

Savoir sans Frontières

PUSTOLOVINE ARCHIBALDA HIGGINSA

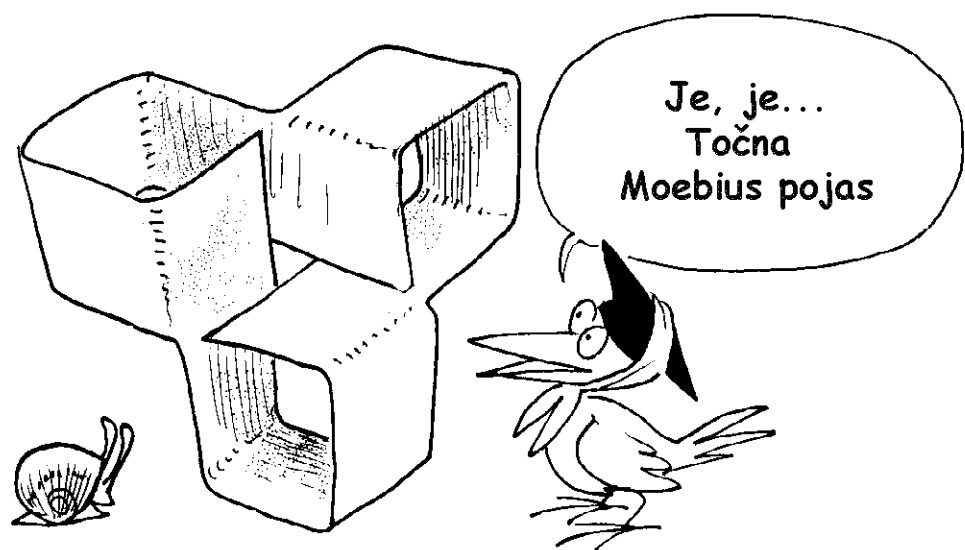
U epizodi

NA VRHU SVIJETA

prijevod

Tanja Mrkalj

Jean-Pierre Petit



Pustolovine Archibalda Higginsa

U epizodi

NA VRHU SVIJETA

Autor Jean-Pierre Pettit

Prijevod Tanja Mrkalj



Asocijaciju, znanost bez granica, oformio je znanstvenik, astrofizičar, Jean-Pierre Petit, u cilju pružanja znanstvenih i tehničkih znanja najvećem broju naroda u što većem broju jezika. Ilustrirani albumi, koji su njegovo autorsko djelo, sada su pristupačni svima i to bez ikakve nadoknade. Formiranjem ove asocijacije svi su slobodni

kopirati postojeće fajlove, bilo u digitalnom obliku ili kao printane kopije, mogu ih prosljeđivati školama, knjižnicama, sveučilištima ili asocijacijama čiji su ciljevi bliski ciljevima znanosti bez granica, ukoliko one tim putem ne stižu bilo kakvu materijalnu dobit, niti imaju kakve političke, sektaške ili propovjedačke konotacije. Ovi PDF fajlovi također se mogu učiniti dostupnim i putem kompjutorskih mreža školskih ili sveučilišnih knjižnica.

Jean-Pierre Petit nastoji otići dalje u prosvjećivanju svijeta, i svoja dijela učiniti bližim što široj publici. Čak i nepismeni ljudi imat će mogućnosti uživanja u njegovim stripovima, jer će tekstualni dijelovi crteža „progovarati“ kada čitaoc upotrijebi dvostruki klik na njima. Ostali albumi bit će dvojezični tako što će prelazak s jednog jezika na drugi biti omogućen jednostavnim klikom. Na ovakav način stripovi bit će korisni i prilikom učenja stranih jezika i razvijanja jezičkih sposobnosti, uopće.

Jean-Pierre Petit rođen je 1937.godine. Svoju znanstvenu karijeru izgradio je kao francuski istraživač. Radio je kao plazma fizičar, upravljao centrom za kompjutorske nauke, pravio kompjutorske programe, objavio na stotine članaka u znanstvenim časopisima, radio je na raznim temama, počevši od mehanike fluida pa sve do teoretske kozmologije. Objavio je blizu trideset knjiga koje su prevedene na razne jezike.

Asocijaciju znanost bez granica možete upoznati i kontaktirati putem internet sajta:

<http://www.savoir-sans-frontieres.com>

Upozorenje čitaocu

Izbjegavajte čitati ovaj strip:

- uveče pred odlazak u krevet
- poslije teškog objeda
- ili onda kad niste sigurni ni u što, zato što to stanje ovaj strip bude učinio gorim

Autor

PLANETA BEZ JUŽNOG POLA

Pronašli smo Sjeverni pol!!

Čestitke gospon Perry!!

Hmmm...
ostaje mi
Južni pol.

APĆIHAAAA!

OK, ja, Amundsen,
idem otkriti Južni pol!!

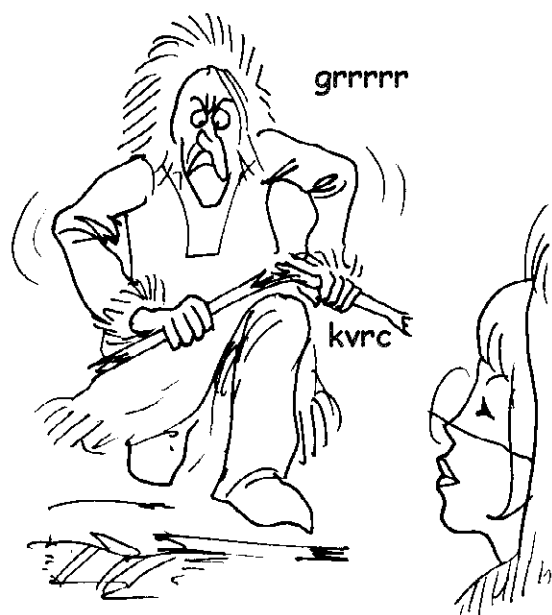
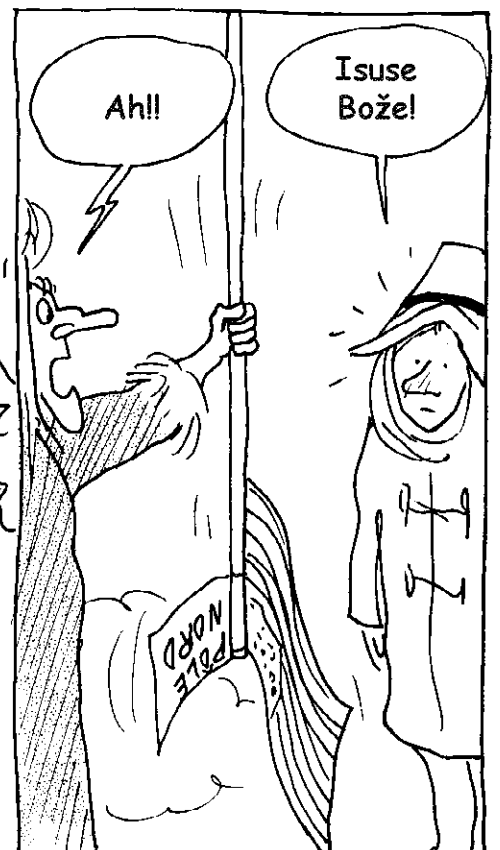
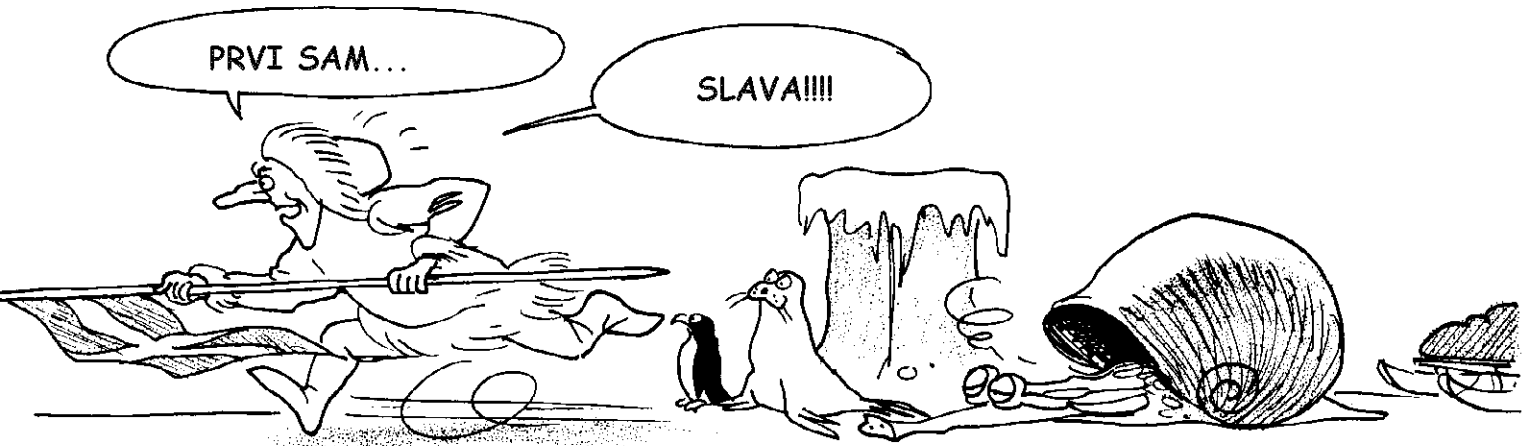
Hmmm... Nisam oduševljen sa
ženom na ekspediciji....

Budem pratio
meridijane.

Moje kolege i ja
možemo prepričati
tvoju priču i podvig.

Možemo li mi
sa vama?





I nitkome ništa
o ovome, OK?!?

Hej, pogledajte!

Smirite se Gospon Amundsen.

Moja zastava!!
Nestala je!!

ŠTO???!!!!

Hej, jesi li završio sa tim?

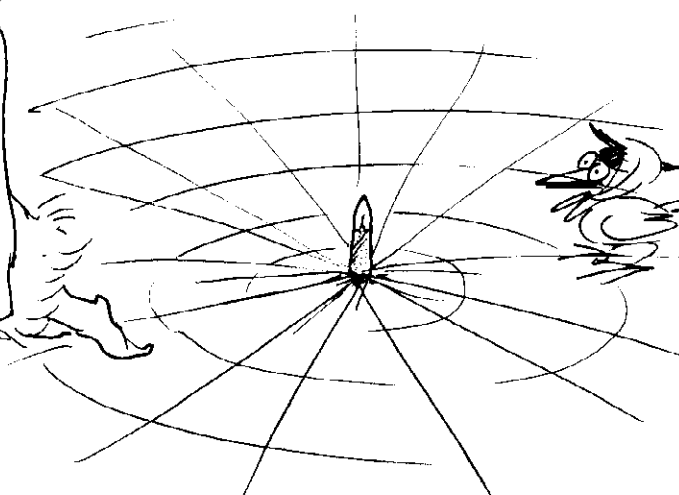
Čudno, zvuči kao glas
Gospona Perryal

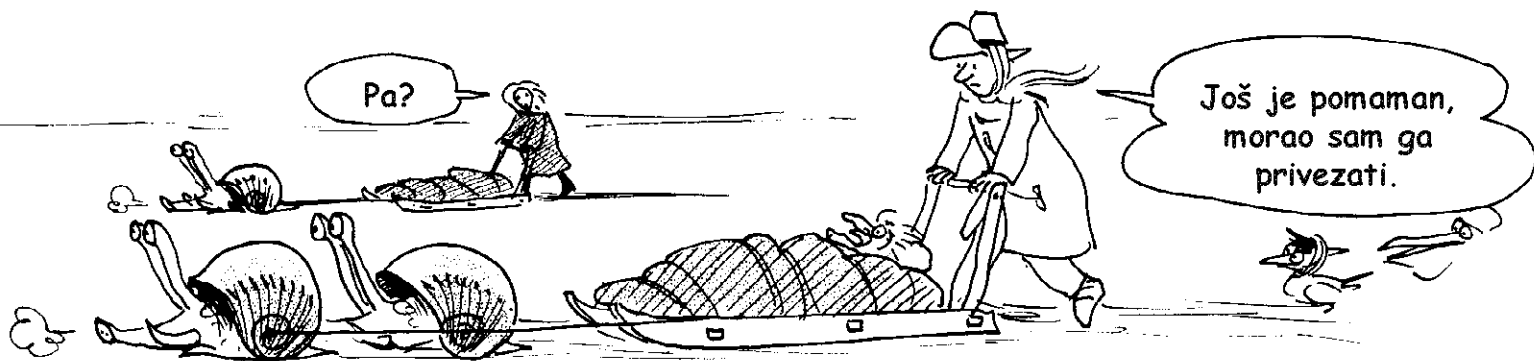
Idemo kući gospodine Amundsen.

U šoku je.

Budemo pokušali
pronaći uzrok ovomu.

gblbl...

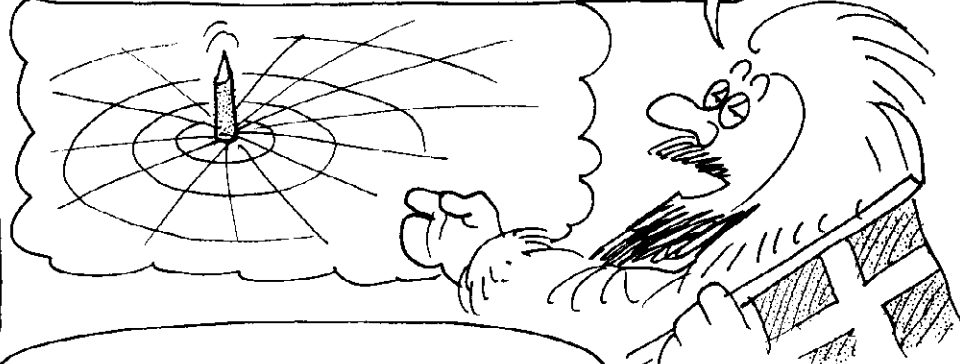




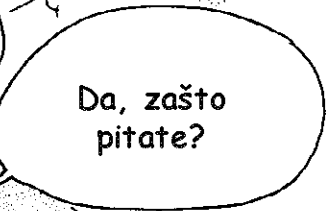
Moluskojelac kliže naprijed na smrznutim meridijanima bez ikakvog zvuka.



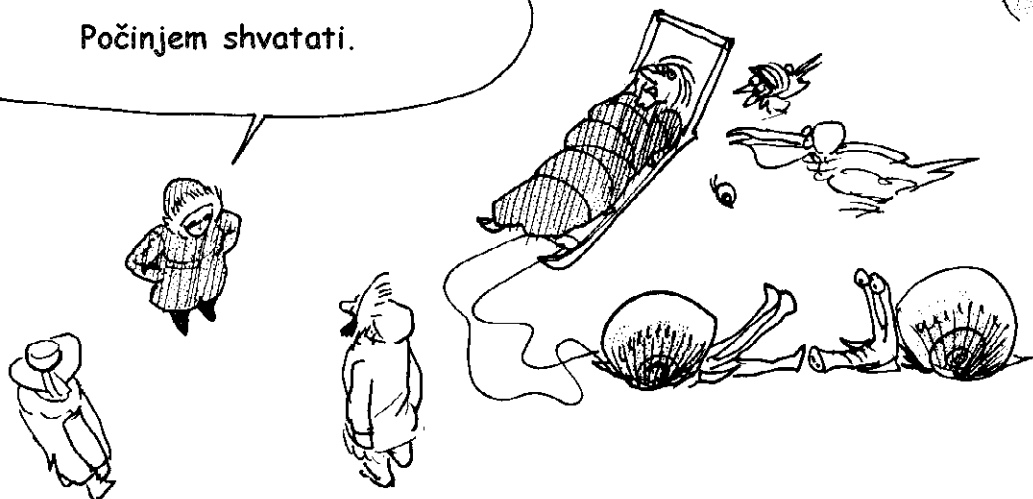
Dogodilo se nešto čudno dok ste vi bili odsutni. Moja zastava je iznenadno nestala i pojavila se druga na kojoj je pisalo "Južni pol".



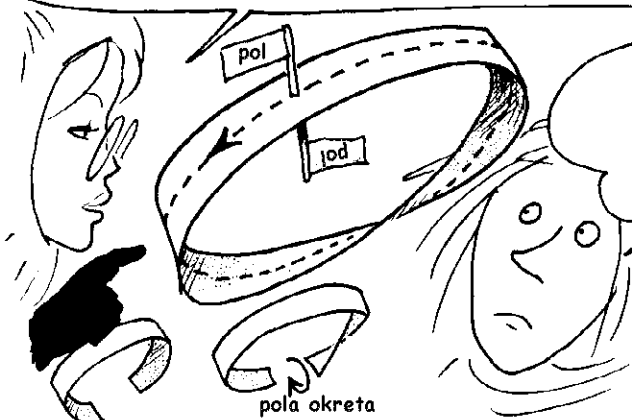
Ne, čekajte... Zastava Južni pol, je li se prvo pojavila sa šiljkom naprijed?



Počinjem shvatati.



To je očito ako uzmemo u obzir ovo - okolina meridijana koju smo pratili je jednostrana površina (*), mobius pojas sa jednom stranom (pogledaj "Geometrikon", str.54)



Mišliš - Južni pol, mjesto gdje smo bili, bilo je samo izokrenut Sjeverni pol?

Gdje je onda zbiljski Južni pol?

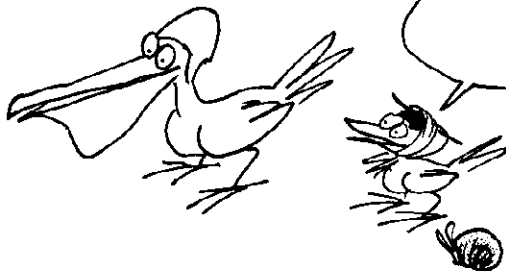
To je čudno

Što se događa?

Očividno smo izgubili Južni pol.

Oh, krasno.

Razmislimo

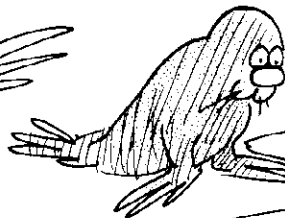
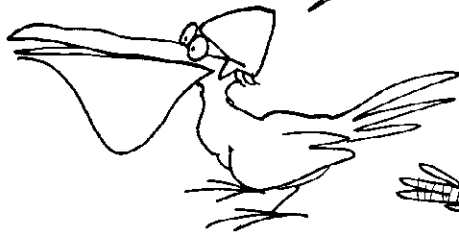
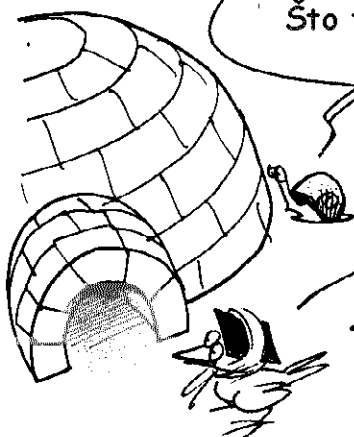


Što to pričaju?

Po Sofi, mi smo na nekoj vrsti sfere koja ima samo jednu stranu.

To je ludost!

bok, kako je kod tebe?



(*) Pojas koji je izokrenut na pola puta između dva kraja je zaglavljnjen, onda ima samo jednu stranu.

Oh, pa kao i ovdje.

Ako želimo gospodina Amundsena zdrava i prava, prvo moramo razumjeti oblik ove čudne planete.

Krećemo tako što budemo rabili osnovne principe Topologije.

Zbog toga, sve objekte budemo rastavili na:

SKLOPIVE STANICE

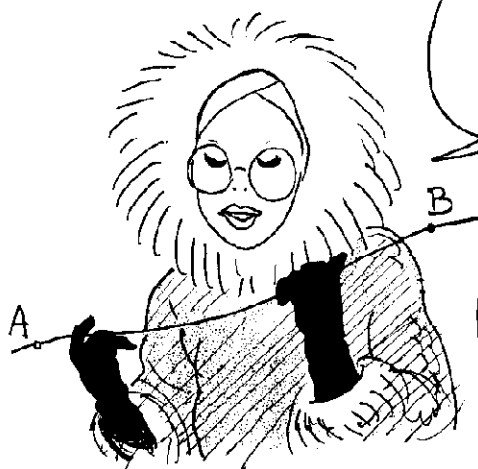
Čini mi se, ovaj nerasčlanjeni objekt je točka.

Što možeš uraditi sa točkom?

Objekt, posmatran kao skup točaka, ispunjava određeno mjesto u prostoru. To bude bilo sklopivo ako ga možeš smanjiti da postane jedna točka, ali tako da se kreće oko sebe.

Uzmi za primjer ovaj element krive. To je objekt sa jednom prostornom dimenzijom.

Oh, da. Pozicija točke na ovoj krivoj može biti označena uporabom samo jednog kvantiteta, krivoljastom apscisom; ili se duljina razdvajanja od jedne do druge točke uzima kao početak.



Mogu staviti komadić krive u dio šuplje tjestenine, unutra se može skupiti...

Kao živa u toplomjeru.

Je li onda svaka kriva sklopiva?

Ne, zatvorene krive nisu.

Da, ali trebaš ih samo presjeći.

OK, ali kriva tada postaje odsječak. Više nije zatvorena.

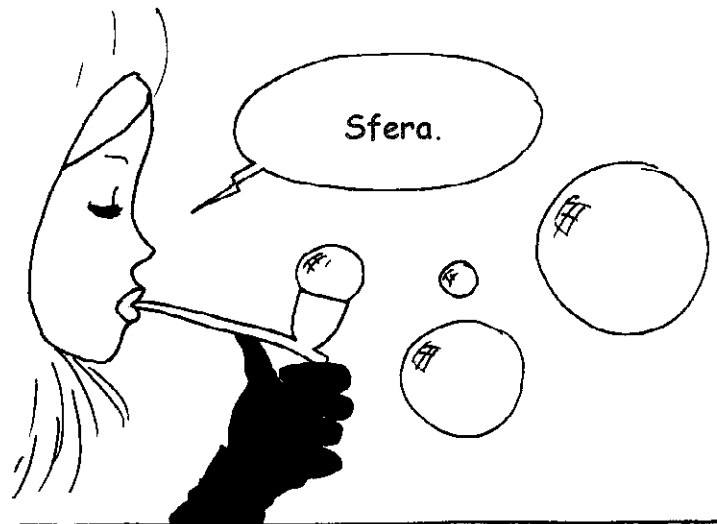
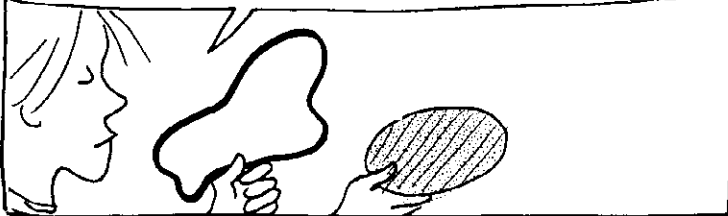
Ako uzmem krug, mogu ga skupiti, uzimajući u obzir točku kao što je ova?

Dakle, krug nije sklopiv, isto važi za bilo koju zatvorenu krivu, bez obzira jesu li ravan ili ne.

Ne, to ne radi, zato što se više ne kreće kroz sebe, razvija se van prostora koji je ispunjavao na početku.

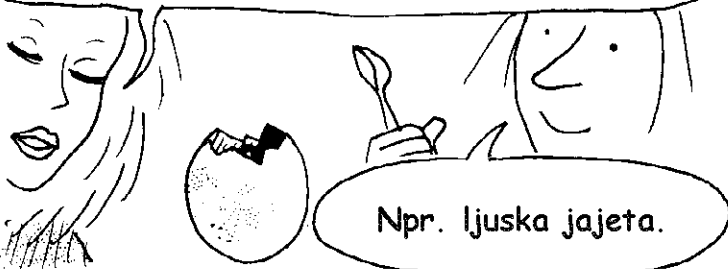
Ali je zato disk, površinski element, sklopiv.

Ovaj disk je površinski element, on je dvo-dimenzionalan objekt. OK. Što je dvo-dimenzionalan objekt disku kao, što je krug odsječku?



Sfera.

Za skupiti zatvorenu krivu moraš je polomiti. Ista stvar je za sferu ili objekt tipa sfere.



Npr. ljuska jajeta.



Ah, ali ova sfera sa rupom u sei nije više zatvorena površina zvana sfera.

Što je to onda?

Je li to disk?



Da, Tiresias. Isto kao kad se odrezani krug ponaša kao odsječak.

Ali Sofi, volumen unutar sfere, u jajetu, je li to sklopiv objekt?



To je pravo pitanje.

Točno tako. "Površina sfere" S_2 (*) nije sklopiva ali "volumen sfere" je.



??!!?

Drugim rječima, ljuska jajeta nije sklopiva ali žumanjak je.

Postoji li nešto što je ne-sklopivog volumena?

Da, npr. "Torus-volumen"

Da, mogu to vidjeti. Ako ga ne presječem ono što mogu raditi je sklopiti ga kao krug.

Znači "Torus-površina" je sklopiva.

Što to točno radiš?


gledaj svoja posla

Ne znam jesi li primjetio ali mi imamo sa sobom kataleptičnog istraživača.

Doista misliš da budeš izašao odavde otkidajući dijelić te tjestenine?

