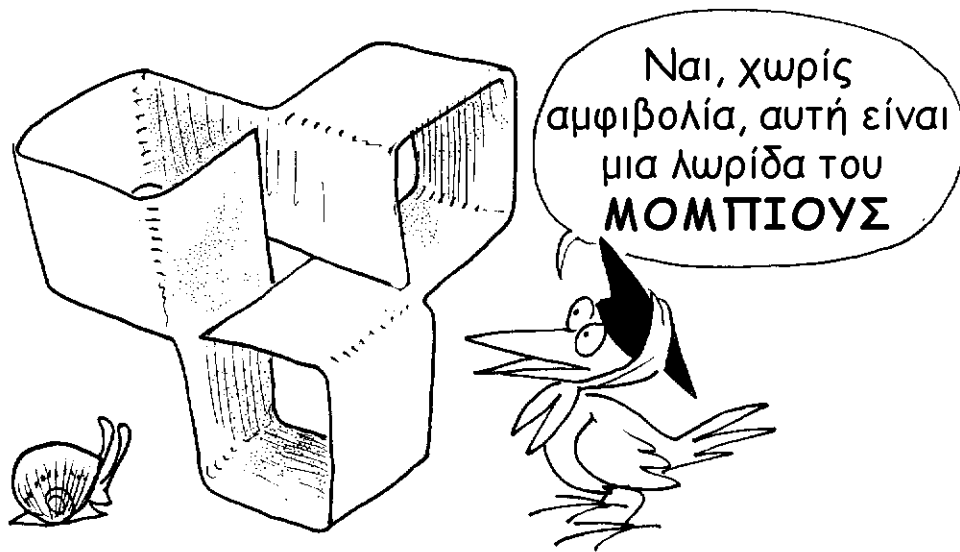


Savoir sans Frontières (Γνώση χωρίς Σύνορα)

Οι περιπέτειες του Ανσελμ Νατουρλου

ΤΟΠΟΛΟΓΙΚΟΝ

Jean-Pierre Petit

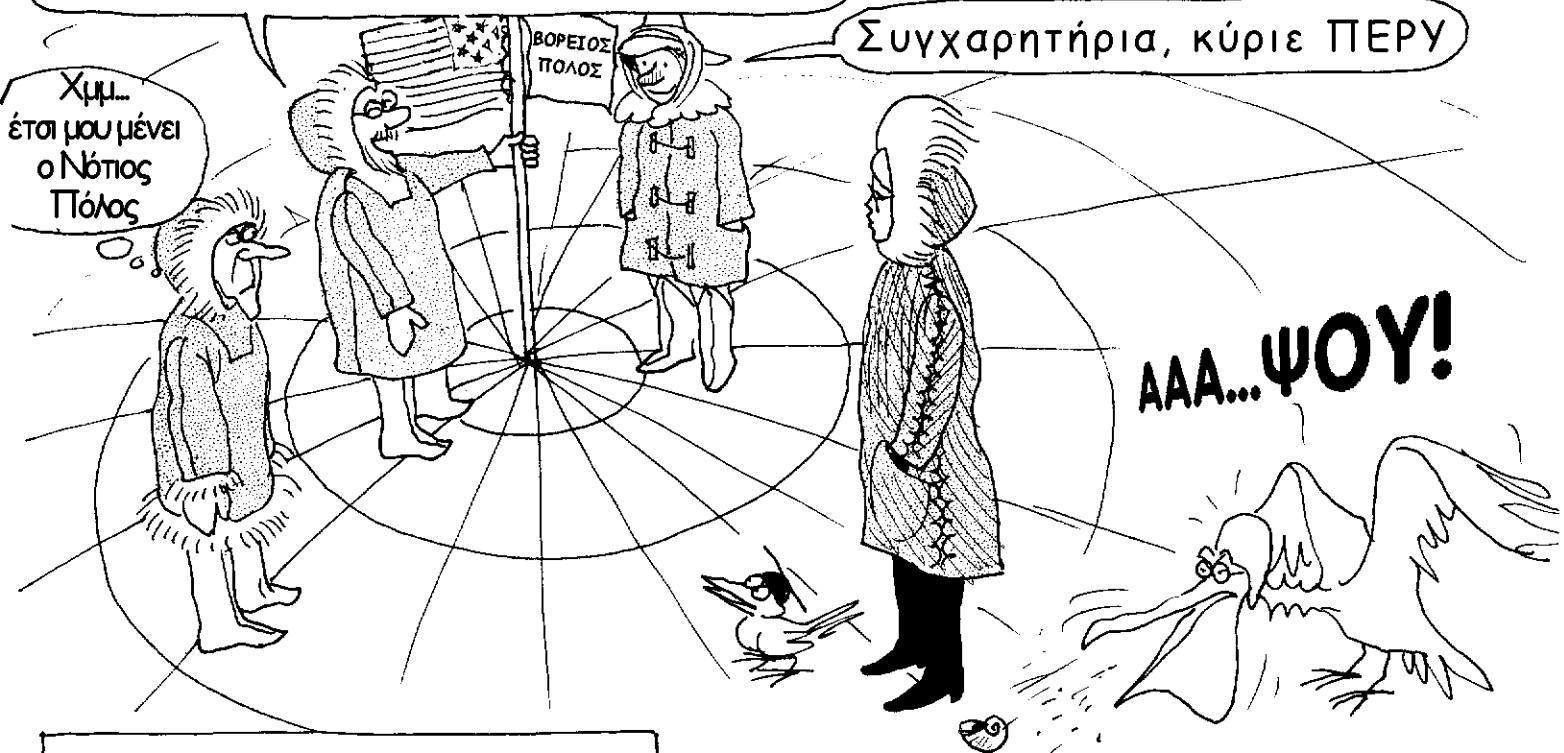


Μετάφραση:

Δέσποινα Καλατζή - Μανώλης Καλαφάτης

Ο ΠΛΑΝΗΤΗΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΤΙΟ ΠΟΛΟ

ΑΝΑΚΑΛΥΨΑΜΕ ΤΟ ΒΟΡΕΙΟ ΠΟΛΟ!



Εντάξει λοιπόν, εγώ, ο Αμούνσεν, θα ανακαλύψω το Νότιο Πόλο!

Θα ακολουθήσω ένα ΜΕΣΗΜΒΡΙΝΟ

Μπορούμε να έρθουμε μαζί σας?

Χμμ... Δεν με ενθουσιάζει και πολύ η παρουσία μιας γυναίκας σε μια τέτοια αποστολή...

Οι συνάδελφοί μου και εγώ, μπορούμε να αφηγηθούμε την ιστορία σας, να πούμε και σε άλλους για τα κατορθώματά σας





A... Αν είναι έτσι...
...αν και είμαι
εξαιρετικά μετριοφρων,
δέχομαι.

Δε θα
χρησιμοποιήσετε
λυκόσκυλα?



Όχι, θα με μεταφέρουν
ΣΑΛΙΓΚΑΡΟΜΑΜΟΥΘ, μια διασταύρωση
σαλιγκαριού και μαμούθ. Αρκετά εύσωμα ζώα,
είναι ειδικά εκπαιδευμένα στο να ακολουθούν
ΜΕΣΗΜΒΡΙΝΟΥΣ.



Εμπρός! Ακολουθήστε μαζί μου τη
γραμμή του **ΜΕΣΗΜΒΡΙΝΟΥ**,
είναι **ΕΥΘΕΙΑ**
ΜΠΡΟΣΤΑ!

A...καλά είμαι
φοβερός.



Φαίνεται πως διασχίζουμε ήδη τον **ΙΣΗΜΕ-**
ΡΙΝΟ, είναι δύσκολο να τον προφτάσει κανείς...

Ααα...δόξα

Περπατώντας
την Νορβηγία με τα
ξύλινα παπούτσια μου

♪ ♪



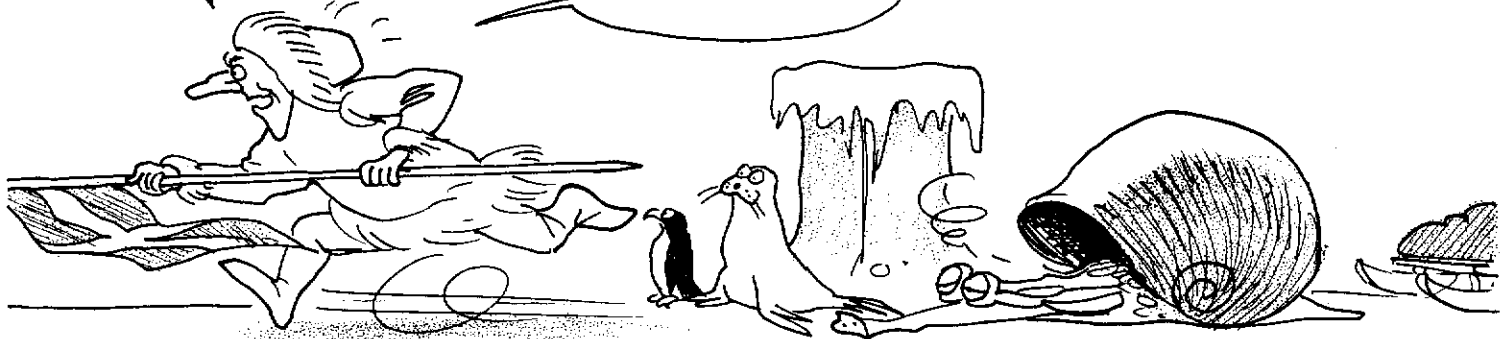
Εμπρός! Πάμε!

Βλέπω ήδη τον Νότιο πόλο,
Τον **ΔΙΚΟ ΜΟΥ** Νότιο πόλο!..

Ασαργκ...

Έφτασα πρώτος...

η ΔΟΞΑ!



Μα...!?
Τί είναι αυτό??



Πρόκειται
για κάποιο αστείο??

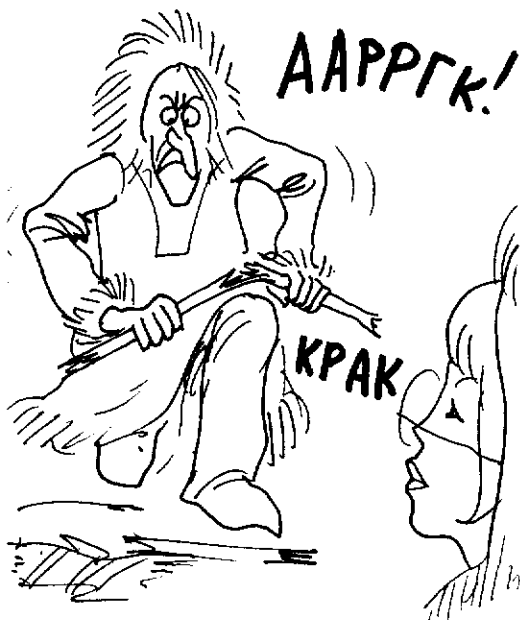


ΕΙ?!

Ωστε έτσι!



ΑΑΡΡΓΚ!



Λοιπόν!
Έχει να πεί κανείς τίποτα γι' αυτό?



Και ούτε λέξη γι' αυτό
σε κανέναν, εντάξει?

Έι, κοιτάξτε!

Ηρεμήστε, κύριε Αμούνσεν

Η σημαία μου!
Εξαφανίζεται!!!

Τι!!!?

Έ, θα σταματήσετε τις
ανοησίες εκεί πέρα?

Παράξενο...
Ακούστηκε σαν τον κύριο Πέρυ...

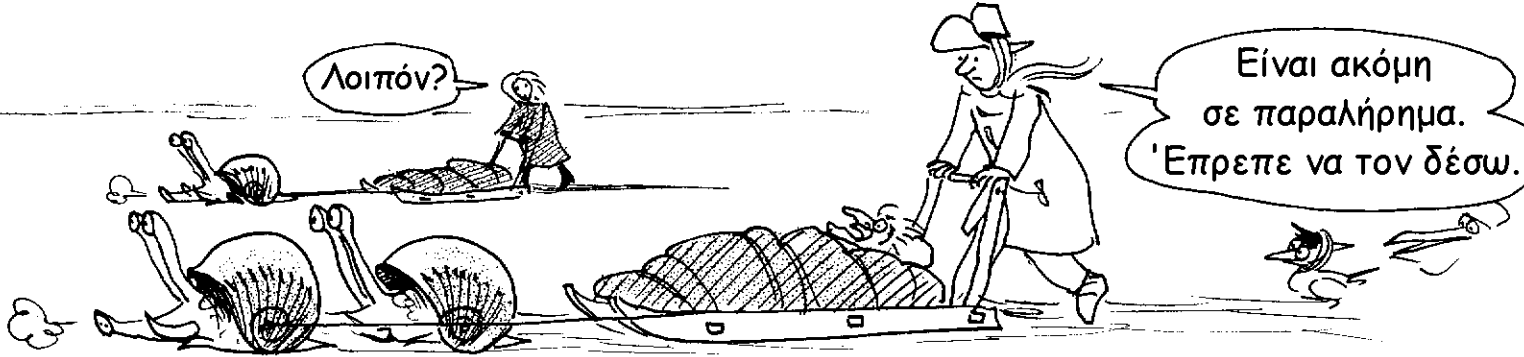
ΤΟΝΚ
ΤΟΝΚ
ΤΟΝΚ

Ελάτε κύριε Αμούνσεν,
πάμε σπίτι.

Έχει πάθει
σόκ!

Θα
προσπαθήσουμε να
μάθουμε τι συμβαίνει.

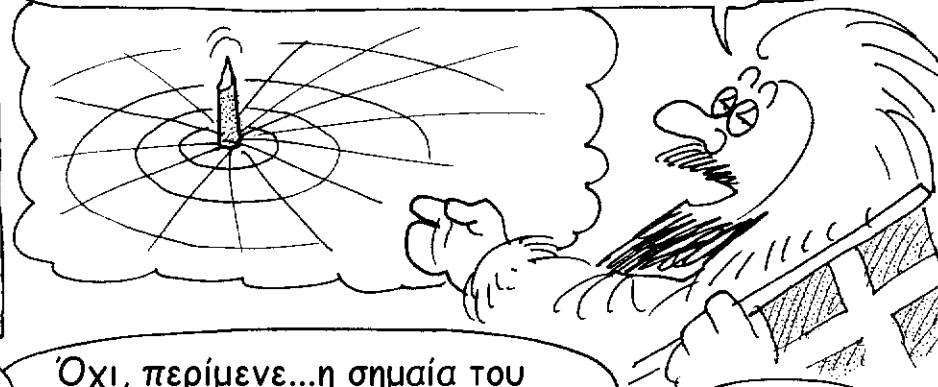
ΑΡΓΚΛ..



Τα σαλιγκαρομαμούθ γλύστρισαν αθόρυβα πάνω στους παγωμένους μεσημβρινούς.



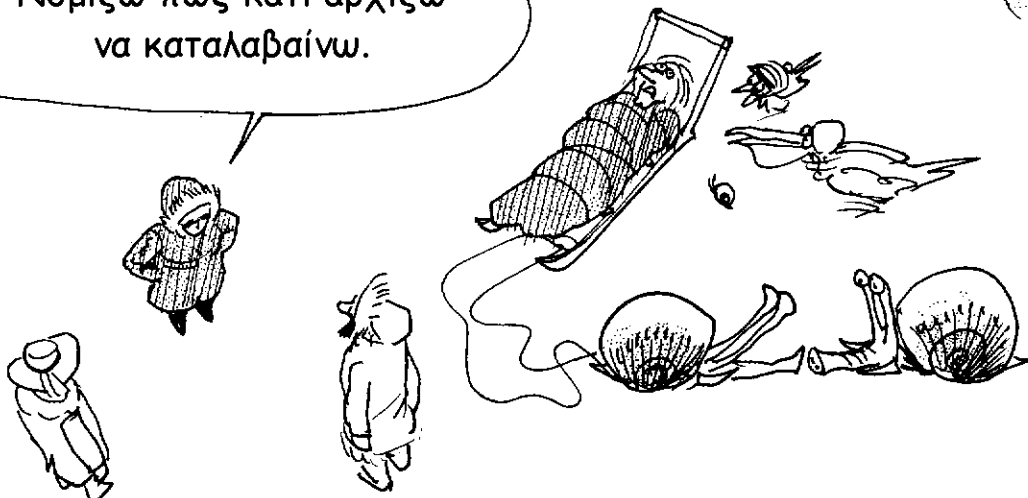
Έγινε κάτι πολύ παράξενο όσο λείπατε.
Η σημαία μου ξαφνικά εξαφανίστηκε
και μια άλλη που έγραφε "ΝΟΤΙΟΣ ΠΟΛΟΣ"
πήρε την θέση της!!



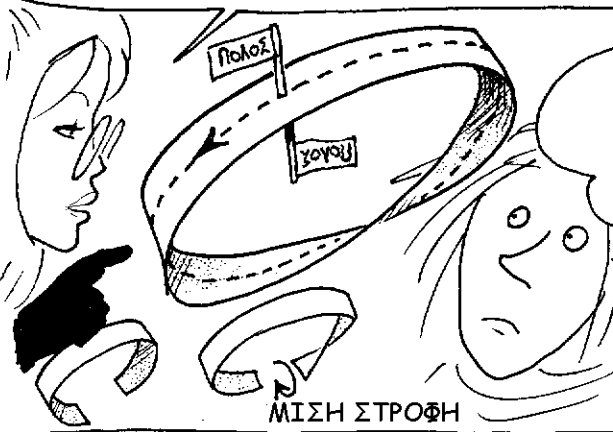
Αυτό είναι εντελώς τρελό!

Ναι, γιατί ρωτάς?

Νομίζω πως κάτι αρχίζω να καταλαβαίνω.



Είναι προφανές, αν υποθέσουμε πως η ΠΕΡΙΟΧΗ του μεσημβρινού που ακολουθήσαμε είναι μια **ΜΟΝΟΠΛΕΥΡΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ** (*), μια **ΛΩΡΙΔΑ του ΜΟΜΠΙΟΥΣ**, με μια μόνο πλευρά (δες το "Η Γεωμετρία", σ.54)



Εννοείς πως ο Νότιος πόλος, που βρισκόμασταν νωρίτερα, ήταν απλώς ο Βόρειος πόλος...ανάποδα?

Μα, ΠΟΥ είναι λοιπόν ο ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΣ Νότιος πόλος?

Είναι αρκετά παράξενο...

Τι συμβαίνει εδώ?

Φαίνεται πως χάσαμε το Νότιο πόλο.

Πολύ καλό!

Ας σκεφτούμε λοιπόν.

Μα, τι λένε?

Λοιπόν, σύμφωνα με τη Σόφι, βρισκόμαστε πάνω σε κάποιο είδος σφαίρας με μια μόνο πλευρά!..

Αυτό είναι **ΕΞΩΦΡΕΝΙΚΟ!**

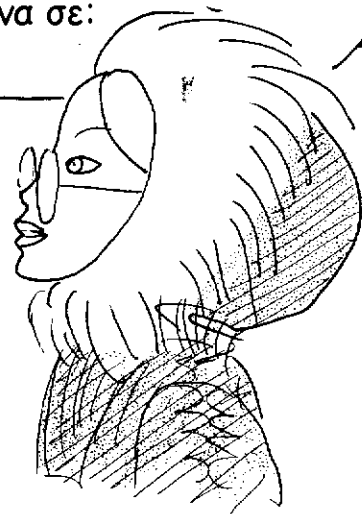
Γεια, πώς είναι τα πράγματα εκεί που ζείς?

Α, ξέρεις, όπως και εδώ.

(*) Μια λωρίδα που κάνει μισή στροφή πριν ενωθούν οι δύο άκρες της, και τότε έχει μόνο μία πλευρά.

Λοιπόν, αν θέλουμε να βγάλουμε τον κύριο Αμούνσεν απο τη δύσκολη θέση, πρέπει πρώτα να κατανοήσουμε το **ΣΧΗΜΑ** αυτού του παράξενου πλανήτη. Ας χρησιμοποιήσουμε μερικές βασικές αρχές της **ΤΟΠΟΛΟΓΙΑΣ**. Για να το πετύχουμε αυτο, θα πρέπει να χωρίσουμε τα αντικείμενα σε:

ΣΥΣΤΑΛΤΑ ΚΕΛΙΑ

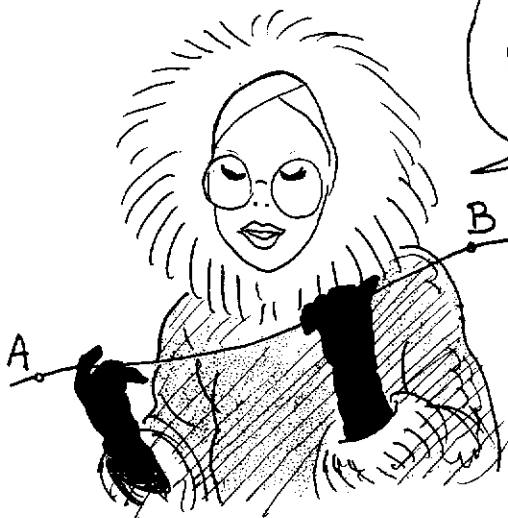


Αυτό το αδιαίρετο αντικείμενο φαίνεται πως είναι ένα **ΣΗΜΕΙΟ** ...

Τι μπορείς να κάνεις με ένα σημείο?

Ένα αντικείμενο, το οποίο αποτελείται απο σημεία, καταλαμβάνει μια συγκεκριμένη θέση στο χώρο. Αυτό το αντικείμενο θα ήταν συσταλτό αν μπορούσε να συρικνωθεί και να γίνει ένα σημείο, περνώντας όμως **ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΟΝ ΕΑΥΤΟ ΤΟΥ**.

Πάρε για παράδειγμα αυτό το στοιχείο μιας καμπύλης. Είναι ένα **ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΜΙΑΣ ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ**.



A, ναι, η θέση ενός σημείου πάνω σε αυτη τη καμπύλη μπορεί να δωθεί με ακρίβεια, χρησιμοποιώντας μόνο μια ποσότητα, την καμπυλόγραμμη συντεταγμένη ή το μήκος της γραμμής που χωρίζει ένα σημείο απο ένα άλλο σημείο αναφοράς.

Μπορώ να βάλω ένα κομμάτι της καμπύλης μέσα σε ένα κούφιο ζυμαρικό και εκείνο θα συρρικνώνεται και θα συρρικνώνεται...

Ακριβώς όπως ο υδράργυρος μέσα σε ένα θερμόμετρο.

Είναι κάθε καμπύλη συσταλή, λοιπόν?

Όχι, οι **ΚΛΕΙΣΤΕΣ** καμπύλες, δεν είναι.

Ναι, μα το μόνο που χρειάζεται τότε είναι να τις κόψεις.

Εντάξει, όμως τότε η **ΚΑΜΠΥΛΗ** γίνεται ένα **ΤΜΗΜΑ**. Δεν είναι πλέον **ΚΛΕΙΣΤΗ**.

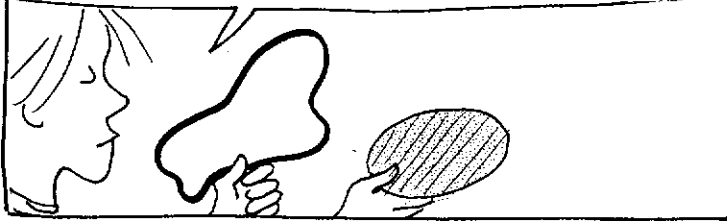
Αν πάρω ένα κύκλο για παράδειγμα, μπορώ να τον συρρικνώσω, μέχρι να γίνει ένα σημείο, κάπως έτσι, ή μήπως όχι?

Επομένως, ο κύκλος δεν είναι **ΣΥΣΤΑΛΤΟΣ** και το ίδιο ισχύει για κάθε κλειστή καμπύλη, είτε είναι επίπεδη είτε όχι.

Ωστόσο, ένας **ΔΙΣΚΟΣ**, στοιχείο **ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ**, **ΕΙΝΑΙ** συσταλτος.

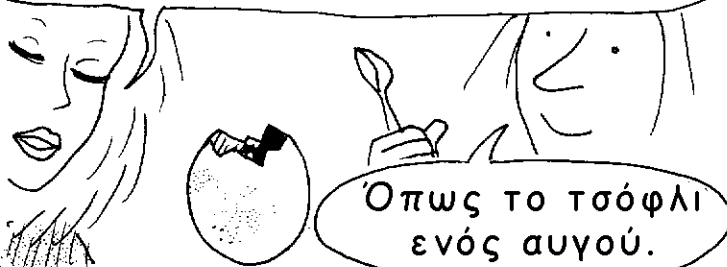
Όχι, αυτό δεν είναι σωστό γιατί δεν περνάει πλέον μέσα από τον εαυτό του, αλλά αναπτύσσεται έξω από το χώρο που κατείχε στην αρχή.

Αυτός ο δίσκος είναι ένα στοιχείο **ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ**, επομένως και ένα αντικείμενο **ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ**.
Λοιπόν, ποιο αντικείμενο **ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ**, είναι για ένα δίσκο ότι είναι ο κύκλος για ένα τμήμα?



Η ΣΦΑΙΡΑ

Για να συσταλθεί μια κλειστή καμπύλη, πρέπει πρώτα να τη σπάσεις. Το ίδιο ισχύει για μια σφαίρα ή για ένα αντικείμενο που έχει ίδιο **ΤΥΠΟ** με τη σφαίρα.



Όπως το τσόφλι ενός αυγού.



Α, όμως αυτή εδώ η σφαίρα, έχει μια τρύπα. Δεν είναι πλέον μια κλειστή επιφάνεια που λέγεται σφαίρα.

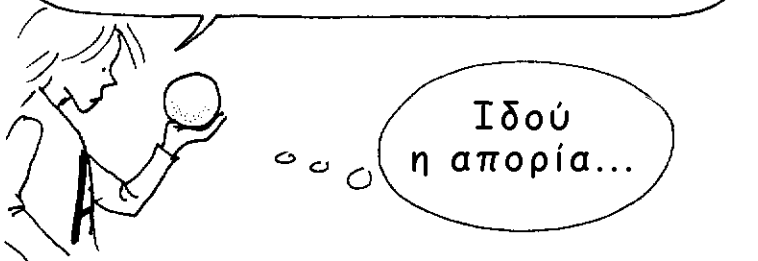
Και τότε τι είναι?

Είναι ένας δίσκος?



Πολύ σωστα, Τειρεσία, με τον ίδιο τρόπο που ένας κομμένος κύκλος συμπεριφέρεται σαν τμήμα.

Μα, Σόφι, ο **ΟΓΚΟΣ** μέσα στη σφαίρα, μέσα στο αυγό, είναι συσταλτός?



Ιδού η απορία...

Ακριβώς. Η "επιφάνεια της σφαίρας" **S2** (*) δεν είναι συσταλή, αλλά ο "όγκος της σφαίρας" είναι.



Με άλλα λόγια, ένα τσόφλι δεν είναι συσταλή, αλλά ο κρόκος είναι.

(*) Δες στο: **Η Γεωμετρία**

Υπάρχουν αντικείμενα με μη-συστατό όγκο?

Ναι, για παράδειγμα, ο "όγκος του **ΤΟΡΟΥ**".

Ναι, βλέπω πως αν δε τον κόψω, το μόνο που μένει να κάνω είναι να τον συμπιέσω σε κύκλο.

Επομένως, ούτε η "επιφάνεια του **ΤΟΡΟΥ**" είναι συσταλή.

Τι ακριβώς θέλεις να πείς?

Κοίτα τη δουλειά σου εσύ

Δεν ξέρω αν το έχει συνειδητοποιήσει κανείς σας, αλλά έχουμε ένα καταληπτικό εξερευνητή στα χέρια μας.

Πραγματικά πιστεύετε πως θα βρούμε απο αυτή τη κατάσταση κόβοντας ζυμαρικά?

Η ΓΕΩΝΕΥΡΩΣΗ του είναι γεωμετρικής προέλευσης. Νομίζω πως θα μπορέσουμε να βρούμε μια θεραπεία μόνο αν πάμε ακόμη μακρύτερα τη γεωμετρική μας αντίληψη.

Είχε αφιερώσει όλη τη ζωή του στην ανακάλυψη του **ΝΟΤΙΟΥ ΠΟΛΟΥ** και είχε επενδύσει ολοκληρωτικά τον εαυτό του, σε προσωπικό και κοινωνικό επίπεδο.

Πραγματικά, αυτή του η κακοτυχία, τον έφερε αντιμέτωπο με μια κατάσταση που δεν μπορεί να χειριστεί.

Με λίγα λόγια, η μόνη λύση είναι να ανακαλύψουμε που στο καλό έχει πάει αυτός ο καταραμένος Νότιος Πόλος.

Α, ναι, ένα ξαφνικό, βίαιο κάλεσμα αυτογνωσίας!

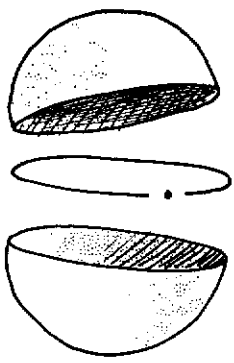
ΑΠΟΣΥΝΘΕΣΗ ΣΕ ΚΕΛΙΑ

Κάθε γεωμετρικό αντικείμενο θα χωριστεί σε στοιχεία, **ΣΥΣΤΑΛΤΑ** κελιά σε όλες τις διαστάσεις: **ΣΗΜΕΙΑ**, **ΤΜΗΜΑΤΑ**, **ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ**, **ΟΓΚΟΙ**, κ.ο.κ.

Πόσες διαστάσεις έχει ένα **ΣΗΜΕΙΟ**, λοιπόν?

Μπορούμε να πούμε πως το **ΣΗΜΕΙΟ** έχει **ΜΗΔΕΝ** διαστάσεις.

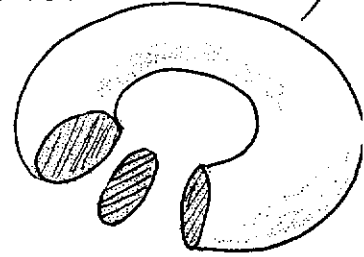
Και για να αποσυνθέσεις ένα κύκλο, πρέπει απλώς να τον δεις σαν ένα τμήμα, τα άκρα του οποίου είναι ενωμένα με ένα σημείο. Αν αφαιρέσω το σημείο, μου μένει το τμήμα.



Η "ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ της ΣΦΑΙΡΑΣ" S^2 , μπορεί να διαιρεθεί σε δύο ημισφαίρια και ένα τμήμα, ενωμένο σε ένα σημείο.

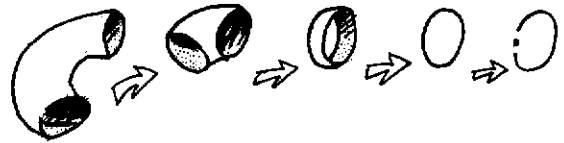


Ο "ΟΓΚΟΣ του ΤΟΡΟΥ"?
Λοιπόν, το μόνο που πρέπει να κάνω, είναι να τον κόψω με ένα δίσκο.

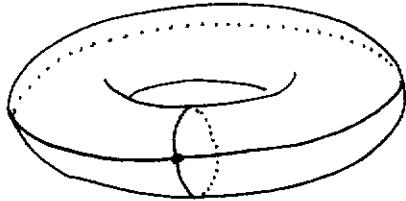
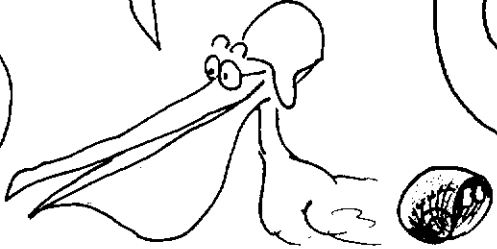
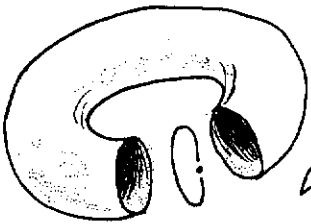


Και τι γίνεται με την "ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ του ΤΟΡΟΥ"?
Για να δούμε... Την κόβω με ένα κύκλο, ο οποίος με τη σειρά του κόβεται σε ένα σημείο.

