Savoir sans Frontières

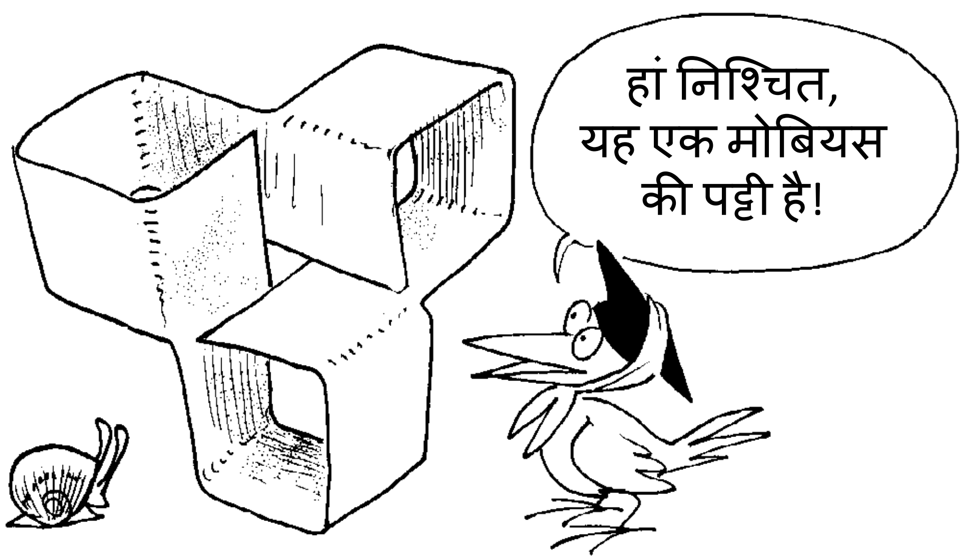
द एडवेंचर्स ऑफ आर्चीबाल्ड हिगिंस

टोपो की दुनिया

Jean-Pierre Petit

जीन-पियरे पेटिट

हिंदी : अरविन्द गुप्ता



http://www.savoir-sans-frontieres.com

प्रोफेसर जीन-पियरे पेटिट पेशे से एक एस्ट्रो-फिजिसिस्ट हैं. उन्होंने "एसोसिएशन ऑफ़ नॉलेज विदआउट बॉर्डर्स" की स्थापना की और वो उसके अध्यक्ष भी हैं. इस संस्था का उद्देश्य वैज्ञानिक और तकनीकी ज्ञान और जानकारी को अधिक-से-अधिक देशों में फैलाना है. इस उद्देश्य के लिए, उनके सभी लोकप्रिय विज्ञान संबंधी लेख जिन्हें उन्होंने पिछले तीस वर्षों में तैयार किया और उनके द्वारा बनाई गई सचित्र एलबम्स, आज सभी को आसानी से और निशुल्क उपलब्ध हैं. उपलब्ध फाइलों से डिजिटल, अथवा प्रिंटेड कॉपियों की अतिरिक्त प्रतियां आसानी से बनाई जा सकती हैं. एसोसिएशन के उद्देश्य को पूरा करने के लिए इन पुस्तकों को स्कूलों, कॉलेजों और विश्वविद्यालयों के पुस्तकालयों में भेजा जा सकता है, बशर्ते इससे कोई आर्थिक और राजनीतिक लाभ प्राप्त न करें और उनका कोई, सांप्रदायिक दुरूपयोग न हो. इन पीडीएफ फाइलों को स्कूलों और विश्वविद्यालयों के पुस्तकालयों के कंप्यूटर नेटवर्क पर भी डाला जा सकता है.

जीन-पियरे पेटिट ऐसे अनेक कार्य करना चाहते हैं जो अधिकांश लोगों को आसानी से उपलब्ध हो सकें. यहां तक कि निरक्षर लोग भी उन्हें पढ़ सकें. क्योंकि जब पाठक उन पर क्लिक करेंगे तो लिखित भाग स्वयं ही "बोलेगा". इस प्रकार के नवाचार "साक्षरता योजनाओं" में सहायक होंगे. दूसरी एल्बम "द्विभाषी" होंगी जहां मात्र एक क्लिक करने से ही एक भाषा से दूसरी भाषा में स्विच करना संभव होगा. इसके लिए एक उपकरण उपलब्ध कराया जायेगा जो भाषा कौशल विकसित करने में लोगों को मदद देगा.

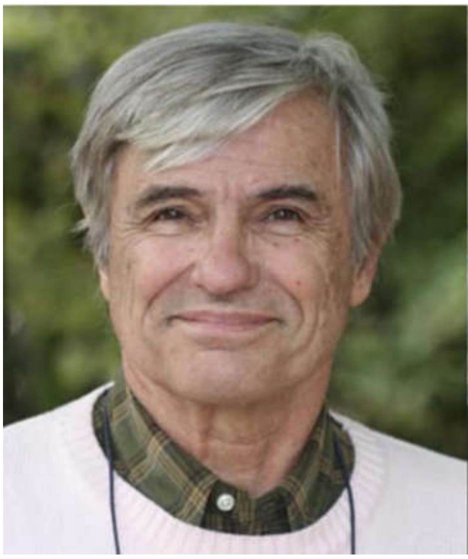
जीन-पियरे पेटिट का जन्म 1937 में हुआ था. उन्होंने फ्रेंच अनुसंधान में अपना करियर बनाया. उन्होंने प्लाज्मा भौतिक वैज्ञानिक के रूप में काम किया, उन्होंने एक कंप्यूटर साइंस सेंटर का निर्देशन किया, और तमाम सॉफ्टवेयर्स बनाए. उनके सैकड़ों लेख वैज्ञानिक पत्रिकाओं में प्रकाशित हुए हैं जिनमें द्रव यांत्रिकी से लेकर सैद्धांतिक सृष्टिशास्त्र तक के विषय शामिल हैं. उन्होंने लगभग तीस पुस्तकें लिखी हैं जिनका कई भाषाओं में अनुवाद हुआ है.

निम्नलिखित इंटरनेट साइट पर एसोसिएशन से संपर्क किया जा सकता है:

http://savoir-sans-frontieres.com

सीमाओं के बिना ज्ञान

गैर-लाभकारी संगठन एसोसिएशन 2005 में बनाई गई और दो फ्रांसीसी वैज्ञानिकों द्वारा प्रबंधित की गई। उद्देश्य: मुफ्त डाउनलोड करने योग्य पीडीएफ के माध्यम से तैयार किए गए बैंड का उपयोग करके वैज्ञानिक ज्ञान का प्रसार करना। 2020 में: 40 भाषाओं में 565 अनुवाद इस प्रकार हासिल किए गए थे। 500,000 से अधिक डाउनलोड के साथ।

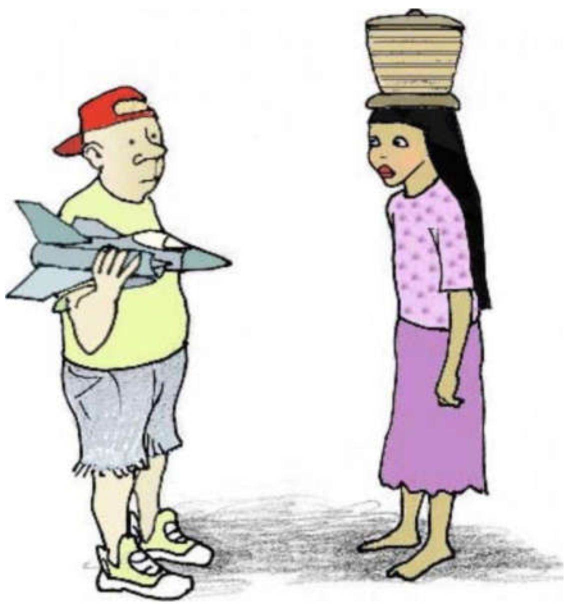


Jean-Pierre Petit

Gilles d'Agostini

एसोसिएशन पूरी तरह से स्वैच्छिक है। धन पूरी तरह से अनुवादकों को दान कर दिया।

दान करने के लिए, होम पेज पर पेपाल बटन का उपयोग करें:



http://www.savoir-sans-frontieres.com

PayPal
FAIRE UN DON

पाठकों को चेतावनी

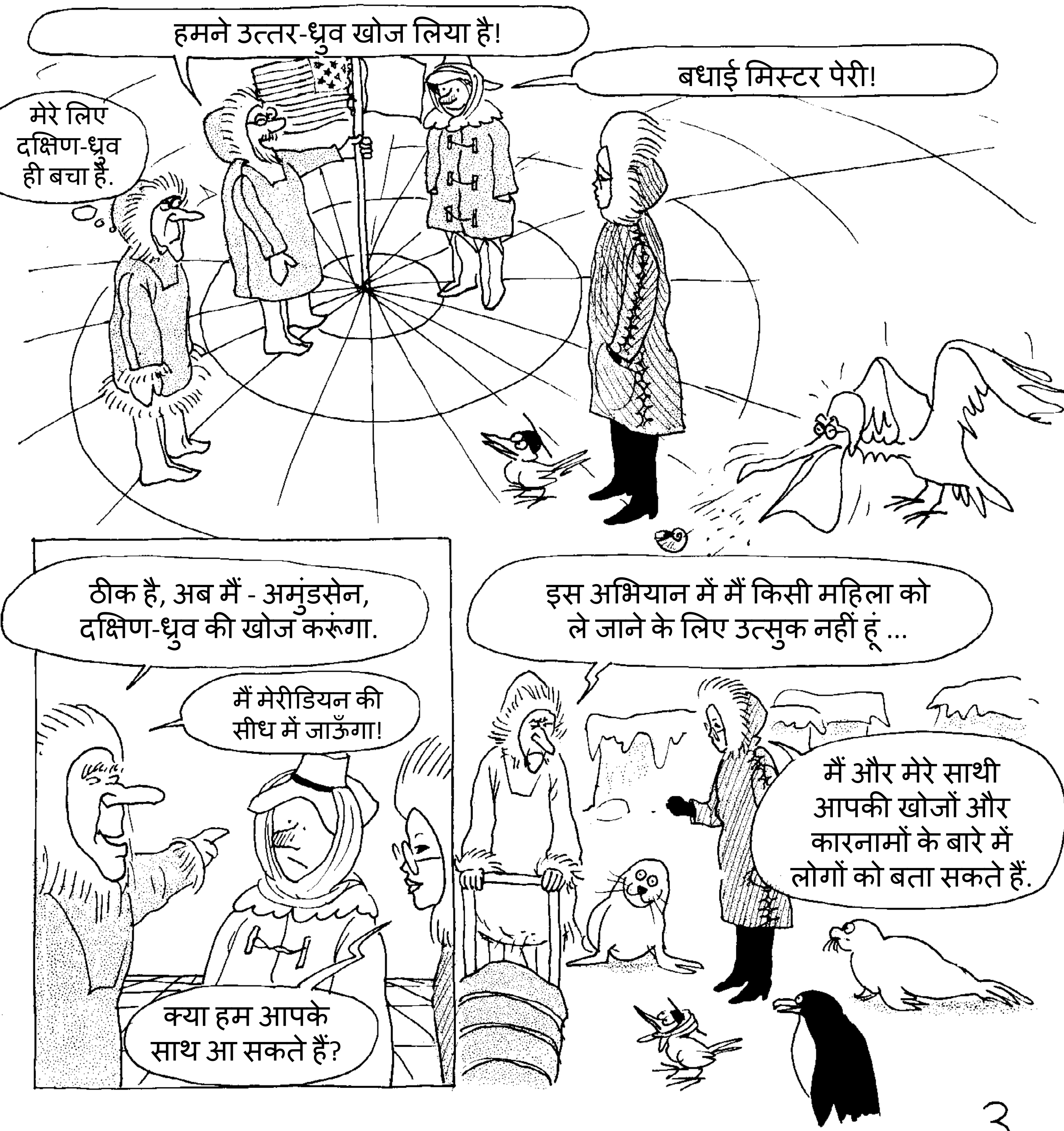
इस पुस्तक को पढ़ने से बचें :

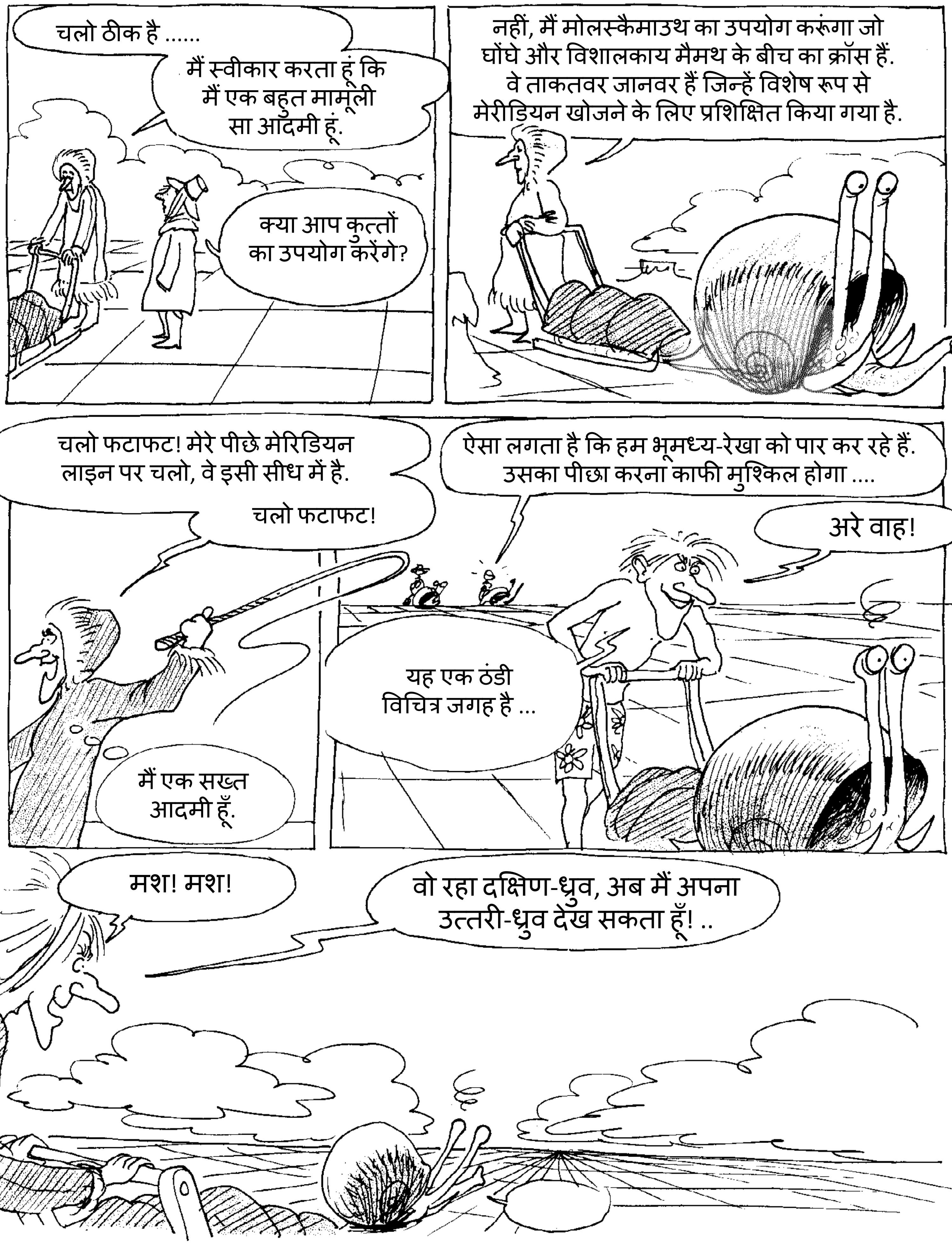
- शाम को बिस्तर में सोने से पहले
- भारी भोजन के बाद
- या जब आप हर चीज़ के बारे में अनिश्चित हों,

क्योंकि इसे पढ़ने से हालात और बदतर बनेंगे.

\- लेखक

दक्षिण-ध्रुव के बिना एक ग्रह




चलो ठीक है ......
मैं स्वीकार करता हूं कि मैं एक बहुत मामूली सा आदमी हूं.
क्या आप कुत्तों का उपयोग करेंगे?
नहीं, मैं मोलस्कैमाउथ का उपयोग करूंगा जो घोंघे और विशालकाय मैमथ के बीच का क्रॉस हैं. वे ताकतवर जानवर हैं जिन्हें विशेष रूप से मेरीडियन खोजने के लिए प्रशिक्षित किया गया है.
चलो फटाफट! मेरे पीछे मेरिडियन लाइन पर चलो, वे इसी सीध में है.
चलो फटाफट!
मैं एक सख्त आदमी हूँ.
ऐसा लगता है कि हम भूमध्य-रेखा को पार कर रहे हैं. उसका पीछा करना काफी मुश्किल होगा ....
अरे वाह!
यह एक ठंडी विचित्र जगह है ...
मश! मश!
वो रहा दक्षिण-ध्रुव, अब मैं अपना उत्तरी-ध्रुव देख सकता हूँ! ..

मैं सबसे प्रथम हूं...
बड़े गर्व की बात!
परंतु!? यह क्या है??
क्या यह कोई मजाक है?
अरे!?
जय हो!
बाप रे!
क्रैक!
क्या किसी को इसके बारे में कुछ कहना है?
Pôle Sud


देखो, इसके बारे में किसी से एक शब्द भी नहीं कहना!
अरे देखो!
शांत रहें मिस्टर अमुंडसेन!
मेरा झंडा! गायब हो रहा है!!!
क्या!!?
अरे, क्या तुमने अपनी शरारत ख़त्म कर दी है?
अजीब, मुझे वो मिस्टर पेरी की आवाज़ लगी.....
टोंक
टोंक
टोंक
चलें, मिस्टर अमुंडसेन अब घर चलें.
वो सदमे में है!
हम इसके बारे में सब कुछ पता लगाने की कोशिश करेंगे.
ठीक!


ठीक?
वो अभी भी बड़बड़ा रहा है, मुझे उसे चुप करना पड़ा.
मोलस्कैमाउथ बिना कोई आवाज़ किये, बर्फ जमी मेरीडियंस पर फिसले.
तुम वापस आ गए?
उत्तरी ध्रुव
तुम्हारे जाते ही कुछ आश्चर्यजनक हुआ. मेरा झंडा अचानक गायब हो गया और "दक्षिण-ध्रुव" वाला झंडा बाहर निकला!
यह सब पागलपन है!
कोई प्रतीक्षा नहीं ... क्या दक्षिण-ध्रुव के झंडे की नोक पहले बाहर निकली?
हाँ, पर तुमने यह क्यों पूछा?
लगता है मुझे समझ में आ रहा है.

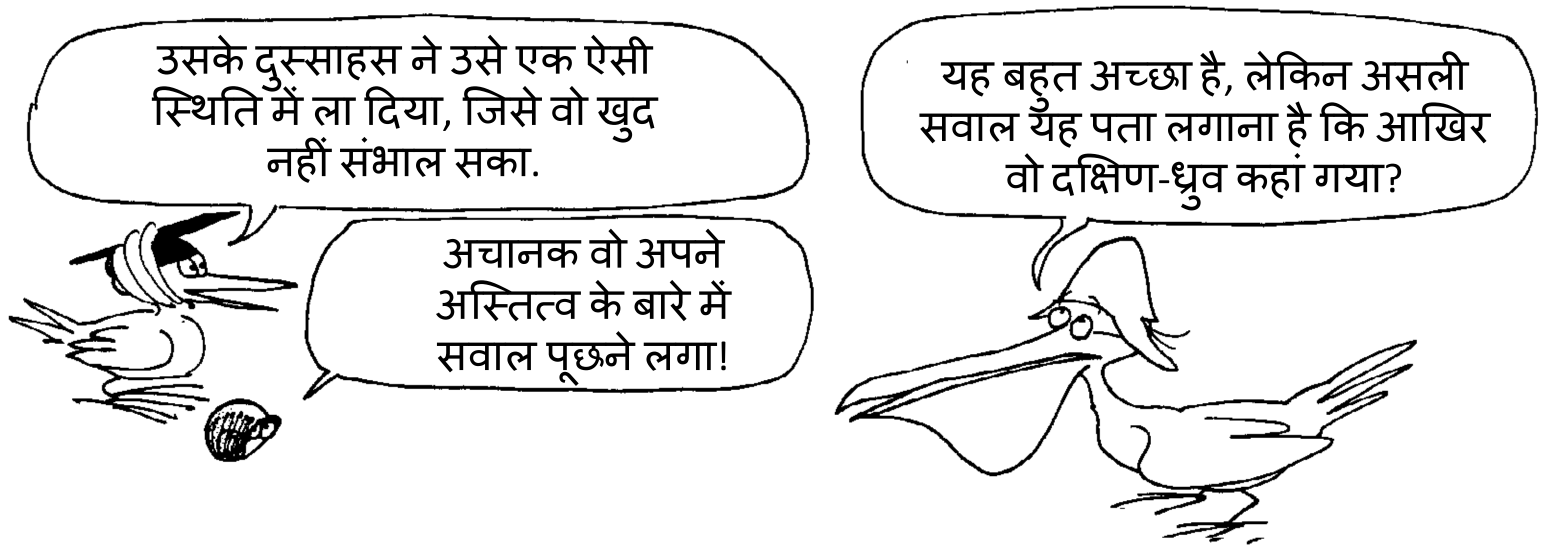
(*) एक पट्टी जिसके दोनों छोरों को आपस में चिपकाने से पहले आधा ट्विस्ट दिया जाता है, उस पट्टी की केवल एक ही सतह होती है.


अगर हम मिस्टर अमुंडसेन को उनकी कठिन स्थिति से बाहर निकालना चाहते हैं, तो पहले हमें इस अजीब ग्रह के आकार को समझना होगा. आइए हम टोपोलोजी के कुछ बुनियादी सिद्धांतों का उपयोग करें. उसके लिए, हम सभी वस्तुओं को अपघटित (डीकंपोज़) करेंगे:
सिकुड़े हुए सेल
नष्ट न होने वाली यह वस्तु एक बिंदु लगती है ...
आप एक बिंदु के साथ क्या कर सकते हैं?
एक वस्तु, जिसे बिंदुओं का एक समूह माना जाता है, वो अंतरिक्ष में एक निश्चित स्थान ग्रहण करती है. वो "कॉन्ट्रेक्टबिल" होगी अगर वो खुद सिमटकर और सिकुड़कर एक बिंदु बन सके.
इसके लिए एक वक्र की मिसाल लें. वो वस्तु एक-आयाम वाली है.
B
A
इस वक्र पर एक बिंदु की स्थिति को केवल एक मात्रा से दर्शाया जा सकेगा - जो वक्र पर बिंदु की, उसके मूल उद्गम से, लाइन के बीच की दूरी होगी.


मैं एक पोले पास्ता के अंदर वक्र का एक टुकड़ा डाल रहा हूं, जिससे वो अंदर जाकर सिकुड़ सके...
जैसे थर्मामीटर में पारा.
A
B
क्या हर वक्र सिकुड़ सकता है?
नहीं, बंद-वक्र नहीं सिकुड़ते हैं.
हाँ, लेकिन आप उसे काट सकते हैं!
ठीक है, लेकिन फिर कर्व (वक्र) एक सेगमेंट (खंड) बन जाता है. वो अब बंद नहीं रहता.
अगर मैं एक गोले का उदाहरण दूँ, तो मैं उसे एक बिंदु में सिकोड़ सकता हूं?
नहीं, उससे काम नहीं चलेगा क्योंकि वो अब खुद-के अंदर से नहीं गुज़रता है. वो बाहर की उस जगह में विकसित होता है जहाँ वो पहले था.
इसलिए गोला सिकुड़ता (CONTRACTILE) नहीं है और वही बात किसी बंद-वक्र के लिए भी सच है.
हालाँकि चकत्तियां (Discs) और सतहें सिकुड़ती हैं.