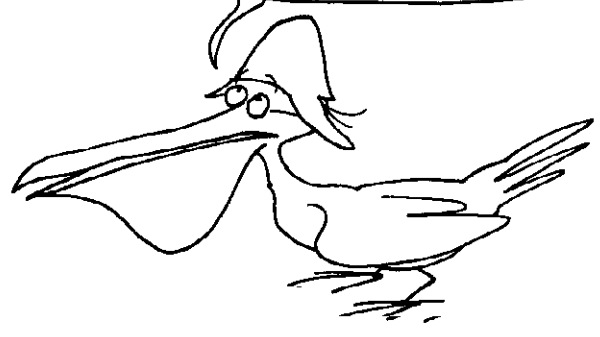
Njegova geoneuroza je geometričnog porijekla. Mislim si, jedini način za pronaći lijek za to je da produbimo naše geometrijske koncepte.

Cijelo njegovo postojanje bilo je posvećeno otkrivanju Južnog pola, potpuno se uložio u to, i osobno i društveno.



Avaj, njegova nesreća ga je dovela u susret sa situacijom koju on nije mogao riješiti.


Iznenadni, brutalni poziv na njegov Self!




Dobro, dobro, ali jedino pravo rješenje za naći put van ovog Južnog pola je propao.

STANIČNO RAŠČLANJIVANJE


Svaki geometrijski objekt bude bio raščlanjen na elemente: sklopive stanice svih dimenzija, točke, odsječke, površine, volumen....



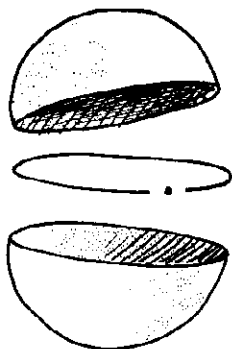
I koliko dimenzija ima točka?



Možemo reći: točka ima nula dimenzija.



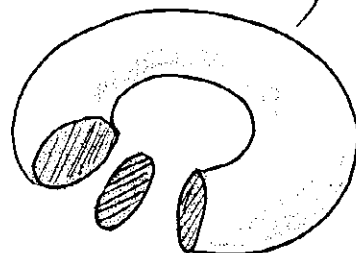
Za raščlaniti krug moraš uzeti u obzir da je to odsječak zatvoren oko svoje točke, ako uklonimo točku odsječak ostaje.



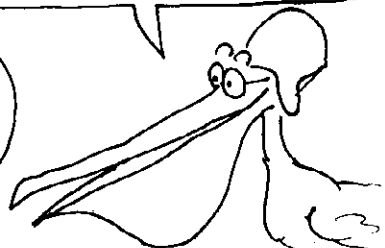
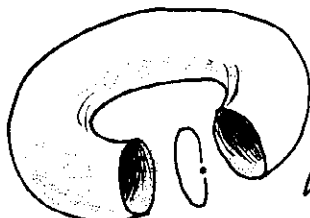
"Površina sfere" S_2 može biti raščlanjena u dvije kape i odsječak zatvoren točkom.



"Torus volumen"? Moram ga odsjeći diskom



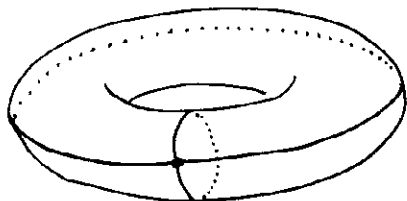
A za površinu Torusa... Budem ga odsjekao sa krugom koji je sam odsječen sa točkom.



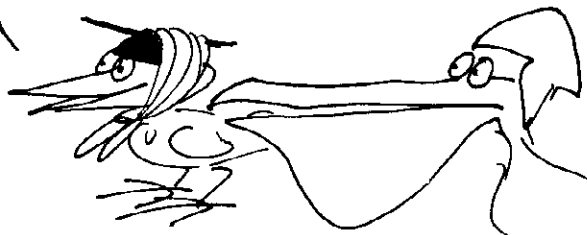
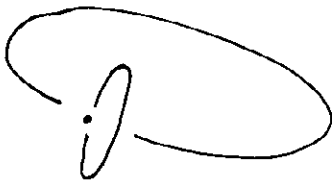
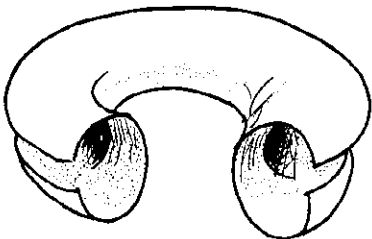
Torus presječen na ovaj način bude se skupio kao krug:



kojem je potrebno raščlanjivanje u odsječke i točke.



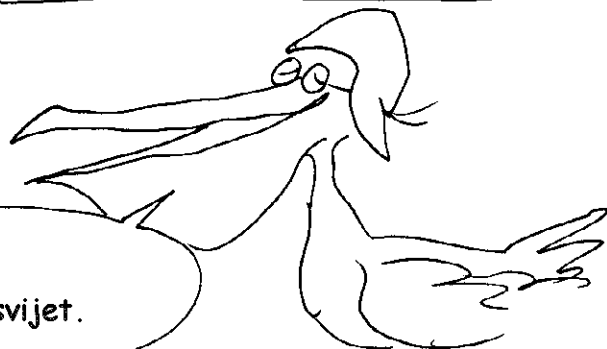
Evo još jednog rješenja sa jednom točkom, dva odsječka i jedno lice, gdje su svi elementi sklopivi.



Dobro, ali zasto je to upotrebljivo?



Očevidno za bolje razumjeti svijet.



EULAR-POINCARÉ OBILJEŽJE

Sa objektom koji je raščlanjen na ovaj način, mi budemo stvorili broj x , jednak broju točaka, manji od broja odsječaka, plus broj sklopivih površinskih elemenata; manji broj sklopivog volumena (*), i budemo nazvali ovaj broj x - Eular-poincaré obilježje.

Znači za krug
 $x=1-1=0$

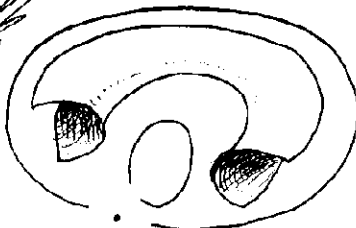
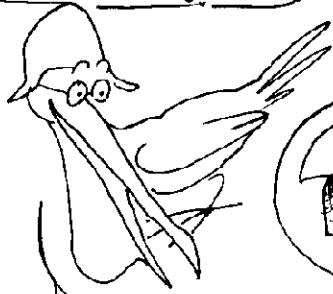


točka, odsječak

Za površinu sfere
 $x=1-1+2=2$



jedna točka, jedan
odsječak, dvije
kape

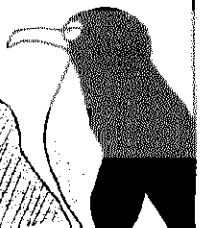
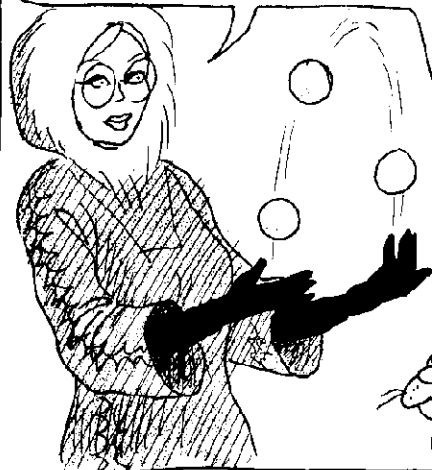


Hmm, za površinu torusa, jedna
točka, dva odsječaka, jedan
element površine
 $x=1-2+1=0$

To je 1 točka, 2 odsječaka i
1 sklopiv površinski
element.



Obilježje volumena sfere je
očito -1 , međutim obilježje
volumena torusa je $1-1=0$
(pogledaj crtež na str.14)



(*) koji se smjesta proteže na broj dimenzija veći od tri (to je dopunski zbroj)

Slušajte pažljivo: obilježje x je neovisno od režima raščlanjivanja (u sklopivim stanicama)!!!

Npr, ova zatvorena krivulja je bila isječena u 8 odsječaka povezanih sa osam točaka, ali njeno obilježje je i dalje ništica.

To je jamačno.

Pogledajmo ovo raščlanjivanje na sferi: 4 vrha, 6 odsječaka, 4 lica, znači imam $x=4-6+4=2$

I ovdje, 8 vrhova, 12 odsječaka, 6 lica znači $x=8-12+6=2$

Možeš pokušavati na koji god način želiš, uvijek budeš završio na 2

Bogca till

Zapanjujuće!

Evo korisnog pravila: ako je objekt unija od dva objekta, njegovo obilježje je zbroj dva objekta koji ga sačinjavaju.

Uprava

Volumen torusa ima obilježje ništice.

Ako se doda poluga, unija se dodaje obilježju.

Produžetkom Fougasse-volumena (*) budemo dobili obilježje jednako broju rupa, manje od jedne unije.

Pretpostavljam si - isto je i za Fougasse-površinu?

* Fougasse: maslina iz južne Francuske

Nikako! Fougasse-površina se ne može skupiti kao disk sa N rupa, budi malo ozbiljniji!

Opsss!!



možemo krenuti od površine sfere (obilježje 2) do površine torusa (obilježje nula) dodavanjem poluga, što znači - poluga smanjuje obilježje površine za 2 unije.

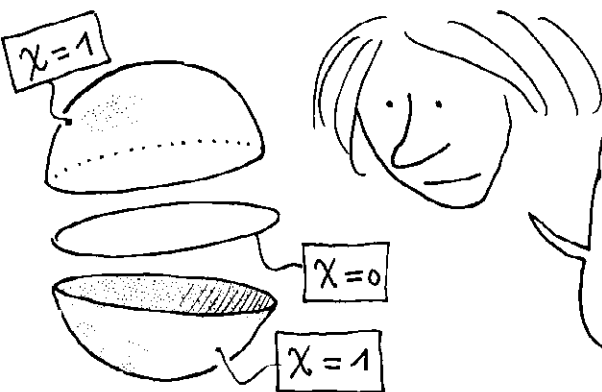
Tako obilježje Fougasse-površine je jednako 2, manje dva puta od broja rupa!

Površina na dijelu Grojer sira sa N rupa je napravljeno od N površina sfera plus eksterior sfere. Tako je obilježje $x=2(1+N)$

Tako, za napraviti Grojer volumen počinjemo sa punom sferom ($x=-1$) i ukloniti N ansamble volumena sfere + površine sfere ($x+2-1=1$). Tako je obilježje Grojer volumena jednako $(1+N)$

Je, je: ali sigurno ne misliš izliječiti sirotog Amundsena sa ovim glupostima!

SVIJET U KOJEM ŽIVIMO



Možemo izračunati obilježje sfere S2 s obzirom da je to unija dvije hemisfere i ekvatora, što daje $x=1+1+0=2$

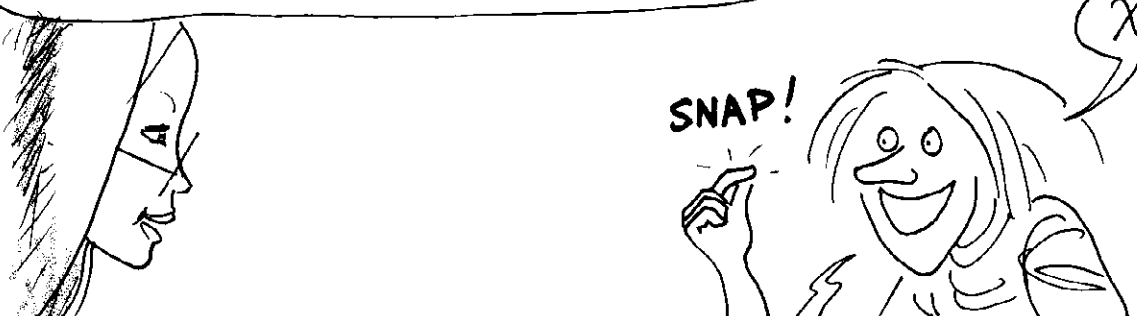
U "Geometrikonu" predstavili smo koncept hipersfere S3, sa tri dimenzije, tro-dimenzionalan prostor potpuno samozatvoren.

Idemo izračunati obilježje ove hipersfere S3. Kao što smo vidjeli u "Geometrikonu" ekvator (*) je sfera S2 čije obilježje ima vrijednost 2.



Znači naša hipersfera S3 je napravljena od dva sklopiva volumena, svaki broji za -1.

$$\chi = -1 - 1 + 2 = 0$$



* što odvaja objekt u 2 slična elementa

Znači obilježje hipersfere S3 je nula!




Dobro, idemo dalje na hipersferu S_4 , sa 4 dimenzije.

Tj, hipersferični prostor S_3 ciklički se otvara u vremenu (*). Ova hipersfera S_4 bude imala, kao i ekvator, hipersferu S_3 , i dvije hemisfere, obje broje za 1.

Znači obilježje x u prostoru i vremenu, hipersfere S_4 , bude ponovno bilo $1+1+0=2$

Ako uzmeš S_5 hipersferu sa 5 dimenzija, njena obilježja budu ponovno bila nula i njen ekvator bude bio S_4 hipersfera.



I tako dalje. Obilježje Euler-poincare hipersfere S_n je 2 ako je N jednako, i 0 ako je neparan.



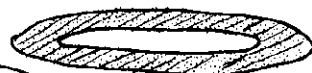
Hej! Ako nastavite ovo budem završio kao Amundsen.

(*) vidi "Veliki prasak" i Friedmanov model na str.64

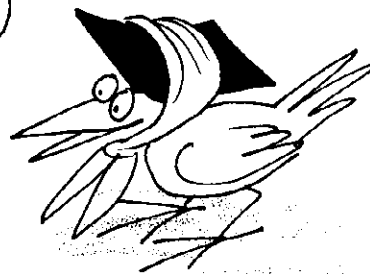
Znači Euler-poincare obilježje pomoglo nam je za uspostaviti malo reda u ovoj džungli geometričkih objekata.



Znači, kraj cilindra je topološki identično disku sa rupom, i njihovo obilježje je nula.

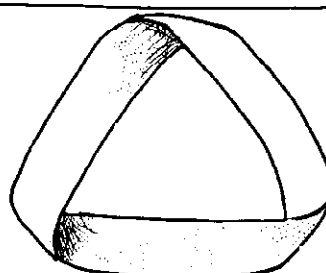
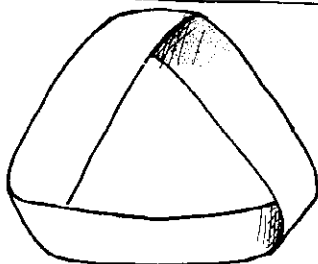



Ali što misliš o ovom objektu?




Moebius pojas, koji ima samo jednu stranu. Kako mu ne možemo odrediti što je naprijed a što je pozadi kažemo da je inorijentiran.

U stvari, svaki pojas koji ima neparan broj polu-okreta je moebius-pojas i inorijentiran. Ali ova dva pojasa se čine nekako drukčija...

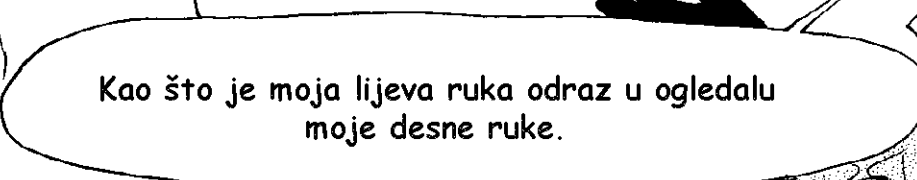




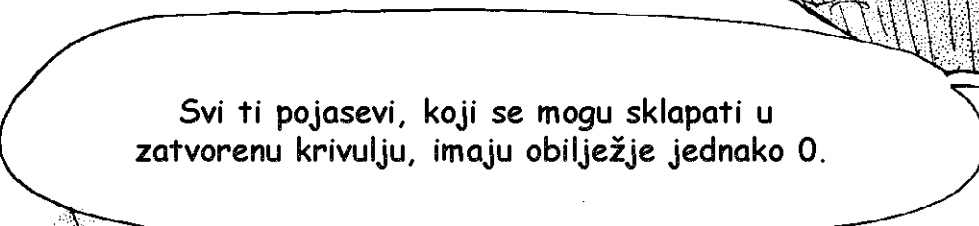
Nije važno kako ga okrećem,
nikako ga ne mogu vratiti na staro.




Oni nisu okrenuti u istom smjeru.
U stvari, jedan je ogledalo drugog.
Njih nazivamo enantiomorphic-ma.



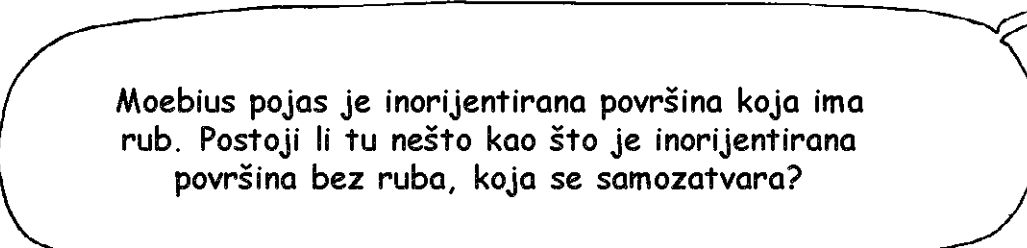
Kao što je moja lijeva ruka odraz u ogledalu
moje desne ruke.



Svi ti pojasevi, koji se mogu sklapati u
zatvorenu krivulju, imaju obilježje jednako 0.



Naravno, isto tako postoji
inorijentiran prostor sa
N dimenzija (*)



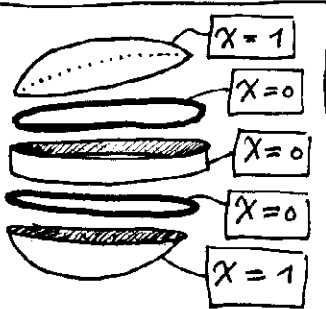
Moebius pojas je inorijentirana površina koja ima
rub. Postoji li tu nešto kao što je inorijentirana
površina bez ruba, koja se samozatvara?



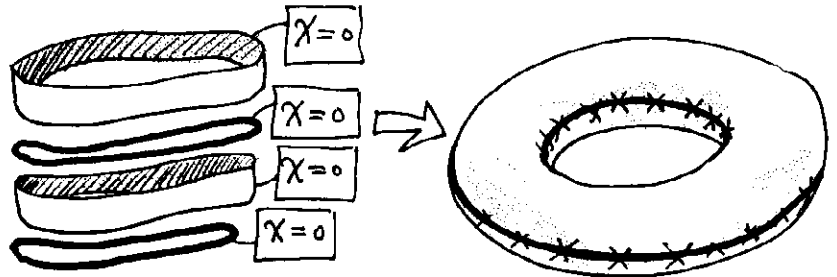
Odgovor je u sljedećem poglavlju.

RUB NA RUB

Zatvorena krivulja (raščlanjena u odsječke i točke) ima obilježje - nula. Isto važi i za pojas, bilo dvostran ili jednostran, koji se može skupiti po zatvorenoj krivulji (pogledaj teoriju str. 17). Kad se dvostrani pojas zatvori sa 2 diska duž dvije zatvorene krivulje, mi smo napravili površinu sfere S^2 (sa 2 dimenzije).



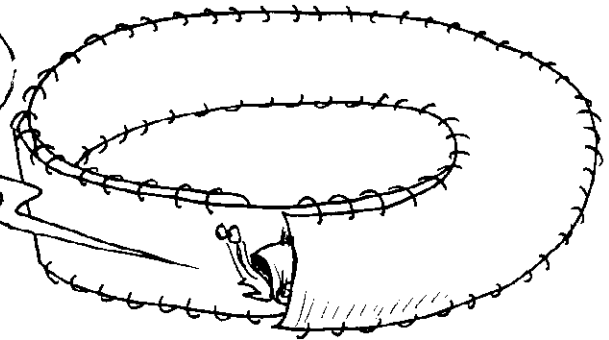
Isto tako možemo zašiti dva dvostrana pojasa jedan za drugi, duž dvije zatvorene krivulje i onda budemo dobili površinu torusa T^2 .



Znači trebao bi biti kadar zašiti dva moebius pojasa duž samo jedne zatvorene krivulje.



Hej!! Ovdje je tijesno.



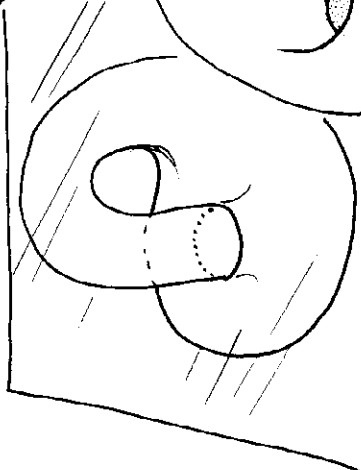
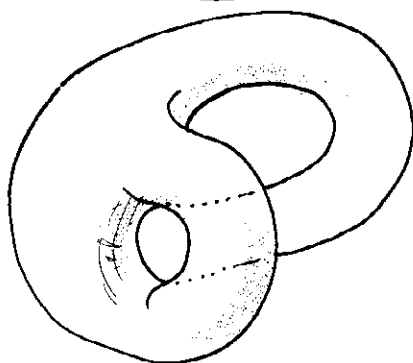
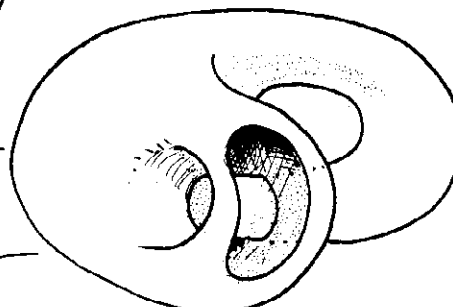
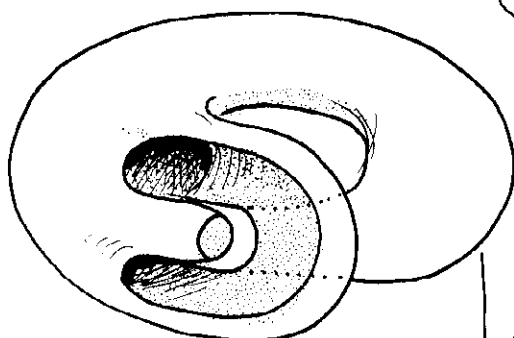
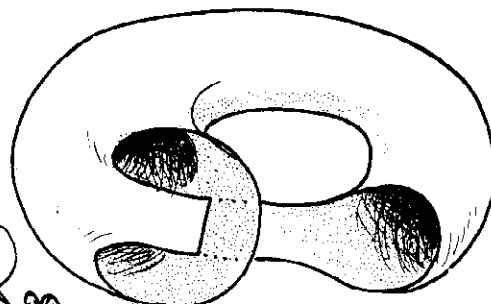
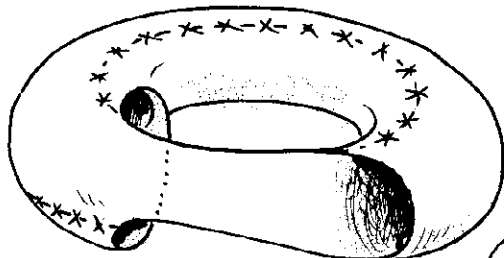
Moramo rabiti nešto transversina (*).

Transversin?!?

(* Transversin je izlučen iz školjke homomoles 23

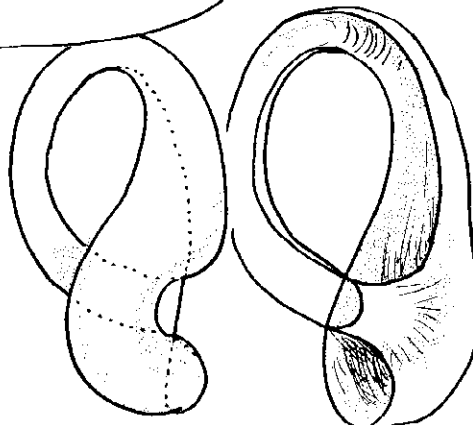
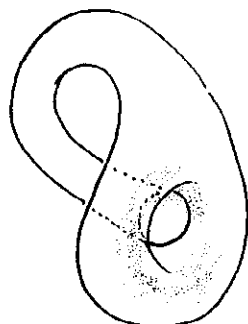


Ako razmažemo transversine na školjku, ona počinje rasti, sudeći po njenim rubovima, naginje formirati zatvorenu površinu ali dozvoljavajući površini prolaz kroz samu sebe!



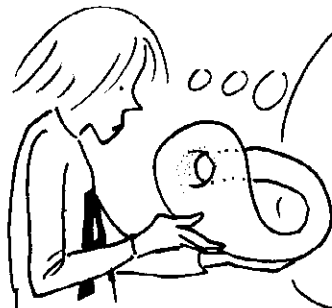
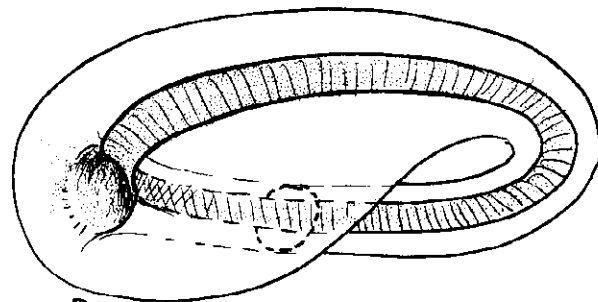
Rub je nestao ali kakva je to okrugla stvar?

To je samo-presijecajuća krivulja, koja nije rub. Ovo možeš potvrditi sa ovom Klein bocom, gdje se površina svugdje neprekidno razvija.



dva presijeka

Njeno obilježje je nula, zato što je napravljena od dva moebius pojasa ($x=0$) i zatvorene krivulje ($/x=0$). Nije lako pronaći izlaz za van iz ovoga.



Naravno, ako nađeš moebius pojas na površini to znači-on ima samo jednu stranu.

Reci mi Tiresias, je li moguće naći moebius pojas negdje u tvojoj kućici?

