

JEAN-PIERRE PETIT

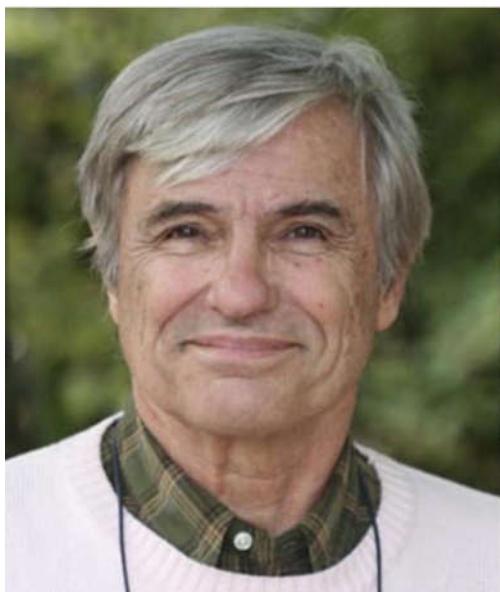
DIE ABENTEUER DES ANSELM WÜßTEGERN

**DAS
SCHWARZE
LOCH**



Wissen ohne Grenzen

Gemeinnützige Vereinigung, die 2005 gegründet wurde und von zwei französischen Wissenschaftlern geleitet wird. Ziel: Verbreitung wissenschaftlicher Erkenntnisse mit Hilfe des Bandes, das durch kostenlos herunterladbare PDFs gezogen wird. Im Jahr 2020: 565 Übersetzungen in 40 Sprachen wurden so erreicht. Mit mehr als 500.000 Downloads.



Jean-Pierre Petit



Gilles d'Agostini

Die Vereinigung ist vollkommen freiwillig. Das Geld wird vollständig den Übersetzern gespendet.

Um eine Spende zu tätigen, verwenden Sie die PayPal-Schaltfläche auf der Startseite:

<http://www.savoir-sans-frontieres.com>



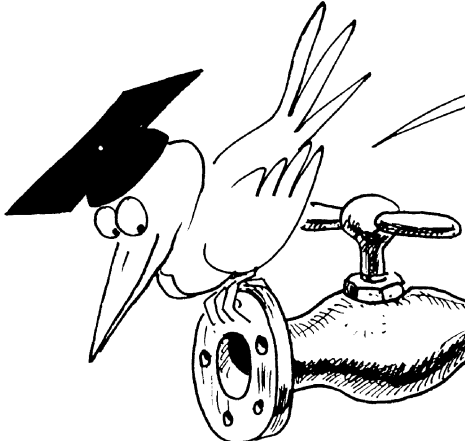
Die Vereinigung « Wissen ohne Grenzen », gegründet und unter dem Vorsitz von Professor Jean-Pierre Petit, Astrophysiker, hat zum Ziel, wissenschaftliches und technisches Wissen in der größtmöglichen Zahl von Ländern und Sprachen zu verbreiten. Zu diesem Zweck hat Professor Jean-Pierre Petit sein gesamtes populärwissenschaftliches Werk aus dreissig Jahren, und im besonderen die illustrierten Alben, frei zugänglich gemacht. Dementsprechend ist ein jeder frei, die vorliegende Datei zu vervielfältigen, entweder in digitaler Form oder in Form gedruckter Kopien und sie in Bibliotheken oder im Rahmen von Schule, Universität oder Vereinen zu verbreiten, deren Ziel die gleichen sind wie von « Wissen ohne Grenzen », unter der Bedingung, daraus keinen Profit zu erzielen und ohne dass ihre Verbreitung eine politische, sektiererische oder religiöse Konnotation beinhaltet. Diese Dateien im Format pdf können auch ins Computernetzwerk von Schul- oder Universitätsbibliotheken gestellt werden.



Jean-Pierre Petit plant zahlreiche weitere Werke, zugänglich für ein noch größeres Publikum. Einige werden selbst von Analphabeten gelesen werden können, dadurch, daß die Textepartien "zu sprechen beginnen" sobald ein Klick auf sie erfolgt. Diese Werke werden also als Stütze zur Alphabetisierung verwendet werden können. Andere Alben werden « zweisprachig » sein, indem man durch einen einfachen Klick von einer Sprache zur anderen wechseln kann, nachdem die Sprachkombination zuvor gewählt wurde. So entsteht eine neue Stütze zum Erlernen von Fremdsprachen.

Jean-Pierre Petit ist 1937 geboren. Er hat seine berufliche Laufbahn in der französischen Wissenschaft gemacht. Er ist Plasmaphysiker gewesen (plasma physicist), hat ein Informatikzentrum geleitet, Programme entwickelt, hunderte von Artikeln der unterschiedlichsten Wissensgebiete in wissenschaftlichen Zeitschriften veröffentlicht, von der Mechanik der Flüssigkeiten bis zur theoretischen Kosmologie reichend. Er hat ungefähr dreissig Werke veröffentlicht, die in eine Vielzahl von Sprachen übersetzt wurden.


Kontakt zu « Wissen ohne Grenzen » kann über die Website <http://www.savoir-sans-frontieres.com> aufgenommen werden.




Der Hahn scheint
frei im Raum zu schweben.
Woher kommt das Wasser,
das aus ihm fließt?



Humm....

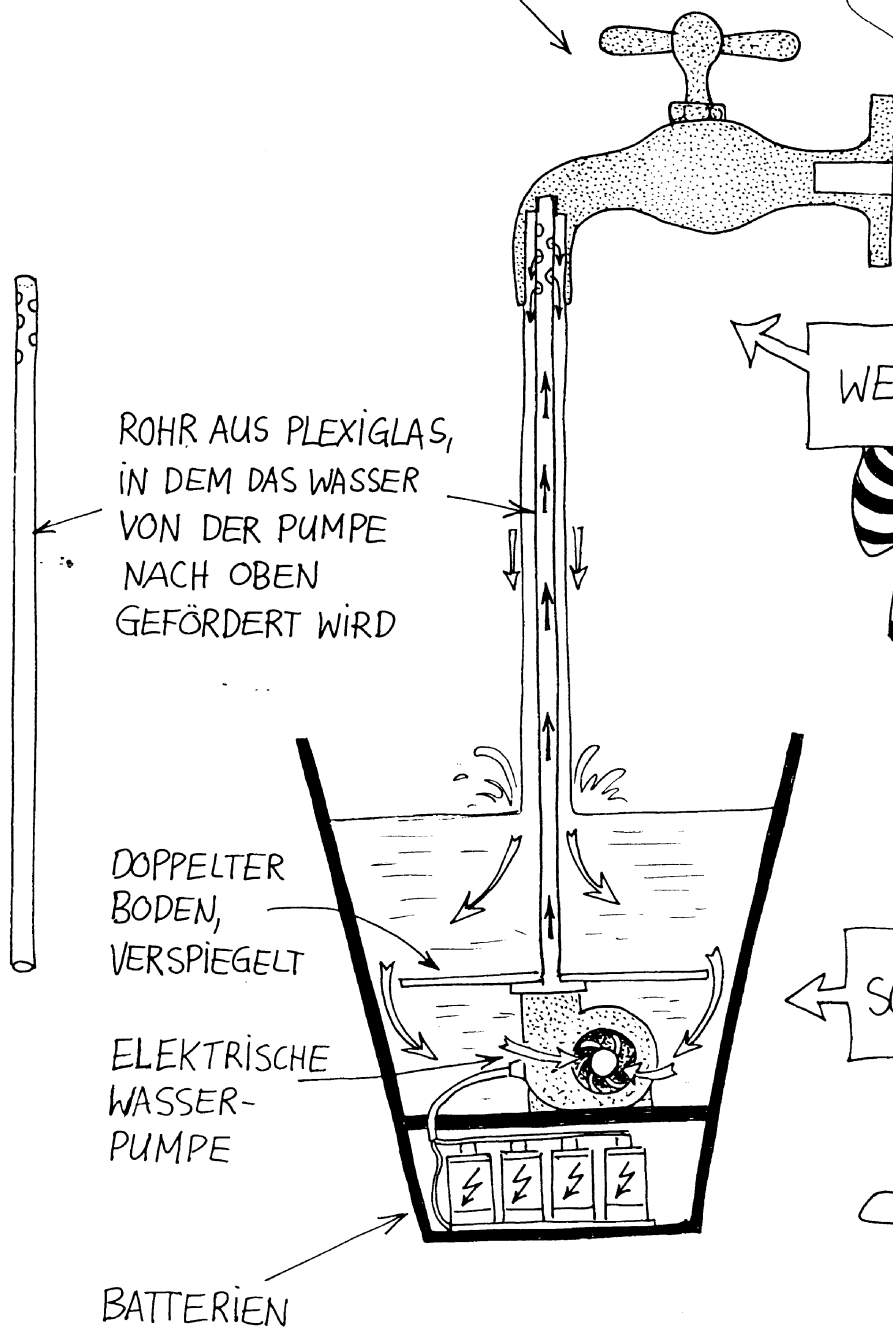


Und wohin
geht das Wasser,
da der Eimer nicht
überläuft?



Erstausmalich,
wie es fließt!

ATRAPPE EINES
WASSERHAHNES



WEIÖE QUELLE

SCHWARZES LOCH



Was machen Sie da,
Herr Albert?

Setz Dich, Anselm!



Was ist das?

Das Cosmol, Anselm,
das Cosmol.
Es öffnet die Tür.



Die Tür? Welche Tür?
Ich verstehe nicht.

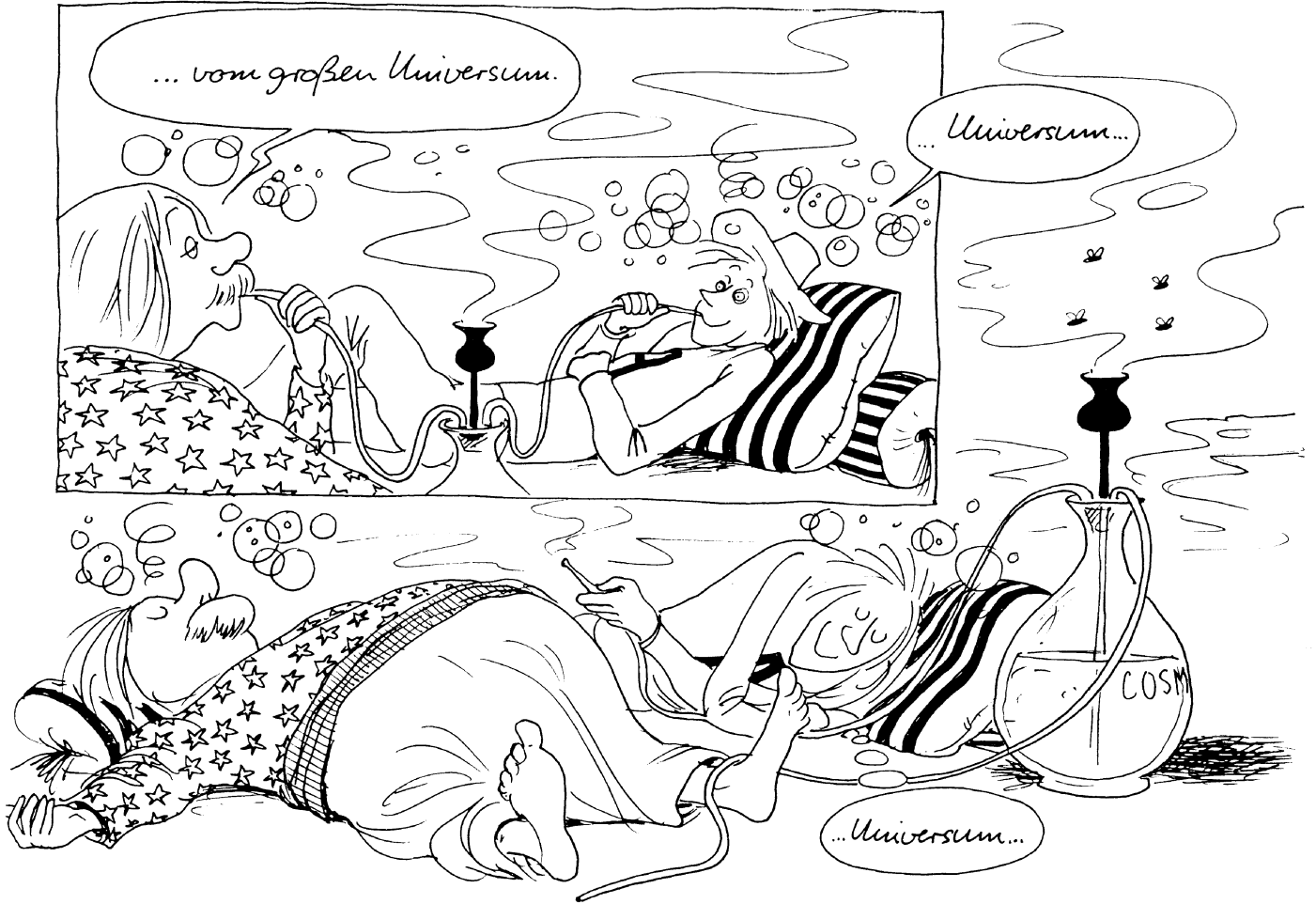
Verstehen! Ach ja,
verstehen...

Die anderen sagen:
logischer Gang ... das ist Walnsium!

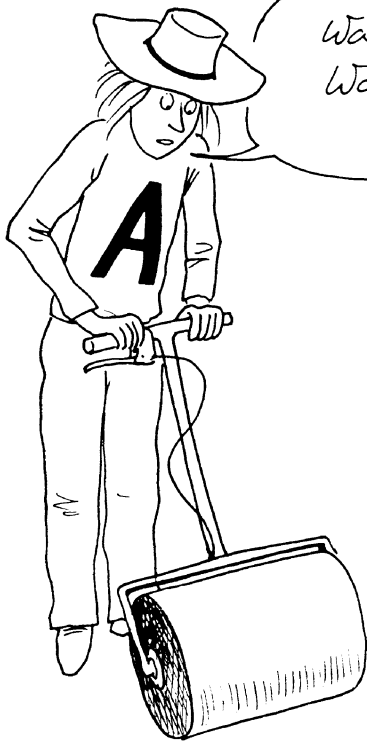
allein... das Cosmol...
öffnet die Tür...

...Walnsium...

Die Tür, ja die Tür...



Einmal mehr macht sich Anselm auf den Weg, um im Nebel liegende Welten zu erforschen.



Was ist das für ein Ding? Könnte eine Walze für einen Tennisplatz sein oder eine übergroße Malerrolle.

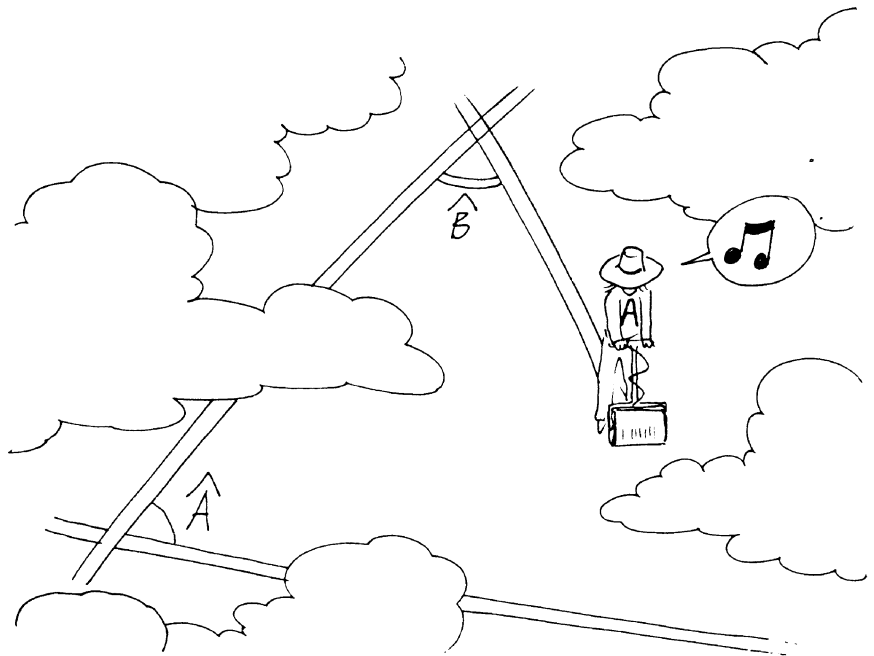


Man kann sie mit Leichtigkeit geradeaus bewegen, aber es ist unmöglich, sie auch nur um Haarsbreite nach rechts oder links zu lenken.



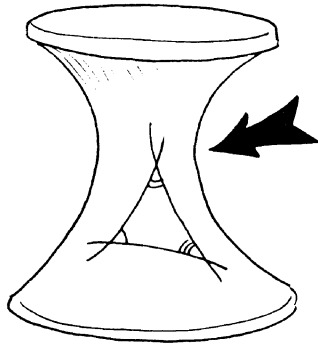
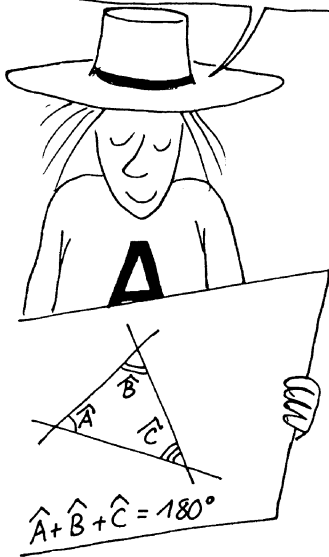
Wozu dient dieser Griff? Ah, er löst die Sperre und gestattet mir, von Zeit zu Zeit die Richtung zu ändern.

Mit diesem Gerät kann Anselm auf einer Fläche Geodätische ziehen. Aus drei Geodätischen entsteht ein Dreieck.



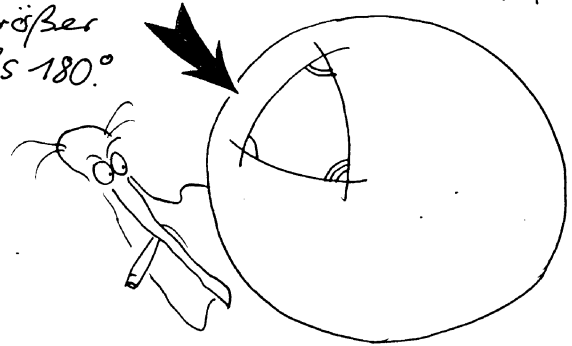
Eine Fläche ist ein zweidimensionaler Raum. Das heißt, man braucht zwei Größen (zwei Koordinaten), um die Lage eines Punktes anzugeben.

Mal sehen, ob der Raum euklidisch ist. Die Winkelsumme im Dreieck muß dann 180° betragen (*).

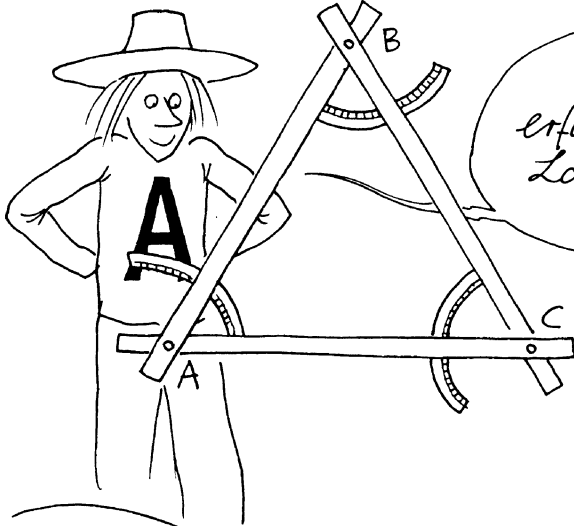


Wenn der Raum eine negative Krümmung hat, ist die Winkelsumme kleiner als 180° .

In einem Raum mit positiver Krümmung ist die Winkelsumme größer als 180° .



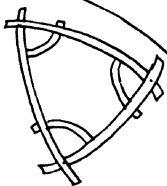
RÄUME MIT VERÄNDERLICHER KRÜMMUNG



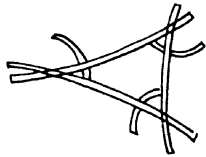
Ich habe ein Krümmungsmeßgerät erfunden. Es besteht aus drei biegsamen Latten, die sich um die drei Niete A, B und C drehen können.



Um die örtliche Krümmung einer Fläche zu ermitteln, drückt man das Gerät auf die Fläche und liest die Größe der Winkel ab.



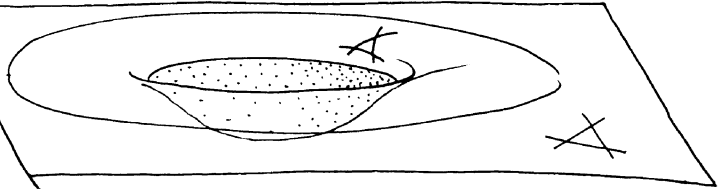
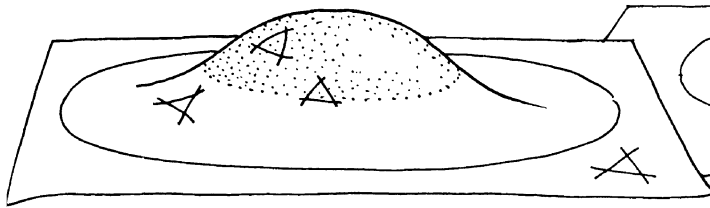
POSITIVE KRÜMMUNG



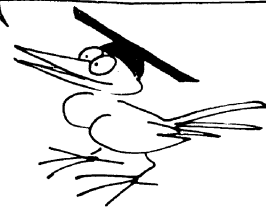
NEGATIVE KRÜMMUNG

(*). Mehr darüber findet man in dem Buch „DAS GEOMETRIKON“ vom gleichen Autor im gleichen Verlag.

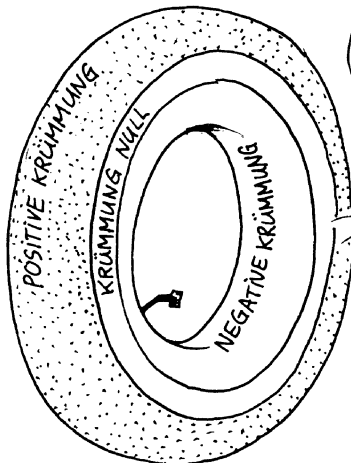
Diese Beule, behutsam in eine Ebene gedrückt, besteht aus einer Zone mit positiver Krümmung und einer Zone mit negativer Krümmung.



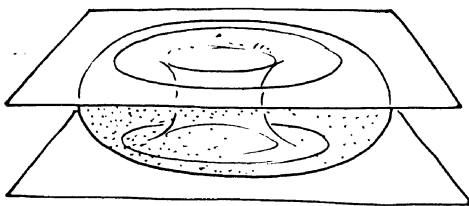
Was die Krümmung betrifft, so ist die Mulde identisch mit der Beule!



Wenn ich nicht irre, ist das ein TORUS.



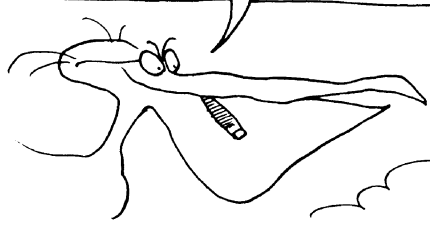
Ja, er besteht aus einem Band mit positiver Krümmung und einem Band mit negativer Krümmung, zwischen denen eine Zone mit der Krümmung Null liegt.



Letztere findet man, wenn man den Torus zwischen zwei Ebenen legt.

Mein lieber Tiresias, sind Sie sich darüber im Klaren, daß Ihr Haus ein zweidimensionaler Raum mit veränderlicher Krümmung ist?

Leo, laß Tiresias in Ruhe!



KEGELSPITZEN

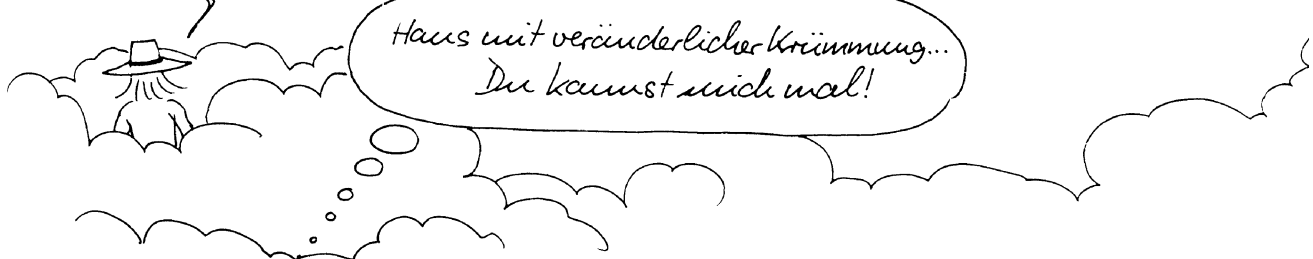


Anselm, Du wirst sehen,
was für seltsame Dinge es gibt.

Beeile Dich, Tiresias! Ich
möchtewissen, was Sophie meint.

Warte auf mich!

Siehst Du, Tiresias, ich werde meine Fläche mit lauter
Geodätischen versehen, die sich kreuzen. Das gibt mir
haufenweise Dreiecke.



Haus mit veränderlicher Krümmung...
Du kommst mich mal!

Was ist das für ein merkwürdiger Punkt P?
Das verstehe ich nicht.

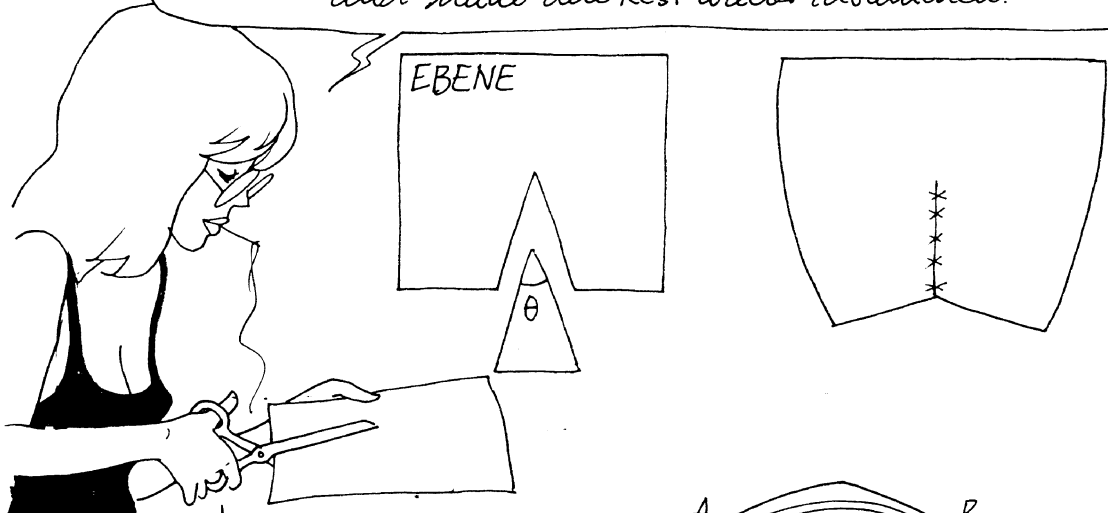


Du brauchst bloß Dein
Krümmungsmeßgerät
zu benutzen.