(*) देखें: "हिअर इज़ लुकिंग एट यूक्लिड"

क्या ऐसे कुछ आयतन भी हैं
जो नहीं सिकुड़ते हैं?
हां, जैसे "टोरस-वॉल्यूम".
मैं यह देख सकता हूं. अगर मैं उसे नहीं काटूँ,
तो फिर ज्यादा-से-ज्यादा मैं उसे एक सर्कल
की तरह ही सिकोड़ सकता हूँ.
तो टोरस-सतह भी नहीं सिकुड़ती है.
आप वास्तव में
क्या कर रहे हैं?
दखल मत दो!
मालूम नहीं कि आपको पता है
लेकिन हमें एक कैटालिटिक
एक्सप्लोरर मिला है.
क्या आपको सच में लगता है
कि पास्ता के टुकड़े काटकर
आप बाहर निकल पाएंगे?
उसकी "जिओ-न्युरोसिस" ज्यामितीय मूल की है.
मुझे लगता है कि हम अपनी ज्यामितीय अवधारणाओं को
और आगे ले जाकर ही उसके लिए कोई इलाज ढूंढ पाएंगे.
उसका पूरा जीवन दक्षिण-ध्रुव की खोज के लिए समर्पित था.
उसने अपनी दोनों ज़िंदगियाँ - व्यक्तिगत और सामाजिक
दांव पर लगाईं.


उसके दुस्साहस ने उसे एक ऐसी स्थिति में ला दिया, जिसे वो खुद नहीं संभाल सका.
अचानक वो अपने अस्तित्व के बारे में सवाल पूछने लगा!
यह बहुत अच्छा है, लेकिन असली सवाल यह पता लगाना है कि आखिर वो दक्षिण-ध्रुव कहां गया?

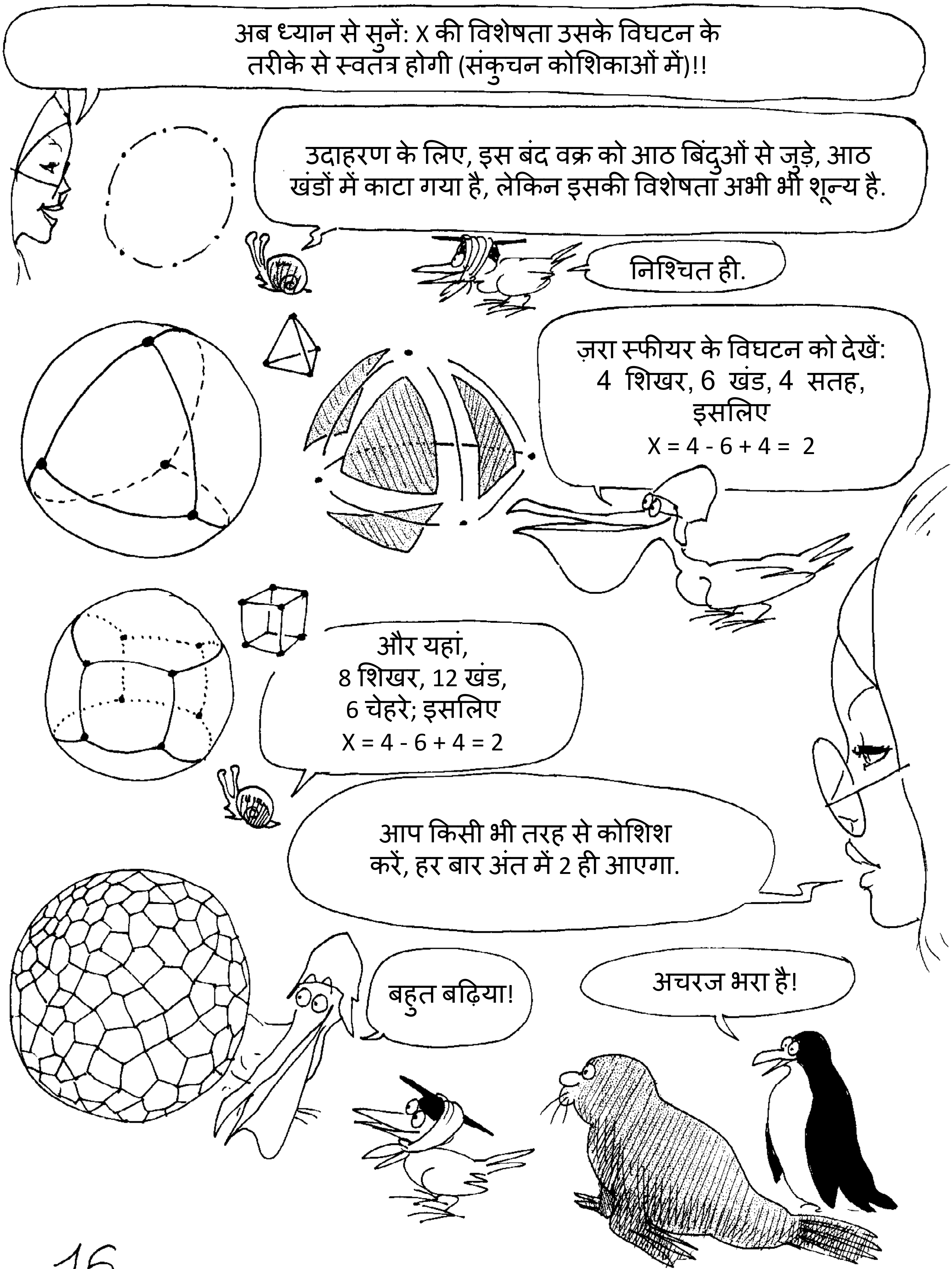
सेल्युलर अपघटन


प्रत्येक ज्यामितीय वस्तु को उसके तत्वों में विघटित किया जाएगा, सभी आयामों में सिकुड़ने वाली कोशिकाएं : बिंदु, खंड, सतहें और आयतन आदि होंगे.
फिर "बिंदु" का क्या आयाम होगा?
हम "बिंदु" को शून्य आयाम का मान सकते है.
किसी सर्कल को विघटित करने के लिए आप उसे केवल एक खंड को एक "बिंदु" द्वारा बंद करने पर विचार करें. यदि मैं "बिंदु" हटाऊंगा तो फिर एक खंड ही बचेगा.

गेंद की सतह S2 को दो कैप और एक "बिंदु" से जुड़े सेगमेंट में विघटित किया जा सकता है.
और "टोरस आयतन“ के लिए मुझे उसे सिर्फ एक डिस्क से काटना होगा.
और "टोरस सतह" के लिए मैं उसे एक सर्कल से काटूंगा जो खुद एक बिंदु पर कटा होगा.
इस तरह काटे जाने वाला टोरस एक सर्कल में सिकुड़ जायेगा.
वो पहले एक खंड में विघटित होगा और बाद में बिंदु में.
यहां एक बिंदु, दो खंडों और सतह का एक और हल है, जहां सभी तत्व सिकुड़े होंगे.
ठीक है, लेकिन उससे हमारा आखिर क्या भला होगा?
उसकी मदद से हम दुनिया को अधिक स्पष्टता से समझ पाएंगे.

औइलर-पोइनकेयर विशेषताएँ
EULER-POINCARE CHARACTERISTIC

(*) जो तुरंत तीन से भी अधिक आयामों तक फैलेगी (यह एक वैकल्पिक योग है).



अब ध्यान से सुनें: X की विशेषता उसके विघटन के तरीके से स्वतंत्र होगी (संकुचन कोशिकाओं में)!!
उदाहरण के लिए, इस बंद वक्र को आठ बिंदुओं से जुड़े, आठ खंडों में काटा गया है, लेकिन इसकी विशेषता अभी भी शून्य है.
निश्चित ही.
ज़रा स्फीयर के विघटन को देखें: 4 शिखर, 6 खंड, 4 सतह, इसलिए X = 4 - 6 + 4 = 2
और यहां, 8 शिखर, 12 खंड, 6 चेहरे; इसलिए X = 4 - 6 + 4 = 2
आप किसी भी तरह से कोशिश करें, हर बार अंत में 2 ही आएगा.
बहुत बढ़िया!
अचरज भरा है!

* फ़ोगैस : दक्षिणी फ्रांस में एक जैतून का तेल से बनने वाली एक डबलरोटी का नाम है.


हर्गिज नहीं! फ़ोगैस-सतह किसी N छेदों वाली डिस्क की तरह सिकुड़ नहीं सकती है. ज़रा गंभीर हों!
मैंने उड़ा दिया!
अब हम एक हैंडल जोड़कर - गेंद-सतह (विशेषता 2) से टोरस-सतह (विशेषता शून्य) तक जा सकते हैं. इसका मतलब हैंडल, सतह की विशेषता को, 2 इकाइयों से कम करता है.
इसलिए फ़ोगैस-सतह की विशेषता, छिद्रों की संख्या से दो कम होगी!
ग्रुएरे-पनीर के एक टुकड़ा जिसमें N छेद हों में N गेंद-सतहें होंगी और अगर साथ में गोल बाहरी सतह भी हो, तो उसकी विशेषता X = 2 (1 + N) होगी.
इसलिए एक ग्रुएरे-आयतन बनाने के लिए, हम एक पूरी गेंद (X = 1) से शुरू करेंगे और हम N टुकड़ों गेंद-आयतन + गेंद-सतह (X + 2 - 1 = 1) को हटा देंगे. तब ग्रुएरे-आयतन की विशेषता (1 + N) के बराबर होगी.
लेकिन आप अपनी इस बकवास से गरीब अमुंडसेन की जियो-न्यूरोसिस को निश्चित रूप से ठीक नहीं कर पाएंगे!

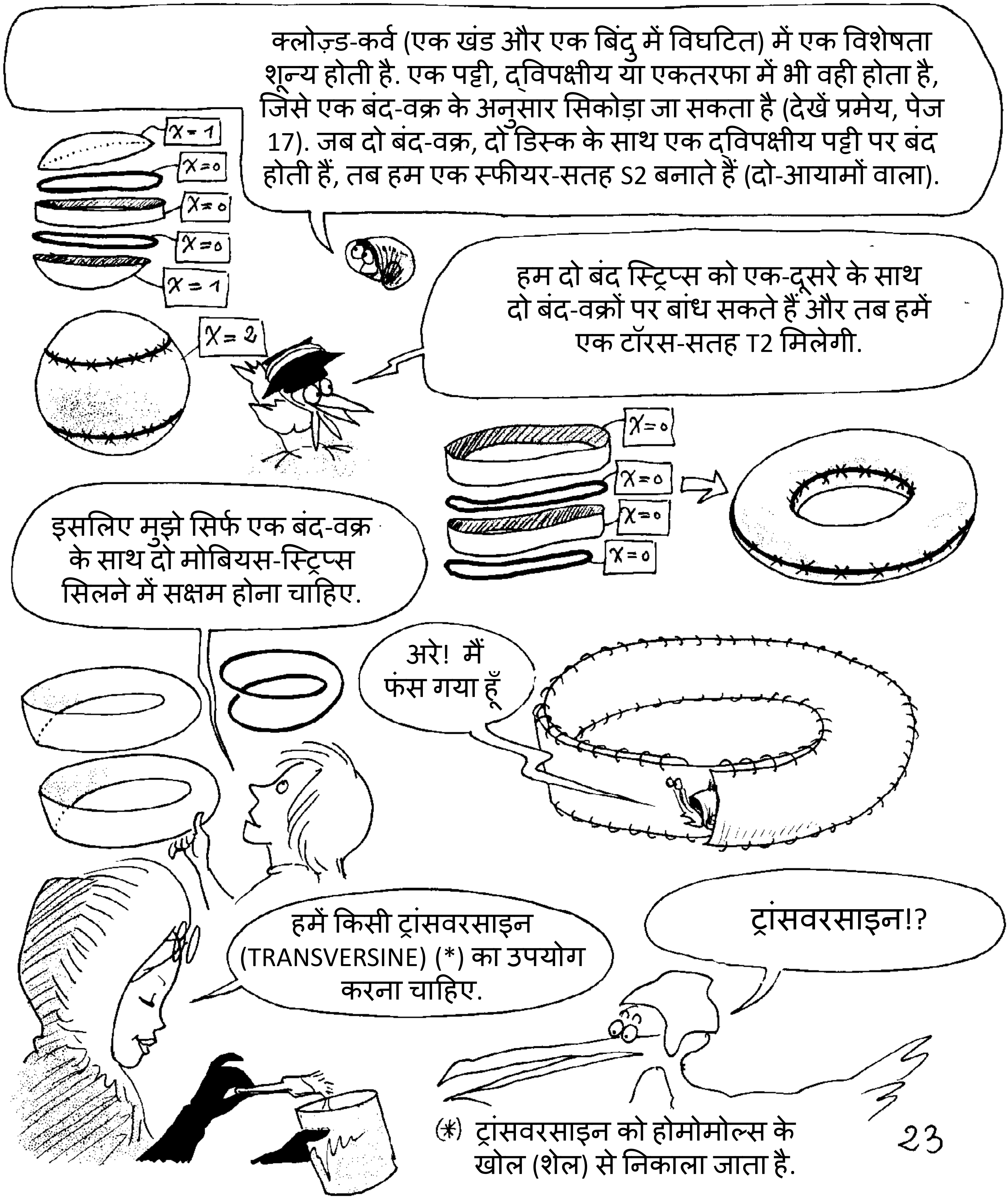
हम जिस दुनिया में रहते हैं

(*) बिग-बैंग (BIG-BANG) और फ्रीडमैन (FRIEDMANN) के मॉडल पेज 64 पर देखें

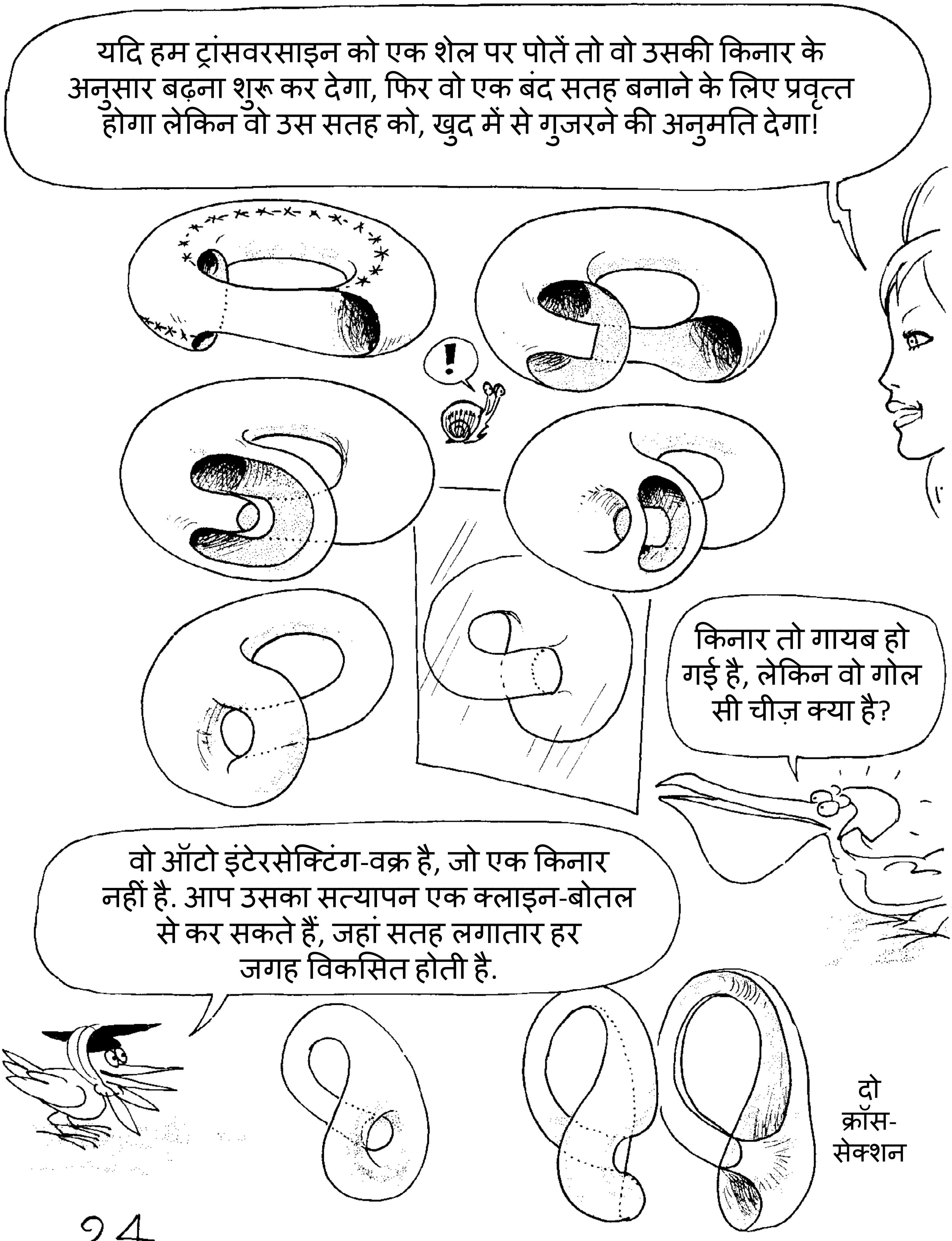

औइलर-पोइनकेयर विशेषता ने हमें ज्यामितीय वस्तुओं के इस घने जंगल में एक व्यवस्था लाने में मदद दी है.
इसलिए किसी सिलेंडर (बेलन) का अंत टोपोलोजी में एक छेद वाली डिस्क जैसा होगा और उसकी विशेषता "शून्य" होगी.
लेकिन आप इस वस्तु के बारे में क्या सोचते हैं?
यह एक मोबियस-स्ट्रिप या (पट्टी) है जिसकी केवल एक ही सतह है. इसलिए हम इसे "पीछे" या "आगे" की संज्ञा नहीं दे सकते. हम उन्हें "इन-ओरिएंटेबिल" कहते हैं.
वास्तव में कोई भी पट्टी जिसमें असम संख्या में ट्विस्ट हों "इन-ओरिएंटेबिल" मोबियस-स्ट्रिप होती है. लेकिन ये दोनों पट्टियां कुछ अलग ही लगती हैं ...

(*) "हियर इस लुकिंग एट यूक्लिड " पृष्ठ 59 देखें

किनार-पर-किनार



(*) ट्रांसवरसाइन को होमोमोल्स के खोल (शेल) से निकाला जाता है.

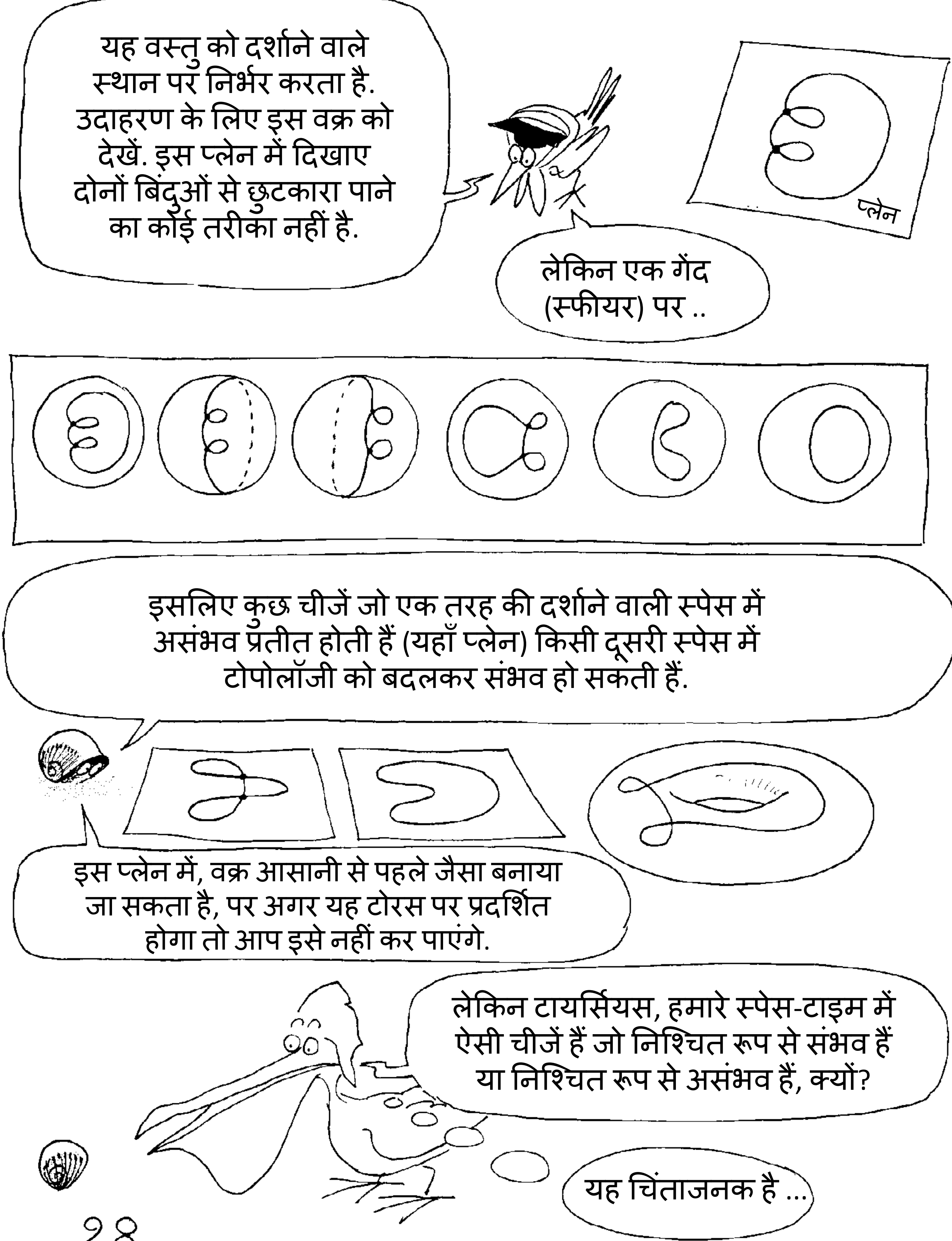

यदि हम ट्रांसवरसाइन को एक शेल पर पोतें तो वो उसकी किनार के अनुसार बढ़ना शुरू कर देगा, फिर वो एक बंद सतह बनाने के लिए प्रवृत्त होगा लेकिन वो उस सतह को, खुद में से गुजरने की अनुमति देगा!
!
किनार तो गायब हो गई है, लेकिन वो गोल सी चीज़ क्या है?
वो ऑटो इंटेरसेक्टिंग-वक्र है, जो एक किनार नहीं है. आप उसका सत्यापन एक क्लाइन-बोतल से कर सकते हैं, जहां सतह लगातार हर जगह विकसित होती है.
दो क्रॉस-सेक्शन


इसकी विशेषता शून्य है क्योंकि यह दो मोबियस-स्ट्रिप्स (X = 0) और एक बंद वक्र (X = 0) से बनी है. इनमें से किसी में भी आपको रास्ता खोजना आसान नहीं होगा.
बेशक, अगर आपको सतह पर एक मोबियस-पट्टी मिलती है, तो इसका मतलब होगा कि उसका केवल एक ही पक्ष होगा.
मुझे बताओ टायर्सियस, क्या हमें तुम्हारे शेल (खोल) पर मोबियस पट्टी नहीं मिल सकती है?
क्या?
तुम दोनों फिर मत शुरू करो.
वो एक बहुत अजीब किस्म की सतह है.
अब तक हमने केवल उन्हीं सतहों पर छुआ है जो सामान्य रूप में एक-दूसरे को नहीं काटती हैं, जैसे कि गेंद (स्फीयर). जो सतह हमारी जगह में एक-दूसरे को काटती हैं उन्हें विसर्जन (IMMERSIONS) कहा जाता है.
विसर्जन?

डुबकी (Plunge) और विसर्जन (Immersions)

(*) डुबकी, विसर्जन का एक विशेष मामला है.