Ne počinjite ponovno!!

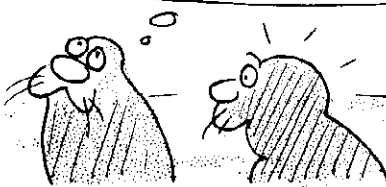
Oh!



Vrlo je čudna ova površina.

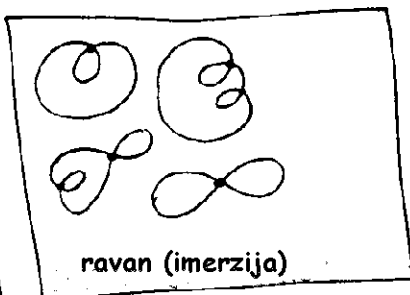
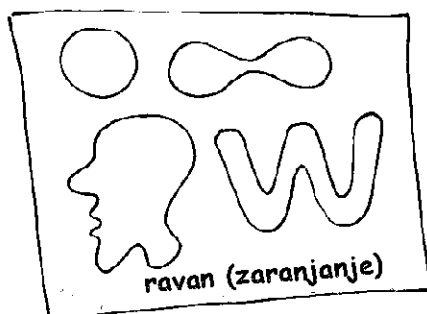
Do sad smo se bavili površinama koje ne sijeku jedna drugu u svojim normalnim oblicima, kao što je sfera. Površine koje se sijeku u našem prostoru nazivamo imerzijama.

Imarzija??



ZARANJANJE I IMERZIJA

Zatvorena krivulja, je jednodimenzionalna, njeno jedino obilježje je nemati ni početak ni kraj. Ona se može smjestiti na ravan na beskrajno puno načina.

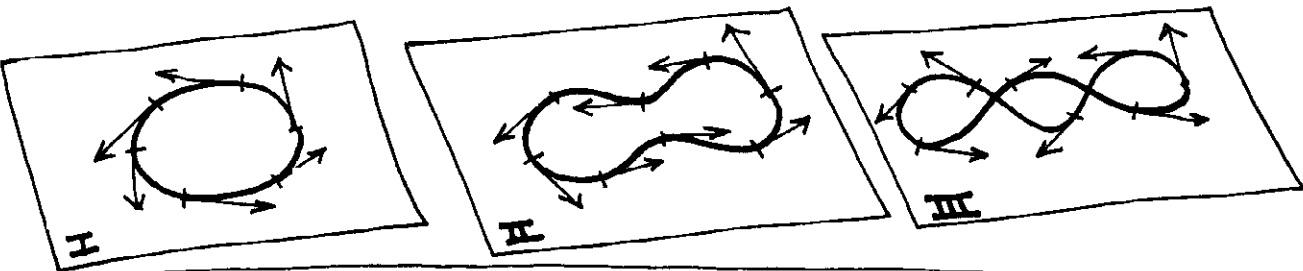


Kad ne sijeku samu sebe rekao bi - ona je zaronjena u ravan, ako je drukčije rekao bi - ona je ušla u ravan (*)

Pretpostavljam si da su obilježena brojem presijecajućih točaka.

Ne, zato što - ako neprekidno deformiram ovu krivulju mogu učiniti da se parovi točaka pojavljuju i nestaju. Ali ono što bude ostalo nepromijenjeno je broj okreta.

Pogledaj, pravim vektor na ostatku dodirnice na krivulji.



Regularnom deformacijom (bez slomljenih crta) na ravan, mogu ići od krivulje I do krivulje III.
 Radeći ovo imamo totalno obrtanje strijelica (360°) kada presijecaju svaku krivulju.

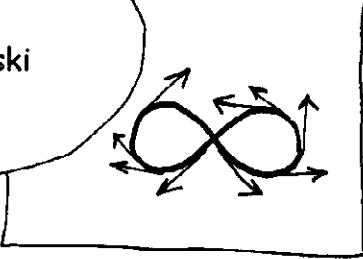
To je regularna Homotopia na ravan.
 Ona drži broj obrtaja strijela tangente na krivulju.



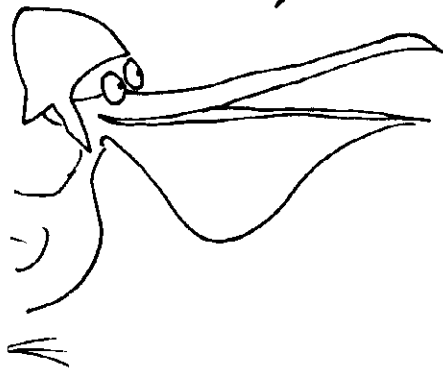
Pokušao sam sve i ne mogu promijeniti ovu osmicu u krug.



To je normalo. Strijele ne rade isti broj obrtaja. Na osmici algebratski zbroj je nula!



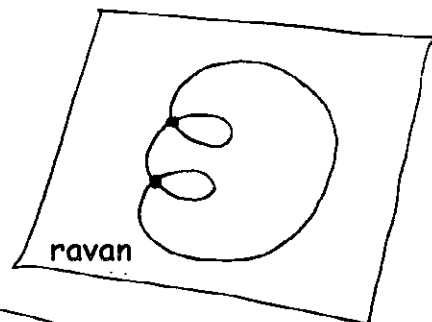
Dati ovo pravilo deformacije zatvorene krivulje (neprekinuto, tačnost), na površinu, neke su stvari moguće doku su druge uvijek nemoguće.



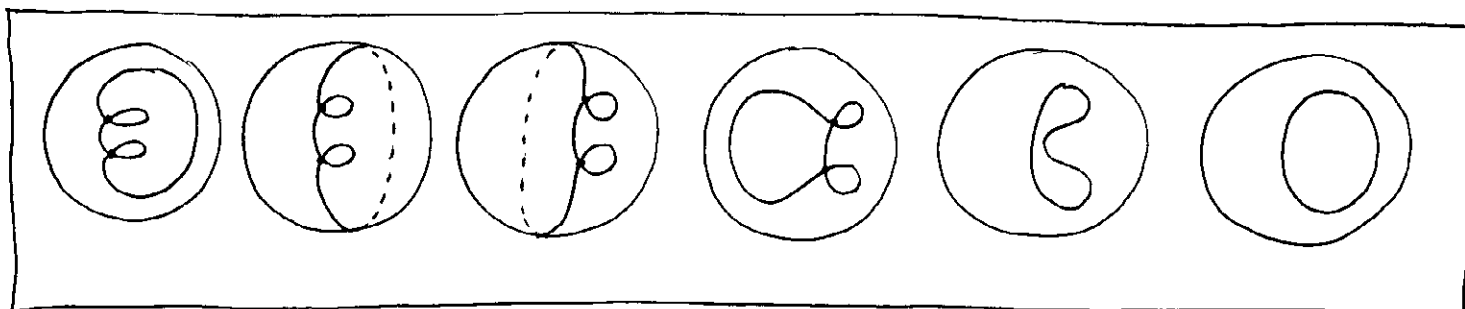
Nije to tako jednostavno.



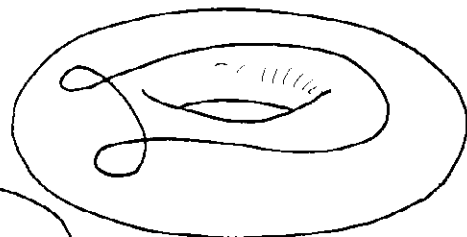
To ovisi o prostoru rabljenom za prikazati objekt. Pogledaj u ovu krivulju, na ravni nema načina za rješiti se ovih duplih točaka.



Ali na sferi...

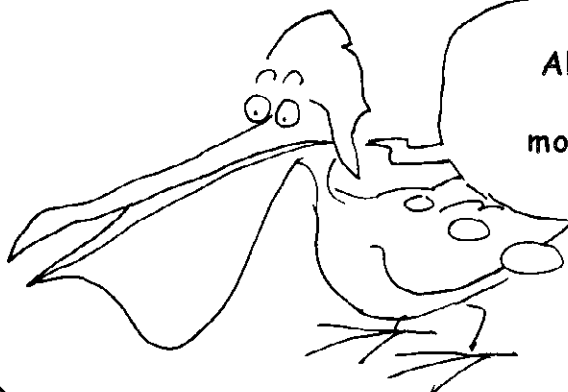


Znači, neke stvari koje se čine nemogućnim u takvom predstavljenom prostoru (ovdje je to ravan) postaju moguće mijenjanjem ovog prostora, sa drukčijom topologijom, i obratno.



Na ovoj ravni, krivulja se lako izgubi, ali to ne možeš uraditi ako je to predstavljeno na torusu.

Ali Tiresias, u našem prostoru i vremenu postoje stvari koje su definitivno moguće ili definitivno nemoguće, zar ne?



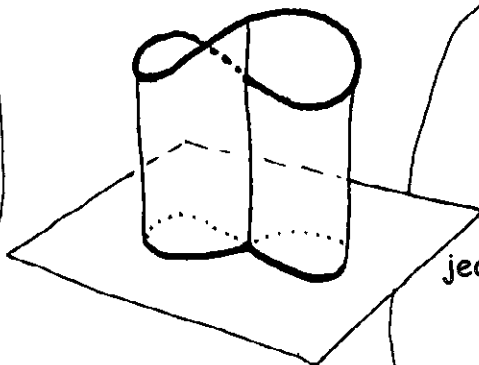
To je zabrinjavajuće.

Znaš li ti topologiju našeg prostora i vremena?

Eh... ne!

Mi jednostavno živimo pojavno... i čak...

Presjek točaka zatvorene krivulje drži se kroz njen model predstavljen na površini. Dvodimenzionalna slika je samo projekcija.



U biti, tamo je samo jedan objekt: Zatvorena jednodimenzionalna krivulja.

U prostoru predstavljenom sa 4 dimenzije, klein boca se više ne zatvara kroz sebe.

Znači, mijenjanjem reprezentativnog prostora, mogu uraditi što hoću. Npr. mijenjati klein bocu u sferu?

Ne, postoje obilježja koja ostaju neovisna od reprezentativnog prostora.

TOPOLOGIJA

Kao što je obilježje Euler-poiCare
zatvoreno.

Za objekte jedne dimenzije
sve se svodi na ovo:
krivulja mora biti otvorena
ili zatvorena.

I, kako je Amundsen?

Ništo novo,
u istom je stanju.

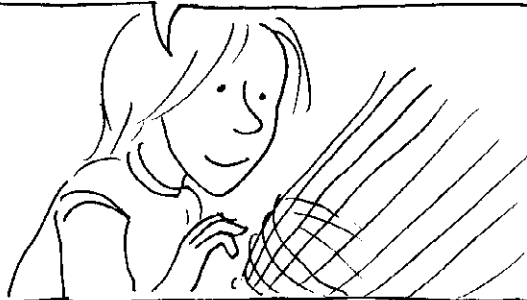
Geoneuroza?
Ne, ja kažem - to je
toponeuroza.

Naša mentalna struktura, naša logika, naše shvaćanje svijeta,
počiva na geometričkim temeljima, koji mogu dati izlaz u bilo kom trenutku.

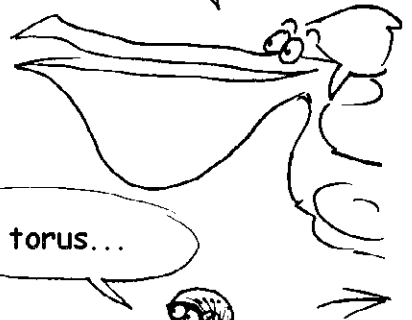
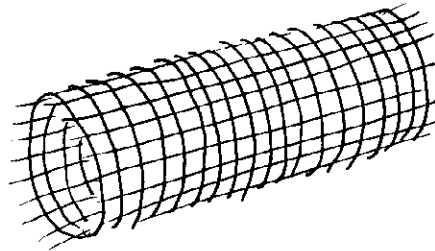
Mogu vratiti minimum usklađenosti pogledu na stvari
našem prijatelju.

TKANJE KORPE

Pronašao sam još jedan dobar način za predstaviti površinu: tkanje korpe.



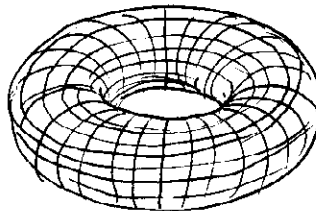
Oho, pa to je valjak.



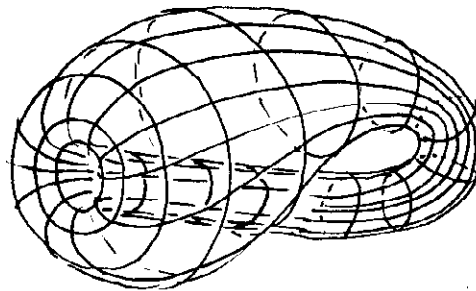
Hmmm, nije tako lako napraviti sferu.



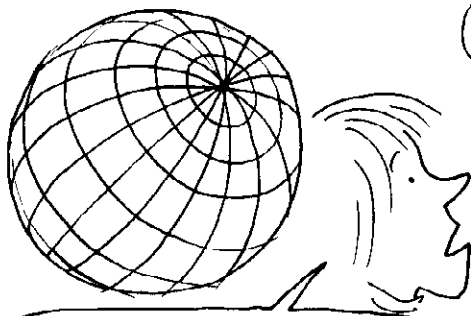
I torus...



Klein boca.



Za sferu moraš unijeti dva pola.



Ali nisam ih unio, ne trebaju mi za torus ili za klein bocu...



Euler-poincare obilježje daje ti broj polova koji ti trebaju za otkati tvoju površinu.
Za torus ili klein bocu to je 0.
Za sferu je 2.

Naravno, koncept može biti produžen na Hiperpovršine, prostor sa 3,4... N dimenzija.

Ukoliko nismo pogrešno razumjeli univerzum, po Friedmann_ovom (*) cikličkom modelu, to je S4 hipersfera. Mi možemo pokriti trodimenzionalan prostor uporabom kubične strukture. Ali što je sa onima sa 4 dimenzije?

Jednostavno, budeš je pokrio sa Hiperkockama.

Hiperkocke?
Svašta...

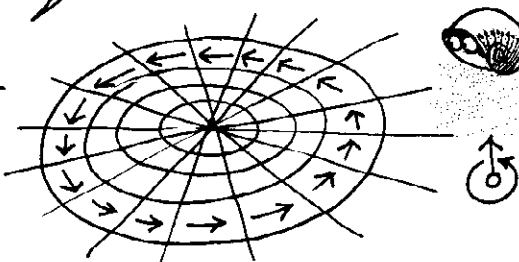
Ali, vidi ovo... obilježje hipersfere S4 je 2. Znači naš prostor i vrijeme budu pokazali najmanje jednu vrstu singulariteta, pol?

I veliki prasak(*), što sa tim!?!

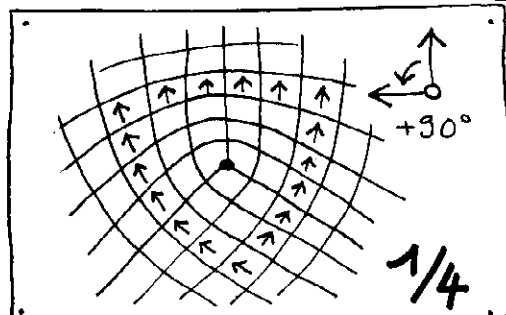
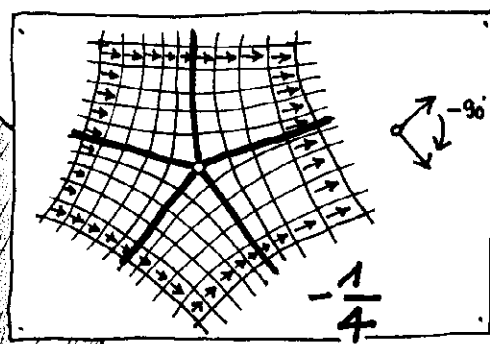
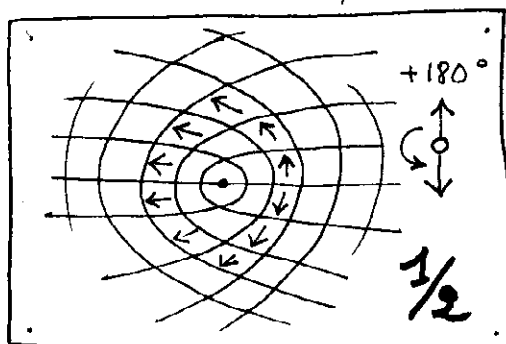
Znači ako potpuno geometrijski razmatramo mi uspijevamo zamijetiti jednu od najveličanstvenijih aspekata u povijesti svijeta, u isto vrijeme otkrivanje širenja univerzuma.

SINGULARITET

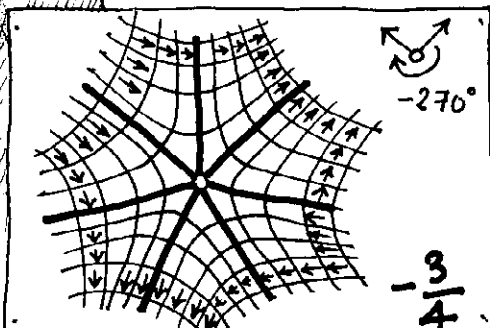
Redosljed singulariteta tkanja je jednak o kutu smjera ovih strijelica, pozitivan ili negativan, podijeljen sa $360^\circ (2\pi)$.



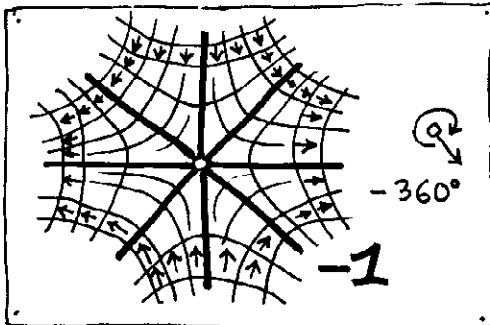
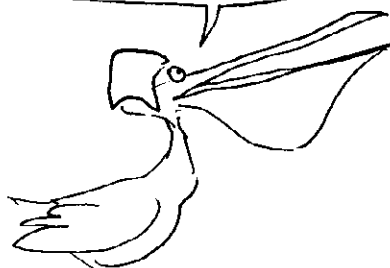
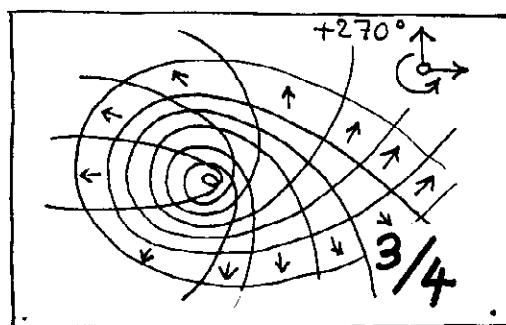
Pol je 1.



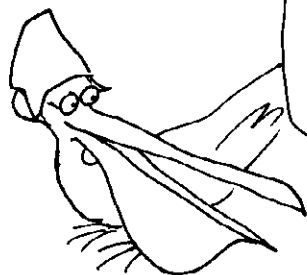
Na lijevoj strani su singulariteti pozitivnog redosljeda, a na desnoj su negativnog redosljeda.



I što onda?



Ako napraviš tkanje na zatvorenoj površini, na kraju ti budeš imao singularitet. Euler-poincare obilježje bude bilo jednako algebarskom zbroju redosljeda singulariteta.



Mogu otkati torus bez singulariteta, to je normalno, euler-poincare obilježje je nula.

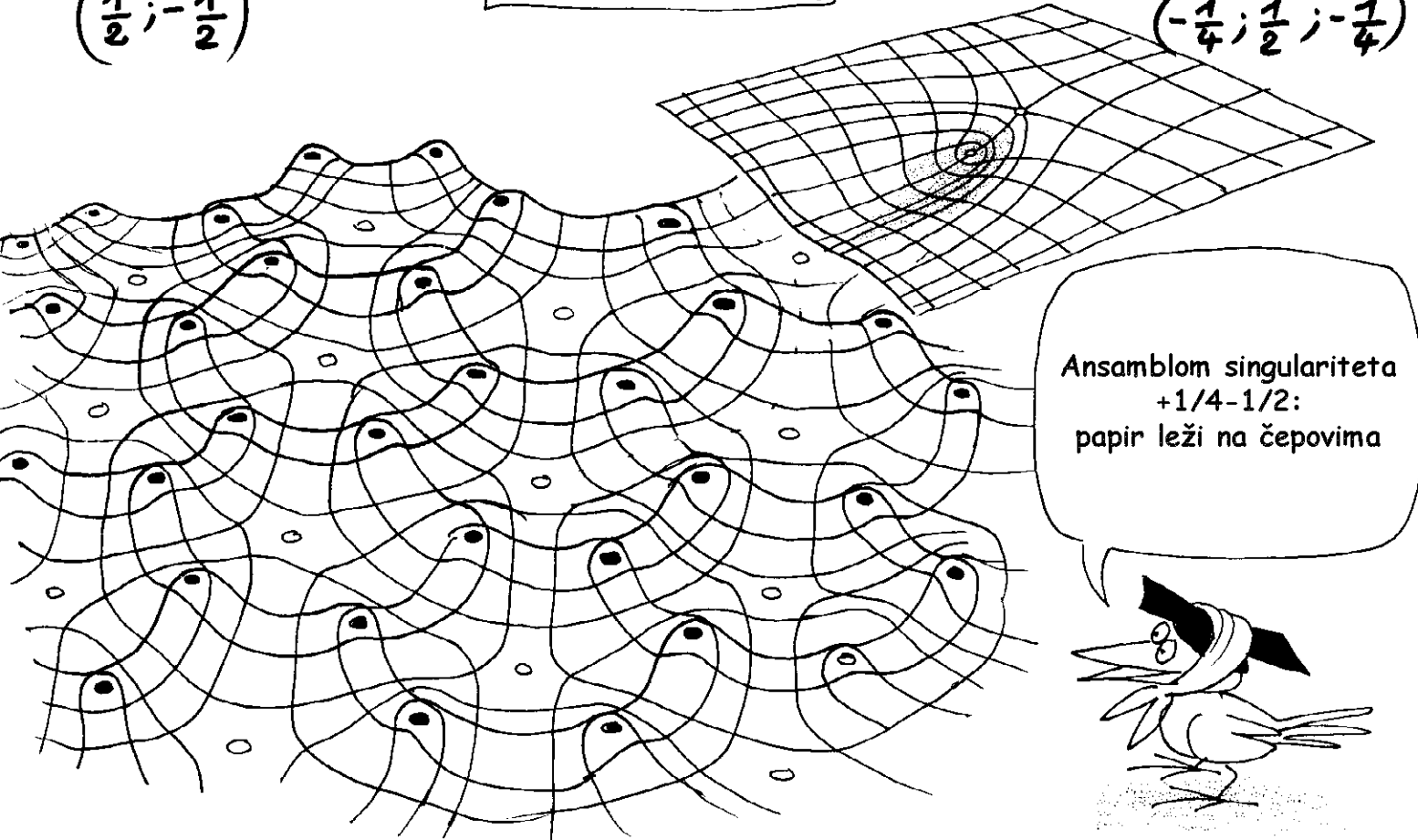
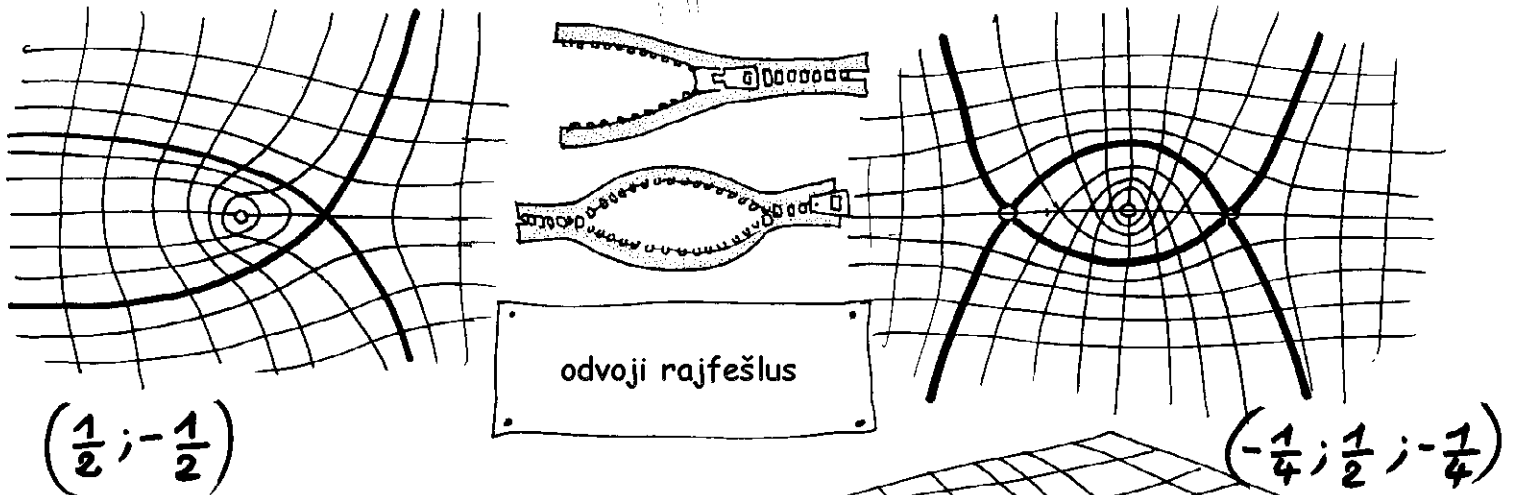
Ovdje je sfera sa mrežom od 8 singulariteta redosljeda 1/4...

ili sa singularitetom 3/4, i redosljedom 1/4 i polom...

ili sa 4 singulariteta redosljeda 1/2

Bilješka:
Za one koji su čitali "Crnu Rupu" zamijetiće sličnost (stranica 14-36) između crteža mreža singulariteta i onih koje se tiču POZITIV-STOŽACA, NEGATIV-STOŽACA, i KRIVE. Sve ove ideje, u biti krute, tijesno su povezane za TOTALNU ZAKRIVLJENOST površine, predstavljene u našem trodimenzionalnom prostoru, koji je jednak Euler-poincare obilježju umnoženom za 360° (ili za 2π).