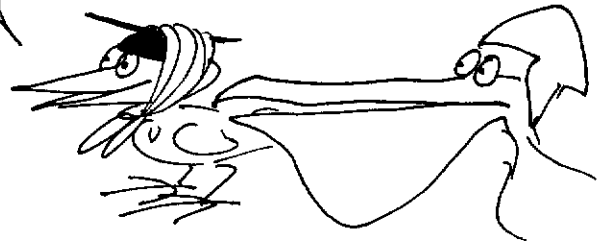
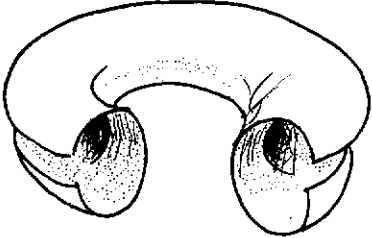
Ο τόρος που κόβεται με αυτό τον τρόπο, θα συμπιεστεί σε ένα κύκλο:



ο οποίος θα χρειαστεί να διαιρεθεί σε ένα τμήμα και το τμήμα με τη σειρά του, σε ένα σημείο.



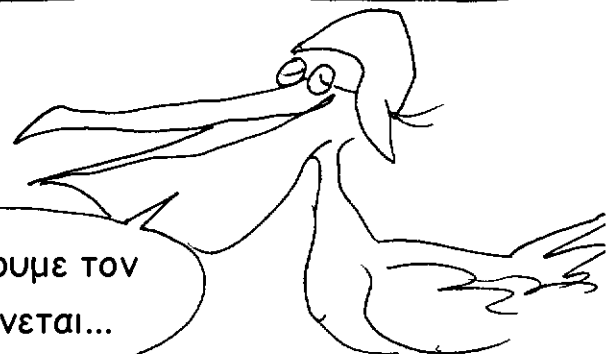
Ορίστε ένας άλλος τρόπος με ένα σημείο, δύο τμήματα και μια επιφάνεια, όπου όλα τα στοιχεία είναι συσταλτά.



Καλά όλα αυτά, αλλά σε τι μπορούν να μας φανούν χρήσιμα?



Στο να κατανοήσουμε τον κόσμο, όπως φαίνεται...



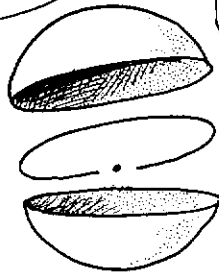
Η ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΗ ΤΩΝ ΟΙΛΕΡ-ΠΟΥΑΝΚΑΡΕ

Όταν το αντικείμενο διασπαστεί με ένα τέτοιο τρόπο, θα δημιουργήσουμε ένα αριθμό χ , που θα είναι ίσος με τον αριθμό των σημείων, μείον τον αριθμό των τμημάτων, συν τον αριθμό των συσταλτών στοιχείων επιφάνειας, μείον τον αριθμό των συσταλτών όγκων (*) και θα ονομάσουμε αυτό τον αριθμό χ , τη **ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΗ ΤΩΝ ΟΙΛΕΡ-ΠΟΥΑΝΚΑΡΕ**

Και έτσι, για τον κύκλο έχουμε: $\chi = 1 - 1 = 0$



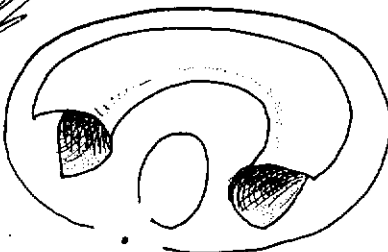
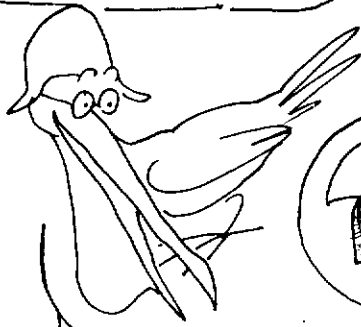
1 σημείο, 1 τμήμα



Για την ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ της ΣΦΑΙΡΑΣ: $\chi = 1 - 1 + 2 = 2$



1 σημείο, 1 τμήμα, 2 ημισφαίρια



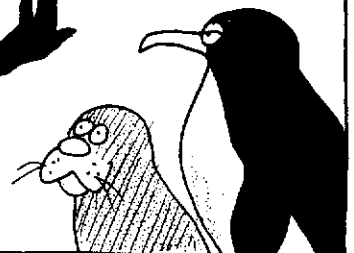
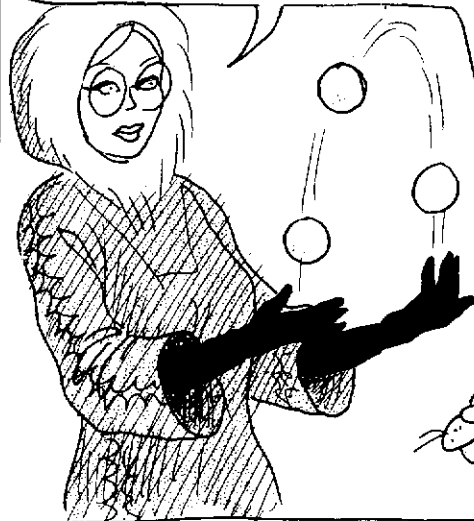
Για να δούμε... Για την επιφάνεια του Τόρου, 1 σημείο, 2 τμήματα, 1 στοιχείο επιφάνειας $\chi = 1 - 2 + 1 = 0$

Θέλεις να πεις, 1 σημείο, 2 τμήματα και 1 ΣΥΣΤΑΛΤΟ στοιχείο επιφάνειας.



Η χαρακτηριστική του **ΌΓΚΟΥ** της ΣΦΑΙΡΑΣ, είναι προφανώς -1 , ενώ αυτή του **ΌΓΚΟΥ** του ΤΟΡΟΥ είναι $1 - 1 = 0$. (Δες στην πάνω δεξιά

γωνία της σελίδας 14)



(*) Το οποίο επεκτείνεται αυτόματα σε ένα αριθμό διαστάσεων μεγαλύτερο των τριών (είναι ένα εναλλασσόμενο άθροισμα).

Και τώρα, ακούστε προσεκτικά: η χαρακτηριστική χ είναι **ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΗ ΤΟΥ ΤΡΟΠΟΥ ΑΠΟΣΥΝΘΕΣΗΣ** (σε συστατά κελιά) !!

Για παράδειγμα, αυτή η κλειστή καμπύλη, είναι χωρισμένη σε οχτώ τμήματα που ενώνονται μεταξύ τους απο οχτώ σημεία, αλλά η χαρακτηριστική της είναι ακόμη μηδενική.

Σίγουρα είναι.

Ας δούμε την αποσύνθεση αυτής της σφαίρας:
4 κορυφές,
6 τμήματα, 4 πλευρές.
Έτσι έχω $\chi = 4 - 6 + 4 = 2$.

Και εδώ, 8 κορυφές, 12 τμήματα, 6 πλευρές, έτσι $\chi = 8 - 12 + 6 = 2$

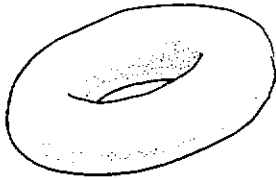
Μπορείς να δοκιμάσεις με όποιο τρόπο θέλεις, όμως και πάλι το αποτέλεσμα σου θα είναι $\chi = 2$

Να πάρει!

Απίστευτο, ε?

Ορίστε ένα χρήσιμο θεώρημα: Όταν ένα αντικείμενο ενώνει δύο άλλα αντικείμενα, τότε η χαρακτηριστική του είναι το άθροισμα των δύο χαρακτηριστικών των αντικειμένων που το συνθέτουν.

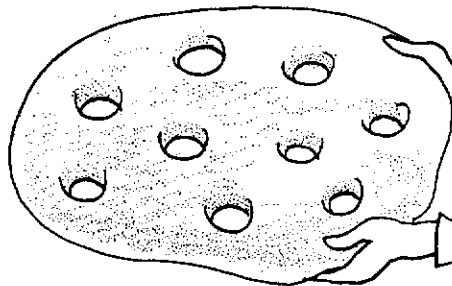
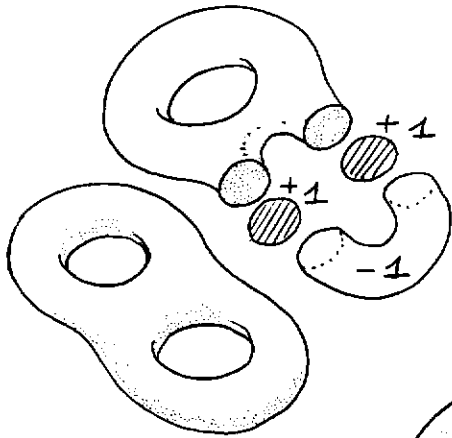
Η Βενεζουέλα



Η χαρακτηριστική του Όγκου του Τόρου είναι μηδενική.

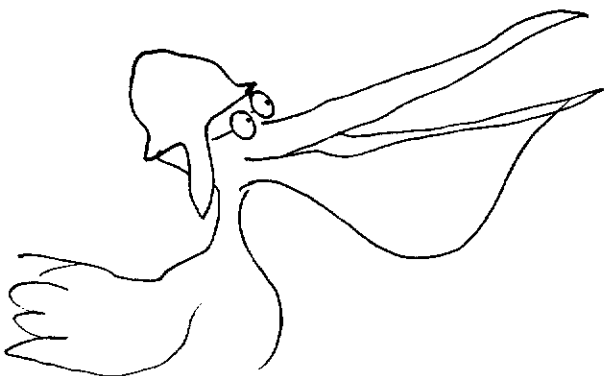



Αν προσθέσουμε και ένα χερούλι, τότε προστίθεται μία μονάδα στη χαρακτηριστική



Καθ' επέκταση, η χαρακτηριστική του ΟΓΚΟΥ του ΛΑΔΟΨΩΜΟΥ, θα είναι ίση με τον αριθμό των τρυπών, μείον μία μονάδα.

Υποθέτω πως το ίδιο ισχύει και για την ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ του ΛΑΔΟΨΩΜΟΥ?






Όχι, καθόλου! Η ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ του ΛΑΔΟΥΣΩΜΟΥ δεν μπορεί να συσταθεί όπως ένας δίσκος με N τρύπες. Σοβαρέψου λίγο!



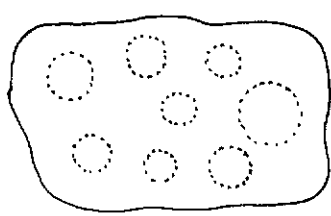
Την πάτησα...




Μπορούμε να περάσουμε από την ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ της ΣΦΑΙΡΑΣ (χαρακτηριστική 2) στην ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ του ΤΟΡΟΥ (χαρακτηριστική 0), προσθέτοντας ένα χερούλι. Έτσι, το χερούλι μειώνει την χαρακτηριστική μιας επιφάνειας κατά 2 μονάδες.



Άρα η χαρακτηριστική της ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ του ΛΑΔΟΥΣΩΜΟΥ είναι ίση με 2, μείον δύο φορές τον αριθμό των τρυπών!



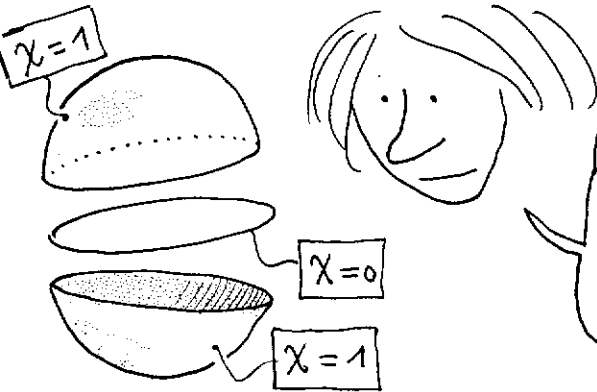
Η ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ενός Ελβετικού τυριού με N τρύπες, έχει κατασκευαστεί από N επιφάνειες σφαιρας, σύν το εξωτερικό της σφαιρας. Έτσι η χαρακτηριστική του είναι: $\chi = 2(1+N)$



Άρα, για να κατασκευάσουμε τον ΟΓΚΟ ενός ΕΛΒΕΤΙΚΟΥ ΤΥΡΙΟΥ, αρχίζουμε με μια γεμάτη σφαίρα ($\chi = -1$) και αφαιρούμε N αθροίσματα ΟΓΚΟΣ ΣΦΑΙΡΑΣ και ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΣΦΑΙΡΑΣ ($\chi = 2 - 1 = 1$). Έτσι η χαρακτηριστική του ΟΓΚΟΥ του ΕΛΒΕΤΙΚΟΥ ΤΥΡΙΟΥ είναι ίση με $-(1+N)$

Ναι, όμως δεν πιστεύω να νομίζετε πως θα θεραπεύσετε τον καημένο τον Αμούνσεν από την γεωνεύρωσή του με αυτές τις ανοησίες?!!

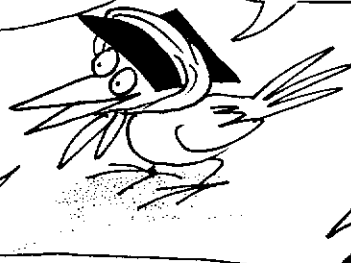
Ο ΚΟΣΜΟΣ ΣΤΟΝ ΟΠΟΙΟ ΖΟΥΜΕ



Μπορούμε να υπολογίσουμε τη χαρακτηριστική μιας σφαίρας S_2 βλέποντάς την σαν ένωση δύο ημισφαιρίων και ενός ισημερινού, η οποία μας δίνει $\chi = 1+1+0=2$

Στο "Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ" παρουσιάσαμε την έννοια μιας **ΥΠΕΡΣΦΑΙΡΑΣ S_3** με τρεις διαστάσεις, ένας τρισδιάστατος χώρος εντελώς **ΚΛΕΙΣΤΟΣ ΣΤΟΝ ΕΑΥΤΟ ΤΟΥ**

Ας υπολογίσουμε την χαρακτηριστική μιας υπερσφαίρας S_3 . Όπως είδαμε στο "Η Γεωμετρία", ο ισημερινός (*) είναι μια σφαίρα S_2 , της οποίας η χαρακτηριστική έχει τιμή 2.



Η υπερσφαίρα μας S_3 , είναι λοιπόν φτιαγμένη από δύο συστατούς όγκους, ο καθένας από τους οποίους μετράει για -1

Ε, τρελαθήκατε?

$$\chi = -1-1+2=0$$



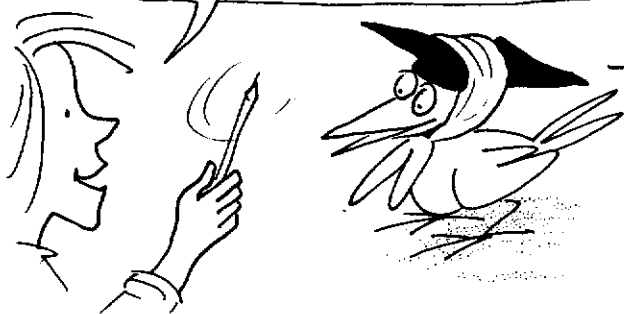
ΤΣΑΚ!



* Ο οποίος χωρίζει το αντικείμενο σε 2 παρόμοια στοιχεία

Άρα η χαρακτηριστική μιας υπερσφαίρας S_3 είναι μηδέν!

Ας περάσουμε τώρα σε μια υπερσφαίρα **S4**, με τέσσερις διαστάσεις



Αυτό είναι, δηλαδή, ένας υπερσφαιρικός χώρος **S3** ο οποίος εξελίσσεται κυκλικά στο **χρόνο** (*).

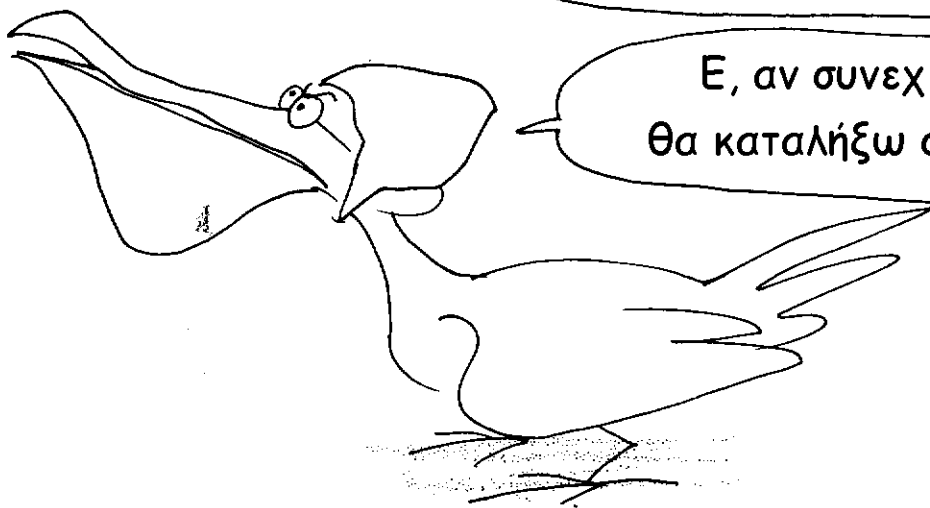
Αυτή η υπερσφαίρα **S4** θα έχει ως ισημερινό μια υπερσφαίρα **S3** και δύο ημισφαίρια που θα μετρούν το κάθε ένα για **1**.

Έτσι η χαρακτηριστική χ σε αυτό το χωρο-χρόνο, της υπερσφαίρας **S4**, θα είναι για άλλη μια φορά $1+1+0=2$

Αν πάρεις μια υπερσφαίρα **S5** με πέντε διαστάσεις, η χαρακτηριστική της θα είναι πάλι μηδέν και ο ισημερινός της θα είναι μια υπερσφαίρα **S4**.

Και ούτω καθ' εξής...
Η χαρακτηριστική των Όιλερ-Πουανκαρέ μιας υπερσφαίρας **S_N** είναι **2**, όταν το **N** είναι **ΖΥΓΟΣ** και **0** όταν είναι **ΑΡΤΙΟΣ**

Ε, αν συνεχιστεί όλο αυτό, θα καταλήξω σαν τον Αμούνσεν



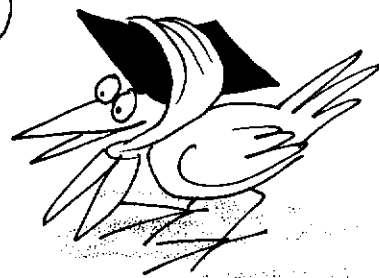
(*) Δές το **BIG BANG** και τα μοντέλα του Φρίντμαν, σελίδα 64

Καλως, αυτή η χαρακτηριστική των Όιλερ-Πουανκαρέ μας βοήθησε να βάλουμε λίγη τάξη στη ζούγκλα των γεωμετρικών αντικειμένων.



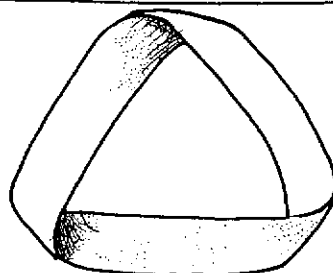
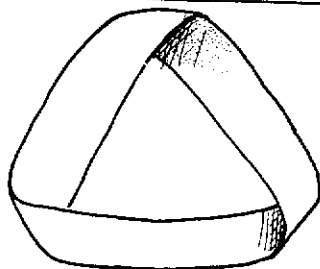
Έτσι, η άκρη ενός κυλίνδρου είναι τοπολογικά, ακριβώς ίδια με ένα δίσκο που έχει μια τρύπα, και η χαρακτηριστική του είναι μηδέν.

Μα, τι γνώμη έχεις για αυτό το αντικείμενο?



Μια **ΛΩΡΙΔΑ ΤΟΥ ΜΟΜΠΙΟΥΣ**, η οποία έχει μόνο μια πλευρά. Απο τη στιγμή που δεν μπορούμε να ορίσουμε **ΜΠΡΟΣΤΑ** ή **ΠΙΣΩ** πλευρά, λέμε ότι είναι **ΜΗ-ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΙΜΗ**

Στην πραγματικότητα, κάθε λωρίδα που έχει **ΜΟΝΟ** αριθμό **ΜΙΣΩΝ ΣΤΡΟΦΩΝ**, ονομάζεται λωρίδα του **ΜΟΜΠΙΟΥΣ** και είναι **ΜΗ-ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΙΜΗ**. Όμως αυτές οι δύο λωρίδες μοιάζουν να διαφέρουν κάπως...



Όπως και να τις στρίψω, δεν έχει και καμία σημασία, αφού δεν μπορώ να τις κάνω ίδιες.

Δεν είναι **ΓΥΡΙΣΜΕΝΕΣ** προς την ίδια **ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ**. Στην πραγματικότητα η μια είναι ο καθρέφτης της άλλης · λέμε πως είναι **ΕΝΑΝΤΙΟΜΟΡΦΙΚΕΣ**.

Ακριβώς όπως το αριστερό μου χέρι είναι κατοπτρισμός του δεξιού μου χεριού

Όλες αυτές οι λωρίδες, οι οποίες μπορούν να συστέλονται σύμφωνα με μια κλειστή καμπύλη, έχουν χαρακτηριστική ίση με το 0 .

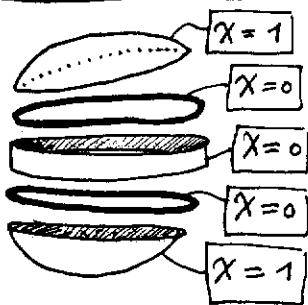
Φυσικά, υπάρχουν και **ΜΗ-ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΙΜΟΙ ΧΩΡΟΙ**, με N διαστάσεις (*)

Μια **ΛΩΡΙΔΑ** του **ΜΟΜΠΙΟΥΣ**, είναι μια **ΜΗ-ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΙΜΗ** επιφάνεια, η οποία έχει μια ακμή. Υπάρχουν καθόλου **ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΜΗ-ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΙΜΕΣ, ΧΩΡΙΣ ΑΚΜΗ ΚΑΙ ΚΛΕΙΣΤΕΣ ΣΤΟΝ ΕΑΥΤΟ ΤΟΥΣ?**

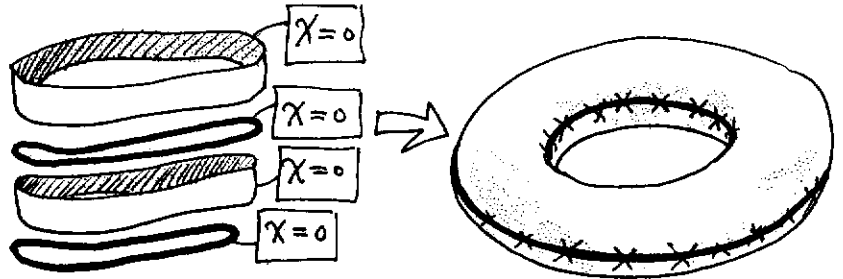
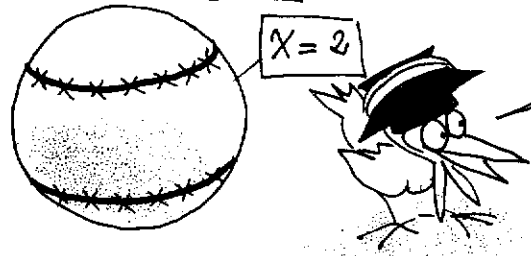
Η απάντηση στο επόμενο κεφάλαιο.

ΑΚΜΗ ΣΕ ΑΚΜΗ

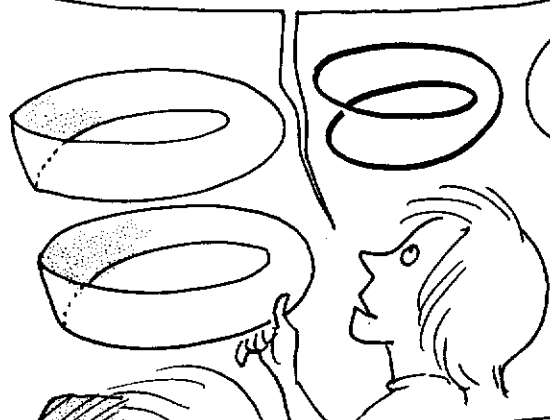
Μια **ΚΛΕΙΣΤΗ ΚΑΜΠΥΛΗ** (που μπορεί να διασπαστεί σε ένα τμήμα και ένα σημείο) έχει χαρακτηριστική μηδέν. Το ίδιο ισχύει και για μία **ΛΩΡΙΔΑ**, με μια ή δύο πλευρές, η οποία μπορεί να συσταθεί σε μια κλειστή καμπύλη (δές το Θεώρημα στη σελίδα 17). Όταν μια λωρίδα με δύο πλευρές ενώνεται με δύο δίσκους, μέσω δύο κλειστών καμπυλών, τότε έχουμε φτιάξει μια **ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΣΦΑΙΡΑΣ S²** (με δύο διαστάσεις)



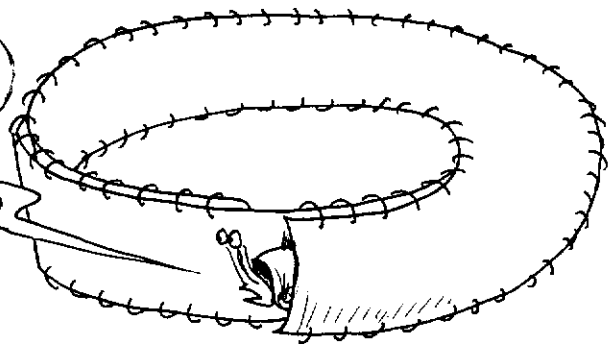
Θα μπορούσαμε επίσης, να "ράψουμε" μεταξύ τους, δύο λωρίδες μέσω δύο κλειστών καμπυλών και τότε θα έχουμε μια **ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΟΡΟΥ T²**



Συνεπώς, μπορώ να ράψω δύο λωρίδες του Μόμπιους, κατά μήκος **ΜΙΑΣ ΜΟΝΟ ΚΛΕΙΣΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ**



Έι?! Σφήνωσα!



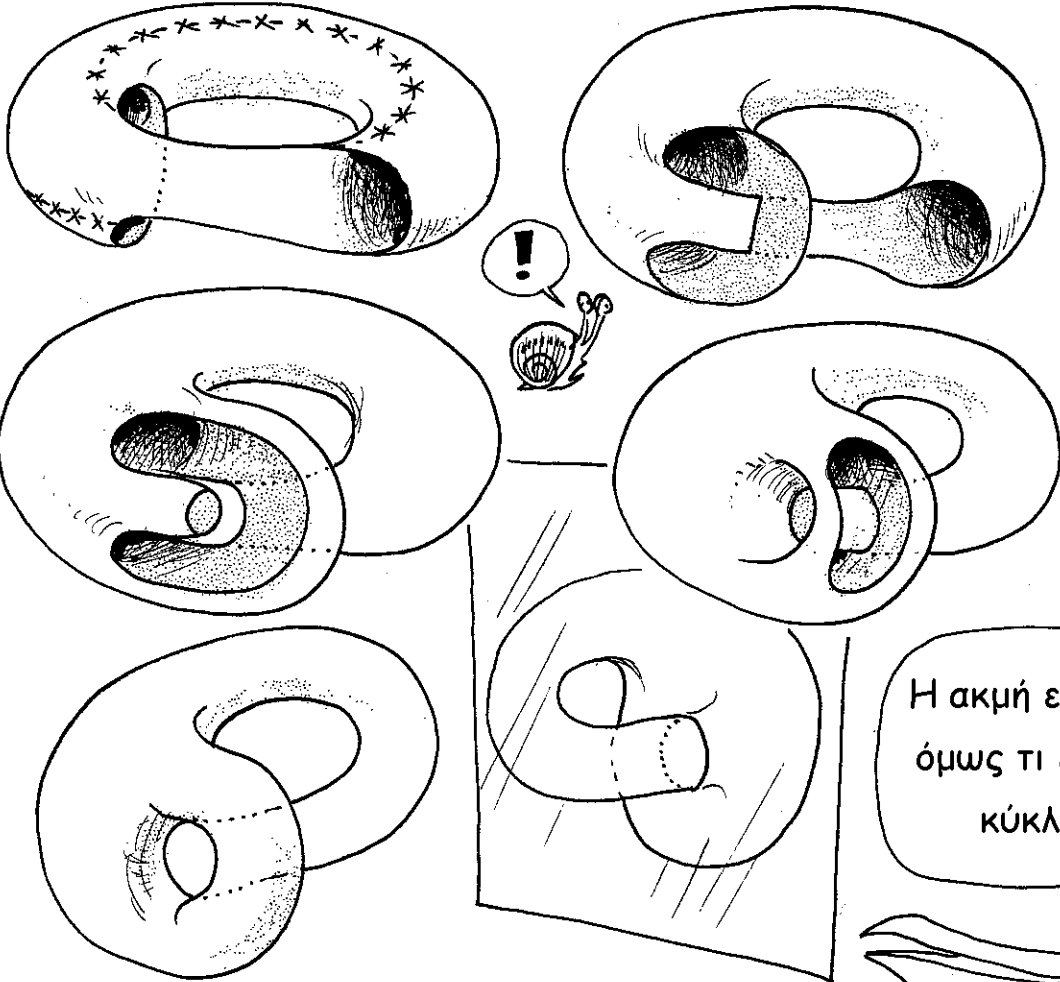
Θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε λίγη **ΤΡΑΒΕΡΣΙΝΗ (*)**

ΤΡΑΒΕΡΣΙΝΗ !?



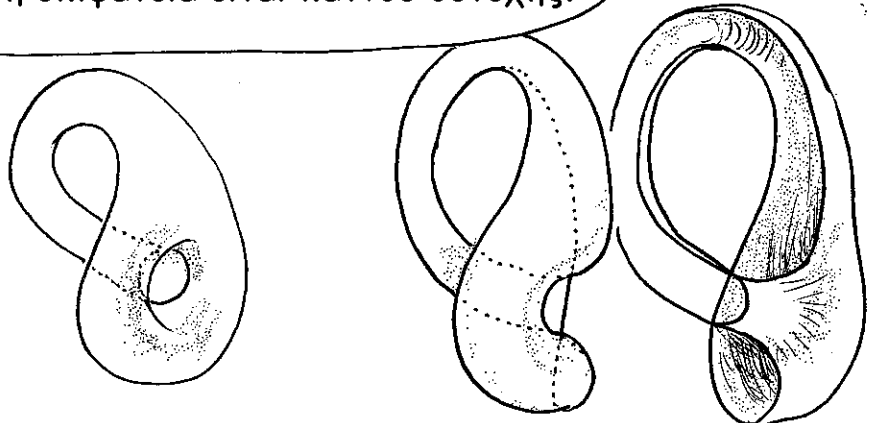
* Η ΤΡΑΒΕΡΣΙΝΗ εξάγεται από το κέλυφος του ΟΜΟΠΟΝΤΙΚΑ

Αν αλείψουμε **ΤΡΑΒΕΡΣΙΝΗ** πάνω σε ένα κοχύλι, ας φανταστούμε πως αυτό αρχίζει να μεγαλώνει στην **ΑΚΜΗ** του και τείνει να σχηματίσει μια κλειστή επιφάνεια, επιτρέποντας όμως στην επιφάνεια αυτή, **ΝΑ ΠΕΡΑΣΕΙ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΟΝ ΕΑΥΤΟ ΤΗΣ!**



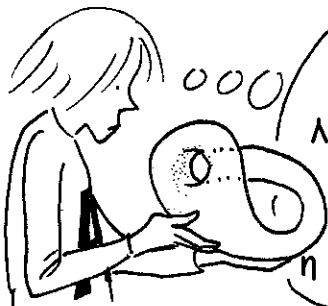
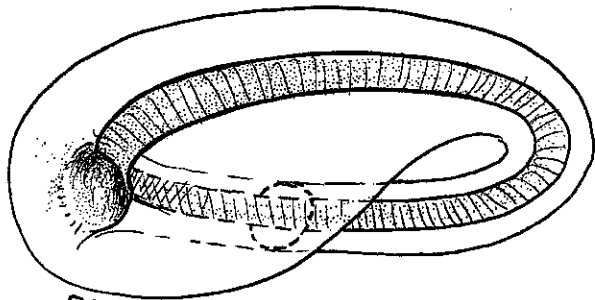
Η ακμή εξαφανίστηκε, όμως τι είναι αυτός ο κύκλος εκεί?