I
II
III
एक प्लेन के नियमित विरूपण (बिना रेखाओं को तोड़े) मैं वक्र I से वक्र III तक जा सकता हूं. ऐसा करते समय प्रत्येक वक्र को पार करते समय तीर का कुल रोटेशन (360°) होगा.
यह प्लेन में एक नियमित होमोटोपिया (REGULAR HOMOTOPIA) है. इसमें मुड़ते तीर, वक्र के साथ स्पर्श-रेखा बनाते हैं.
मैंने बहुत प्रयास किए पर मैं अंक आठ (8) को एक गोले में नहीं बदल पाया!
यह सामान्य है. तीर उतनी बार नहीं मुड़ता है. अंक आठ (8) का बीजीय योग, शून्य होगा!
बंद-वक्र विरूपण (निरंतरता, नियमितता) के इस नियम को देखते हुए, कुछ चीजें संभव हैं और कुछ एकदम असंभव.
यह इतना आसान नहीं है!


यह वस्तु को दर्शाने वाले स्थान पर निर्भर करता है. उदाहरण के लिए इस वक्र को देखें. इस प्लेन में दिखाए दोनों बिंदुओं से छुटकारा पाने का कोई तरीका नहीं है.
प्लेन
लेकिन एक गेंद (स्फीयर) पर ..
इसलिए कुछ चीजें जो एक तरह की दर्शाने वाली स्पेस में असंभव प्रतीत होती हैं (यहाँ प्लेन) किसी दूसरी स्पेस में टोपोलॉजी को बदलकर संभव हो सकती हैं.
इस प्लेन में, वक्र आसानी से पहले जैसा बनाया जा सकता है, पर अगर यह टोरस पर प्रदर्शित होगा तो आप इसे नहीं कर पाएंगे.
लेकिन टायर्सियस, हमारे स्पेस-टाइम में ऐसी चीजें हैं जो निश्चित रूप से संभव हैं या निश्चित रूप से असंभव हैं, क्यों?
यह चिंताजनक है ...


क्या आप हमारे स्पेस-टाइम की टोपोलॉजी को जानते हैं?
नहीं...
हम सिर्फ दिखावे के लिए जीते हैं ...यहां तक कि ...
बंद-वक्र के प्रतिच्छेदन (intersecting) बिंदु केवल सतह पर दिखाई देते हैं. उनकी द्वि-आयामी छवि केवल एक प्रक्षेपण है.
मौलिक रूप से इस सब में केवल एक ही वस्तु है: एक-आयामी बंद-वक्र.
4-आयामों वाली स्पेस में "क्लाइन-बोतल" अब खुद को नहीं काटती है!
इसलिए स्पेस बदलकर मैं कुछ भी बदल सकता हूं. उदाहरण के लिए मैं एक "क्लाइन-बोतल" को एक गेंद (स्फीयर) में बदल सकता हूँ?
नहीं, यह ऐसी विशेषताएँ हैं जो दर्शाने वाली स्पेस से स्वतंत्र हैं.

टोपोलॉजी

जैसे कि औईलर-पोइनकेयर की विशेषता, दिशा, निकटता.
एक-आयाम की वस्तुओं के लिए इसका मतलब होगा : वक्र खुला होगा या फिर बंद होगा.
फिर अमुंडसेन का क्या?
कुछ नहीं, अभी वैसा ही ...
जिओ-न्युरोसिस? नहीं, मुझे इसमें टोपो-न्युरोसिस नज़र आता है.
हमारी मानसिक संरचनाएं, हमारा तर्क, दुनिया के बारे में हमारी धारणा, ज्यामिती की नींव पर टिकी है, जो कभी भी ढह सकती है.
हम अपने दोस्त के नज़रिए में कुछ भी बदल नहीं ला सकते हैं. वो इस सांसारिक दुनिया को हमेशा नकारता रहा है.

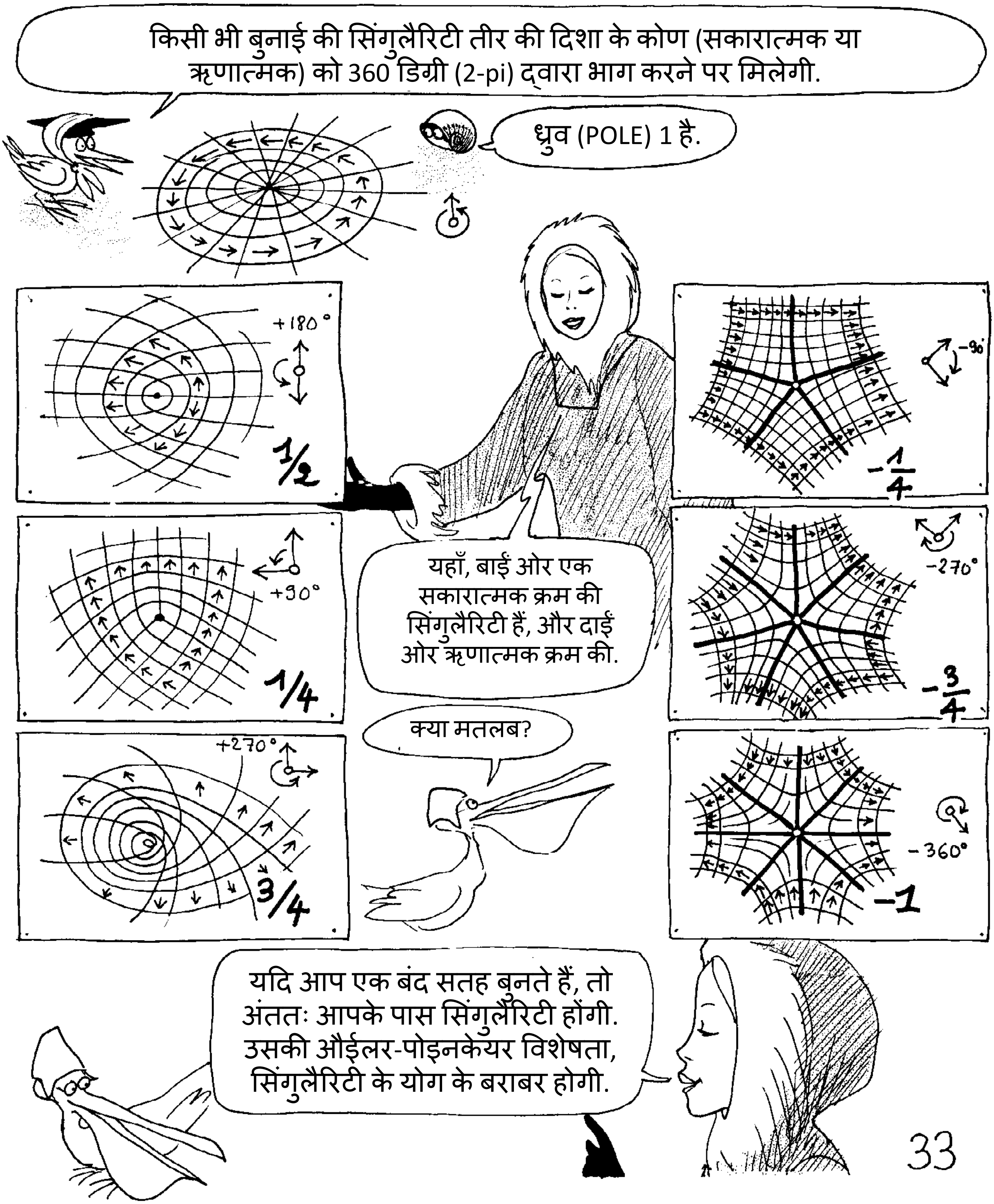
टोकरी बुनना

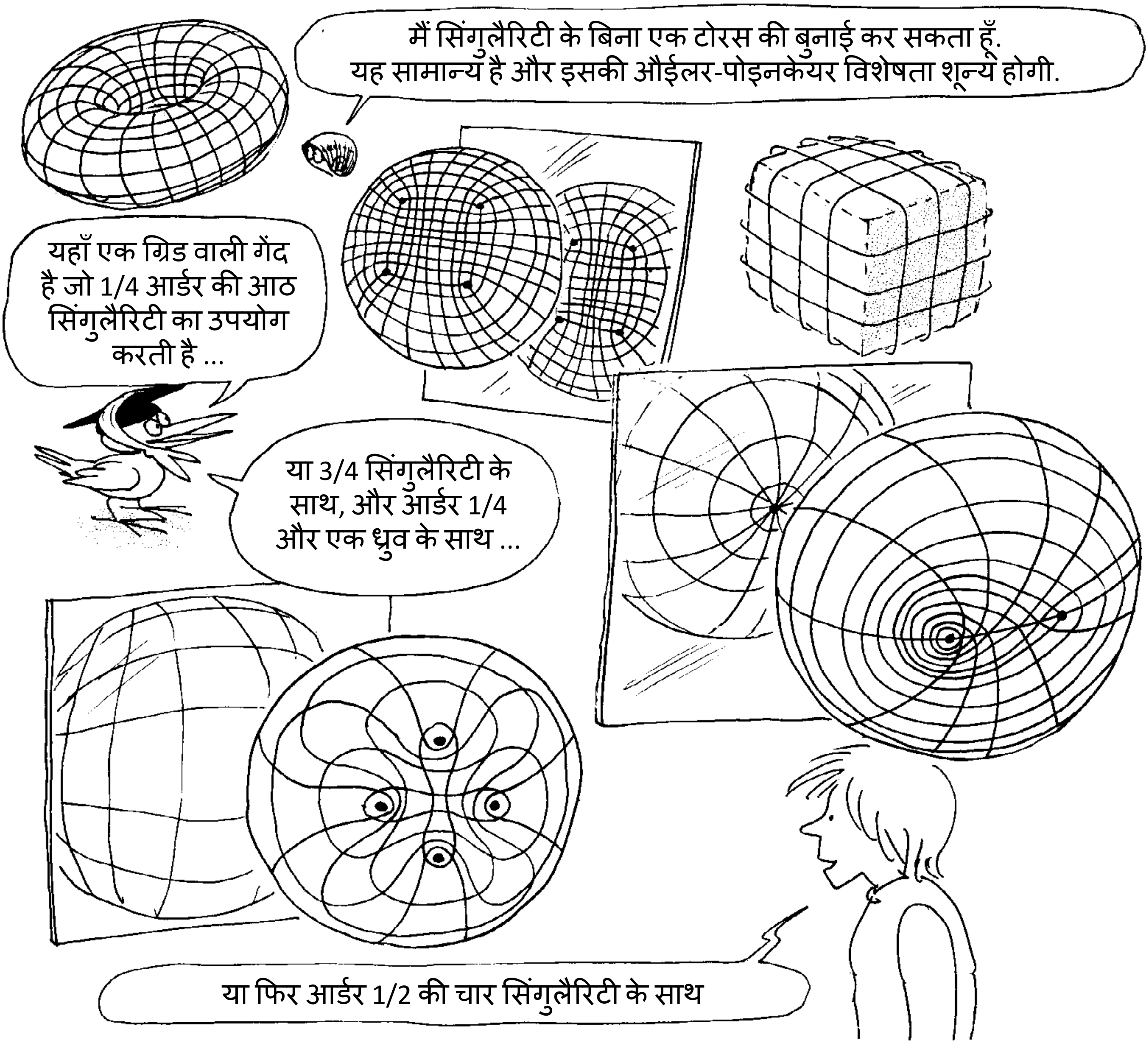

मैंने सतहों को दर्शाने का एक और अच्छा तरीका खोजा है: टोकरी की बुनाई में!
वैसे वो एक सिलेंडर है.
देखो, गेंद बनाना इतना आसान नहीं होगा.
और टोरस?
और क्लाइन-बोतल?
गेंद (स्फीयर) के लिए तुम्हें दो ध्रुव फिट करने होंगे.
मुझे यह समझ नहीं आया. मुझे टोरस या क्लाइन-बोतल के लिए तो उनकी जरूरत नहीं पड़ी थी...
औईलर-पोइनकेयर की विशेषता से आपको उन ध्रुवों की संख्या ज्ञात होगी, जो आपको सतह बनाने में लगेंगे. टोरस या क्लाइन-बोतल के लिए यह संख्या शून्य होगी, जबकि गेंद (स्फीयर) के लिए वो 2 होगी.


इस अवधारणा को पाठ्यक्रम की हाइपर-सतहों (HYPER-SURFACES) तक बढ़ाया जा सकता है, जैसे 3,4..N आयामों के क्षेत्रों में.
अगर हमने कोई भूल न की हो तो फ्रीडमैन (*) के अनुसार ब्रह्मांड, एक S4 हाइपर-स्फीयर का एक चक्रीय मॉडल है. इसलिए मुझे लगता है कि हम ऐसे घनों का उपयोग कर एक तीन-आयामी संरचना बना सकते हैं. पर 4-आयामों के लिए हम क्या करेंगे?
आप आसानी से उन्हें हाइपर-क्यूब से रच सकते हैं.
हाइपर-क्यूब? सच में.....
लेकिन, देखें ... S4 हाइपर-स्फीयर की विशेषता 2 है. इसलिए हमारा स्पेस-टाइम, कम-से-कम एक "सिंगुलैरिटी" या ध्रुव (पोल) तो दिखाएगा ही?
फिर बिग-बैंग (*) सिद्धांत का क्या होगा?!
विशुद्ध रूप के ज्यामितीय विचारों ने हमें दुनिया के इतिहास के सबसे शानदार पहलुओं में से एक को देखने की अनुमति दी है, जिसकी खोज भी ब्रह्मांड के विस्तार के समय ही हुई होगी.

(*) बिग-बैंग देखें

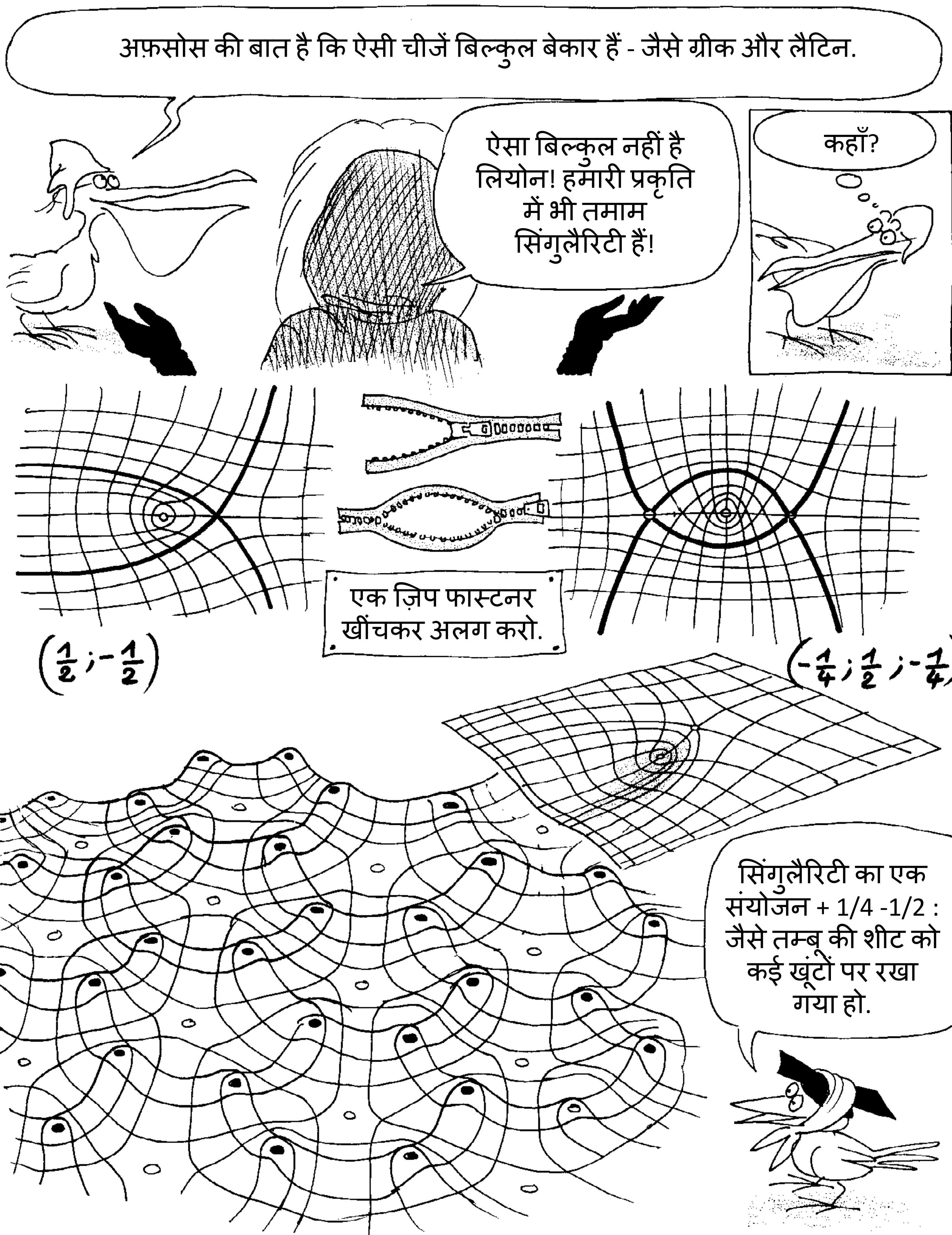
सिंगुलैरिटी
(Singularity)



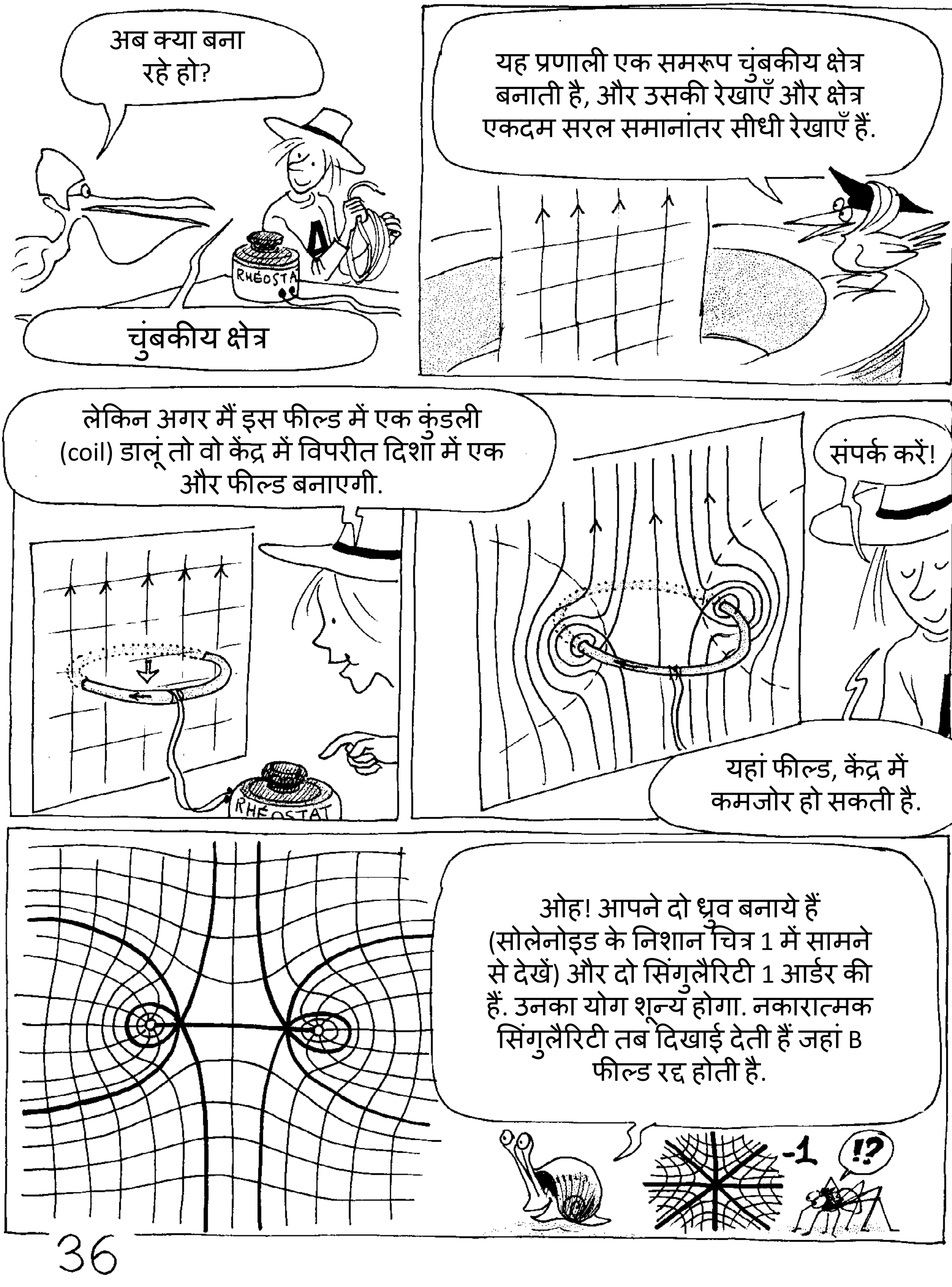


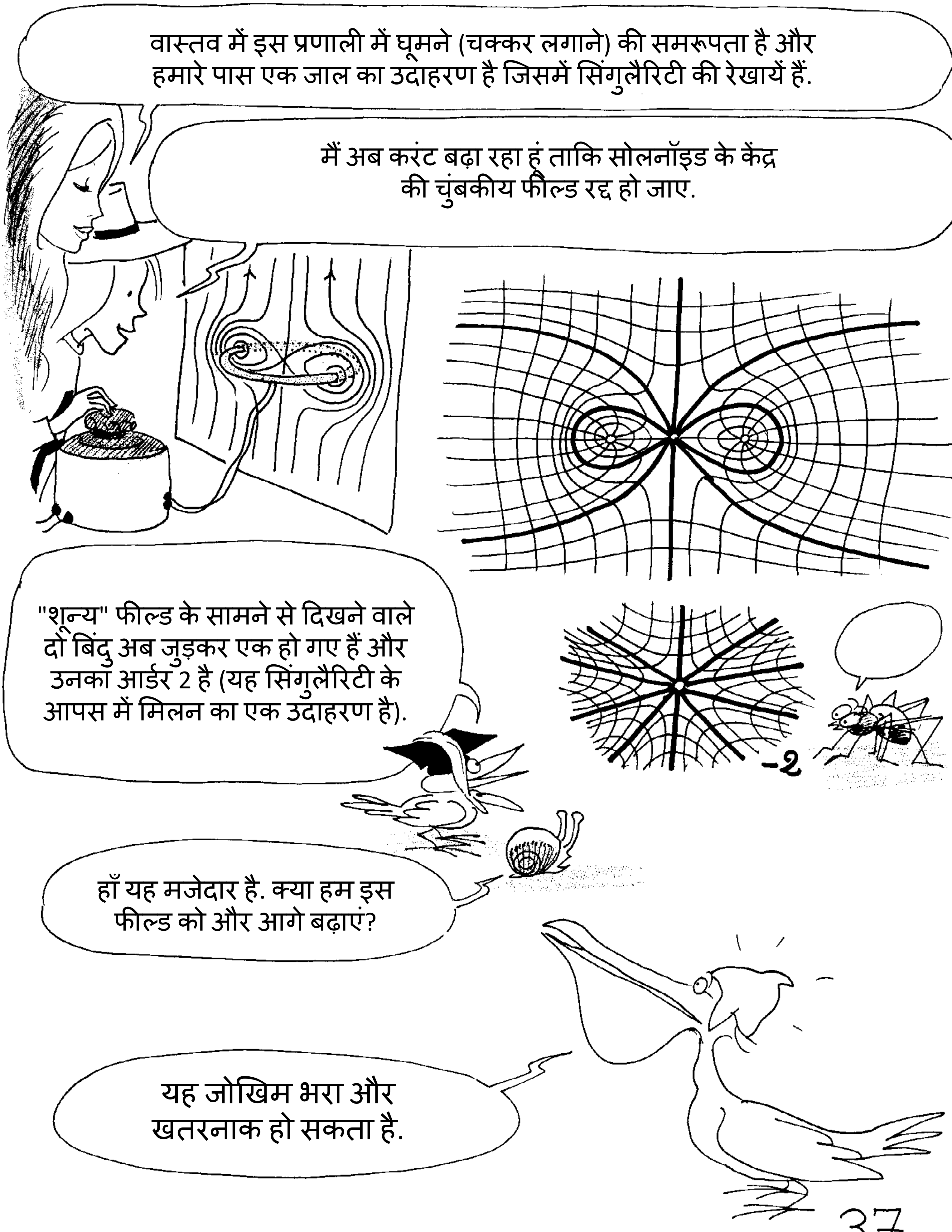
ध्यान दें :