Šteta je što je takva stvar potpuno neuporabljiva, kao staro-grčki ili latinski jezik.

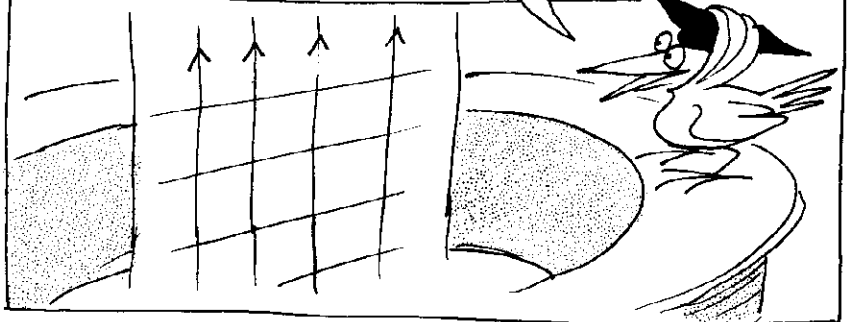


Što sad praviš?

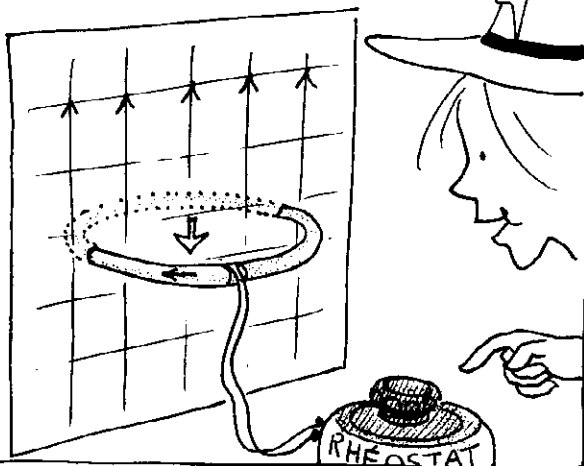


Veličanstvena polja.

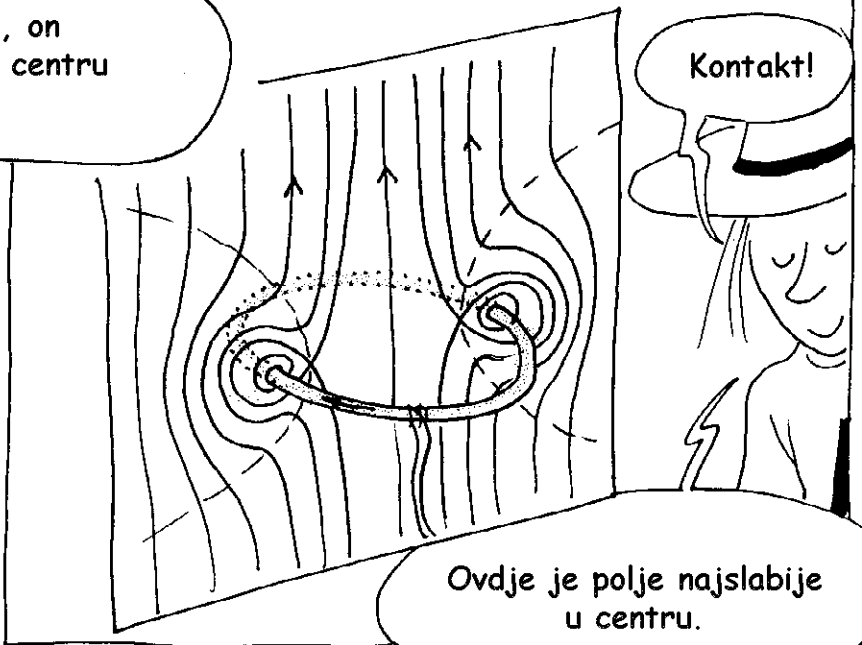
Sustav proizvodi nepromjenjivo magnetno polje, njegove crte i polja su paralelna sa uspravnim crtama.



Ali ako stavim ovaj kalem u polje, on bude stvorio drugo polje u njegovom centru koje ide u suprotnom smjeru.

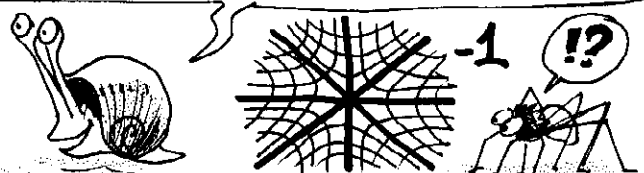
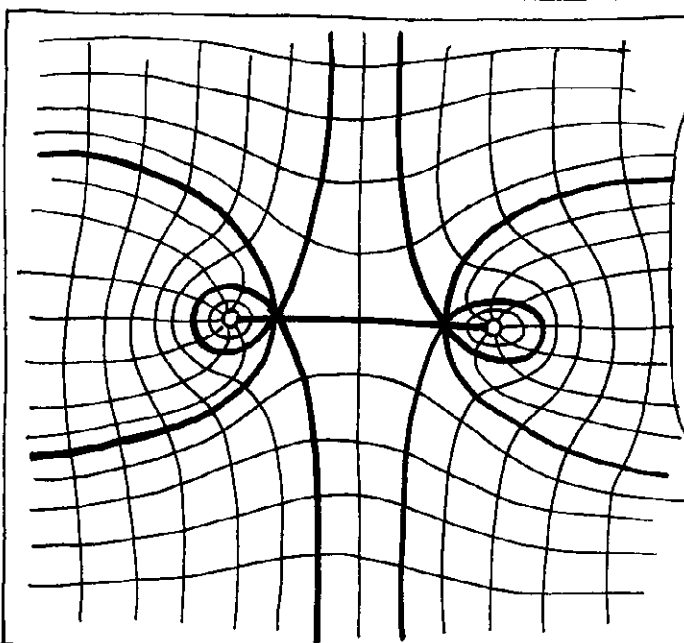


Kontakt!



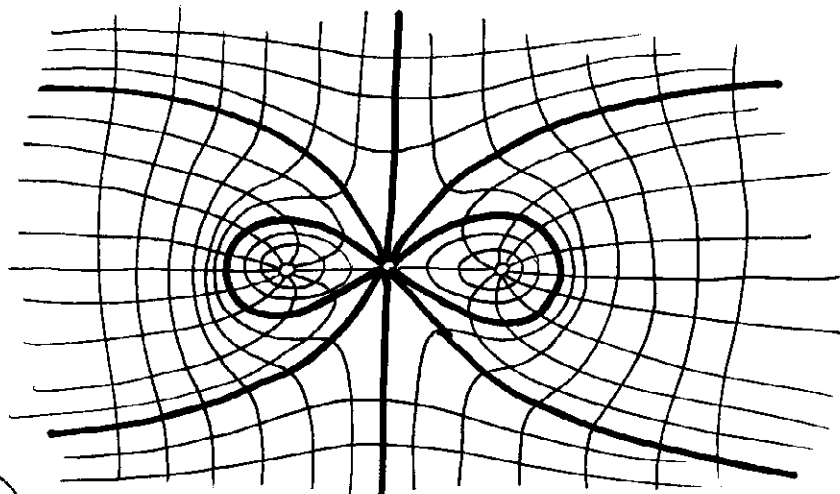
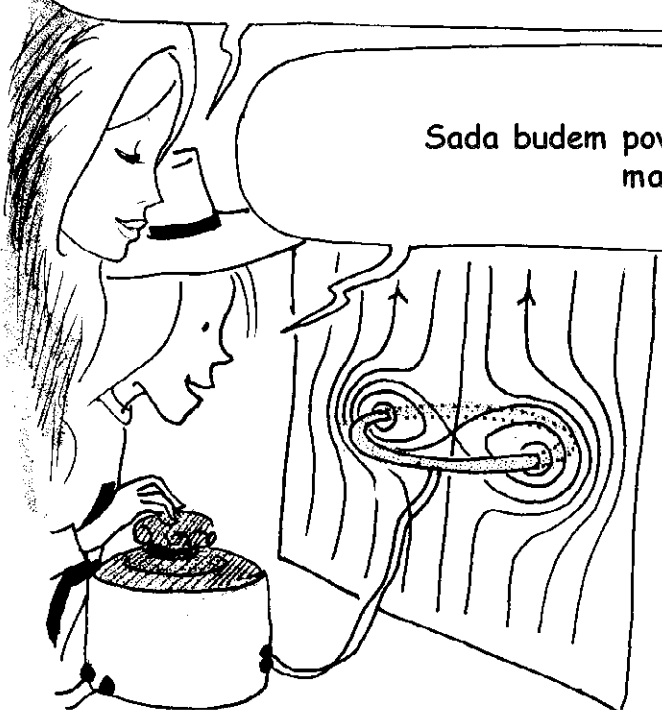
Ovdje je polje najslabije u centru.

Oh! Napravio si dva pola (tragovi kalema se vide na početku u figuri 1) i dva singulariteta redosljeda -1. Zbroj čini nulu. Negativan singularitet se pojavljuje tamo gdje je polje B prekinuto.

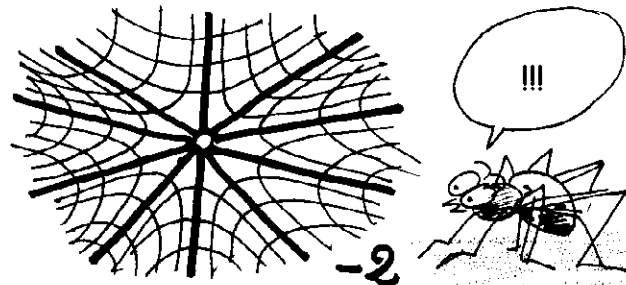


U biti, sustav ima skladno kruženje a mi budemo dobili primjer mreže sa crtama singulariteta.

Sada budem povećao struju tako budem prekinuo vrijednost magnetnog polja u centru kalema.



Dvije točke u nultom polju, viđene na početku crteža, sad su spojene u jednu, redosljeda -2 (primjer stjecišta singulariteta)



Ovo je zabavno. Hoćemo li gurnuti polje dalje?

To može biti vrlo opasno!

Leone čega se bojiš?
Možda toga da smo stvorili nepovratne
promjene u vremenu i prostoru??? Na kraju,
frendu stari, to je samo 100 Gaussa.

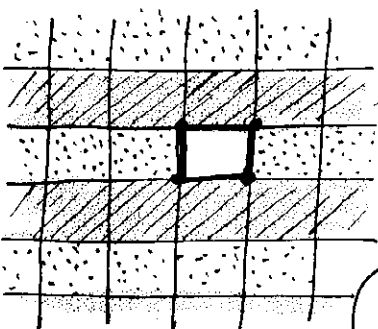
Još od "Granica tišine" on
ima zbiljsku fiksaciju na
magnetna polja.

Ludo!!

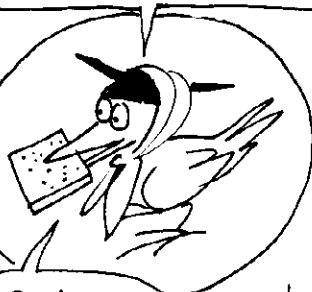
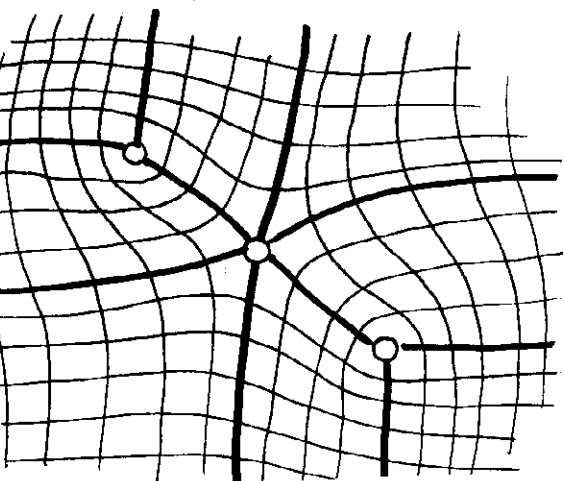
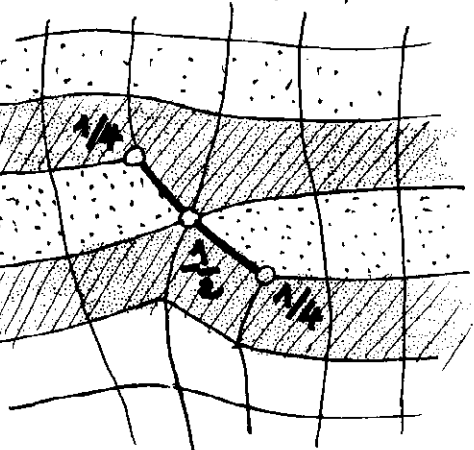
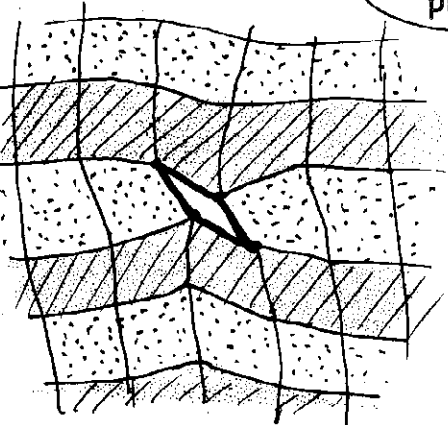
Magnetno polje B se preokrenulo
u centru kalema. Njegov singularitet
je uduplan u dva singulariteta
redosljeda -1. Mi smo stvorili
magnetni kovitlac sa
Torik geometrijom.

Svuda u fizici budeš
nalazio mreže i singularitet.

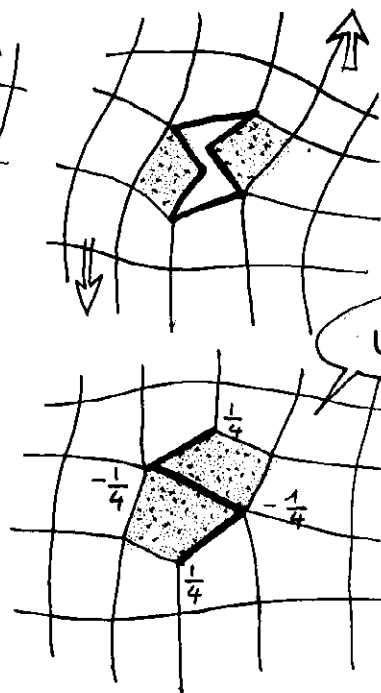
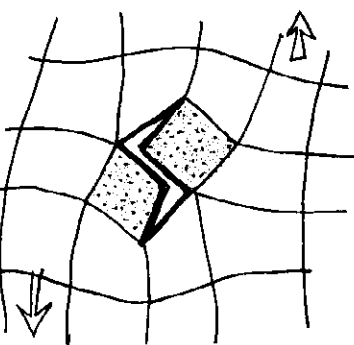
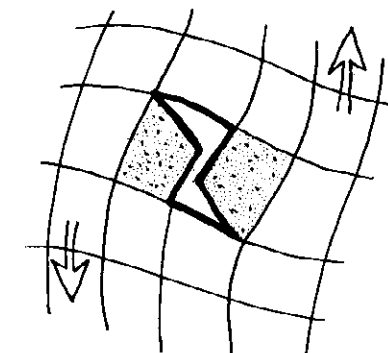
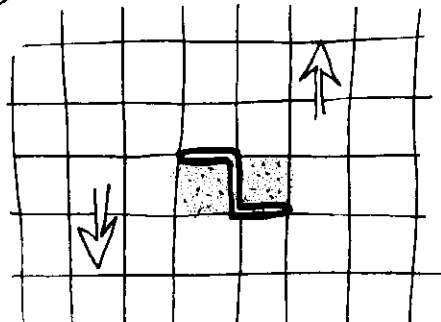
Kristali su izvori singulariteta, u ovom pogledu na kristal u četvorokutnoj mreži, ako stvorimo pogrešku pomjeranjem elemenata, rupa se bude napravila na cijenu jednog singulariteta od $-1/2$ i dva singulariteta $1/4$.



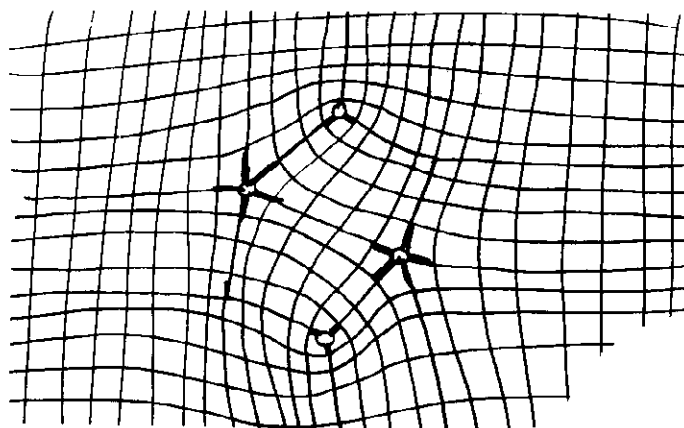
Budem uklonio pločicu.



Podijeljeni pokret bude uzrokovao preuređenje mreže, što zahtjeva dva singulariteta redosljeda $1/4$ i dva singulariteta redosljeda $-1/4$.



Uhh!





To me podsjetilo na nešto.

A na što to Tiresias?

Pretpostavimo si univerzum kao...

kao dio kristala?

Što ako je univerzum napravljen od nečeg kao što su slotovi, osnovne čestice mogu biti pogreške ili dislokacije, kombiniranjem "slaganja"(*) singulariteta - pokret, ili interakcija, bude odgovarala preuređenjima cijele stvari...

To je dobra ideja!

Ja...oh...

(*) Mreža se odnosi na objekte sa 2 dimenzije.
"Slaganje" je ekvivalent za veliki broj dimenzija

Sve se to bude ilustriralo uporabom listanja crtanih filmova, razvrstanih po slovima A, B, C i D

Uprava

A

transformacija Moebius pojasa u dječaćku površinu

B

navedeno:
nakrivljeni rubovi i
auto-presjek

C

napraviti spajanje
antipodalnih točaka

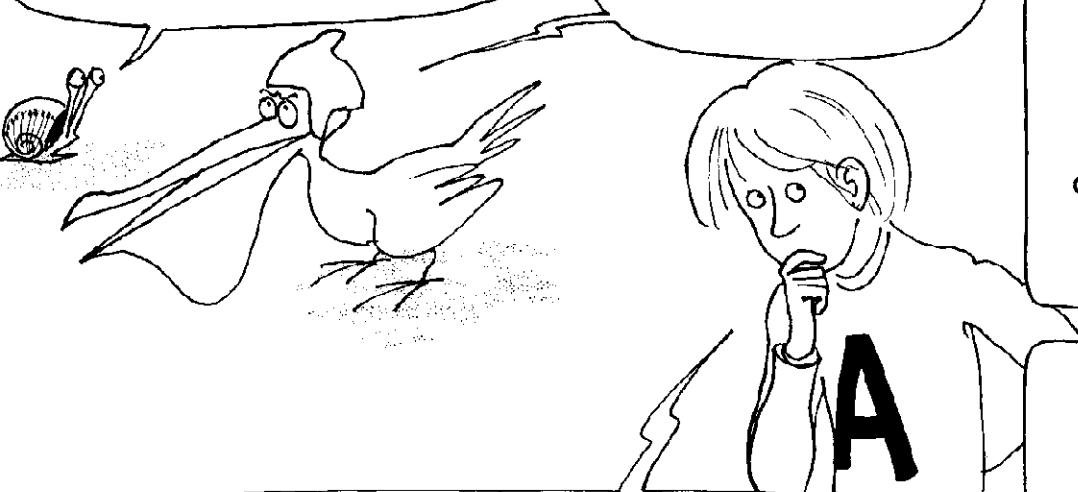
D

očevidna inverzija
vremena

DJEČAČKA POVRŠINA

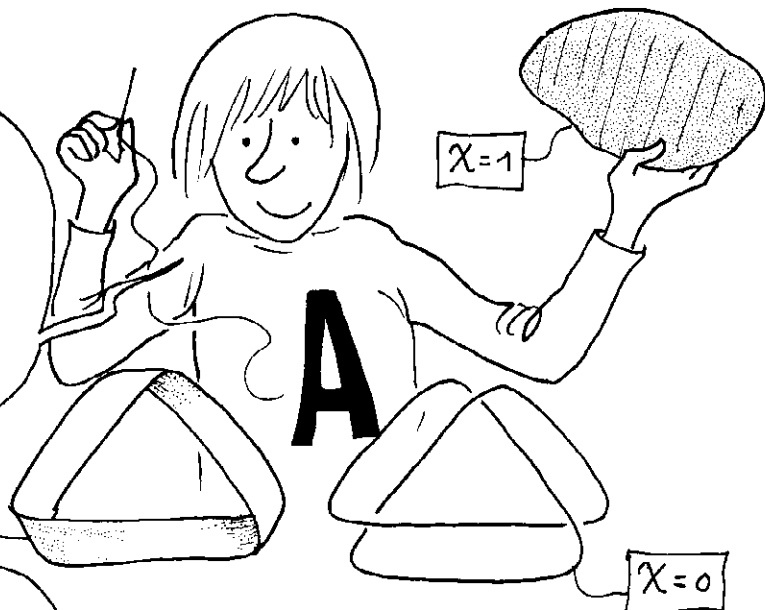
Mi se zabavljamo dok se Amundsenu uopće ne popravlja stanje.

A mi ni dalje niš' ne znamo o ovoj ludoj planeti bez Južnog pola.



Ali čekajte... za postojanje samo jednog pola, Euler-Poincare obilježje mora biti jednako 1. To se čini jednostranim.

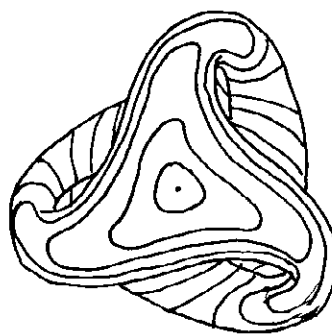
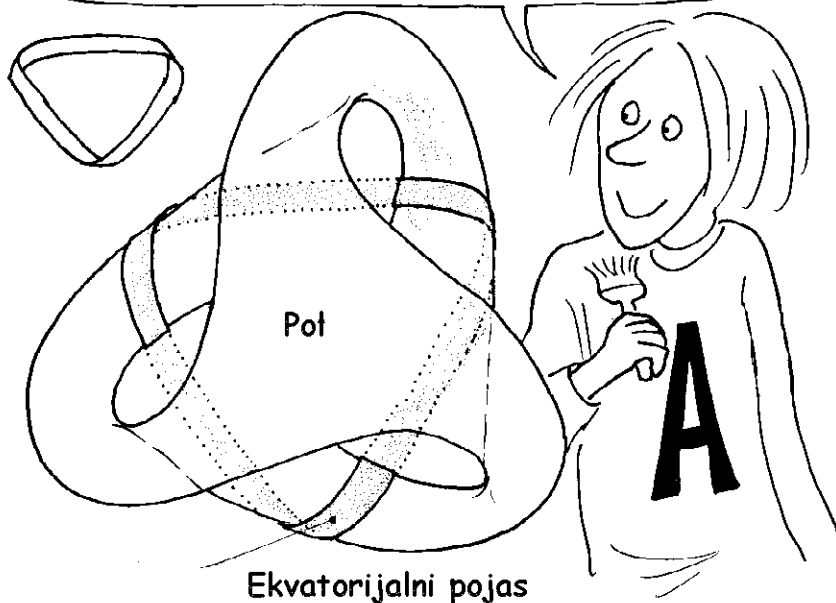
Moebius pojas ima nula obilježja. Mogu ga zašiti duž zatvorene krive, koja takođe ima nula obilježja, npr. jednostavan disk...



Taj ti ansambl bude imao jedinstveno obilježje i bude bio zatvoren jednostranom površinom. Ali umjesto da ga zašiješ što ne uzmeš Transversina.



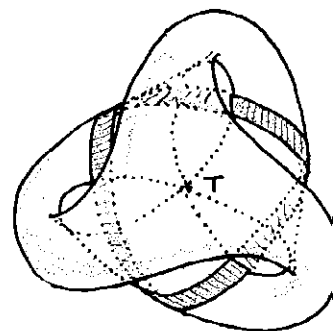
Ishod okretanja Moebius pojasa u dječjačkoj površini možemo vidjeti na crtežu A i B. Evo finalnog objekta.