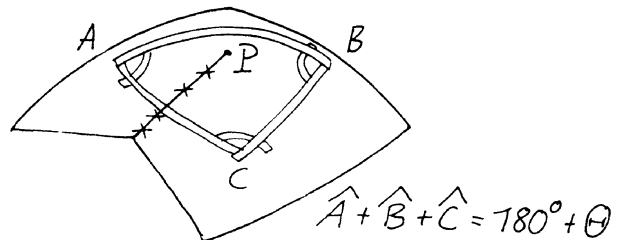
Sophie, was bedeutet das? Wenn der Punkt P außerhalb meines Meßgerätes liegt, zeigt es die Krümmung Null an?



P ist eine Kegelspitze. Schau, ich nehme eine Ebene, schneide aus ihr einen Sektor mit dem Winkel θ heraus und nähe den Rest wieder zusammen.

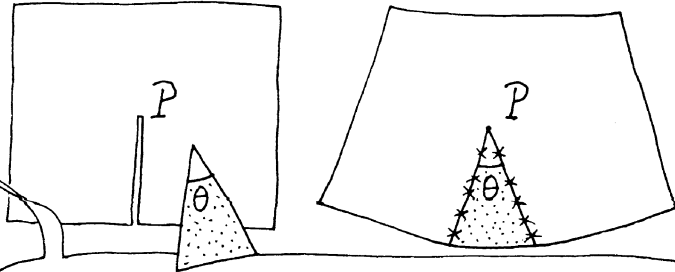


So erhalte ich einen Kegel, den ich POSIKON nennen will.



Sie können das mit einem Stück Pappe nachmachen. Mit Klebestreifen können Sie dann auf dem Posikon die Geodätischen markieren.

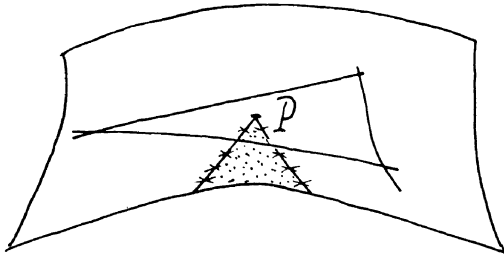
Also, wenn mein Dreieck die Spitze eines Kegels enthält, so ist die Summe seiner Winkel größer als 180° .



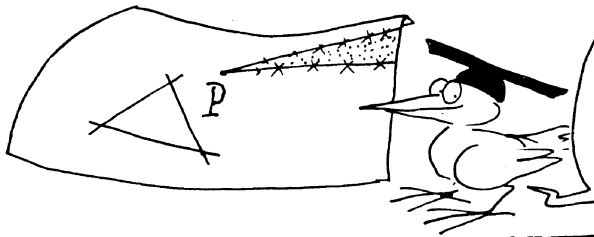
Nicht so schnell! Ich nehme eine neue Ebene, schneide sie ein und nähe den Sektor mit dem Winkel θ in den Schlitz.



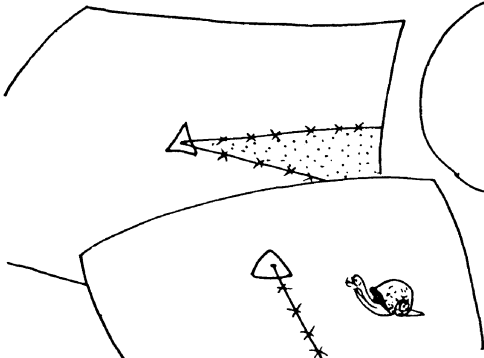
Dann ergibt das ein Negakon?



Wenn mein Dreieck jetzt den Punkt P umgibt, beträgt die Winkelsumme $180^\circ - \theta$.

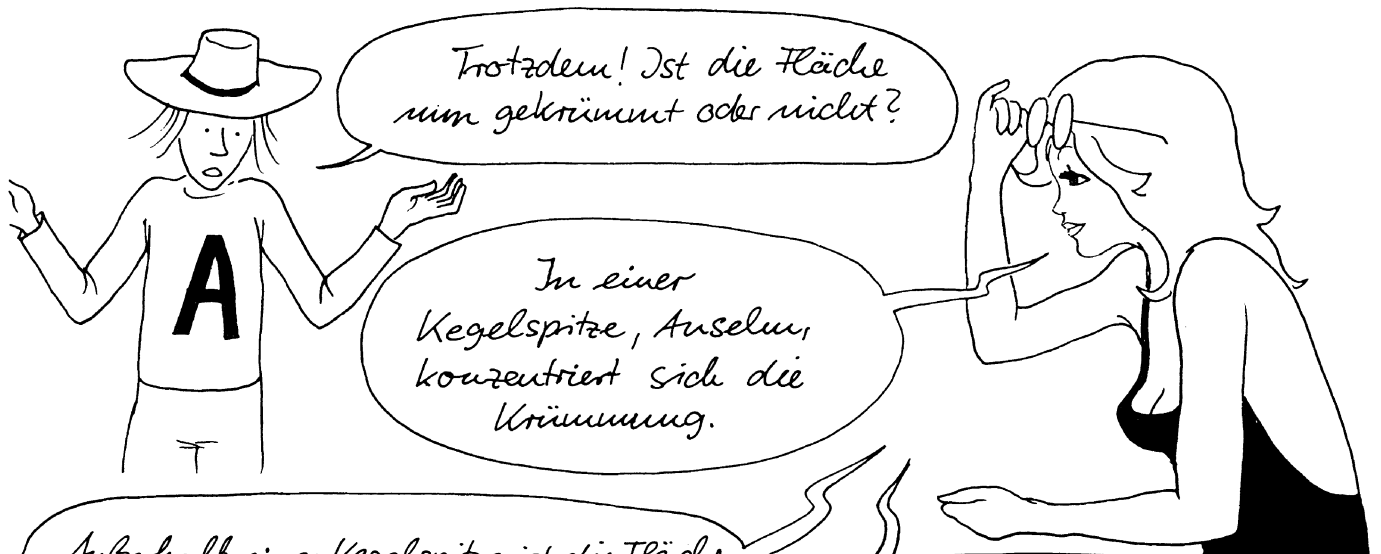


Sobald aber der Punkt P außerhalb des Dreiecks liegt, beträgt die Winkelsumme wieder 180° .



Dieser Einfluß der Kegelspitze ist unabhängig davon, ob das Dreieck winzig oder riesig ist.

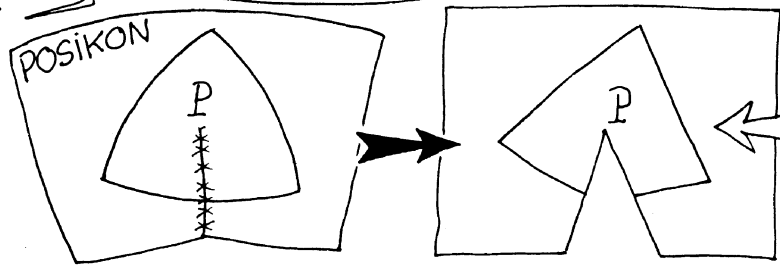




Außerhalb einer Kegelspitze ist die Fläche euklidisch, das heißt nicht gekrümmt.

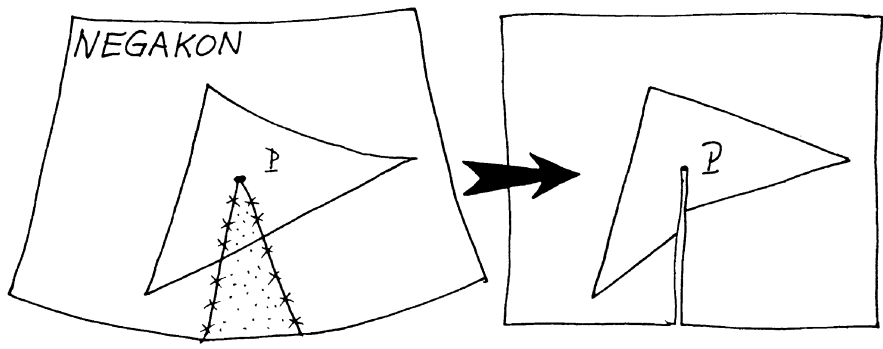
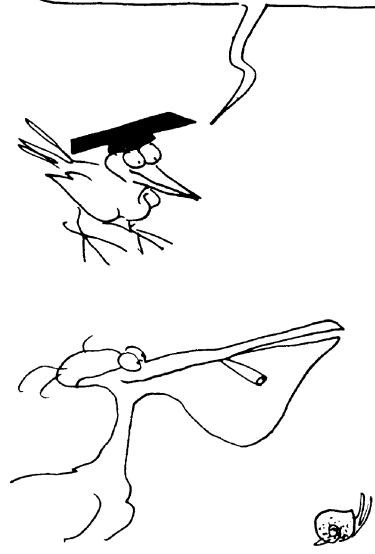
Der Winkel Θ ist ein Maß für die Stärke der Krümmung.

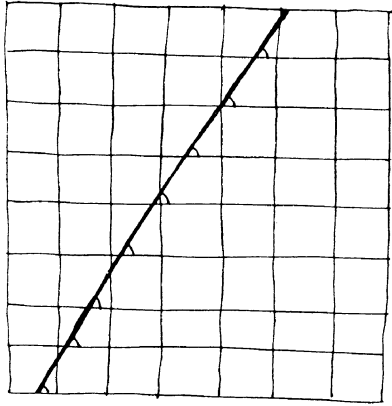
Öffne Deinen Kegel und lege ihn flach!



So sieht das Ergebnis aus, wenn man einen Kegel mit positiver Krümmung öffnet und flachlegt.

Und so im Fall eines Kegels mit negativer Krümmung.

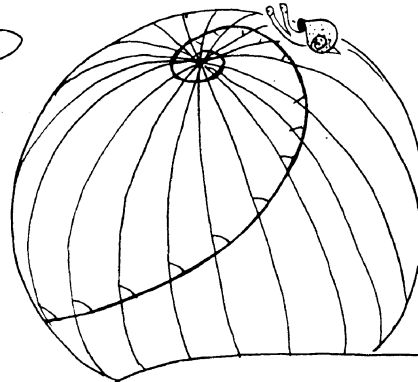




Nehmen wir eine ebene Fläche und unterteilen sie so mit Geodätischen, daß ein regelmäßiges Muster aus kleinen Quadraten entsteht. Die Fläche sieht dann aus, als wäre sie mit lauter gleichen Quadraten gepflastert. Eine Kurve, die die Seiten aller von ihr berührten Quadrate unter gleichem Winkel schneidet, ist dann eine Geodätische der Fläche.

Die *Direction*

Warum muß die Fläche eben sein? Gilt das auch auf einer Kugel?

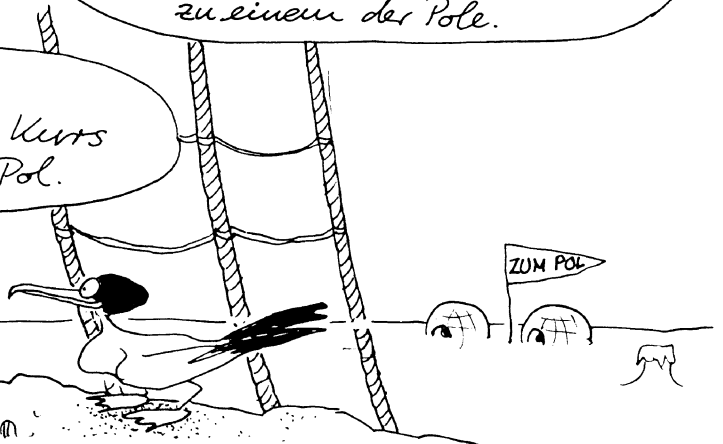


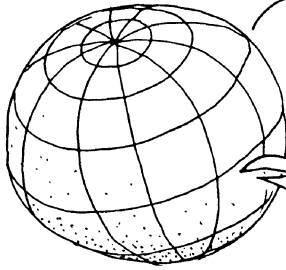
Lieber Anselm! Versuchs doch mal, eine Kugel didel an didel mit Quadraten zu pflastern! Du wirst stammeln.



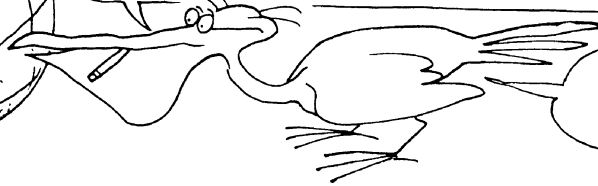
Außerdem sind die Geodätischen einer Kugel ihre Längengrade. Eine Kurve, die alle von ihr berührten Längengrade unter dem gleichen, von 90° verschiedenen Winkel schneidet, führt immer zu einem der Pole.

Eine Seefahrt mit konstantem Kurs führt zum Pol.

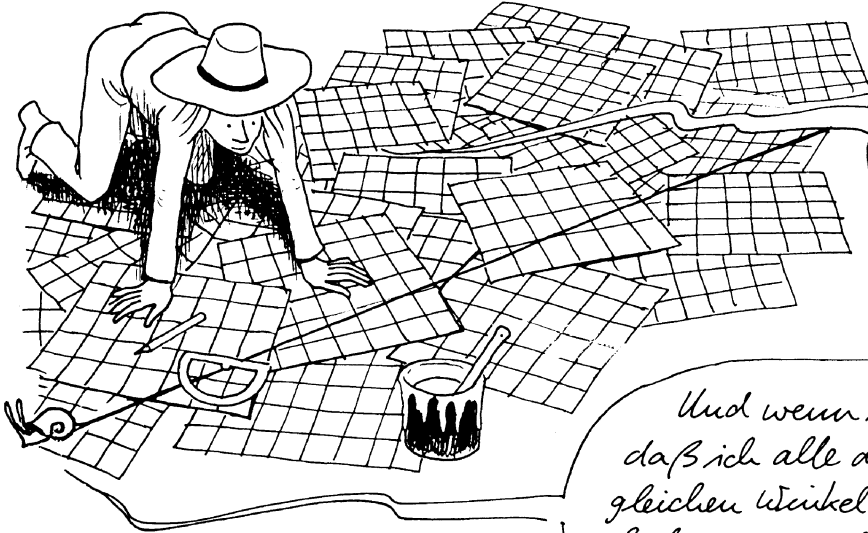




Schneide ich die Längengrade einer Kugel mit einem Winkel von 90° , so würde ich mich längs eines Breitenkreises bewegen.

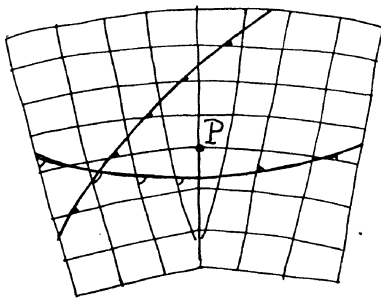


Breitenkreise sind keine Geodätischen! Kapiert?

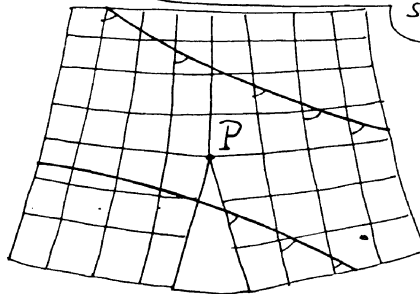


Ich kann jede ebene euklidische Fläche mit Stücken von karierten Ebenen zudecken.

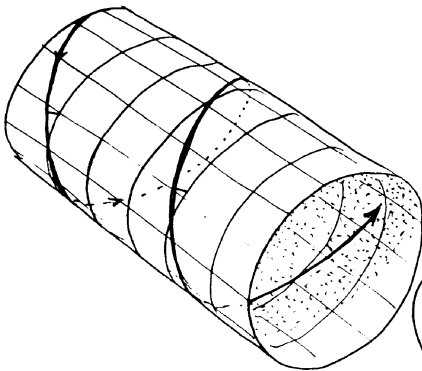
Und wenn ich mich so bewege, daß ich alle diese Raster unter dem gleichen Winkel schneide (vorausgesetzt, die Fläche ist gleichmäßig mit Rastern belegt), so ist mein Weg eine Geodätische.



POSIKON



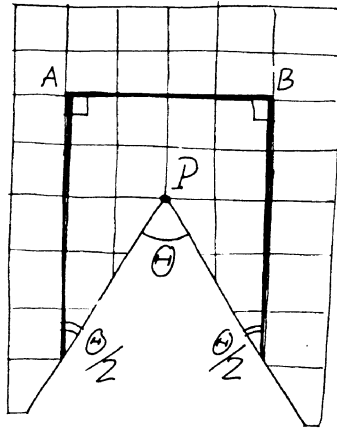
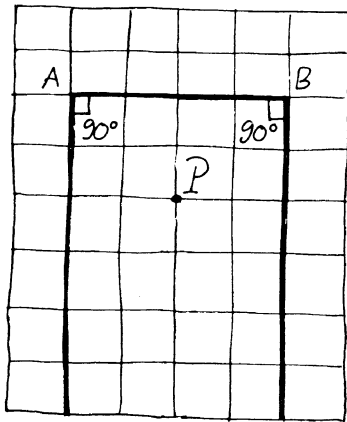
NEGAKON



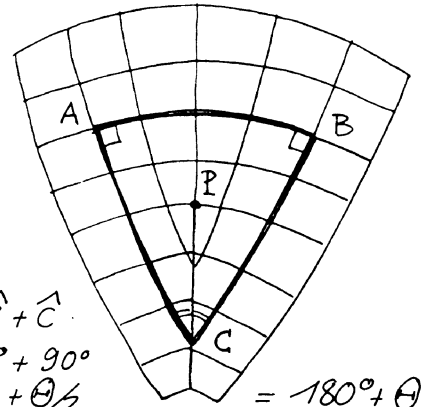
Mit diesem einfachen Mittel erhält man auch die Geodätischen eines Zylinders. Sie haben die Form von Spiralen.



Hier sehen Sie, warum die Winkelsumme eines Dreiecks auf einem Posikon um den Winkel Θ größer ist als 180°



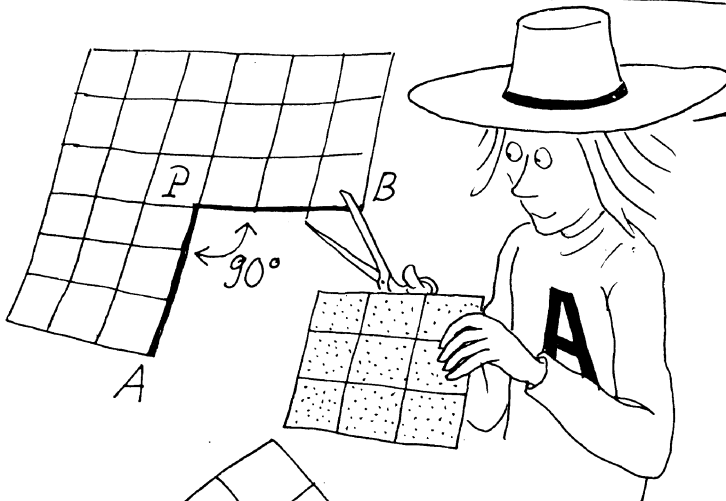
$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} \\ = 90^\circ + 90^\circ \\ + \Theta/2 + \Theta/2 \end{aligned}$$



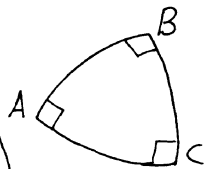
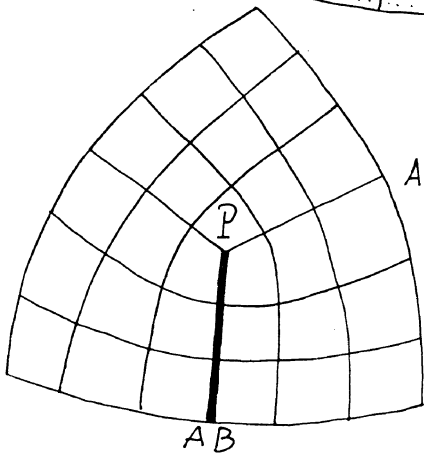
$$= 180^\circ + \Theta$$

Ausdem wird jetzt Kegel bauen, auf denen die Regelmäßigkeit des Rasters erhalten bleibt.

Die Direction



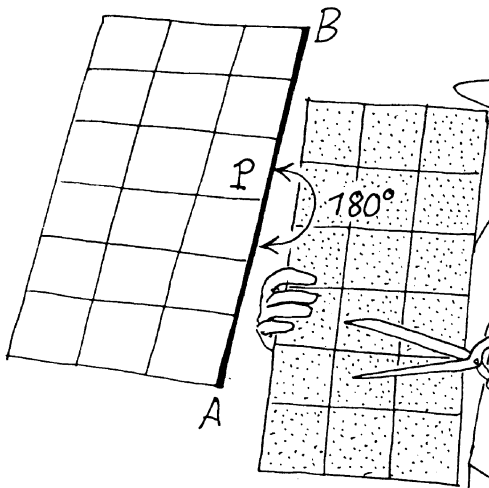
Hier entnehme ich 90°



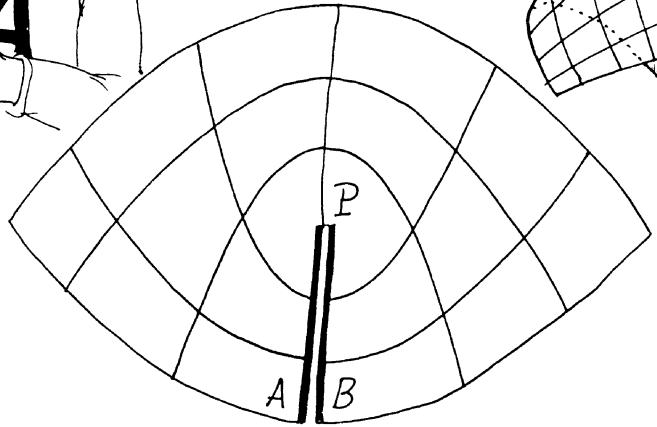
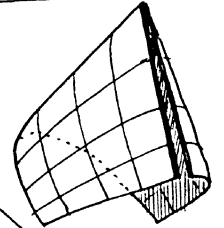
$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ + 90^\circ \\ &= 270^\circ \end{aligned}$$



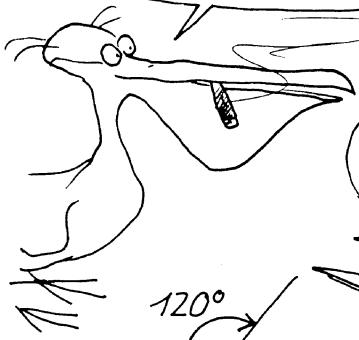
Auf einem solchen Kegel kannst Du gleichseitige Dreiecke zeichnen, die drei rechte Winkel haben.



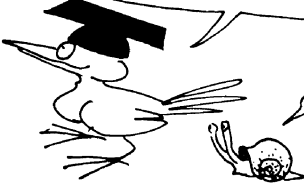
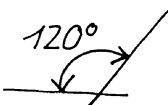
Hier entnehme ich einen Sektor von 180° .



Auf einem solchen Kegel beträgt die Winkelsumme im Dreieck 360° .



Was bedeutet, daß man darauf mit Geodätischen ein Dreieck zeichnen kann, das drei gleiche Winkel von 120° , also drei stumpfe Winkel hat.



Und es würde sich dennoch schließen?

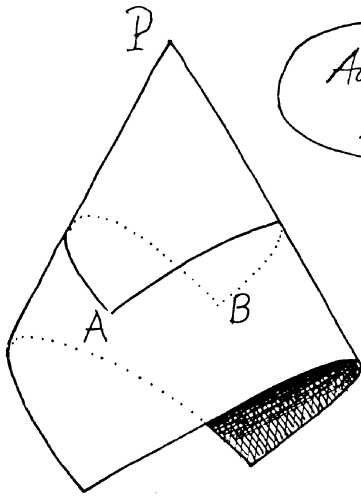


Natürlich, mein lieber Tiresias! Sie sind doch nicht stumpfsinnig?

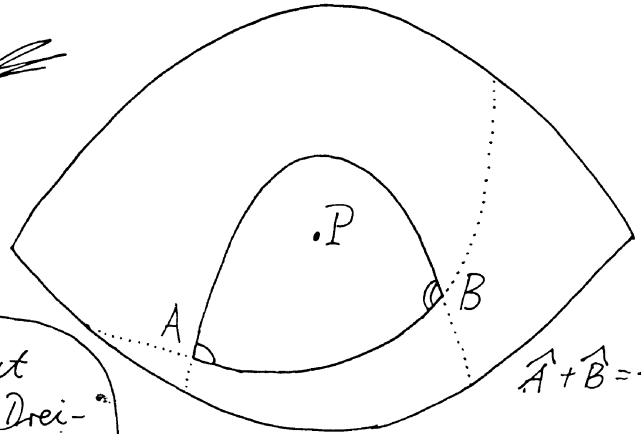


Ekel!





Auf diesem Kegel kann man Zweiecke zeichnen, in denen die Winkelsumme 180° beträgt.

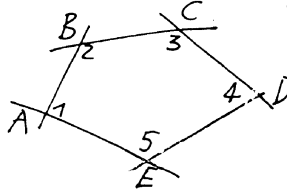
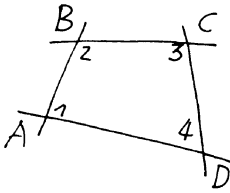
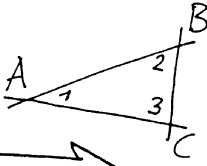


DER KEGEL LINKS VON OBEN GESEHEN.

Wartet! Ich komme da nicht mehr mit! Man sprach von Dreiecken. Und jetzt soll es zweiecke geben. Warum nicht beim nächsten Mal Einecke?



Alle diese Objekte sind Polygone.



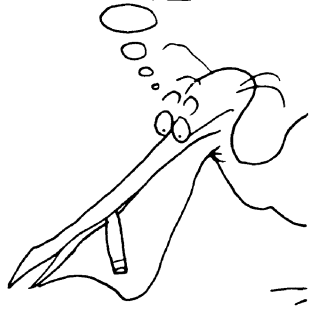
... und so weiter.

In der Ebene...

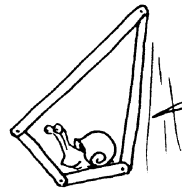
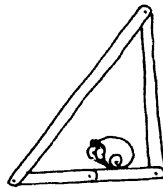
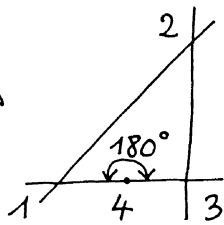
- ... ist die Summe der Winkel
- im Dreieck 180°
- im Viereck $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$
- im Fünfeck $180^\circ + 180^\circ + 180^\circ = 540^\circ$...