Αυτή είναι η **ΚΑΜΠΥΛΗ ΠΟΥ ΤΕΜΝΕΙ ΤΟΝ ΕΑΥΤΟ ΤΗΣ**, η οποία δεν είναι **ΑΚΜΗ**. Αυτό μπορείς να το διαπιστώσεις και με το **ΜΠΟΥΚΑΛΙ ΤΟΥ ΚΛΑΙΝ** όπου η επιφάνεια είναι παντού συνεχής.



δύο
μισά
τμήματα

Η χαρακτηριστική του είναι μηδέν γιατί αποτελείται από δυο λωρίδες του Μόμπιους ($\chi=0$) και μια κλειστή καμπύλη ($\chi=0$). Δεν είναι και πολύ εύκολο να βρεις το δρόμο σου μέσα σε αυτές τις λωρίδες.



Φυσικά, αν βρεις μια λωρίδα του Μόμπιους σε μια επιφάνεια, αυτό σημαίνει πως η επιφάνεια αυτή έχει μια πλευρά

Για πές μου, Τειρεσία, μήπως θα μπορούσαμε να βρούμε μια λωρίδα του Μόμπιους και στο κέλυφός σου, εντελώς τυχαία?

Α, μην αρχίζετε εσείς οι δύο!

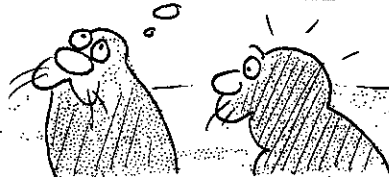
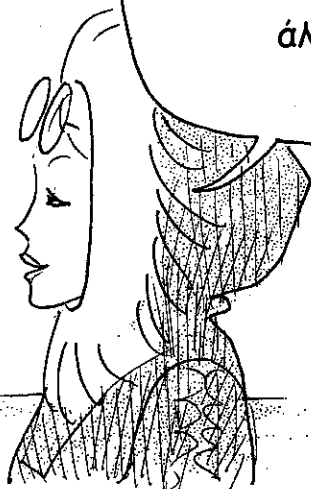
Εεε...



Πρόκειται για μια πολύ παράξενη επιφάνεια, παρ' όλα αυτά...

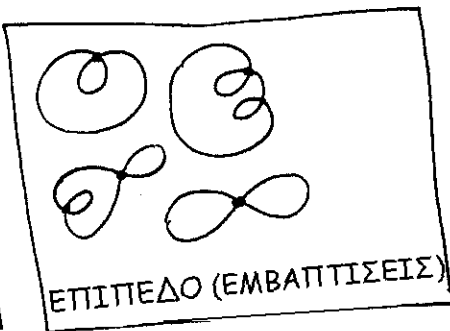
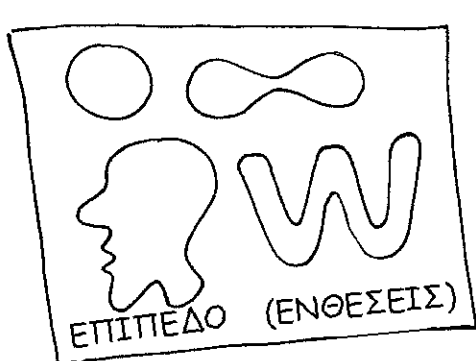
Μεχρι τώρα, έχουμε ασχοληθεί με επιφάνειες που δε τέμνουν η μια την άλλη, όπως η ΣΦΑΙΡΑ ή ο ΤΟΡΟΣ, στη κανονική τους μορφή. Οι επιφάνειες που τέμνουν η μια την άλλη, στο χώρο μας, ονομάζονται **ΕΜΒΑΠΤΙΣΕΙΣ**

Εμβαπτίσεις?



ΕΝΘΕΣΕΙΣ ΚΑΙ ΕΜΒΑΠΤΙΣΕΙΣ

Μια κλειστή καμπύλη, ένα μονοδιάστατο σχήμα με ομαλή διαδρομή, της οποίας μοναδικό χαρακτηριστικό είναι πως δεν έχει ούτε αρχή ούτε τέλος, μπορεί με άπειρους τρόπους να τοποθετηθεί σε ένα επίπεδο.

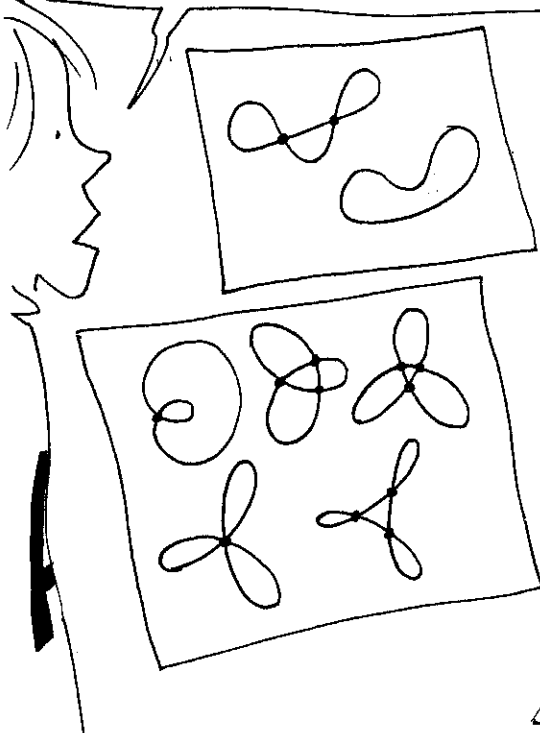


Όταν δεν τέμνει τον εαυτό της, μπορώ να πω πως έχω **ΕΝΘΕΣΗ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ** αλλιώς, λέω πως έχω **ΕΜΒΑΠΤΙΣΗ (*)**

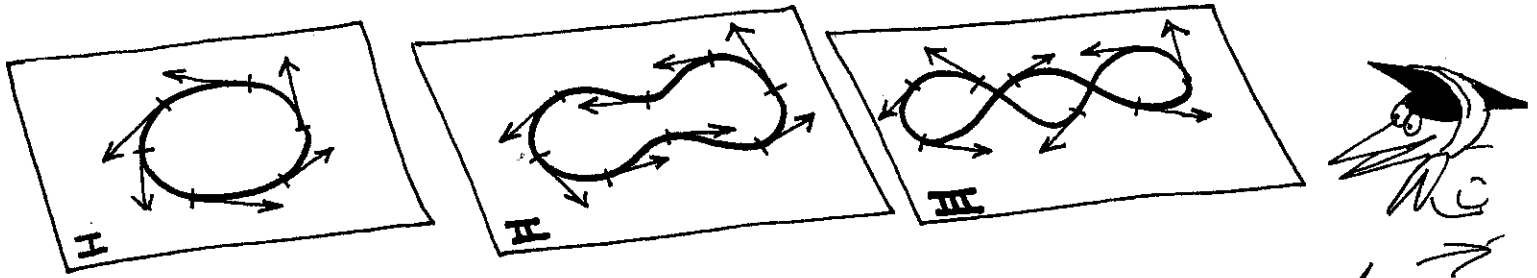
Υποθέτω πως χαρακτηρίζονται από τον αριθμό των σημείων στα οποία τέμνονται

Όχι, γιατί αν αλλάζω συνεχώς αυτές τις καμπύλες, τότε τα

ΖΕΥΓΑΡΙΑ ΤΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ θα εμφανίζονται και θα εξαφανίζονται. Όμως αυτό που θα μείνει το ίδιο είναι ο **ΑΡΙΘΜΟΣ ΤΩΝ ΣΤΡΟΦΩΝ**



Κοίτα: μπορώ να κάνω ένα διάνυσμα να μείνει εφαπτόμενο στην καμπύλη



Με ομαλή παραμόρφωση (χωρίς να κόψω πουθενά τη γραμμή), στο **ΕΠΙΠΕΔΟ**, μπορώ να πάω από την καμπύλη **I**, στην καμπύλη **III**. Με αυτό τον τρόπο, έχουμε την περιστροφή του διανύσματος (360°) όταν αυτό διασχίζει την κάθε καμπύλη.

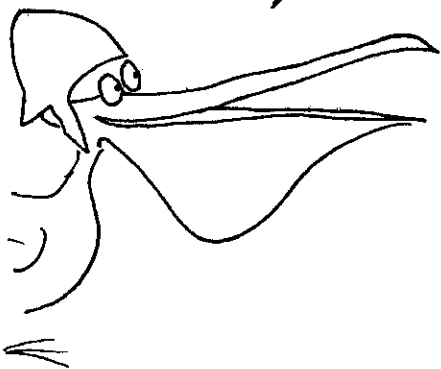
Ονομάζεται **ΟΜΑΛΗ ΟΜΟΤΟΠΙΑ** στο **ΕΠΙΠΕΔΟ**. Διατηρεί τον αριθμό των στροφών του εφαπτόμενου διανύσματος στην καμπύλη.

Λοιπόν, έχω δοκιμάσει τα πάντα και δεν μπορώ να μετατρέψω αυτό το **ΟΧΤΩ** σε **ΚΥΚΛΟ** !...

Φυσικό είναι. Το διάνυσμα δεν κάνει τον ίδιο αριθμό στροφών. Στο **ΟΧΤΩ**, το αλγεβρικό άθροισμα είναι μηδέν!

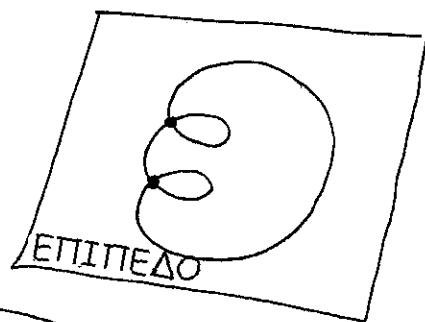
Σύμφωνα με αυτό το νόμο για την παραμόρφωση των κλειστών καμπυλών (συνοχή, σταθερότητα), σε μια επιφάνεια, κάποια πράγματα είναι **ΠΙΘΑΝΑ** και κάποια άλλα είναι πάντα **ΑΠΙΘΑΝΑ**.

Δεν είναι τόσο απλό!

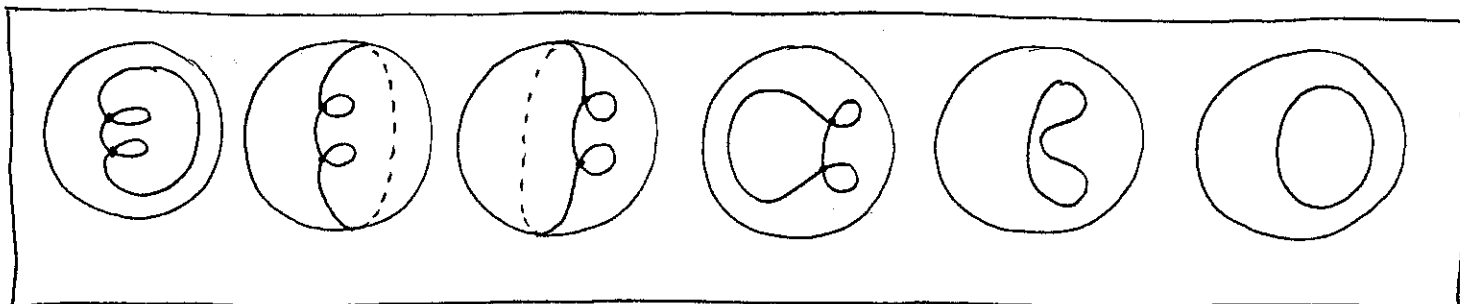


Εξαρτάται απο το **ΧΩΡΟ**
που αντιπροσωπεύει το αντικείμενο.

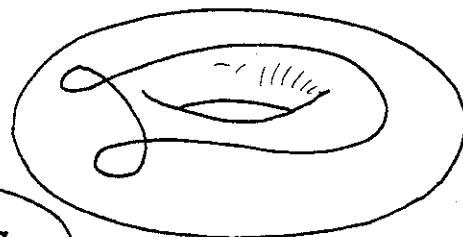
Πάρε αυτή την καμπύλη για
παράδειγμα. Πάνω στο **ΕΠΙΠΕΔΟ**
δεν υπάρχει τρόπος να απαλλαγείς
απο αυτά τα δύο σημεία.



Σε μια **ΣΦΑΙΡΑ**,
όμως:

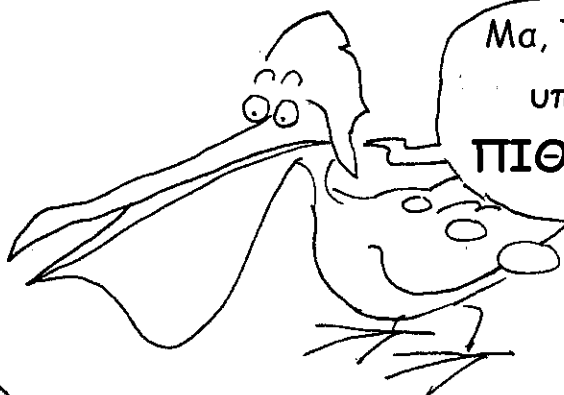


Έτσι, κάποια πράγματα που μοιάζουν απίθανα σε ένα
τέτοιο **ΑΝΤΙΠΡΟΣΩΠΕΥΤΙΚΟ ΧΩΡΟ** (εδώ το **ΕΠΙΠΕΔΟ**) γίνονται πιθανά,
αλλάζοντας αυτό το χώρο, με διαφορετική τοπολογία. Και αντιστρόφως.



Σε αυτό το επίπεδο, η καμπύλη μπορεί εύκολα να
λυθεί, όχι όμως όταν απεικονίζεται σε ένα **Τόρο**.

Μα, Τειρεσία, στο δικό μας **ΧΩΡΟ-ΧΡΟΝΟ**
υπάρχουν πράγματα που είναι απολύτως
ΠΙΘΑΝΑ ή απολύτως **ΑΠΙΘΑΝΑ**, έτσι?



Τι μπελάς...

Εσύ γνωρίζεις την τοπολογία του δικού μας χωρο-χρόνου?

Εεμ... Όχι...

Τίποτα δεν είναι αυτό που φαίνεται...
Και πάλι...

Τα σημεία τομής της κλειστής καμπύλης στηρίζονται μόνο απο τον τρόπο αναπαράστασής τους, πάνω σε μια επιφάνεια. Μια εικόνα δύο διαστάσεων είναι απλά μια πρόβολή.

Βασικά,
σε όλα αυτά, υπάρχει
ένα μόνο αντικείμενο:
**Η ΚΛΕΙΣΤΗ,
ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗ
ΚΑΜΠΥΛΗ**

Σε ένα χώρο **4**
διαστάσεων, το μπουκάλι του
ΚΛΑΙΝ δεν περνάει πλέον
μέσα απο τον εαυτό του!

Έτσι, αλλάζοντας τον
αντιπροσωπευτικό χώρο, μπορώ να κάνω
τα **ΠΑΝΤΑ**. Να μετατρέψω ένα μπουκάλι
του Κλάιν, σε μια σφαίρα, για παράδειγμα?

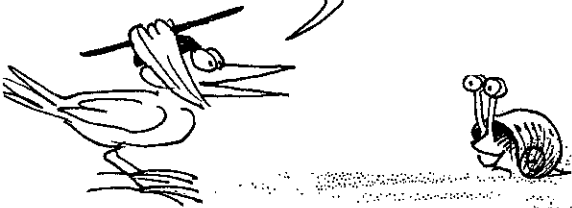
Όχι, υπάρχουν χαρακτηριστικά που παραμένουν
ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΣΤΟΝ ΑΝΤΙΠΡΟΣΩΠΕΥΤΙΚΟ ΧΩΡΟ

ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ

Για παράδειγμα:

Η χαρακτηριστική των Όιλερ-Πουανκαρέ,
ο προσανατολισμός, η κλειστότητα.

Ανακεφαλαιώνοντας, για μονοδιάστατα
αντικείμενα: **ΜΙΑ ΚΑΜΠΥΛΗ
ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΕΙΤΕ
ΑΝΟΙΧΤΗ ΕΙΤΕ ΚΛΕΙΣΤΗ**



Λοιπόν, πως είναι ο Αμούνσεν?

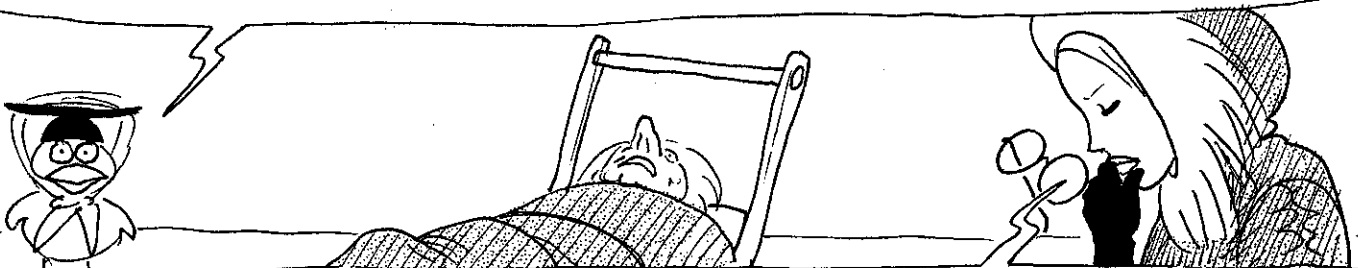
Τίποτα, τα ίδια...

ΓΕΩΝΕΥΡΩΣΗ?

Εγώ μόλις διέγνωσα πως πάσχει
απο **ΤΟΠΟΝΕΥΡΩΣΗ**.



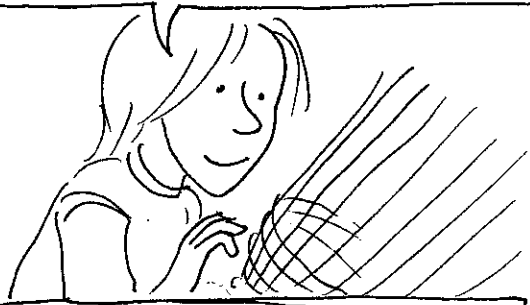
Οι διανοητικές μας δομές, η **ΛΟΓΙΚΗ** μας, η αντίληψη που έχουμε
για τον κόσμο, όλα στηρίζονται σε γεωμετρικές δομές, που μπορεί να
καταρεύσουν ανα πάσα στιγμή.



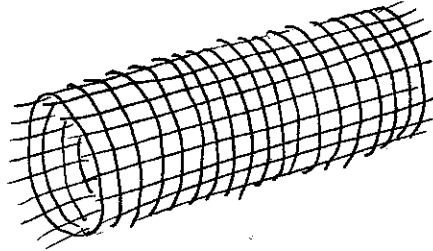
Αν δε μπορέσουμε να επαναφέρουμε έστω την ελάχιστη συνοχή
στον τρόπο που ο φίλος μας αντιλαμβάνεται τα πράγματα,
θα συνεχίσει να επιμένει
και να απορρίπτει τον κόσμο της λογικής.

ΠΛΕΚΟΝΤΑΣ ΚΑΛΑΘΙΑ

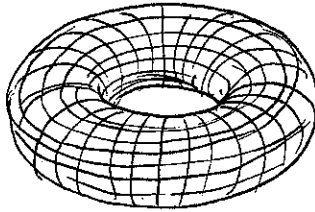
Βρήκα άλλο ένα ωραίο τρόπο για την αναπαράσταση μιας επιφάνειας: **ΤΟ ΠΛΕΞΙΜΟ ΚΑΛΑΘΙΩΝ**



Αυτό, για παράδειγμα, είναι ένας κύλινδρος:



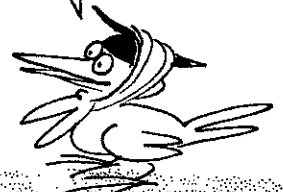
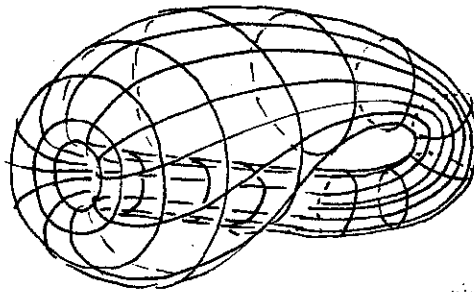
Και ένας **ΤΟΡΟΣ**:



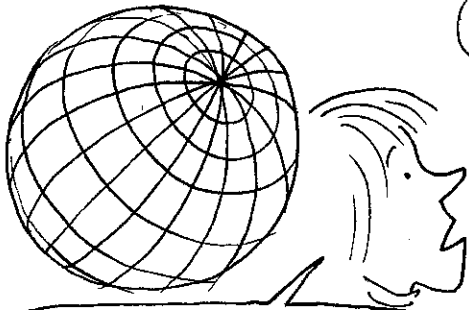
Δεν είναι και πολύ εύκολο να φτιάξεις μια σφαίρα...



Ένα μπουκάλι του **ΚΛΑΙΝ**:



Για τη **ΣΦΑΙΡΑ** θα πρέπει να εισάγεις **2 ΠΟΛΟΥΣ**



Μα...δε καταλαβαίνω. Δε χρειάστηκα τίποτα τέτοιο για να κατασκευάσω τον **ΤΟΡΟ** ή το μπουκάλι του **ΚΛΑΙΝ**...

Η χαρακτηριστική των Όιλερ-Πουανκαρέ σου δίνει τον αριθμό των **ΠΟΛΩΝ** που χρειάζεσαι για να **ΠΛΕΞΕΙΣ** την επιφάνειά σου. Για τον **ΤΟΡΟ** ή το μπουκάλι του **ΚΛΑΙΝ** είναι μηδέν. Για τη **ΣΦΑΙΡΑ** είναι **2**.

Είναι λοιπόν κατανοητό ότι αυτή η ιδέα μπορεί να επεκταθεί στις **ΥΠΕΡΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ**, στους χώρους με 3, 4, ...N διαστάσεις

Αν δε κάνω λάθος, το σύμπαν, σύμφωνα με το κυκλικό μοντέλο του **ΦΡΙΝΤΜΑΝ** (*), είναι μια υπερσφαίρα **S4**. Βλέπουμε πως μπορούμε να **ΧΤΙΣΟΥΜΕ** ένα τρισδιάστατο χώρο, χρησιμοποιώντας κυβικές δομές. Όμως τι γίνεται σε ένα χώρο τεσσάρων διαστάσεων?

Απλό, τον χτίζεις με **ΥΠΕΡΚΥΒΟΥΣ**

Μα, για να δούμε λοιπόν...

Η χαρακτηριστική μιας υπερσφαίρας **S4** είναι **2**. Έτσι ο χωρο-χρόνος μας θα έπρεπε να παρουσιάζει τουλάχιστον μια ανωμαλία, ένα πόλο, ίσως?

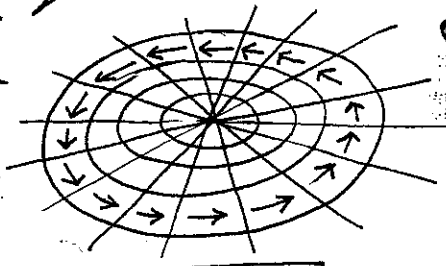
Υπερκύβους?
Α, καλά...

Και τι γίνεται τότε με τη **ΜΕΓΑΛΗ ΕΚΡΗΞΗ** !?!

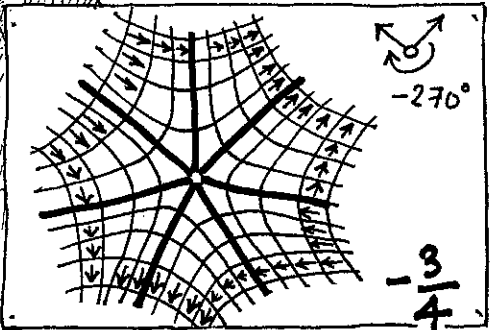
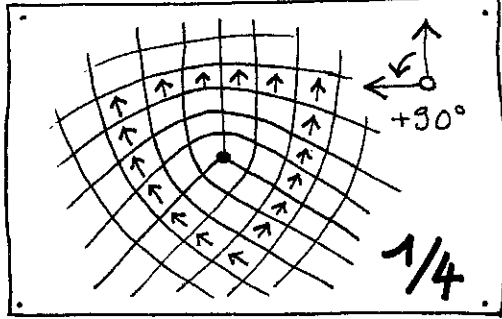
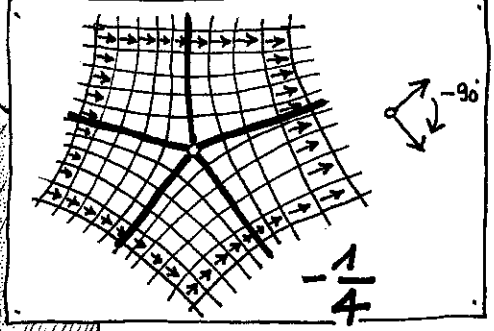
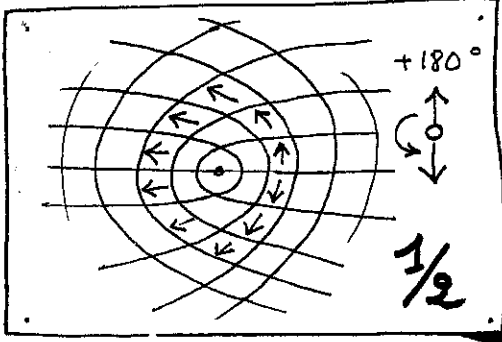
Άρα, καθαρά γεωμετρικοί παράγοντες, μας επέτρεψαν να αντιληφθούμε μια από τις πιο φανταστικές πλευρές της ιστορίας του κόσμου, που ανακαλύφθηκε ταυτόχρονα με το φαινόμενο της επέκτασης του Σύμπαντος.

ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ

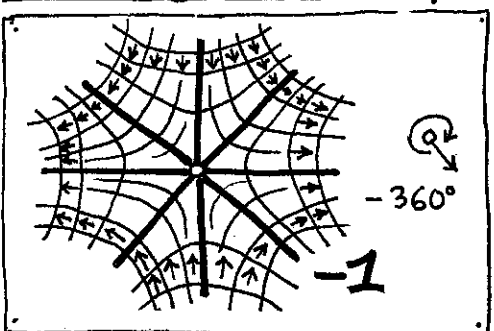
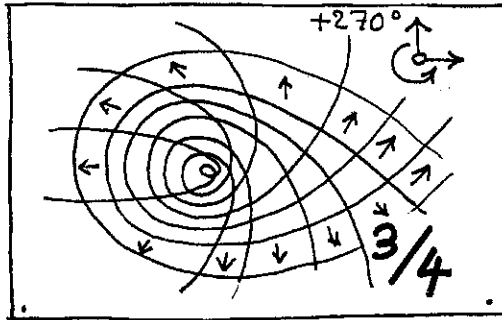
Ο ΒΑΘΜΟΣ ΑΝΩΜΑΛΙΑΣ ΜΙΑΣ ΥΦΑΝΣΗΣ είναι ίσος με τη γωνία κατεύθυνσης του διανύσματος, θετική ή αρνητική, διαιρούμενη με $(360^\circ) \cdot 2 \cdot \pi$



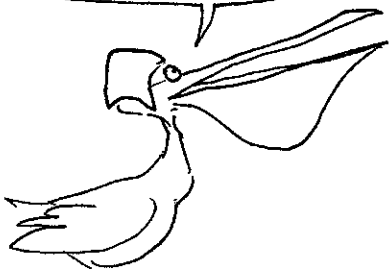
Ο ΠΟΛΟΣ είναι 1



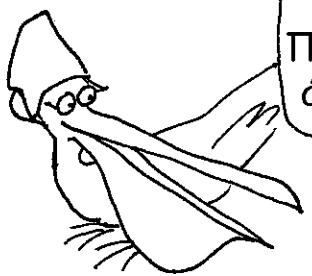
Ορίστε, στα αριστερά έχουμε ανωμαλίες θετικού βαθμού και στα δεξιά αρνητικού βαθμού



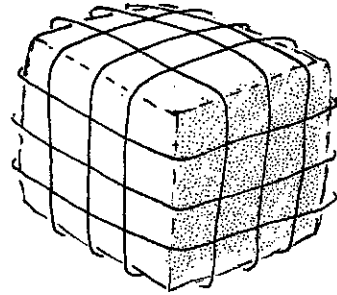
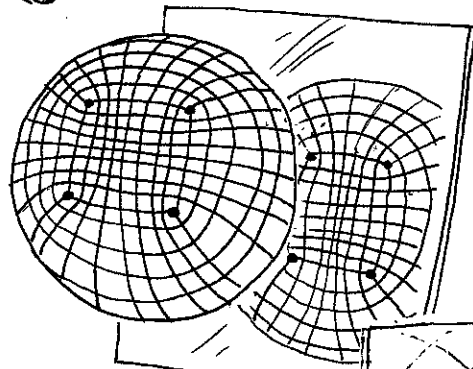
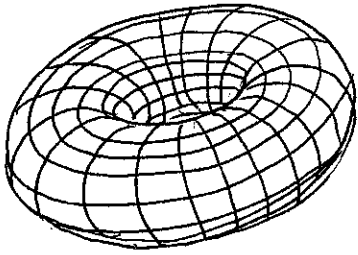
Ποιο το νόημα?



Αν πλέξεις μια κλειστή επιφάνεια, στο τέλος θα υπάρχουν ανωμαλίες. Η χαρακτηριστική των Όιλερ-Πουανκαρέ θα είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα του βαθμού των ανωμαλιών.



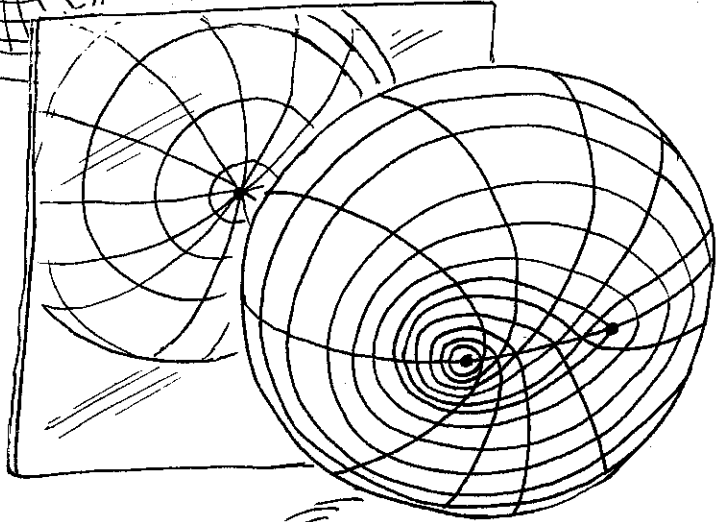
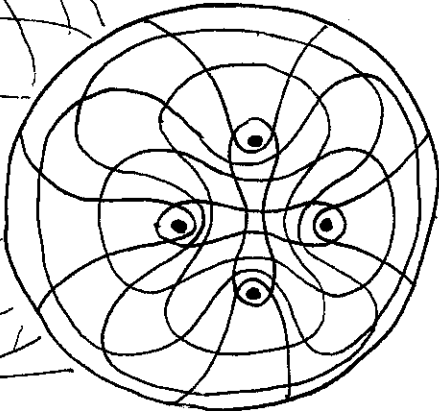
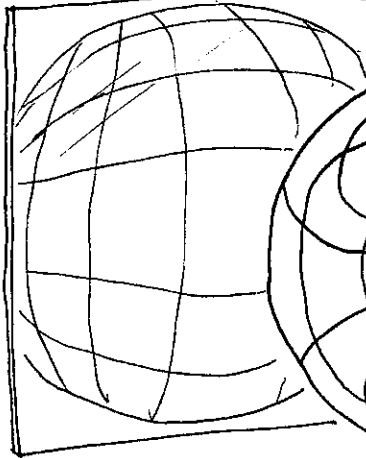
Θα μπορούσα να πλέξω ένα **ΤΟΡΟ** χωρίς ανωμαλίες.
Φυσικό είναι, αφού η χαρακτηριστική του, είναι μηδέν.