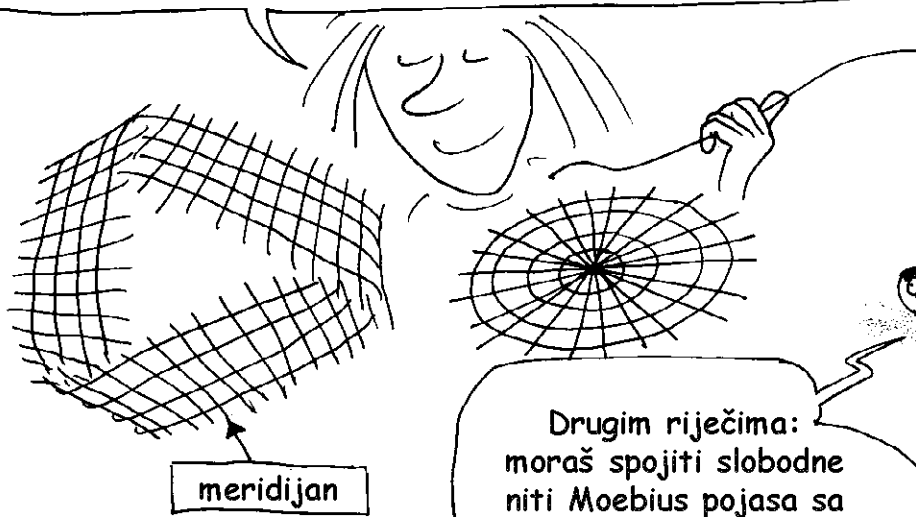
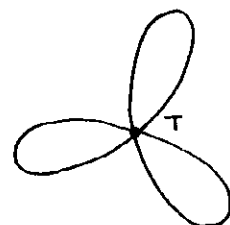
Ovdje su "paralele" dječjačke površine. To je u isto vrijeme i razvoj ruba Moebius pojasa koji je odgovarajući sekvenci A.

Smiješne neke paralele.

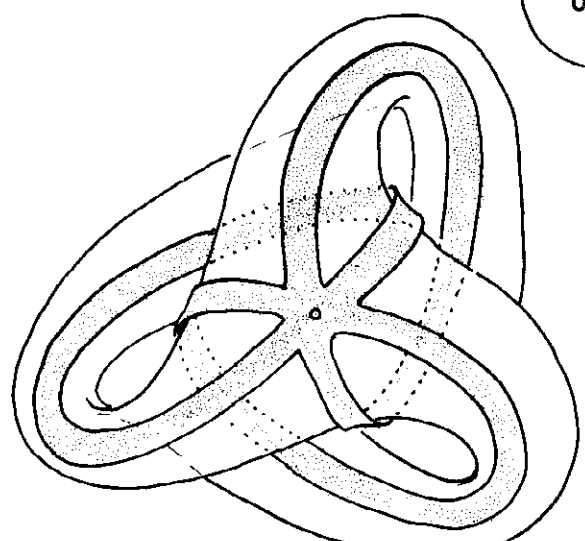
To je tkački posao, Leon. Moramo produžiti "meridijane" Moebius pojasa da bi dosegli dno korpe, tj. pola.



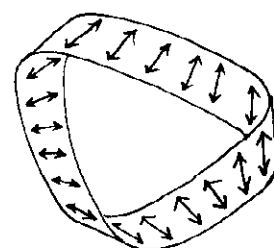
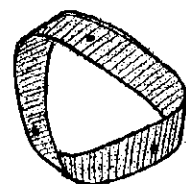
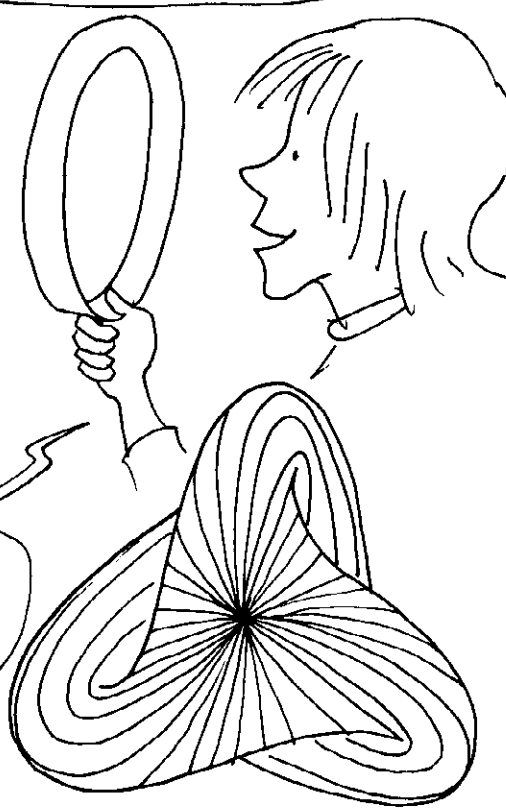
dječaka površina sa početnim Moebius pojasa



Drugim riječima: moraš spojiti slobodne niti Moebius pojasa sa onima na "dnu korpe".



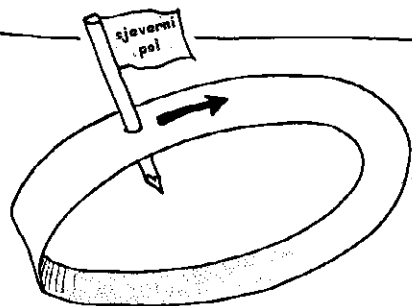
Okruženje meridijana Moebius pojasa sa jednom polovinom okreta.



Prvi model dječaka površine sa svojim ansamblom "meridijana" i "paralela" osmislio je autor. Kasnije je dobar model napravio kipar Max Sauze koji se može vidjeti u "TROOM" u palači pronalazaka u Parizu.

Uprava

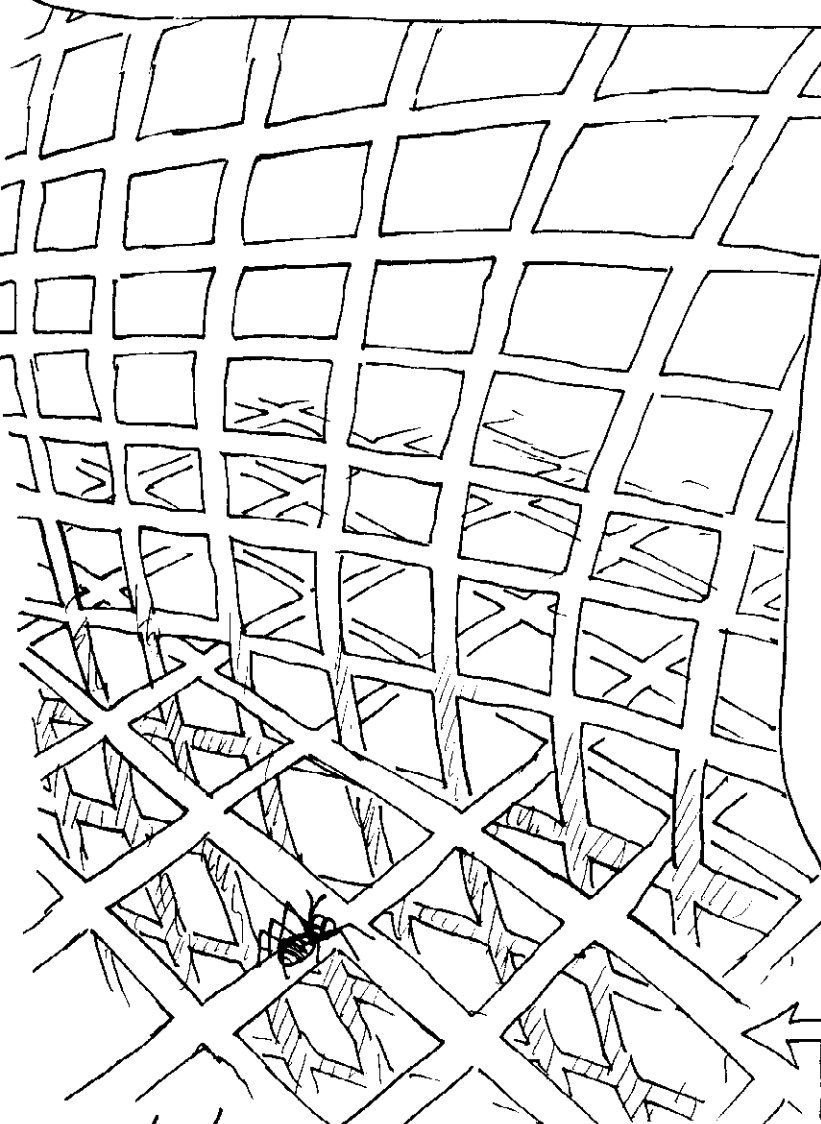
Mi smo se gibali duž jednog od ovih pojaseva ostavljajući "sjeverni pol" da traži "južni".



I naravno vratili smo se nazad do Perry-eve zastave!



Ali ako smo se gibali po dječачkoj površini, kako nismo otkrili regione auto-presjeka?



Upamti ovo:

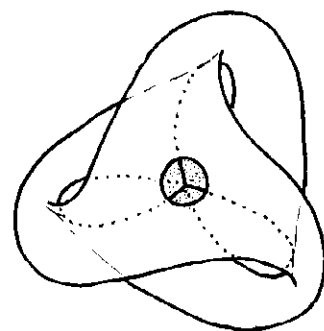
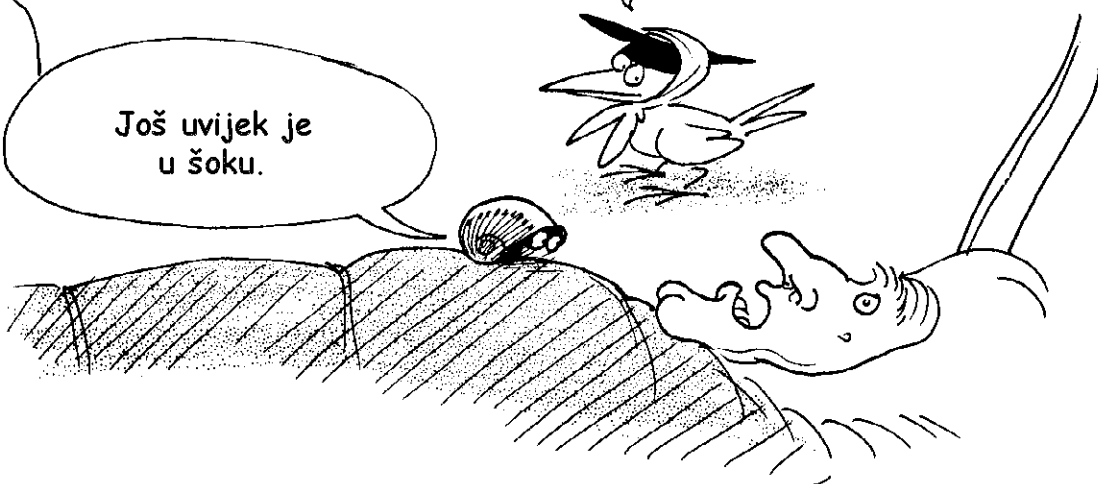
Ova slika auto-presijeka je samo efekt imerzije, na dječāčkoj površini, u reprezentativnom tro-dimenzionalnom prostoru. U stvari, dječāčka površina i klein boca postoje kao dvo-dimenzionalni objekti neovisni od prostora u kojem su predstavljeni.

Ovo je dobar metod za zaboraviti ideju auto-presijecanja.

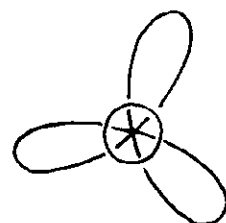
Jedna stvar je sigurna: planeta je "dječačka površina"
i ima samo jedan pol.

Ovo ne bude obradovalo sirotog
starog Amundsena.

Još uvijek je
u šoku.

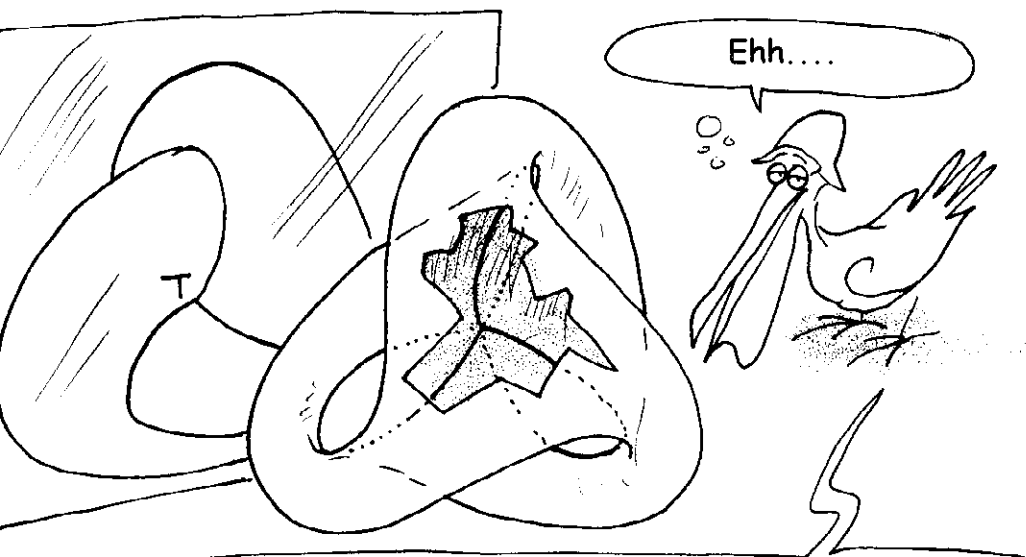


moebius pojas sa
kružnim rubom.

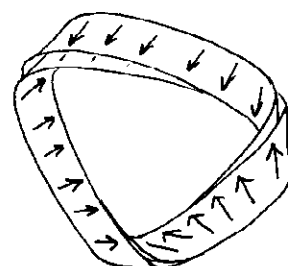
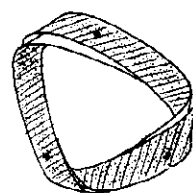


DJEČAČKA KOCKA

Ehh....



Možda budem zvučao ludo ali moram priznati, čak i sa
ovim crtežima, presijecima, puno pogleda...
Još uvijek nisam skužio "dječačku površinu..."



Što sve ovdje ima...

Meni je dosta.

Idemo napraviti nešto...

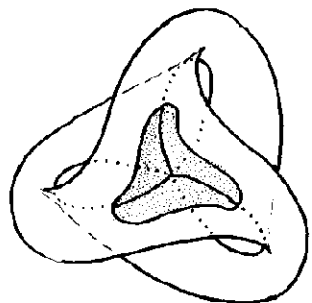
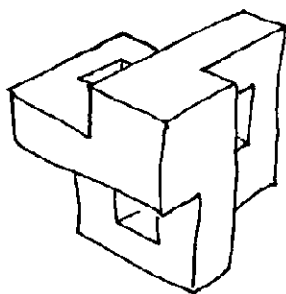
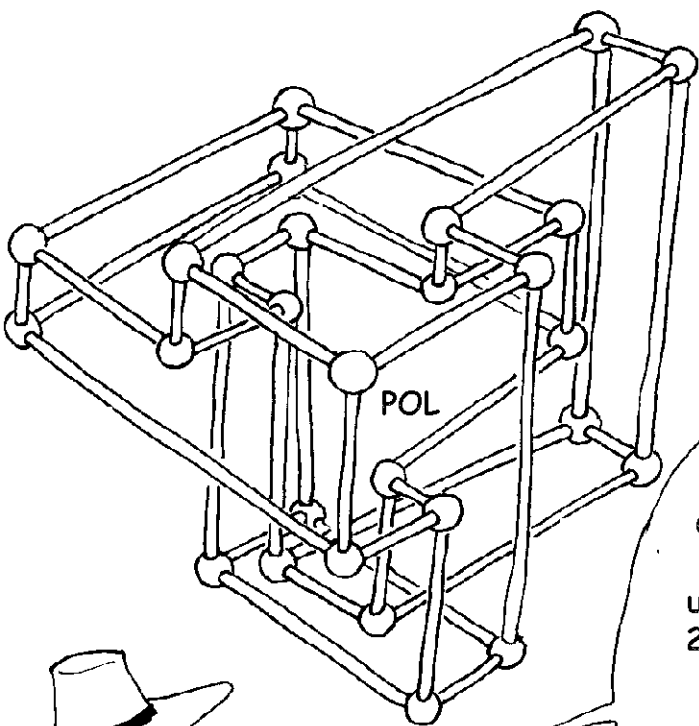
Pogledaj ovo, na šta ti ovo sličí?

kocka

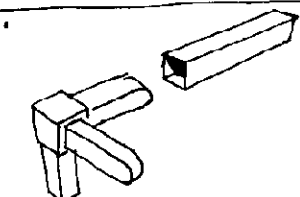
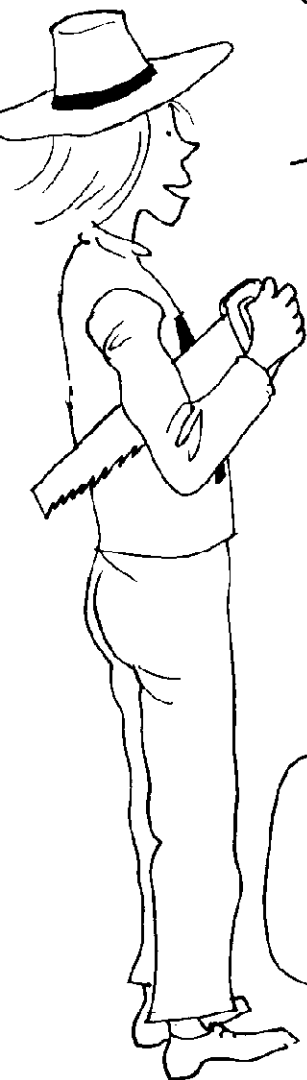
Nije tu samo kocka

Aha, ovo je već interesantrije.

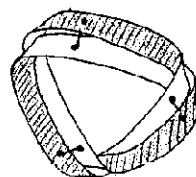
vidimo se na sljedećoj stranici



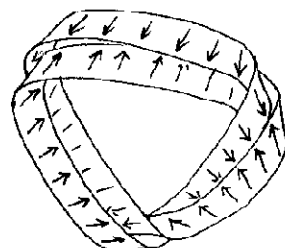
Ovdje je "dječačka kocka" koju je ustanovio Archibald.
 28 vrhova, 43 ruba,
 16 lica
 $x=28-43+16=1$

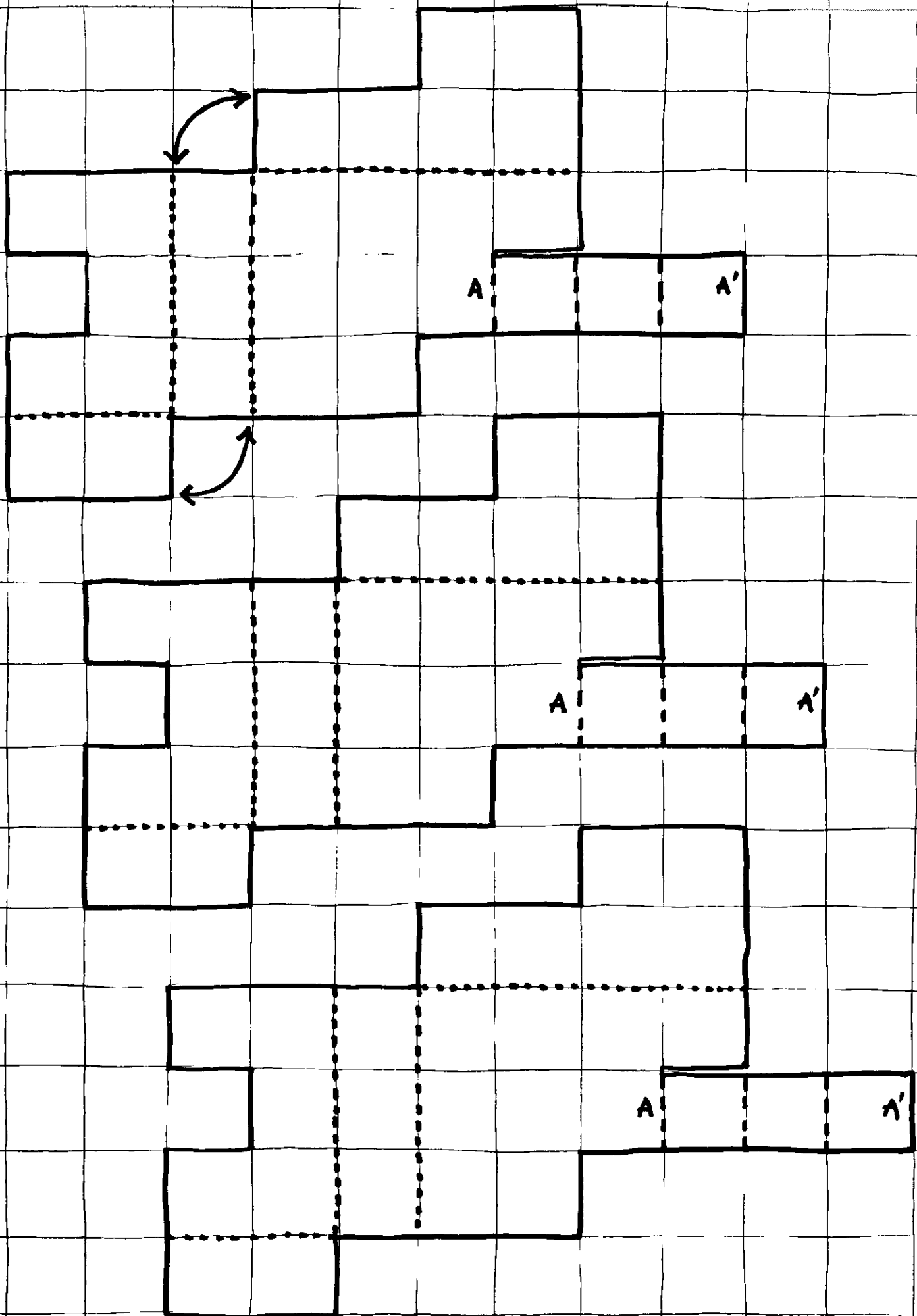


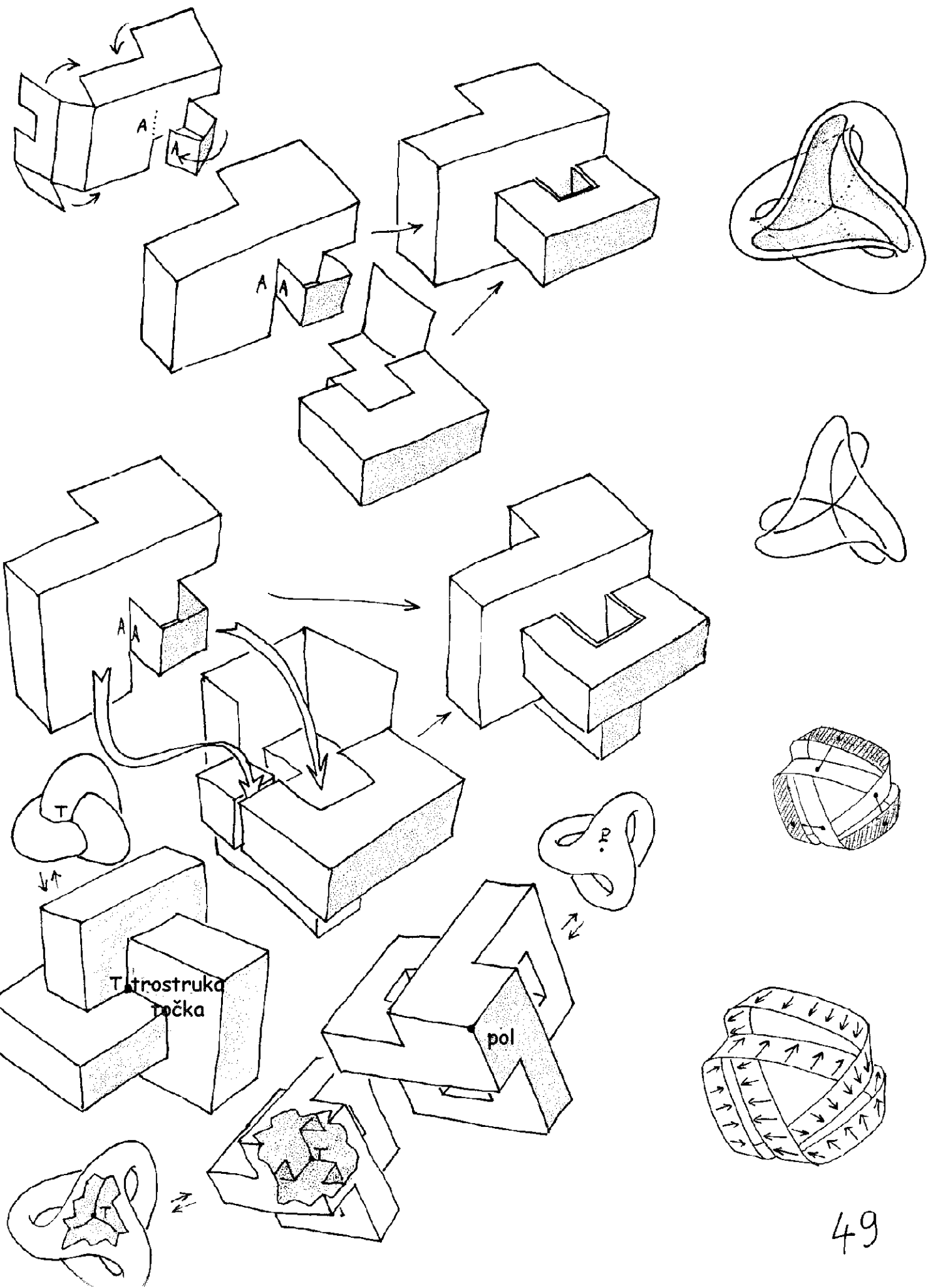
Dobri modeli se mogu napraviti uporabom Reynold-ovih školjki (četverokuta duralna cijev i kutni djelići u plastici).



Na sljedećoj stranici nalaze se crteži za napraviti osobnu "dječačju kocku".







PREVLAKA



Znači ovdje je kraj priče?

