-tempo.



Agora, as linhas de universo **ESTÃO A SAIR** da singularidade, aqui em baixo.

Não é por nada, mas acho que estamos a emergir agora por uma **FONTE BRANCA**.

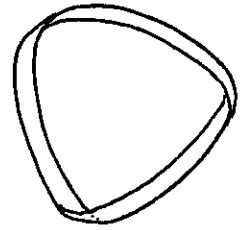
Pronto, agora é que estamos no reverso do Universo...



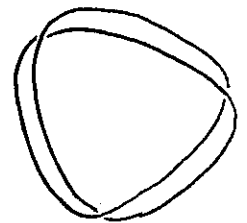
Parece seriamente aquilo que havia do outro lado. A diferença é que estamos a ir por um caminho inverso. Digo-vos mais: tenho a sensação de estar a passar por um "déjà vu", vocês não?

Já sei... agora é me lembrei:  
o famoso **ESPELHO!**

Qual espelho?

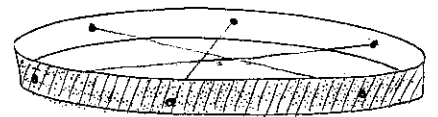


Estas duas metades de Universo encontram-se em visão de espelho uma em relação à outra. Só que este é um **ESPELHO ESPÁCIO-TEMPORAL**. Do lado de lá do buraco negro, está tudo invertido relativamente ao tempo. As Leis da física apresentam-se invertidas: a singularidade repela a matéria em vez de a atrair! (\*)



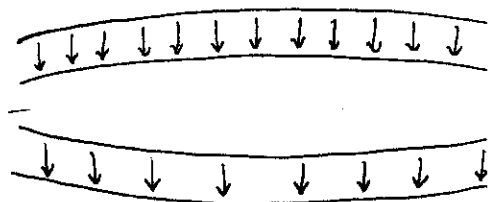
Isso quer dizer que vamos  
reviver esta banda desenhada  
ao para trás?

Pois é... O **CRONOSCAFO** vai parar.  
Em seguida, o Anselmo abrirá a porta  
e o Tiresias irá dar uma volta para  
esticar as pernas. E depois...



**BANDA BILATERAL  
PONTOS ANTIPODAIS  
UNIDOS**

**FIM**



(\*) A MESMA ESTRUTURA PODE EXISTIR A 4 DIMENSÕES.

# ANEXO CIENTÍFICO

BOY, um dos alunos de Hilbert, descobriu a respectiva superfície (a que deu o seu nome) no ano de 1902. A primeira representação analítica foi dada, em 1981, por Jérôme SOURIAU (filho do matemático J. M. Souriau) e pelo autor. O método, semi-empírico, consiste em assimilar os meridianos da superfície a elipses, sendo posteriormente parametrizadas. O ponto corrente é dado por:

$$\begin{cases} x = X_1 \cos \mu - Z_1 \sin \alpha \sin \mu \\ y = X_1 \sin \mu + Z_1 \sin \alpha \cos \mu \\ z = Z_1 \cos \alpha \end{cases} \quad \text{Com: } \begin{cases} X_1 = \frac{A^2 - B^2}{\sqrt{A^2 + B^2}} + A \cos \theta - B \sin \theta \\ Z_1 = \sqrt{A^2 + B^2} + A \cos \theta + B \sin \theta \end{cases}$$