Ich platze!

Und im Falle eines auf eine Strecke beschränkten Zweiecks ist die Winkelsumme Null.



Warum für jede hinzugefügte Ecke 180° mehr?

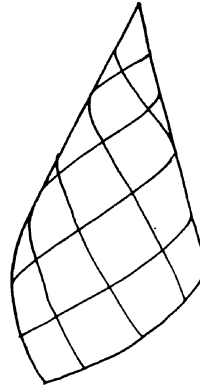
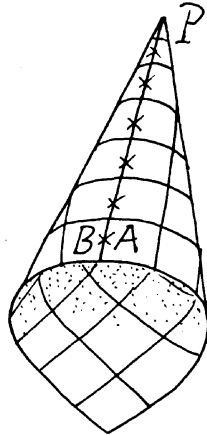


Wiiii

Das hier müßte Sie erleuchten.

So weit, so gut.
Fahren wir fort!

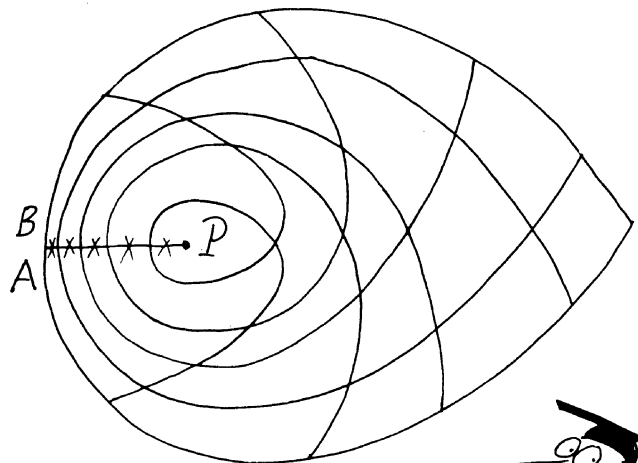
Hier nehme
ich jetzt drei Viertel
der Ebene weg.



Sieht aus wie
eine Serviette.



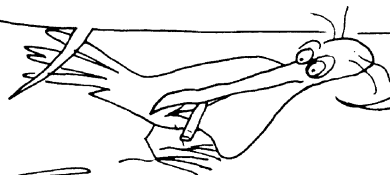
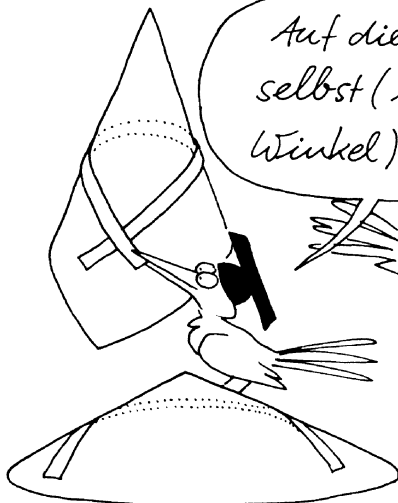
Und wenn
ich auf die Spitze
schaue, ...



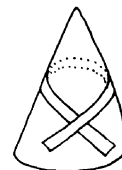
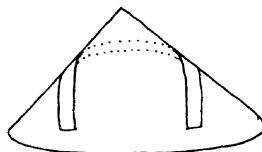
... so sieht Anselm
das hier.



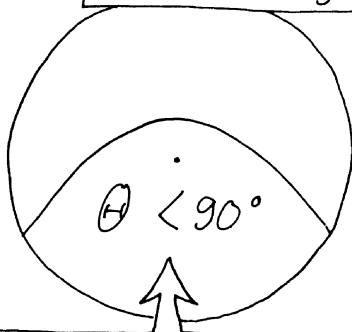
Auf diesem Kegel schneiden sich alle Geodätischen selbst (hier schneiden sie sich unter einem rechten Winkel). Dort kann man also Einecke zeichnen.



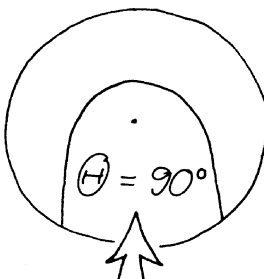
Und ich hatte recht!



• Alles hängt vom Winkel Θ des Kegels ab.



Die Geodätischen schließen sich nicht.



Das ist der Grenzfall.



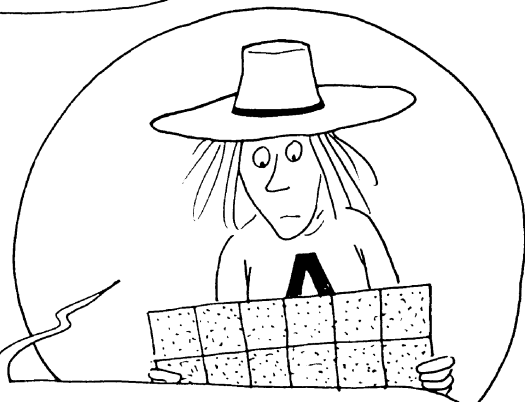
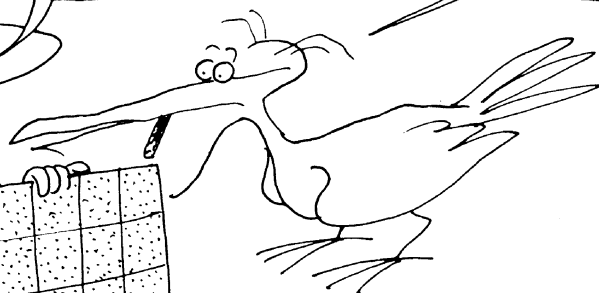
Die Geodätischen schließen sich.

POLE

Und wenn ich nun alles wegnähme?



Wie alles?



Ja, wenn ich praktisch die ganze Ebene entfernen würde?

Ha! Da ist mein Kegel.

Das nehmen Sie einen Kegel?

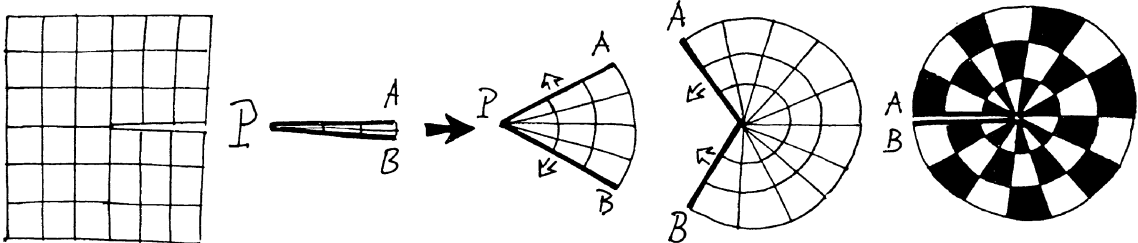
Ziemlich blöd!



Anselm hat alle seine Muster erhalten, indem er sein Material verzog.



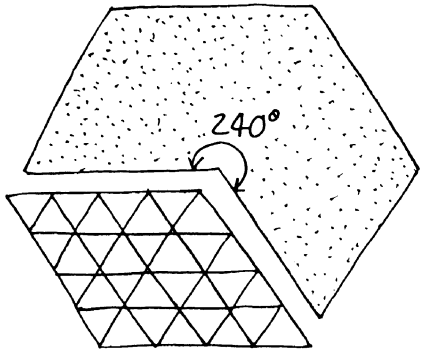
Wenn man praktisch die ganze Ebene wegnimmt und den Rest fächerförmig dehnt, bekommt man das:



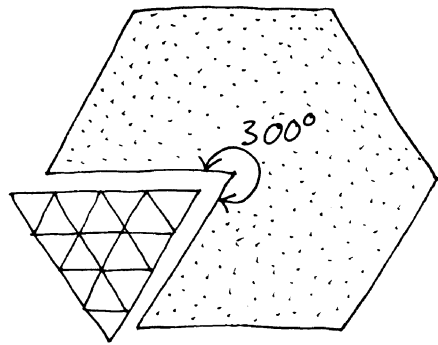
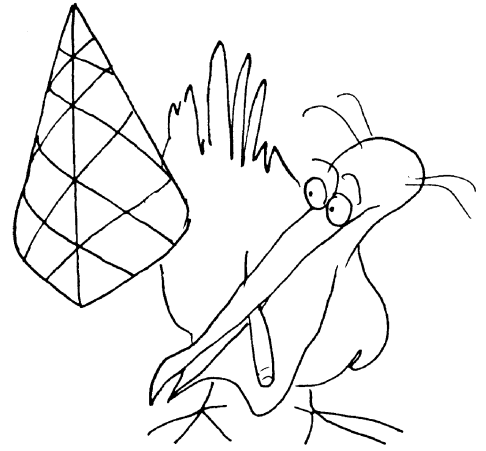
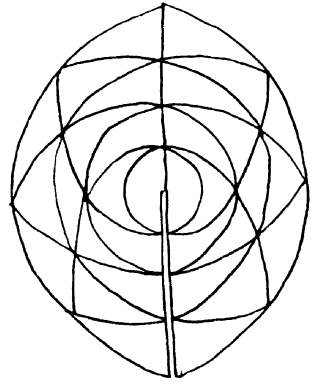
P nennt man einen Pol.



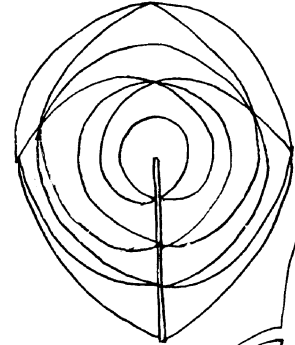
Der Pol ist das, was bleibt, wenn man alles wegnimmt. In diesem Punkt konzentriert sich eine Krümmung von 360°.



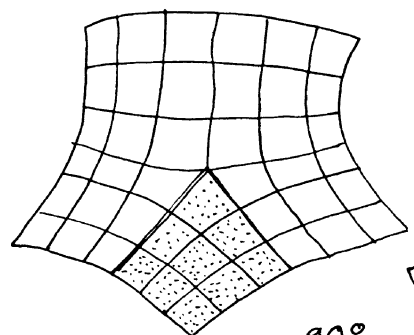
240°



300°



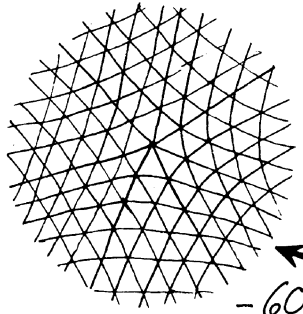
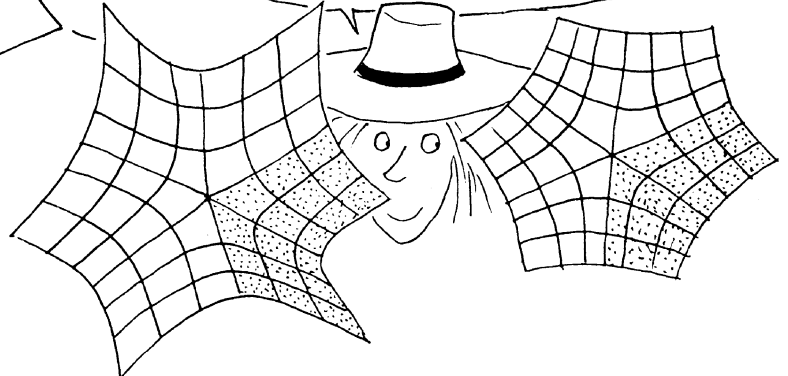
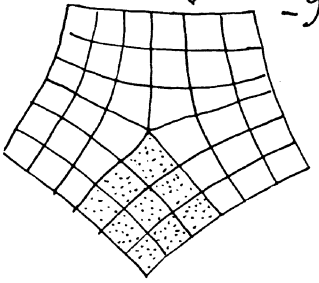
Wenn ich einen Sektor mit dem Winkel Θ einfüge, entsteht eine negative Krümmung $-\Theta$, die sich an der Spitze des Negakonus konzentriert.



-90°



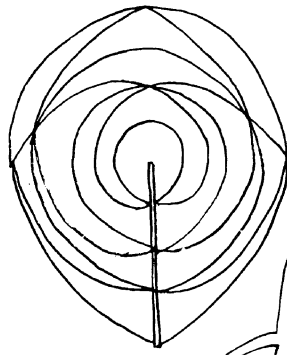
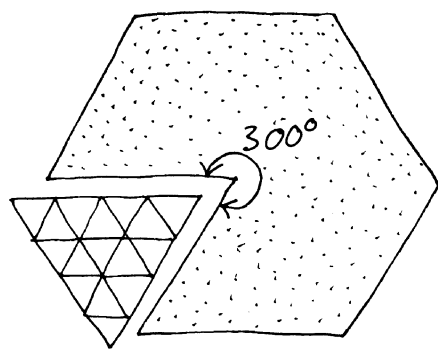
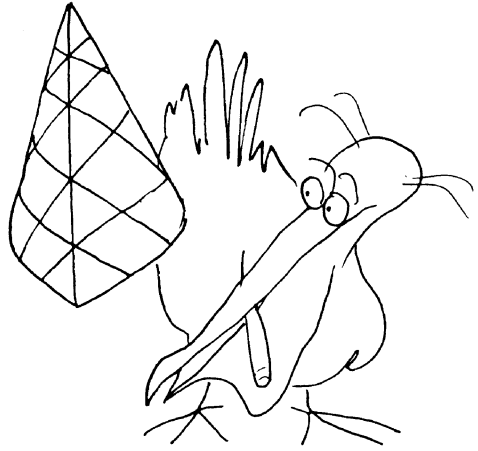
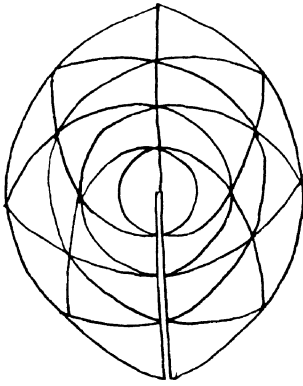
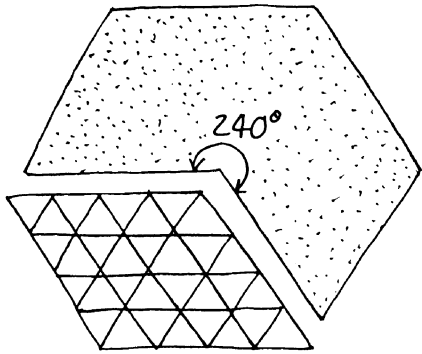
Konzentrierte Krümmung von -180° .



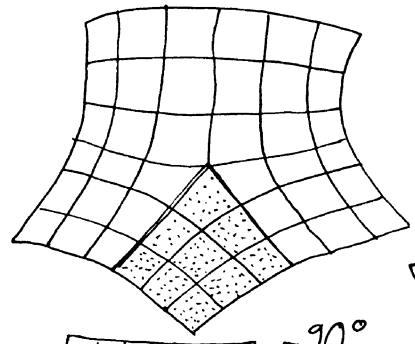
-60°

Man kann auch mit Dreiecksmustern hübsche Negakone machen.

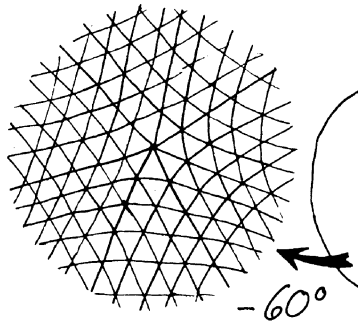
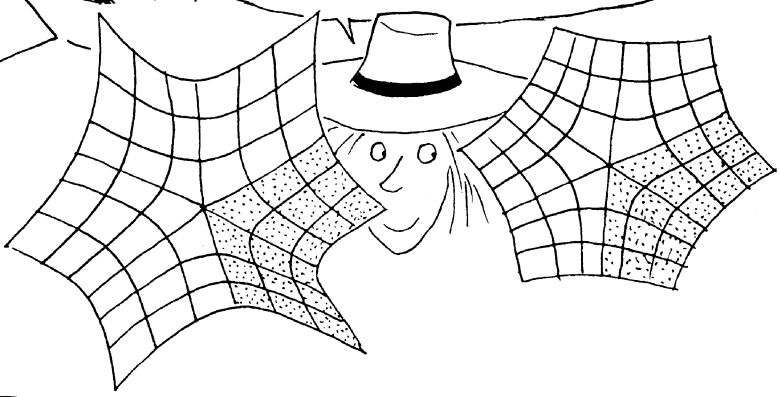
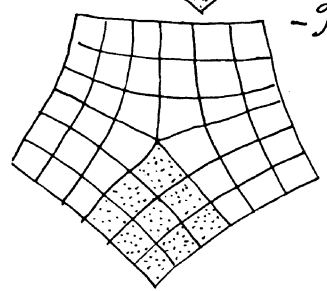




Wenn ich einen Sektor mit dem Winkel Θ einfüge, entsteht eine negative Krümmung $-\Theta$, die sich an der Spitze des Negakonus konzentriert.



Konzentrierte Krümmung von -180° .



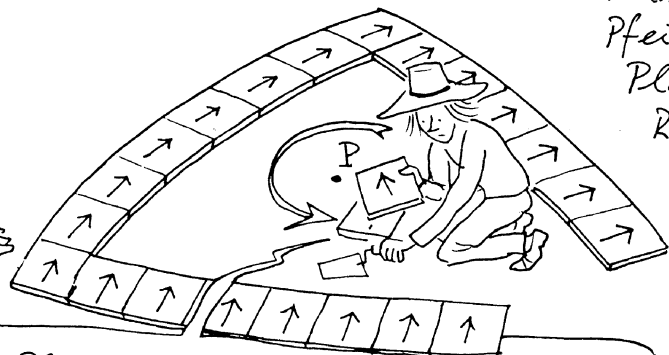
Man kann auch mit Dreiecksmustern hübsche Negakone machen.



MESSUNG DER KRÜMMUNG



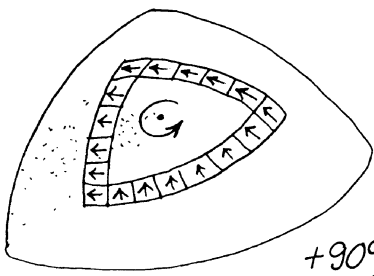
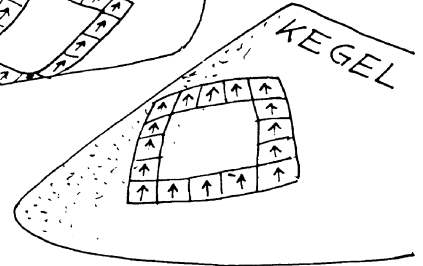
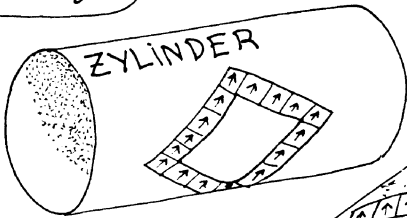
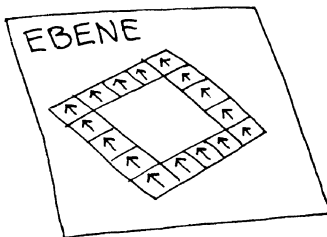
Anselm beschäftigt sich hier mit einem neuartigen Brettspiel.



Meine Platten müssen dicht aneinander liegen.

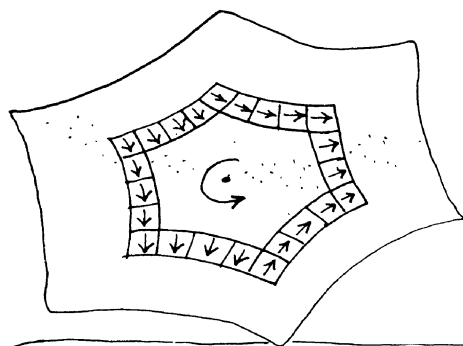
Das Spiel besteht darin, einen Punkt, in dem sich Krümmung konzentriert, so mit Platten zu umgeben, daß die Pfeile auf benachbarten Platten immer in die gleiche Richtung weisen. Wenn man den Punkt umrundet hat, so ist der Winkel, um den sich der Pfeil gedreht hat, ein Maß für die Krümmung Θ .

Einige Beispiele für die Krümmung Null: Ebene, Zylinder, Kegel außerhalb der Kegelspitze.



POSIKON + 90°

+90°



-180°

NEGAKON - 180°



Man muß die Richtung, in der man beim Plattenlegen die Kegelspitze umrundet, mit der Richtung vergleichen, in der sich der Pfeil dreht. Stimmen die Richtungen überein, so handelt es sich um ein Posikon, andernfalls um ein Negakon.

Ich werde Posikone mit sehr kleinen Winkeln Θ herstellen...



Sozusagen Ensembles
aus Krümmungsatomen.



... und werde
sie zusammen-
kleben.



Ich erhalte dann Flächen, auf denen ich
mit Klebeband Dreiecke aus Geodätischen
markieren werde.

Die Summe der Winkel in einem solchen Dreieck übersteigt
um 180° die Winkelsumme der Elementarkegel, deren Spitzen
im Dreieck enthalten sind.

Die Direktion



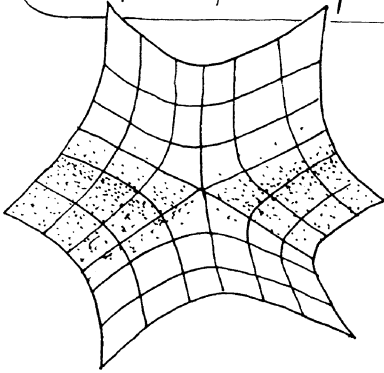
Das, was wir gewöhnlich eine
gekrümmte Fläche nennen, kann man
als Verband einer sehr großen Zahl
von Mikrokegeln ansehen.

Man kann auch Negakone unter sich oder
Posikone und Negakone zusammenfügen.
In diesen Fällen beträgt die Winkel-
summe im Dreieck 180° vermindert um
die Krümmung, die es enthält.

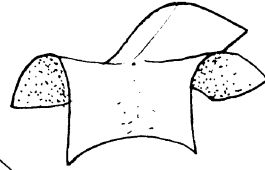


FLICKWERK

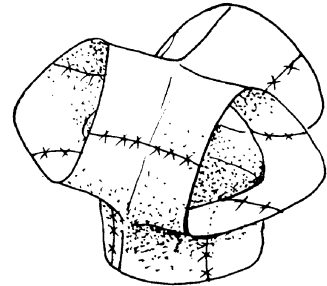
Sophie, was passiert wenn ich Negakone zusammenfüge?



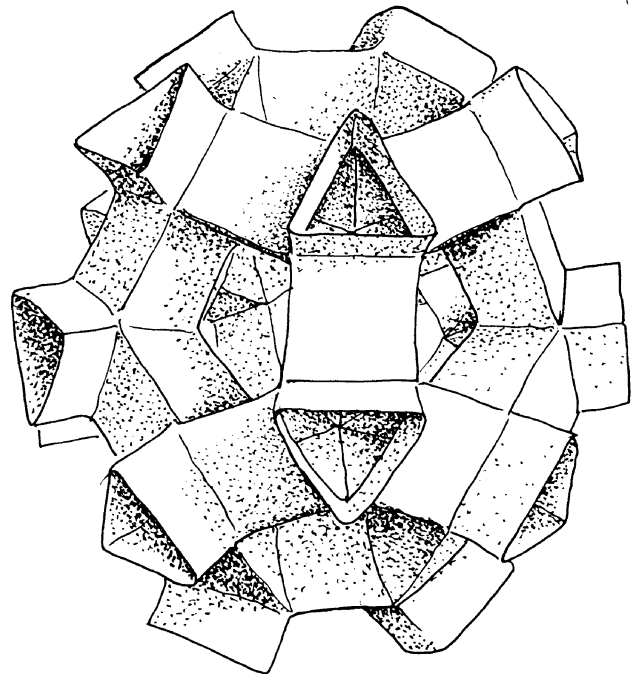
Zum Beispiel
Negakone mit
 $\Theta = -180^\circ$. Sie sind
Hexaorthogone, das
heißt Sechsecke mit
sechs rechten
Winkeln.

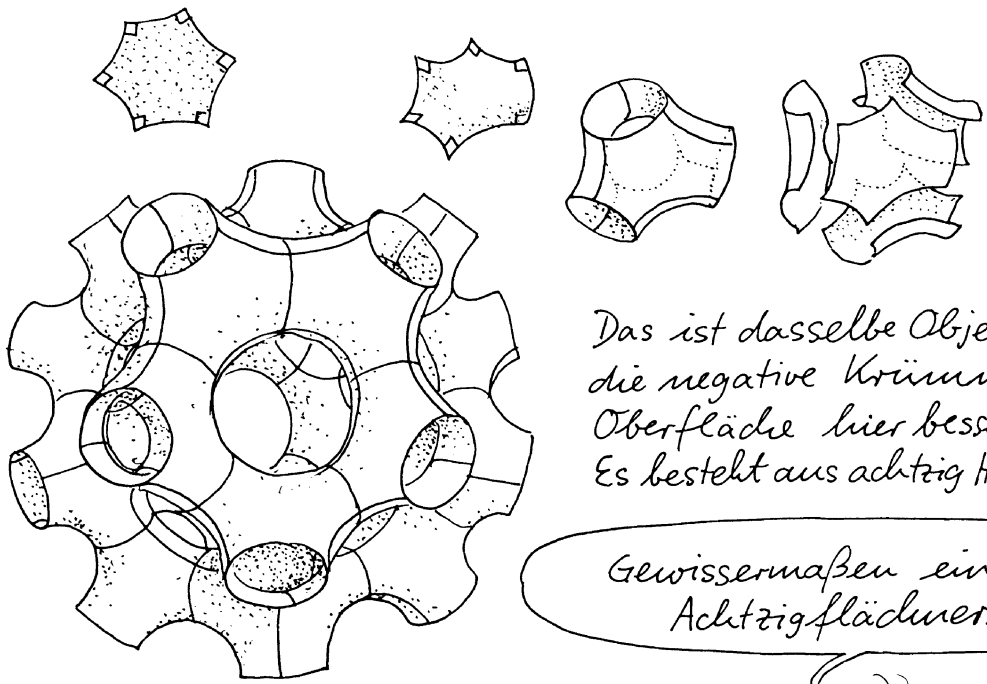


Vier Negakone ergeben
dieses Gebilde.



Vereinigt
man zwanzig
davon, so erhält man
diesen Körper mit nega-
tiv gekrümmter Ober-
fläche. Er entspricht
einem Dodekaeder, in dem
sich an jeder der zwanzig
Ecken ein Gebilde aus
vier Negakonen
befindet.