Ne, ne...
ima iznenađenje....

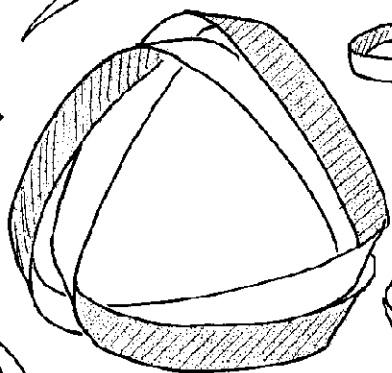
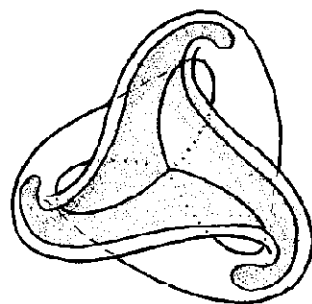
Dvolistn obloga, unilateralna,
ne-sumjereni objekt je dvostran,
usmjerenost ima dvostruko obilježje.

Kakve su to bedastoće?

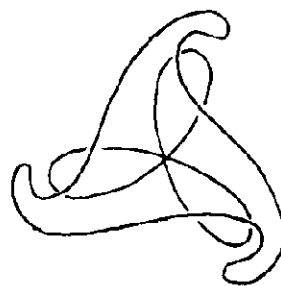
Jednostavno je. Uzmi Moebius
pojas i presvuci ga sa bojom na
jednoj strani, a onda odvoji pojas...

... i samo zadrži boju!

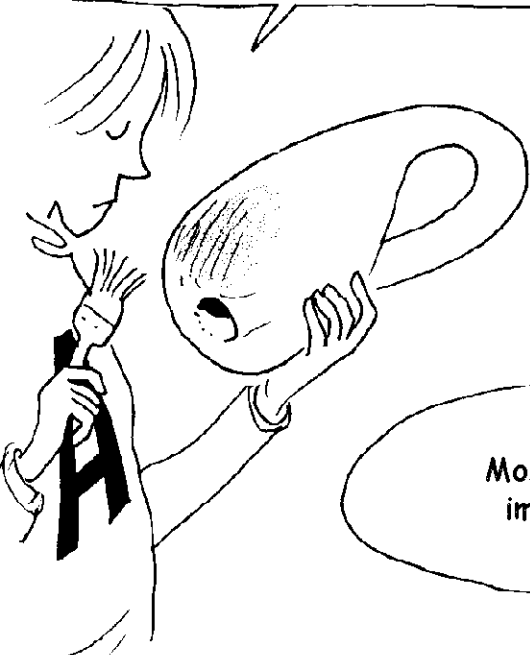
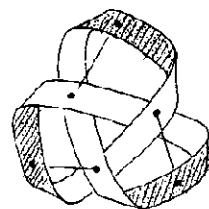
Ovaj novi, samo-zatvoreni, pojas ima dva lica zato što je u kontaktu sa Moebius pojansom. Možeš vidjeti slijed u prikazu.



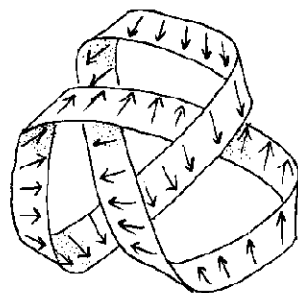
Obilježja i od jednog i od drugog je nula.



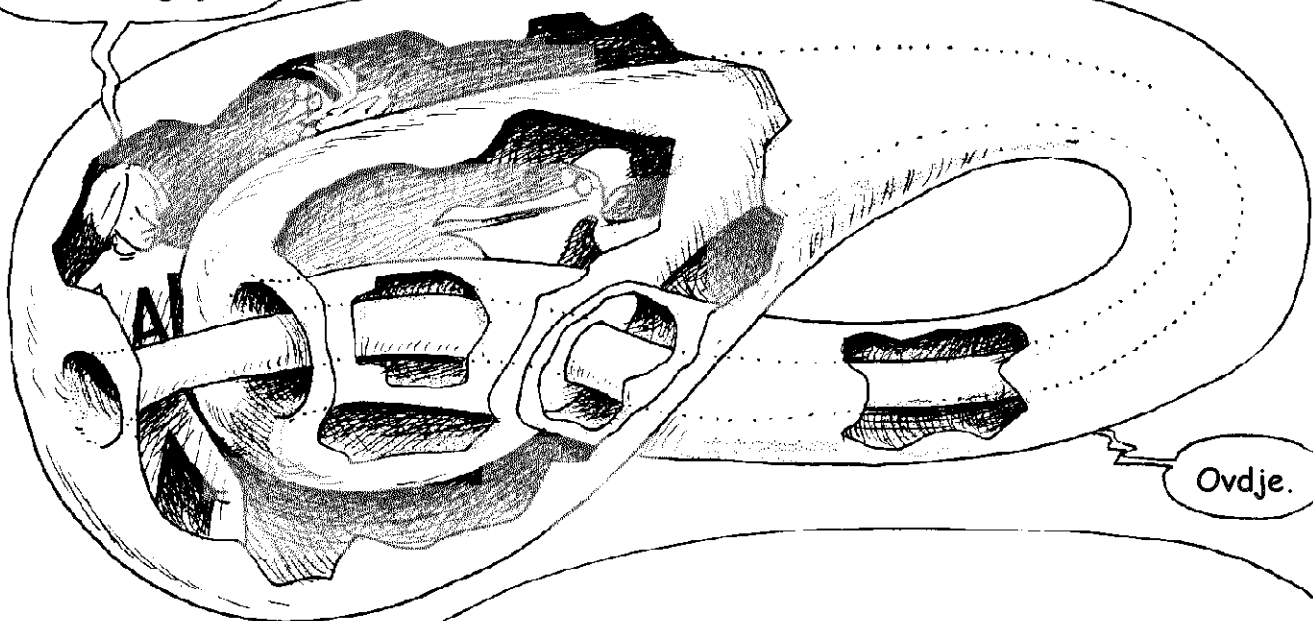
Ako obojim klein bocu, njeno jedino lice, i onda odvojim bocu a ostavim boju, budem dobio zatvorenu, regularnu površinu, sa dva lica i Euler-poincare obilježjem od $2 \times 0 = 0$



Možemo reći, to je imerzija Torusa.

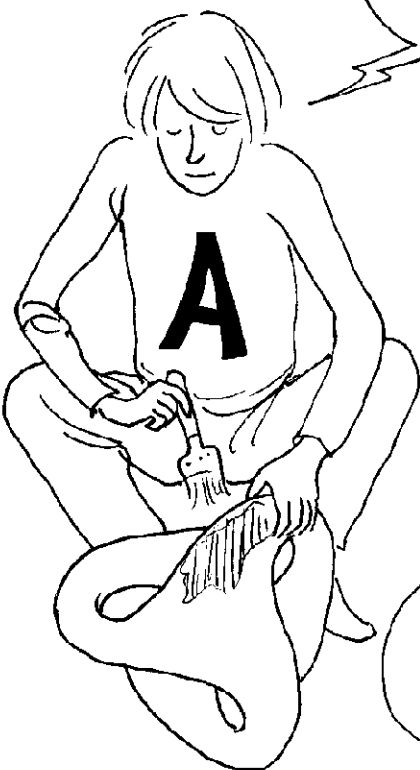


Tiresias, gdje si?

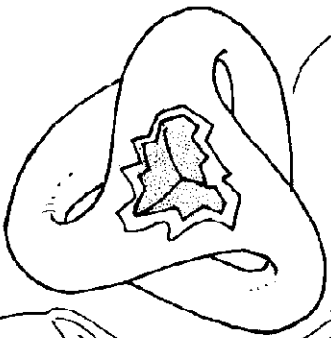


Ovdje.


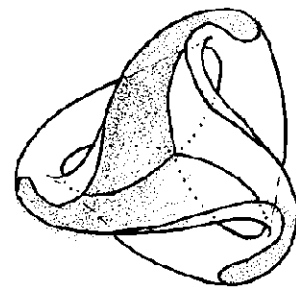
Na isti način, ako uzmem "dječačku površinu" i presvučem je sa bojom - onda uklonim "dječačku površinu" i zadržim boju - budem dobio zatvorenu, regularnu površinu sa dva lica sa Euler-poincare obilježjem $2 \times 1 = 2$




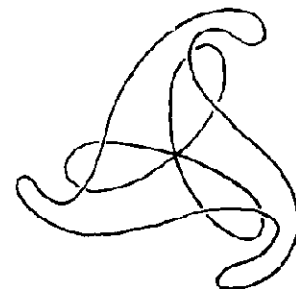
Drugim riječima
- imerzija sferel



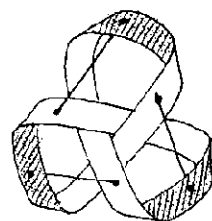
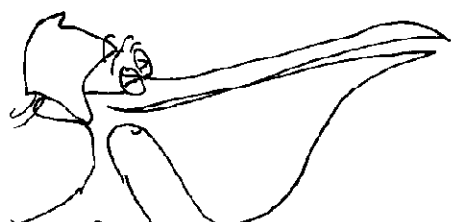
Zbilja mogu "otvoriti" ove
neobične sfere i pretvoriti
ih u "obične"?



Nema problema ako rabiš
transversin, isto važi
i za torus.



Idemo u drugom smjeru...
oako hoću presaviti sferu
bez ikakvih nabora.

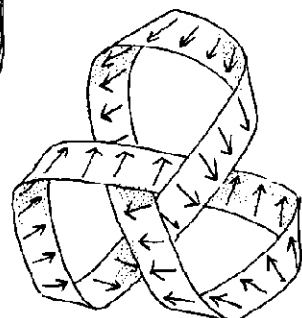


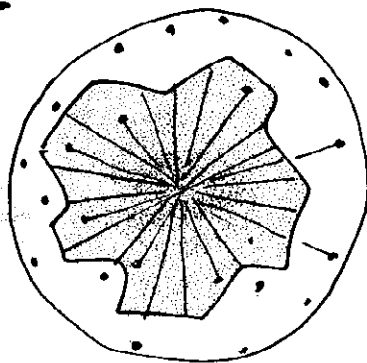
rezultat
ukrštanja pojasa



šakupljač

Treba ti malo
"šakupljača".





Počinjemo spajanjem svake točke sfere za njihove antipode, uporabom konopca koji su potopljeni u sakupljač.

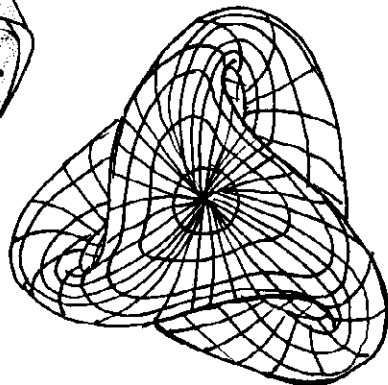
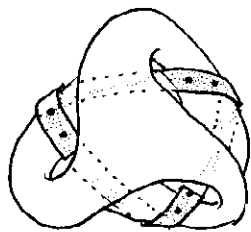
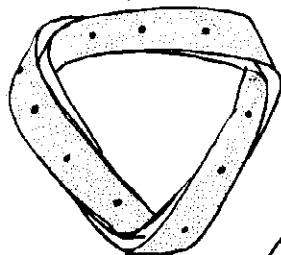
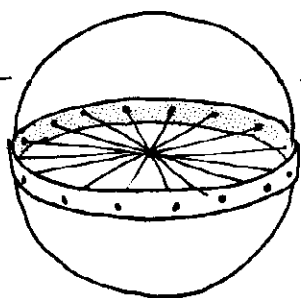


Ovi konopci se skupljaju na točkama gdje imaju nultu duljinu, dok površina sfere ostaje konstantna. Mi dovodimo svaku točku u konjukciju sa njenim antipodom.

Tu posvećenost za izvrnuti sferu već budete vidjeli u drugom stripu.

U međuvremenu, serije odraza na filmskoj traci G pokazuju kako se ekvator sfere presavija u sebe i tako postaje ekvator dječaka. Onda se sjeverni pol priljepljuje odmah uz južni.

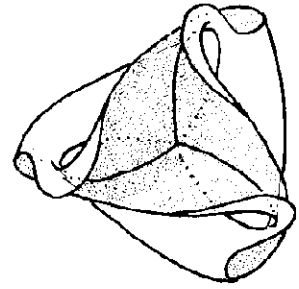
Uprava



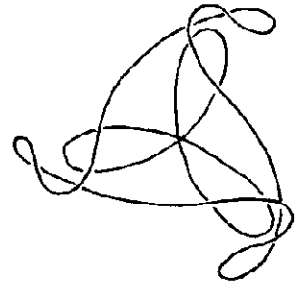
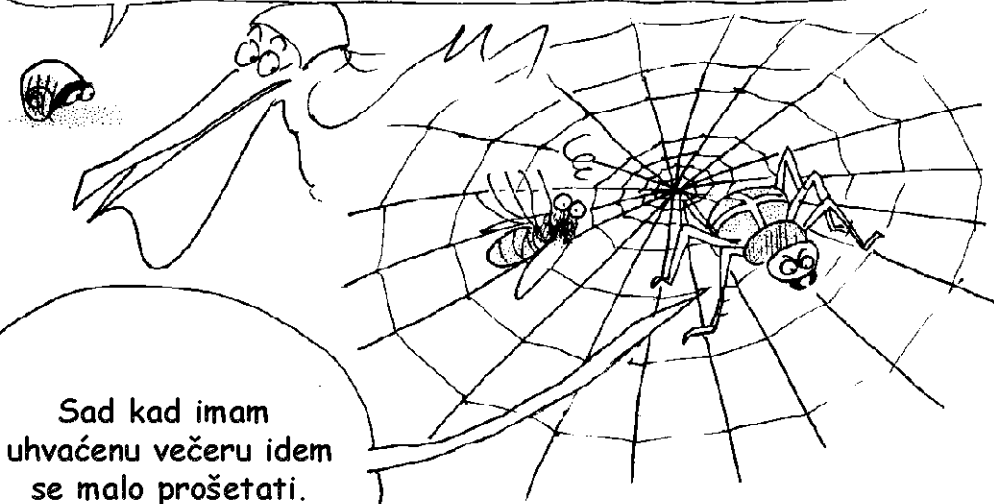
Svi sferni meridijani i paralele pokrivaju jedni druge.



Zamisli si ovo - pauk koji živi na dječjačkoj površini čija je mreža napravljena od njegovih paralela i meridijana. On bi si mislio da živi na... sferi!

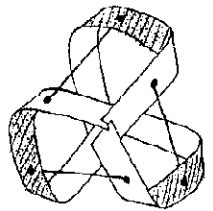


bliži pogleda na tri-timpani

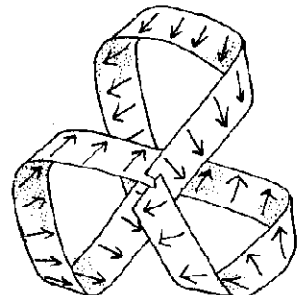


Paukova ruta

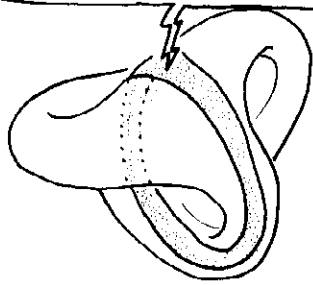
Sad kad imam uhvaćenu večeru idem se malo prošetati.



Ah, još jedna mreža. Kolega sigurno živi na drugoj strani, i on je uhvatio muhu. Lijepo.

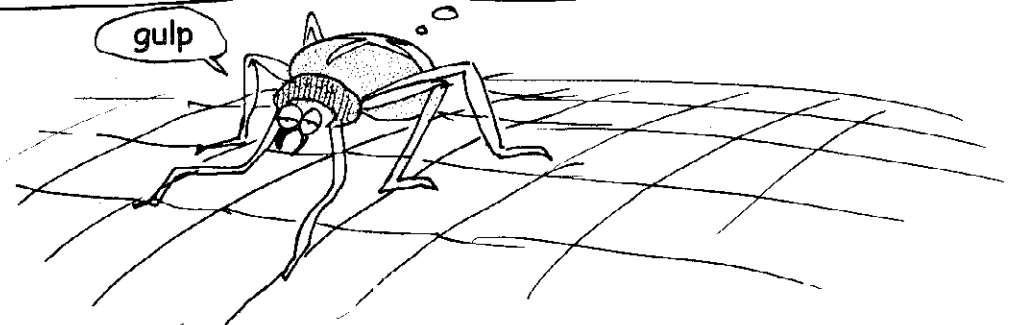


Ah, nitko ne gleda, budem
pojeo ovu muhu.



gulp

Hmmm, idem doma.



!

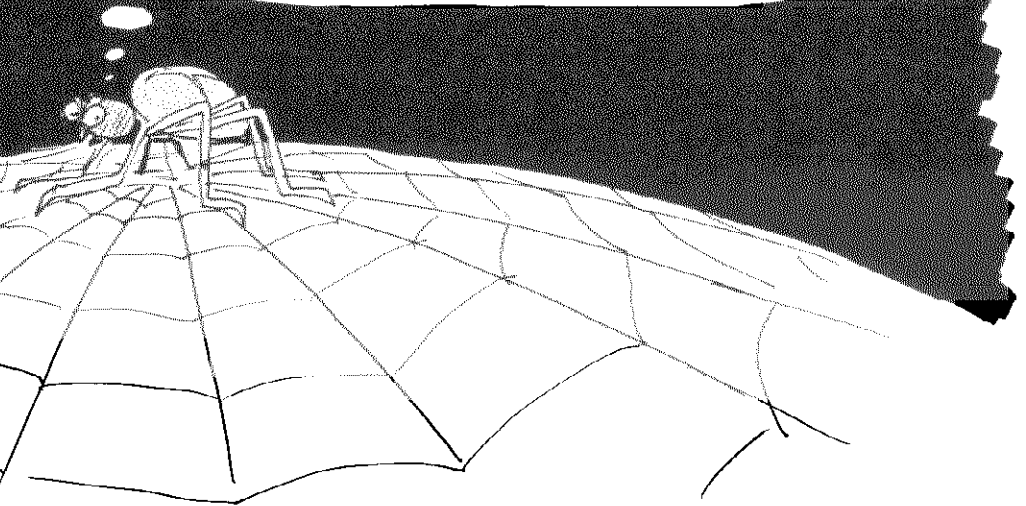
Oh! Dok sam ja šetao neki
drugi pauk je pojeo MOJU muhu!!!

ha ha ha ha



U stvari tamo je bila samo jedna muhna
i samo jedan pauk.

Budem se osvetio, budem čakao i cijelu noć ako treba



Ali ta paukova priča...
Smislio dam nešto.
Imam rješenje za Amundsen.

Gospon Amundsen, sve
smo rješili, sve
pronašli smo vaš
Južni pol.

kakvo rješenje

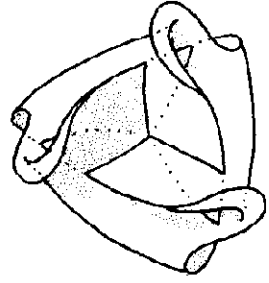
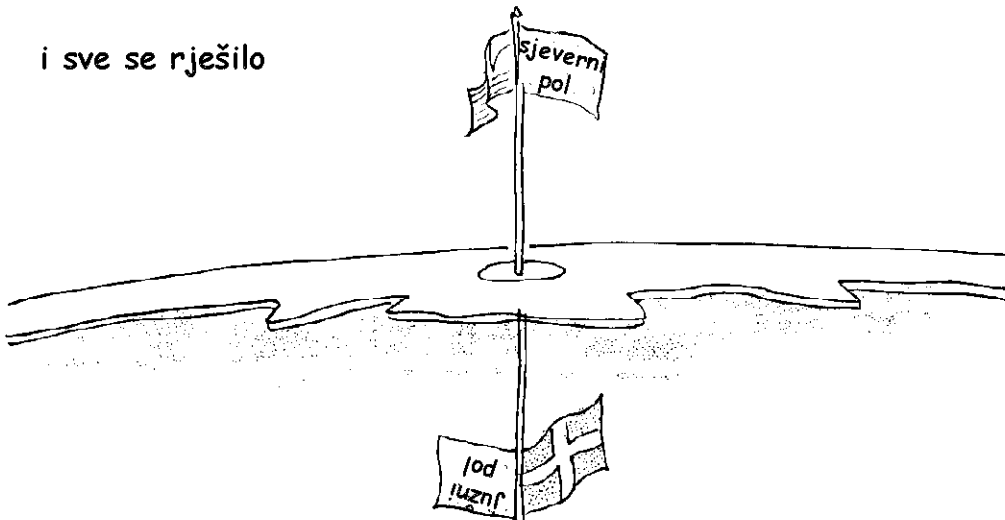
Ah...

Možete ići,
ali ponesite ovo
sa sobom.

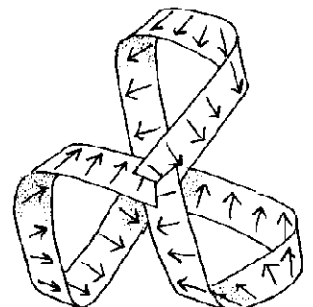
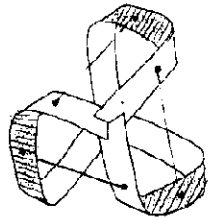
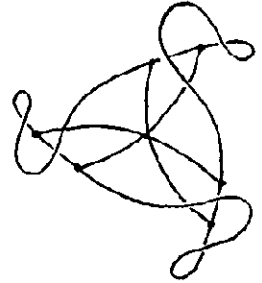
Ustu stvar su
dali i Perry-u.

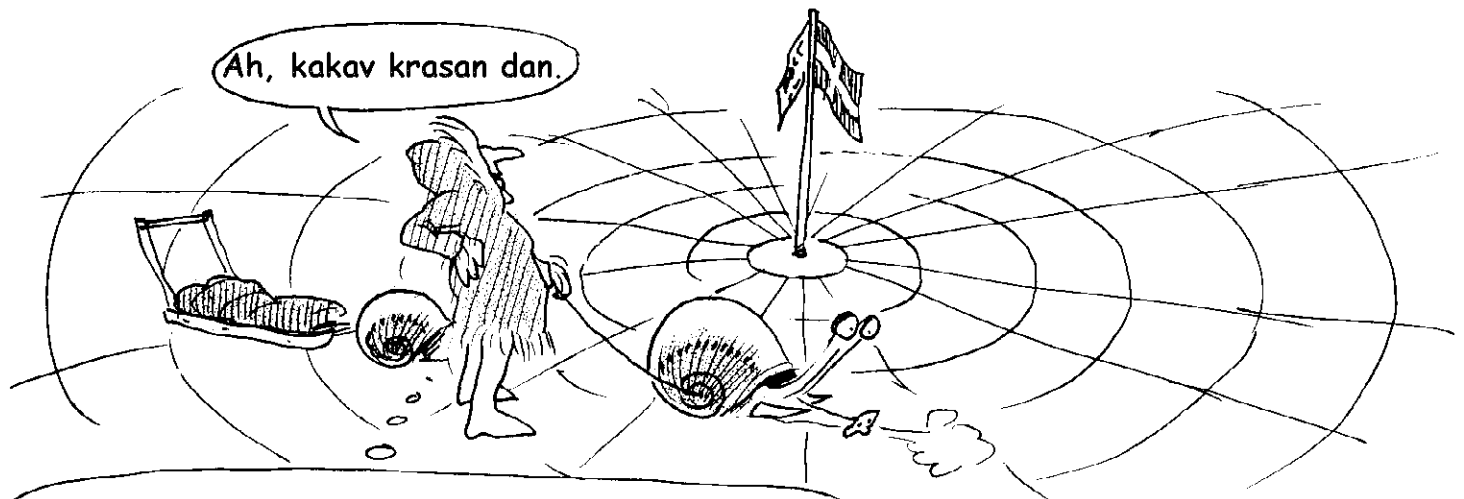
... i samo je
spustite.

i sve se rješilo



pojavljivanje
uha





to sad stvarno nečemu i sličī...



Dame i Gospodo
jedna povijesna
fotografija



Iš, iš...
hoću biti sam na mojoj povijesnoj fotki

Južni
pol

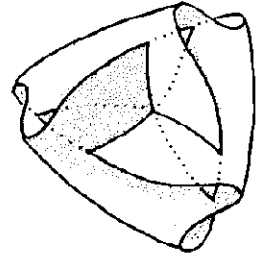
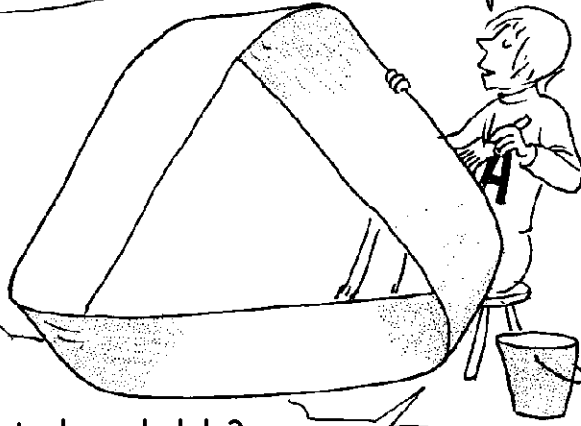
U znanosti je kao nigdje drugdje, ponekad ne
treba kopati preduboko...

...svaki pol ima svoje mjesto i
postojana vrata koja su propisno
zatvorena.

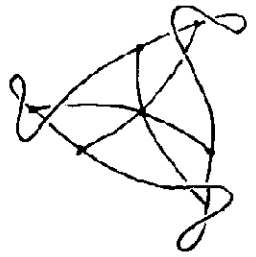
Ne samo to, ako bismo kopali
ispod sjevernog pola
možemo naići na neprijatna
iznenađenja.