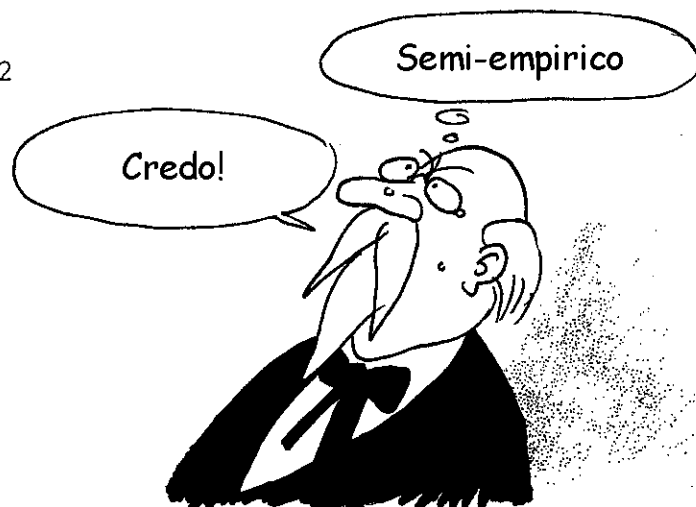
$$\alpha = \frac{\pi}{8} \sin 3\mu \quad \begin{cases} A(\mu) = 10 + 1,41 \sin(6\mu - \pi/3) + 1,98 \sin(3\mu - \pi/6) \\ B(\mu) = 10 + 1,41 \sin(6\mu - \pi/3) - 1,98 \sin(3\mu - \pi/6) \end{cases}$$

Meridianos: curvas  $\mu = \text{Cte}$ ;  $\theta$  variando de 0 a  $2\pi$ ,  $\mu$  variando de 0 a  $\pi$ .

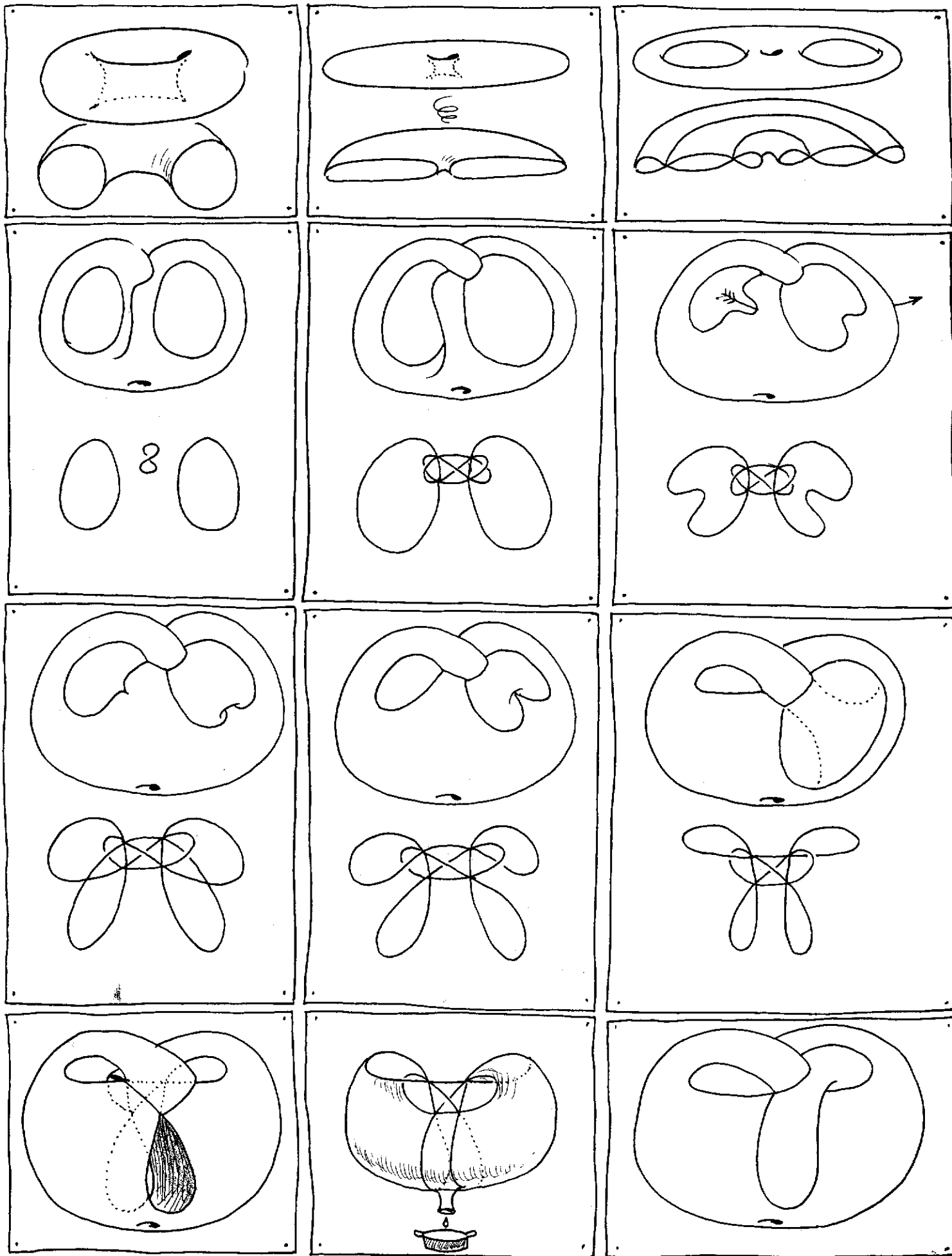
O programa BASIC que se segue apresenta o esboço que consta nas páginas de rosto:

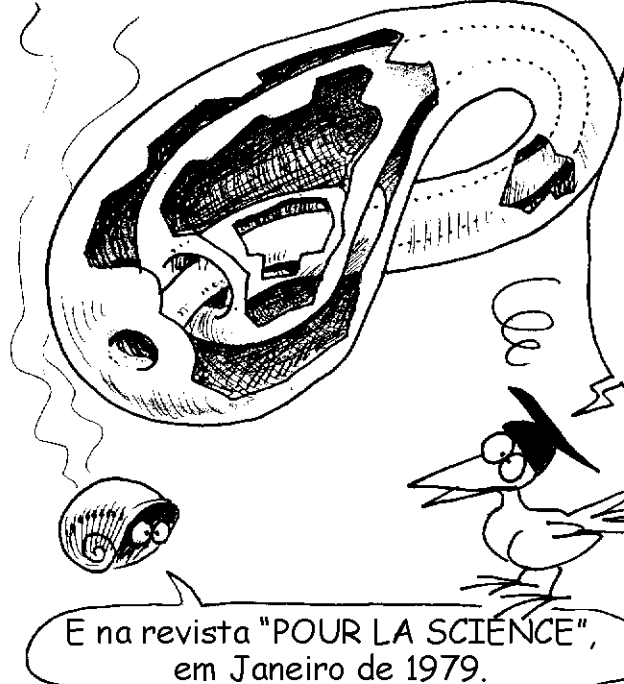
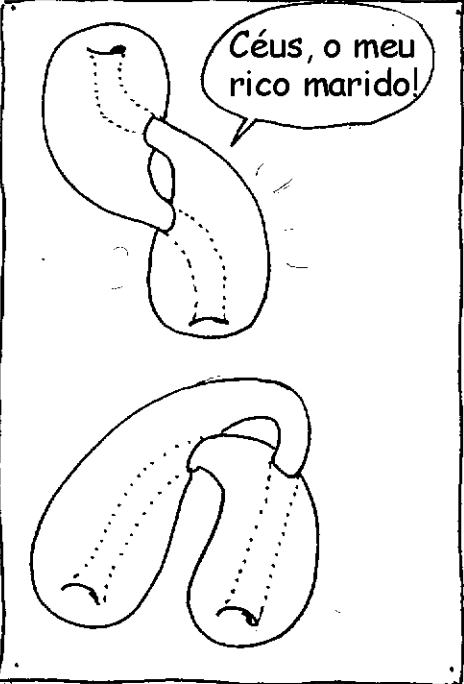
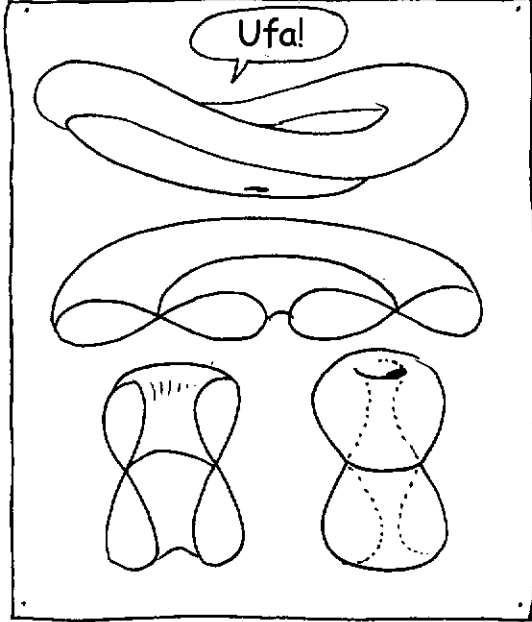
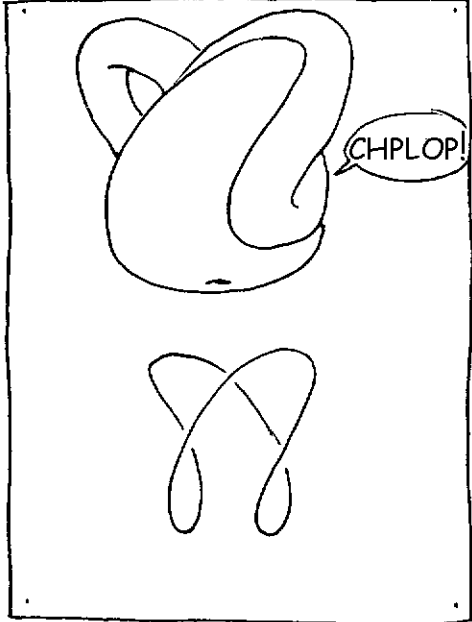
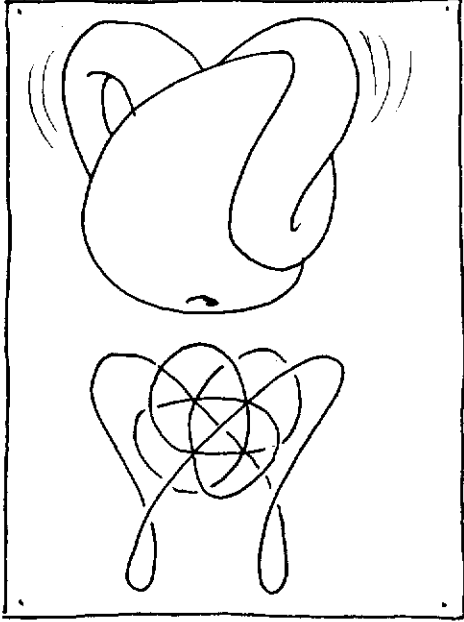
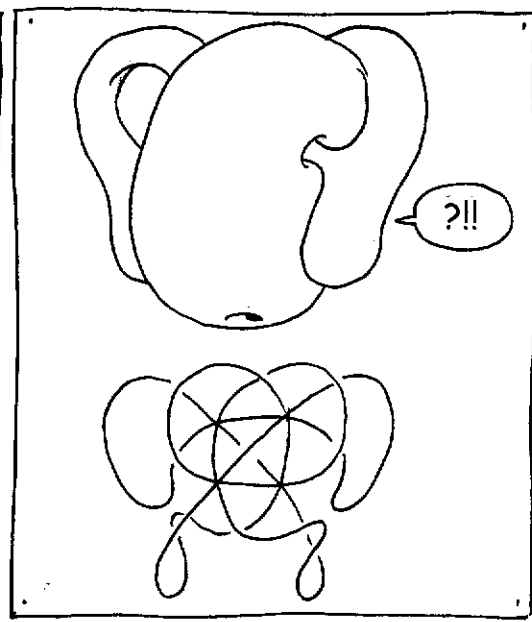
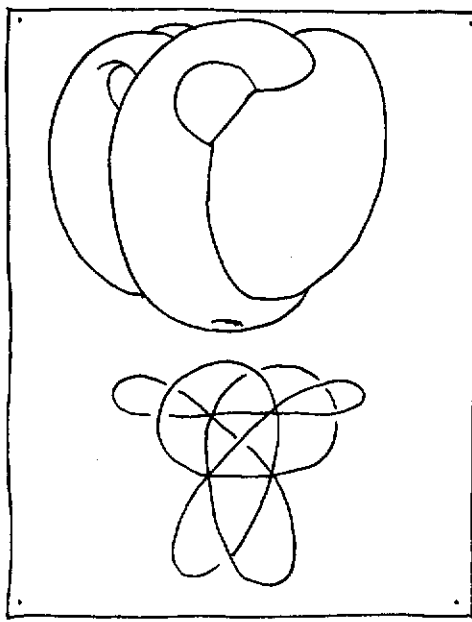
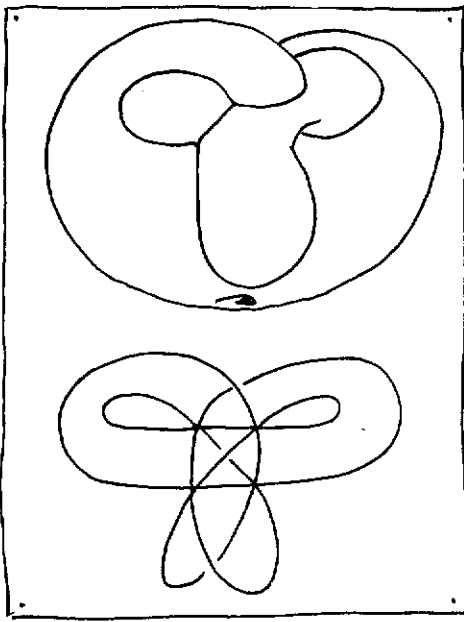
```

1 REM TRACE MERIDIENS DE LA SURFACE DE BOY
3 HOME : TEXT
50 PI = 3.141592:P3 = PI / 3:P6 = PI / 6:P8 = PI / 8