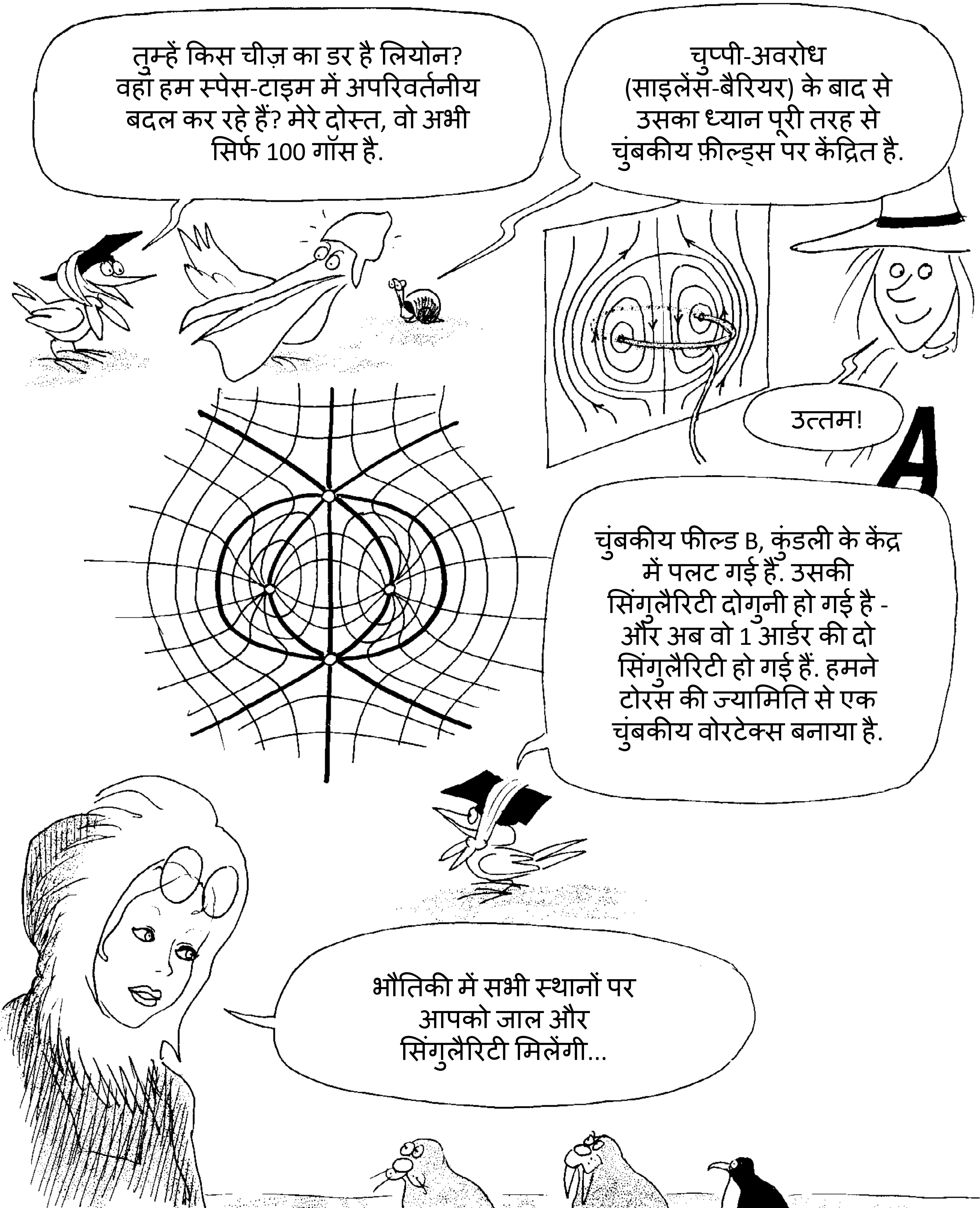
जिन लोगों ने ब्लैक-होल्स (BLACK HOLE'S) पुस्तक के पेज 14 से 36 पढ़े हैं, उन्हें उन चित्रों में और इन चित्रों के POSICONES, NEGACONES और वक्रों के बीच बहुत समानता दिखाई दी होगी. ये सभी विचार, अनिवार्य रूप से कोणीय (ANGULAR) हैं जो किसी सतह की कुल वक्रता (TOTAL CURVATURE) से घनिष्ठ रूप से जुड़े हैं, जो हमारे तीन-आयामी स्पेस में दर्शाया गए हैं, और जो औईलर-पोइनकेयर विशेषता को 360 डिग्री (या 2-pi) से गुणा के बराबर होगी.

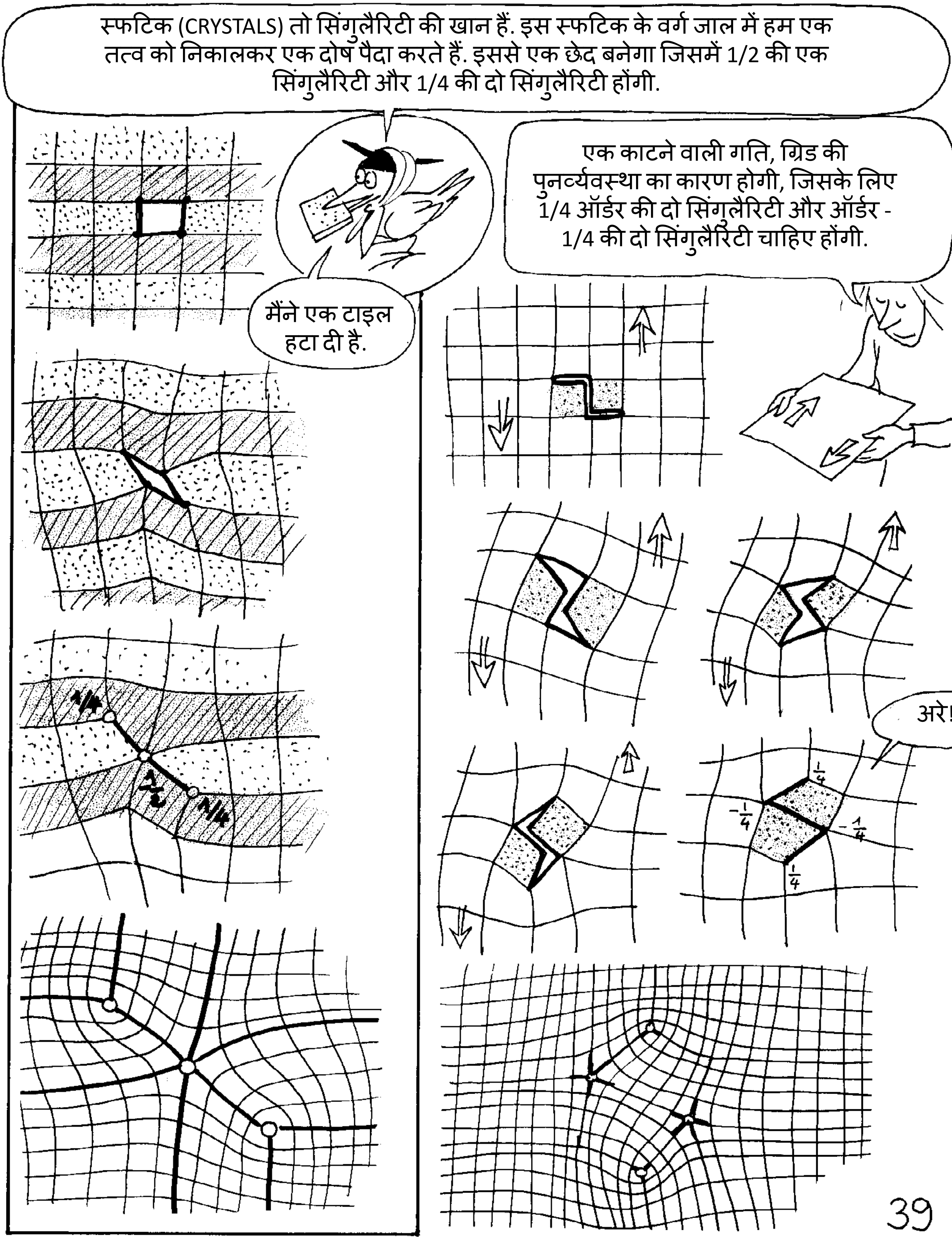


अफ़सोस की बात है कि ऐसी चीजें बिल्कुल बेकार हैं - जैसे ग्रीक और लैटिन.
ऐसा बिल्कुल नहीं है लियोन! हमारी प्रकृति में भी तमाम सिंगुलैरिटी हैं!
कहाँ?
एक ज़िप फास्टनर खींचकर अलग करो.
(1/2 ; -1/2)
(-1/4 ; 1/2 ; -1/4)
सिंगुलैरिटी का एक संयोजन + 1/4 -1/2 : जैसे तम्बू की शीट को कई खूंटों पर रखा गया हो.


अब क्या बना
रहे हो?
चुंबकीय क्षेत्र
यह प्रणाली एक समरूप चुंबकीय क्षेत्र बनाती है, और उसकी रेखाएँ और क्षेत्र एकदम सरल समानांतर सीधी रेखाएँ हैं.
RHÉOSTAT
लेकिन अगर मैं इस फील्ड में एक कुंडली (coil) डालूं तो वो केंद्र में विपरीत दिशा में एक और फील्ड बनाएगी.
RHÉOSTAT
संपर्क करें!
यहां फील्ड, केंद्र में कमजोर हो सकती है.
ओह! आपने दो ध्रुव बनाये हैं (सोलेनोइड के निशान चित्र 1 में सामने से देखें) और दो सिंगुलैरिटी 1 आर्डर की हैं. उनका योग शून्य होगा. नकारात्मक सिंगुलैरिटी तब दिखाई देती हैं जहां B फील्ड रद्द होती है.
-1
!?


वास्तव में इस प्रणाली में घूमने (चक्कर लगाने) की समरूपता है और हमारे पास एक जाल का उदाहरण है जिसमें सिंगुलैरिटी की रेखायें हैं.
मैं अब करंट बढ़ा रहा हूं ताकि सोलनॉइड के केंद्र की चुंबकीय फील्ड रद्द हो जाए.
"शून्य" फील्ड के सामने से दिखने वाले दो बिंदु अब जुड़कर एक हो गए हैं और उनका आर्डर 2 है (यह सिंगुलैरिटी के आपस में मिलन का एक उदाहरण है).
-2
हाँ यह मजेदार है. क्या हम इस फील्ड को और आगे बढ़ाएं?
यह जोखिम भरा और खतरनाक हो सकता है.


तुम्हें किस चीज़ का डर है लियोन? वहां हम स्पेस-टाइम में अपरिवर्तनीय बदल कर रहे हैं? मेरे दोस्त, वो अभी सिर्फ 100 गॉस है.
चुप्पी-अवरोध (साइलेंस-बैरियर) के बाद से उसका ध्यान पूरी तरह से चुंबकीय फ़ील्ड्स पर केंद्रित है.
उत्तम!
A
चुंबकीय फील्ड B, कुंडली के केंद्र में पलट गई है. उसकी सिंगुलैरिटी दोगुनी हो गई है - और अब वो 1 आर्डर की दो सिंगुलैरिटी हो गई हैं. हमने टोरस की ज्यामिति से एक चुंबकीय वोरटेक्स बनाया है.
भौतिकी में सभी स्थानों पर आपको जाल और सिंगुलैरिटी मिलेंगी...

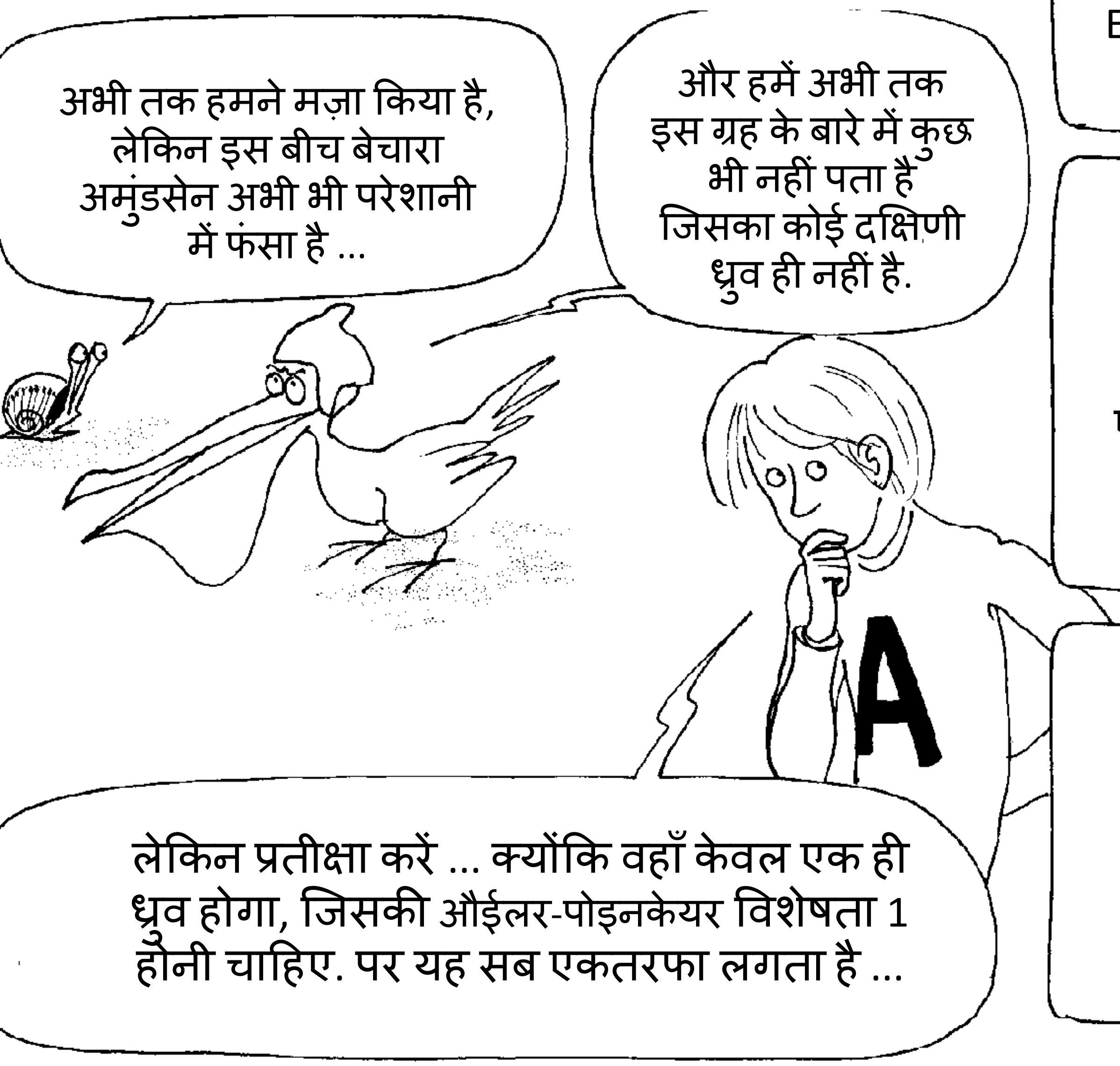

स्फटिक (CRYSTALS) तो सिंगुलैरिटी की खान हैं. इस स्फटिक के वर्ग जाल में हम एक तत्व को निकालकर एक दोष पैदा करते हैं. इससे एक छेद बनेगा जिसमें 1/2 की एक सिंगुलैरिटी और 1/4 की दो सिंगुलैरिटी होंगी.
मैंने एक टाइल हटा दी है.
1/4
1/2
1/4
एक काटने वाली गति, ग्रिड की पुनर्व्यवस्था का कारण होगी, जिसके लिए 1/4 ऑर्डर की दो सिंगुलैरिटी और ऑर्डर - 1/4 की दो सिंगुलैरिटी चाहिए होंगी.
अरे!
1/4
-1/4
-1/4
1/4

(*) मेश (MESH) दो-आयामों वाली वस्तुओं के लिए है.
PAVING का मतलब बेहतर संख्या वाले आयामों से है.

इसके बाद की कहानी जीवंत कार्टून्स के आधार पर सुनाई जाएगी, जिन्हें A, B, C और D अक्षरों से दर्शाया जाएगा.

- प्रबंधन.

बॉय-सरफेस (सतह)



A

एक मोबियस-स्ट्रिप का एक बॉय-सरफेस (सतह) में परिवर्तन।

B

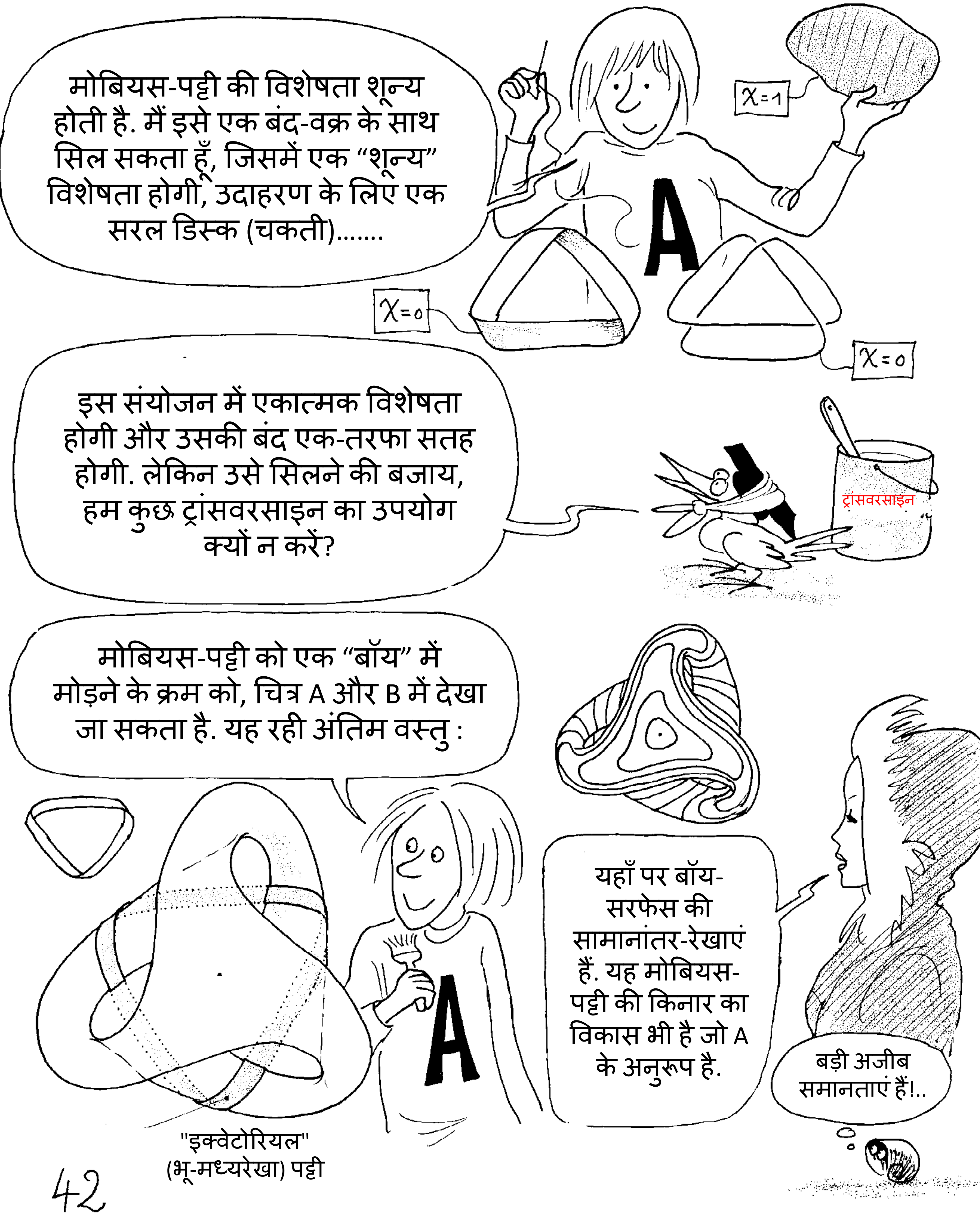
ठीक इसी प्रकार - वक्र-किनार (CURVE-EDGE) और ऑटो-जोड़ों की टुकड़ी)

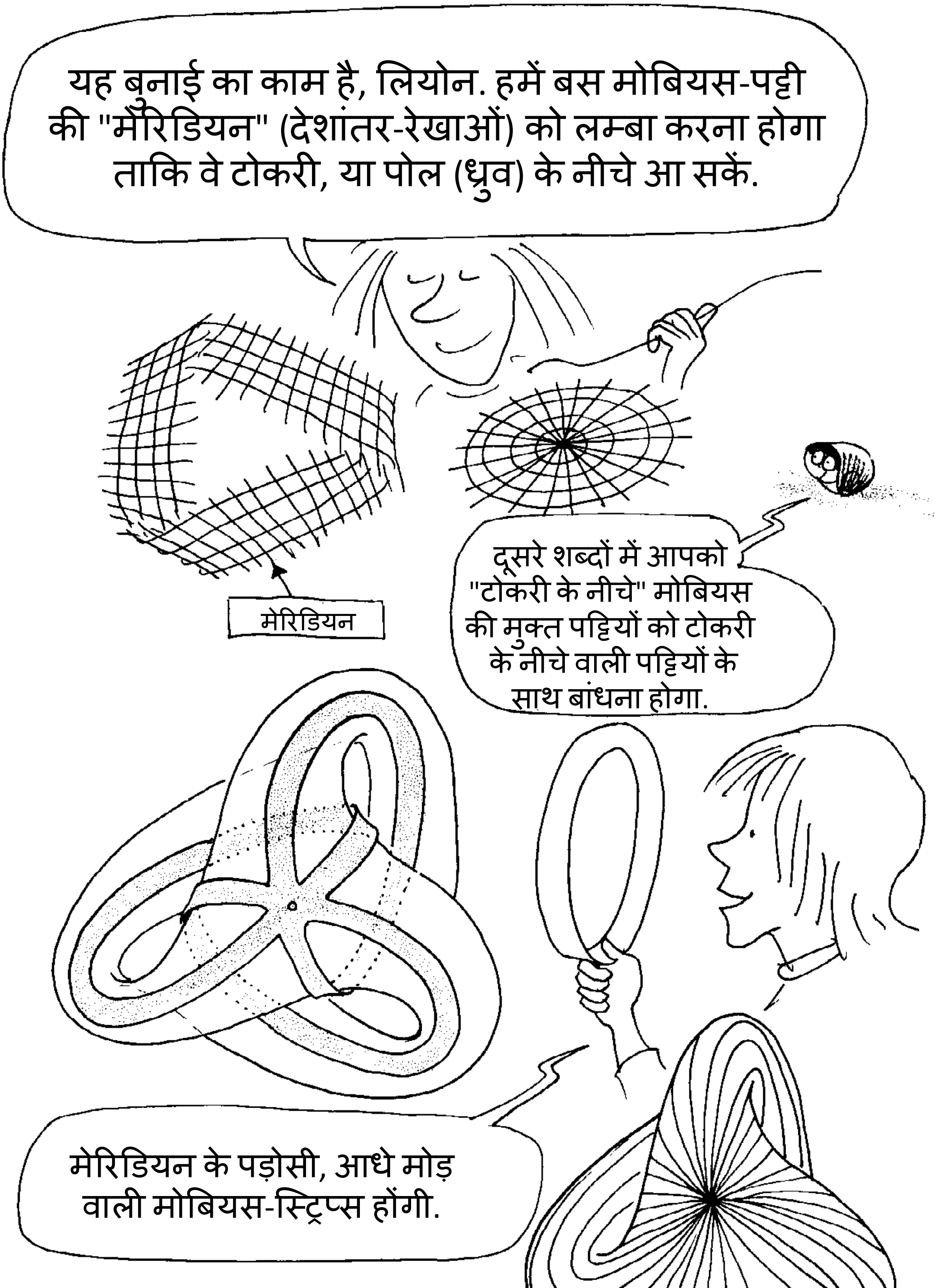
C

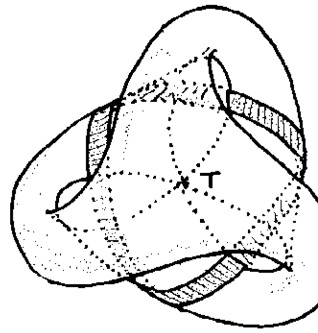
एंटी-पोडल बिंदुओं का संयोजन

D

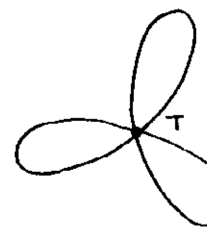
समय के पलटने का आभास होना

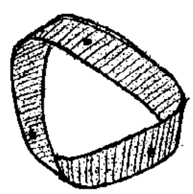

मोबियस-पट्टी की विशेषता शून्य होती है. मैं इसे एक बंद-वक्र के साथ सिल सकता हूँ, जिसमें एक “शून्य” विशेषता होगी, उदाहरण के लिए एक सरल डिस्क (चकती).......
$\chi=1$
$\chi=0$
$\chi=0$
इस संयोजन में एकात्मक विशेषता होगी और उसकी बंद एक-तरफा सतह होगी. लेकिन उसे सिलने की बजाय, हम कुछ ट्रांसवरसाइन का उपयोग क्यों न करें?
ट्रांसवरसाइन
मोबियस-पट्टी को एक “बॉय” में मोड़ने के क्रम को, चित्र A और B में देखा जा सकता है. यह रही अंतिम वस्तु :
यहाँ पर बॉय-सरफेस की सामानांतर-रेखाएं हैं. यह मोबियस-पट्टी की किनार का विकास भी है जो A के अनुरूप है.
बड़ी अजीब समानताएं हैं!..
"इक्वेटोरियल" (भू-मध्यरेखा) पट्टी