I netko bi ovdje bio vrlo potrešen zbog toga.

Dobro, jedna stvar je gotova.
Što Arch sad radi?

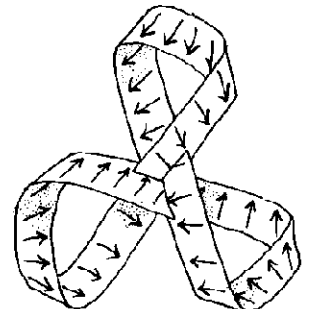
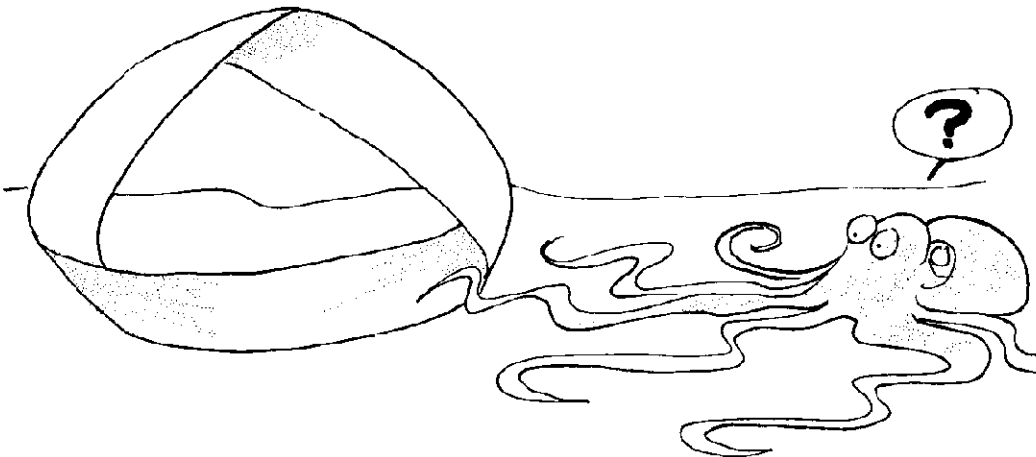
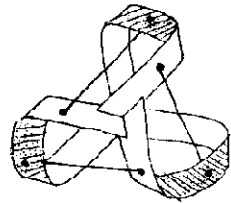


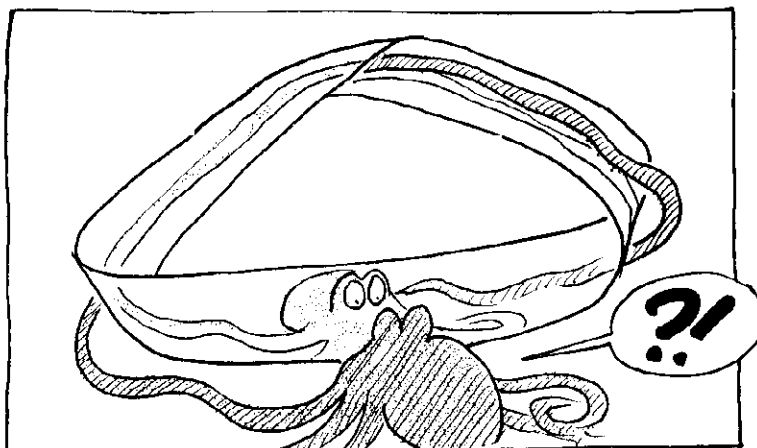
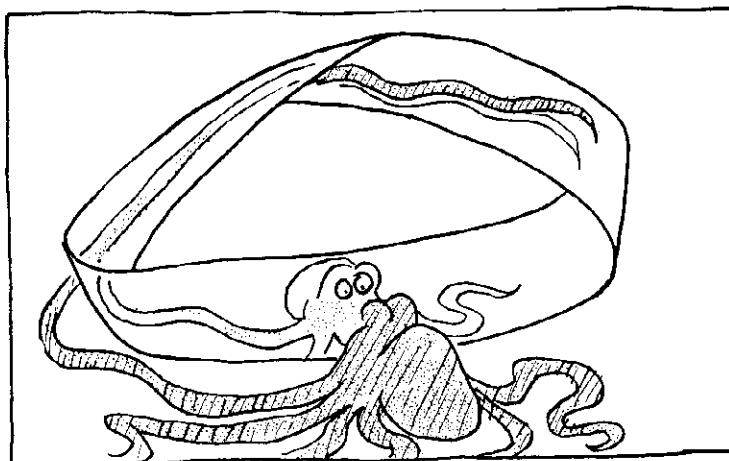
Znaš što je dvostruko ogledalo?
Možeš vidjeti odraz u njemu i u isto vrijeme možeš
gledati kroz njega. Dobro, mijenjam Moebius pojas
u dvostrano ogledalo.



STADIJ OGLEDALA

Uhvatiti lignju....



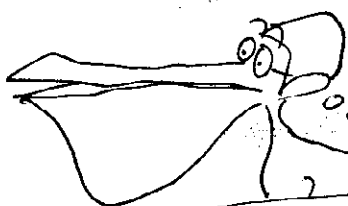


Što se zbivala?!
Lignja izgleda zaprepašteno.

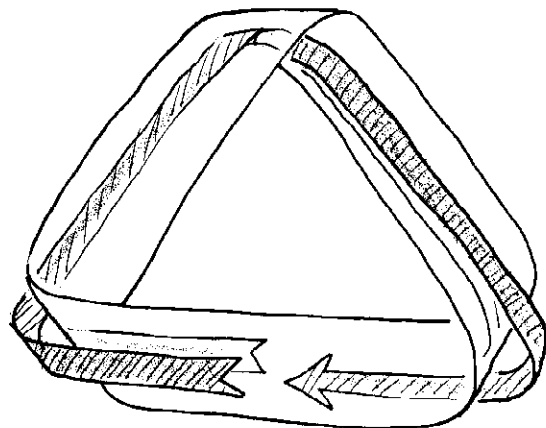
Ona ne osjeća niš'.
Zato što zbiljski pipak proteže odraz
svoje glave dok "pipak iz odraza"
proteže svoju zbiljsku glavu.



Očajnički
proteže svoju glavu



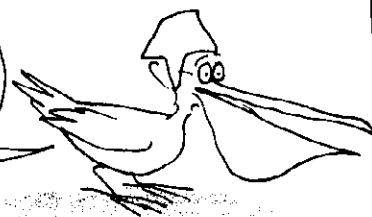
jadnica...



Kako je ogledao jednostrano, idući
oko njega, njen pipak je "prešao na drugu stranu".

A kako je ogledalo savršeno
polu-transparentno ono može
učiniti da to sredi!!!

Izgleda
zastašujućel!



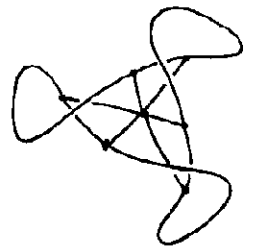
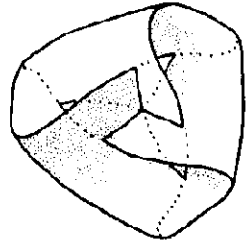
pomisli kako je njoj



vidite, ako jednog dana istegnute svoje uho ispred
ogledala i ne osjetite ništa - to znači da je
ogledalo jednostrano (*).

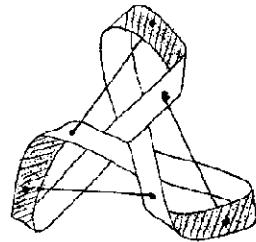
Ako transformiramo dječaku površinu u ogledalo kroz koje se vidi - univerzum bude bio odvojen od svojih osobnih odraza.

Zar to nije opasno?
Veličina univerzuma kao nekakva
logička kontradikcija može učiniti
njegovo nestajanje (*)



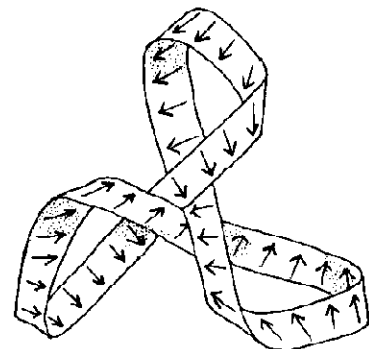
VRIJEME I PROSTOR JE POTPUNO POLUDJELO

Možemo proučavati topologiju prostora i vremena
uporabom dvo-dimenzionalnog modela,
jedno za vrijeme, a drugo za prostor.



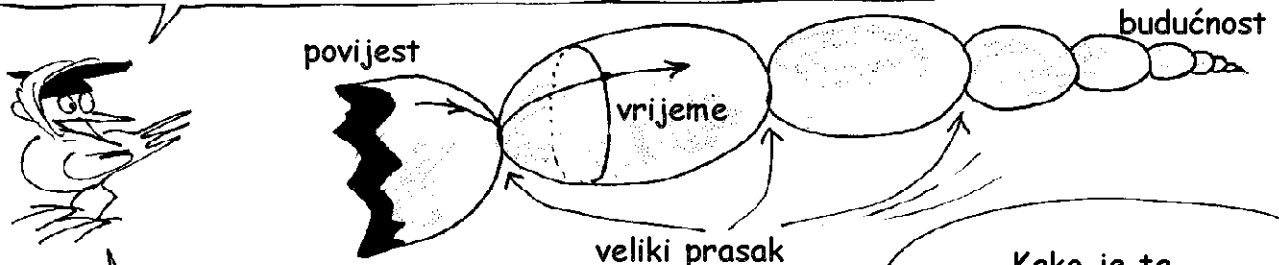
stvaranje
trostruke točke

To stvara mrežu.



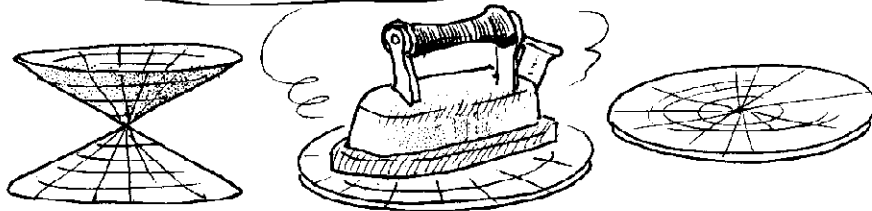
(*) nitko to nikad nije probao

Vidjeli smo u "velikom prasku" da se Friedmanov ciklički model univerzuma može predstaviti odrazom beskonačnih konopom kobasica, svaka vezana točka novi veliki prasak.

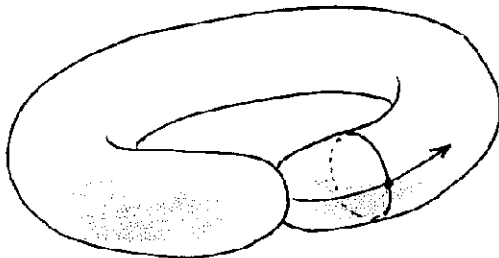


Svaki veliki prasak je tip polarnog singulariteta.

Kako je ta singularnost povezana?

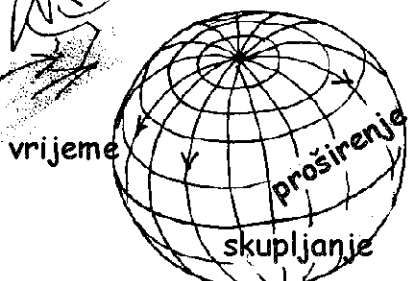


Uzmi jedan stožac i spljošti ga.



Možeš zamisliti da se ovi događaji mogu beskonačno ponavljati, u tom slučaju budemo imali ovo...

ili možemo pretpostaviti ovako nešto - vrijeme je jednostavno početak kraja, kao ovo



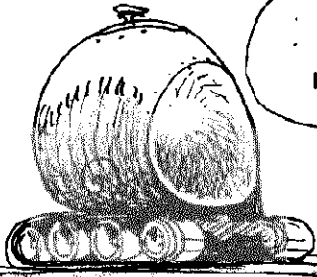
veliki prasak

ovdje si

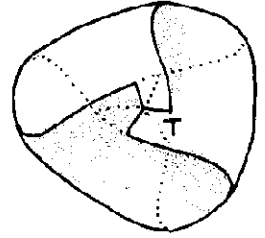
U ovom klasičnom modelu sfernog prostora i vremena, jedan od polova je veliki prasak a drugi je anti-veliki prasak. Prostor se može posmatrati kao paralelne krivulje, gdje ekvator predstavlja maksimalnu ekstenziju "crta vremena" odgovarajućih meridijana.

prostor vrijeme



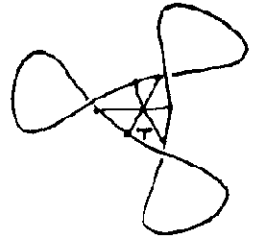
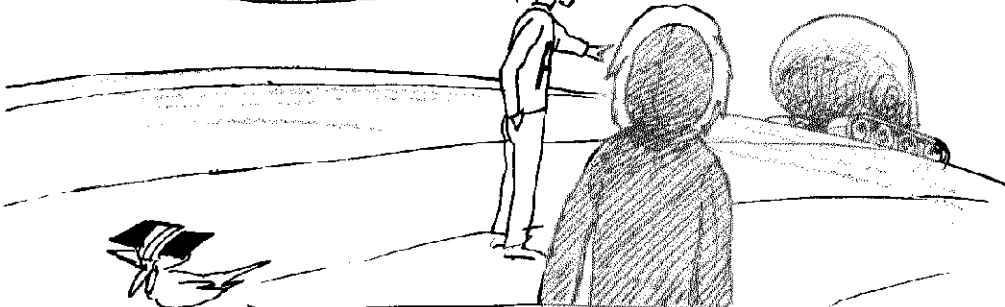


Za putovati ovim meridijanima, nema ničeg boljeg od kronoskopa.

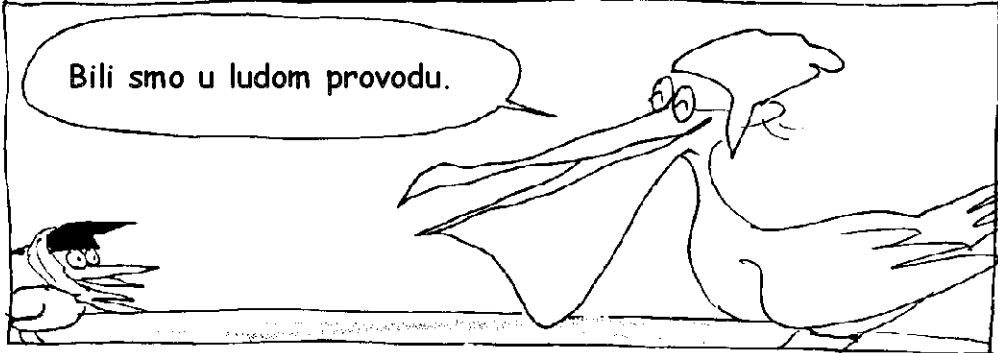


kreacija trostruke točke

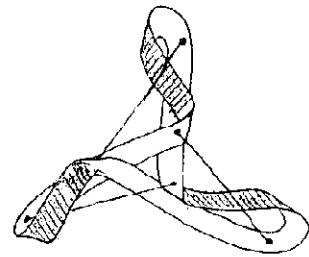
Možeš posuditi jedan od ovih strojeva za istražiti prostor i vrijeme.



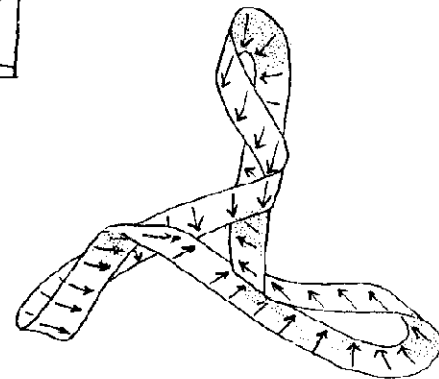
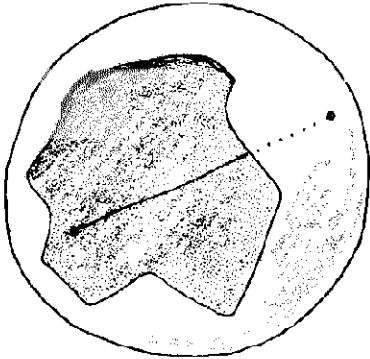
Gdje su Leon i Tiresias?



Bili smo u ludom provodu.



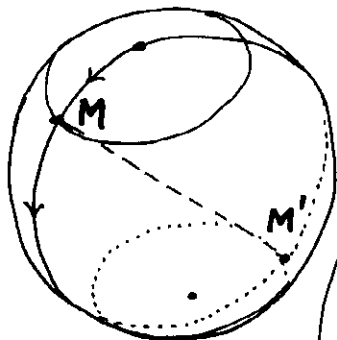
Uzeli smo sve točke ovog prostora i vremena i spojili smo ih sa antipodima uporabom konopa.



Onda smo umočili konopce u "skupljač-rastvor". Tiresias je rekao da to bude bio interesantan prostorno-vremenski pokus.

Potpuno ste ljudi!
Ne možete ni pojmiti posljedice toga!!!

Zašto, što se bude dogodilao?



Ono što je Tiresias uradio dovelo je da se prostor i vrijeme sad samo-smanjuju. Svi događaji odgovaraju svojoj fazi širenja, to je od velikog praska do točke maksimalne ekstenzije, i budu se našli u spajanju sa odgovarajućim zbivanjima faze skupljanja i zbog podudaranja antipodalnih oblasti.

Misliš - veliki prasak i anti-veliki prasak se budu pomiješali?

To bude bila kobna posljedica.

Vjerujem da je netko već razmišljao o ovome? (*)

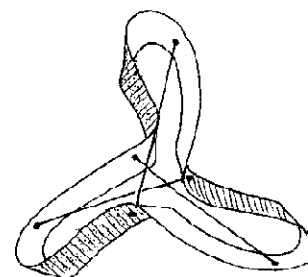
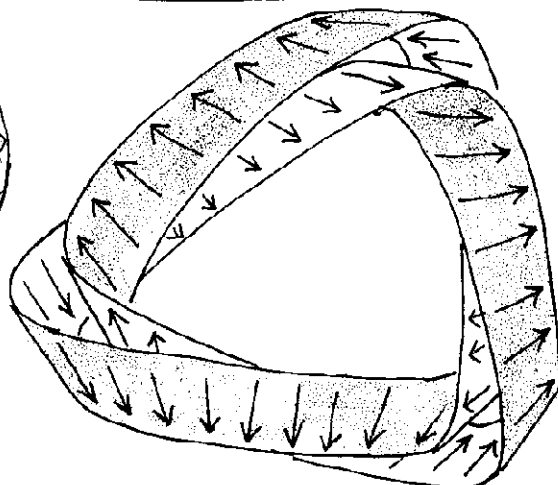
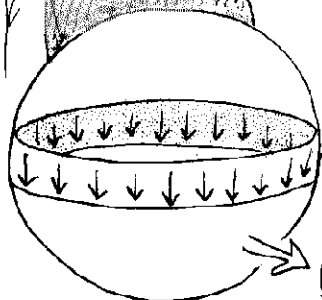
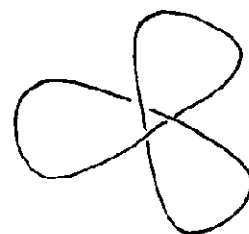
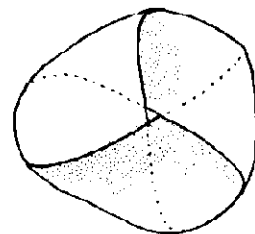
Nisam trebao slušati Tiresiasa.

Fenomen spajanja bude doveo regione prostora i vremena sa njihovim antipodima i tako u vremenskoj suprotnosti u odnosu na njih.

Nemoguće!

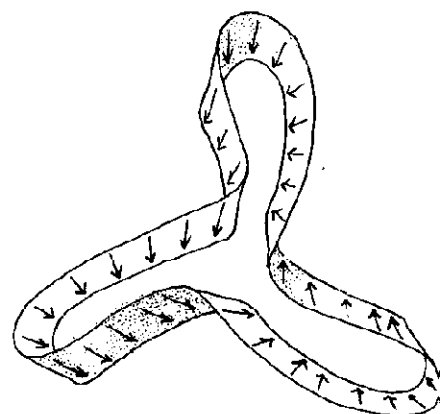
Nikako. Uzmi za primjer oblast blizu ekvatora ovog sfernog prostora i vremena, koji odgovara stadiju maksimalne ekstenzije. Možemo vidjeti kako se samo-savija u filmskoj traci D.

Vremenske strijelice stavljaju same sebe u suprotnost.

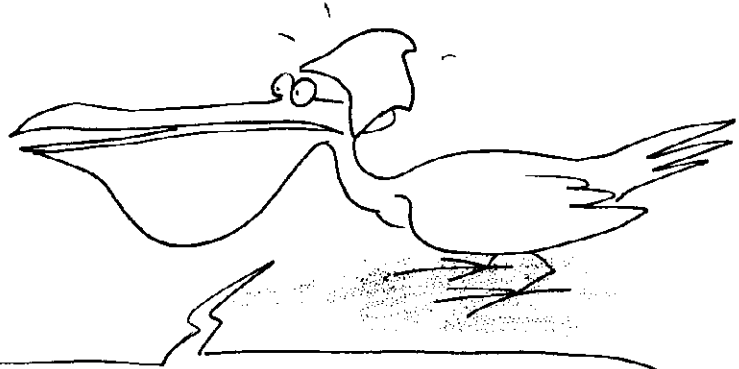
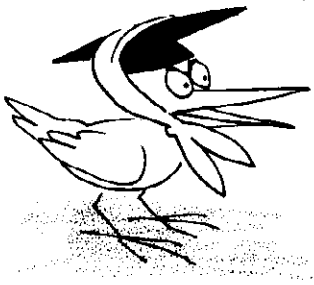


Misliš ovo - ono što je za neke povijest za njizove antipodante je budućnost?

Gulp

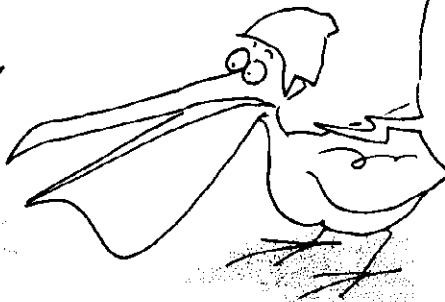


Izvršno Leon, dobro obavljen posao.



Ti misliš - ovo ude vjerovatno zaronilo ovaj problem univerzuma u situaciju nepodrživog protivrječja?

nešto kao logička slijepa ulica.

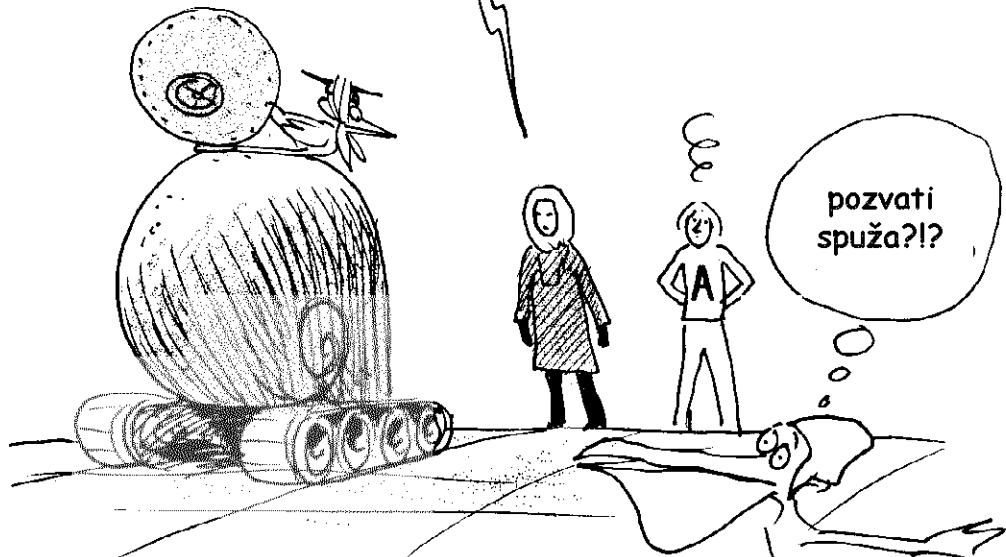


Kad bi "rastvor-skupljanja" imao efekta tad bi se univerzum sudario sam od sebe i mi bismo ubrzano išli unatrag.

Uzgred, gdje je Tiresias?



Idemo u kronoskop, budemo ga pokušali pozvati.



Halo Tiresias, čuješ li me?

Ček, ček... ako je Tiresias za nas postao retrokronik i ako ga mi uspijemo kontaktirati on već bude znao što ćemo mi reći.

Čak i gore od toga, on bude transmitovao ovu poruku u svom odgovarajućem vremenu!!!

Bože dragi.

Bude bilo gore ako se susretnemo sa njim.

Feynmann je mislio da anti-tvar postoji u invertiranom vremenu!