Και ορίστε μια σφαίρα
με πλέγμα, που έχει
οχτώ ανωμαλίες, με
βαθμό $\frac{1}{4}$...



ή με ανωμαλία $\frac{3}{4}$
και βαθμό $\frac{1}{4}$ και
ένα **ΠΟΛΟ**...



Είτε με τέσσερις ανωμαλίες και βαθμό $\frac{1}{2}$

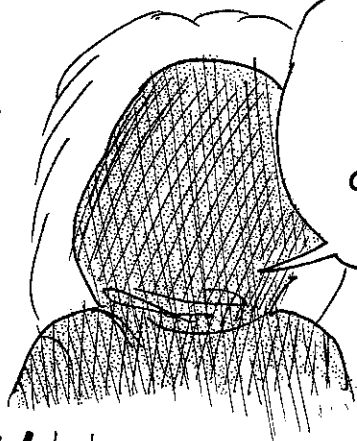
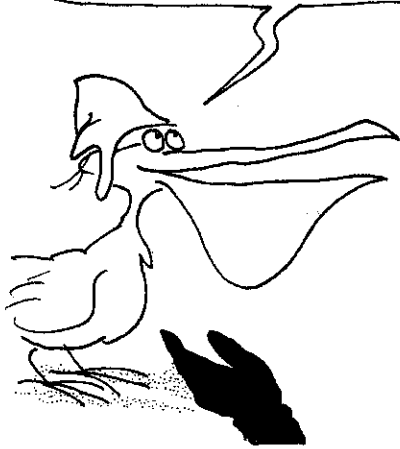


ΣΗΜΕΙΩΣΗ:

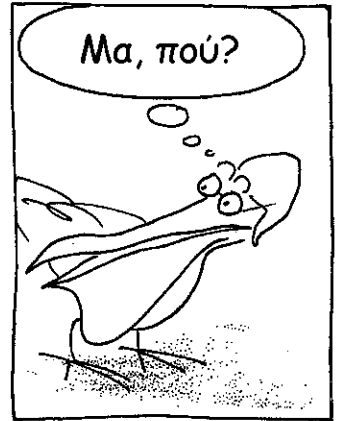
Όσοι έχετε διαβάσει το **Η ΜΑΥΡΗ ΤΡΥΠΑ (LE TROU NOIR)**, σελίδες 14-36, χωρίς αμφιβολία θα έχετε προσέξει την ομοιότητα μεταξύ των σκίτσων για τις ανωμαλίες πλεγμάτων και αυτά που ασχολούνται με τους **ΠΟΣΙΚΩΝΟΥΣ**, τους **ΝΕΓΚΑΚΩΝΟΥΣ** και την καμπύλη. Αυτές οι ιδέες, ουσιαστικά **ΠΟΛΙΚΕΣ**, είναι στενά συνδεδεμένες με την **ΟΛΙΚΗ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑ** μιας επιφάνειας, που παρουσιάζεται στον τρισδιάστατο χώρο μας, το οποίο ισούται ακριβώς με την χαρακτηριστική των Όιλερ-Πουανκαρέ, πολλαπλασιασμένη με 360° (ή με 2π).

Η Βενιάννη

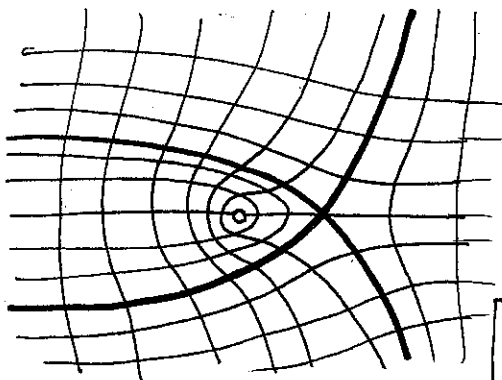
Τι κρίμα όμως που τέτοιου είδους πράγματα δεν χρησιμεύουν κάπου ακριβώς, όπως ας πούμε, τα ελληνικά ή τα λατινικά.



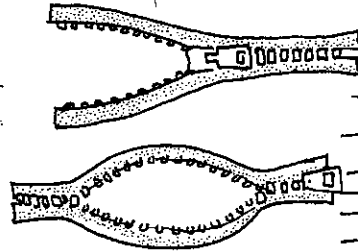
Αντιθέτως, Λεόν!
Υπάρχουν πολλές
ανωμαλίες στη φύση!



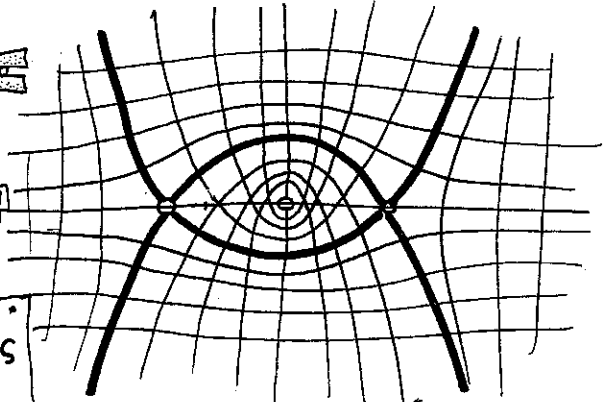
Μα, πού?



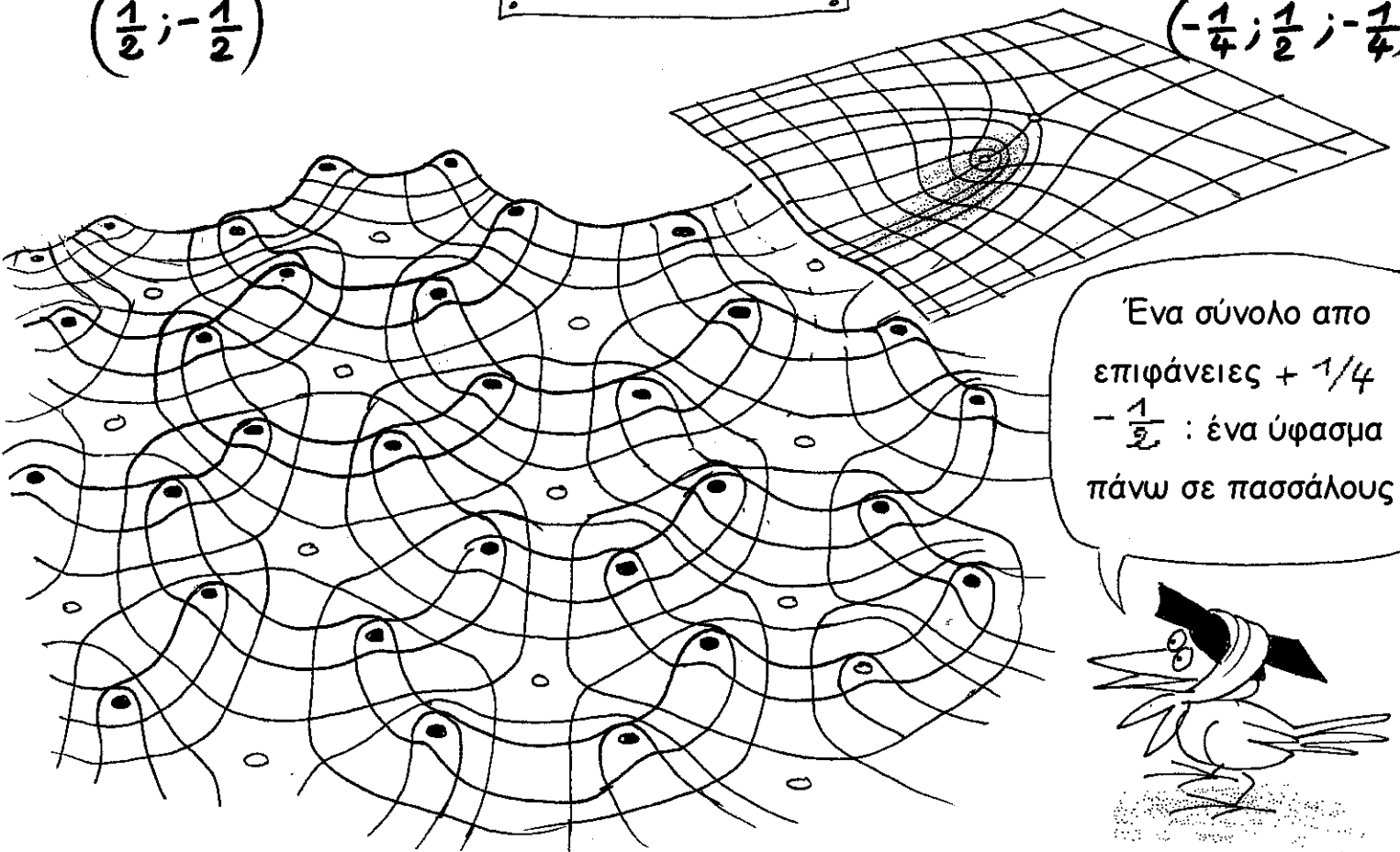
$$\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$



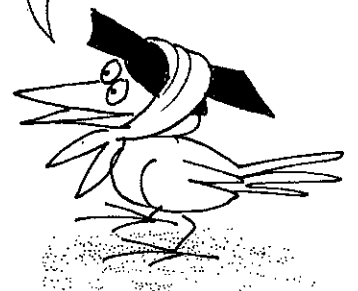
δοκίμασε να χαλάσεις
ένα φερμουάρ



$$\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$$



Ένα σύνολο απο
επιφάνειες $+ \frac{1}{4}$
 $- \frac{1}{2}$: ένα ύφασμα
πάνω σε πασσάλους

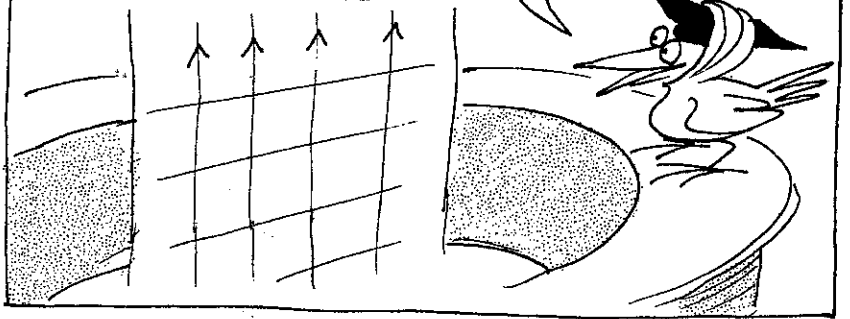


Και τι ακριβώς φτιάχνεις τώρα?

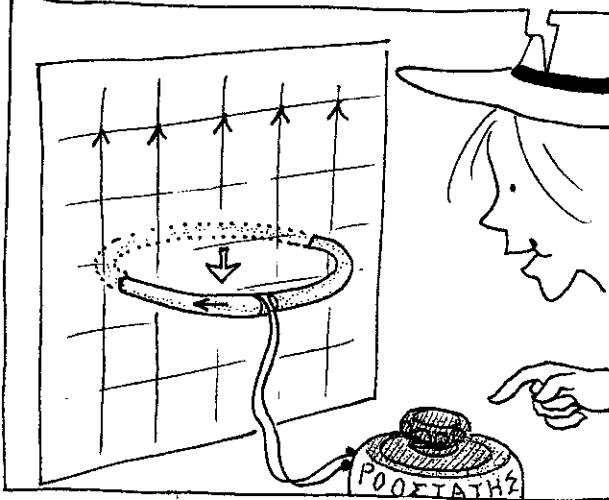


ΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ.

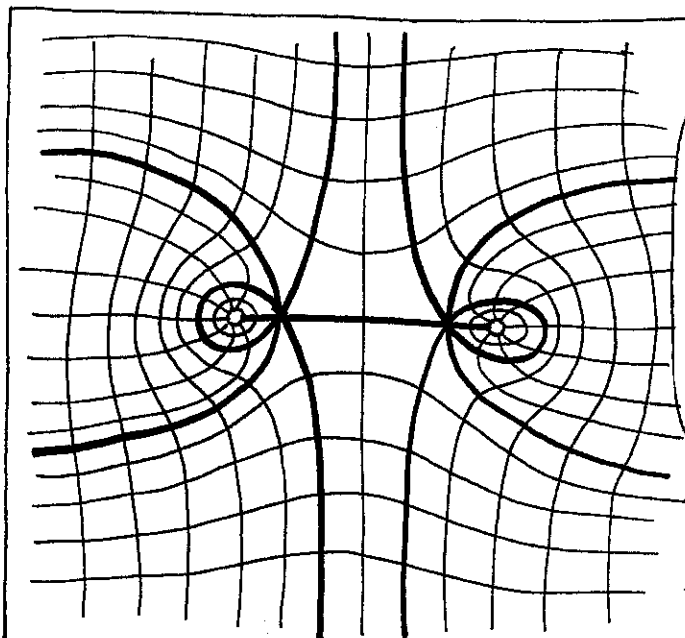
Αυτό το σύστημα κατασκευάζει ένα **ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟ** μαγνητικό πεδίο, οι γραμμές του οποίου είναι απλές, παράλληλες ευθείες



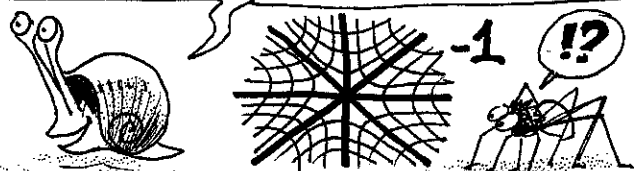
Όμως, αν τοποθετήσουμε μια σπείρα στο πεδίο, θα δημιουργηθεί άλλο ένα πεδίο στο κέντρο της, το οποίο θα κινείται με αντίθετη φορά



Εδώ, το πεδίο έχει απλώς αποδυναμωθεί στο κέντρο.

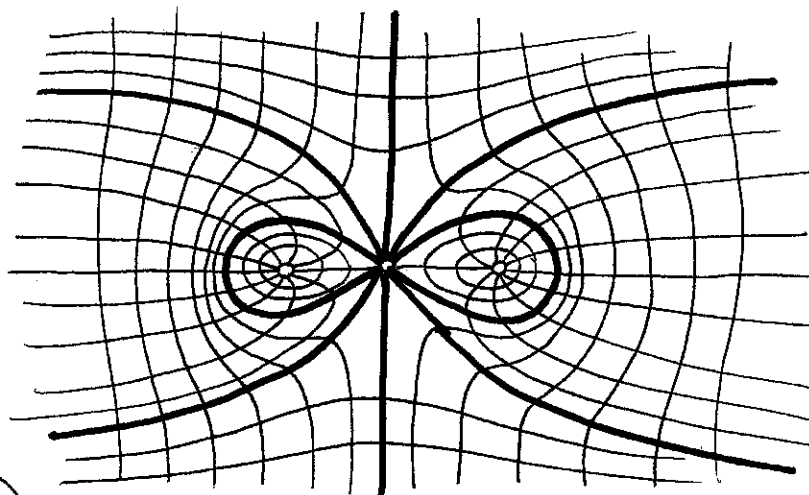


Α! Εμφάνισες δύο **ΠΟΛΟΥΣ** (Τα ίχνη του σωληνοειδούς όπως φαίνονται απο μπροστά, στο σχήμα) και δύο ανωμαλίες με βαθμό -1 . Το άθροισμα μας δίνει 0. Οι αρνητικές ανωμαλίες εμφανίζονται εκεί που ακυρώνεται το πεδίο B.

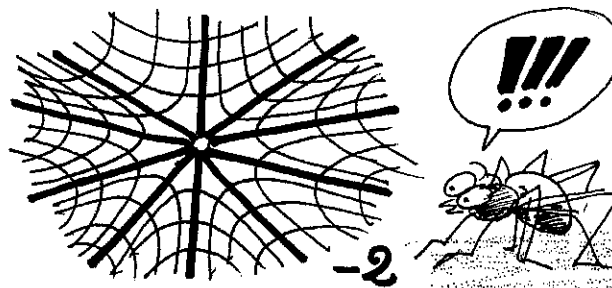


Στην πραγματικότητα, το σύστημα έχει μια επαναστατική συμμετρία και εδώ έχουμε ένα παράδειγμα πλέγματος με ανώμαλες γραμμές.

Τώρα θα αυξήσω την ένταση του ρεύματος, έτσι ώστε να ακυρώσω την τιμή του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς.

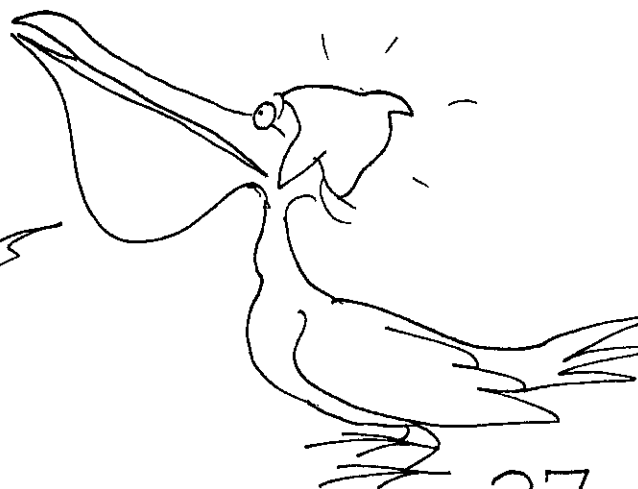


Τα δύο σημεία του μηδενικού πεδίου, όπως φαίνεται απο μπροστά στη ζωγραφιά, ενώθηκαν τώρα σε ένα, με βαθμό -2 (ένα παράδειγμα της ΣΥΜΒΟΛΗΣ ΤΩΝ ΑΝΩΜΑΛΙΩΝ)



Πλάκα έχει αυτό.
Να προχωρήσουμε κι άλλο το πεδίο?

Είναι μεγάλο το ρίσκο.
Δε σας φαίνεται επικίνδυνο?



Τι φοβάσαι Λεόν; Οτι θα προκαλέσουμε αμετάκλητες αλλαγές στο χωρο-χρόνο; Πρόκειται μόνο για εκατό Γκάους, παλιόφιλε...

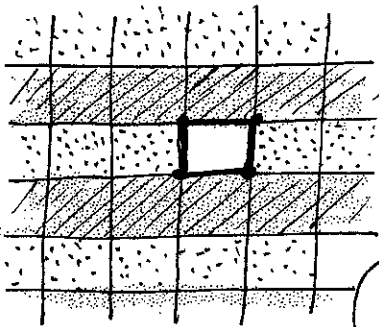
Απο τότε με το **ΦΡΑΓΜΑ ΤΗΣ ΗΡΕΜΙΑΣ**, έχει πραγματική εμονή με τα μαγνητικά πεδία!

Υπέροχο!

Το μαγνητικό πεδίο B , έχει αντιστραφεί στο κέντρο της σπείρας. Η ανωμαλία του έχει διπλασιαστεί σε δύο ανωμαλίες με βαθμό -1 . Δημιουργήσαμε μια μαγνητική ΔΙΝΗ με τη γεωμετρία του τόρου.

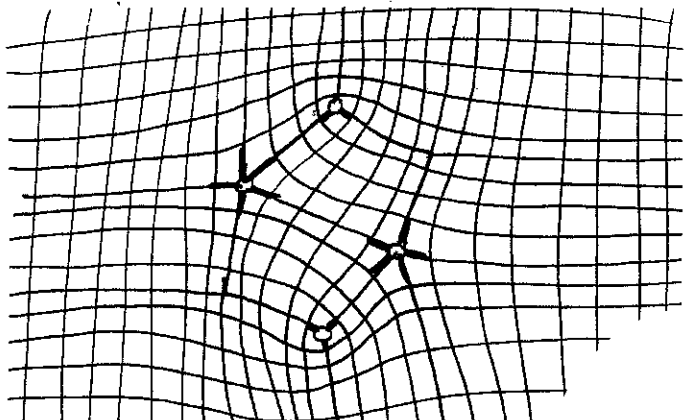
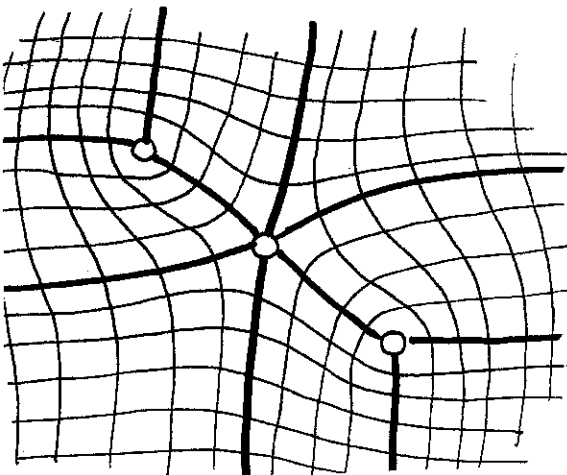
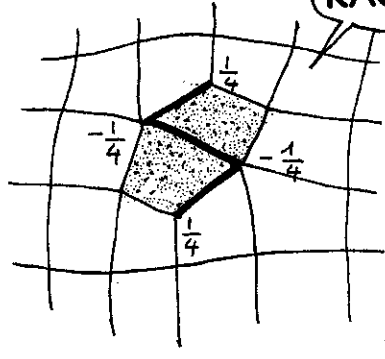
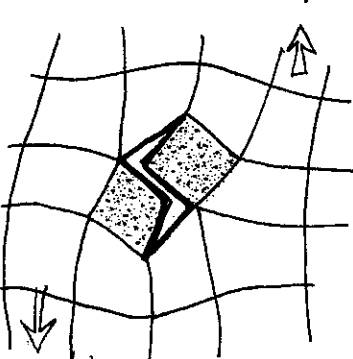
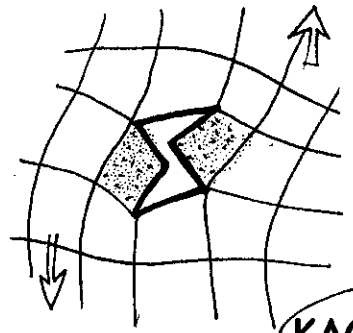
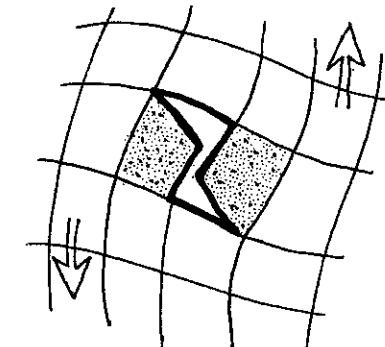
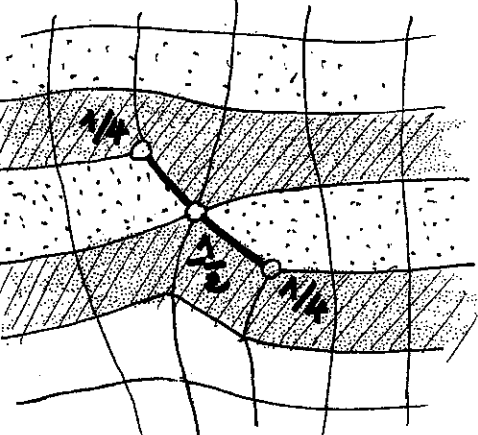
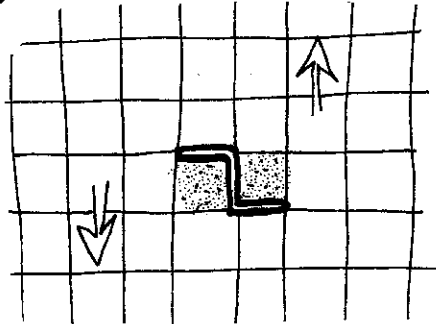
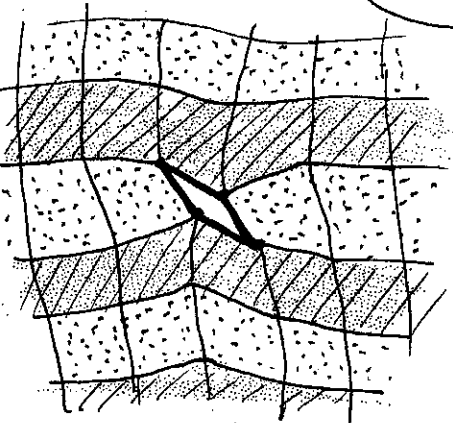
Βρίσκουμε πλέγματα και ανωμαλίες σε όλα τα σταυροδρόμια της Φυσικής...

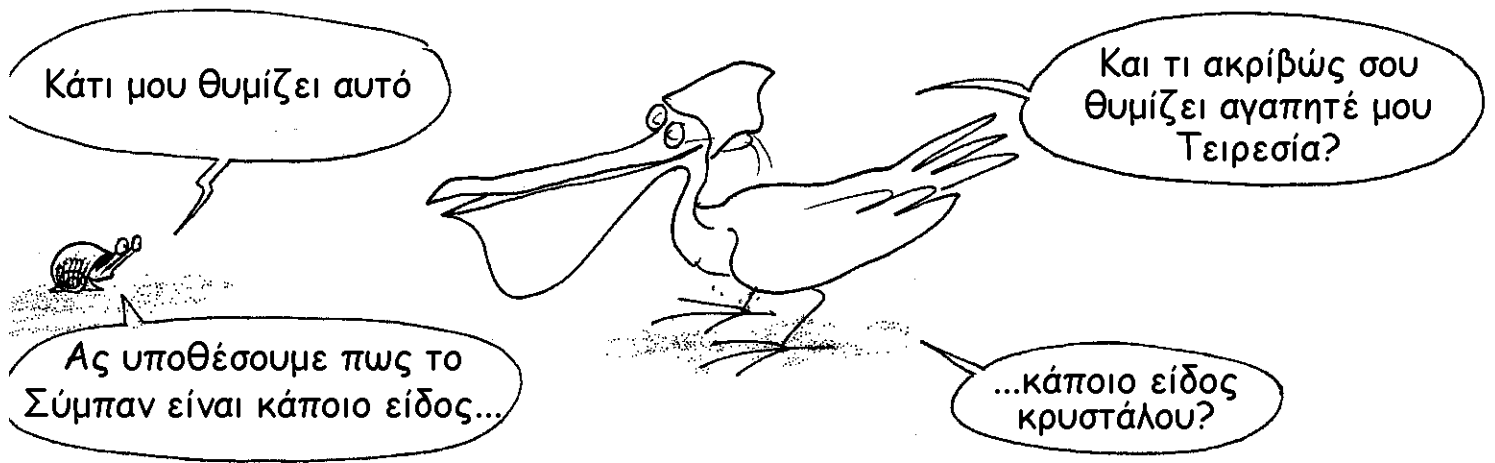
Οι **ΚΡΥΣΤΑΛΟΙ** είναι ορυχείο ανωμαλιών. Σε αυτό το πλάνο ενός κρυστάλλου με τετράγωνο πλέγμα, αν δημιουργήσουμε ένα **ΨΕΓΓΑΔΙ**, αφαιρώντας ένα στοιχείο, η τρύπα θα γίνει με κόστος μια ανωμαλία του $-\frac{1}{2}$ και δύο ανωμαλίες $\frac{1}{4}$.



Αφαίρεσα το τετράγωνο...

Ένα **ΨΑΛΙΔΙΣΜΑ** θα προκαλέσει μια ανατοποθέτηση του πλέγματος, το οποίο χρειάζεται δύο ανωμαλίες με βαθμό $\frac{1}{4}$ και δύο ανωμαλίες με βαθμό $-\frac{1}{4}$.





Κάτι μου θυμίζει αυτό

Και τι ακριβώς σου θυμίζει αγαπητέ μου Τειρεσία?

Ας υποθέσουμε πως το Σύμπαν είναι κάποιο είδος...

...κάποιο είδος κρυστάλου?

Κι αν το Σύμπαν ήταν φτιαγμένο απο κάποιου είδους τμήματα, τότε τα **ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑ** θα ήταν σφάλματα, λάθος τοποθετημένα, συνδυασμοί απο ανωμαλίες **ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΩΝ ΚΥΒΩΝ** (*) - Η κίνηση ή οι αλληλεπιδράσεις θα ανταποκρίνονταν στην επανατοποθέτηση του όλου πράγματος...



Για μια καλή ιδέα, αυτή είναι μια πολύ καλή ιδέα!

Εγώ...εεε...

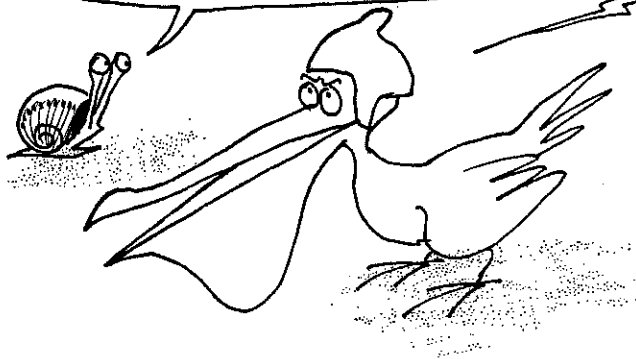
Αν ξεφυλλίσετε αυτό το βιβλίο, θα παρακολουθήσετε
μια ΣΕΙΡΑ ΚΙΝΟΥΜΕΝΩΝ ΣΚΙΤΣΩΝ
ταξινομημένων με τα γράμματα Α, Β, Γ, Δ.

Η Βιεννέζικη

Η ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΟΥ ΜΠΟΥ

Ωραία, πολύ διασκεδαστικά όλα
αυτά. Εν τω μεταξύ ο καημένος ο
Αμούνσεν είναι ακόμη στα βαθιά...

Και ακόμα δεν ξέρουμε
τίποτα γι' αυτόν τον
τρελό πλανήτη, χωρίς
Νότιο πόλο!



Για περίμενε...για να υπάρχει μόνο ένας πόλος,
η χαρακτηριστική των Όιλερ-Πουανκαρέ πρέπει να είναι ίση
με 1. Μοιάζει να είναι ΜΟΝΟΜΕΡΗΣ...

Α

ΜΕΤΑΜΟΡΦΩΣΗ
ΜΙΑΣ ΛΩΡΙΔΑΣ
ΤΟΥ ΜΟΜΠΙΟΥΣ
ΣΕ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ
ΤΟΥ ΜΠΟΥ

Β

ΟΜΟΙΑ:
ΚΑΜΠΥΛΗ-ΠΛΕΥΡΑ
ΚΑΙ ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ
ΑΥΤΟ-
ΔΙΧΟΤΟΜΗΣΗΣ

Γ

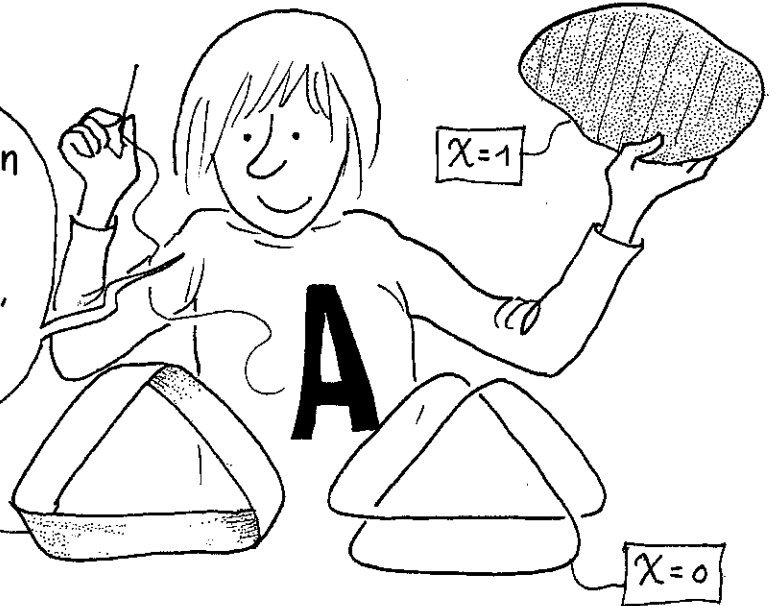
ΦΤΙΑΧΝΟΝΤΑΣ
ΜΙΑ ΕΝΩΣΗ
ΑΝΤΙΠΟΔΩΝ
ΣΗΜΕΙΩΝ

Δ

ΠΡΟΦΑΝΗΣ
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ
ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

Μια λωρίδα του Μόμπιους έχει χαρακτηριστική μηδέν. Θα μπορούσα να τη ράψω πάνω σε μια κλειστή καμπύλη, η οποία έχει επίσης χαρακτηριστική μηδέν, όπως για παράδειγμα ένα απλό δίσκο.