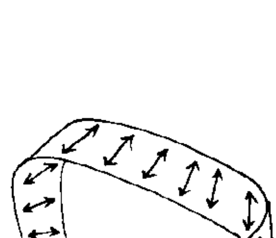




बॉय-सतह, शुरुवाती मोबियस-पट्टी के साथ



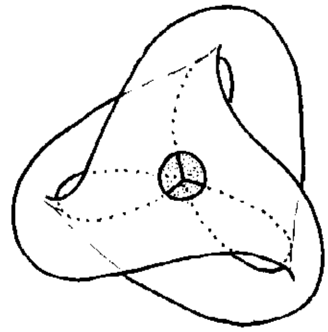




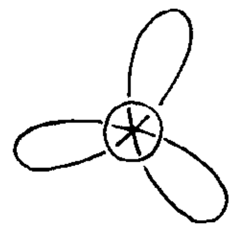
"मेरिडियन" और "सामानांतर-रेखाओं" वाले बॉय-सरफेस मॉडल की कल्पना सबसे पहले इस पुस्तक के लेखक ने की थी. बाद में मैक्स साउज नामक मूर्तिकार ने उसका एक ठोस मॉडल बनाया जिसे पैलेस ऑफ़ डिस्कवरी, पेरिस, फ्रांस के "पाई-रूम" में देखा जा सकता है.

- प्रबंधन

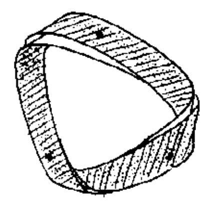

हम "नॉर्थ-पोल" (उत्तरी-ध्रुव) छोड़कर इनमें से एक पट्टी के साथ-साथ चले थे, "दक्षिण-ध्रुव" की तलाश करने.
और फिर निश्चित रूप से हम पेरी के झंडे पर वापस आए!
लेकिन अगर हम एक बॉय-सतह के साथ चले, तो फिर हमें ऑटो-जोड़ों वाले क्षेत्रों का पता कैसे नहीं लगा?
याद रखें, ऑटो-जोड़ों का यह चित्र केवल बॉय-सतह के विसर्जन का एक प्रभाव है, जो एक तीन-आयामी स्पेस में है. वास्तव में, बॉय-सतह और क्लाइन-बोतल दोनों भी दो-आयामी वस्तुएं हैं जिनका स्वतंत्र रूप से उस स्पेस में अस्तित्व होता है जिसमें वो दर्शाई जाती हैं.
यहां एक अच्छी विधि है ऑटो-जोड़ों के विचार को भूलने के लिए.

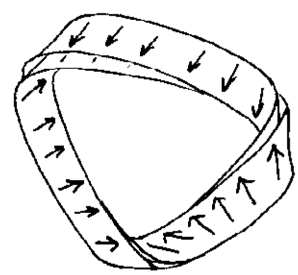


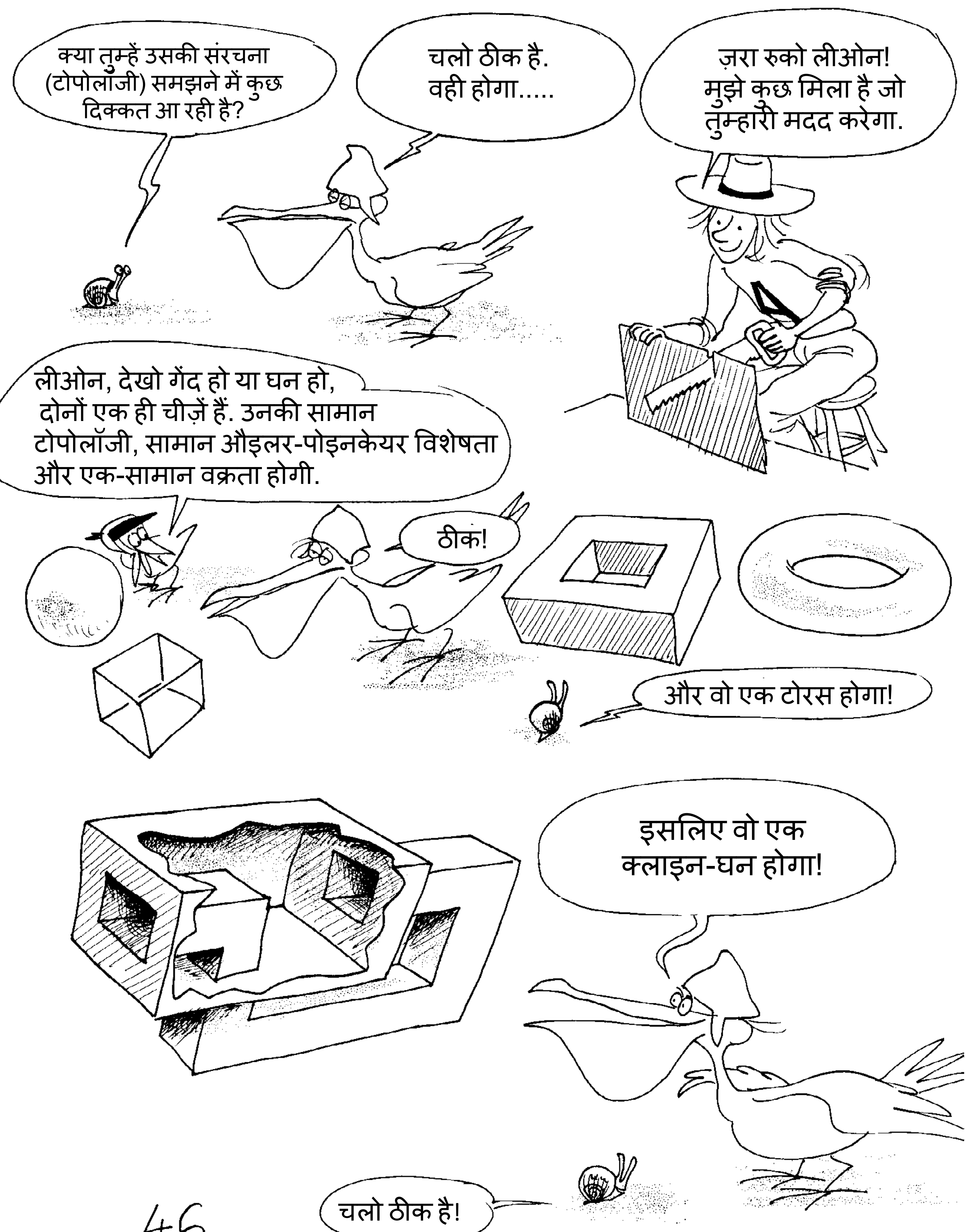
मोबियस-पट्टी एक गोल किनार के साथ.

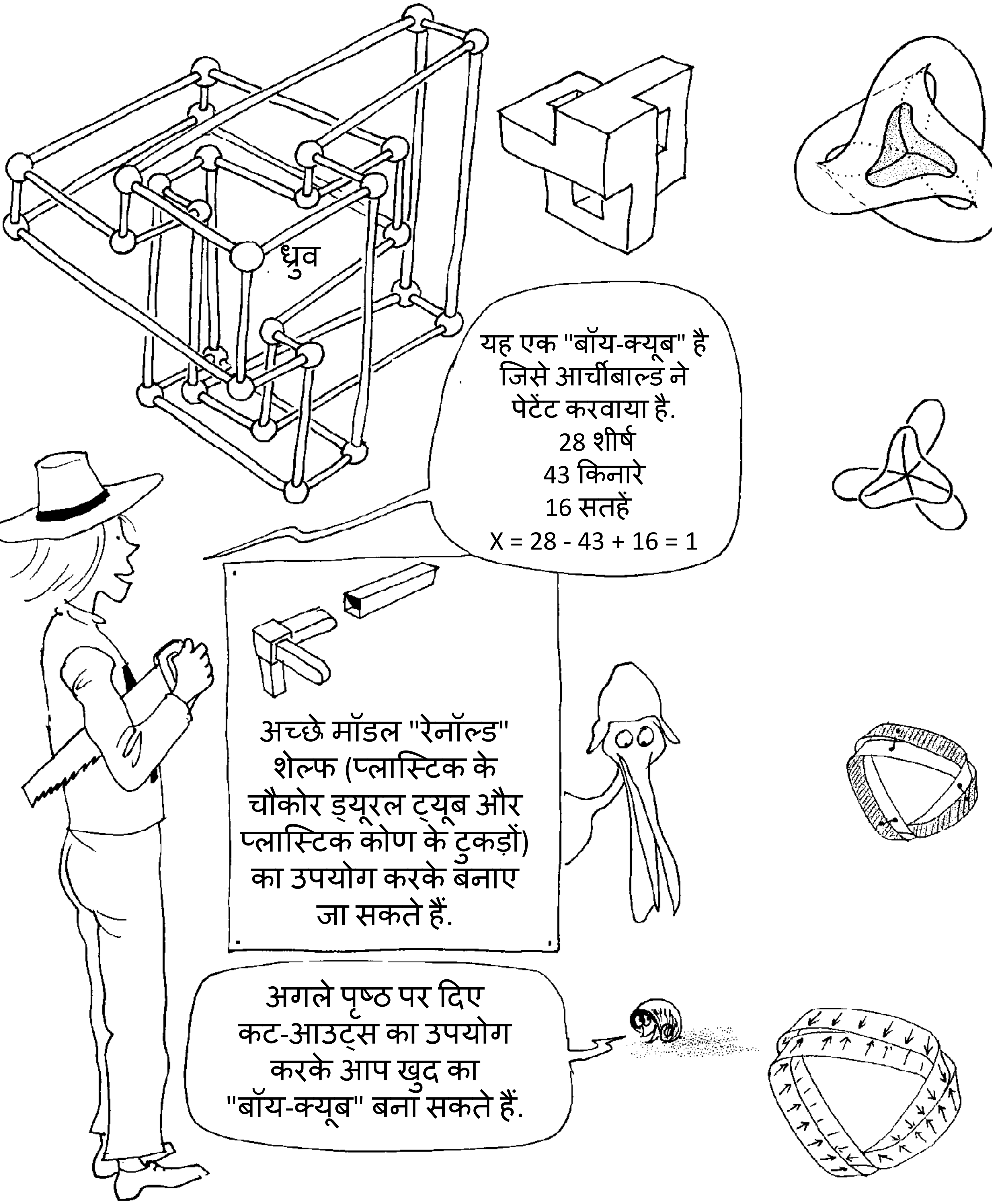


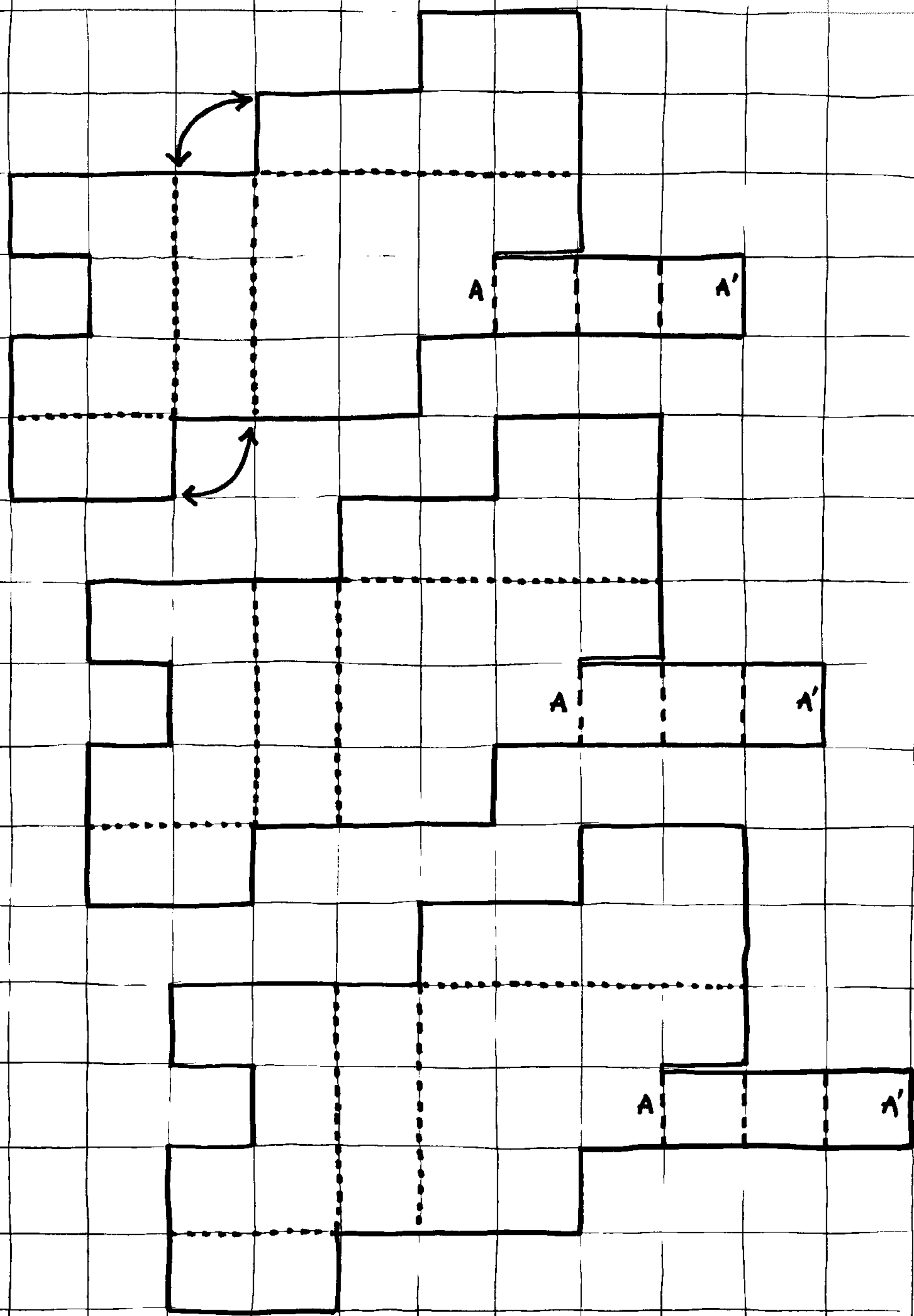
बॉय-क्यूब (घन)

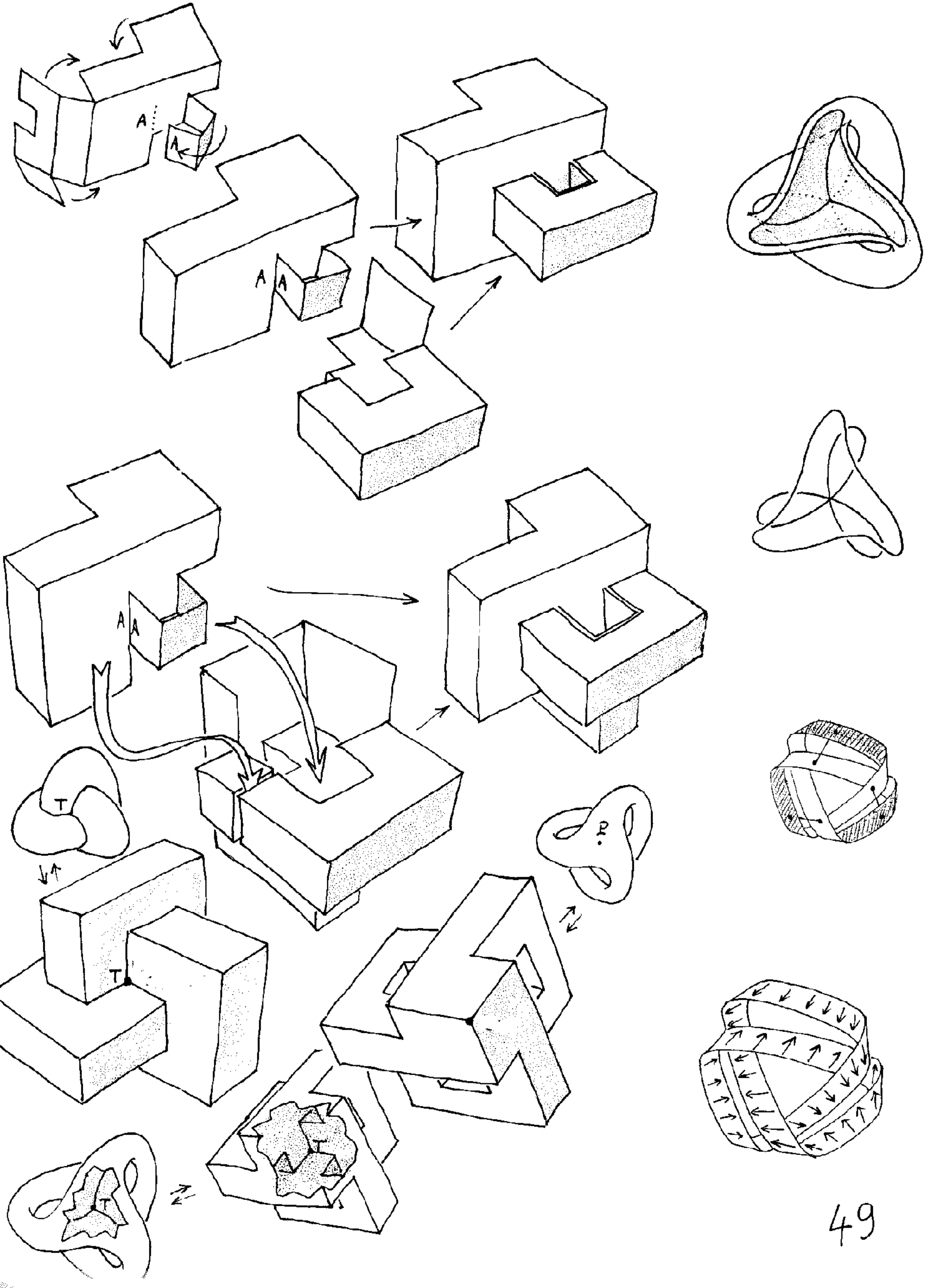




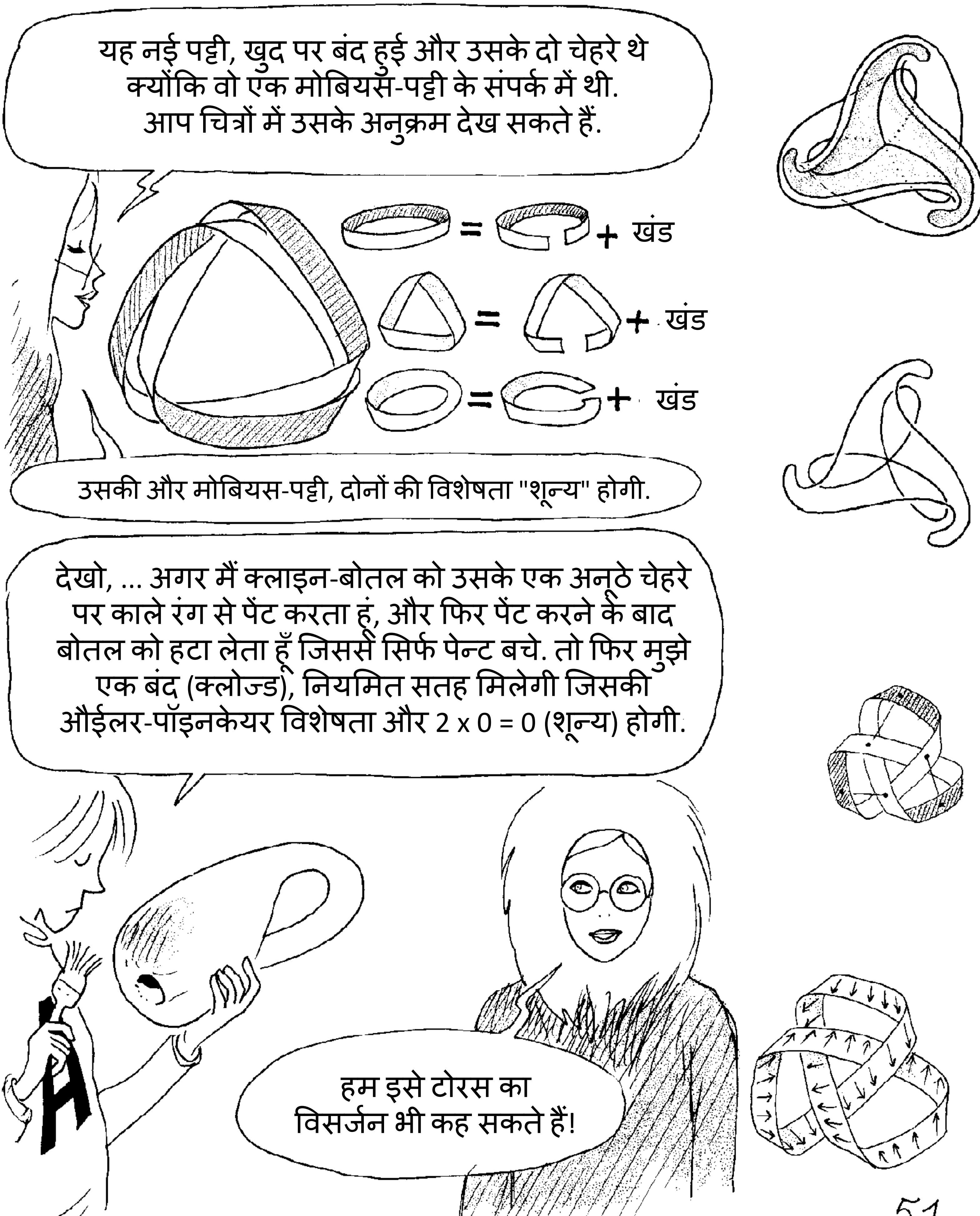

क्या तुम्हें उसकी संरचना (टोपोलॉजी) समझने में कुछ दिक्कत आ रही है?
चलो ठीक है. वही होगा.....
ज़रा रुको लीओन! मुझे कुछ मिला है जो तुम्हारी मदद करेगा.
लीओन, देखो गेंद हो या घन हो, दोनों एक ही चीज़ें हैं. उनकी सामान टोपोलॉजी, सामान औइलर-पोइनकेयर विशेषता और एक-सामान वक्रता होगी.
ठीक!
और वो एक टोरस होगा!
इसलिए वो एक क्लाइन-घन होगा!
चलो ठीक है!