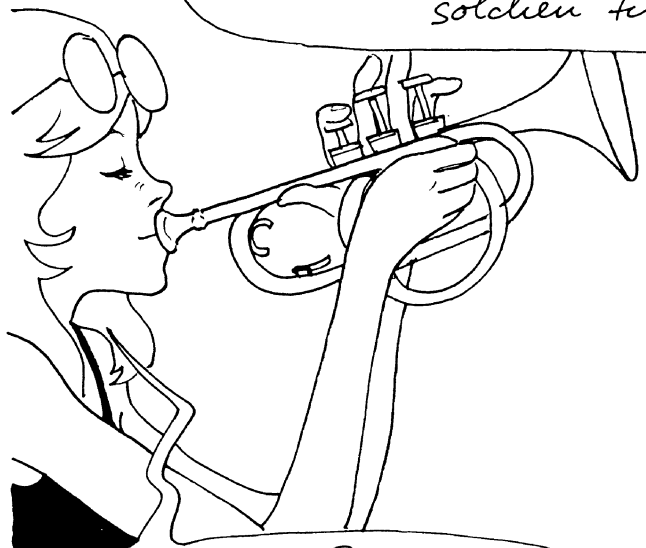
Das ist dasselbe Objekt, nur ist die negative Krümmung seiner Oberfläche hier besser zu erkennen. Es besteht aus achtzig Hexaorthogonen.

Gewissermaßen ein Achtzigflächner.

Sieht aus wie ein Stück einer dodekaedrischen Wirbelsäule.



Wären Sie Plattenleger und würden Sie hexaorthogonale Fliesen benutzen, so bekämen Sie einen solchen Fußboden.



Haben Sie gehört, mein Lieber, daß man durch Veränderung der Gene einer Schnecke, ihr Haus auf eine gewisse Weise...

Dieses Beispiel zeigt, wie die Verteilung der Krümmung die Gestalt der Gegenstände bestimmt.

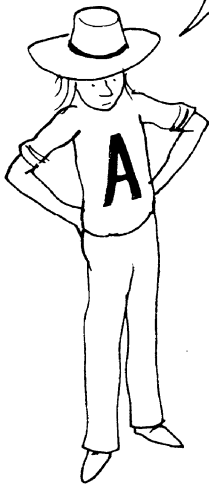


Abscheulich!

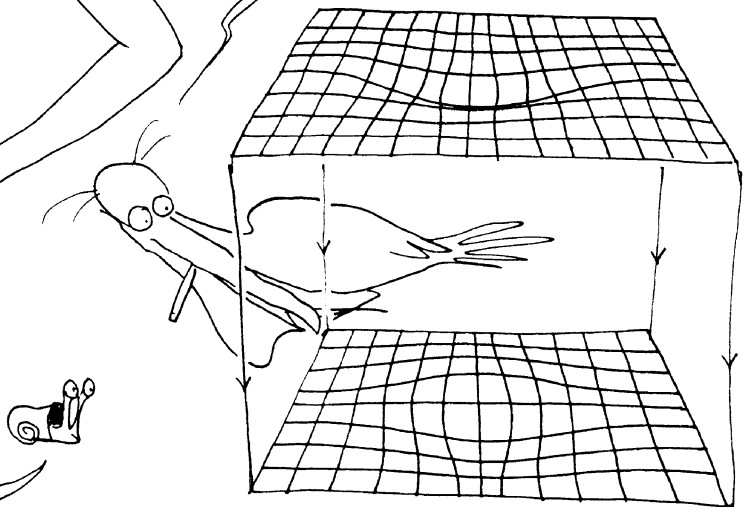
DREI DIMENSIONEN

Sophie, kann man die Krümmung unseres dreidimensionalen Raumes sehen?

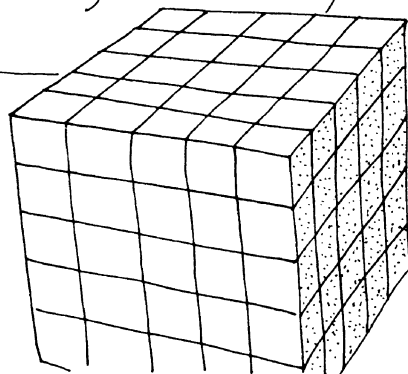
Es ist schwierig, weil Du in diesem Raum wohnst.



Wieso? Ich habe gesehen, daß man die Geodätischen einer Fläche auf eine Ebene projizieren kann. Fläche und Ebene haben beide zwei Dimensionen.



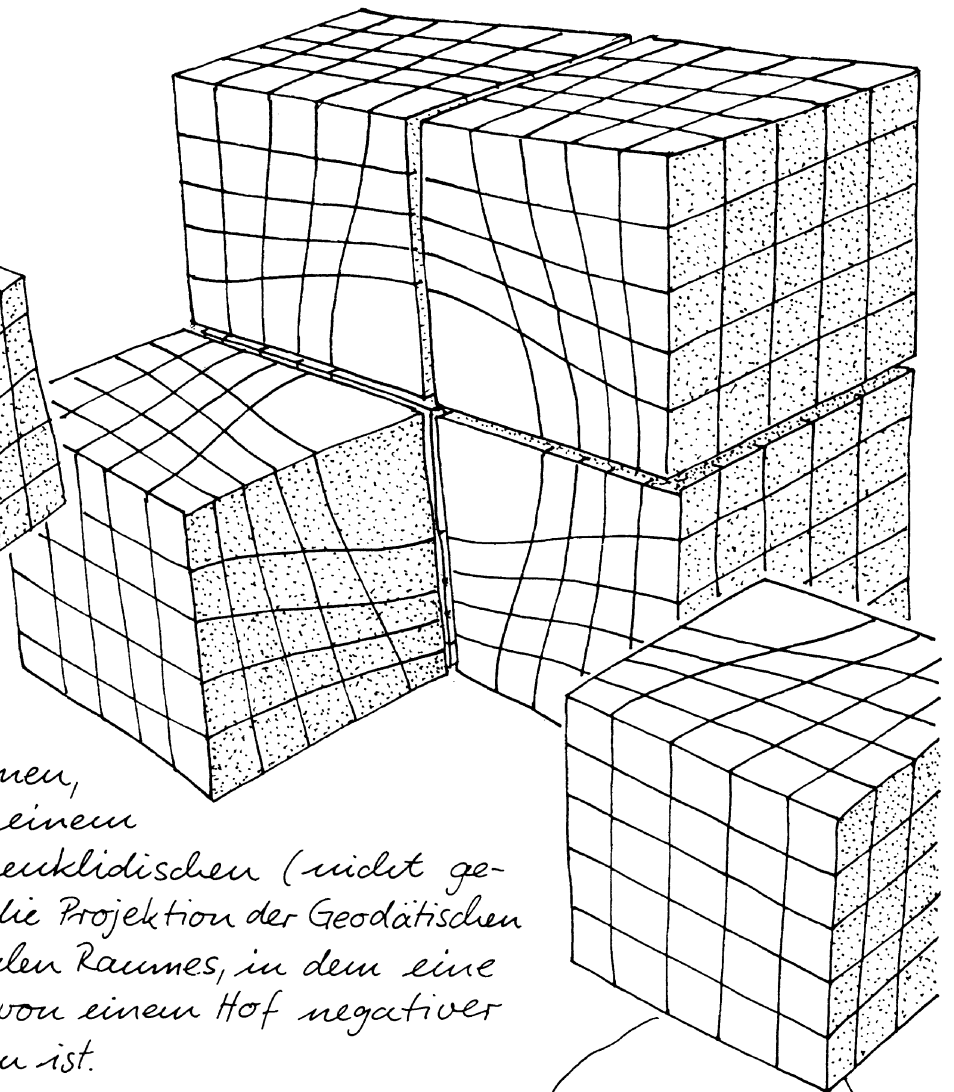
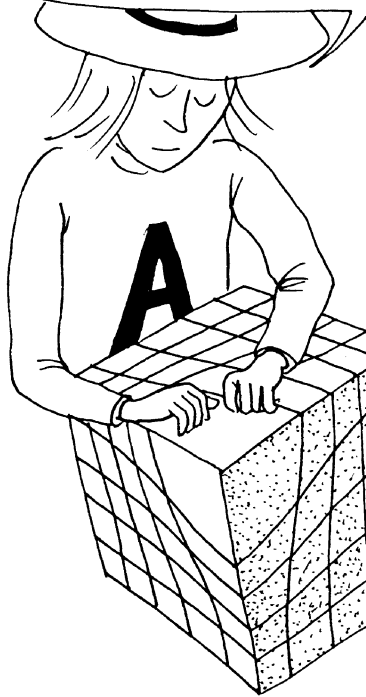
In dieser Beule konzentriert sich positive Krümmung. Sie ist umgeben von einem Hof mit negativer Krümmung.



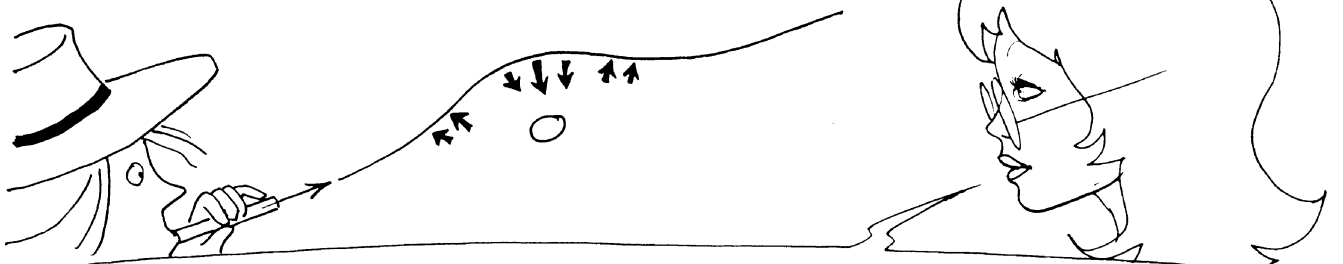
Stell' Dir einen Würfel vor, der mit Schmirgel umwickelt ist.



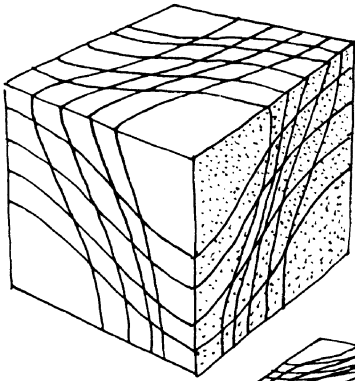
Jetzt verschiebe ich die Schüre:



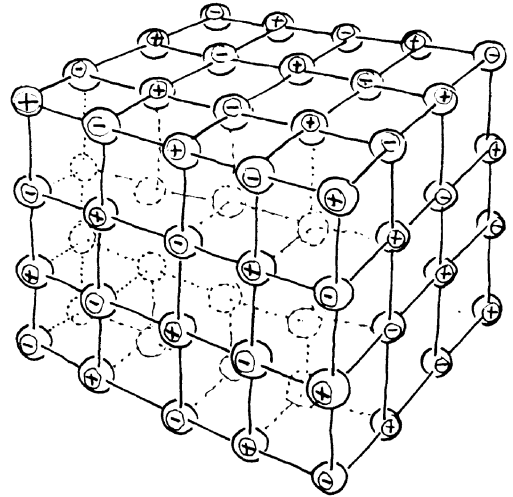
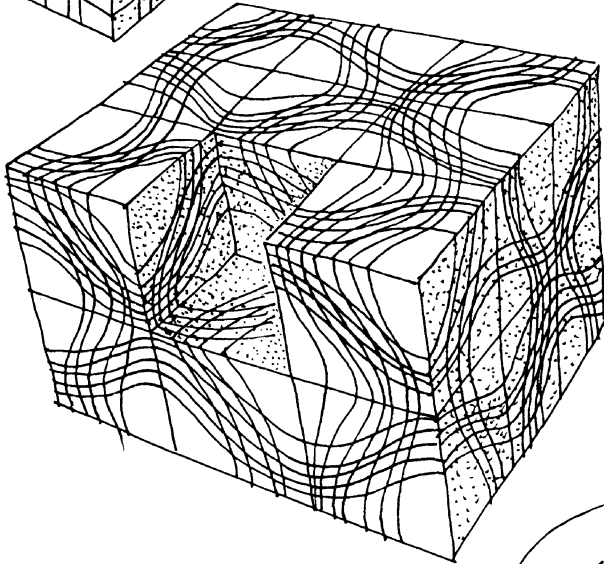
Fügt man acht dieser Würfel zusammen, so erhält man in einem dreidimensionalen euklidischen (nicht gekrümmten) Raum die Projektion der Geodätischen eines dreidimensionalen Raumes, in dem eine positive Krümmung von einem Hof negativer Krümmung umgeben ist.



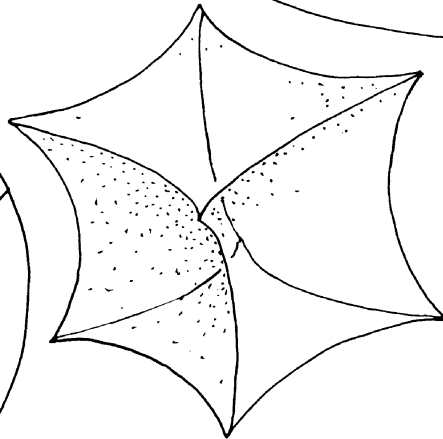
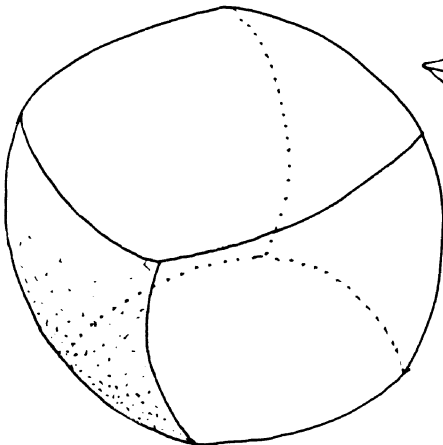
Diese Geodätischen ähneln der Flugbahn eines Pfeils, der von einem kugelförmigen Gegenstand erst abgestoßen, dann angezogen und dann wieder abgestoßen wird.



Verschiebt man die Fäden auf dem Würfel in der links gezeichneten Weise und fügt mehrere Würfel zusammen, wie darunter angedeutet, so erhält man das Bild einer von positiven und negativen Krümmungen bevölkerten Welt:

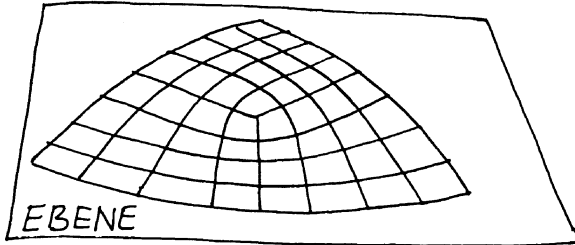
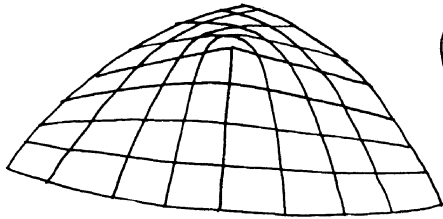


Mann kann diese dreidimensionale Welt nun ihrerseits in zwei Arten verzerrter Würfel zerlegen...



... die sich in allen drei Richtungen des Raumes beliebig oft abwechselnd zusammensetzen lassen.

PROJEKTIONEN

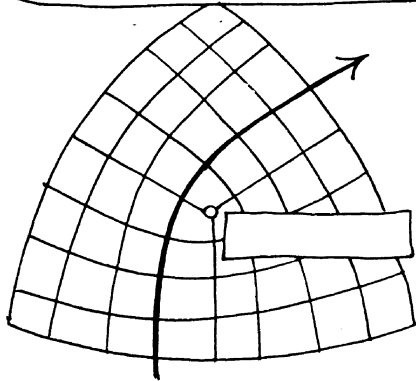


Ich kann die Geodätischen eines Kegels in eine Ebene projizieren.



Alle die gekrümmten Linien erinnern an Flugbahnen.

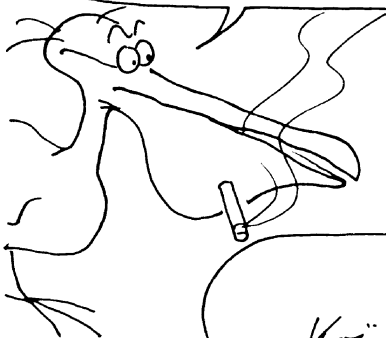
Genau!



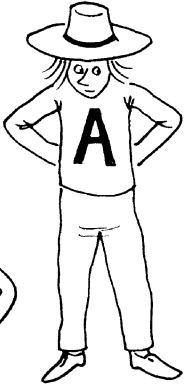
Der Grundgedanke der Allgemeinen Relativitätstheorie besteht darin, Massen und Stellen, an denen sich die Krümmung des Welt-raums ändert, gleichzusetzen.

Sie behaupten also, daß die Masse ein Winkel ist?

Hi Hi! ... geben Sie mir davon $\pi/8$...



Ja, soweit Massen Krümmungshäufungen sind.



Verstehe ich Sie recht, Herr Albert, daß die durch Kräfte bedingten Krümmungen einer Bahn dadurch entstehen, daß wir eine auf einer anderen Fläche gezogene Bahn, die dort eine Geodätische ist, in unsere wahrnehmbare Welt projizieren?

Schon wieder diese Metaphysik!

Aber nein, das ist Geometrie.

Ich werde Dir ein Beispiel geben. Stell Dir vor, wir befinden uns in einer Raumkapsel auf einer Umlaufbahn um die Erde.

Wir spüren dann so gut wie keine Schwere.

Wie schrecklich!

Hilfe!

Nun wollen wir eine Art Billard spielen.

Dieser „Billardtisch“ besteht aus zwei gleichartigen, durchsichtigen und vielfach gewölbten Flächen, die überall gleichen Abstand voneinander haben, ...

... so daß man kleine Kugeln zwischen ihnen hindurchschießen und deren Bahnen beobachten kann.

Jede Kugel behält auf ihrem gesamten Weg ihre Anfangsgeschwindigkeit v , und diese beeinflusst nicht den Verlauf ihrer Bahn.
Die ~~Direktion~~

Alle denkbaren Bahnen sind hier Geodätische. (In einem Schwerfeld wäre das freilich anders.)

Schaut mal! Die Lampe projiziert die Bahnen der Kugeln auf den Boden der Raumkapsel.

Jemand, der nun diese Projektion sähe, würde denken, daß sich die Objekte, die sich auf diesen Bahnen bewegen, in einem Kraftfeld befinden. Dabei folgen sie nur der Krümmung einer Fläche.

Wenn ich die Bahn eines Kometen um die Sonne beobachte und annehme, daß sich der Komet in einem nicht gekrümmten dreidimensionalen euklidischen Raum bewegt, so kann ich mir auch vorstellen, daß der Komet in einem entsprechend gestalteten Raum einer Geodätischen folgt, das heißt, daß er immer nur geradeaus fliegt.

Man sieht immer nur die Schatten der Dinge.

Das ist sehr platonisch, was Sie da sagen, mein Lieber.

Man kann eben nur geradeaus gehen!

Auch das Licht folgt immer einer Geodätischen.

Ach wie lustig! Diese Geodätischen sehen ganz anders aus, wenn man sie unter einem anderen Winkel projiziert.

Tiresias!

Schon gut!

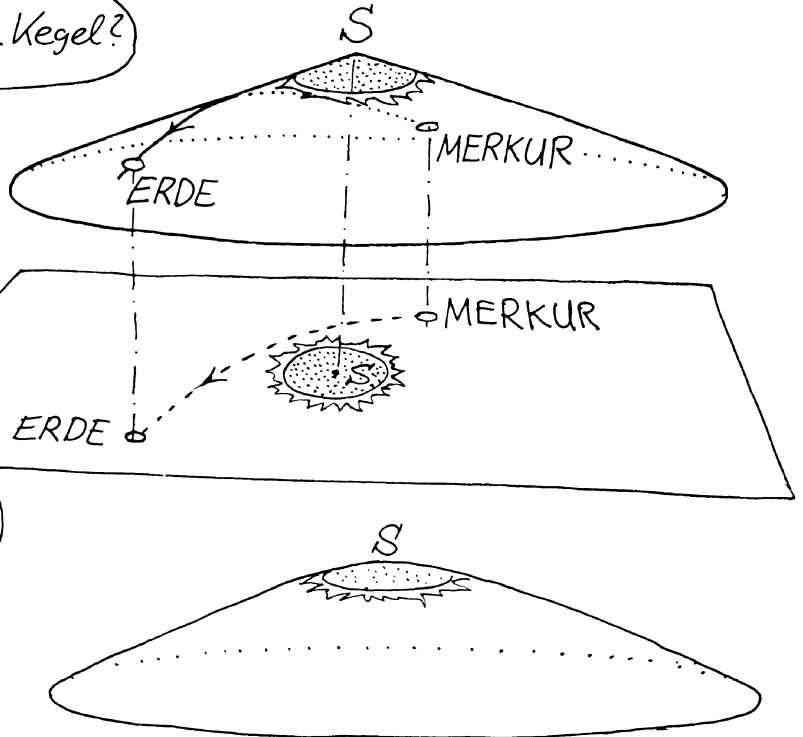


MASSE UND MATERIE

Aber dann ... wäre die Sonne ein Kegel?

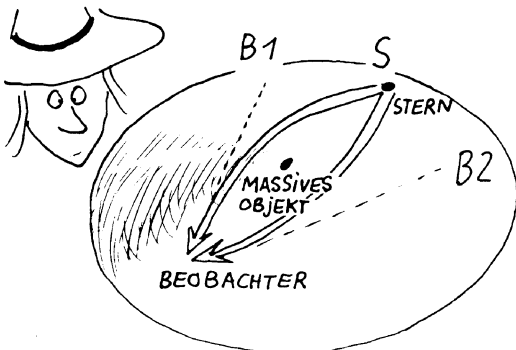


Man weiß, daß die Sonne Lichtstrahlen, die vom Merkur kommen, ablenkt.



Infolge ihrer beträchtlichen Masse entspricht die Sonne einer beträchtlichen Krümmungsmenge.

Da die Sonne andererseits keine punktförmige Masse ist, müssen wir den Raum in ihrer Nachbarschaft als einen stumpfen Kegel darstellen.



Sehr massive Objekte können den Raum derart krümmen, daß ein Beobachter von einem Stern S zwei Bilder, B1 und B2, empfängt. Man bezeichnet das massive Objekt dann als Gravitationslinse.

Die Massen der Atome begründen die allgemeine Krümmung des Universums, das heißt...

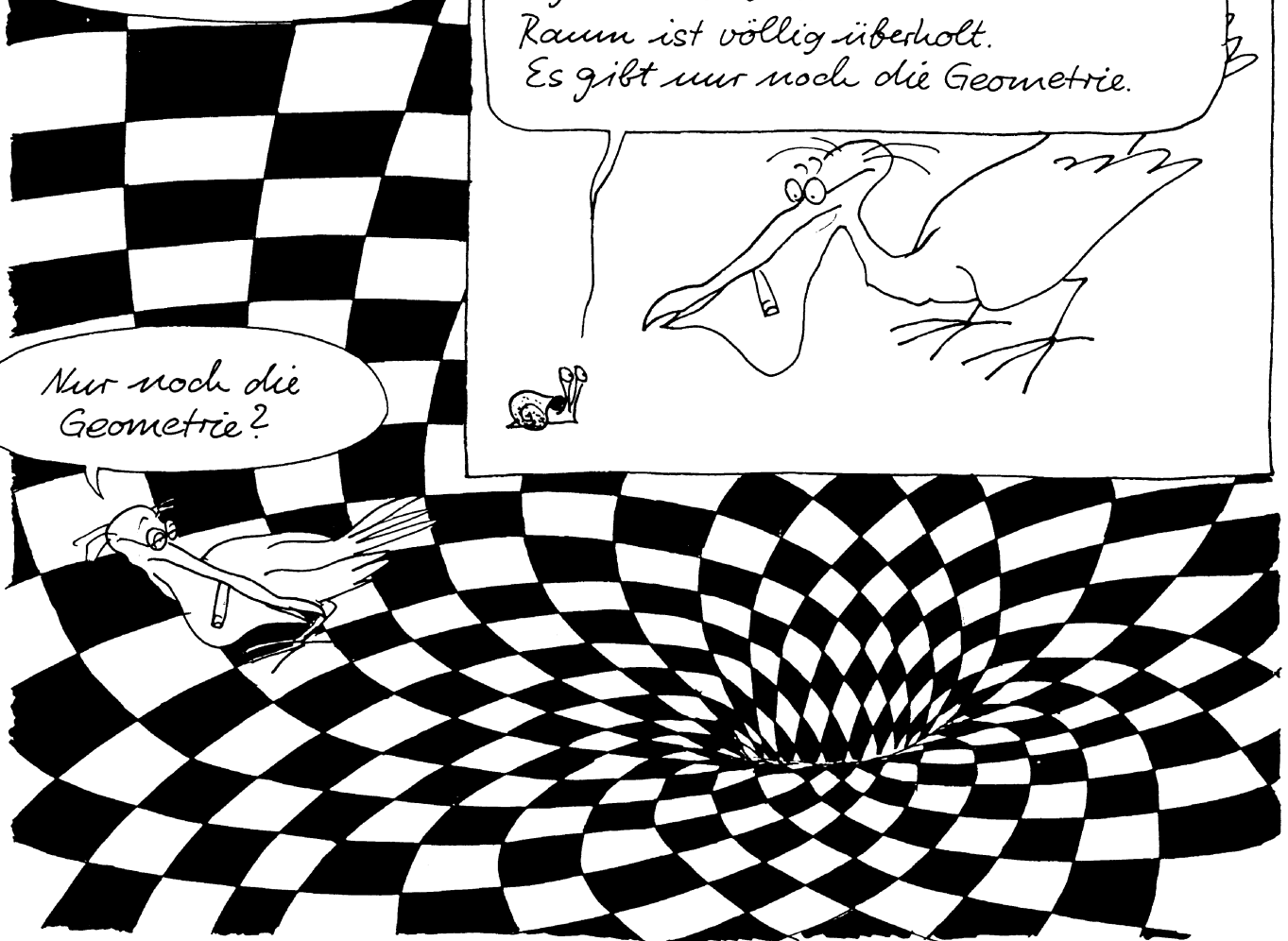
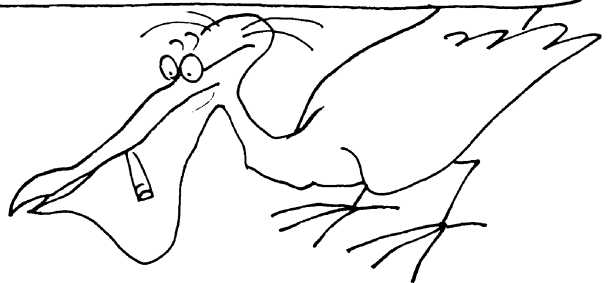
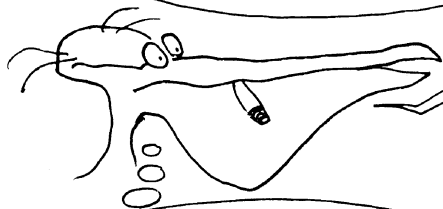
... man gibt der Masse eine geometrische Bedeutung.