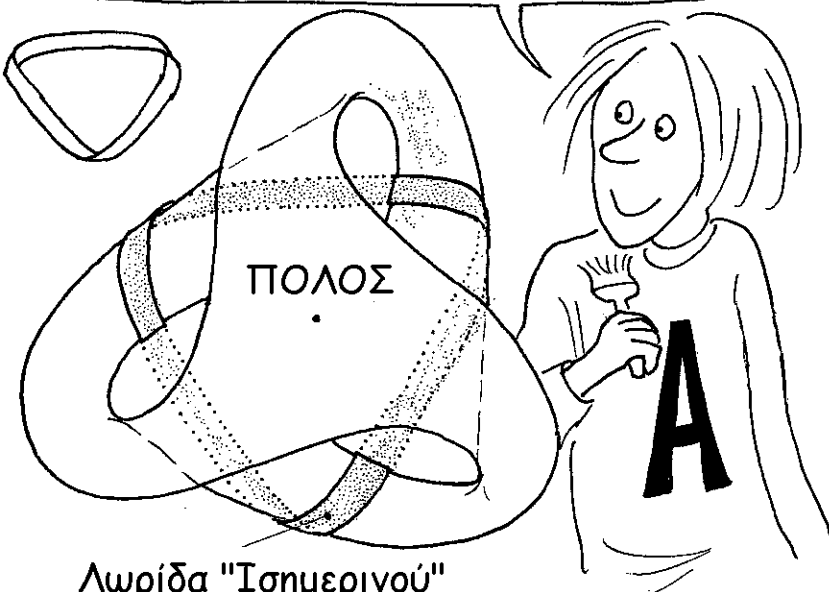
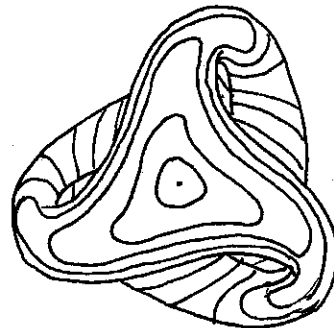
$$\chi=0$$



Το σύνολο αυτό θα έχει μια μοναδική χαρακτηριστική και θα είναι μια κλειστή, μονομερής επιφάνεια. Όμως αντί να το ράψεις, γιατί δε χρησιμοποιείς λίγη **ΤΡΑΒΕΡΣΙΝΗ** ?



Το χρονικό της μεταμόρφωσης μιας λωρίδας του Μόμπιους σε επιφάνεια του **Μπού**, φαίνεται στα σχέδια **A** και **B**. Ορίστε το τελικό αποτέλεσμα:



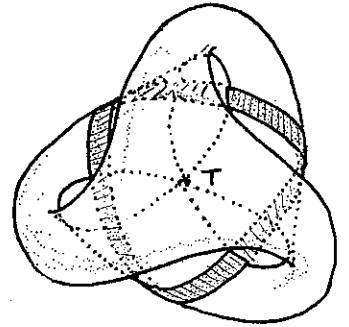
Λωρίδα "Ίσημερινού"

Και ορίστε οι **"ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ"** της επιφάνειας του **Μπού**. Είναι επίσης εξέλιξη της **ΑΚΡΗΣ** της λωρίδας Μόμπιους που ανταποκρίνεται στην ακολουθία **A**

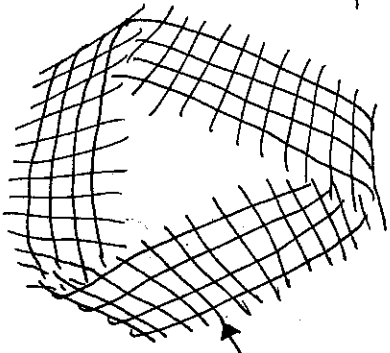
Περίεργες παράλληλες...



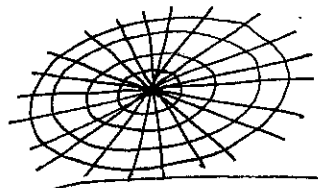
Είναι δουλειά του **ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ**, Λεόν.
Πρέπει μόνο να επιμηκύνουμε τους "μεσημβρινούς"
της λωρίδας του Μόμπιους ώστε να τους φέρουμε
στον πάτο του καλαθιού, τον πόλο δηλαδή.



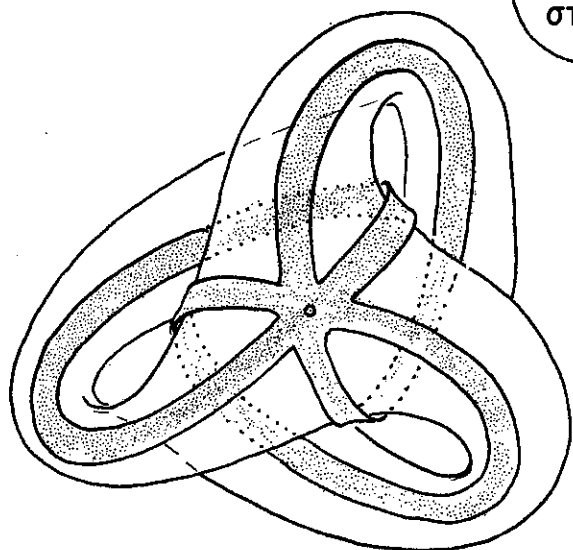
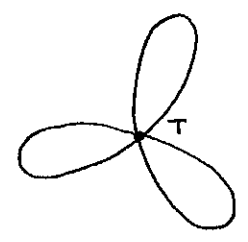
ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΟΥ ΜΠΟΥ ΜΕ ΤΗΝ ΑΡΧΙΚΗ ΛΩΡΙΔΑ ΤΟΥ ΜΟΜΠΙΟΥΣ



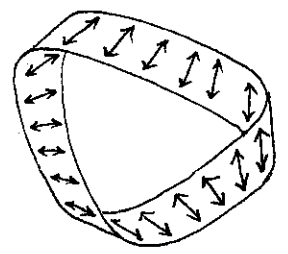
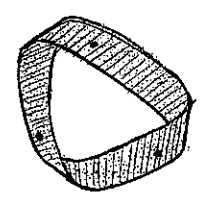
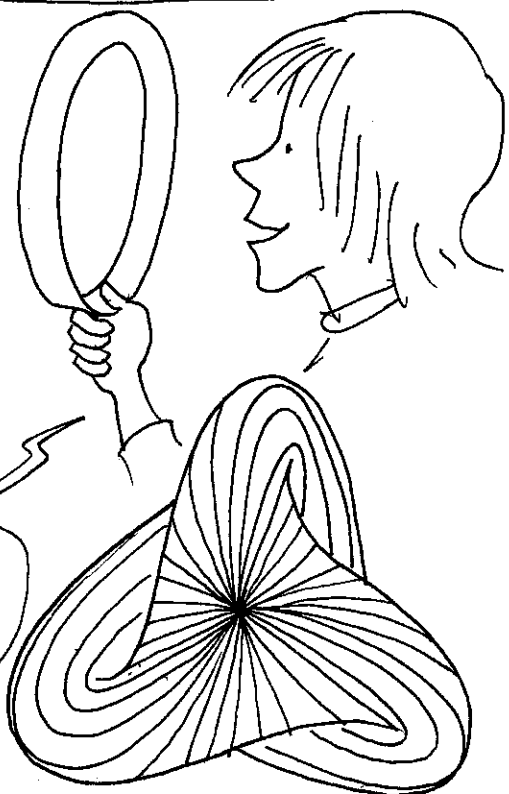
Μεσημβρινός



Με άλλα λόγια,
πρέπει να ενώσεις τα
ελεύθερα καλάμια μιας λω-
ρίδας Μόμπιους με εκείνα
στον "πάτο του καλαθιού"

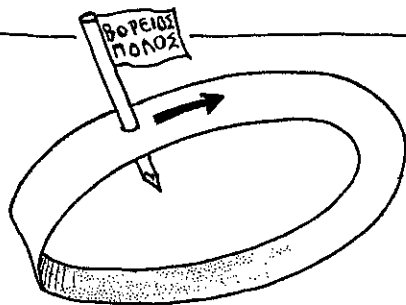


Οι **ΓΕΙΤΟΝΙΕΣ** των
"μεσημβρινών" είναι λωρίδες του
Μόμπιους με μισή στροφή.

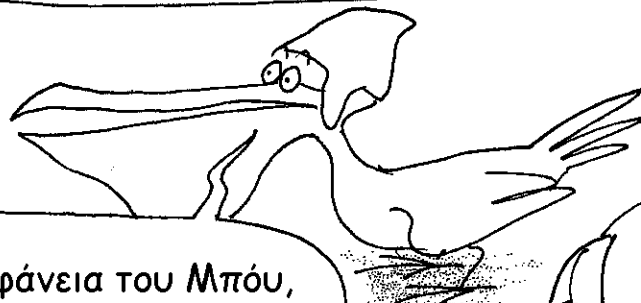


• ΤΟ ΠΡΩΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΟΥ ΜΠΟΥ, ΜΕ ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ* ΤΟΥ ΑΠΟ "ΜΕΣΗΜΒΡΙΝΟΥΣ" + "ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ" ΔΗΜΙΟΥΡΓΗΘΗΚΕ ΣΤΗ ΦΑΝΤΑΣΙΑ ΤΟΥ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ. ΕΝΑ ΟΜΟΡΦΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΗΚΕ ΤΟΤΕ ΑΠΟ ΤΟ ΓΛΥΠΤΗ ΜΑΞ ΣΟΖΕ ΤΟ ΟΠΟΙΟ ΕΚΤΕΙΘΕΤΑΙ ΣΤΗΝ "ΑΙΘΟΥΣΑ π " ΣΤΟ ΠΑΛΑΤΙ ΤΗΣ ΑΝΑΚΑΛΥΨΗΣ, ΣΤΟ ΠΑΡΙΣΙ.
Η Βιεννέζικη

Περπατήσαμε πάνω σε μια απο αυτές τις λωρίδες,
αφήνοντας το "ΒΟΡΕΙΟ ΠΟΛΟ" και ψάχνοντας για τον "ΝΟΤΙΟ".



Και καταλήξαμε,
όπως όλοι καταλάβαμε, στο σημείο που
βρίσκεται η σημαία του Πέρι!



Μα, αν όντως περπατήσαμε πάνω σε μια επιφάνεια του Μπού,
πως και δεν εντοπίσαμε την περιοχή της αυτο-τομής?

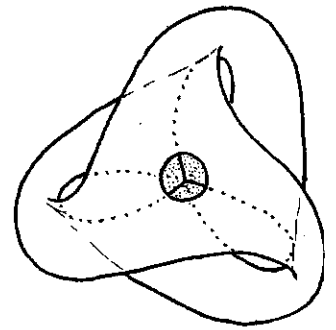
Να θυμάσαι πως αυτή η
ΕΙΚΟΝΑ αυτο-τομής,
είναι αποτέλεσμα της βύθισης της
ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΟΥ ΜΠΟΥΪ
μέσα στον **ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟ**
ΧΩΡΟ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ.
Στην πραγματικότητα, η επιφάνεια του
ΜΠΟΥΪ και το μπουκάλι του ΚΛΑΪΝ
ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΣΑΝ ΑΝΤΙ-
ΚΕΙΜΕΝΑ 2 ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ,
ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΑΠΟ ΤΟ
ΧΩΡΟ ΣΤΟΝ ΟΠΟΙΟ
ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΟΝΤΑΙ.

Ορίστε μια καλή μέθοδος
για να ξεχάσεις την ιδέα
της αυτο-τομής.

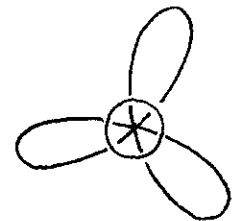
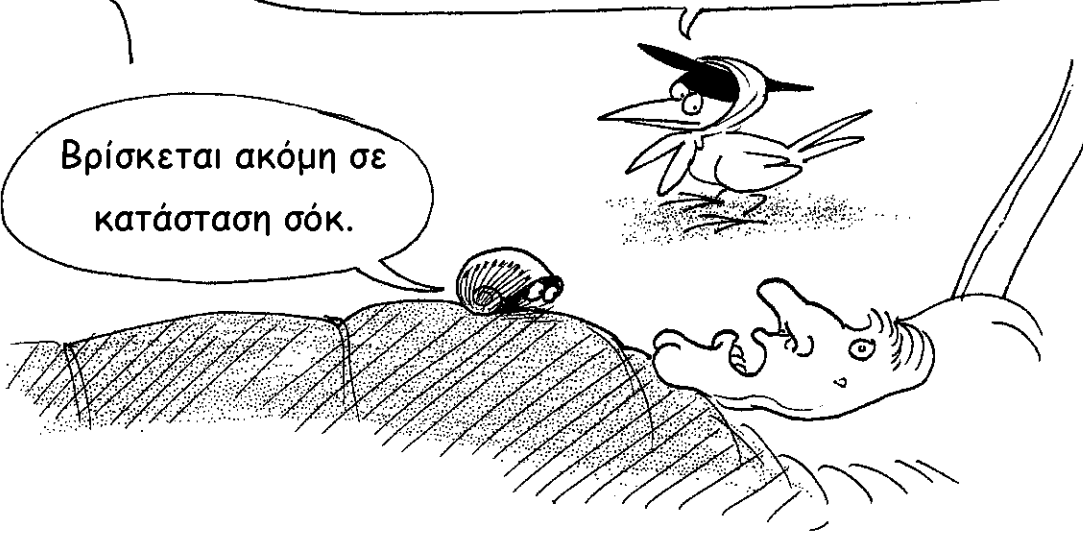
Ένα πράγμα είναι σίγουρο: Ο πλανήτης είναι μια επιφάνεια του Μπού και έχει μόνο ένα πόλο.

Πάντως δε θέλω να είμαι εγώ αυτός που θα το ανακοινώσει στον καημένο κύριο Αμούνσεν

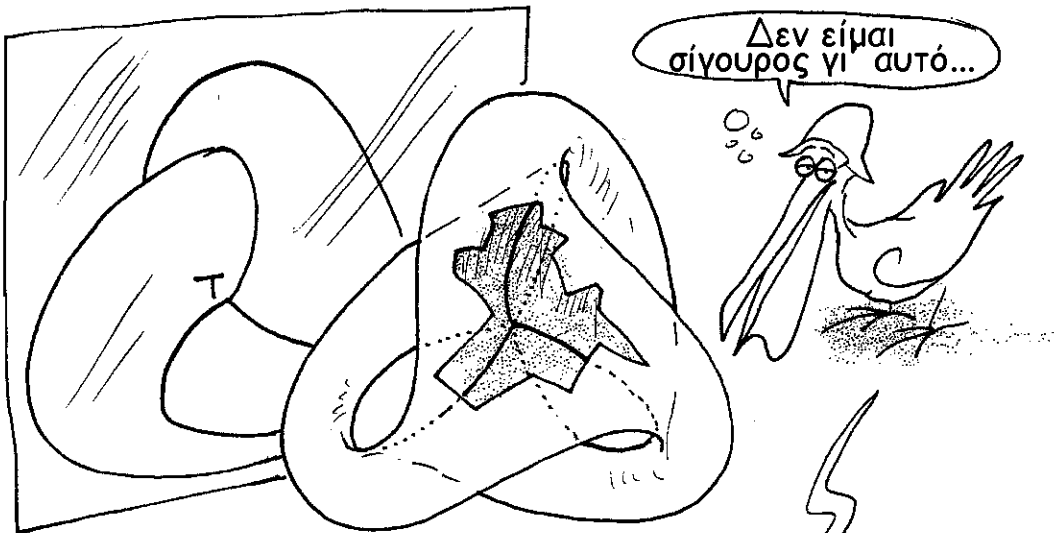
Βρίσκεται ακόμη σε κατάσταση σόκ.



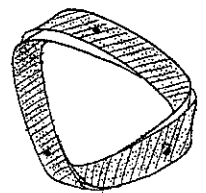
ΛΩΡΙΔΑ ΤΟΥ ΜΟΜΠΙΟΥΣ ΜΕ ΜΙΑ ΚΥΚΛΙΚΗ ΑΚΡΗ



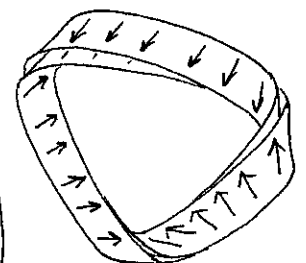
Ο ΚΥΒΟΣ ΤΟΥ ΜΠΟΥ



Δεν είμαι σίγουρος γι' αυτό...



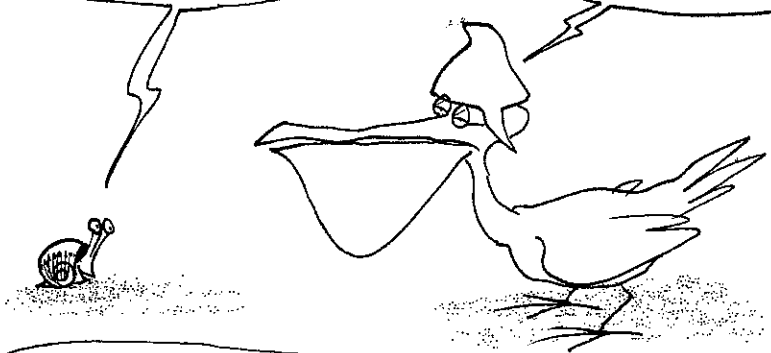
Μπορεί να σας φαίνεται λίγο τρελό, όμως πρέπει να παραδεχτώ πως, ακόμη και με τα σχέδια, τα αντιπροσωπευτικά δείγματα και όλες τις διάφορες απόψεις, ακόμη δεν έχω κατανοήσει την επιφάνεια του Μπού...



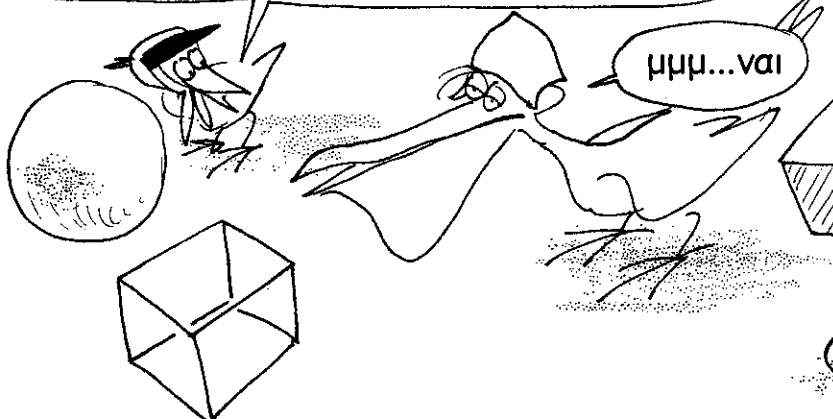
Δυσκολεύεσαι να καταλάβεις την Τοπολογία του?

Την...εεε...ναι... μαλλον αυτό θα είναι.

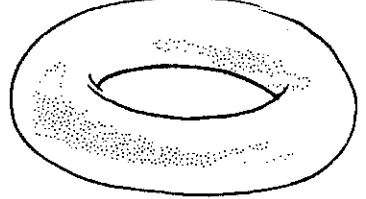
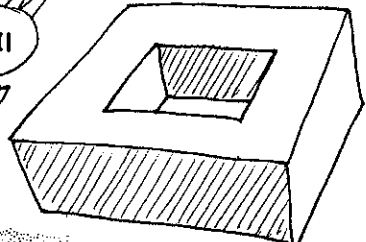
Περίμενε, Λεόν, βρήκα κάτι που μπορεί να σε βοηθήσει



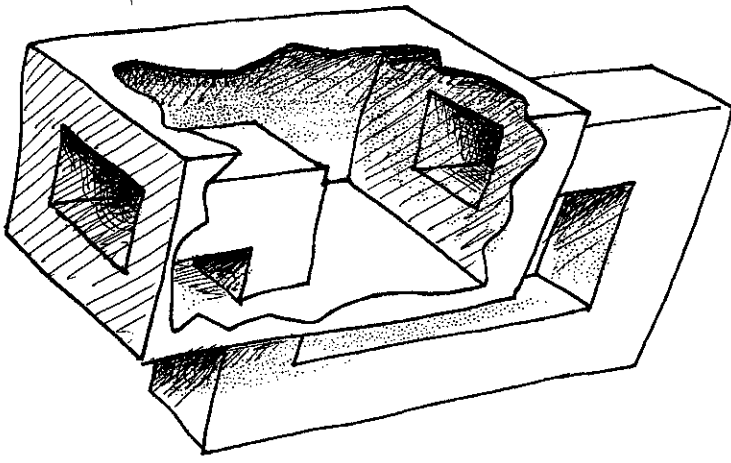
Λεόν, μια σφαίρα και ένας κύβος είναι το ίδιο πράγμα! Η ίδια τοπολογία, η ίδια χαρακτηριστική των Όιλερ-Πουανκαρέ, η ίδια συνολική καμπυλότητα.



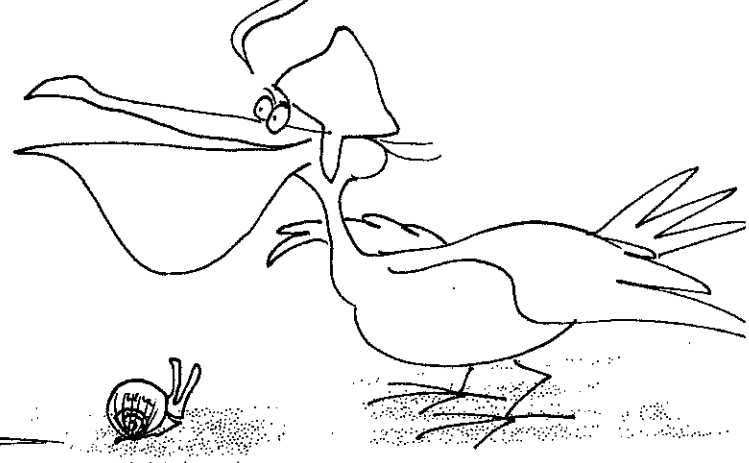
μμ...ναι



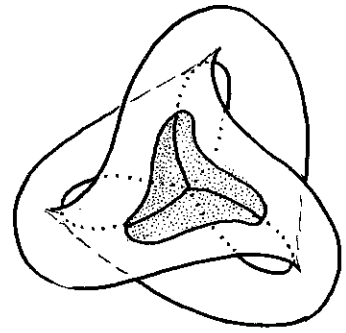
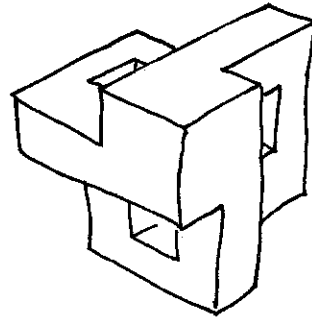
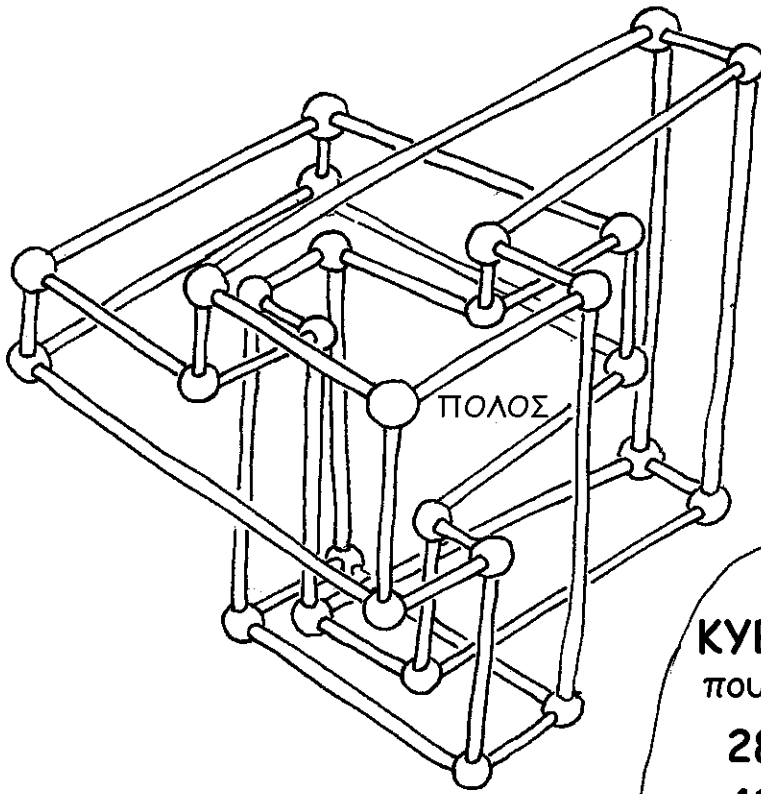
Και αυτός είναι ένας ΤΟΡΟΣ



Άρα αυτό είναι ένας ΚΥΒΟΣ του ΚΛΑΪΝ?



Ακριβώς!



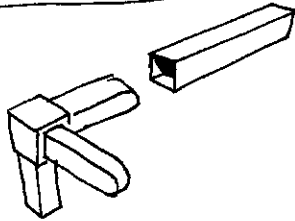
Και ορίστε ένας
ΚΥΒΟΣ του ΜΠΟΥΪ
που κατασκεύασα εγώ:

28 κορυφές

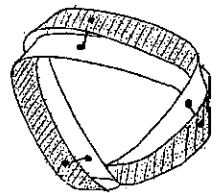
43 γωνίες

16 πλευρές

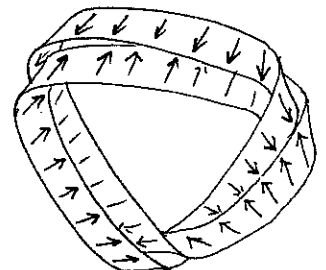
$x = 28 - 43 + 16 = 1$

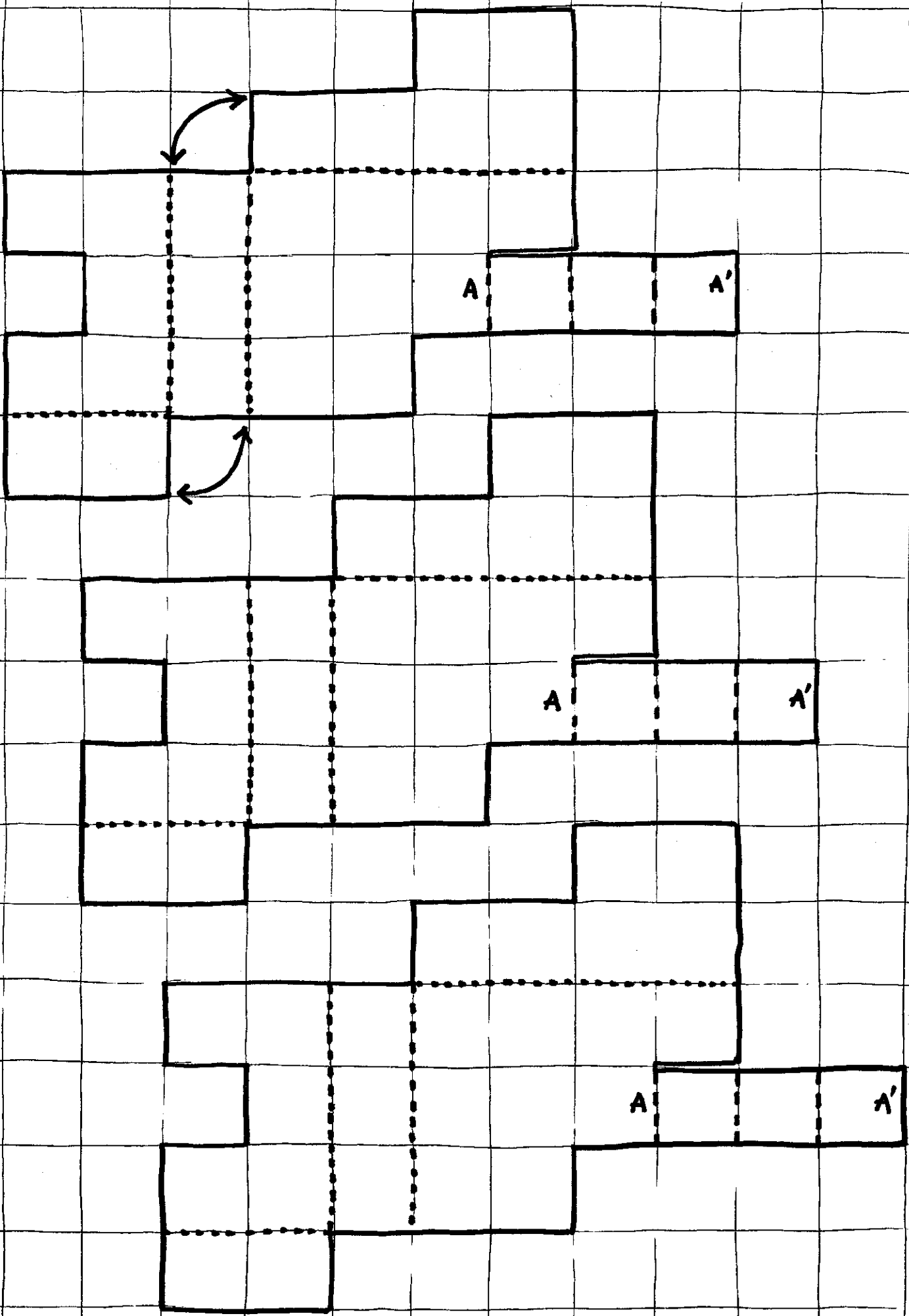


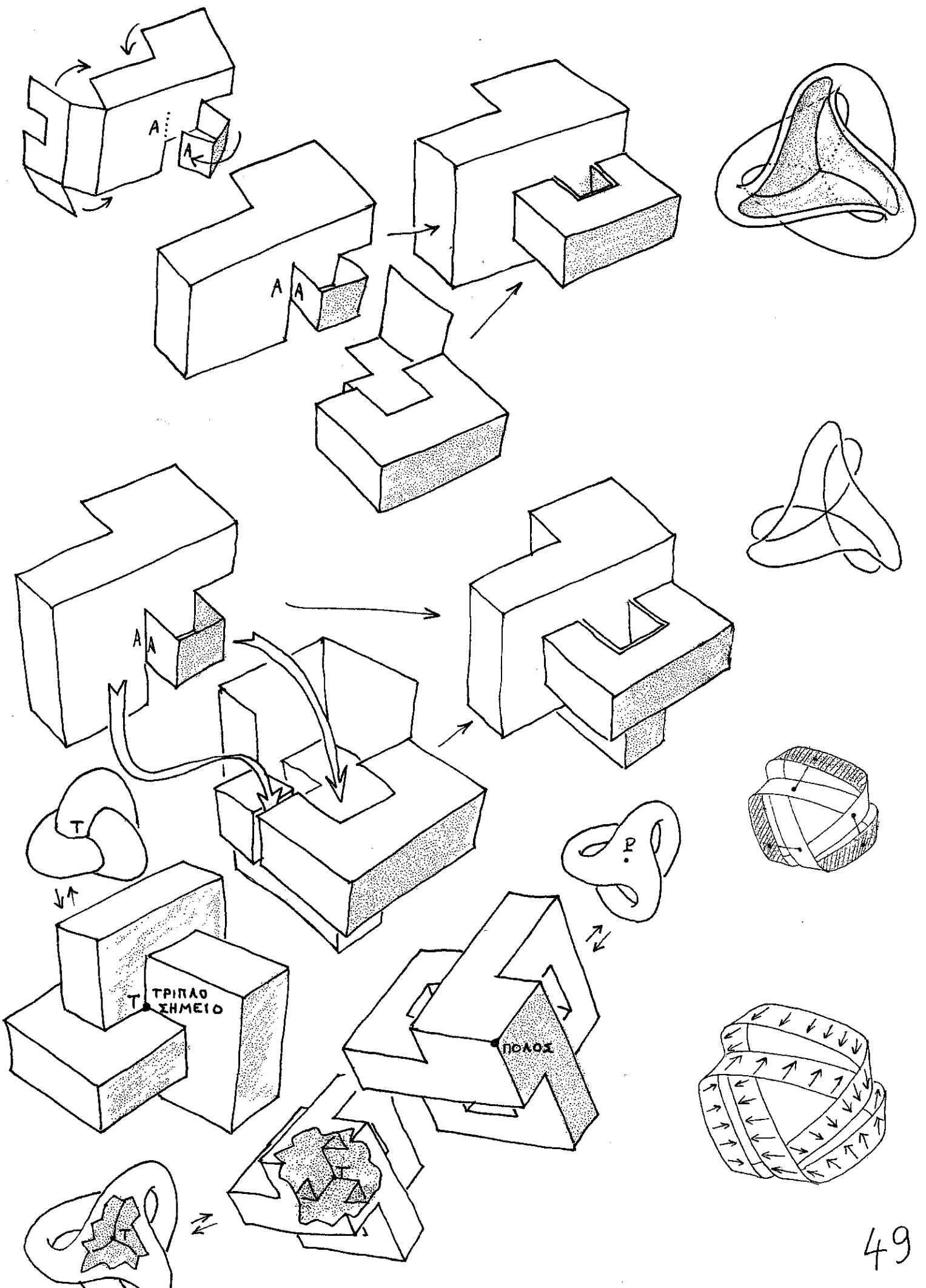
Μπορούμε να κάνουμε ωραία
μοντέλα, χρησιμοποιώντας
στοιχεία του Ρέυνολντς
(τετράγωνοι σωλήνες, που
συγκρατούνται, με κομμάτια
απο πλαστικές γωνίες).