ध्रुव
यह एक "बॉय-क्यूब" है जिसे आर्चीबाल्ड ने पेटेंट करवाया है.
28 शीर्ष
43 किनारे
16 सतहें
X = 28 - 43 + 16 = 1
अच्छे मॉडल "रेनॉल्ड" शेल्फ (प्लास्टिक के चौकोर ड्यूरल ट्यूब और प्लास्टिक कोण के टुकड़ों) का उपयोग करके बनाए जा सकते हैं.
अगले पृष्ठ पर दिए कट-आउट्स का उपयोग करके आप खुद का "बॉय-क्यूब" बना सकते हैं.

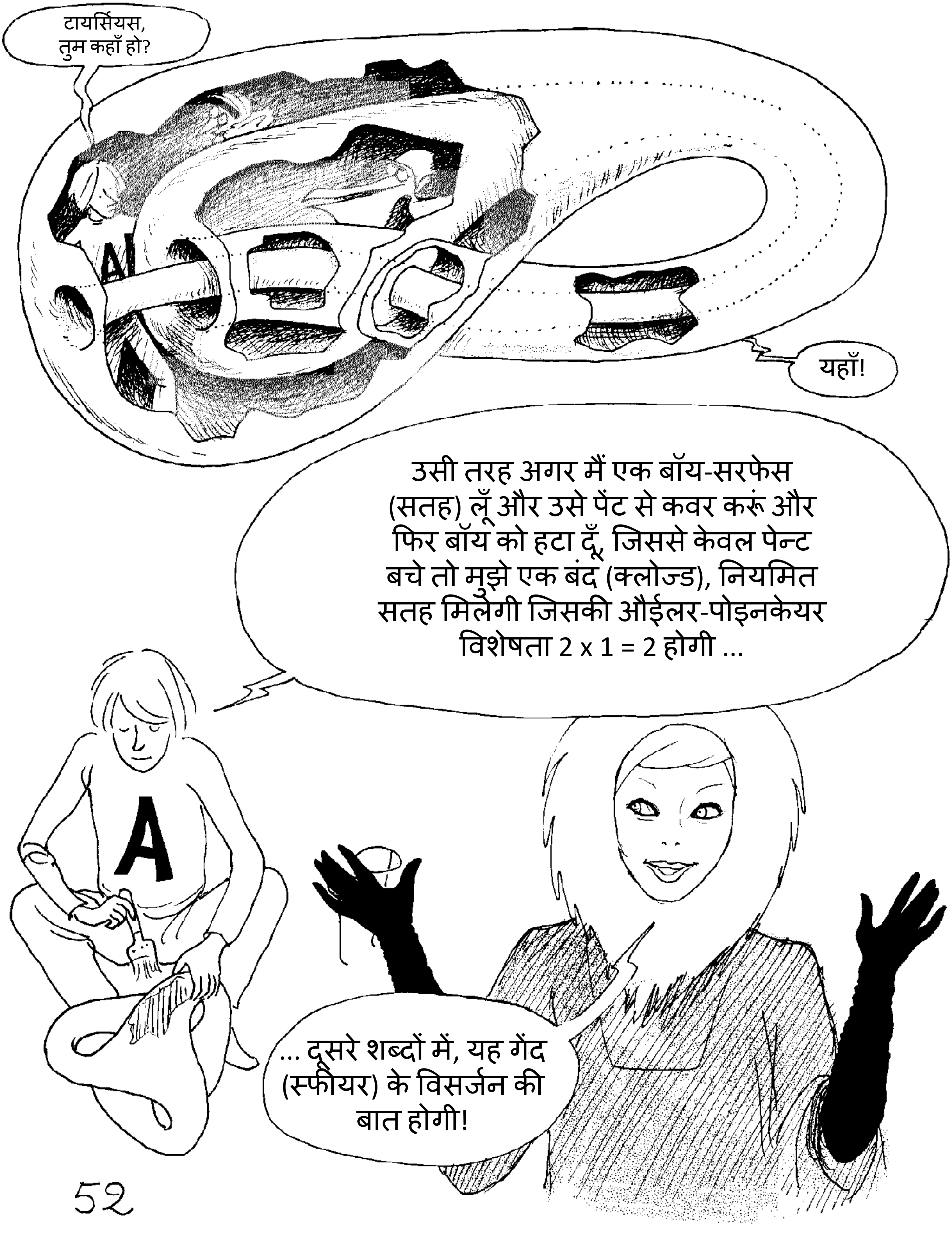

A
A′
A
A′
A
A′


A
A
A
A
A
A
T
T
T
T

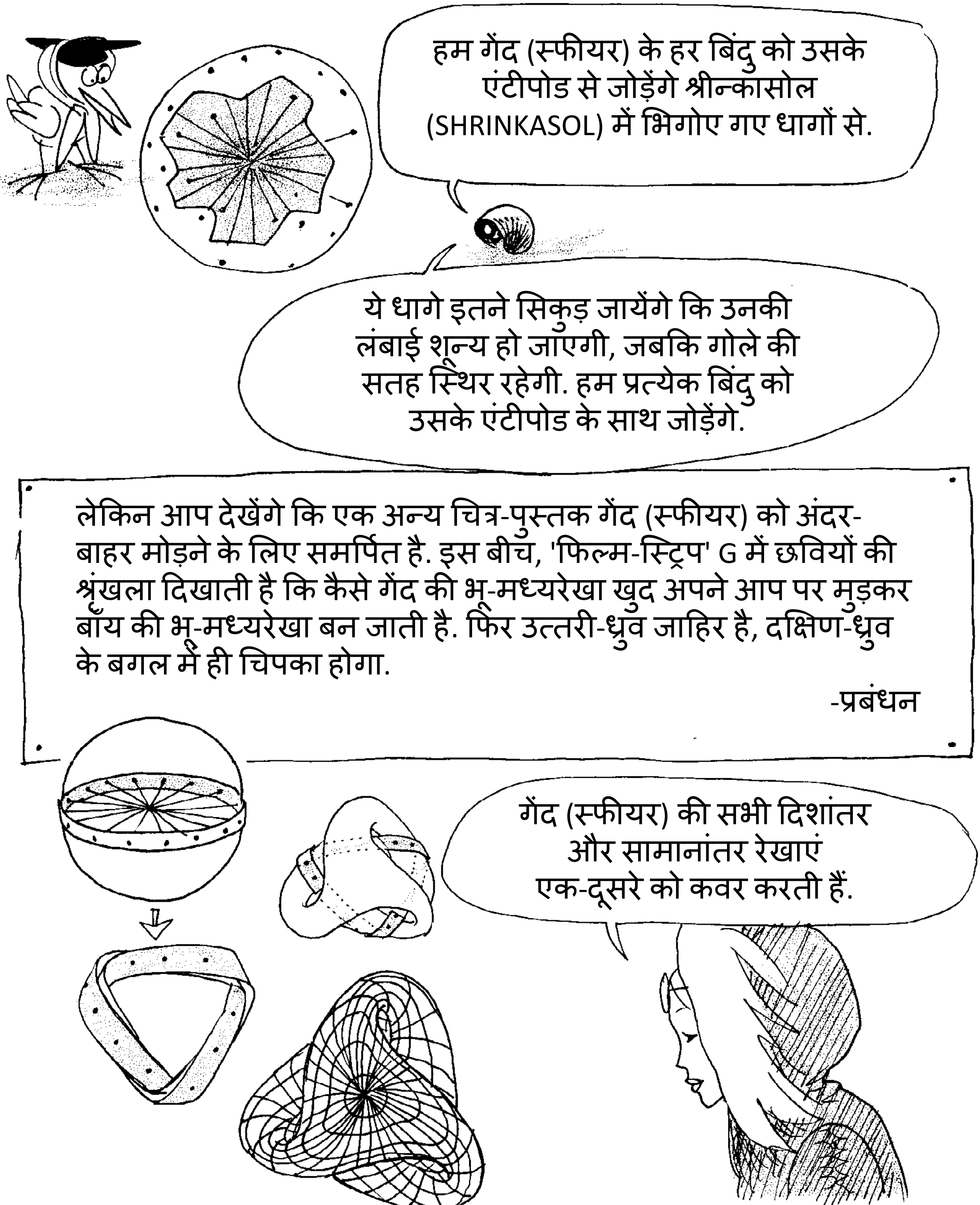
आवरण
(COVERINGS)

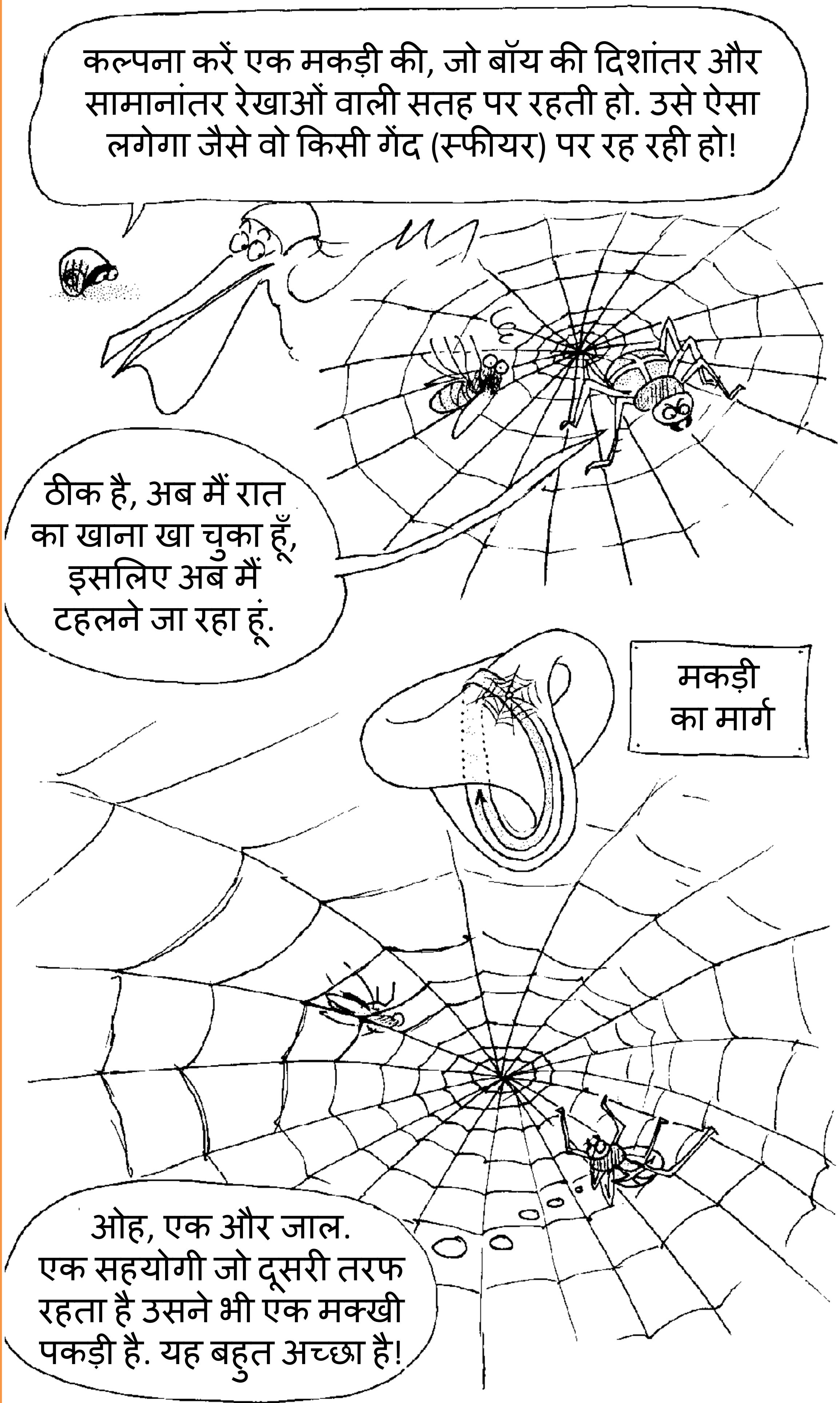


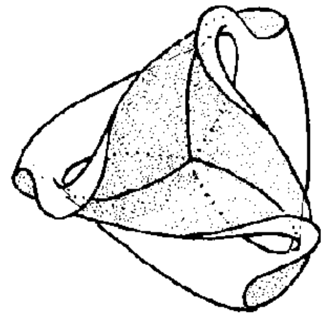
यह नई पट्टी, खुद पर बंद हुई और उसके दो चेहरे थे क्योंकि वो एक मोबियस-पट्टी के संपर्क में थी. आप चित्रों में उसके अनुक्रम देख सकते हैं.
= + खंड
= + खंड
= + खंड
उसकी और मोबियस-पट्टी, दोनों की विशेषता "शून्य" होगी.
देखो, ... अगर मैं क्लाइन-बोतल को उसके एक अनूठे चेहरे पर काले रंग से पेंट करता हूं, और फिर पेंट करने के बाद बोतल को हटा लेता हूँ जिससे सिर्फ पेन्ट बचे. तो फिर मुझे एक बंद (क्लोज्ड), नियमित सतह मिलेगी जिसकी औईलर-पॉइनकेयर विशेषता और 2 x 0 = 0 (शून्य) होगी.
हम इसे टोरस का विसर्जन भी कह सकते हैं!


टायर्सियस,
तुम कहाँ हो?
यहाँ!
उसी तरह अगर मैं एक बॉय-सरफेस (सतह) लूँ और उसे पेंट से कवर करूं और फिर बॉय को हटा दूँ, जिससे केवल पेन्ट बचे तो मुझे एक बंद (क्लोज्ड), नियमित सतह मिलेगी जिसकी औईलर-पोइनकेयर विशेषता 2 x 1 = 2 होगी ...
... दूसरे शब्दों में, यह गेंद (स्फीयर) के विसर्जन की बात होगी!

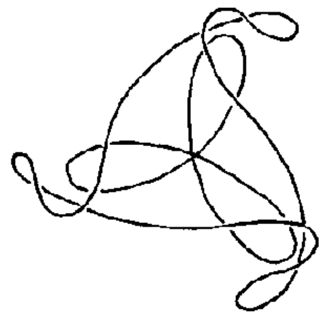

क्या मैं सच में इस अजीब गेंद (स्फीयर) को दुबारा "खोल" कर उसे एक "साधारण" गेंद (स्फीयर) में बदल सकता हूं?
ट्रांसवरसाइन के साथ भी आप ऐसा कर पाएंगे. कोई समस्या नहीं होगी. टोरस के लिए भी वही करना होगा.
चलो अब विपरीत दिशा में चलें ... मान लें कि मैं बिना किसी मोड़ के गेंद (स्फीयर) को "रीफोल्ड" करना चाहूँ!
क्रॉस्ड-स्ट्रिप्स के परिणाम
SHRINKASOL
आपको कुछ श्रीन्कासोल (SHRINKASOL) की ज़रुरत पड़ेगी.

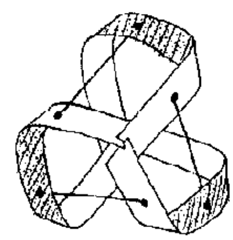

हम गेंद (स्फीयर) के हर बिंदु को उसके एंटीपोड से जोड़ेंगे श्रीन्कासोल (SHRINKASOL) में भिगोए गए धागों से.
ये धागे इतने सिकुड़ जायेंगे कि उनकी लंबाई शून्य हो जाएगी, जबकि गोले की सतह स्थिर रहेगी. हम प्रत्येक बिंदु को उसके एंटीपोड के साथ जोड़ेंगे.
लेकिन आप देखेंगे कि एक अन्य चित्र-पुस्तक गेंद (स्फीयर) को अंदर-बाहर मोड़ने के लिए समर्पित है. इस बीच, 'फिल्म-स्ट्रिप' G में छवियों की श्रृंखला दिखाती है कि कैसे गेंद की भू-मध्यरेखा खुद अपने आप पर मुड़कर बाँय की भू-मध्यरेखा बन जाती है. फिर उत्तरी-ध्रुव जाहिर है, दक्षिण-ध्रुव के बगल में ही चिपका होगा.
-प्रबंधन
गेंद (स्फीयर) की सभी दिशांतर और सामानांतर रेखाएं एक-दूसरे को कवर करती हैं.

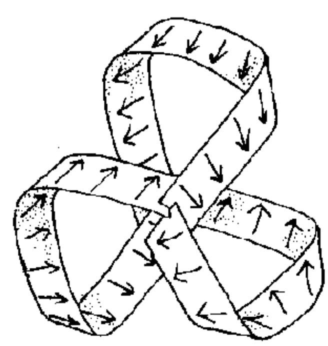




तीन "टिमपानी" का बंद स्वरुप

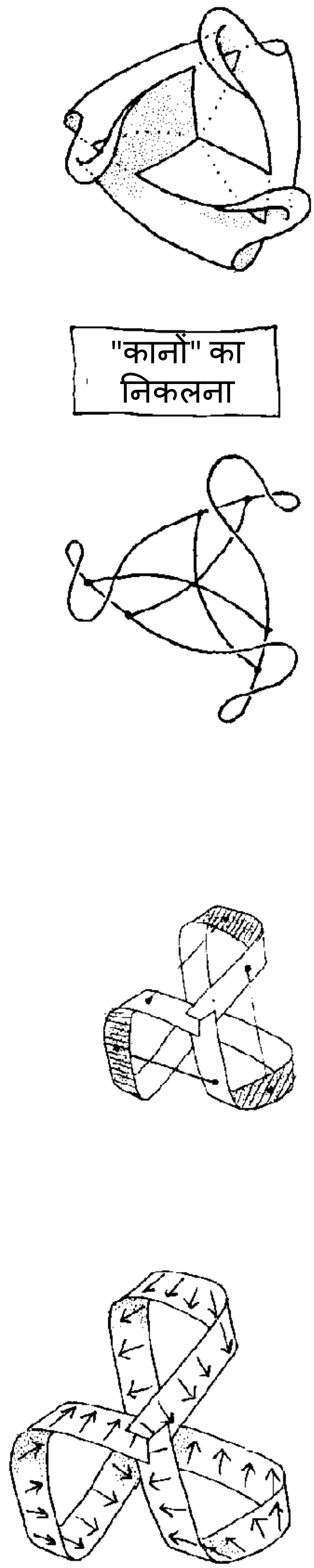




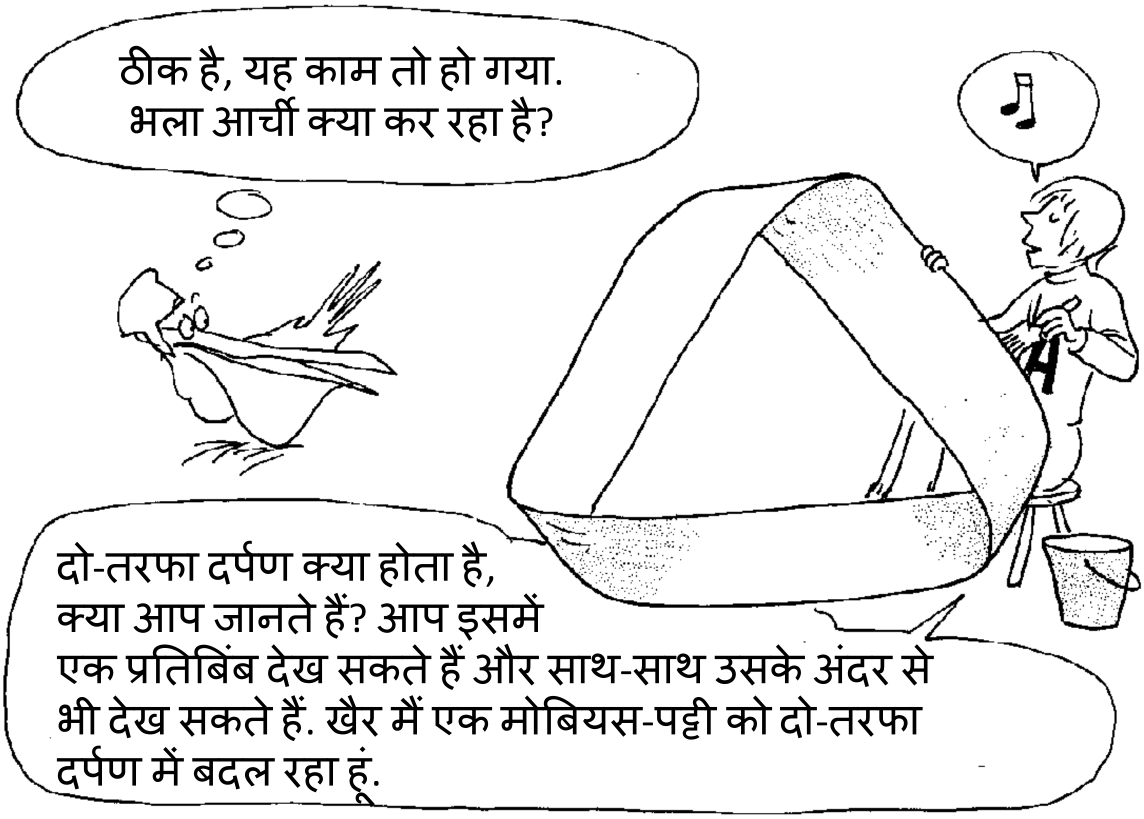


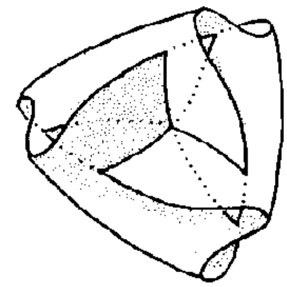
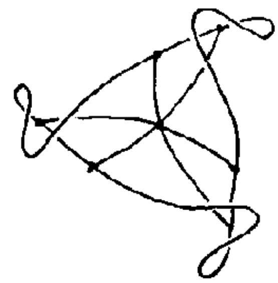

चलो कोई नहीं देख रहा है,
अब मैं इस मक्खी को खाऊंगा!
चलो घर चलते हैं.
अरे?
!
ओह! जब मैं घूमने गया था
तो दूसरी मकड़ी यहाँ आकर
मेरी मक्खी खा गई!
हा! हा! हा!
पर वास्तव में वहां केवल एक
मक्खी और एक ही मकड़ी थी.
मैं पूरी रात प्रतीक्षा करूंगा पर तुम्हें पकड़ूँगा
ज़रूर. फिर पकड़कर तुम्हें मज़ा चखाऊंगा...