60 HGR : HCOLOR= 3
90 FOR MU = 0 TO PI STEP 0.1
95 P = P + 1
100 D = 34 + 4.794 * SIN (6 * MU - P3)
110 E = 6.732 * SIN (3 * MU - P6)
120 A = D + E:B = D - E
130 SA = SIN (P8 * SIN (3 * MU))
140 C2 = SQR (A * A + B * B):C3 = (4 * D * E) / C2
160 CM = COS (MU):SM = SIN (MU)
180 FOR TE = 0 TO 6.288 STEP .06
190 TC = A * COS (TE):TS = B * SIN (TE)
200 X1 = C3 + TC - TS
210 Z1 = C2 + TC + TS
250 REM VOICI LES 3 COORDONNEES
300 X = X1 * CM - Z1 * SA * SM
310 Y = X1 * SM + Z1 * SA * CM
350 REM PROGRAMME DE DESSIN
360 HPLOT 130 + X,80 + Y
400 NEXT TE: NEXT MU
    
```









Extraído de "RETOURNEMENT NON TRIVIAL DU TORE"(\*) - relatórios apresentados por Jean-Pierre Petit na Academie des Sciences (Paris, França), a 20 de Novembro de 1978.

(\*) Tradução: "RETORNO NÃO TRIVIAL DO TORO".

E na revista "POUR LA SCIENCE", em Janeiro de 1979.