Στην σελίδα που ακολουθεί,
θα βρεις σχέδια που μπορείς να
κόψεις, έτσι ώστε να
κατασκευάσεις τον δικό σου
ΚΥΒΟ του ΜΠΟΥΪ



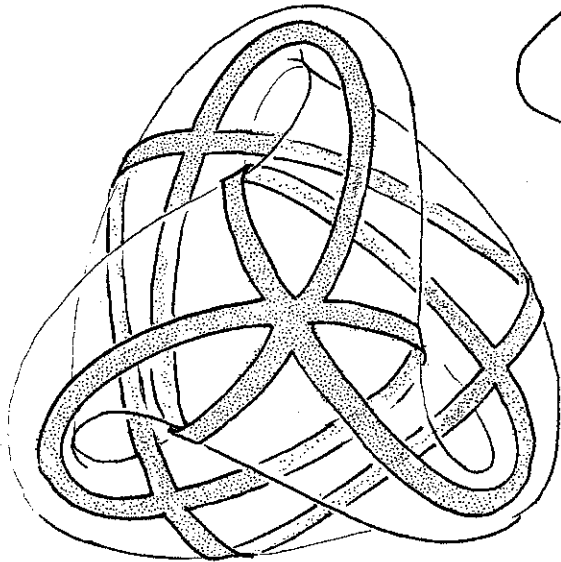




ΚΑΛΥΨΕΙΣ

Ωστε φτάσαμε στο τέλος της ιστορίας?

Όχι. Υπάρχει μια απρόβλεπτη εξέλιξη...

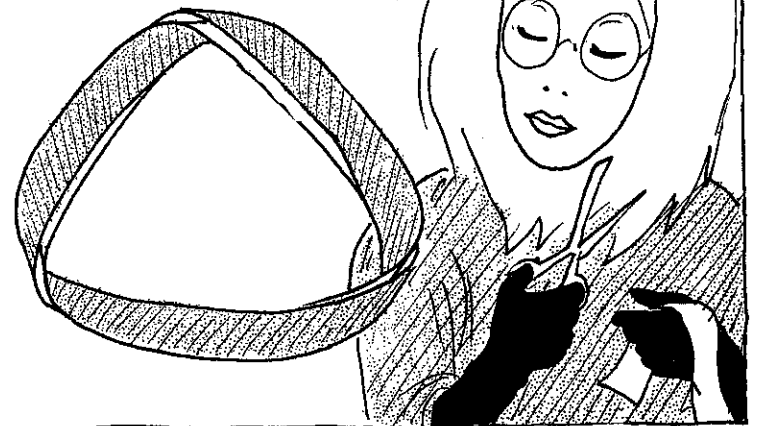
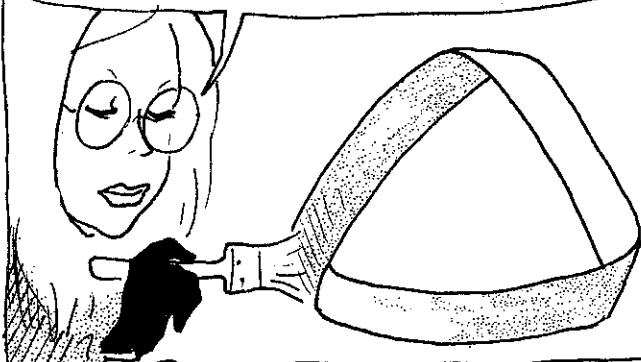


Η ΔΙΦΥΛΛΗ ΚΑΛΥΨΗ ενός ΜΟΝΟΠΛΕΥΡΟΥ, ΜΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΙΜΟΥ αντικειμένου, είναι ΔΙΠΛΕΥΡΗ, ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΙΜΗ και έχει διπλή χαρακτηριστική

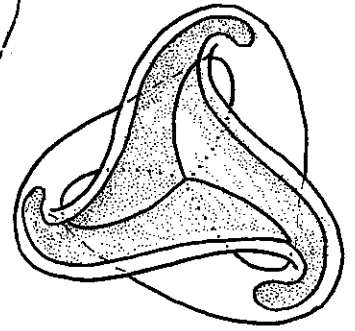
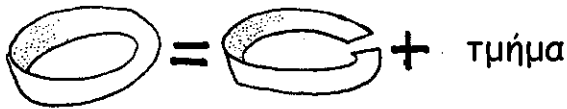
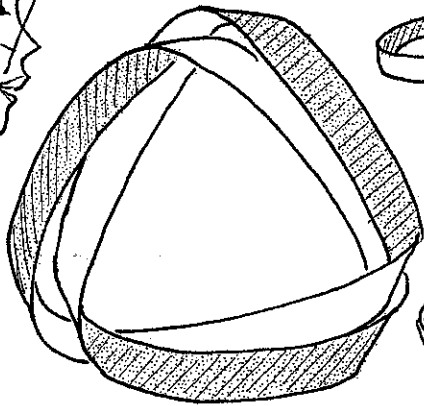
Τι είναι όλες αυτές οι ασυναρτησίες?

Είναι απλό: Πάρε μια λωρίδα του Μόμπιους και κάλυψε με μπογιά τη ΜΟΝΑΔΙΚΗ της πλευρά, μετά αφάιρεσε τη λωρίδα...

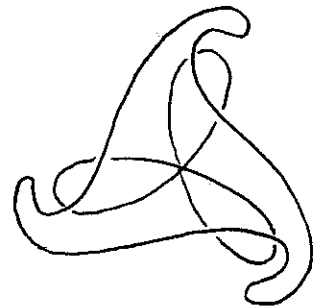
...και απλώς κράτα τη μπογιά!



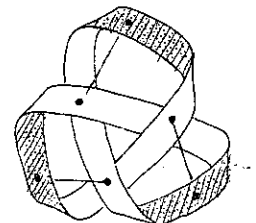
Αυτή η καινούρια λωρίδα, κλειστή στον εαυτό της, έχει δύο πλευρές γιατί είχε έρθει σε επαφή με τη λωρίδα του Μόμπιους. Μπορείς να δεις τις εικόνες, στην ακολουθία Γ :



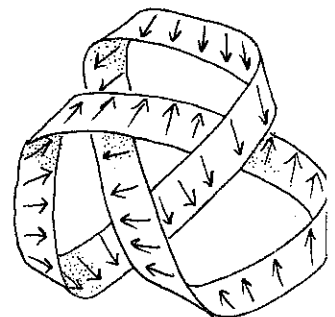
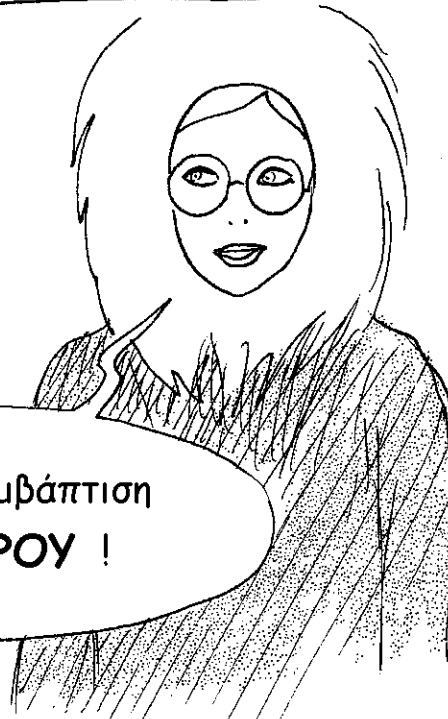
Και η χαρακτηριστική της και αυτή της λωρίδας του Μόμπιους είναι μηδέν.



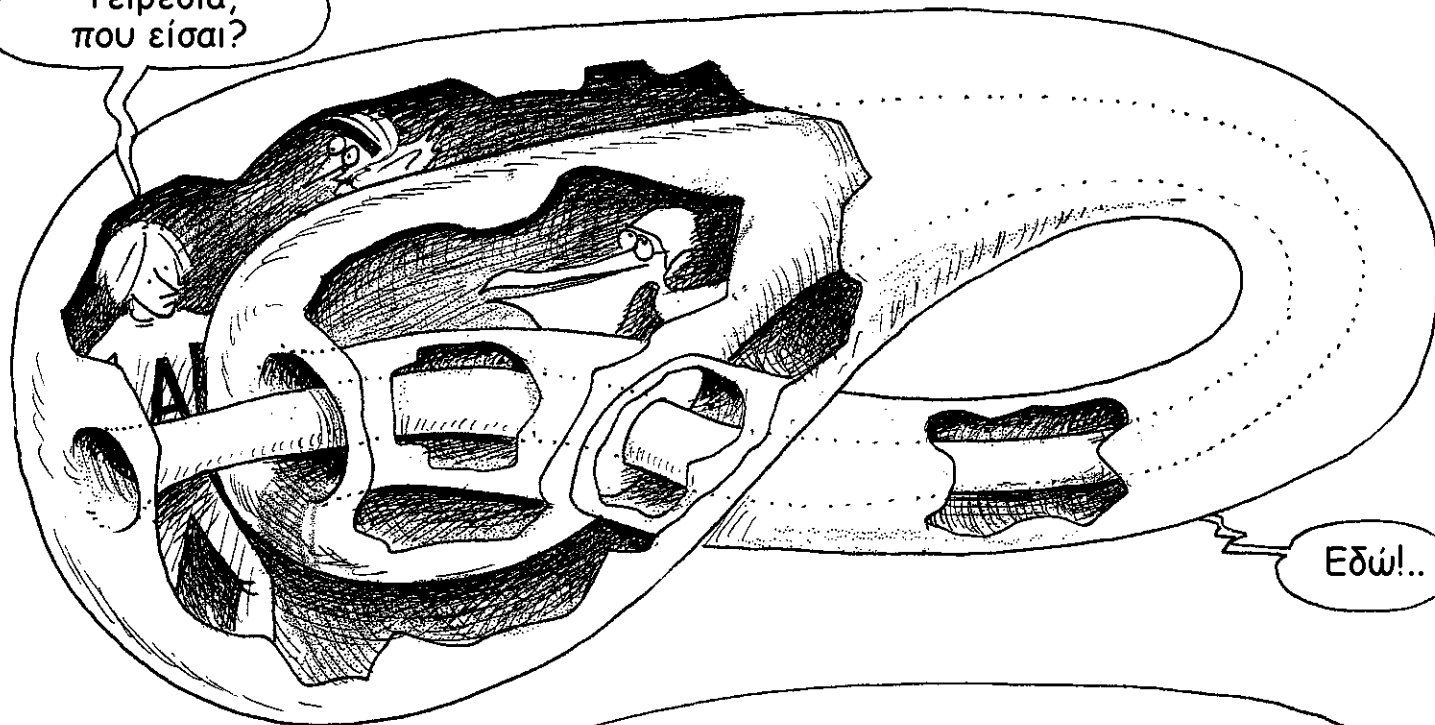
Κοίτα...αν βάψω...ένα **ΜΠΟΥΚΑΛΙ ΤΟΥ ΚΛΑΪΝ** πάνω στη **ΜΟΝΑΔΙΚΗ** του **ΠΛΕΥΡΑ** και μετά αφαιρέσω το μπουκάλι και αφήσω τη μπογιά, θα έχω μια **ΚΛΕΙΣΤΗ, ΟΜΑΛΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ** με **ΔΥΟ ΠΛΕΥΡΕΣ** και χαρακτηριστική των Όιλερ-Πουανκαρέ, ίση με **$2 \times 0 = \text{ΜΗΔΕΝ}$**



Δηλαδή, η εμφάπτιση ενός **ΤΟΡΟΥ** !

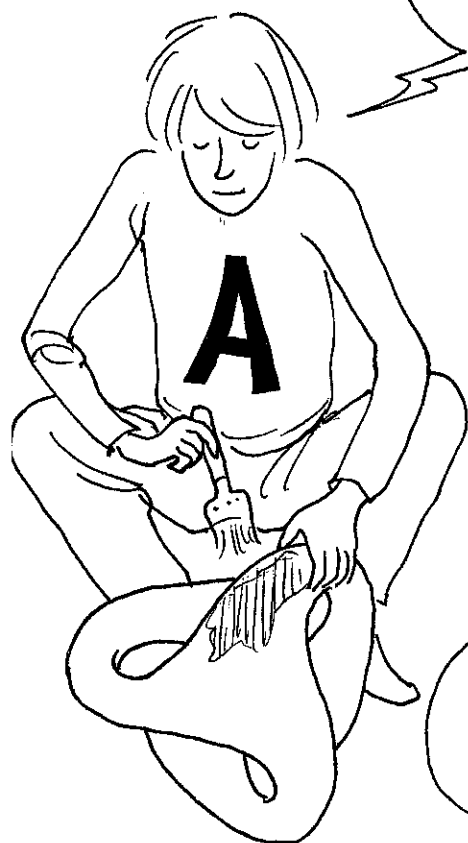


Τειρεσία,
που είσαι?



Εδώ!..

Με τον ίδιο τρόπο, αν πάρω μια επιφάνεια
του Μπού και την καλύψω με μπογιά, μετά αφαιρέσω
την επιφάνεια και κρατήσω την μπογιά, θα έχω μια
ΚΛΕΙΣΤΗ, ΟΜΑΛΗ επιφάνεια με **ΔΥΟ ΠΛΕΥΡΕΣ**
και χαρακτηριστική των Όιλερ-Πουανκαρέ
ίση με $2 \times 1 = 2$

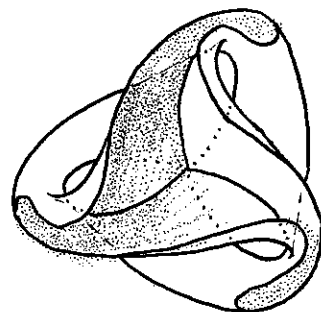


...με άλλα λόγια, η
**ΕΜΒΑΠΤΙΣΗ ΤΗΣ
ΣΦΑΙΡΑΣ!**



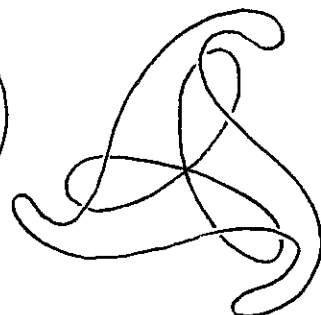
Μπορώ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ

να "ξεδιπλώσω" αυτή τη παράξενη
σφαίρα και να τη μετατρέψω σε μια
"κανονική" σφαίρα?

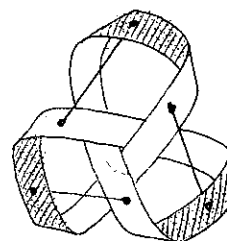


Με ΤΡΑΒΕΡΣΙΝΗ ,

κανένα πρόβλημα. Και το ίδιο
ισχύει και για τον ΤΟΡΟ

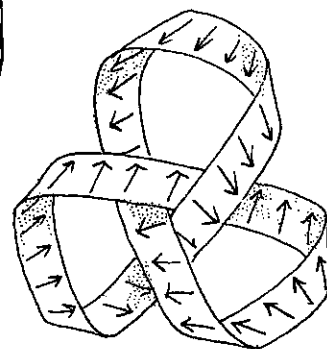


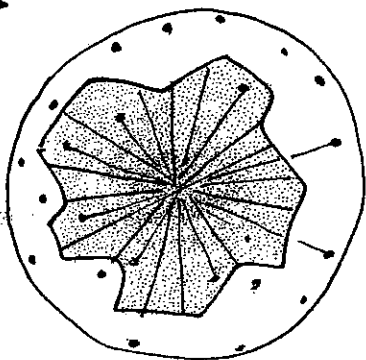
Για να δούμε και αντίστροφα:
Ας υποθέσουμε πως θέλω να
"ξαναδιπλώσω" μια σφαίρα
χωρίς πτυχές!



ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
ΛΩΡΙΔΩΝ ΠΟΥ
ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΝΟΝΤΑΙ

Θα χρειαστείς λίγο
ΣΥΡΡΙΚΝΟΣΟΛ





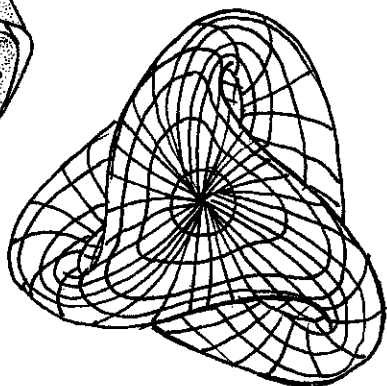
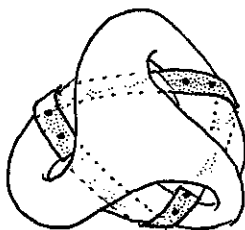
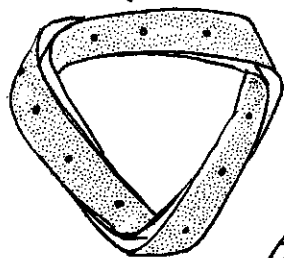
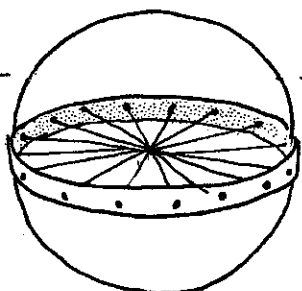
Αρχίζουμε, ενώνοντας κάθε σημείο της σφαίρας με τον **ΑΝΤΙΠΟΔΑ** της, με τη βοήθεια χορδών που έχουμε πρώτα βρέξει με **ΣΥΡΡΙΚΝΟΣΟΛ**



Αυτές οι χορδές, συστέλονται μέχρι το μήκος τους να είναι μηδενικό, ενώ η επιφάνεια της σφαίρας παραμένει συνεχής. **ΣΥΝΔΕΟΥΜΕ** το κάθε σημείο με τον **ΑΝΤΙΠΟΔΑ** του.

Μα, όλα αυτά θα τα δείτε σε ένα άλλο άλμπουμ, με θέμα το **ΓΥΡΙΣΜΑ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ ΑΠΟ ΜΕΣΑ ΠΡΟΣ ΤΑ ΕΞΩ**. Στο μεταξύ, η σειρά εικόνων στην ταινία **Γ**, δείχνει πως ο **ΙΣΗΜΕΡΙΝΟΣ** της ΣΦΑΙΡΑΣ, διπλώνει μέσα στον εαυτό του και γίνεται ο **ΙΣΗΜΕΡΙΝΟΣ** του **ΜΠΟΥΪ**. Τότε, προφανώς, ο **ΒΟΡΕΙΟΣ** πόλος έρχεται δίπλα στο **ΝΟΤΙΟ** πόλο.

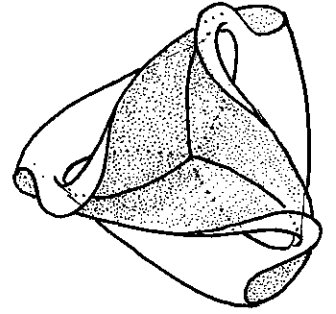
Η Διεύθυνση



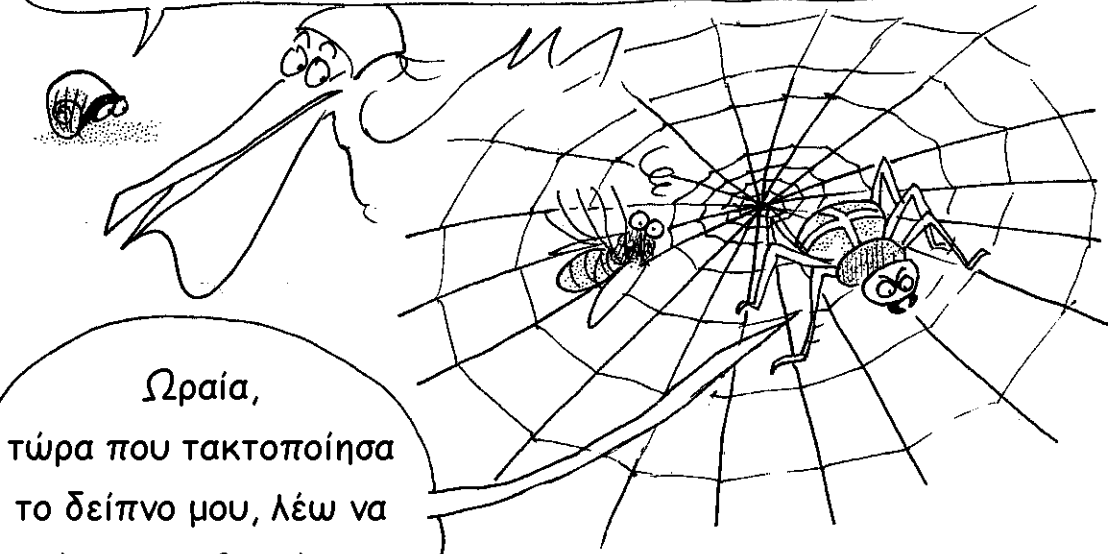
Όλοι οι μεσημβρινοί και οι παράλληλοι της σφαίρας, καλύπτουν ο ένας τον άλλο.



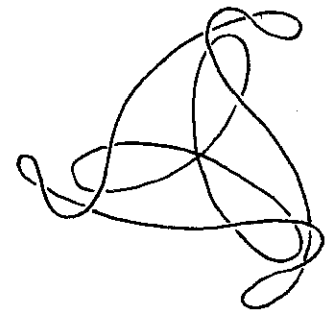
Φαντάσου μια αράχνη που ζεί πάνω σε μια επιφάνεια του ΜΠΟΥΪ και το πλέγμα του ιστού της είναι φτιαγμένο από τις παράλληλες και τους μεσημβρινούς της επιφάνειας. Θα νομίζει πως ζεί... πάνω σε μια σφαίρα!



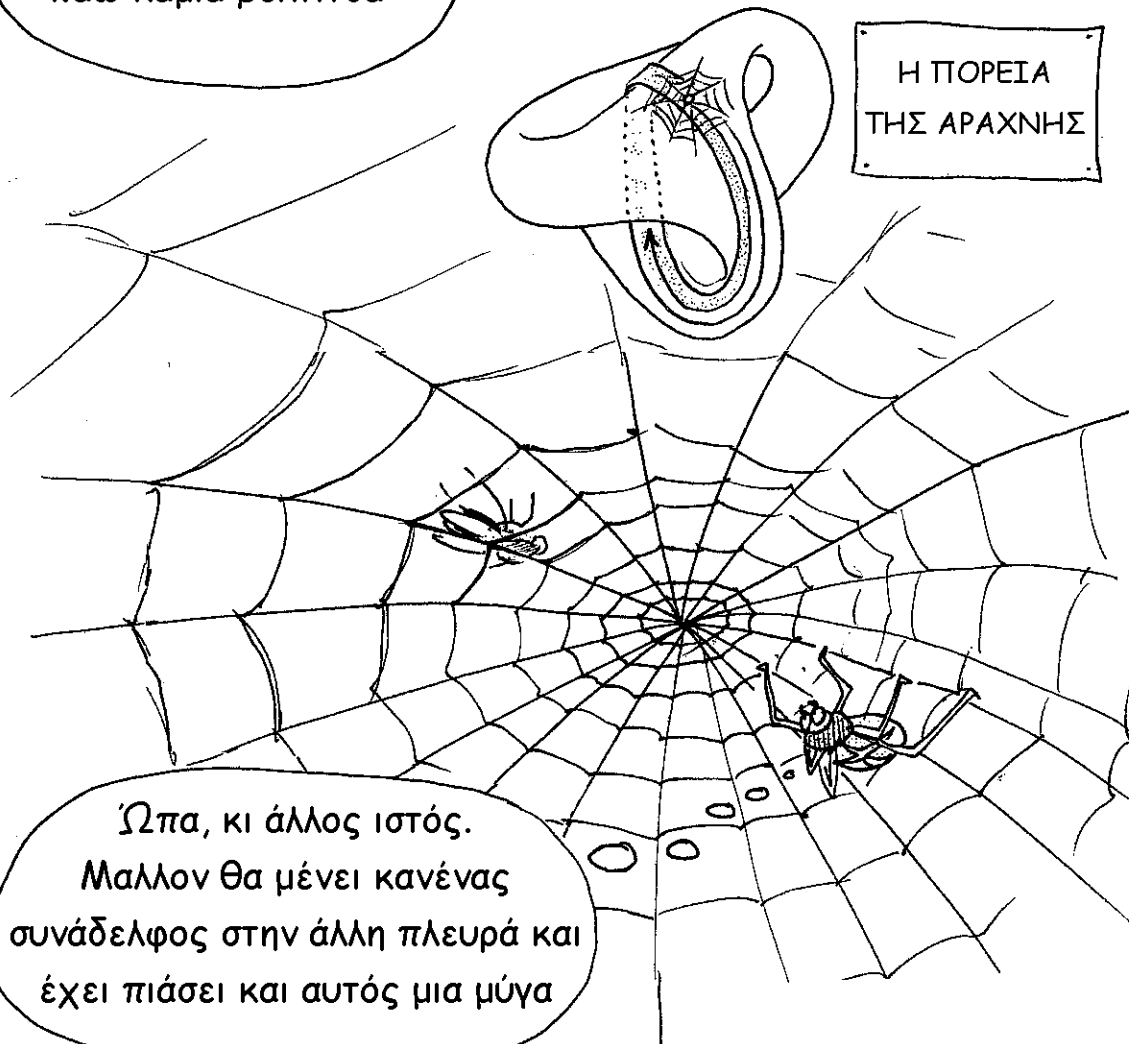
ΚΛΕΙΣΙΜΟ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ "ΤΥΜΠΑΝΩΝ"



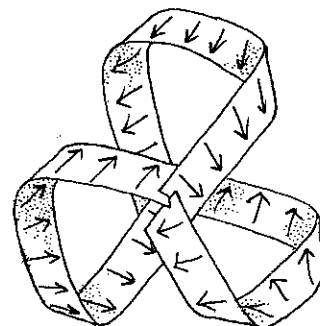
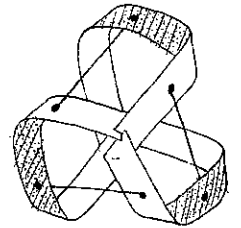
Ωραία, τώρα που τακτοποίησα το δείπνο μου, λέω να πάω καμια βολτίτσα



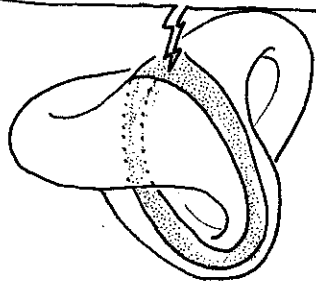
Η ΠΟΡΕΙΑ ΤΗΣ ΑΡΑΧΝΗΣ



Ωπα, κι άλλος ιστός. Μαλλον θα μένει κανένας συνάδελφος στην άλλη πλευρά και έχει πιάσει και αυτός μια μύγα

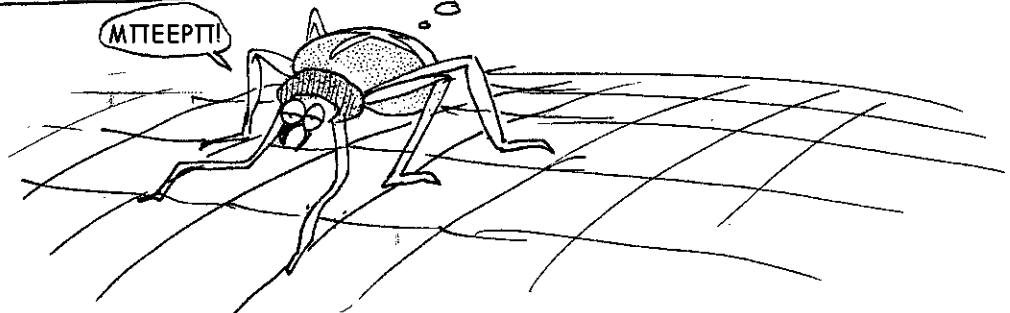


Δεν κοιτάζει κανείς?
Καλώς...θα φάω τη μύγα του λοιπόν



ΜΠΤΕΕΡΤΙ!

Ωραία..
πάμε σπίτι τώρα



!

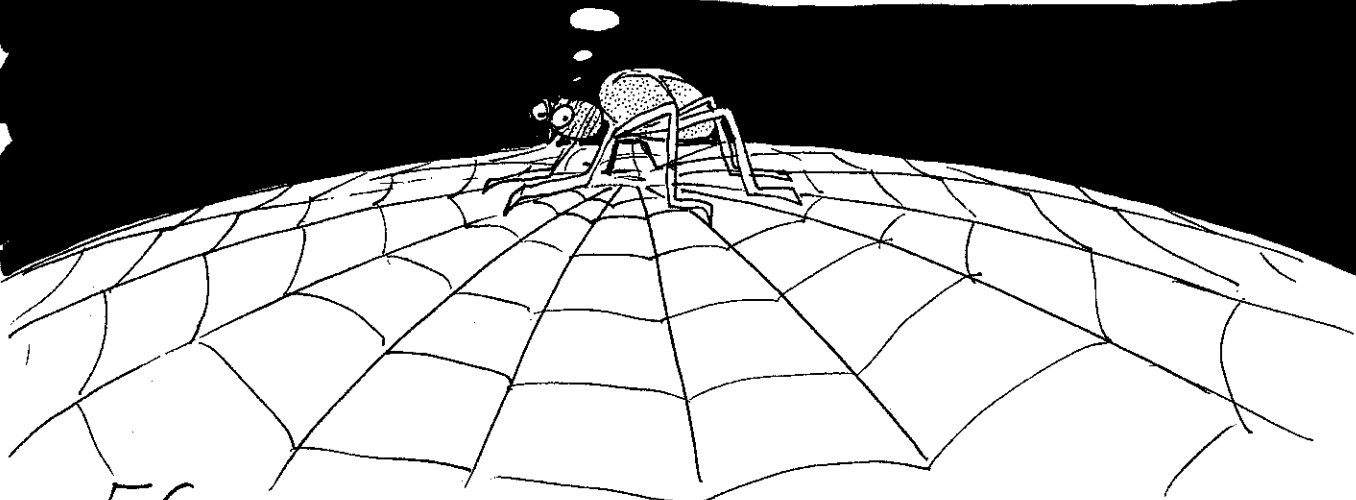
Μα τις χίλιες αλογόμυγες!
Όσο εγώ έλειπα, η άλλη αράχνη ήρθε
εδώ και έφαγε τη μύγα ΜΟΥ!