Aber zwischen den Atomen ist der Raum doch wohl leer?

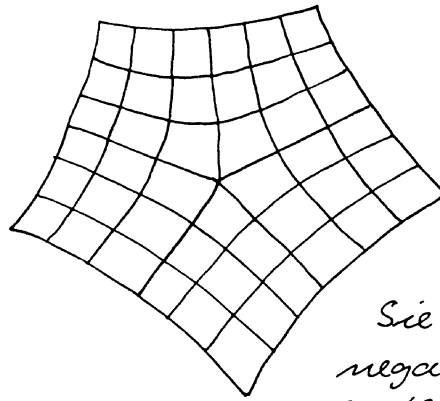
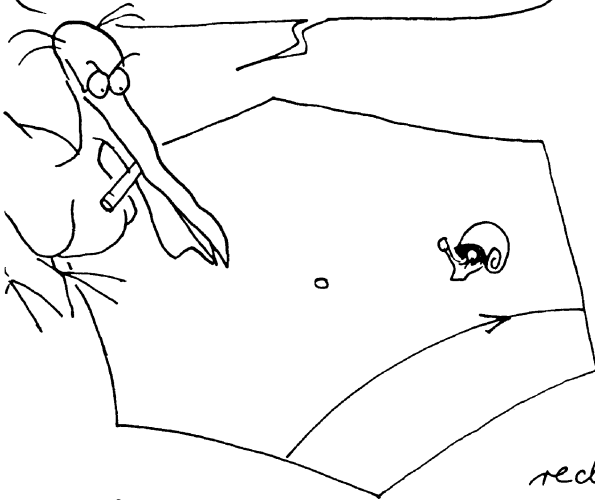
Oder ich verstehe überhaupt nichts mehr.

Nur noch die Geometrie?

Aber nein, lieber Freund, der alte Gegensatz zwischen Materie und leerem Raum ist völlig überholt. Es gibt nur noch die Geometrie.



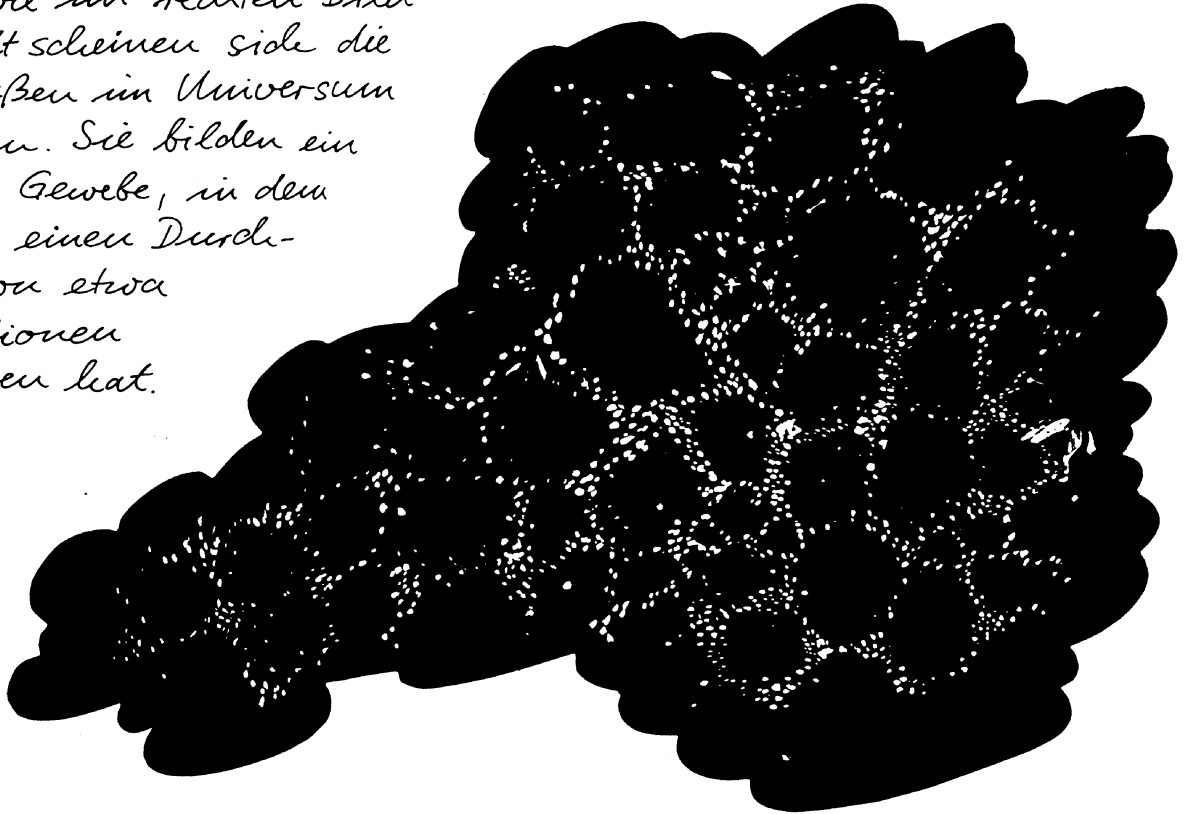
Und die Negakone?



Sie entsprechen negativen Massen, die Abstoßungskräfte erzeugen. Ein mit negativen Massen gefülltes Universum wäre recht seltsam. Anstatt Sterne und

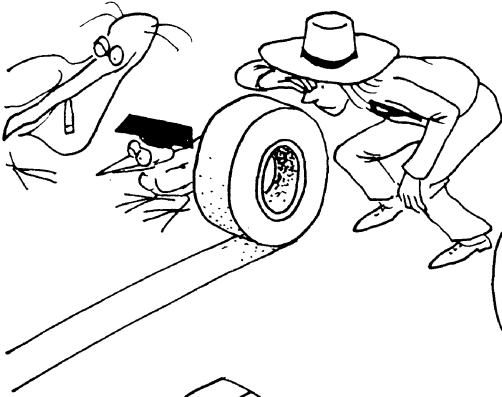
Milchstraßen hervorzubringen, enthielte es große leere Blasen.

So wie im rechten Bild dargestellt scheinen sich die Milchstraßen im Universum zu verteilen. Sie bilden ein seltsames Gewebe, in dem jede Zelle einen Durchmesser von etwa 200 Millionen Lichtjahren hat.

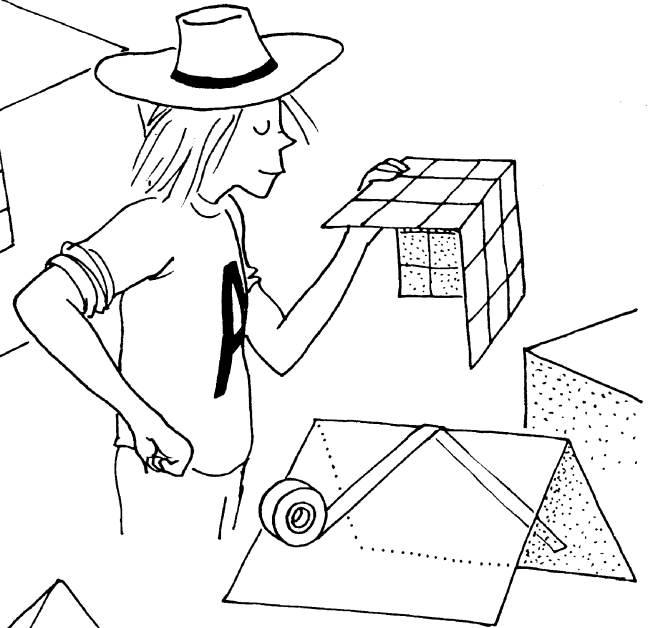
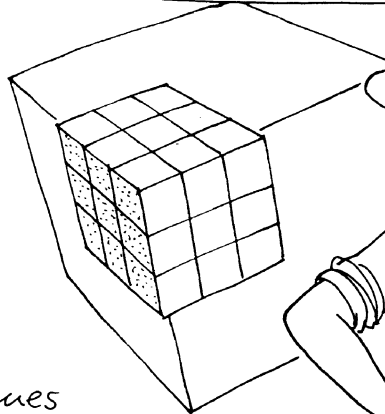
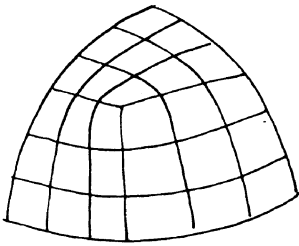


Auf sehr große Entfernungen könnten sich die Schwerkräfte in diesem Gewebe als abstoßend erweisen.

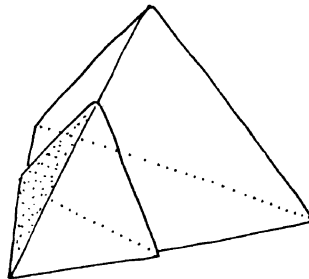
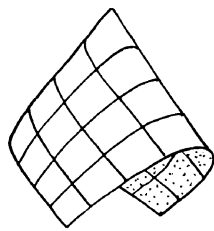
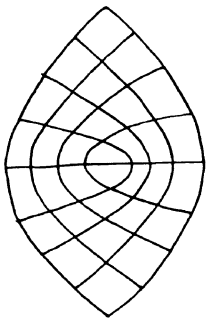
POLYEDER



Anselm nimmt eine Rolle Klebeband, um damit die Geodätischen verschiedener Flächen zu markieren.



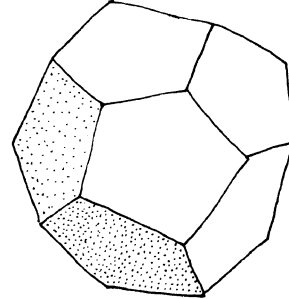
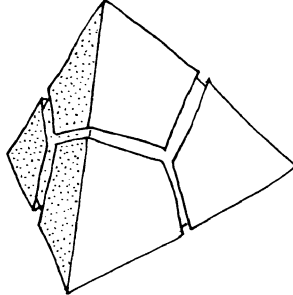
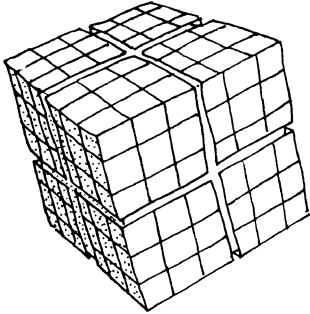
Dieser Kegel ($\Theta = 90^\circ$) entspricht der Ecke eines Würfels. Seine Geodätischen bleiben Geodätische, einerlei wie man ihn verbiegt.



Ebenso kann man diesen Kegel ($\Theta = 180^\circ$) dreimal falten, so daß er genau auf die Ecke eines regelmässigen Tetraeders paßt.



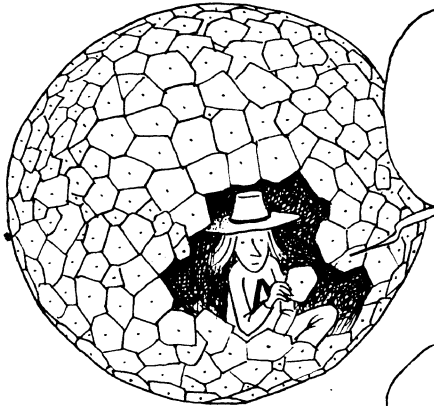
EIN RAUM MUß OFFEN ODER GESCHLOSSEN SEIN



Acht Kegel mit $\theta = 90^\circ$
ergeben
einen Würfel.
 $90^\circ \times 8 = 720^\circ$

Vier Kegel mit $\theta = 180^\circ$
ergeben
ein Tetraeder
 $180^\circ \times 4 = 720^\circ$

Zwanzig Kegel mit $\theta = 36^\circ$
ergeben
ein Dodekaeder
 $20 \times 36^\circ = 720^\circ$



Wenn ich N Mikrokegel, deren Winkel θ
der Gleichung $N \times \theta = 720^\circ$ genügen,
so regelmäßig wie möglich
zusammenfüge, erhalte ich eine Kugel.

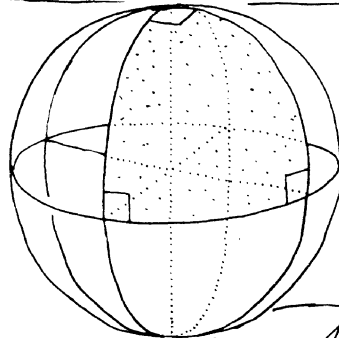
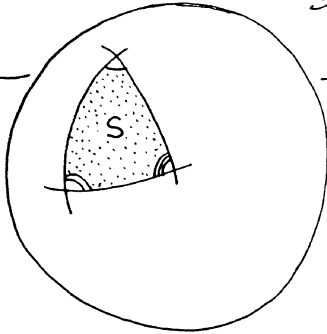
Das ist nicht weiter
verwunderlich, denn die
gesamte Krümmung einer
Kugel beträgt 720° .

Jetzt komm
da lieber raus,
mein Freund.

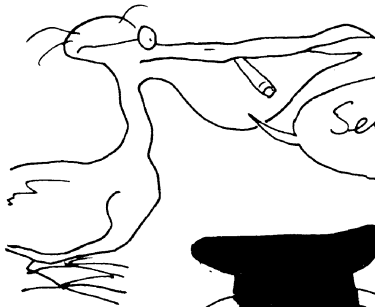


Auf einer Kugel ist die Krümmung gleichmäßig verteilt. Daher ist die Winkelsumme eines Dreiecks, das man auf eine Kugel zeichnet, gleich $180^\circ + (720^\circ \times s/S)$, wobei s die Fläche des Dreiecks und S die Oberfläche der Kugel ist. Das Glied $(720^\circ \times s/S)$ gibt die Krümmungsmenge im Dreieck an.

Die Direktion (*)



Dieses Dreieck belegt ein Achtel der Kugeloberfläche.
 $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ + (720^\circ/8) = 270^\circ$



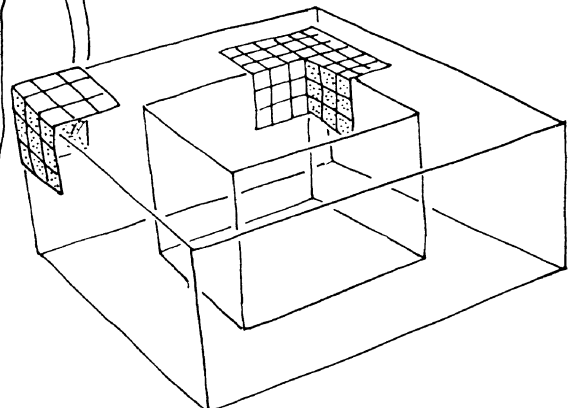
Sehr hübsch!

Aus ähnlichen Gründen muß unser dreidimensionaler Raum geschlossen sein, wenn seine mittlere Dichte (das heißt die Krümmungsmenge pro Volumeneinheit) 10^{-29} Gramm pro Kubikzentimeter übersteigt.



Sagen Sie, Herr Albert, wie groß ist die gesamte Krümmung eines Torus?

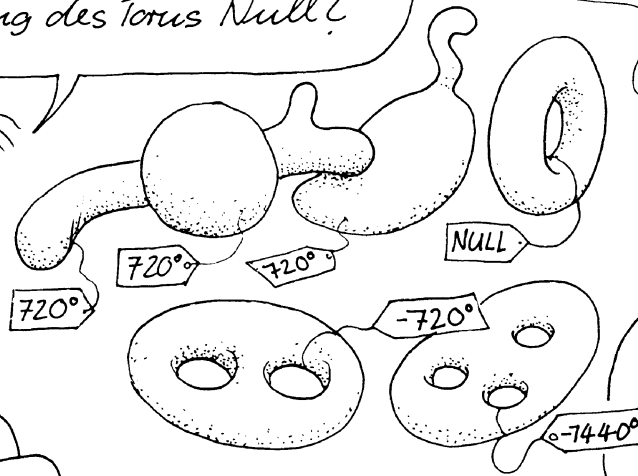
Ganz einfach, Anselm. Du brauchst ihn nur aus acht Posikonen mit $\Theta = 90^\circ$ und acht Negakonen mit $\Theta = -90^\circ$ zusammensetzen:



(*) Ein Lelorsatz, den wir Gauß verdanken.

Die Summe der Winkel in den sechzehn Kegeln ist Null. Also ist auch die gesamte Krümmung des Torus Null?

So ist es.

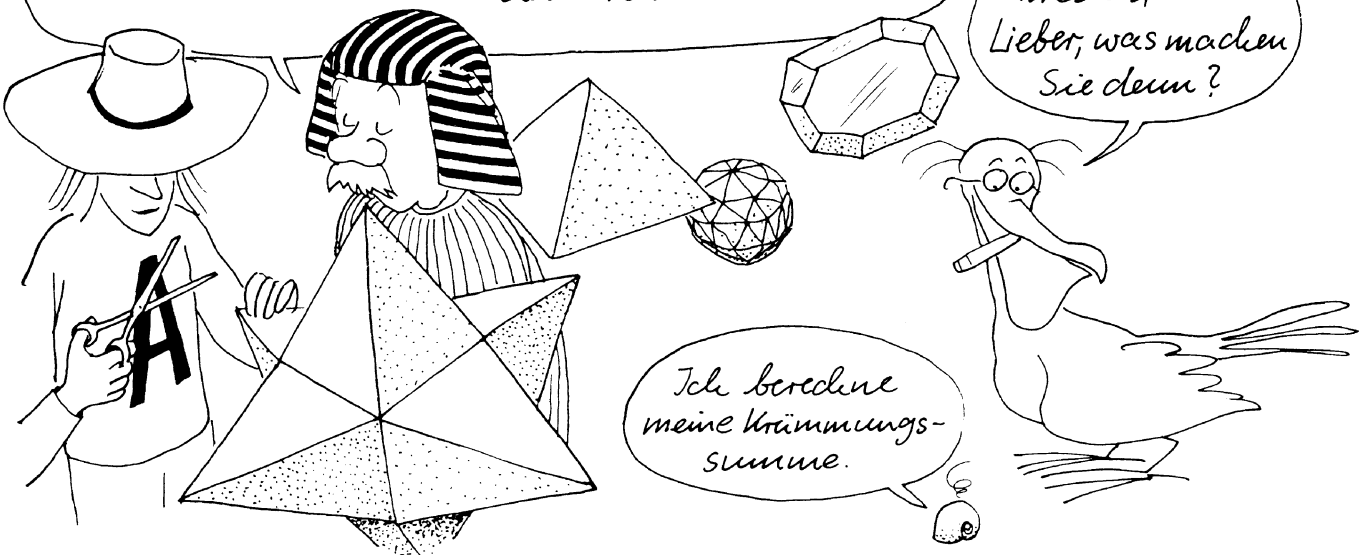


Jeder Gegenstand, der einer Kugel gleicht, hat eine gesamte Krümmung von 720° oder 4π .

Die Krümmungssumme eines Torus mit N Löchern [einer FOUGASSE(*)] beträgt $-4\pi(N-1)$, das heißt, man zieht von 4π für jedes Loch 4π ab.

Und für jedes in sich geschlossene Polyeder erhältst Du die Krümmungssumme, indem Du alle in seinen Ecken konzentrierten Krümmungen addierst.

Tiresias, mein Lieber, was machen Sie denn?



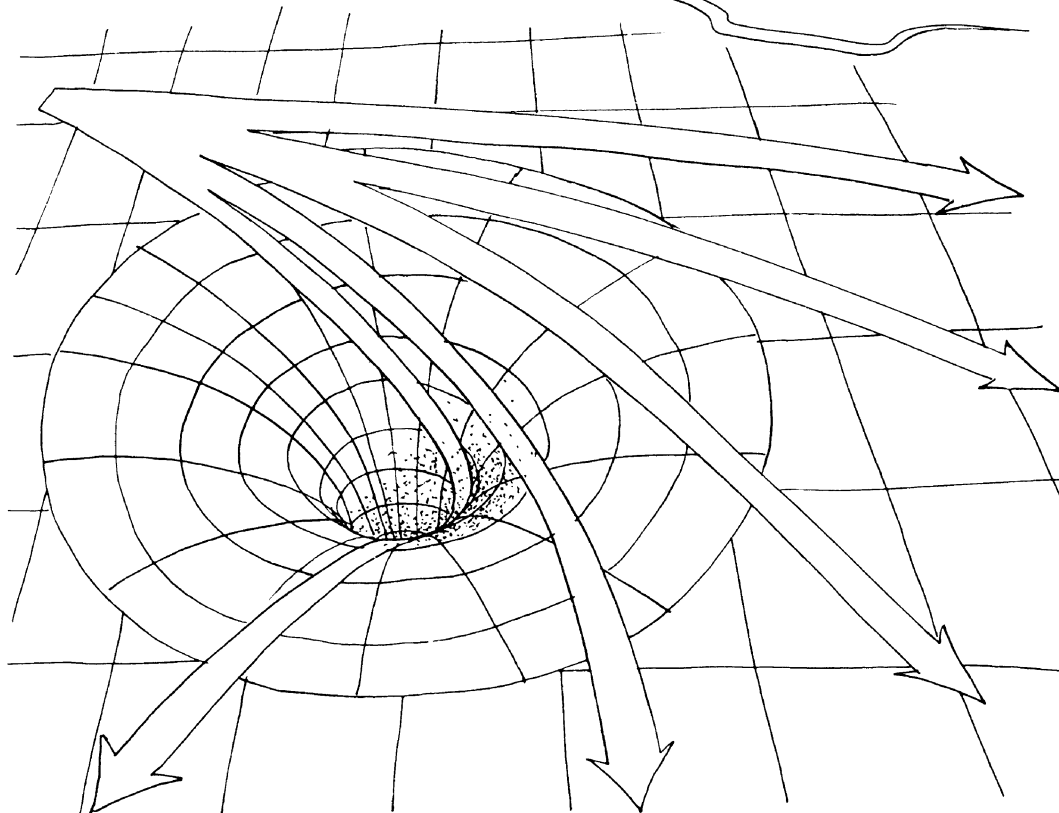
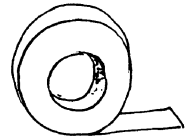
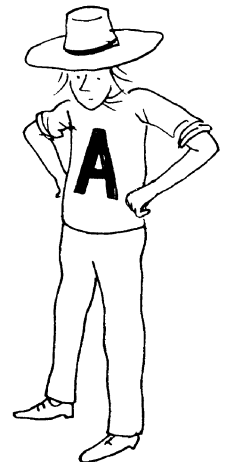
(*) Eine FOUGASSE ist ein Brot, das man in Südfrankreich (dort, wo der Autor wohnt) bäckt.

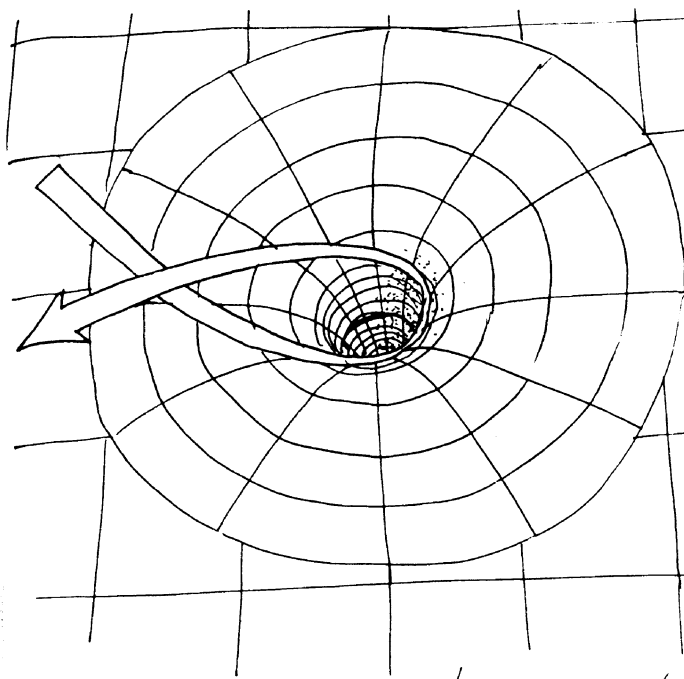
ERSTER AUSFLUG ZUM SCHWARZEN LOCH

Was mag das jetzt
bloß wieder sein?

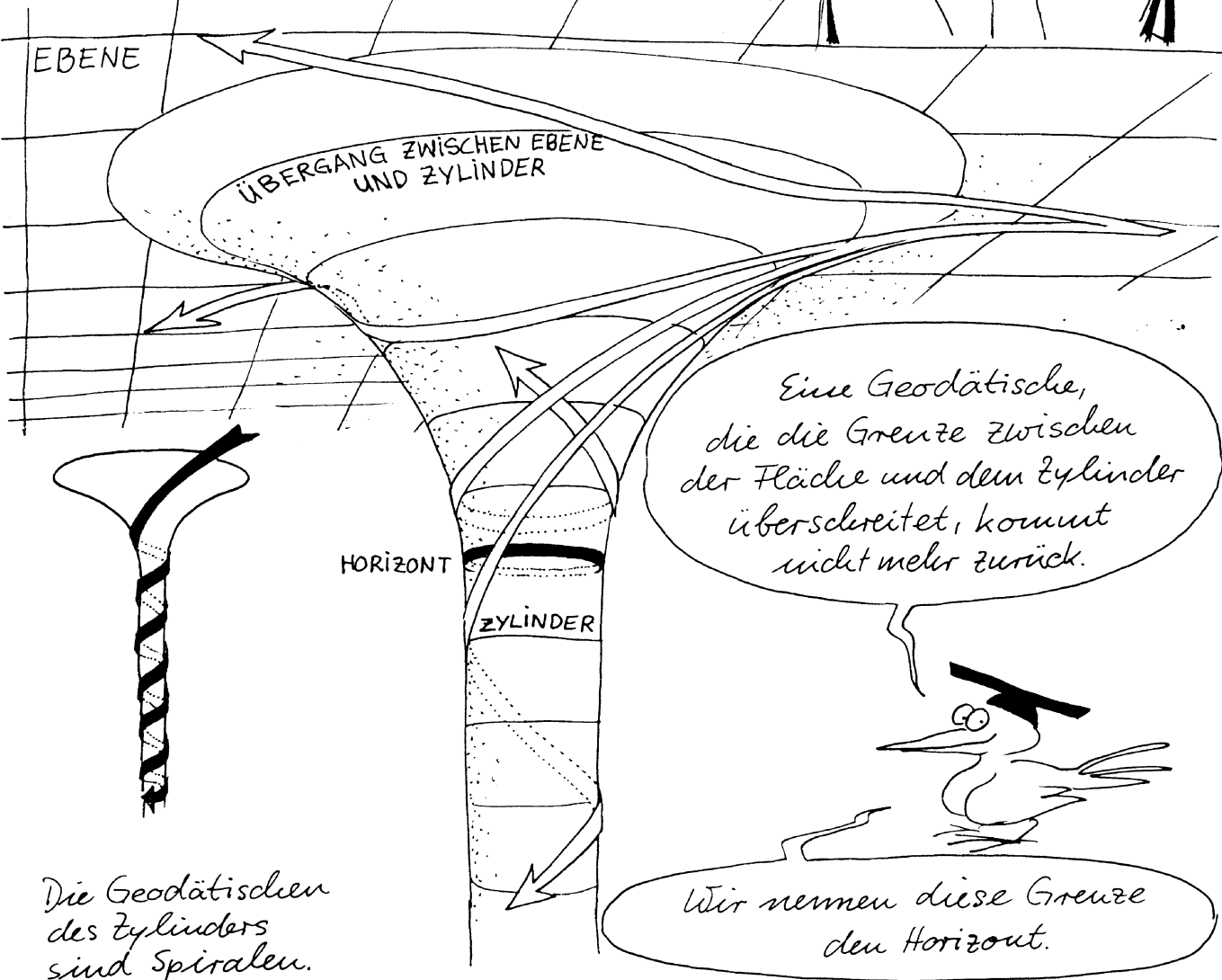
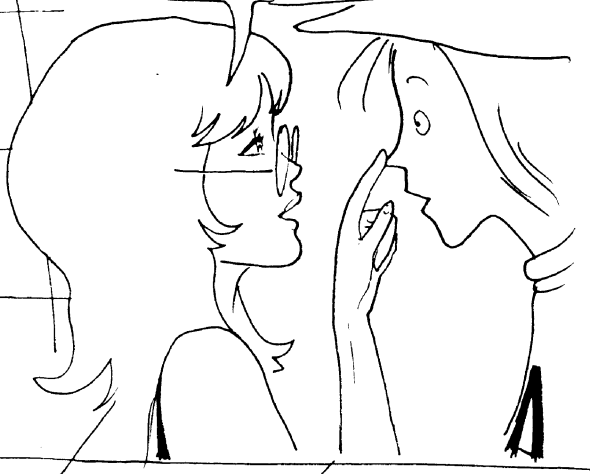


Mit meinem Klebeband habe ich
auf dieser seltsamen Fläche einige
Geodätische markiert.