लेकिन मकड़ी की कहानी ... वो मुझे कुछ सोचने को मजबूर करती है. हमें अमुंडसेन की समस्या का हल मिल गया है.
वो कैसे?
मिस्टर अमुंडसेन, अब हमें आपकी समस्या का हल मिल गया है. हमने आपका दक्षिण-ध्रुव ढूंढ लिया है.
आह ...
आप जाएँ पर यह अपने साथ लेते जाएँ.
उन्होंने पेरी को भी यही चीज़ दी थी.
... और आप बस इसे नीचे धसाएं.
और फिर समस्या खुद-ब-खुद सुलझ गई.
उत्तरी-ध्रुव
दक्षिणी-ध्रुव

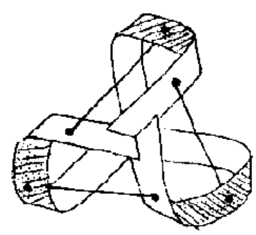
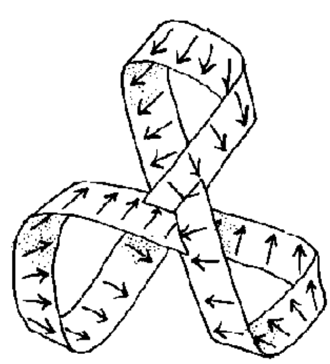

"कानों" का निकलना


कितना अच्छा दिन है!
वो वास्तव में कुछ अच्छी चीज़ दिखती है.
महाशय अमुंडसेन, कृपया एक ऐतिहासिक तस्वीर ....
नहीं! इस ऐतिहासिक तस्वीर में मैं अकेले ही होना चाहता हूं.
दक्षिणी ध्रुव
अन्य विषयों की तरह ही है, विज्ञान में कभी-कभी आपको बहुत गहराई तक खुदाई नहीं करनी चाहिए ...
... प्रत्येक पोल (ध्रुव) की अपनी-अपनी जगह है और दरवाजे अच्छी तरह से बंद हैं.
इतना ही नहीं बल्कि अगर हम उत्तरी-ध्रुव के नीचे खोदते हैं तो शायद हमें कुछ बुरा आश्चर्य मिले.
और हो सकता है कि यहां उपस्थित कोई व्यक्ति उससे बहुत परेशान हो.

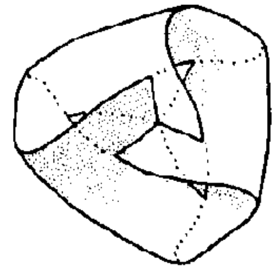


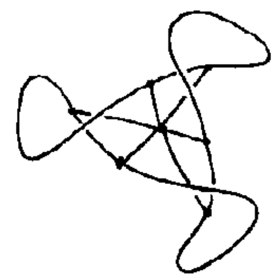



दर्पण की स्टेज (चरण)

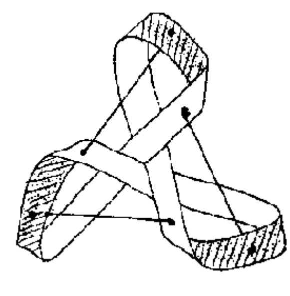



(*) आप इस तरह का दर्पण किसी भी पुरानी क्लाइन-बोतल से बना सकते हैं.

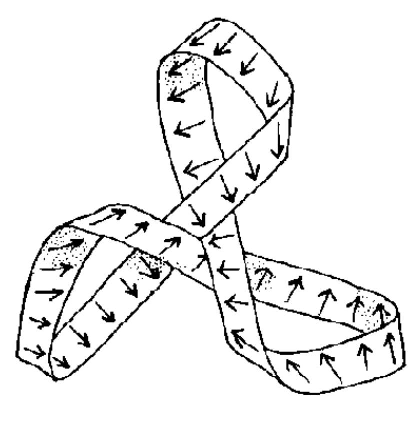




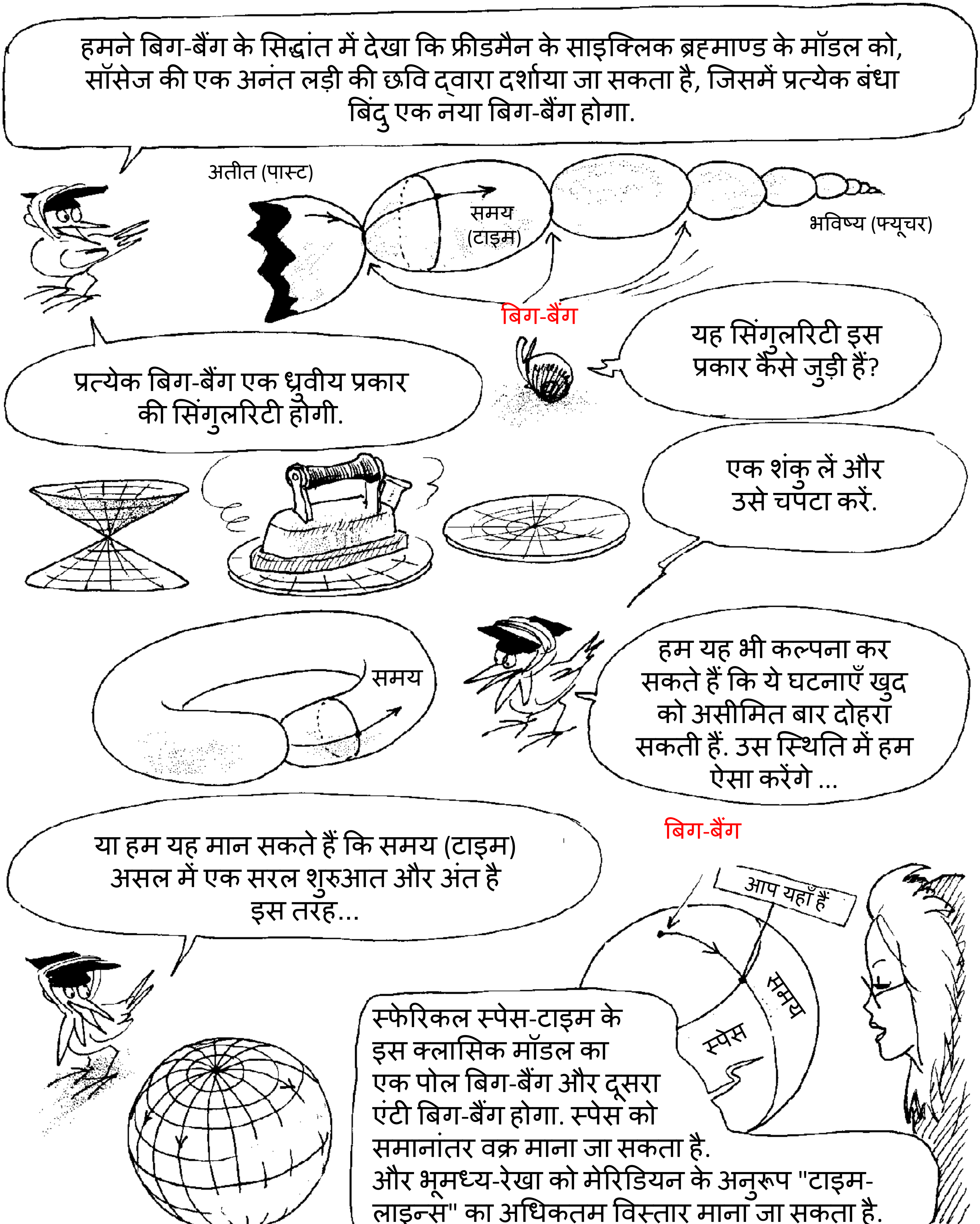
पागल हुआ स्पेस-टाइम



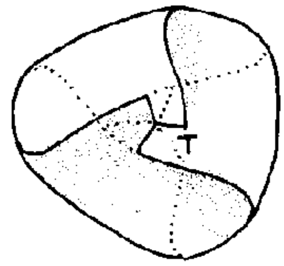
"ट्रिपल" बिंदु



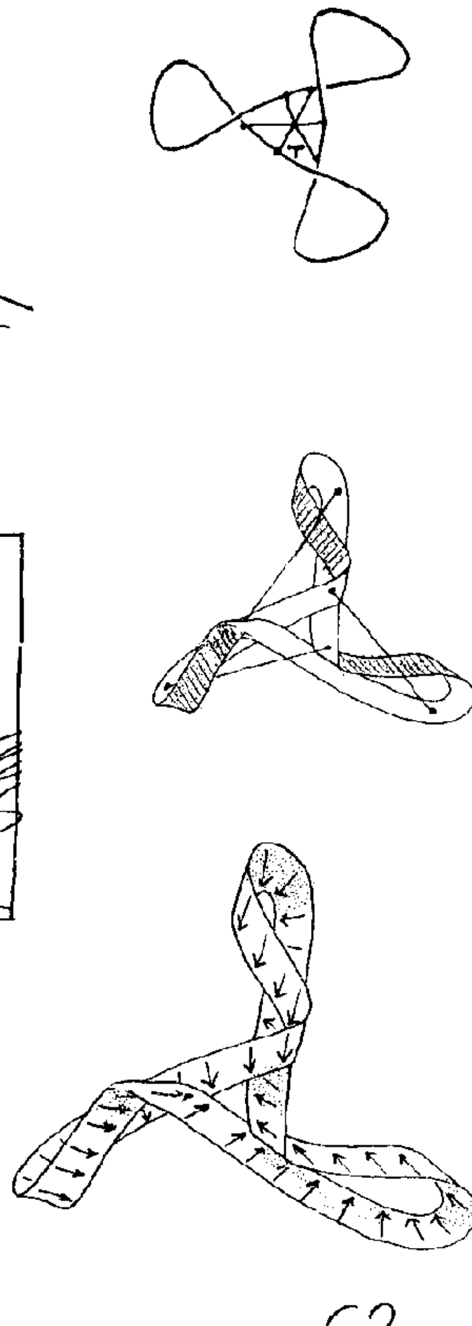
(*) किसी ने भी ऐसा पहले कभी करके नहीं देखा है.



हमने बिग-बैंग के सिद्धांत में देखा कि फ्रीडमैन के साइक्लिक ब्रह्माण्ड के मॉडल को, सॉसेज की एक अनंत लड़ी की छवि द्वारा दर्शाया जा सकता है, जिसमें प्रत्येक बंधा बिंदु एक नया बिग-बैंग होगा.
अतीत (पास्ट)
समय (टाइम)
भविष्य (फ्यूचर)
बिग-बैंग
प्रत्येक बिग-बैंग एक ध्रुवीय प्रकार की सिंगुलरिटी होगी.
यह सिंगुलरिटी इस प्रकार कैसे जुड़ी हैं?
एक शंकु लें और उसे चपटा करें.
समय
हम यह भी कल्पना कर सकते हैं कि ये घटनाएँ खुद को असीमित बार दोहरा सकती हैं. उस स्थिति में हम ऐसा करेंगे ...
या हम यह मान सकते हैं कि समय (टाइम) असल में एक सरल शुरुआत और अंत है इस तरह...
बिग-बैंग
आप यहाँ हैं
समय
स्पेस
स्फेरिकल स्पेस-टाइम के इस क्लासिक मॉडल का एक पोल बिग-बैंग और दूसरा एंटी बिग-बैंग होगा. स्पेस को समानांतर वक्र माना जा सकता है. और भूमध्य-रेखा को मेरिडियन के अनुरूप "टाइम-लाइन्स" का अधिकतम विस्तार माना जा सकता है.

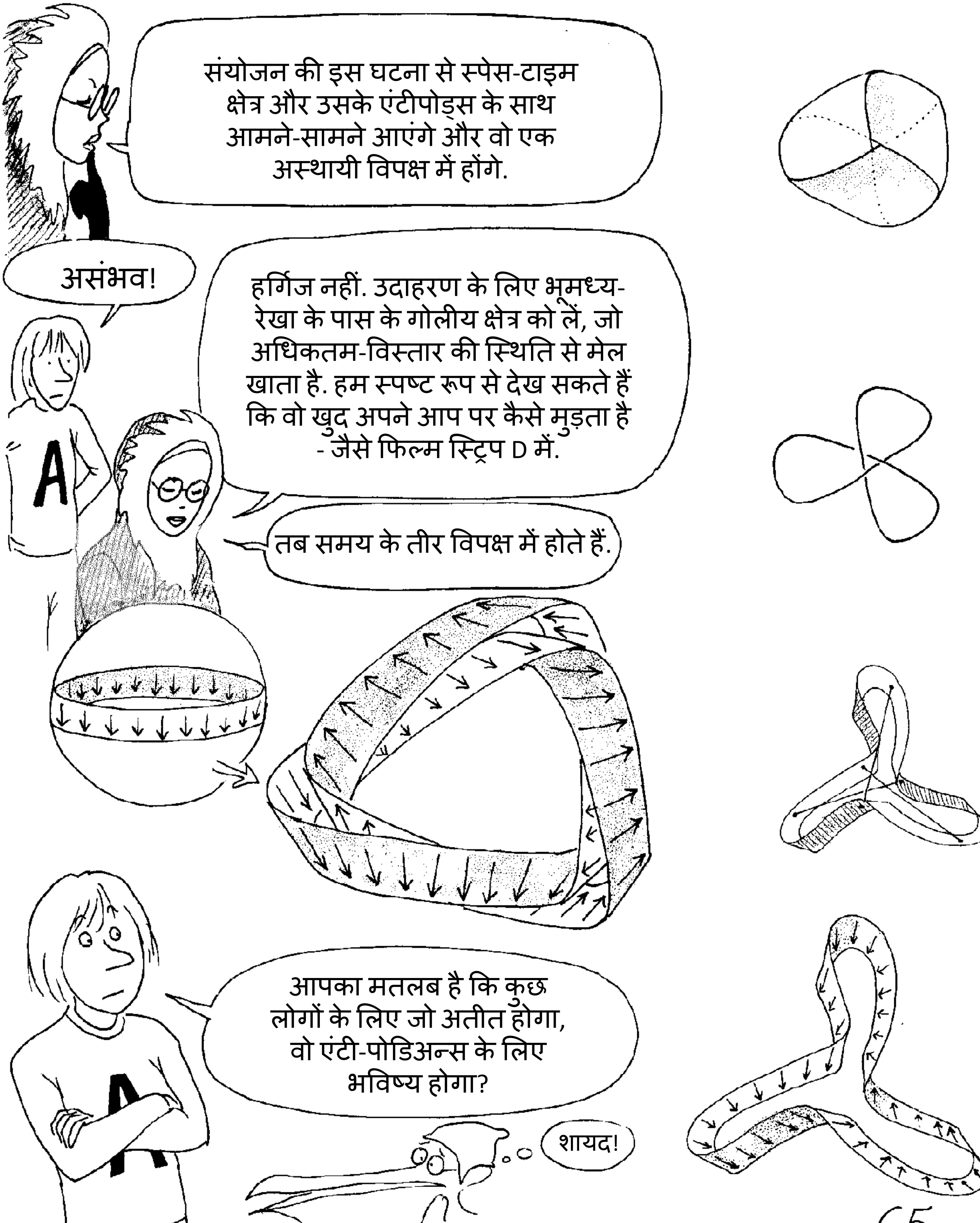


"ट्रिपल" बिंदु का निर्माण



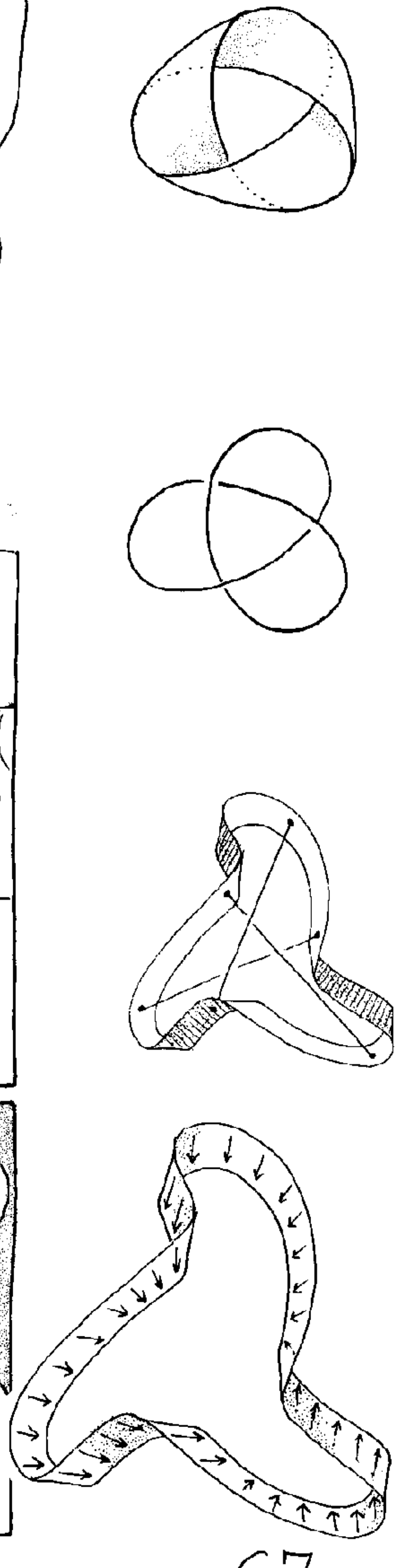

फिर हमने डोरी को श्रिंकासोल (SHRINKASOL) में भिगोया. टायर्सियस को लगा कि वो एक दिलचस्प प्रयोग होगा.
तुम दोनों बिलकुल पागल हो. तुम्हें उसके नतीजों का कोई अंदाज़ नहीं है!!!!
क्यों, क्या होगा?
M
M'
टायर्सियस ने जो भी किया, उससे अब स्पेस-टाइम खुद अपने आप ढह रहा है. इसके विस्तार चरण के अनुरूप सभी घटनाएं बिग-बैंग से लेकर अधिकतम-खिंचाव तक, सभी एंटी-पोडल क्षेत्रों के कारण खुद को सिकुड़न-चरण की संबंधित घटनाओं के संयोजन में पाएंगे.
आपका मतलब है कि बिग-बैंग और एंटी बिग-बैंग एक साथ आपस में मिल जायेंगे?
यह एक बड़ा अजीब पर एक वास्तविक संयोग होगा.
मुझे लगता है कि किसी ने पहले ही इसके बारे में सोचा होगा? (*)
मुझे टायर्सियस की बात कभी नहीं सुननी चाहिए थी.

 (*) होएल और सखारोव

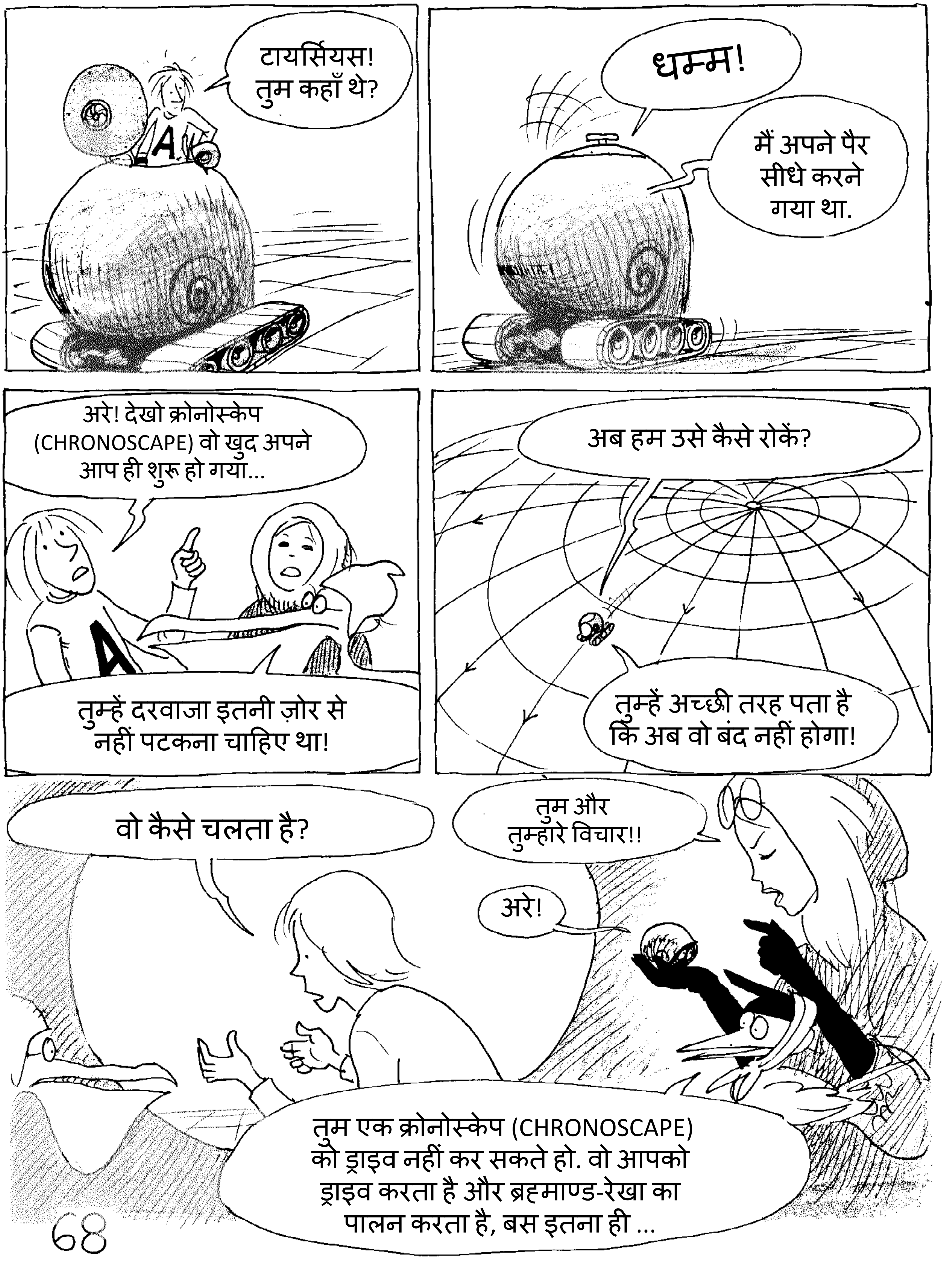

संयोजन की इस घटना से स्पेस-टाइम
क्षेत्र और उसके एंटीपोड्स के साथ
आमने-सामने आएंगे और वो एक
अस्थायी विपक्ष में होंगे.
असंभव!
हर्गिज नहीं. उदाहरण के लिए भूमध्य-
रेखा के पास के गोलीय क्षेत्र को लें, जो
अधिकतम-विस्तार की स्थिति से मेल
खाता है. हम स्पष्ट रूप से देख सकते हैं
कि वो खुद अपने आप पर कैसे मुड़ता है
- जैसे फिल्म स्ट्रिप D में.
तब समय के तीर विपक्ष में होते हैं.
आपका मतलब है कि कुछ
लोगों के लिए जो अतीत होगा,
वो एंटी-पोडिअन्स के लिए
भविष्य होगा?
शायद!