ΧΑ ΧΑ ΧΑ !



Στην πραγματικότητα,
υπήρχε μόνο μια μύγα και μια αράχνη

Είμαι σε επιφυλακή.
Θα δείς τι θα πάθεις άμα σε πιάσω...



Μα...η ιστορία της
αράχνης...μου έδωσε μια ιδέα.
Βρήκαμε τη λύση για το
πρόβλημα του Αμούνσεν.

Κύριε Αμούνσεν, όλα
τακτοποιήθηκαν! Βρήκαμε
το δικό σας Νότιο πόλο...

Πώς κι έτσι?

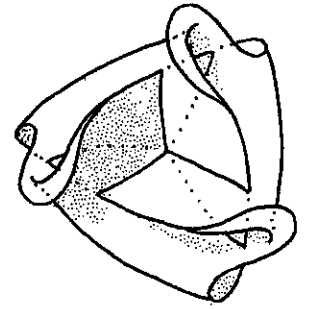
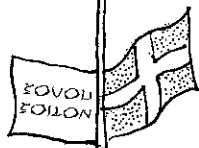
Ααα...

Μπορείτε να
φύγετε τώρα, όμως
πάρτε μαζί και αυτό...

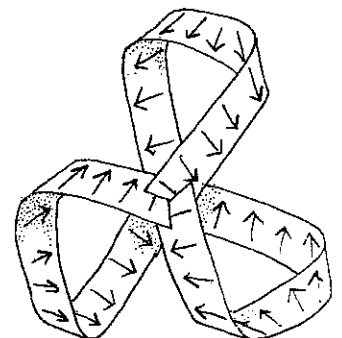
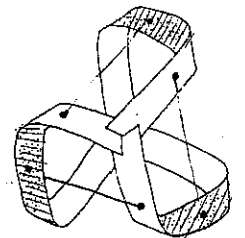
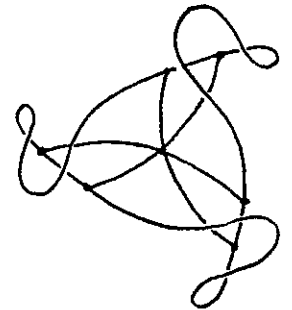
...και
ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΤΕ
το κάτω!

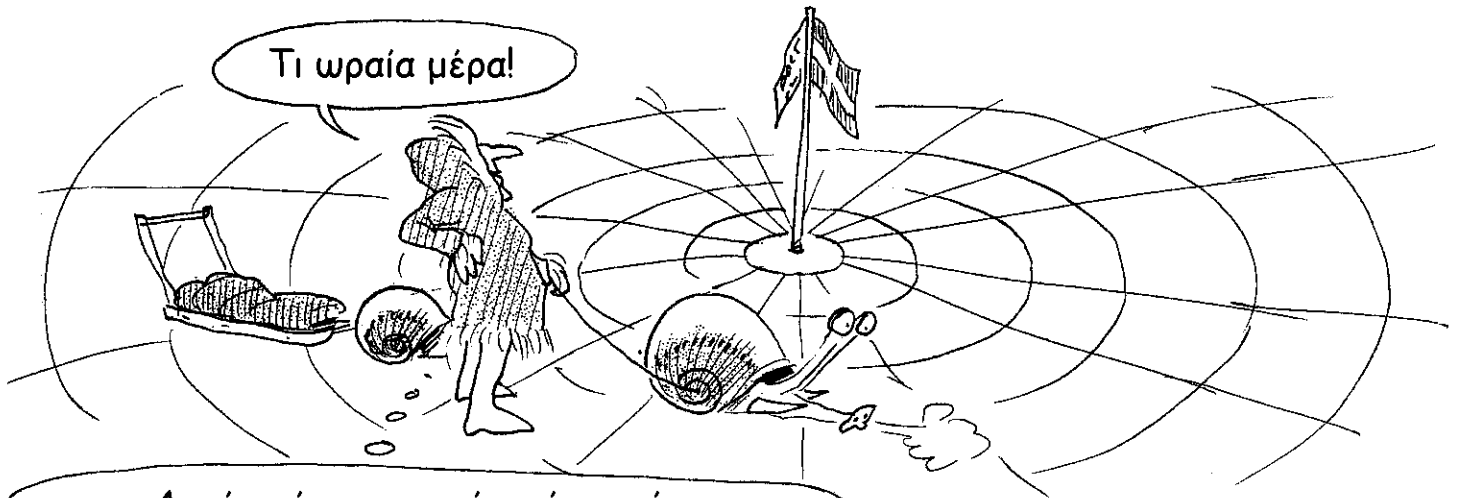
Το ίδιο έδωσαν
και στον Πέρι.

ΚΑΙ ΕΤΣΙ ΟΛΑ
ΤΑΚΤΟΠΟΙΗΘΗΚΑΝ...



ΕΜΦΑΝΙΣΗ
"ΑΥΤΙΩΝ"





Αυτό φαίνεται να είναι ότι πρέπει



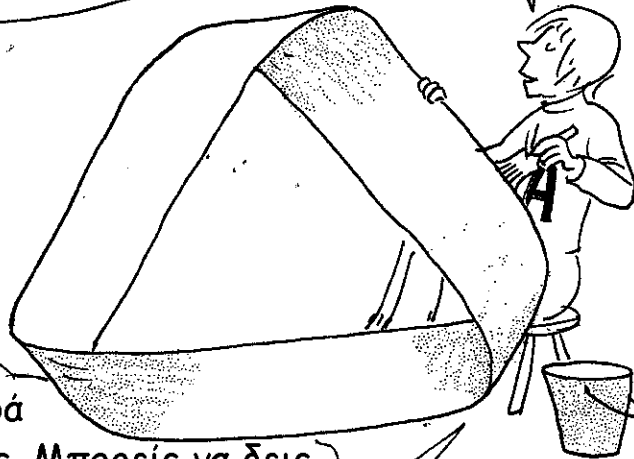
Όπως στα περισσότερα πράγματα, έτσι και με την επιστήμη, κάποιες φορές καλό είναι να μην το παρακάνεις...

...ο κάθε πόλος είναι επιτέλους στη θέση του και οι πόρτες κλειδωμένες...

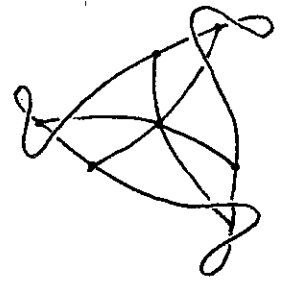
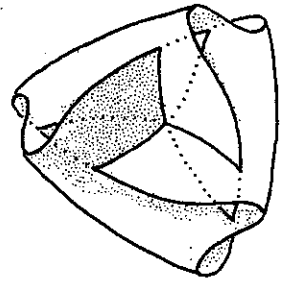
Και εκτός αυτού, αν σκάβαμε κάτω από τον Βόρειο πόλο μπορεί να είχαμε τίποτα περίεργες εκπλήξεις.

Και μπορεί αυτό, να μην άρεσε σε κάποιους

Ωραία, ορίστε που διευθετήθηκε
ένα θέμα. Όμως τι κάνει εκεί
ο Ανσελμ;

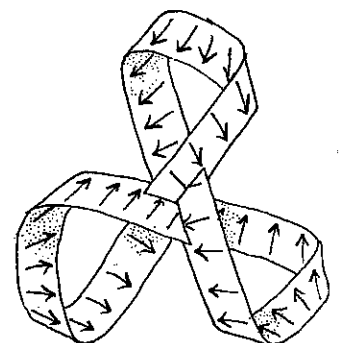
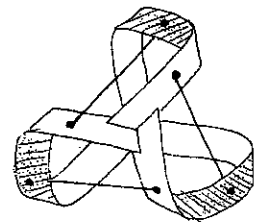
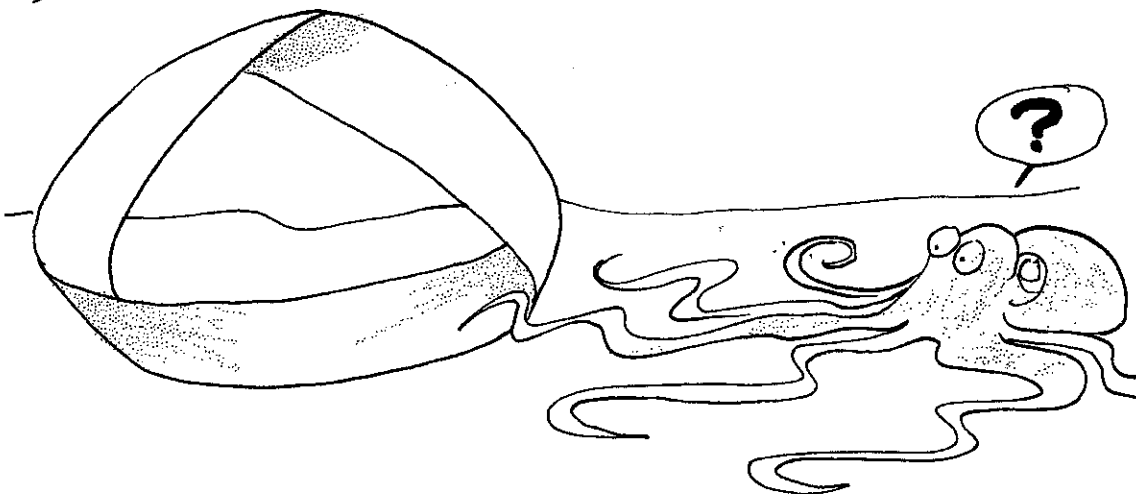


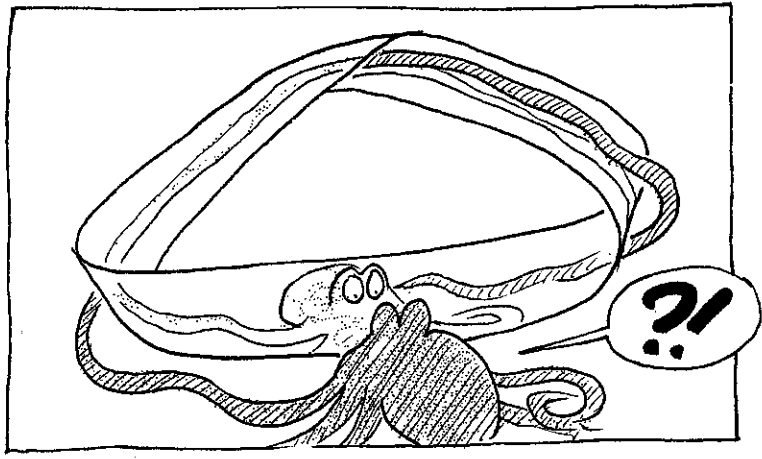
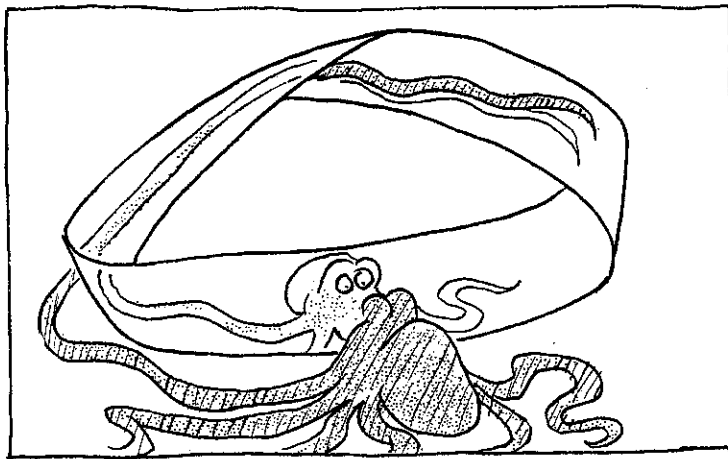
Γνωρίζεις τι είναι ο ελαφρά
επαργυρωμένος καθρέφτης. Μπορείς να δεις
ταυτόχρονα και αντανakλάσεις και μέσα απο αυτόν. Ε, λοιπόν,
ετοιμάζομαι να μεταμορφώσω μια λωρίδα του Μόμπιους
σε ένα τέτοιο καθρέφτη.



ΤΟ ΣΤΑΔΙΟ ΤΟΥ ΚΑΘΡΕΦΤΗ

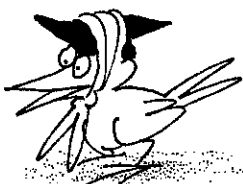
Για να πιάσω χταπόδια



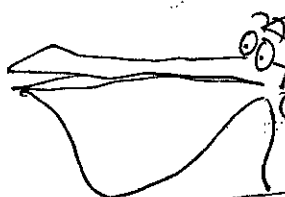


Τι συμβαίνει!?!
Το χταπόδι φαίνεται να έχει ζαλιστεί.

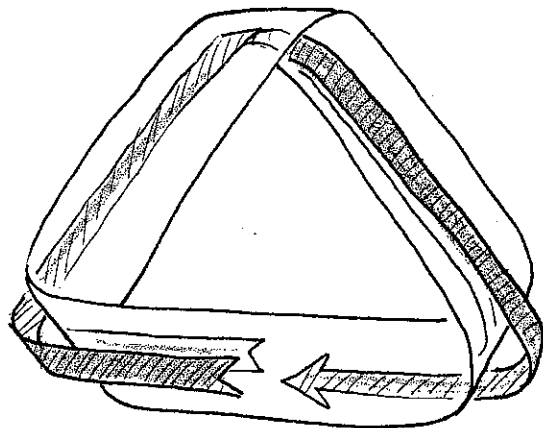
Και δε νοιώθει **ΤΙΠΟΤΑ**
γιατί το αληθινό του χέρι ξύνει την
αντανάκλαση του κεφαλιού του, ενώ η
"αντανάκλαση του χεριού" του, ξύνει
το πραγματικό του κεφάλι!



Ξύνει απεγνωσμένα
το κεφάλι του



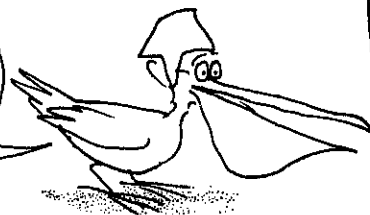
Το καημένο...



Αφου ο καθρέφτης είναι
μονομερής, βάζοντας το χέρι του γύρω απο
αυτόν, καταφέρνει να περάσει απο την
"άλλη πλευρά του καθρέφτη"

Και μιας και ο καθρέφτης είναι
απόλυτα ημιδιαφανής, δεν μπορεί να
το καταλάβει!!!

Φαίνεται να τα έχει
χάσει εντελώς!



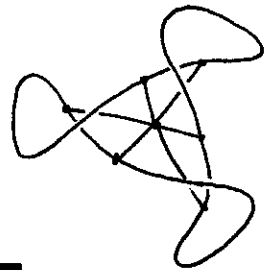
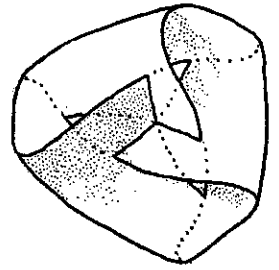
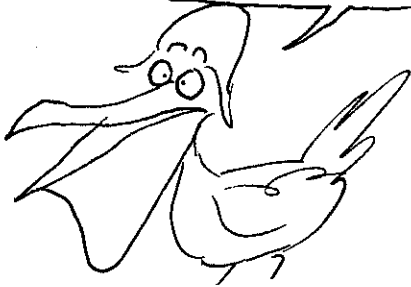
Βάλε τον εαυτό σου
στη θέση του!



Βλέπεις, αν κάποια μέρα τύχει να ξύσεις το αυτί σου
μπροστά απο ένα καθρέφτη και δε νοιώσεις τίποτα,
αυτό σημαίνει πως ο καθρέφτης είναι μονομερής (*!)

Αν μεταμορφώσουμε μια επιφάνεια του ΜΠΟΥ,
σε ημιδιάφανο καθρέφτη, το σύμπαν θα καταρρεύσει
απο την ίδια του την εικόνα

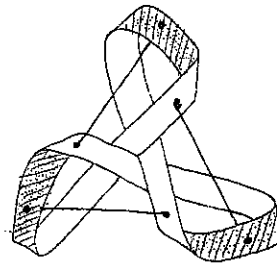
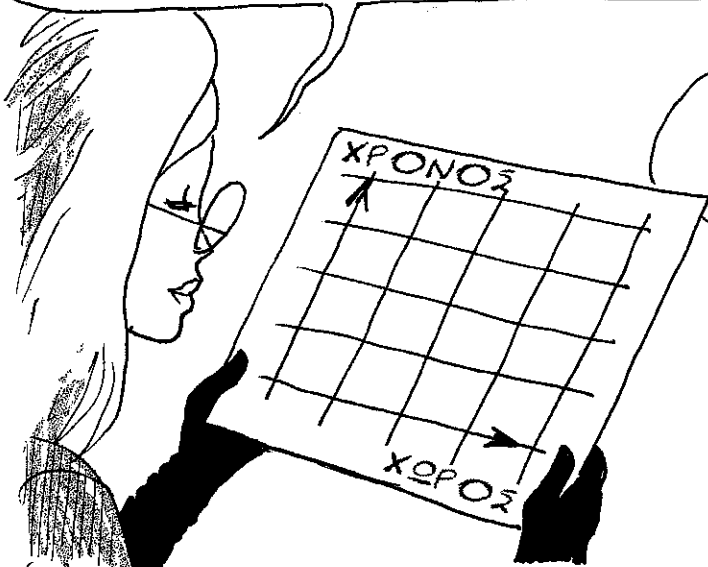
Μα, δε θα ήταν επικίνδυνο κάτι τέτοιο?
Δε ξέρω... Το σύμπαν να έχει καταληφθεί
απο κάποιο είδος λογικής αντιπαράθεσης.
Δε κινδυνεύει να εξαφανιστεί έτσι? (*)



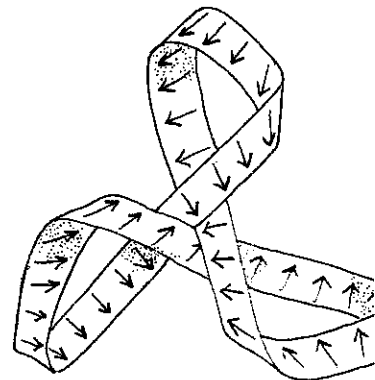
Ο ΧΩΡΟ-ΧΡΟΝΟΣ ΤΡΕΛΑΘΗΚΕ

Μπορούμε να μελετήσουμε την τοπολογία του
χωρο-χρόνου, χρησιμοποιώντας μοντέλα δύο διαστάσεων,
ένα για το χώρο και ένα για το χρόνο.

Αυτό μας δίνει
ένα πλέγμα.

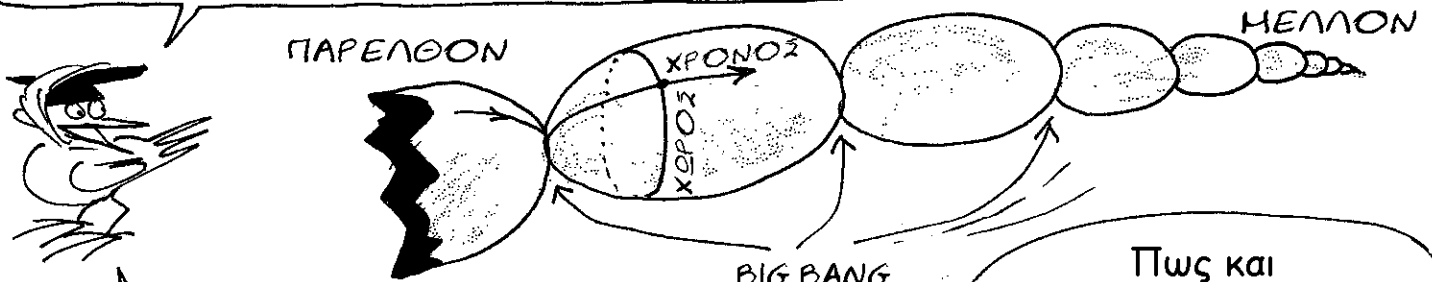


ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ
ΤΡΙΠΛΟΥ
ΣΗΜΕΙΟΥ



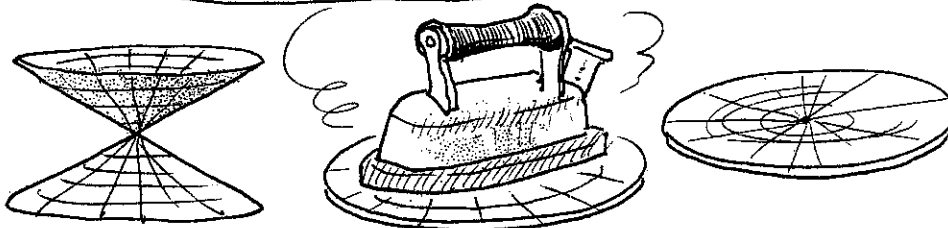
(*) ΚΑΝΕΙΣ ΔΕ ΤΟ ΕΧΕΙ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙ ΠΟΤΕ ΑΥΤΟ

Είδαμε στο **BIG BANG** πως θα μπορούσαμε να αναπαραστήσουμε το μοντέλο **ΚΥΚΛΙΚΟΥ** Σύμπαντος του **ΦΡΙΝΤΜΑΝ**, με την εικόνα μιας άπειρης αλυσίδας απο λουκάνικα, όπου κάθε σημείο ένωσης, είναι μια καινούρια **ΜΕΓΑΛΗ ΕΚΡΗΞΗ**

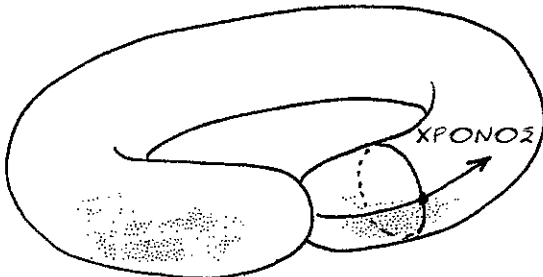


Με κάθε **ΜΕΓΑΛΗ ΕΚΡΗΞΗ** να είναι μια ανωμαλία **ΠΟΛΙΚΟΥ** τύπου

Πως και **ΣΥΝΔΕΟΝΤΑΙ** αυτές οι ανωμαλίες?



Πάρε ένα κώνο και σιδέρωσέ τον.



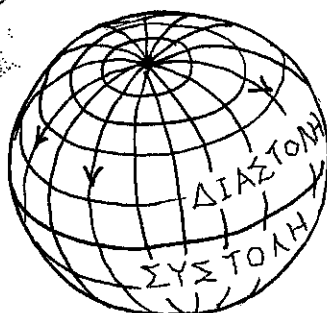
Μπορούμε επίσης να φανταστούμε πως αυτά τα γεγονότα, μπορεί να επαναλυφθούν άπειρες φορές, περίπτωση κατα την οποία θα είχαμε κάτι σαν αυτό...

Ή μπορούμε να υποθέσουμε πως ο **ΧΡΟΝΟΣ** έχει απλώς μια **ΑΡΧΗ** και ένα **ΤΕΛΟΣ**, κάπως έτσι.

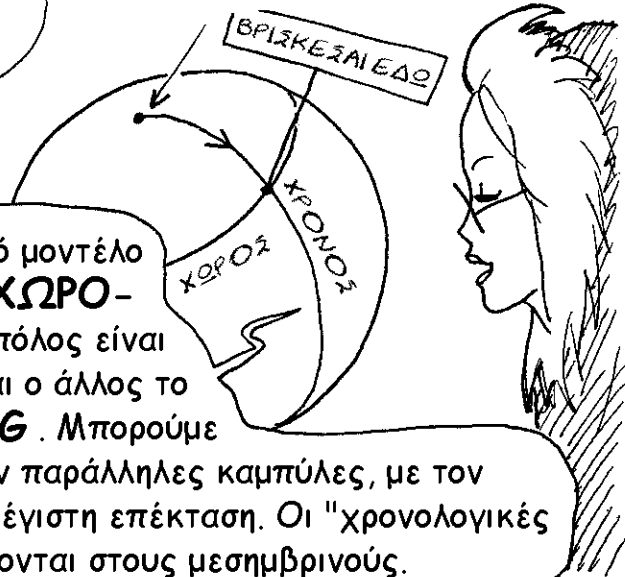
BIG BANG



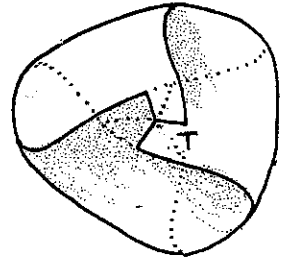
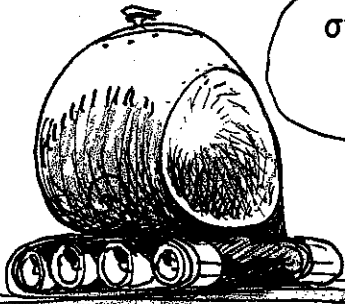
ΧΡΟΝΟΣ



Σε αυτό το κλασσικό μοντέλο **ΣΦΑΙΡΙΚΟΥ ΧΩΡΟ-ΧΡΟΝΟΥ**, ο ένας πόλος είναι το **BIG BANG** και ο άλλος το **ΑΝΤΙ-BIG BANG**. Μπορούμε να δούμε το χώρο σαν παράλληλες καμπύλες, με τον ισημερινό να είναι η μέγιστη επέκταση. Οι "χρονολογικές γραμμές" ανταποκρίνονται στους μεσημβρινούς.

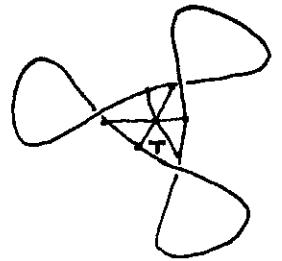


Για να ταξιδέψει κανείς πάνω
 στους μεσημβρινούς του χρόνου, τις
ΓΡΑΜΜΕΣ ΤΟΥ ΣΥΜΨΗΤΑΝΤΟΣ
 δεν υπάρχει τίποτα καλύτερο από
 ένα **ΧΡΟΝΟΣΚΑΦΟΣ**



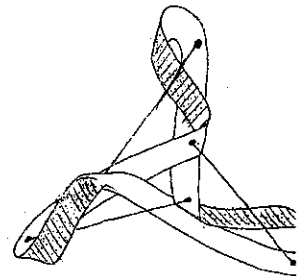
ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ
 ΕΝΟΣ ΤΡΙΠΛΟΥ
 ΣΗΜΕΙΟΥ

Θα μπορούσαμε
 να δανειστούμε μια από αυτές
 τις μηχανές. Δε θα με πείραζε
 να εξερευνήσω λίγο
 το χωρο-χρόνο.

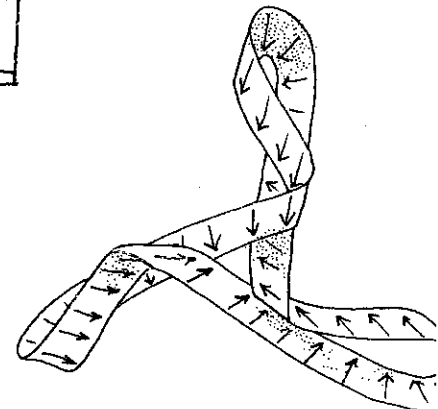
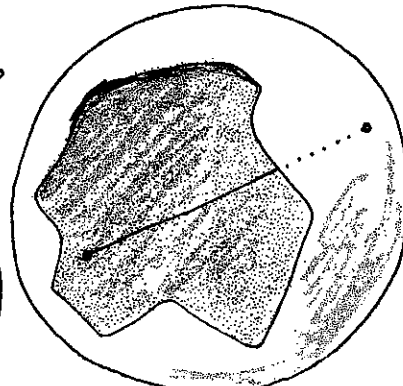


Που είναι ο Λεόν και ο Τειρεσίας?

Εγώ και ο Τειρεσίας
 περάσαμε φανταστικά!



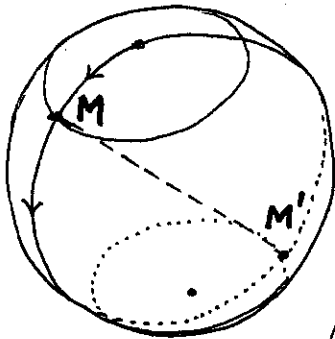
Πήραμε όλα τα σημεία
 αυτού του χωρο-χρόνου και τα
 ενώσαμε στους **ΑΝΤΙΠΟΔΕΣ**
 με σπάγγο...



...έπειτα, βρέξαμε τους σπάγγους με **ΣΥΡΡΙΚΝΟΣΟΛ**.
Ο Τειρεσίας πιστεύει πως θα είναι ένα πολύ ενδιαφέρον πείραμα για τον χωρο-χρονο

Είστε εντελώς τρελοί εσείς οι δύο?
Δε φαντάζεστε τι συνέπειες έχει αυτό!!!

Γιατι? Τι θα συμβεί?



Εξαιτίας του Τειρεσία ο **ΧΩΡΟ-ΧΡΟΝΟΣ** πρόκειται να καταρρεύσει στον εαυτό του. Όλα τα **ΓΕΓΟΝΟΤΑ** που ανταποκρίνονται στην περίοδο **ΕΠΕΚΤΑΣΗΣ**, δηλαδή απο το **BIG BANG** μέχρι το σημείο **ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΕΠΕΚΤΑΣΗΣ** θα συναντηθούν με τα αντίστοιχα γεγονότα της περιόδου, **ΣΥΣΤΟΛΗΣ** λόγω της σύμπτωσης των **ΠΕΡΙΟΧΩΝ ΤΩΝ ΑΝΤΙΠΟΔΩΝ**

Εννοείς πως το **BIG BANG** και το **ΑΝΤΙ-BIG BANG** θα αναμειχθούν?

Αυτό είναι αλλόκοτο πολύ παράξενο και πολύ συμπτωματικό!

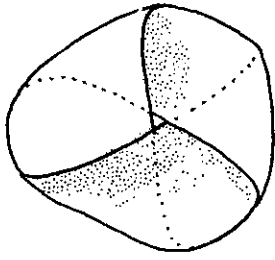
Υποθέτω πως κάποιος το έχει ήδη σκεφτεί όλο αυτό, ε? (*)

Δεν έπρεπε να ακούσω τον Τειρεσία

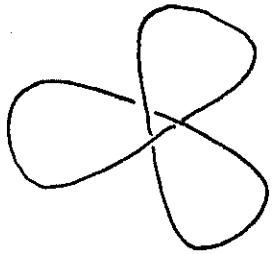


Το φαινόμενο της σύζευξης, θα φέρει τις περιοχές του χωρο-χρονου, αντιμετωπες με τους αντιποδες τους και συνεπώς με **ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΝΤΙΠΑΡΑΘΕΣΗ**

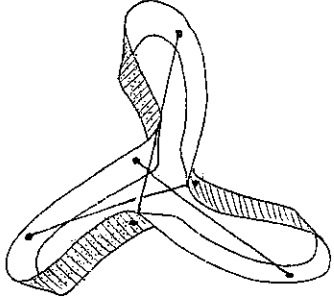
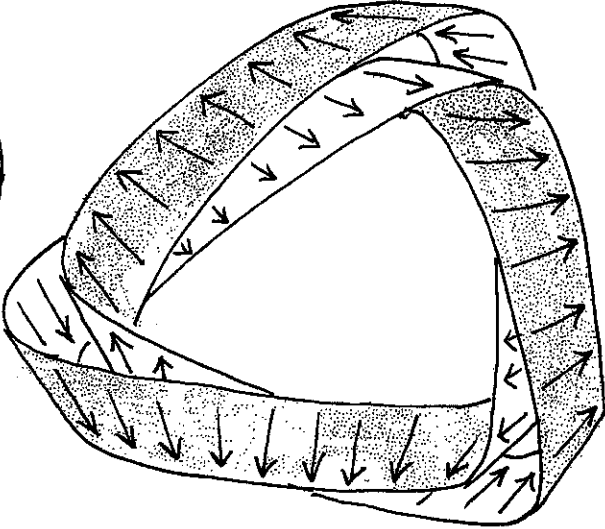
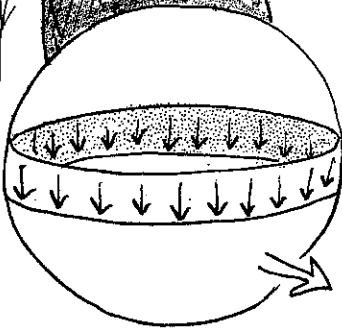
Αδύνατον!