Taucht eine Geodätische tief genug in die Senke ein, so schneidet sie sich schließlich selbst.

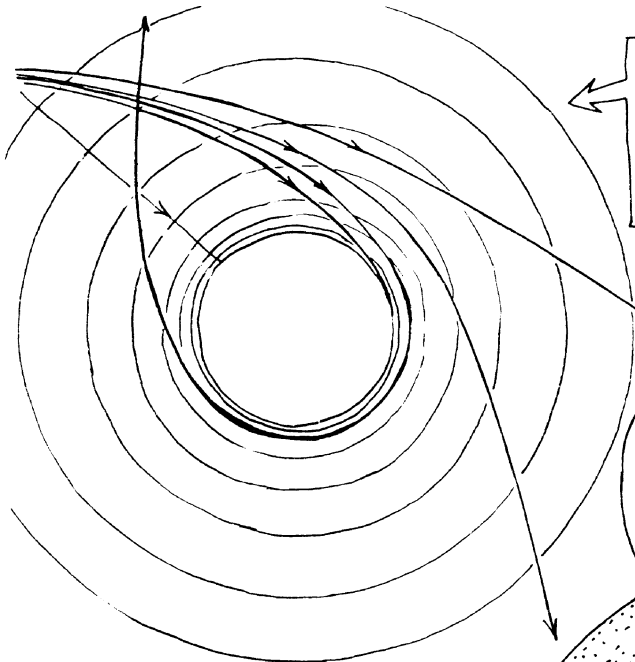


Eine Geodätische, die die Grenze zwischen der Fläche und dem Zylinder überschreitet, kommt nicht mehr zurück.



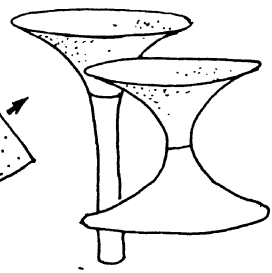
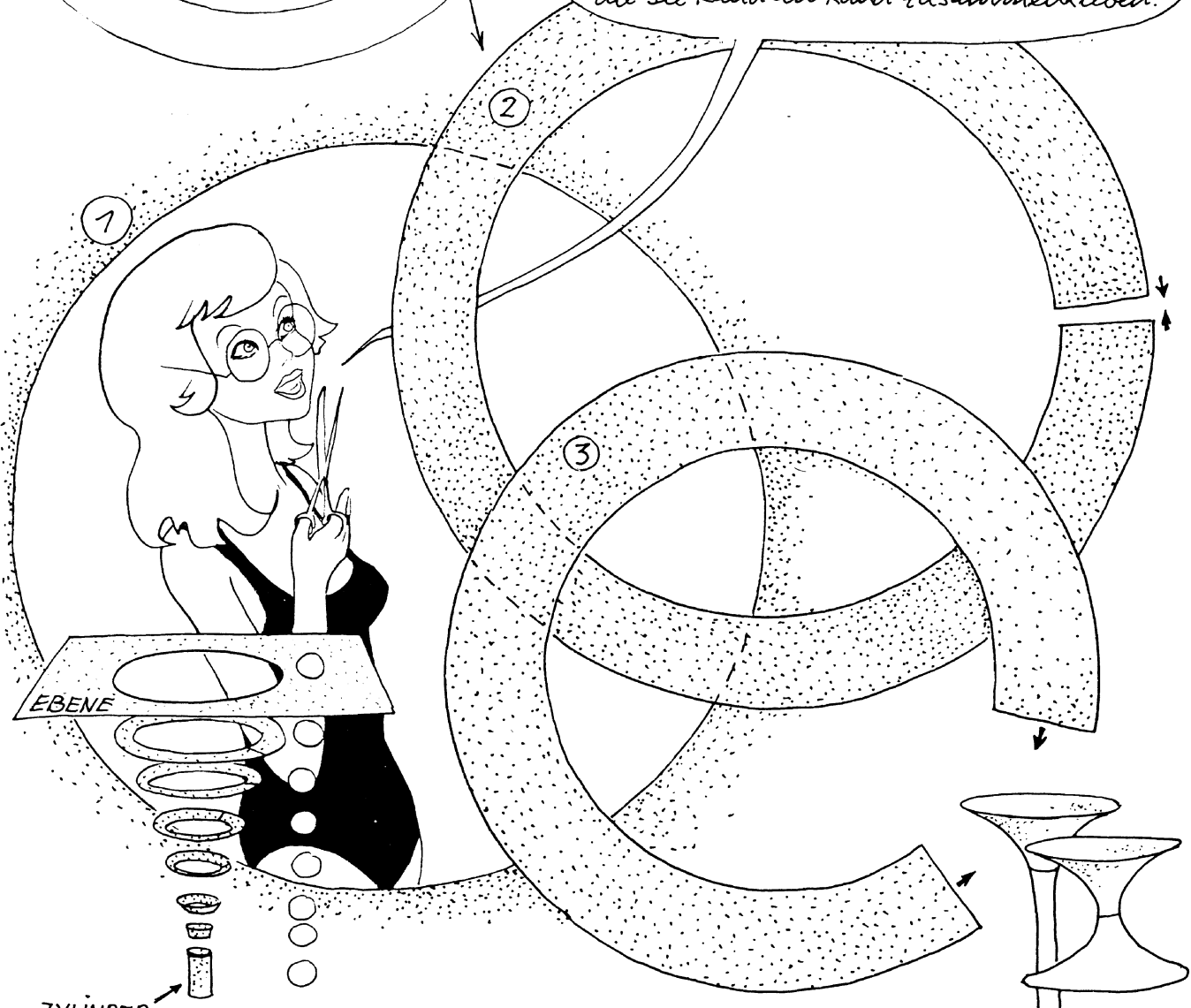
Wir nennen diese Grenze den Horizont.

Die Geodätischen des Zylinders sind Spiralen.



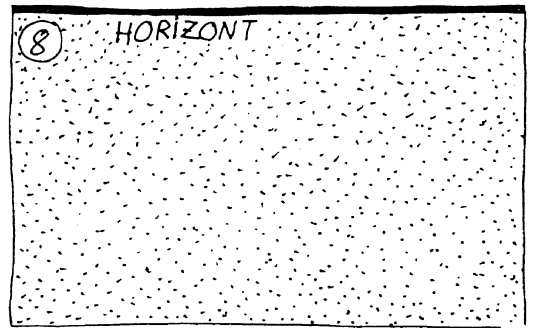
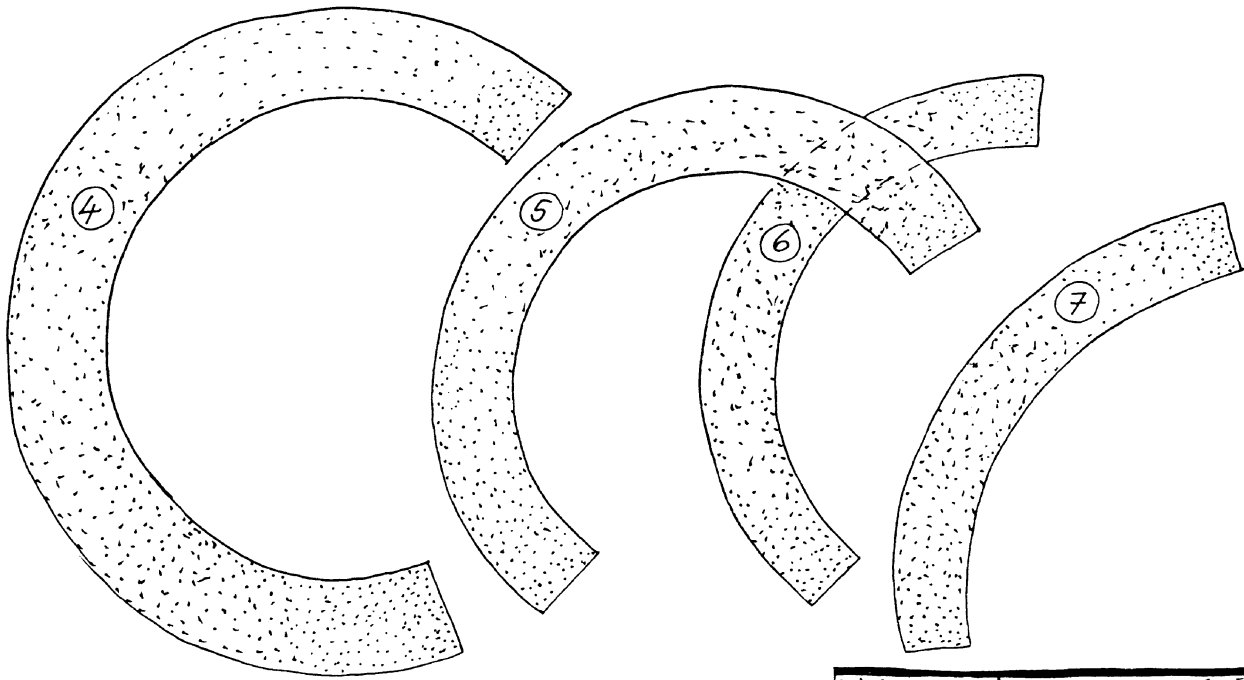
Wer sich einbildet, in einer ebenen Welt zu leben, sieht die Geodätischen in dieser Weise.

Fabrikieren Sie Ihr eigenes schwarzes Loch aus einer Ebene mit einem kreisförmigen Ausschnitt (1), aus sechs Kegestümpfen (2 bis 7) und einem Zylinder (8), die sie Rand an Rand zusammenkleben.

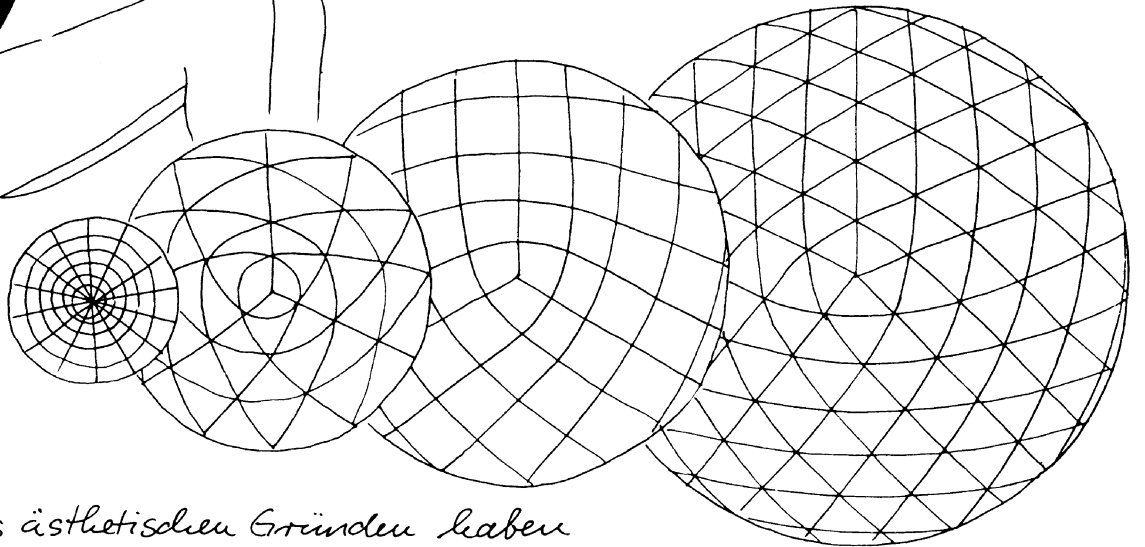


ZYLINDER

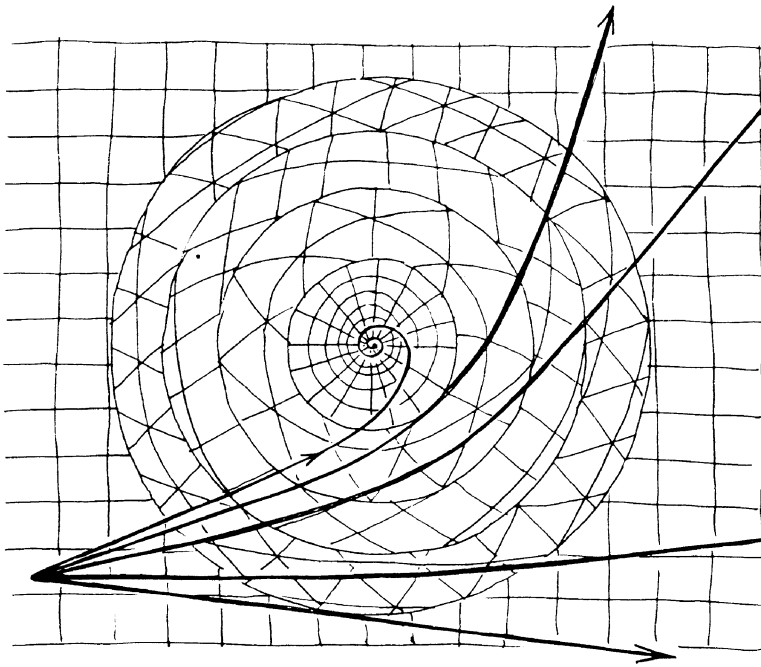
VARIANTEN



Hier wird ein schwarzes Loch mit Hilfe von Netzwerken veranschaulicht.



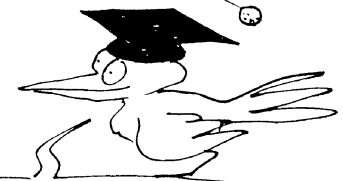
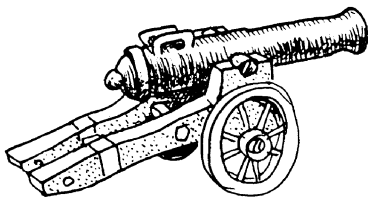
Nur aus ästhetischen Gründen haben alle diese Netzwerke eine regelmäßige Gestalt.



Die Spielregel besteht darin, aufeinanderfolgende Netze jeweils unter demselben Winkel zu schneiden und beim Übergang von einem Netz zum anderen die Richtung des Pfeils entsprechend zu ändern. Je mehr man sich dem schwarzen Loch nähert, desto mehr macht sich seine Anziehung bemerkbar. Jenseits des Horizontes dreht sich die Bahn spiralförmig nach unten. Man beachte, daß das zentrale Netzwerk aus Geodätischen des Zylinders besteht.

Ich habe das Gefühl, daß an Ihrer Geschichte etwas faul ist.

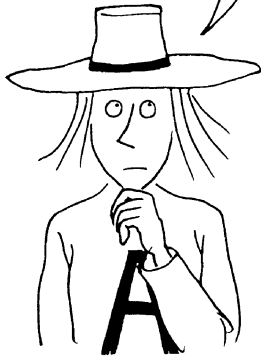
Sie ersetzen Massen durch Krümmungen und Flugbahnen durch Geodätische. Aber was machen Sie mit der Anfangsgeschwindigkeit?



Die Flugbahn eines Objektes in einem Schwerfeld hängt von seiner Anfangsgeschwindigkeit v_0 ab.

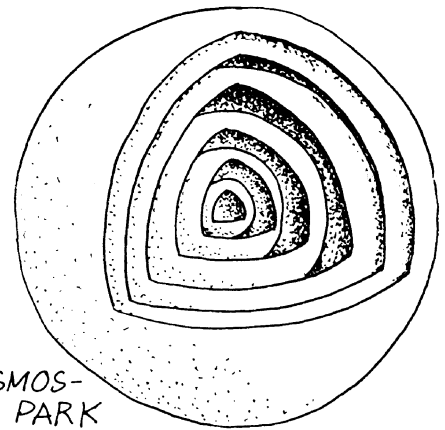
Zum Beispiel die Bahn einer Kanonenkugel unter dem Einfluß der Erdanziehung.

Dann entsprechen alle Zeichnungen die wir soeben gesehen haben, derselben Anfangsgeschwindigkeit v_0 ?



AUF TAUCHFAHRT

Wir wollen uns eine Welt vorstellen, die wie eine Zwiebel gebaut ist, die also aus lauter konzentrischen Schichten besteht. (*)

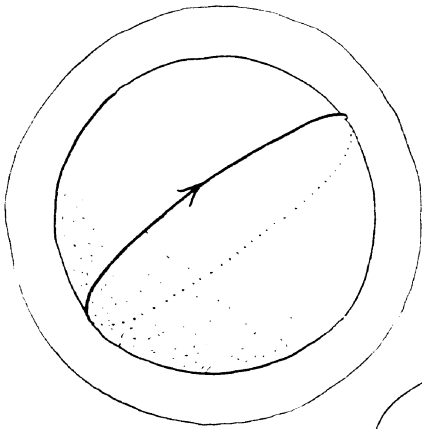


Jede Schicht entspricht einer Geschwindigkeit v_i , und je tiefer die Schicht liegt, umso größer ist v_i .

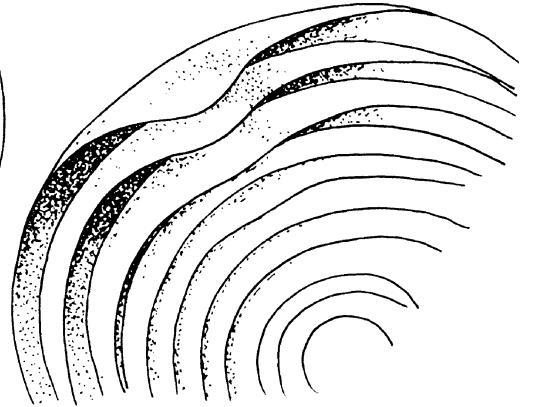
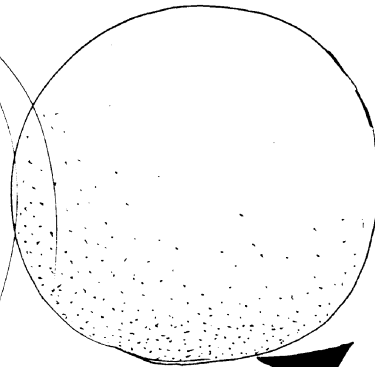
Im Zentrum der Zwiebel herrscht Lichtgeschwindigkeit.

(*) Man findet dieses Modell unter dem Namen Cosmos-Park in dem Buch „ALLES IST RELATIV“ vom gleichen Autor im gleichen Verlag.

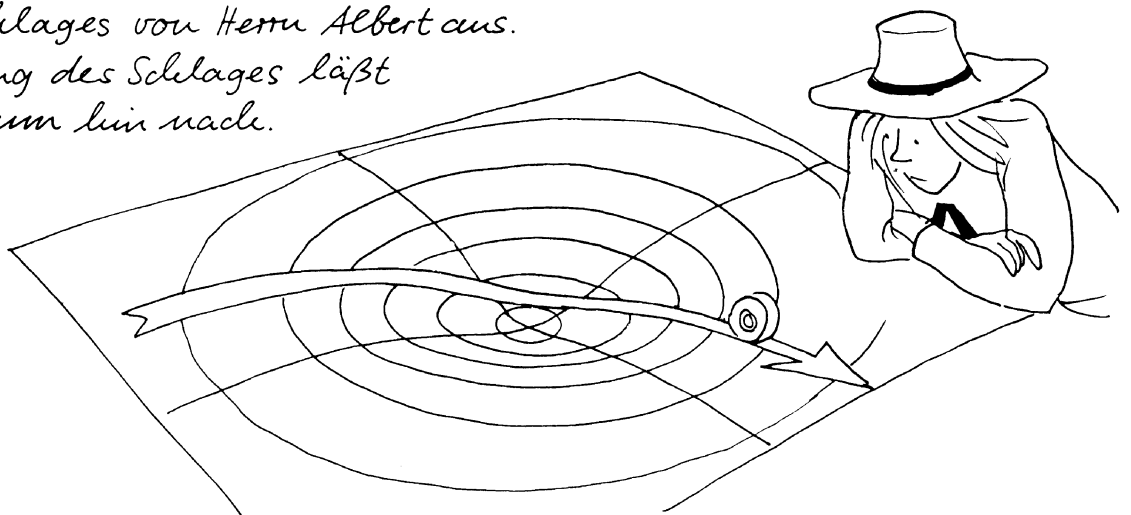
Ein Objekt, auf das keine Kräfte wirken, behält seine Geschwindigkeit v , das heißt, es bleibt ständig in gleicher Entfernung vom Zentrum der Zwiebel und bewegt sich auf einer Geodätischen (einem Großkreis) der Kugel, die seiner Tiefe entspricht.



Und jetzt schaut genau zu!

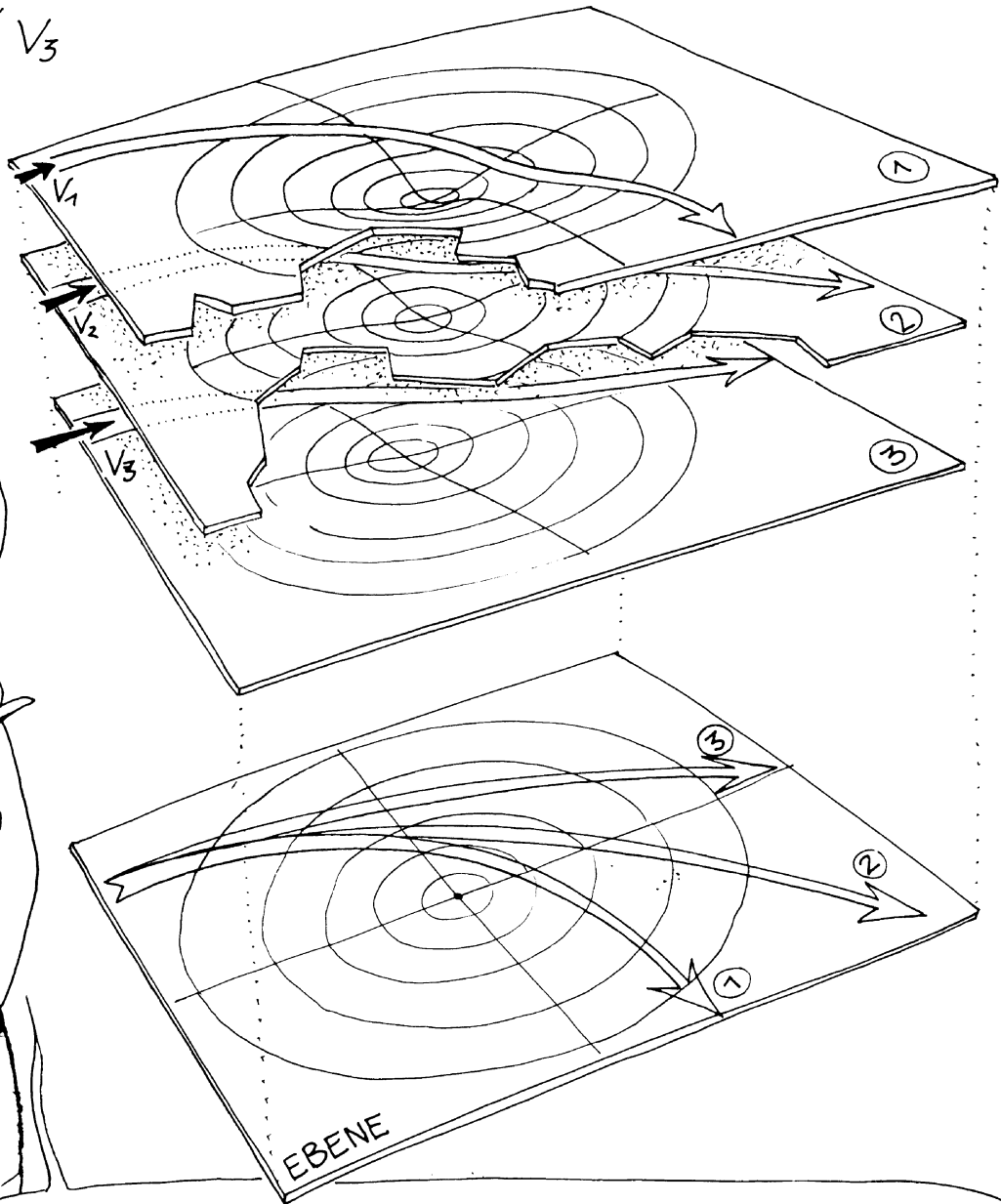


So sieht das Ergebnis des Hammerschlages von Herrn Albert aus. Die Wirkung des Schlages läßt zum Zentrum hin nach.