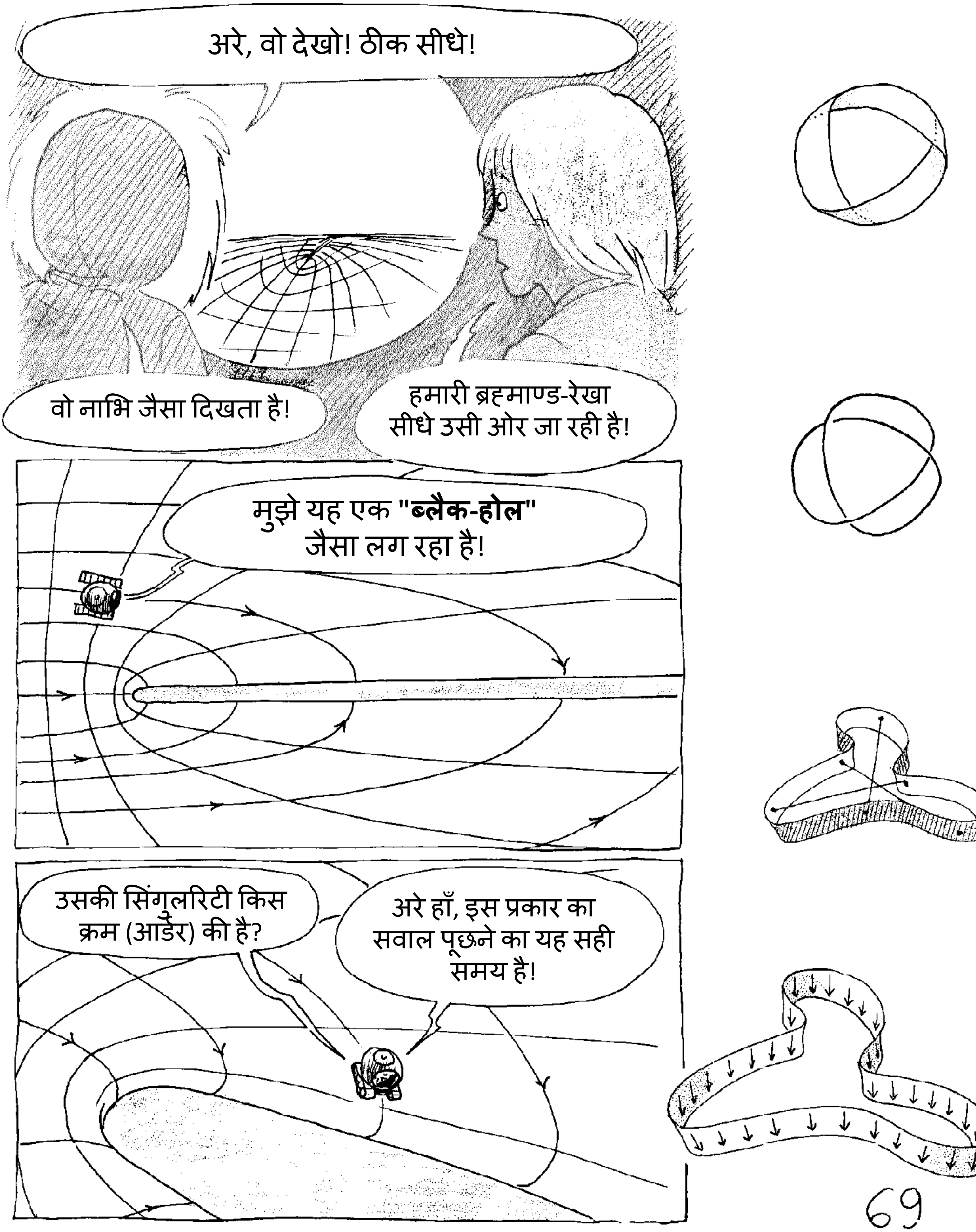

बहुत अच्छा किया लियोन! बेहतरीन काम!
आपका मतलब है कि इससे शायद ब्रह्मांड एक असमर्थित विरोधाभास की स्थिति में डूब जाएगा?
हाँ, एक प्रकार का तार्किक, मृत अंत.
जब श्रिंकासोल (SHRINKASOL) अपना प्रभाव डालेगा, तो ब्रह्मांड खुद अपने आप पर टेलीस्कोप करेगा और हम समय को बहुत तेजी से पीछे की ओर जाते हुए पाएंगे.
वैसे, टायर्सियस कहां है?
चलो क्रोनोसस्केप में जाएं. वहां हम उसे बुलाने की कोशिश करेंगे.
A
सभी घोंघों जल्दी आओ?

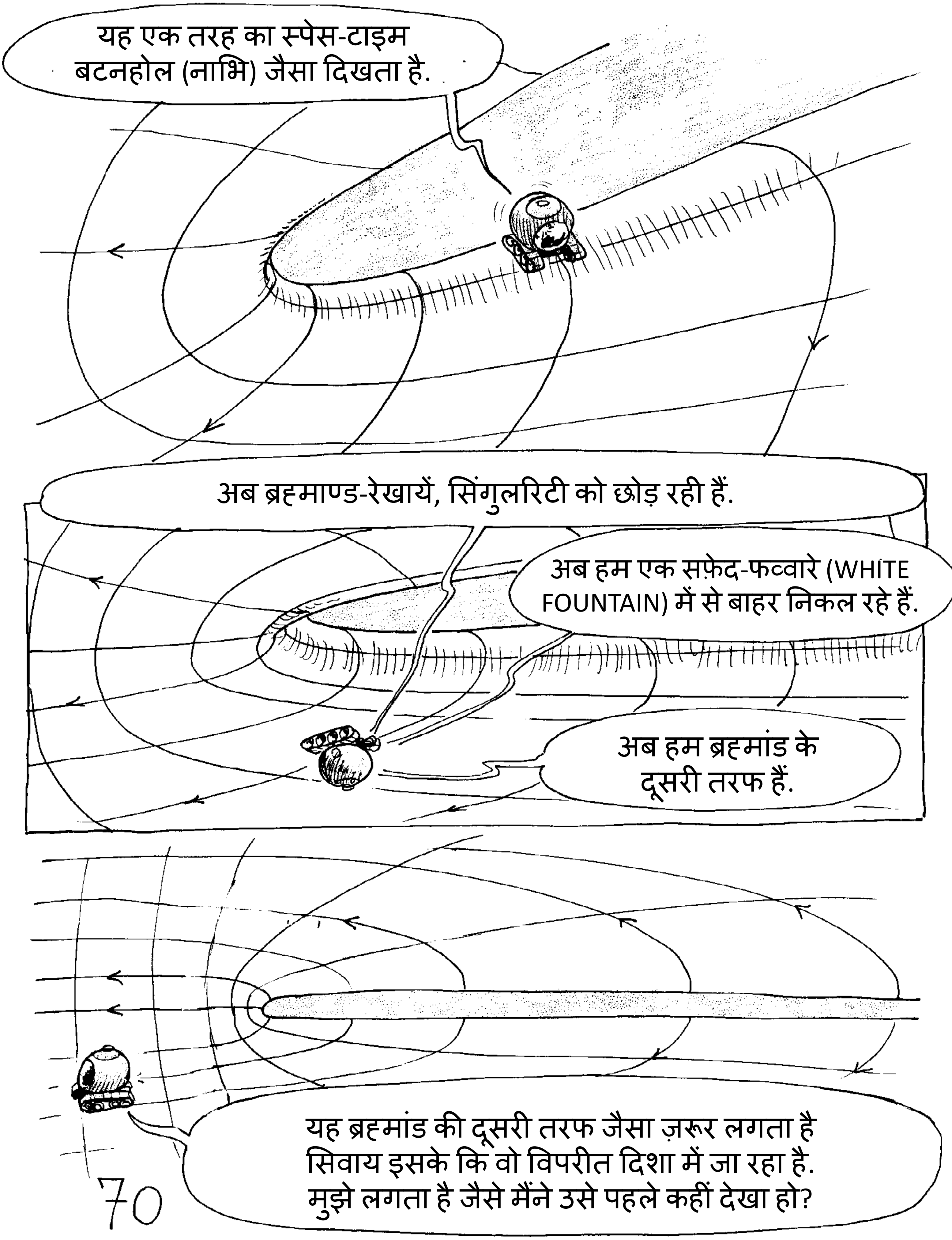

टायर्सियस, क्या तुम मुझे सुन सकते हो?
लेकिन ज़रा रुकिए, अगर टायर्सियस हमारे लिए समय उल्टा (रेट्रोक्रोनिक) हो गया है और अगर हम उससे संपर्क कर पाते हैं, तो हम क्या कहने जा रहे हैं यह उसे पहले ही पता चल जाएगा.
इससे भी बदतर होगा अगर वो अपने सही समय में, इस संदेश को प्रसारित कर रहा होगा!!
अरे! बाप रे!
वैसे, अगर हम उससे मिलते हैं तो वो और भी बुरा होगा!
रिचर्ड फ़ाईनमैन के अनुसार एंटी-मैटर, उलटे समय में रहता है!
और अब्बे लेमैटरे (*) के सोच के अनुसार एंटी-मैटर का मतलब था मैटर (पदार्थ) को पीछे से आगे की ओर देखना.
अगर हमें टायर्सियस से मिलने का दुर्भाग्य प्राप्त होगा, तो वो एंटी-टायर्सियस बन गया होगा.
तुम्हारा क्या मतलब?
और हां!

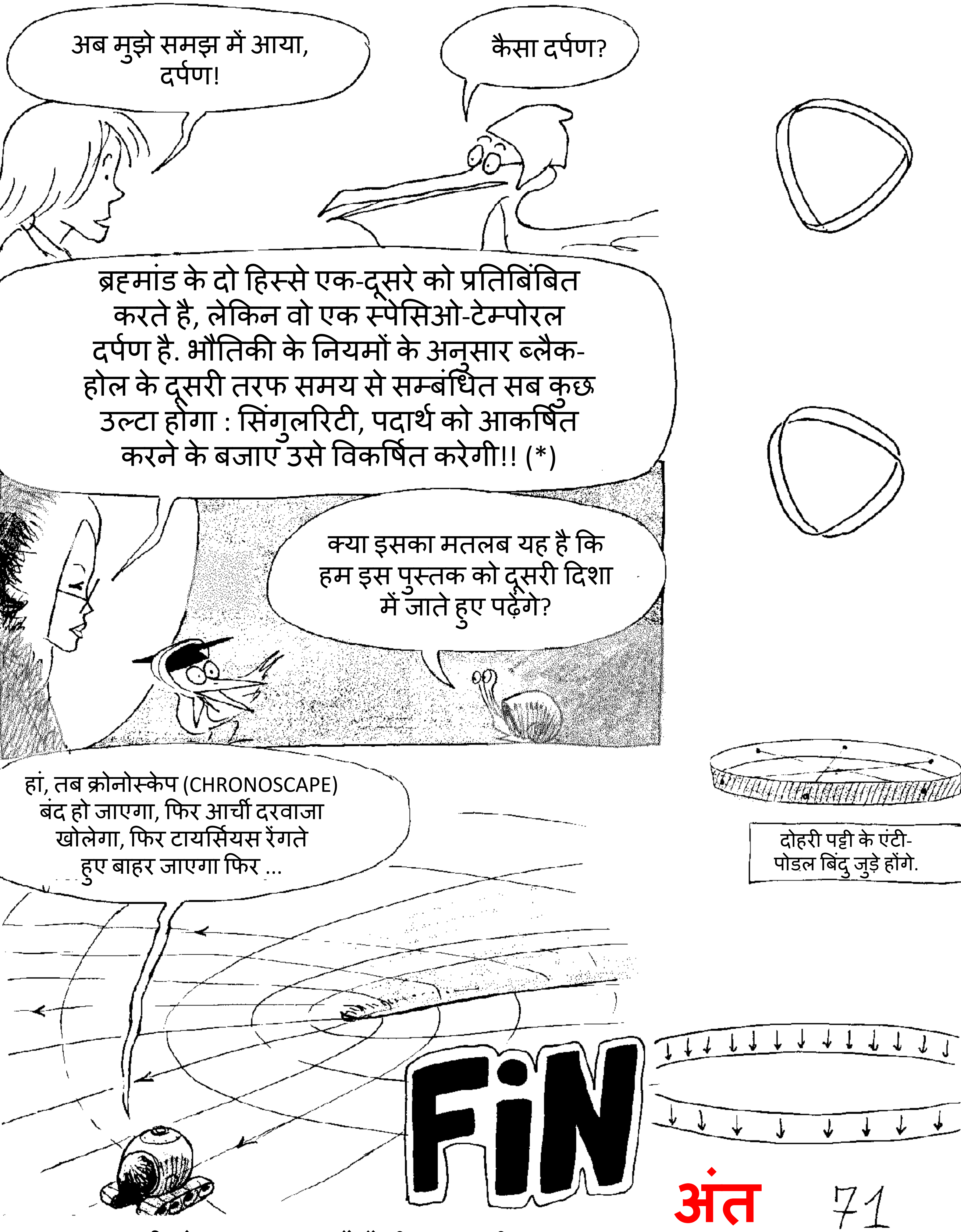


(*) बिग-बैंग देखें


टायर्सियस!
तुम कहाँ थे?
धम्म!
मैं अपने पैर सीधे करने गया था.
अरे! देखो क्रोनोस्केप (CHRONOSCAPE) वो खुद अपने आप ही शुरू हो गया...
तुम्हें दरवाजा इतनी ज़ोर से नहीं पटकना चाहिए था!
अब हम उसे कैसे रोकें?
तुम्हें अच्छी तरह पता है कि अब वो बंद नहीं होगा!
वो कैसे चलता है?
तुम और तुम्हारे विचार!!
अरे!
तुम एक क्रोनोस्केप (CHRONOSCAPE) को ड्राइव नहीं कर सकते हो. वो आपको ड्राइव करता है और ब्रहमाण्ड-रेखा का पालन करता है, बस इतना ही ...
68


अरे, वो देखो! ठीक सीधे!
वो नाभि जैसा दिखता है!
हमारी ब्रह्माण्ड-रेखा सीधे उसी ओर जा रही है!
मुझे यह एक "**ब्लैक-होल**" जैसा लग रहा है!
उसकी सिंगुलरिटी किस क्रम (आर्डर) की है?
अरे हाँ, इस प्रकार का सवाल पूछने का यह सही समय है!


यह एक तरह का स्पेस-टाइम बटनहोल (नाभि) जैसा दिखता है.
अब ब्रह्माण्ड-रेखायें, सिंगुलरिटी को छोड़ रही हैं.
अब हम एक सफ़ेद-फव्वारे (WHITE FOUNTAIN) में से बाहर निकल रहे हैं.
अब हम ब्रह्मांड के दूसरी तरफ हैं.
यह ब्रह्मांड की दूसरी तरफ जैसा ज़रूर लगता है सिवाय इसके कि वो विपरीत दिशा में जा रहा है. मुझे लगता है जैसे मैंने उसे पहले कहीं देखा हो?



(∗) वही संरचना 4-आयामों में भी रह पाएगी.

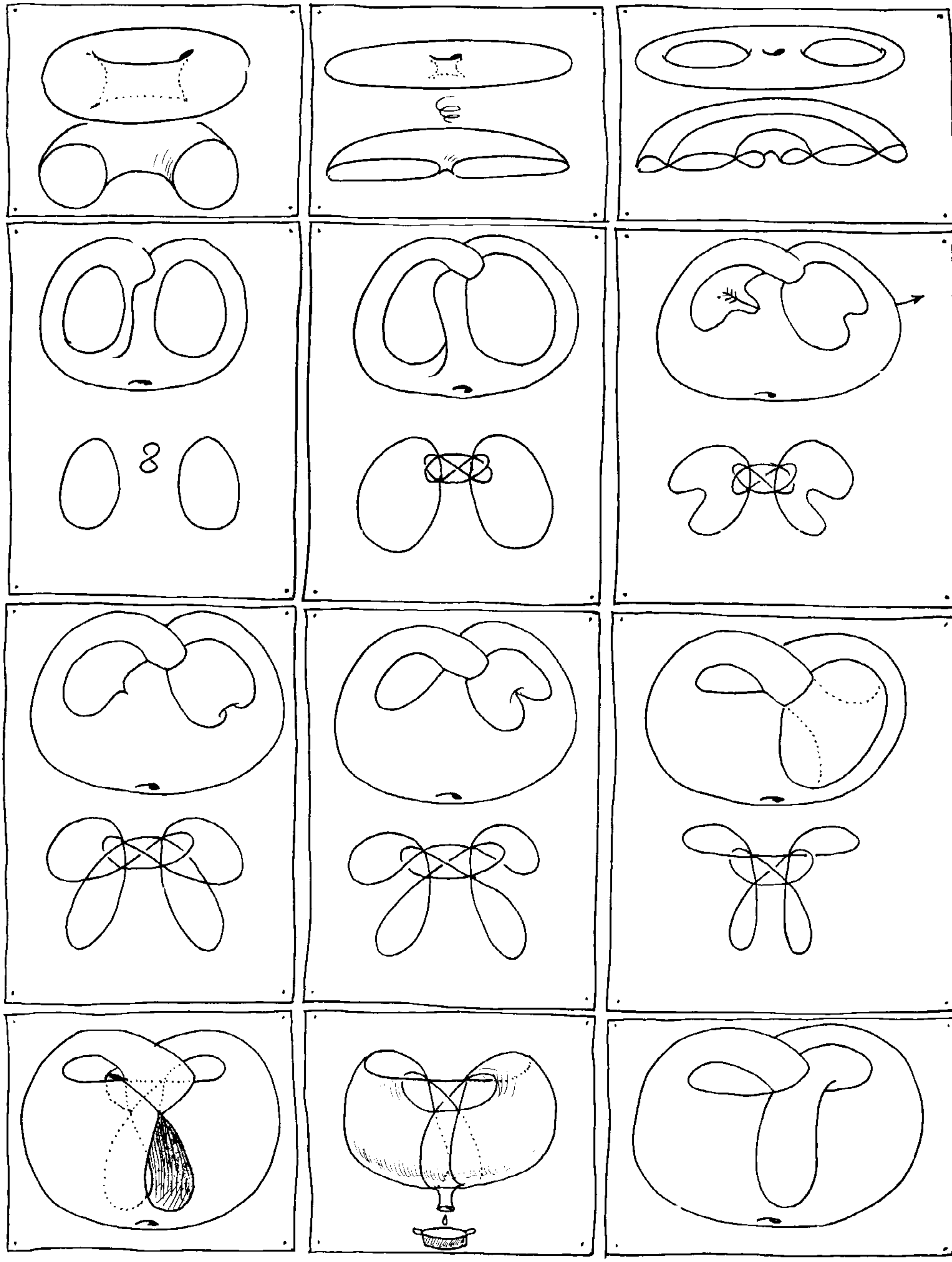
वैज्ञानिक पूरक-अंश

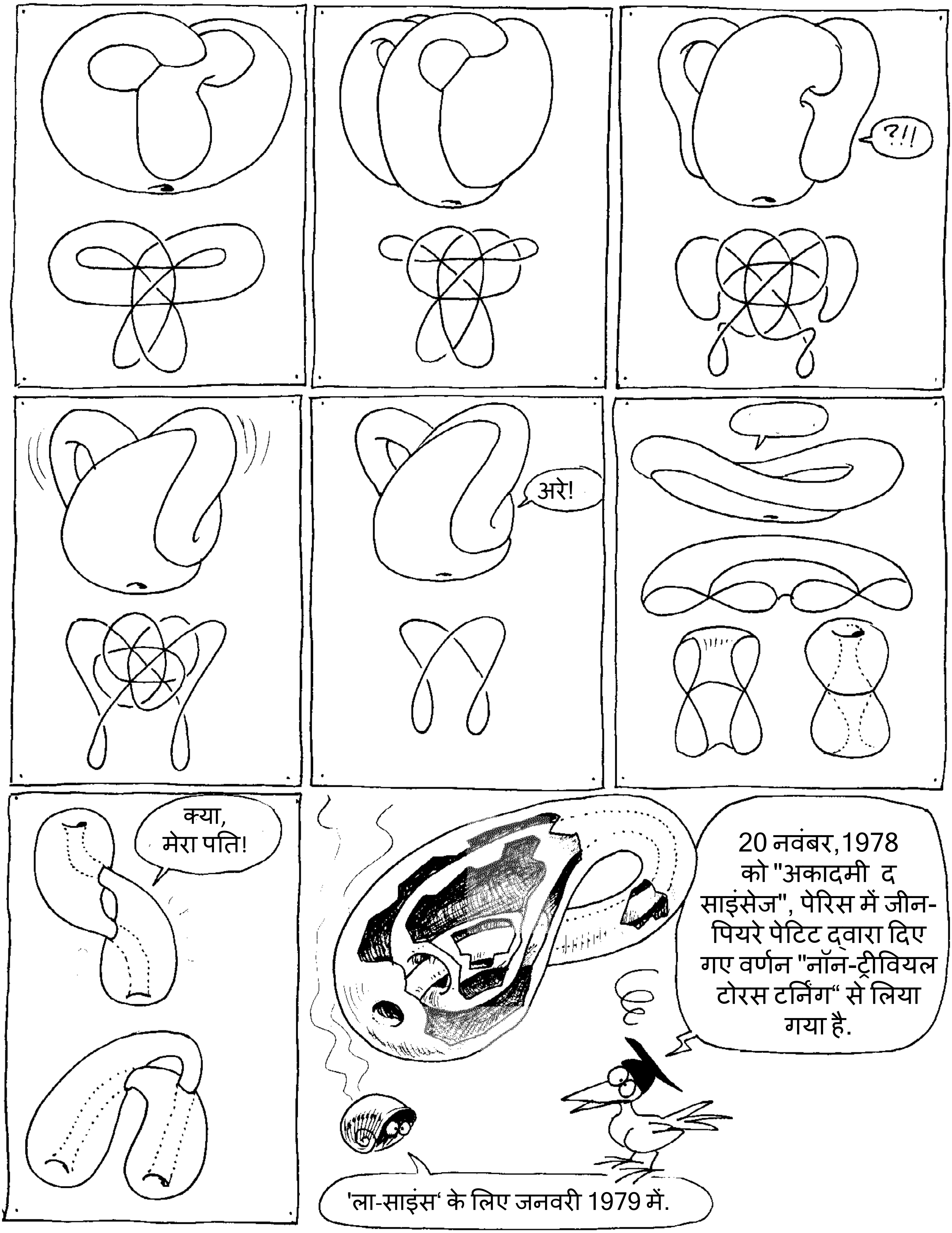
बॉय, हिल्बर्ट के एक शिष्य, ने 1902 में बॉय-सतह की खोज की. उसका पहला विश्लेषण 1921 में गणितज्ञ जे. एम. सौरियौ के बेटे, जेरोम सौरियौ और इस पुस्तक के लेखक ने किया.
एक अर्ध-प्रयोगसिद्ध विधि के उपयोग द्वारा सतह की मेरिडियन, दीर्घवृत्त (एलिप्स) से जुड़ती है. वर्तमान बिंदु इस प्रकार ज्ञात किया जा सकता है :

$$\begin{cases} x = X_1 \cos\mu - Z_1 \sin\alpha \sin\mu \\ y = X_1 \sin\mu + Z_1 \sin\alpha \cos\mu \\ z = Z_1 \cos\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} X_1 = \dfrac{A^2 - B^2}{\sqrt{A^2+B^2}} + A\cos\theta - B\sin\theta \\ Z_1 = \sqrt{A^2+B^2} + A\cos\theta + B\sin\theta \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{8} \sin 3\mu \qquad \begin{cases} A(\mu) = 10 + 1{,}41 \sin(6\mu - \pi/3) + 1{,}98 \sin(3\mu - \pi/6) \\ B(\mu) = 10 + 1{,}41 \sin(6\mu - \pi/3) - 1{,}98 \sin(3\mu - \pi/6) \end{cases}$$

```
1   REM  TRACE MERIDIENS DE LA SURFACE DE BOY
3   HOME : TEXT
50 PI = 3.141592:P3 = PI / 3:P6 = PI / 8:P8 = PI / 8
60  HGR : HCOLOR= 3
90  FOR MU = 0 TO PI STEP 0.1
95 P = P + 1
100 D = 34 + 4.794 *  SIN (6 * MU - P3)
110 E = 6.732 *  SIN (3 * MU - P6)
120 A = D + E:B = D - E
130 SA =  SIN (P8 *  SIN (3 * MU))
140 C2 =  SQR (A * A + B * B):C3 = (4 * D * E) / C2
160 CM =  COS (MU):SM =  SIN (MU)
180  FOR TE = 0 TO 6.288 STEP .06
190 TC = A *  COS (TE):TS = B *  SIN (TE)
200 X1 = C3 + TC - TS
210 Z1 = C2 + TC + TS
250  REM  VOICI LES 3 COORDONNEES
300 X = X1 * CM - Z1 * SA * SM
310 Y = X1 * SM + Z1 * SA * CM
350  REM  PROGRAMME DE DESSIN
360  HPLOT 130 + X,80 + Y
400  NEXT TE: NEXT MU
```




?!!
अरे!
क्या,
मेरा पति!
20 नवंबर,1978 को "अकादमी द साइंसेज", पेरिस में जीन-पियरे पेटिट द्वारा दिए गए वर्णन "नॉन-ट्रीवियल टोरस टर्निंग“ से लिया गया है.
'ला-साइंस‘ के लिए जनवरी 1979 में.