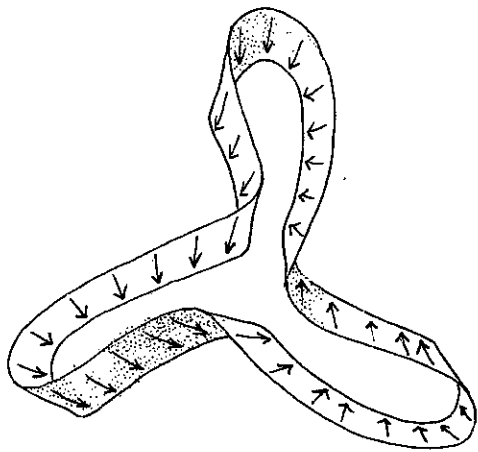
Καθόλου! Πάρε για παράδειγμα την περιοχή δίπλα στον ισημερινό αυτού του σφαιρικού χωρο-χρόνου, η οποία ανταποκρίνεται στην κατάσταση μέγιστης επέκτασης. Μπορούμε να δούμε καθαρά πως διπλώνει στον εαυτό του στην ταινία Δ



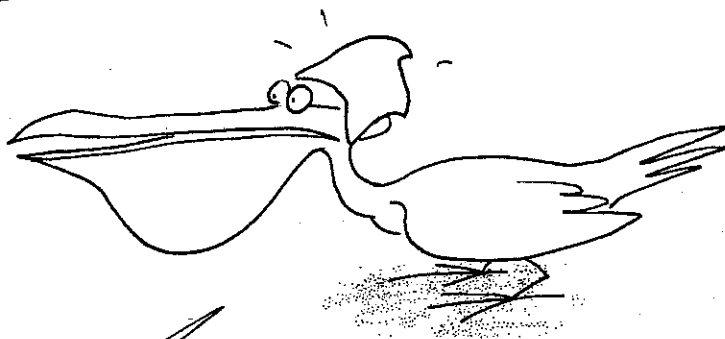
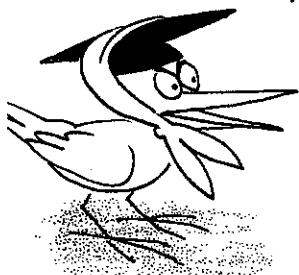
Τα **ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ** του **ΧΡΟΝΟΥ** είναι **ΑΝΤΙΘΕΤΑ**



Θες να πεις πως αυτό που είναι **ΠΑΡΕΛΘΟΝ** για κάποιους, είναι το **ΜΕΛΛΟΝ** για τους **ΑΝΤΙΠΟΔΕΣ** τους?

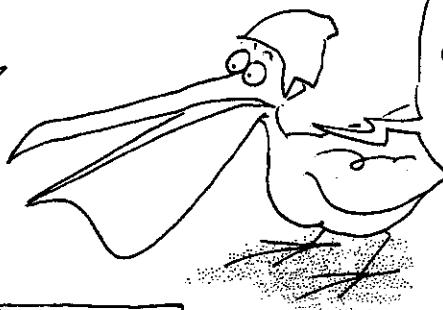


Μπράβο, Λεόν.
Καλά τα κατάφερες...



Θες να πείς ότι αυτό μπορεί να βυθίσει το σύμπαν
σε μια κατάσταση ανυπόφορης αντίφασης?

Φτάσαμε σε μια λογική αδιέξοδο

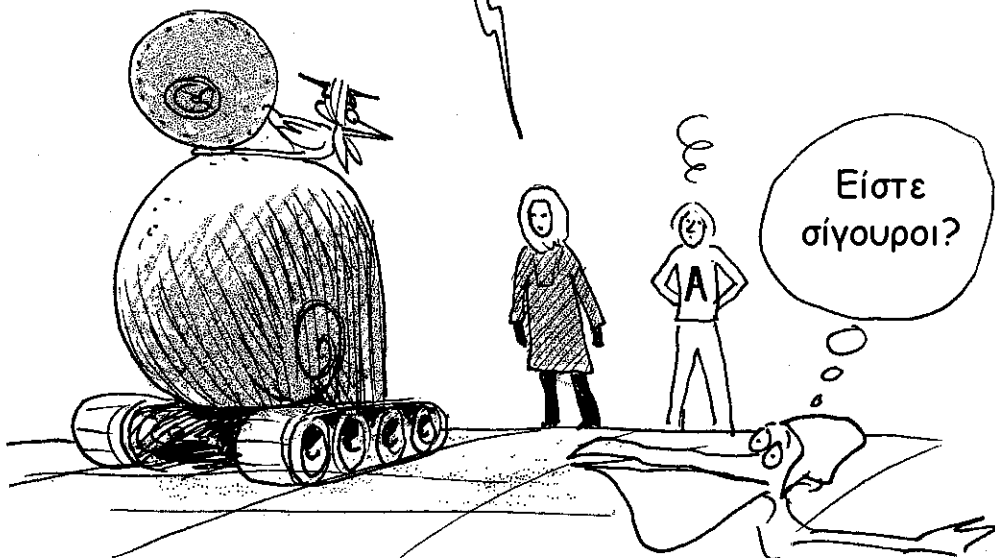


Όταν αρχίσει να επιδρά το
ΣΥΡΡΙΚΝΟΣΟΛ, το σύμπαν θα
διπλώσει στον εαυτό του και θα δούμε το
χρόνο να πηγαίνει πίσω πολύ γρήγορα

Παρεπιπτόντως, που
είναι ο Τειρεσίας?



Ας μπούμε μέσα στο χρονοσκάφος.
Θα προσπαθήσουμε να τον καλέσουμε.

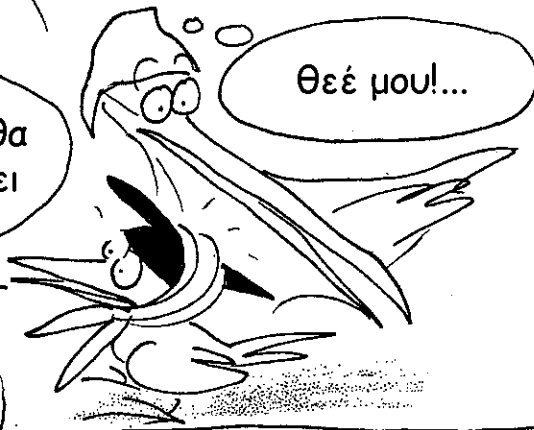




Ναι? Τειρεσία, με ακούς?

Για περίμενε, αφού ο Τειρεσίας έχει γίνει πια **ΑΝΑΧΡΟΝΙΚΟΣ** για εμάς, αν προσπαθήσουμε να επικοινωνήσουμε μαζί του, θα γνωρίζει ήδη αυτά που θα πούμε

Ακόμη χειρότερα, στον **ΔΙΚΟ** του **ΧΡΟΝΟ**, θα είναι εκείνος που θα μεταδίδει αυτό το μήνυμα!!



Θεέ μου!...

Αν, παρ' όλα αυτά, τον συναντήσουμε, θα είναι ακόμη πιο δύσκολα τα πράγματα!



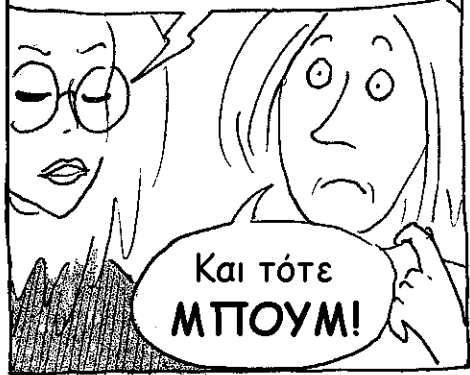
Γιαζι?

Ο Φέυνμαν, πίστευε πως η αντιύλη ζει σε χρόνο αντίστροφο!



Και ο αββάς ΛΕΜΑΙΤΡ (*) πίστευε πως η αντιύλη ήταν ύλη που μπορούσες να τη δεις **ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ!** (*)

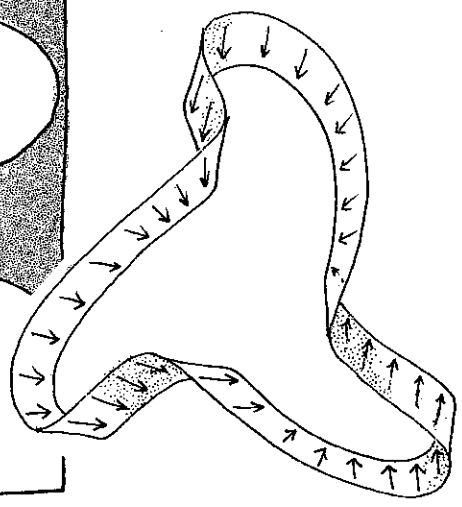
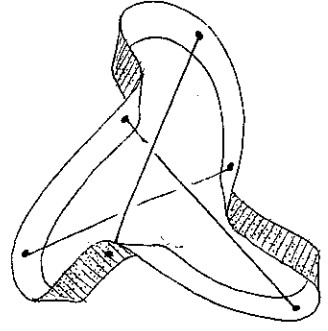
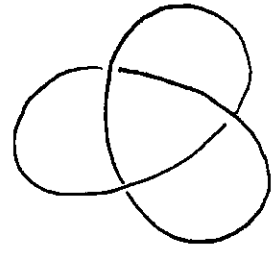
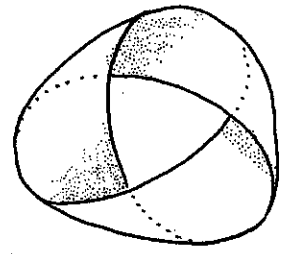
Αν είχαμε την κακή τύχη να συναντήσουμε τον Τειρεσία θα είχε γίνει ένας **ΑΝΤΙ-ΤΕΙΡΕΣΙΑΣ**



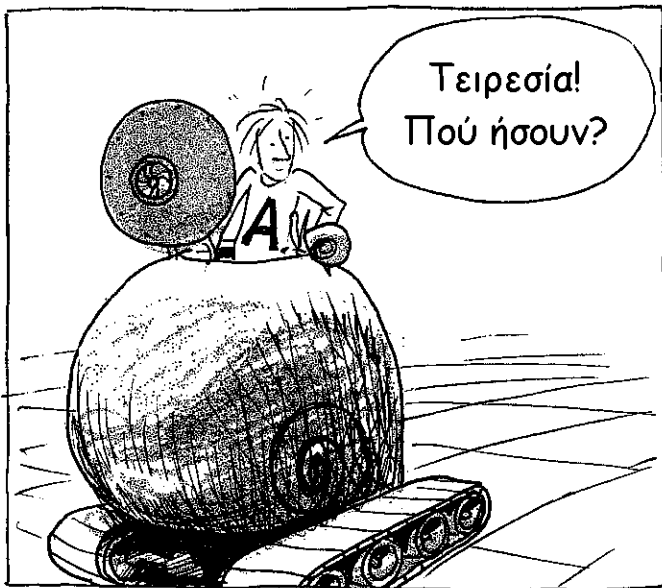
Και τότε **ΜΠΟΥΜ!**



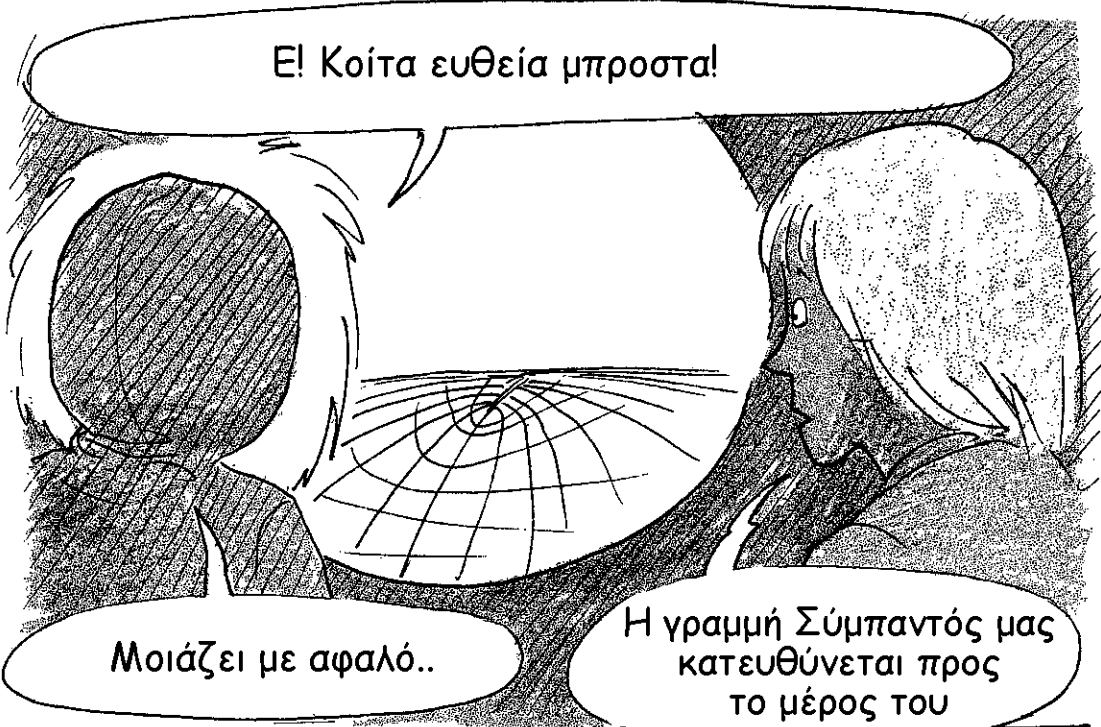
Τι εννοείς, **ΜΠΟΥΜ?**



(*) Δες το **BIG BANG**

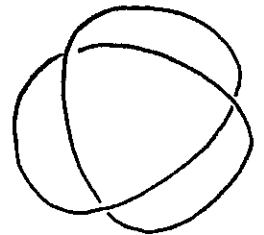
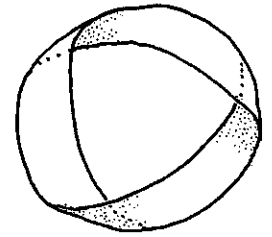


Ε! Κοίτα ευθεία μπροστα!

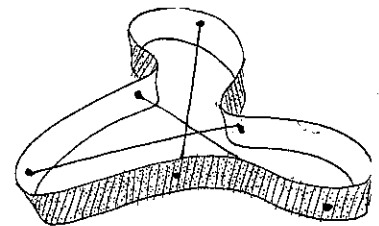
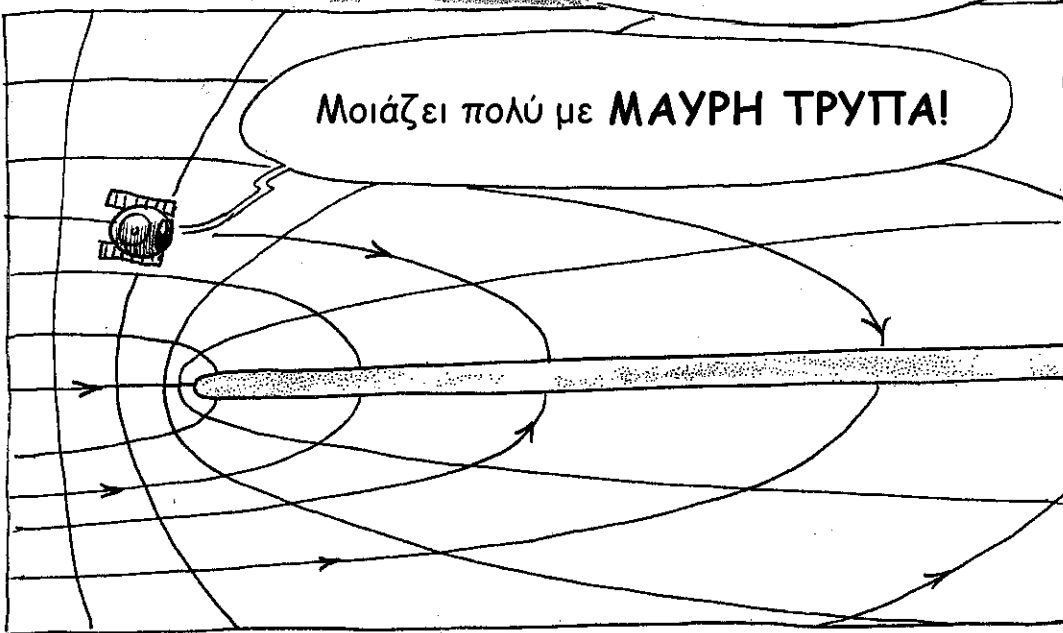


Μοιάζει με αφαλό..

Η γραμμή Σύμπαντός μας
κατευθύνεται προς
το μέρος του

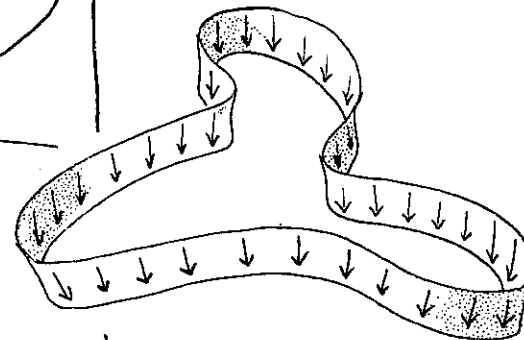


Μοιάζει πολύ με **ΜΑΥΡΗ ΤΡΥΠΑ!**

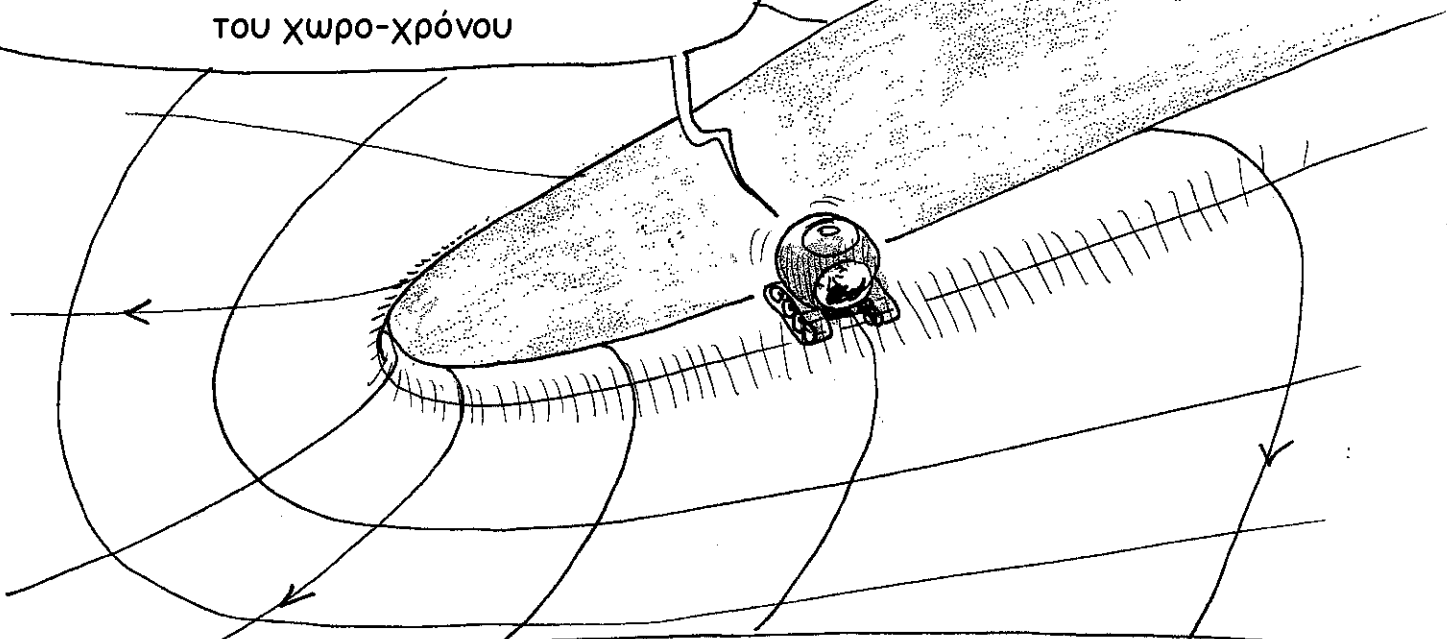


Τι βαθμό ανωμαλίας έχει?

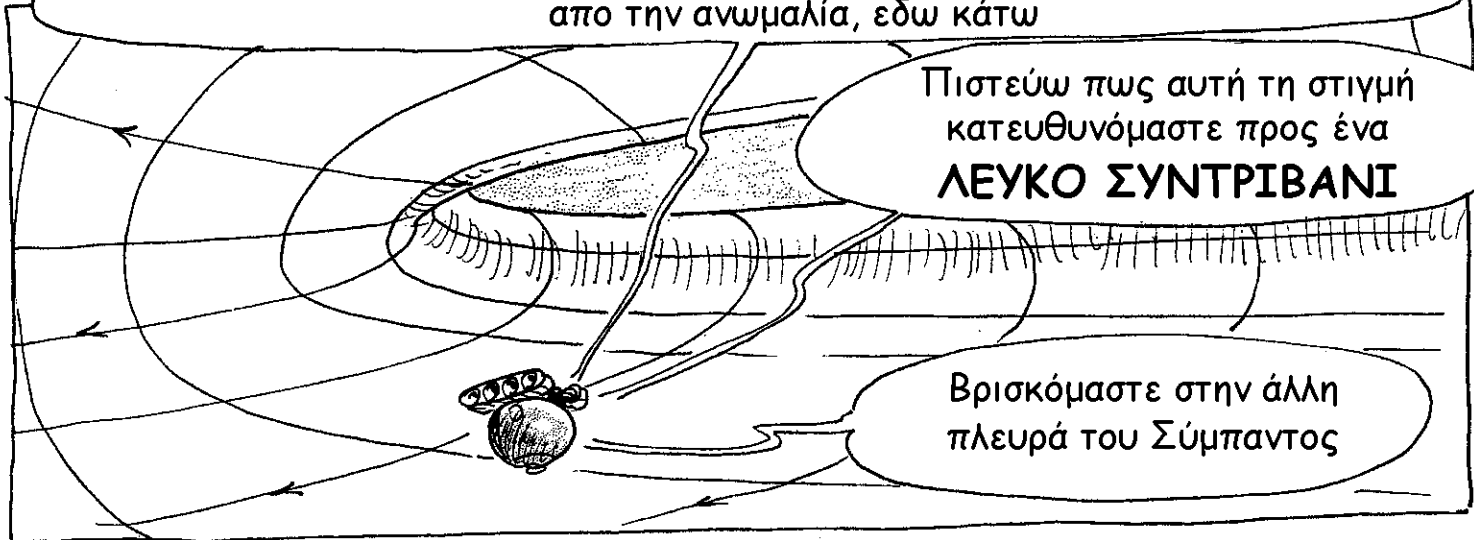
Α, ναι...βρήκες την πιο
κατάλληλη στιγμή να κάνεις
αυτή την ερώτηση!



Μοιάζει με κάποιο είδος κουμπότρυπας
του χωρο-χρόνου

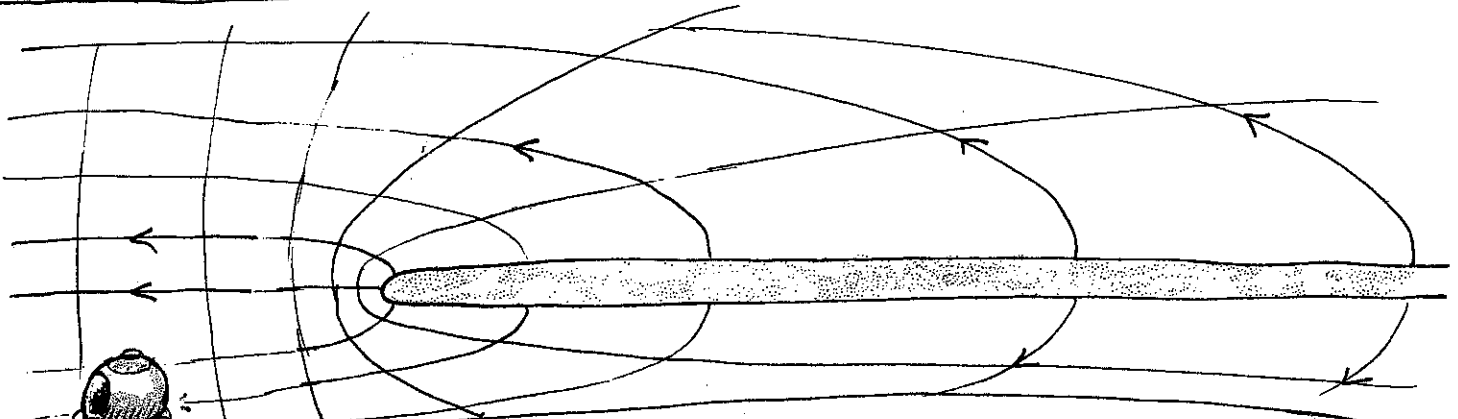


Τώρα, οι γραμμές του Σύμπαντος, **ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΟΝΤΑΙ**
απο την ανωμαλία, εδω κάτω



Πιστεύω πως αυτή τη στιγμή
κατευθυνόμαστε προς ένα
ΛΕΥΚΟ ΣΥΝΤΡΙΒΑΝΙ

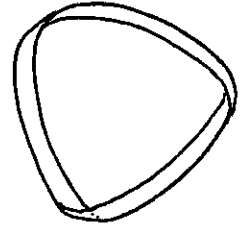
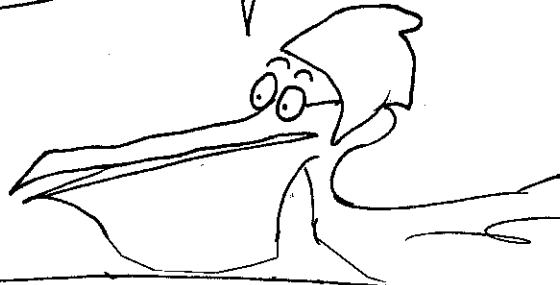
Βρισκόμαστε στην άλλη
πλευρά του Σύμπαντος



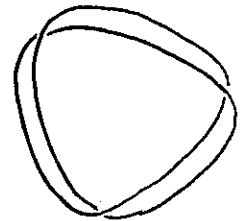
Μοιάζει πάρα πολύ με την άλλη πλευρά,
μόνο που κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Επίσης έχω
μια ξεκάθαρη αίσθηση ντεζα βου, εσείς?

Μα, αυτό είναι, το κατάλαβα!
ο ΚΑΘΡΕΦΤΗΣ!..

Ποιός
καθρέφτης?



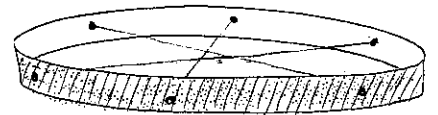
Τα δύο μισά του Σύμπαντος, αντικατοπτρίζονται
και σχετίζονται μεταξύ τους. Όμως πρόκειται για ένα
ΧΩΡΟ-ΧΡΟΝΙΚΟ ΚΑΘΡΕΦΤΗ. Στην άλλη πλευρά
της μαύρης τρύπας, όλα αντιστρέφονται σε σχέση με το χρόνο.
Οι νόμοι της φυσικής αντιστρέφονται :
Η ανωμαλία απωθεί την ύλη αντί να την ελκύει!! (*)



Αυτό σημαίνει πως θα πρέπει να
ξεαναζήσουμε αυτή την ιστορία,
αλλα αντίστροφα?

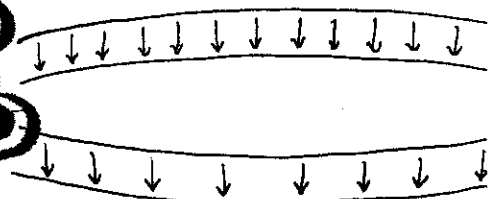


Ε, ναι. Το ΧΡΟΝΟΣΚΑΦΟΣ θα
σταματήσει, μετά ο Άνσαμ θα ανοίξει
την πόρτα, έπειτα ο Τειρεσίας θα πάει
για βόλτα, αργότερα θα...



ΑΜΦΙΠΛΕΥΡΗ ΛΩΡΙΔΑ
ΣΗΜΕΙΑ ΑΝΤΙΠΟΔΩΝ
ΕΝΩΜΕΝΑ

ΤΕΛΟΣ



ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Ο ΜΠΟΥΪ, μαθητής του Χίλμπερτ, ανακάλυψε την επιφάνειά του το 1902. Η πρώτη αναλυτική της παράσταση, έγινε το 1981, από τον Ζερόμ Σουριό (γιό του μαθηματικού Ζ. Μ. Σουριό) και τον συγγραφέα αυτού του βιβλίου. Η ημι-εμπειρική μέθοδος, που χρησιμοποιείται, αφομοιώνει τους μεσημβρινούς της επιφάνειας σε ελλείψεις που αργότερα γίνονται παράμετροι. Το τρέχων σημείο, δίνεται από:

$$\begin{cases} x = X_1 \cos \mu - Z_1 \sin \alpha \sin \mu \\ y = X_1 \sin \mu + Z_1 \sin \alpha \cos \mu \\ z = Z_1 \cos \alpha \end{cases} \quad \text{μαζί με: } \begin{cases} X_1 = \frac{A^2 - B^2}{\sqrt{A^2 + B^2}} + A \cos \theta - B \sin \theta \\ Z_1 = \sqrt{A^2 + B^2} + A \cos \theta + B \sin \theta \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{8} \sin 3\mu \quad \begin{cases} A(\mu) = 10 + 1,41 \sin(6\mu - \pi/3) + 1,98 \sin(3\mu - \pi/6) \\ B(\mu) = 10 + 1,41 \sin(6\mu - \pi/3) - 1,98 \sin(3\mu - \pi/6) \end{cases}$$

μεσημβρινοί: καμπύλες $\mu = cte$; θ κυμαίνεται, από 0 έως 2π , μ κυμαίνεται, από 0 έως π . Το ακόλουθο πρόγραμμα σε BASIC, σχεδιάζει το σχήμα του εξωφύλλου:

```

1 REM TRACE MERIDIENS DE LA SURFACE DE BOY
3 HOME : TEXT
50 PI = 3.141592:P3 = PI / 3:P6 = PI / 6:P8 = PI / 8
60 HGR : HCOLOR= 3
90 FOR MU = 0 TO PI STEP 0.1
95 P = P + 1
100 D = 34 + 4.794 * SIN (6 * MU - P3)
110 E = 6.732 * SIN (3 * MU - P6)
120 A = D + E:B = D - E
130 SA = SIN (P8 * SIN (3 * MU))
140 C2 = SQR (A * A + B * B):C3 = (4 * D * E) / C2
160 CM = COS (MU):SM = SIN (MU)
180 FOR TE = 0 TO 6.288 STEP .06
190 TC = A * COS (TE):TS = B * SIN (TE)
200 X1 = C3 + TC - TS
210 Z1 = C2 + TC + TS
250 REM VOICI LES 3 COORDONNEES
300 X = X1 * CM - Z1 * SA * SM
310 Y = X1 * SM + Z1 * SA * CM
350 REM PROGRAMME DE DESSIN
360 HPLOT 130 + X,80 + Y
400 NEXT TE: NEXT MU
    
```