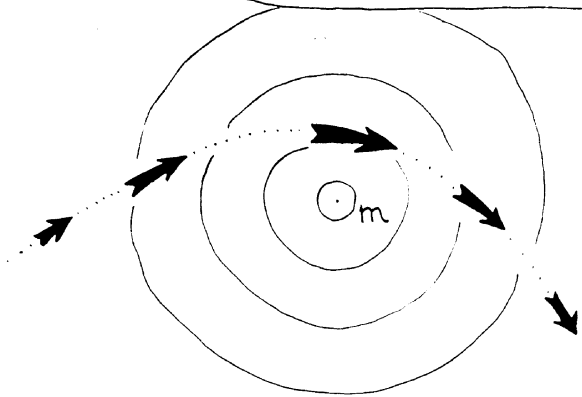


In der Fläche befindet sich eine Vertiefung. Die konzentrischen Kreise sind die Höhenlinien, und der Pfeil entspricht einer Geodätischen.

$$v_1 < v_2 < v_3$$



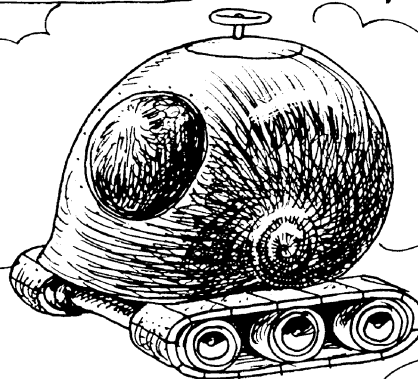
Je kleiner die Anfangsgeschwindigkeit eines Objektes ist, das heißt, je höher die Schicht liegt, in der es sich bewegt, umso ausgeprägter ist die Deformation und umso gekrümmter ist die Bahn.



Unter dem Einfluß der Gravitationskraft nimmt die Geschwindigkeit eines Objektes erst zu, und dann wieder ab. Die Geschwindigkeit ist maximal, wenn der Abstand zwischen Objekt und anziehender Masse minimal ist.

Was ist das für ein merkwürdiges Gefährt?

Es ist ein
CHRONOSKAPH.



Mit ihm können
wir im Cosmos - Park den
Geodätischen folgen.

Aber warum sollen wir
uns im Chronoskaph
einsperren?



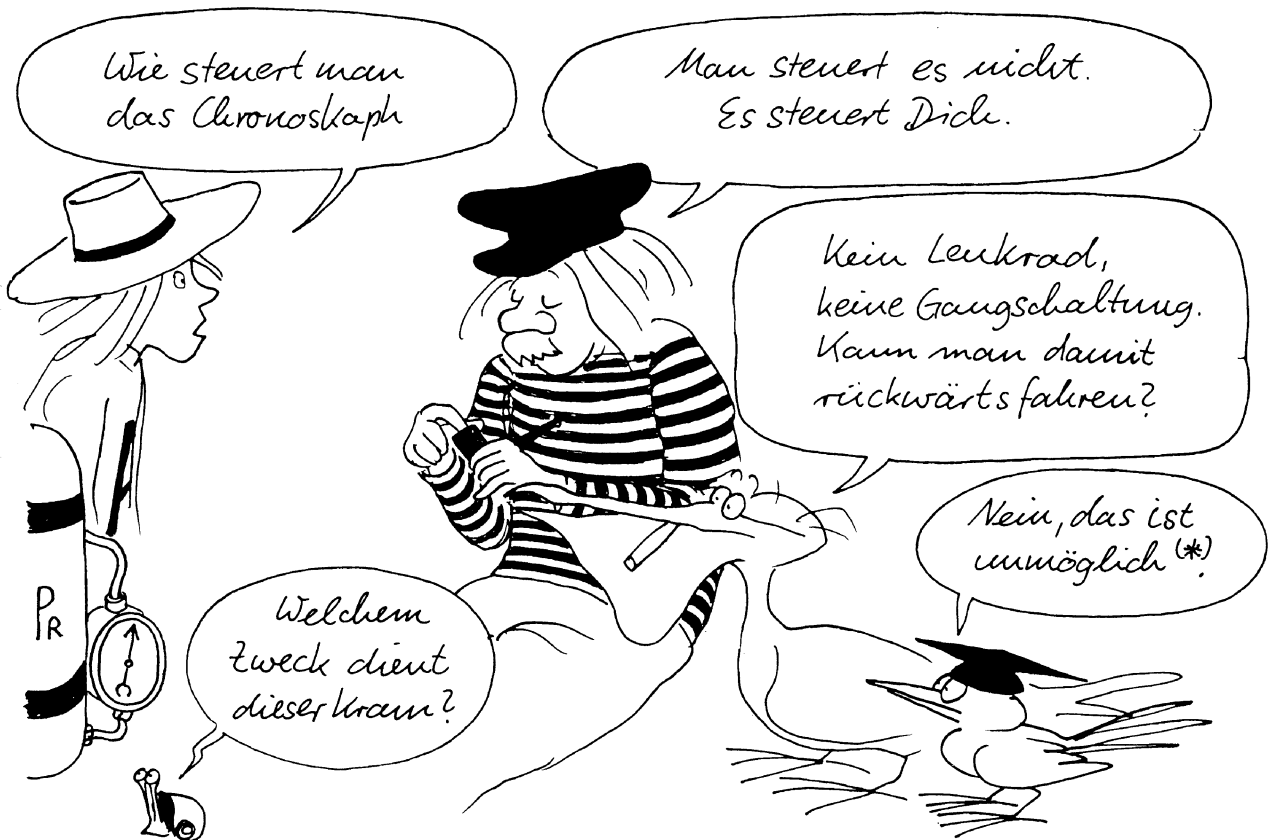
Der gesamte
Cosmos-Park schwimmt
in einem Fluid,
dem Chronol.



Da werde
ich niemals
einsteigen!



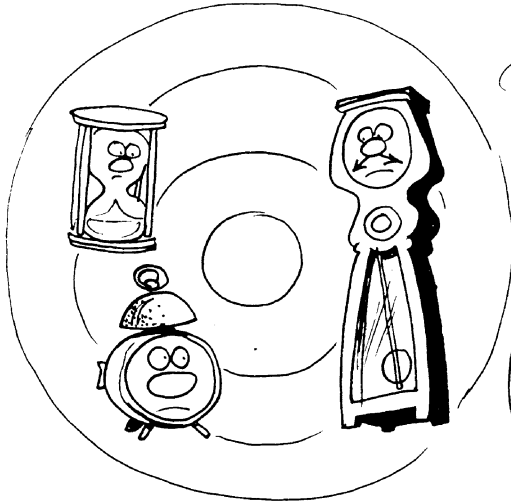
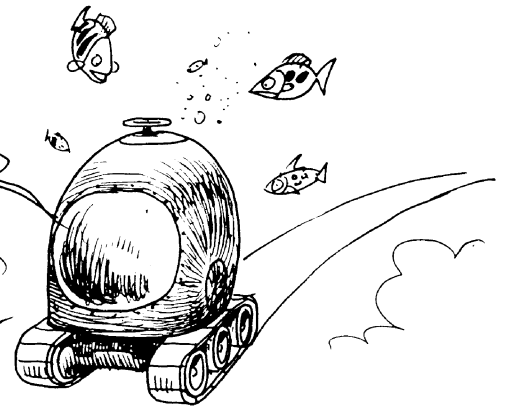
Die Bahn
des Chronoskaphs
heißt Schicksal.



(*) Amtliche Mitteilung:
 Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik besagt, daß es unmöglich ist, auf den Geodätischen eines Zeit-Raums (des Cosmos-Parks) rückwärts zu fahren.

Die Direktion

Da der Druck P_R größer ist als der Druck P_E , läuft das Chronol aus, und so kann man am Durchflussmesser ablesen, wie die Zeit vergeht.



Je tiefer man in das Chronol eintaucht, umso größer wird der Druck P_E . Da die Menge des ausfließenden Chronols proportional zur Differenz $(P_R - P_E)$ ist, vergeht die Zeit umso langsamer, je tiefer man taucht.

Mit der Tiefe wächst aber auch die Geschwindigkeit, das heißt, je schneller man fährt, umso langsamer vergeht die Zeit.

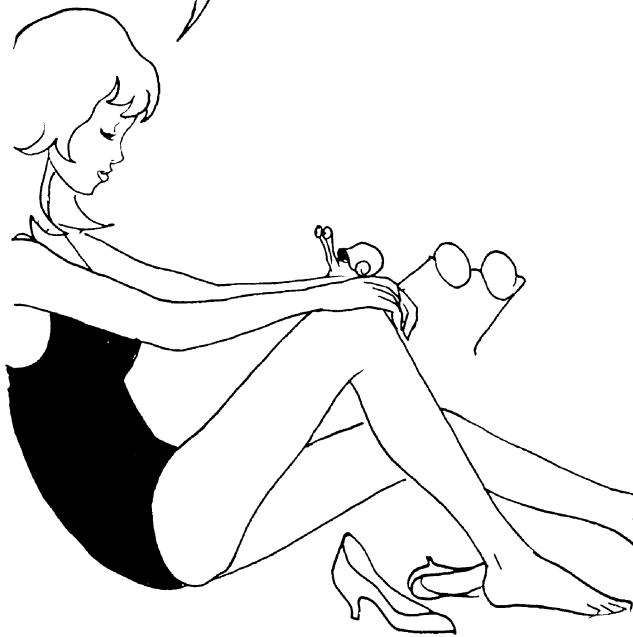


Und wenn man die Lichtgeschwindigkeit erreicht, ist P_E gleich P_R , und die Zeit erstarbt.



Tiefer als bis zum Zentrum des Cosmos-Parks kann man nicht tauchen, und schneller als mit Lichtgeschwindigkeit kann sich nichts bewegen.

An der Oberfläche des Cosmos-Parks herrschen Stillstand und Ruhe.



Wenn man sich nicht bewegt, altert man am meisten!

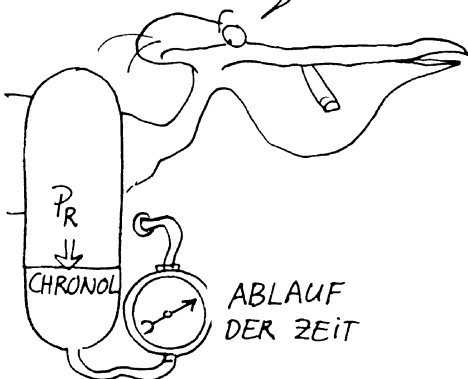


ZUSTAND DER RUHE

Je massereicher ein Objekt ist, umso stärker krümmt es den Zeit-Raum. Ein Gegenstand in der Nähe des Objekts befindet sich im Chronol bei höherem Druck, auch wenn er sich nicht bewegt. Für ihn vergeht die Zeit langsamer als für einen ebenfalls ruhenden Gegenstand, der weit von einer anziehenden Masse entfernt ist. Ein massereiches Objekt könnte beispielsweise ein Neutronenstern sein.

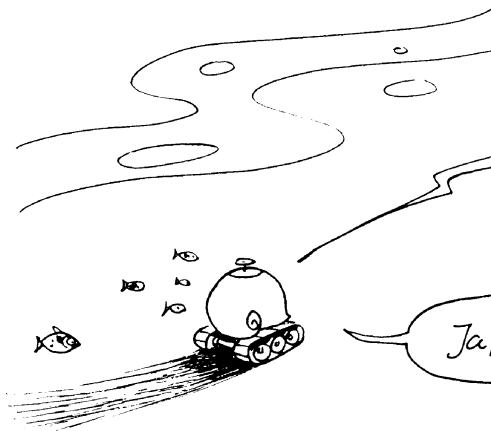
Was würde passieren, wenn man aus dem Chronoskop plötzlich ausströge?

Vielleicht bekäme man einen Alterschock?



Und wenn das Chronol in der hydraulischen Uhr erschöpft ist, bedeutet das den Tod?

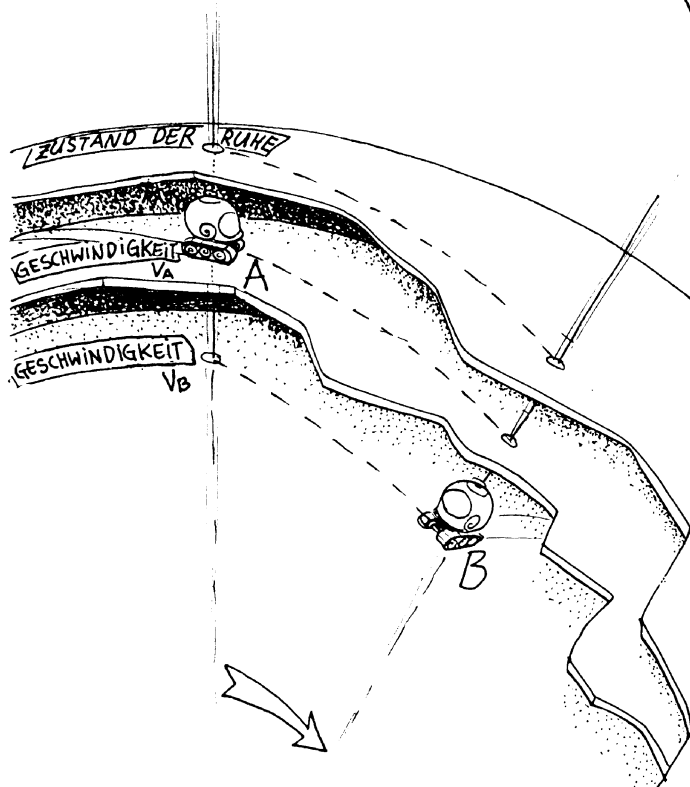
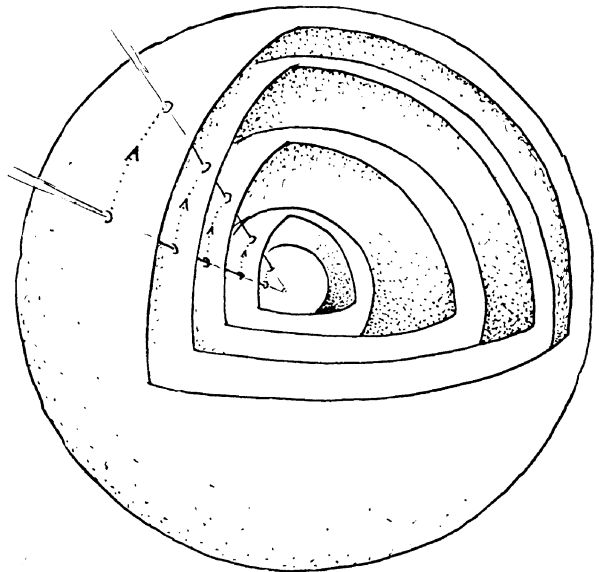
IN VERBINDUNG STEHEN



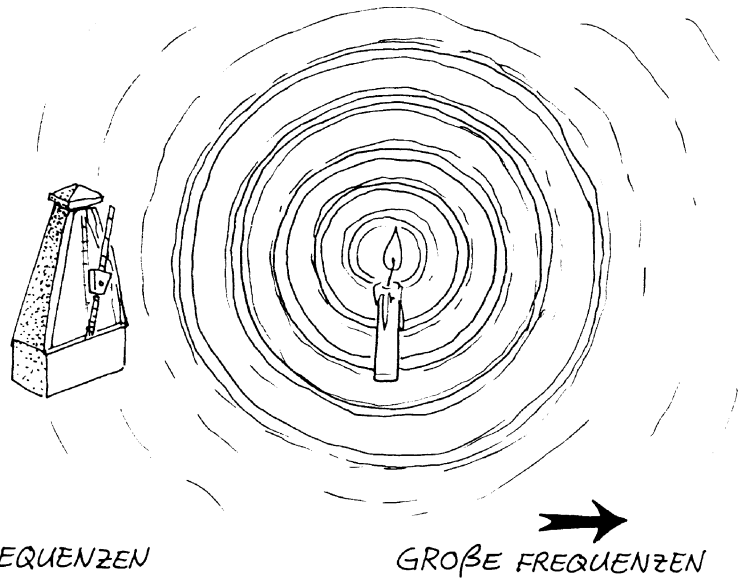
Können wir uns aus dieser entsetzlichen Einsperrung nach außen bemerkbar machen?

Ja, wir benutzen die Photonen.

Die Photonen sind wie die Strahlen eines Leuchtturms, die mit konstanter Winkelgeschwindigkeit über alle Schichten des Cosmos-Parks streifen.

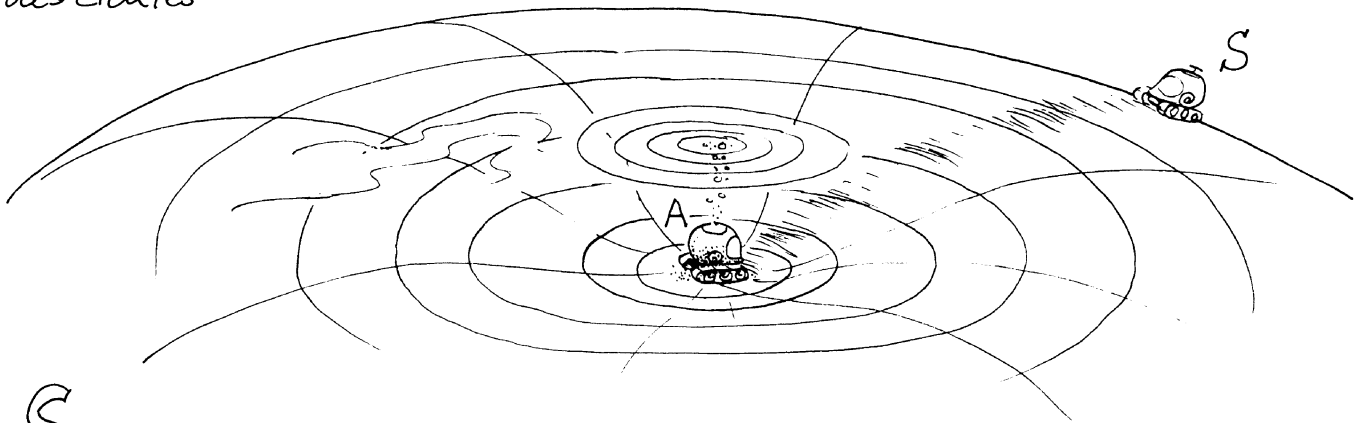


Ein Objekt A, das sich mit der Geschwindigkeit v_A bewegt, kann dafür sorgen, daß sich ein Lichtstrahl in Richtung eines Objektes B bewegt, das seinerseits die Geschwindigkeit v_B hat.



Die Frequenz bestimmt die Farbe des Lichtes

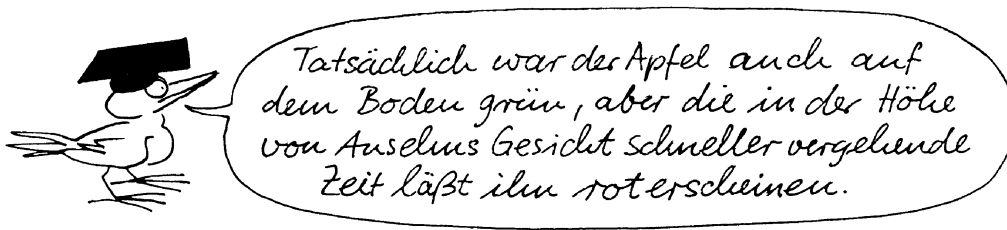
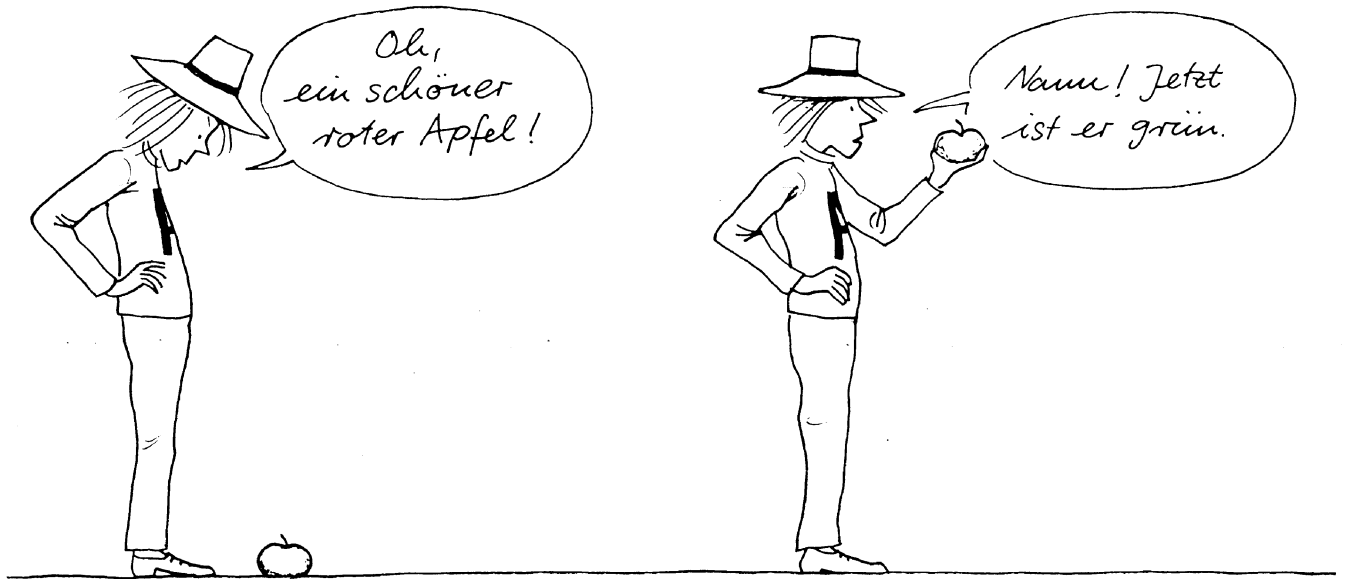
INFRAROT, ROT, ORANGE, GELB, GRÜN, BLAU, VIOLETT, ULTRAVIOLETT



Sender und Empfänger messen die Frequenzen, die sie ausstrahlen oder empfangen in Bezug auf die Zeit, die in ihren Chronoskopen vergeht. Im Chronoskop A sendet Anselm blaues Licht aus. Er befindet sich in einer Gegend des Raumes, in der eine starke Krümmung herrscht, beispielsweise in der Nähe eines Neutronensterns.

Sophie empfängt dieses Licht im Chronoskop S. Sie ist weit vom Neutronenstern entfernt, das heißt, ihre Zeit vergeht schneller. Daher ist die Frequenz des von Anselm ausgesandten Lichtes für sie kleiner, und die Farbe des Lichtes ist nach rot verschoben. Die Ursache dieser Rotverschiebung ist die Gravitation.

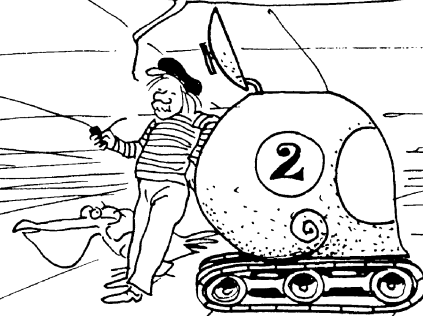
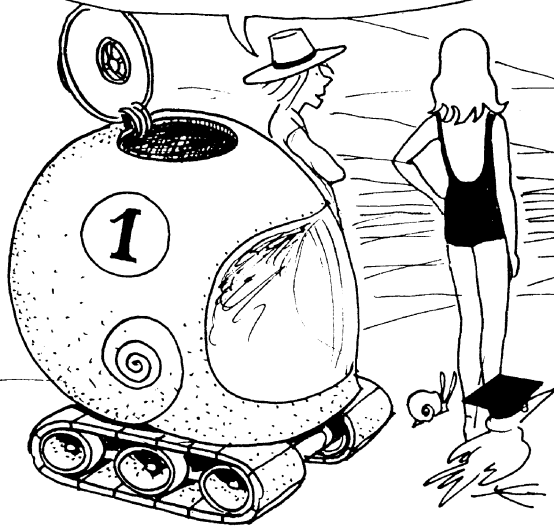
Anselm befindet sich hier auf einem Neutronenstern. Wir haben ihn von den Zwängen der Schwerkraft befreit, weil er sonst augenblicklich durch sein eigenes Gewicht erdrückt würde.



ZWEITER AUSFLUG ZUM SCHWARZEN LOCH

Wollen wir den Cosmos-Park noch ein bißchen erforschen?

Meinetwegen. Ich steige mit Leo hier ein. Gute Geodätische!

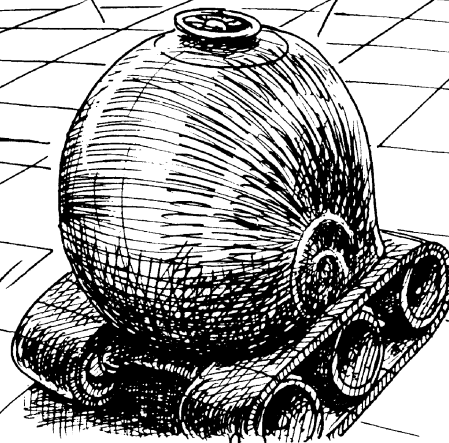


Leo und Herr Albert!
Ich sehe Sie da hinten.

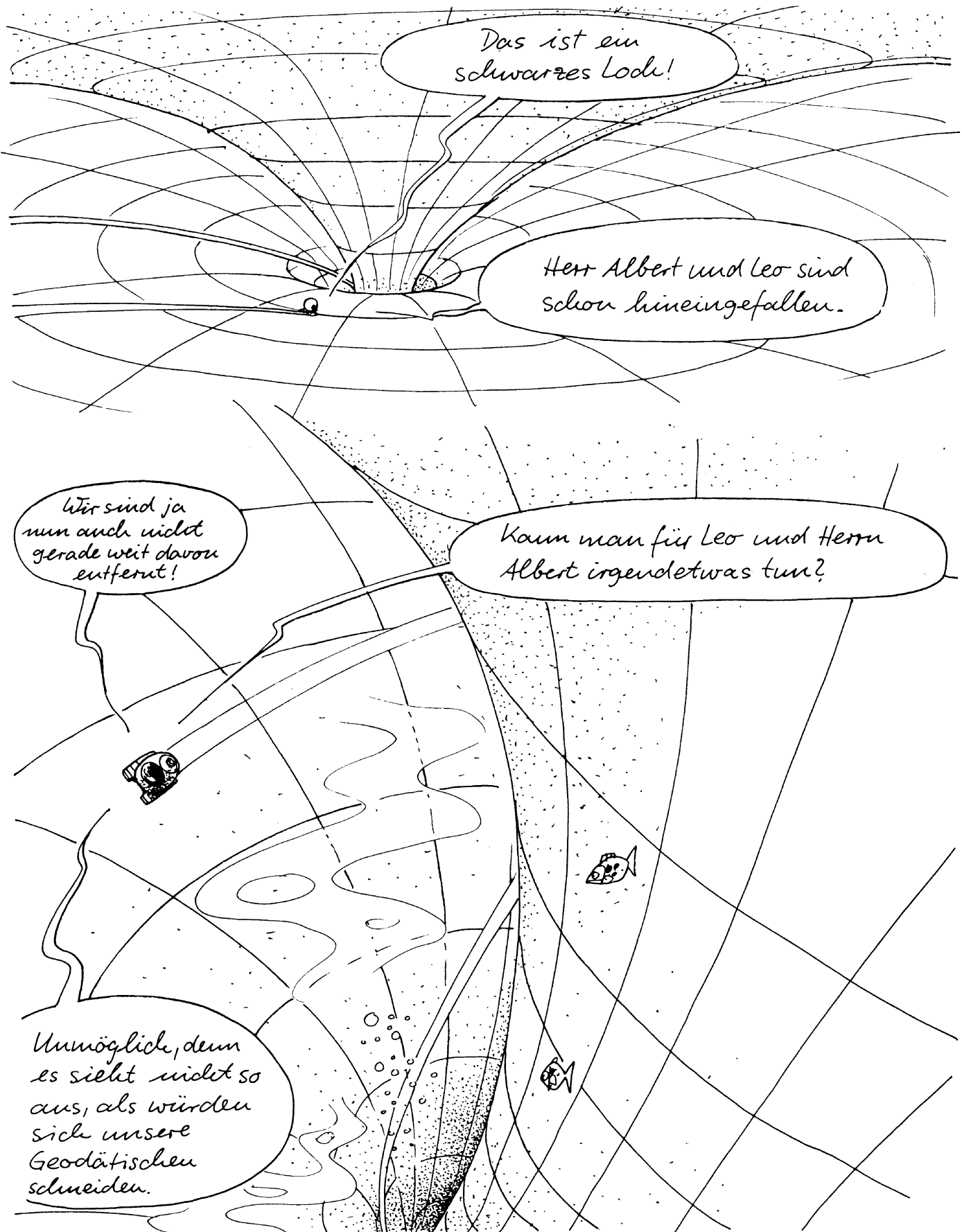
Wir stehen durch Radiowellen in Sprechverbindung (*).

Was ist das am Horizont für eine Erscheinung?

Sieht aus wie eine Windhose.



(* Radiowellen sind von gleicher Art wie Lichtwellen. Sie haben dieselbe Fortpflanzungsgeschwindigkeit, aber größere Frequenzen.



Das ist ein schwarzes Loch!

Herr Albert und Leo sind schon hineingefallen.

Wir sind ja nun auch nicht gerade weit davon entfernt!

Kann man für Leo und Herrn Albert irgendetwas tun?

Unmöglich, denn es sieht nicht so aus, als würden sich unsere Geodätischen schneiden.

Kannst Du sie sehen?

Der Boden des schwarzen Lochs
ist nicht zu erkennen.

Ich sehe sie noch, aber ihr
Chronoskop ist dunkelrot geworden.

Hallo! Herr Albert, Leo,
können Sie mich hören?

Ich verstehe ihn nicht
mehr. Seine Stimme ist entsetzlich
hoch und er redet viel
zu schnell.

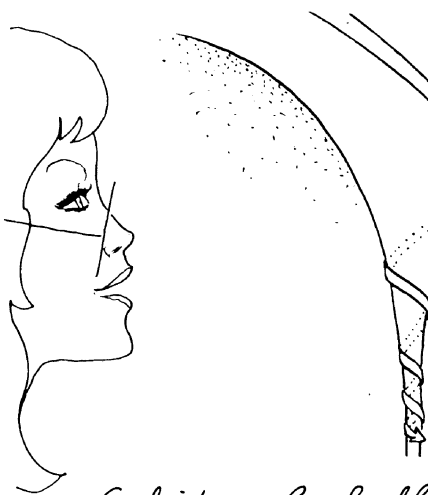
Seine Stimme wird immer
tiefer. Er hört sich an wie eine
Schallplatte, die stehenbleibt.

WICHHHHH...

Verständigungsprobleme, die
sich ergeben, wenn man in
verschiedenen Zeitblasen lebt.

DAS PROBLEM DER ZEIT

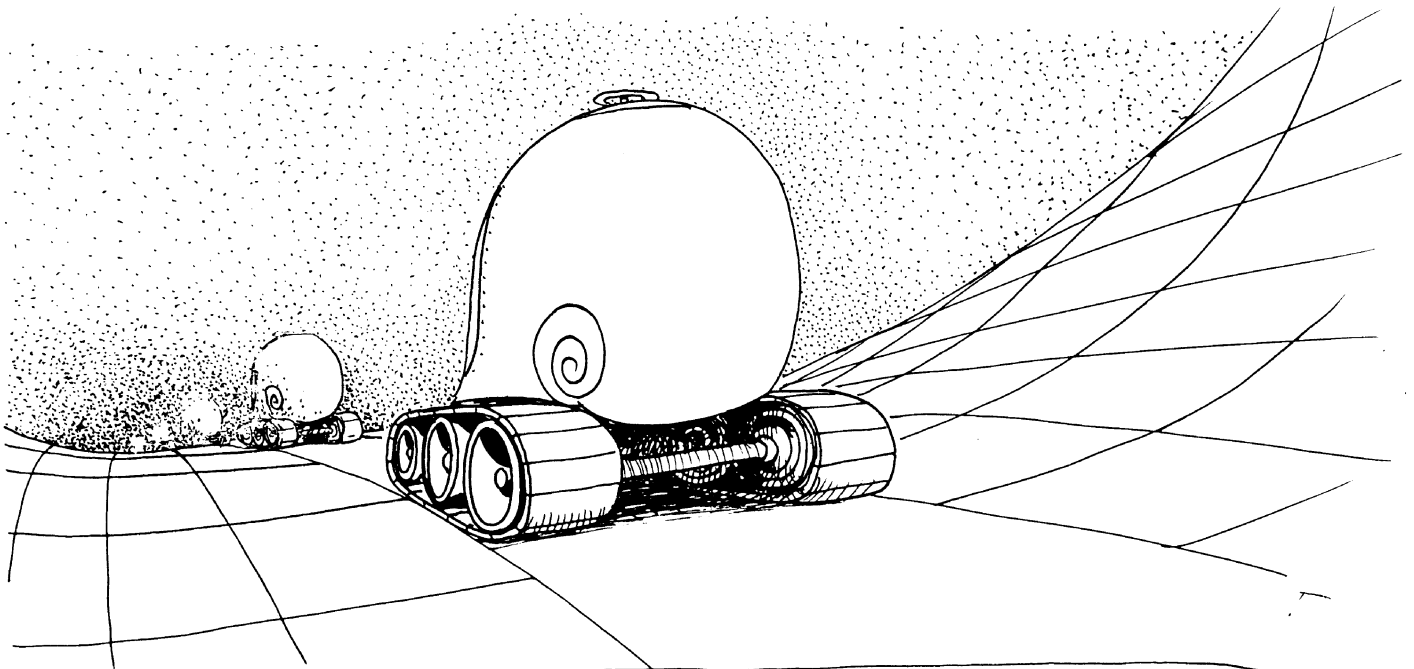
Je tiefer Albert und Leo in das Chronol eintauchen, umso größer wird der äußere Druck P_E , umso weniger Chronol läuft aus ihrer hydraulischen Uhr und umso langsamer vergeht in ihrem Chronoskop die Zeit. Wenn sie den Grund aller Dinge und Lichtgeschwindigkeit



erreicht haben, wird aus ihrer Borduhr eine begrenzte Menge Chronol geflossen sein, was bedeutet, daß sie die Strecke in einer endlichen Zeit bewältigt haben.

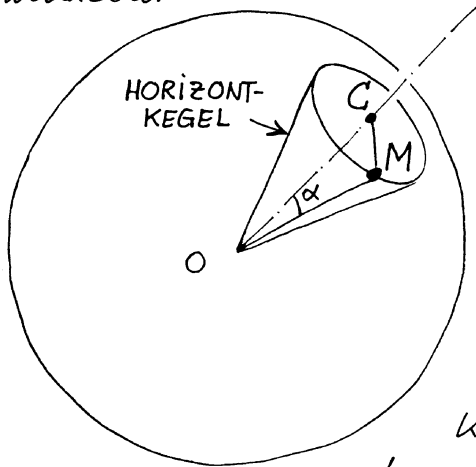
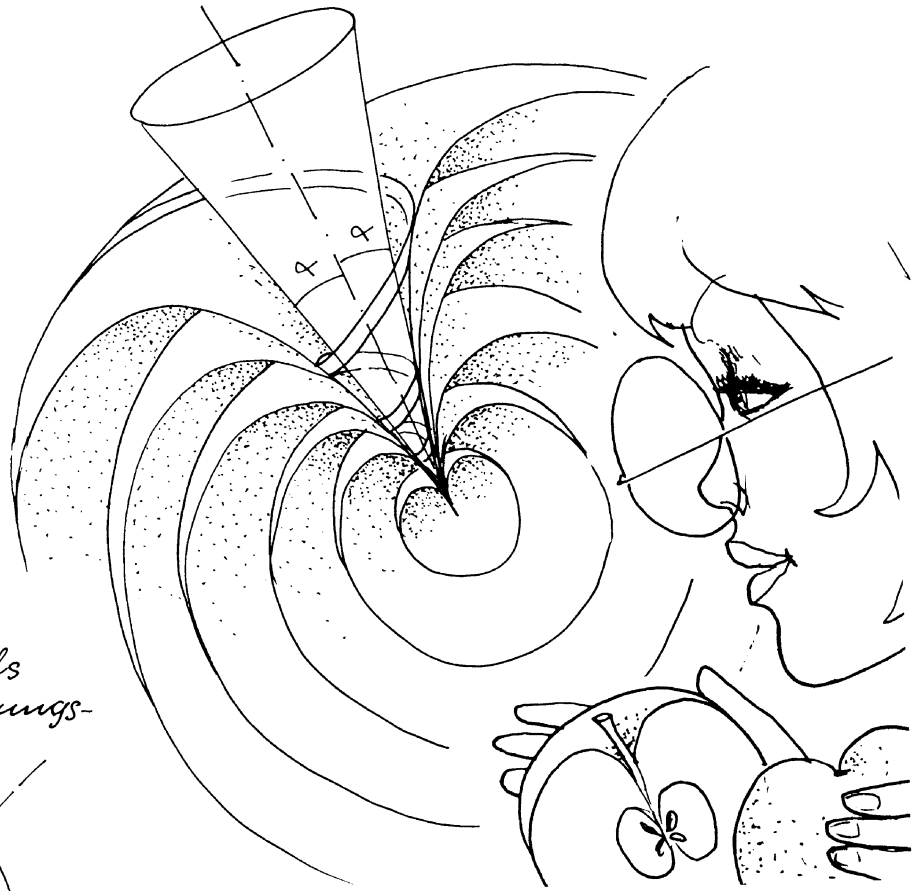
Aber wenn Sophie, Anselm, Max und Tiresias den Fall von Leo und Herrn Albert weiter verfolgen könnten, so würde er ihnen endlos erscheinen. Das vom fallenden Chronoskop ausgesandte Licht verschwindet im Infrarot-

Gebiet außerhalb des sichtbaren Spektrums, und die Radiomessages gleiten in das Ultraschall-Gebiet.



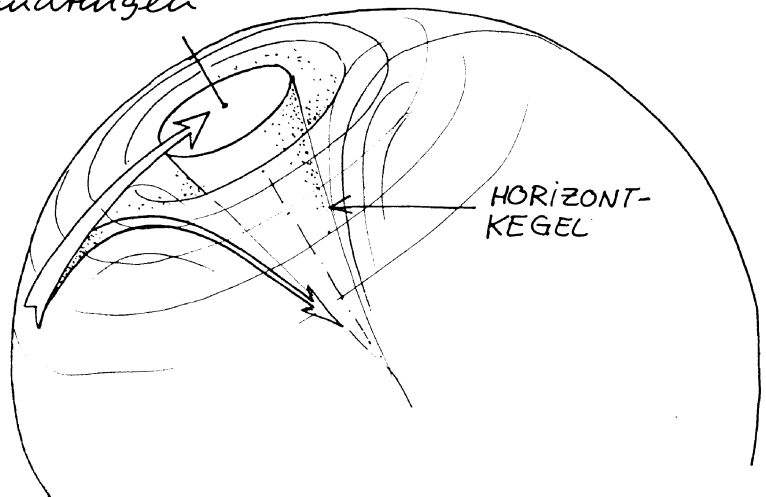
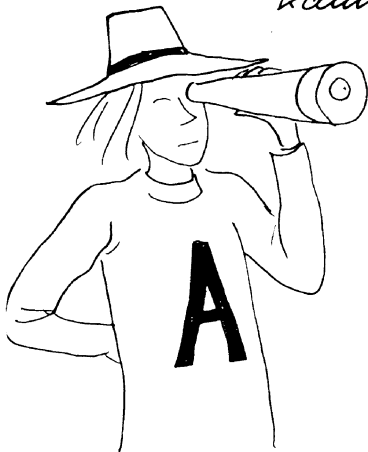
Das erinnert mich an das Paradoxon des Achilles, der versucht, eine Schildkröte einzuholen, indem er mit jedem Schritt die Hälfte des Abstandes zurücklegt, der zwischen ihm und dem Tier noch besteht.

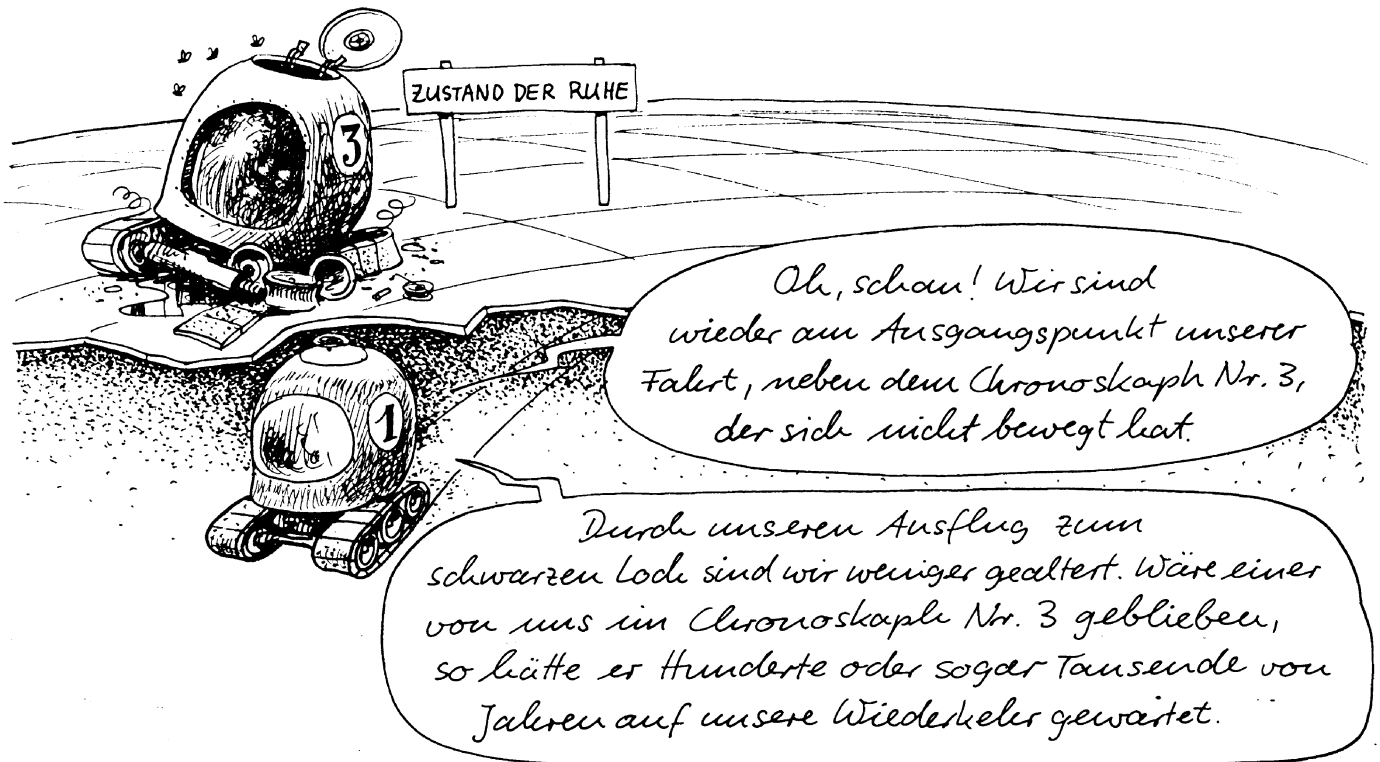
Das ist ein Bild eines schwarzen Lochs im Cosmos-Park. Der Kegel hat den Zeit-Raum bis zum Mittelpunkt durchstoßen. Dort herrscht Lichtgeschwindigkeit, und alle Schichten haben dort denselben Verlauf wie der Mantel des Kegels mit dem halben Öffnungswinkel α .



In diesem Modell entspricht der Abstand zwischen zwei Punkten, beispielsweise G und M , dem Winkel α zwischen zwei Radien, OM und OG . Betrachtet man die Zeichnung oben rechts, so erkennt man, daß es unmöglich ist, in den Kegel hineinzugelangen. Für einen Beobachter,

der auf der obersten Schicht des Chronols ruht und die Krümmung dieses Zeit-Raums nicht erkennt, ist die als Horizont bezeichnete Grenze des schwarzen Lochs ein Kreis, in den man nur mit Lichtgeschwindigkeit eindringen kann.



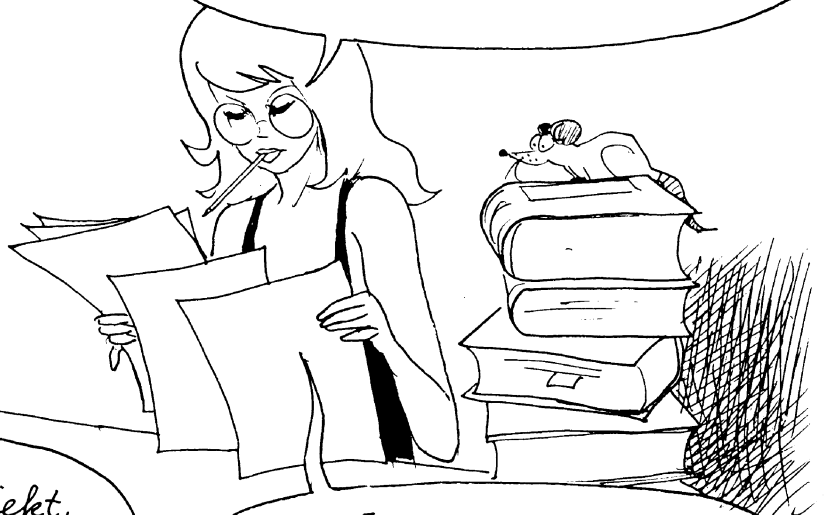


Wohin führen die schwarzen Löcher?

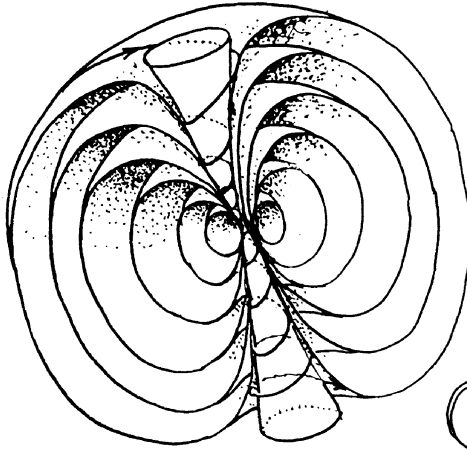


... das heißt ein Objekt, in das man nie hineingelangt und aus dem man nur heraussteigen könnte?

Niemand weiß das. Theoretisch könnte ein anti-schwarzes Loch existieren, ...



Ja, sozusagen eine weiße Quelle.



So könnte im Modell des Cosmos-Parks eine Kombination aus schwarzem Loch und weißer Quelle aussehen.

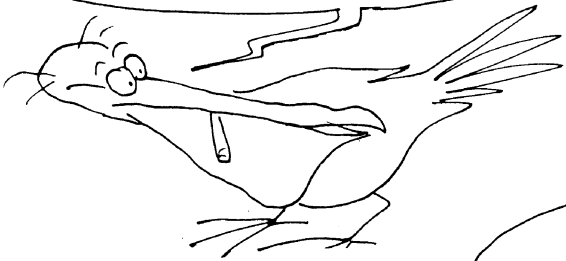


Beide Objekte sind gleich, aber ihre Geodätischen sind entgegengesetzt orientiert.



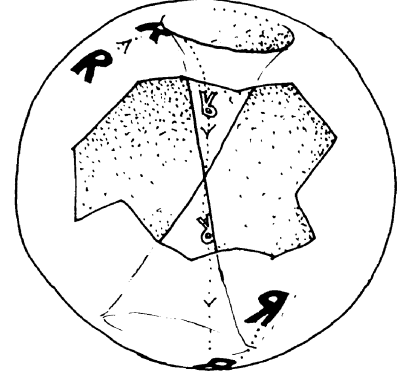
Und was findet man im schwarzen Loch jenseits des Horizontes? Ist dort das Nichts?

Vielleicht das Nichts in seiner reinsten Form?



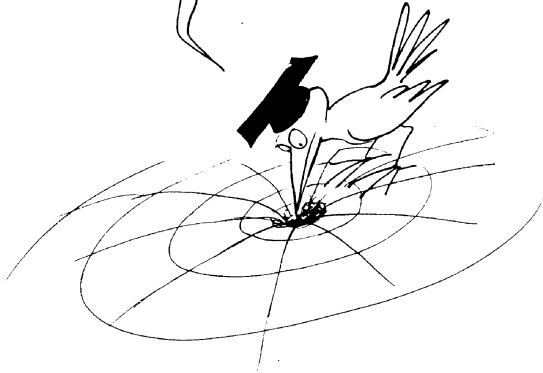
Aber nein! Das Innere des schwarzen Loches wäre einfach das Äußere der mit ihm verbundenen weißen Quelle.

Man sieht hier, daß die Kombination aus schwarzem Loch und weißer Quelle jeder Schicht des Cosmos-Parks den Charakter einer nicht orientierbaren einseitigen Fläche gibt, und daß jeder Durchgang durch die Kombination ein Objekt in sein Spiegelbild verkehrt. Ein **R** käme als **Я** wieder heraus.

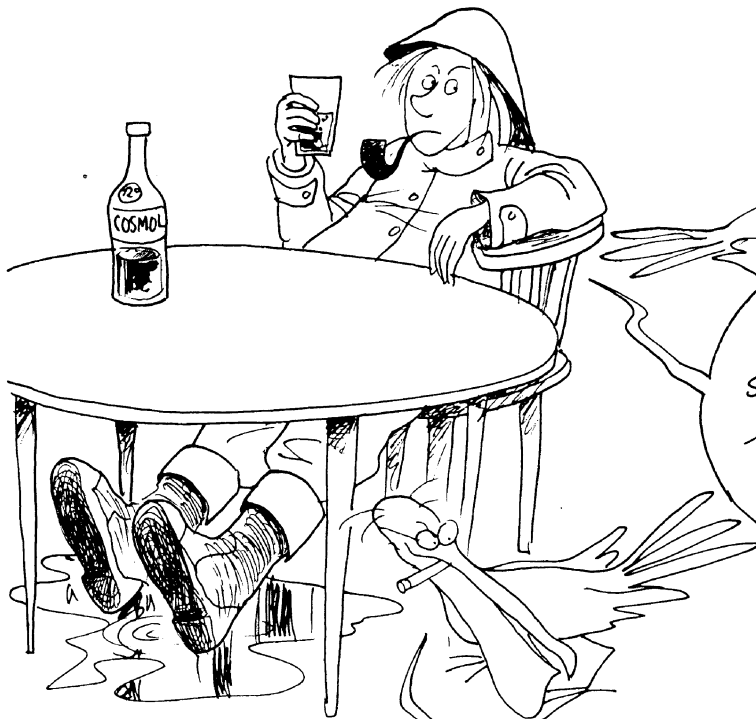


EINE UN DURCHSCHAUBARE GESCHICHTE

Aber es gibt andere Theorien. Einige vermuten, daß die schwarzen Löcher unser Universum mit seinem Zwilling verbinden.



Anderer halten sie für Verbindungen zu einer Welt, in der alles, auch die Zeit, das Spiegelbild unserer Welt ist.



Von allen Abenteuern, die sich bisher einem schwarzen Loch genähert haben, ist noch keiner zurückgekommen, um zu erzählen, was er erlebt hat.

Vielleicht ist das Schneckenhaus von Tiresias ein schwarzes Loch?



Hilfe!

Leo, laß
Tiresias in Ruhe!

Hab keine Angst,
Tiresias! Wichtig ist
nur, daß Du Dich
in Deinem Haus
wohlfühlst.

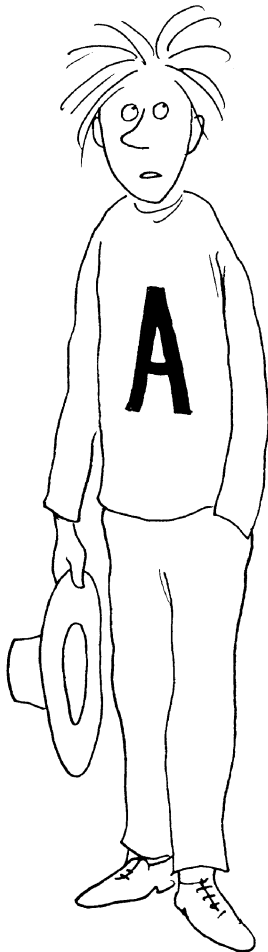
Hilfe!

EPILOG

Oh weh, das Cosmol!
Ich habe Kopfschmerzen.

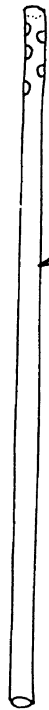
Mal sehen:
Die Leere und die Materie
sind einander ähnlich, ein
Raum kann in sich ge-
schlossen sein, und man
kann nur geradeaus
gehen.

Wenn diese Welt die beste
aller möglichen ist, wie sehen
dann die anderen aus?



ENDE

ATRAPPE EINES
WASSERHAHNES

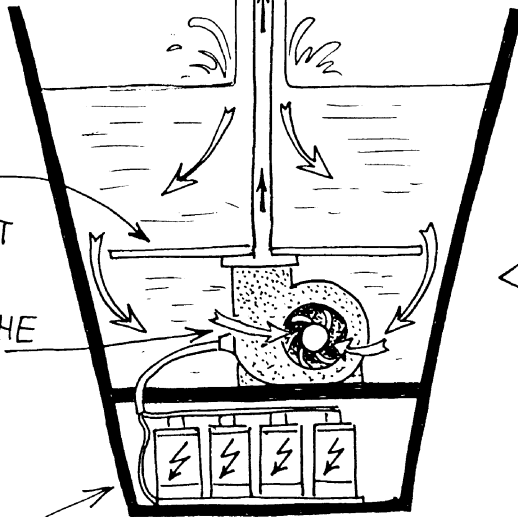


ROHR AUS PLEXIGLAS,
IN DEM DAS WASSER
VON DER PUMPE
NACH OBEN
GEFÖRDERT WIRD

DOPPELTER
BODEN,
VERSPIEGELT

ELEKTRISCHE
WASSER-
PUMPE

BATTERIEN



WEIÖE QUELLE

SCHWARZES LOCH