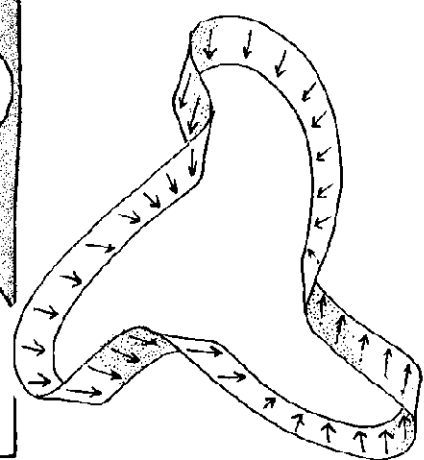
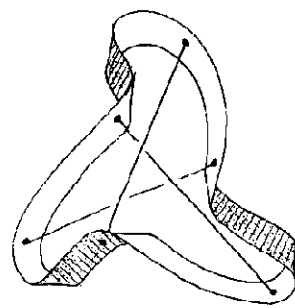
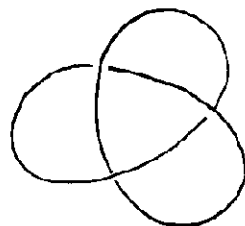
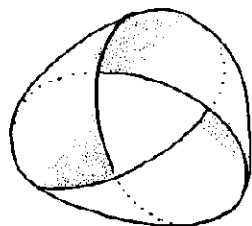
Zašto?

A Abbe Lemaitre (*) je mislio da anti-tvar je tvar viđena naizvrat (*)

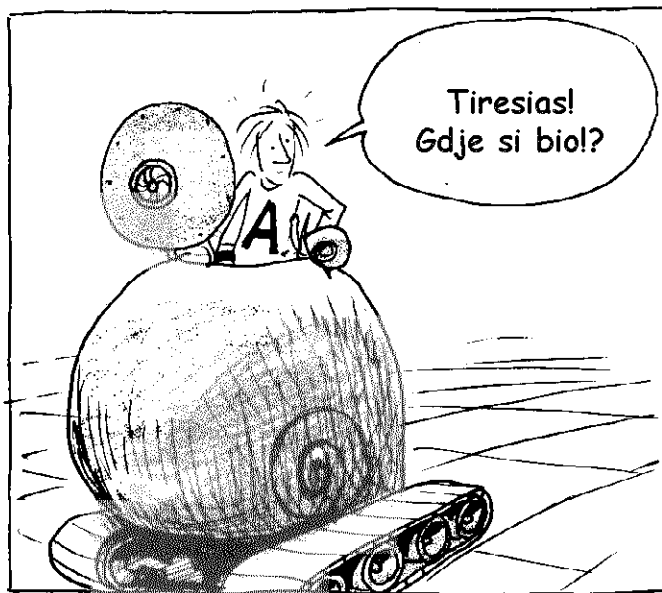
Ako budemo loše sreće da se susretnemo sa Tiresiasom on bude postao anti-Tiresias.

Kako to misliš buum?

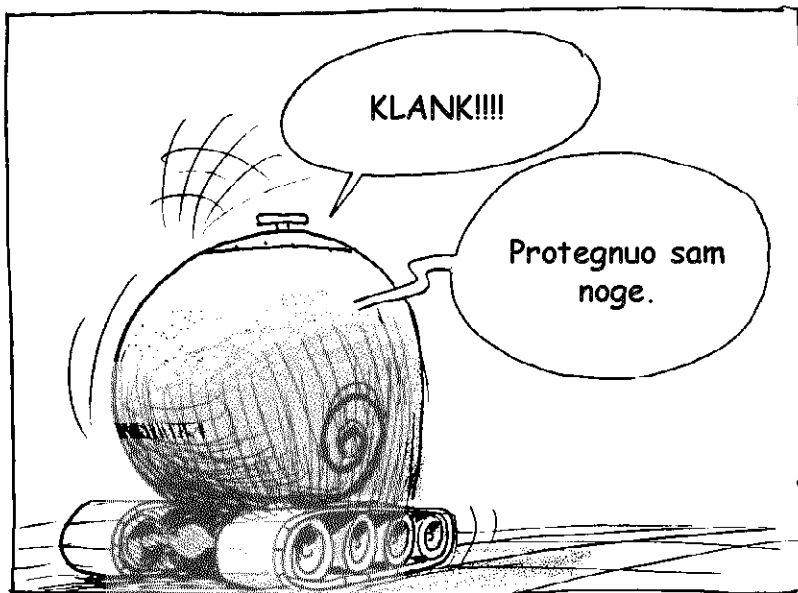
Onda, znači buuum...



(*) vidi "Veliki prasak"



Tiresias!
Gdje si bio?



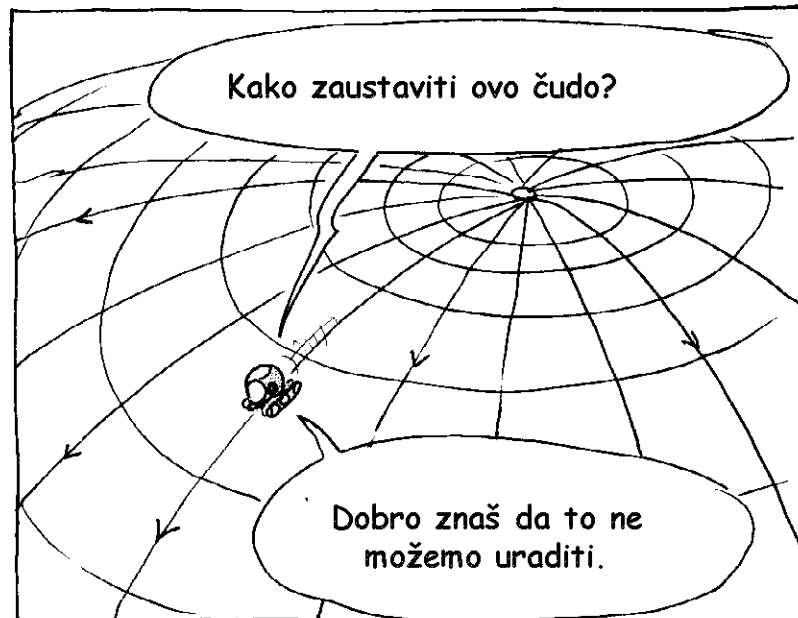
KLANK!!!!

Protegnuo sam
noge.



Ufi! Kronoskop se
samopokrenuo...

Nisi trebao zalupiti vrata!!!



Kako zaustaviti ovo čudo?

Dobro znaš da to ne
možemo uraditi.



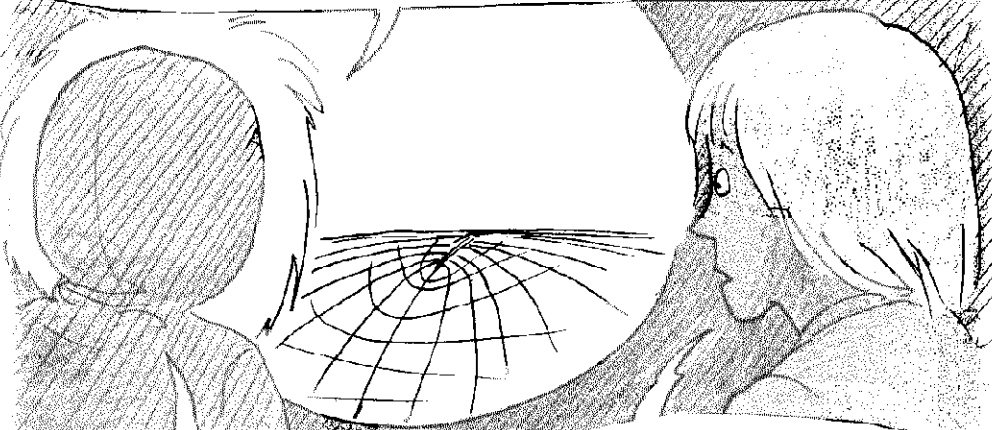
Pa kako budemo upravljali?

Ti i tvoje ideje!!!

ikkk

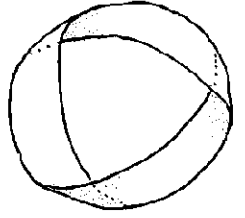
Ne možeš upravljati kronoskopom,
on te vozi prateći crte univerzuma, to je to...

Hej, pogledaj ono pravo naprijed!

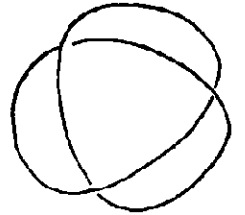
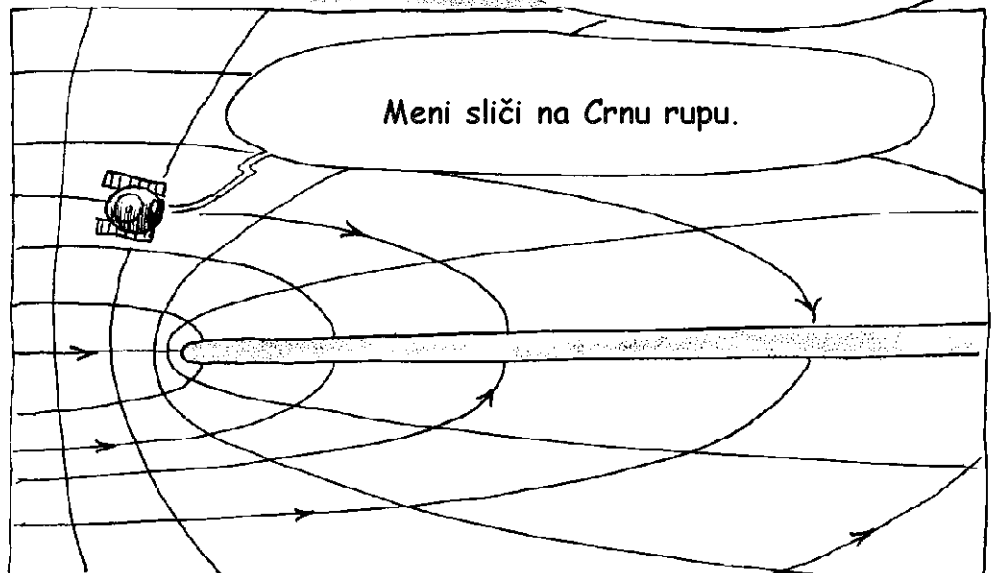


Slični na pupak

Crta našeg univerzuma ide pravo ka tome.

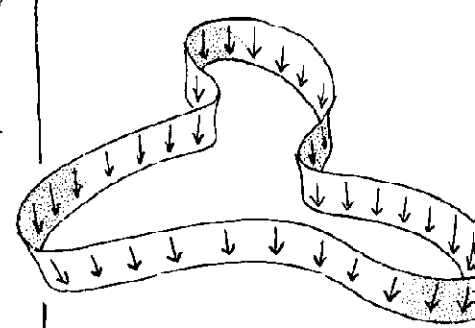
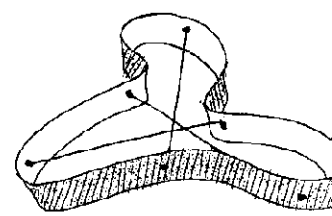


Meni slični na Crnu rupu.

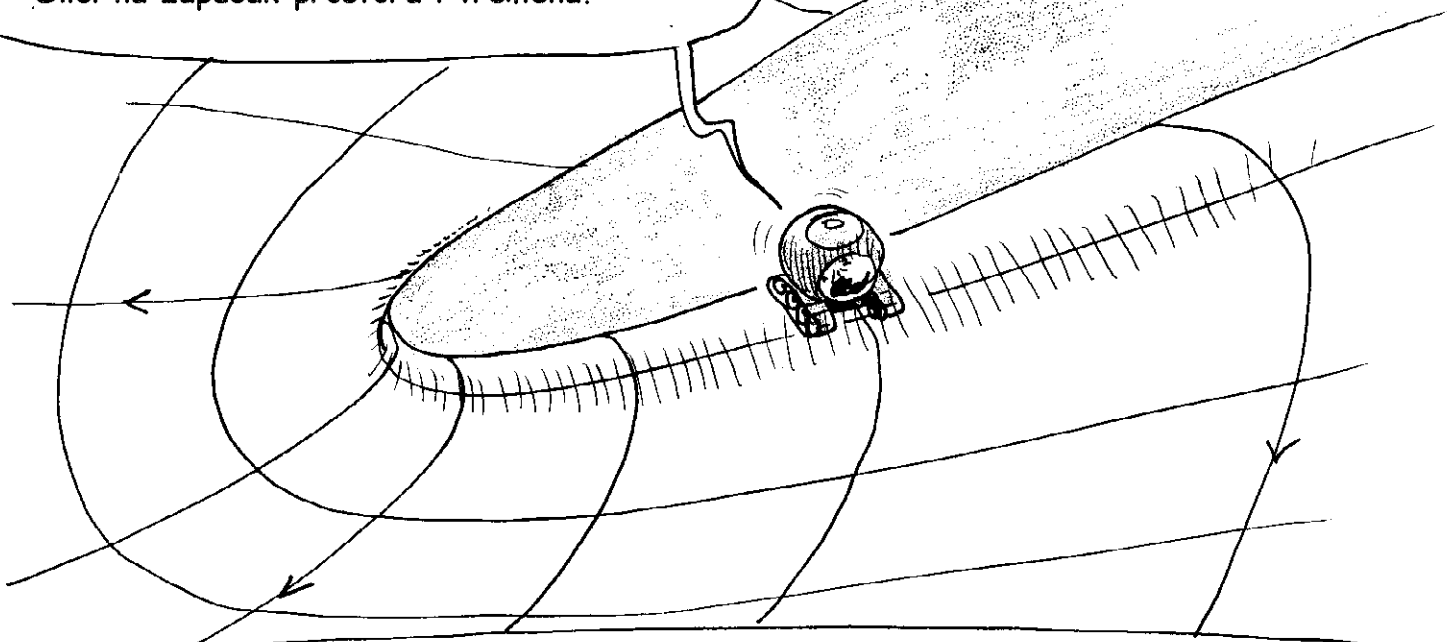


Kakav je ovo red singulariteta?

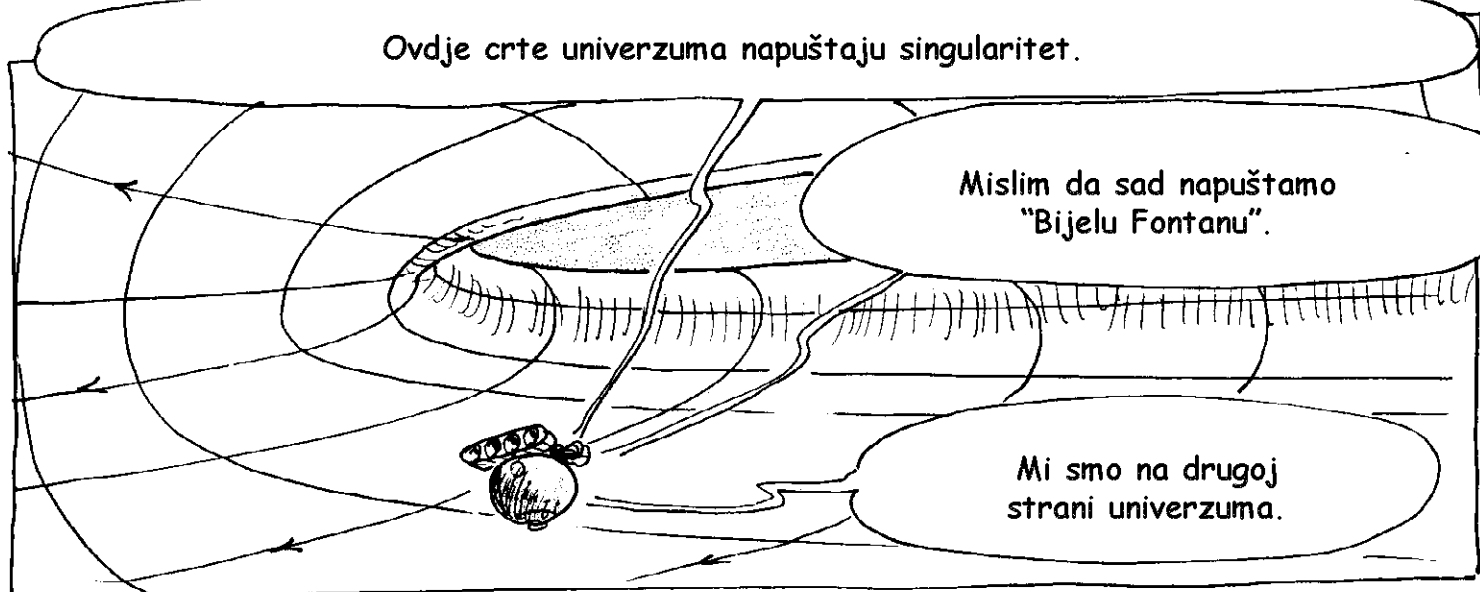
Ovo je pravi trenutak za takvo pitanje!!!



Sliči na zapućak prostora i vremena.



Ovdje crte univerzuma napuštaju singularitet.



Mislim da sad napuštamo "Bijelu Fontanu".

Mi smo na drugoj strani univerzuma.

Jako sliči na drugu stranu sem što idemo u suprotnom smjeru. I što ja imam izrazit dojam deja vu, a vi?

Ah, kužim, ogledalo!

Kakvo ogledalo?

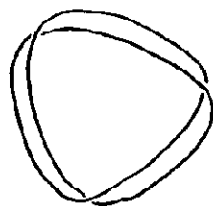
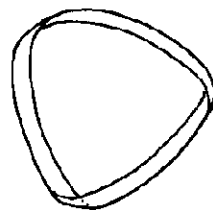
Dve polovine univerzuma jesu kao odraz u ogledalu u relaciji jedno ka drugom, ali to je prostorno-vremensko ogledalo. Na drugoj strani Crne rupe sve je preokrenuto u relaciji sa vremenom, zvukoni fisike: singularitet odbija tvar umjesto da ga privlači!!(*)

Znači li to da mi budemo proživjeli ovaj strip u drugom smjeru?

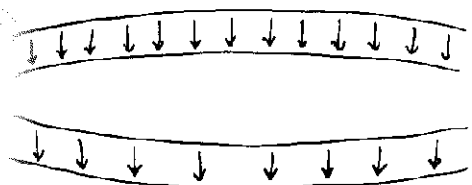
Da. Kronoskop bude stao, Archi bude otvorio vrata a Tiresias bude izašao van da gamiže, onda...

(*) ista struktura može postojati u 4 dimenziji.

KRAJ



bilateralni pojas



ZNANSTVENI DODATAK

Dječak, Hilbertov učenik, otkrio je svoju površinu 1902. Prvu analitičku prezentaciju dao je 1981. godine Jerome Souriau, sin matematičara J.M. Souriau, i autora ove knjige.

Polu-empirijske metode rabljene su izjednačavajući meridijane površine elipsama koje onda daju parametre.

Postojeće točke su date sa:

$$\begin{cases} x = X_1 \cos \mu - Z_1 \sin \alpha \sin \mu \\ y = X_1 \sin \mu + Z_1 \sin \alpha \cos \mu \\ z = Z_1 \cos \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \frac{A^2 - B^2}{\sqrt{A^2 + B^2}} + A \cos \theta - B \sin \theta \\ Z_1 = \sqrt{A^2 + B^2} + A \cos \theta + B \sin \theta \end{cases}$$

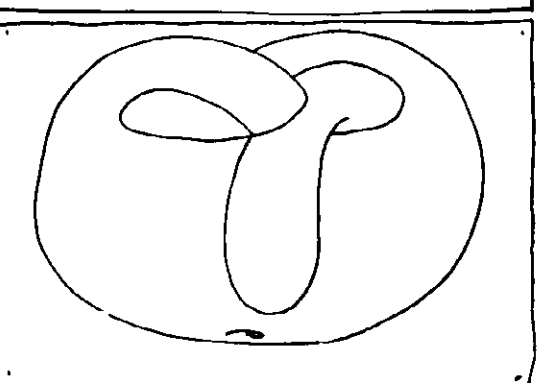
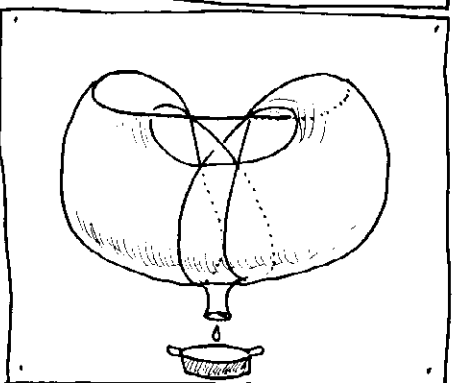
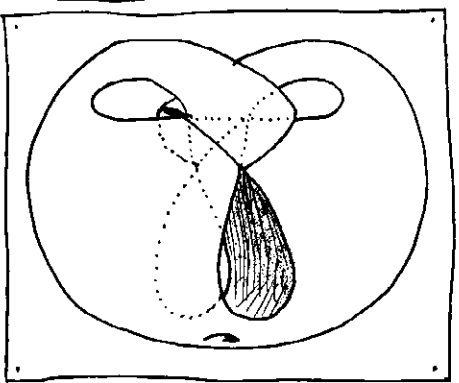
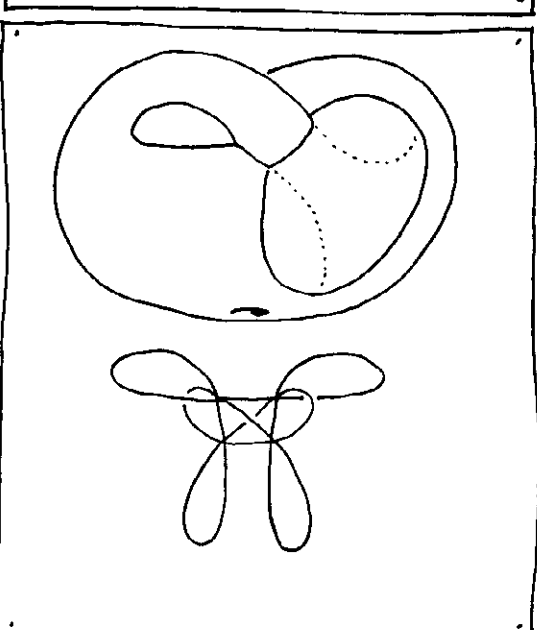
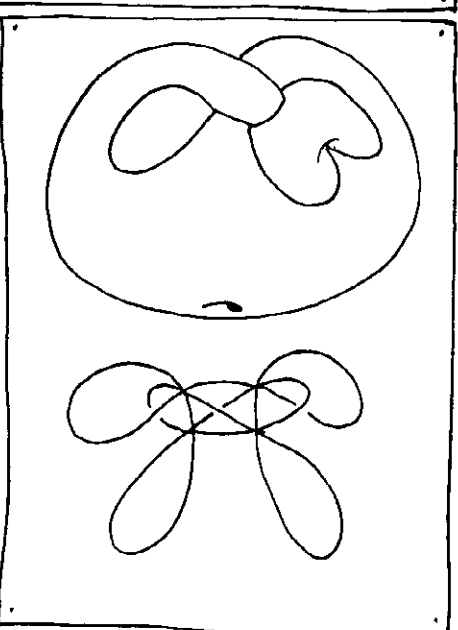
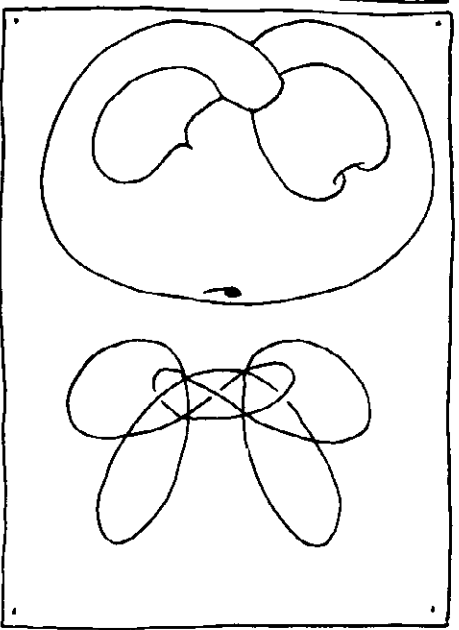
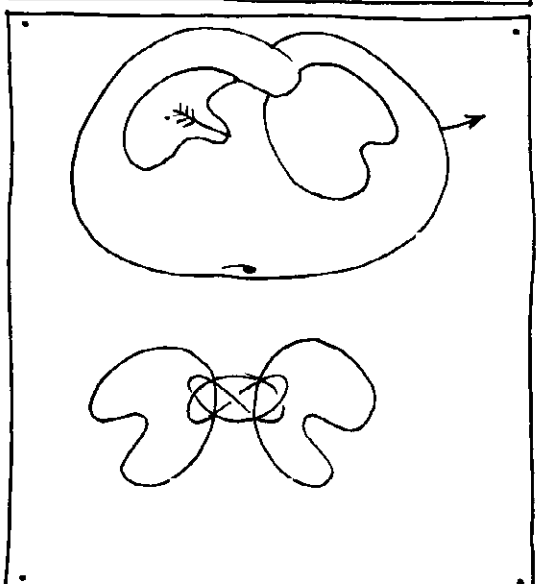
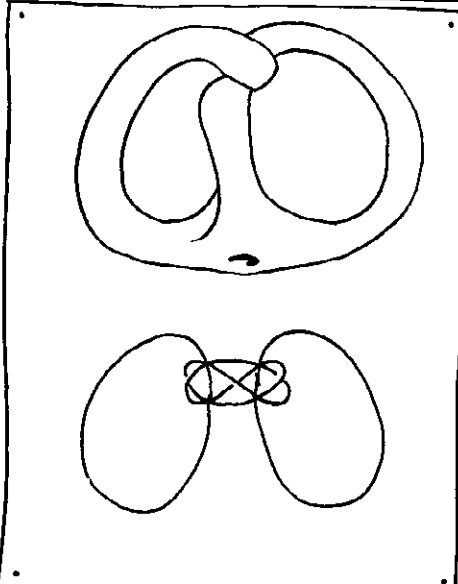
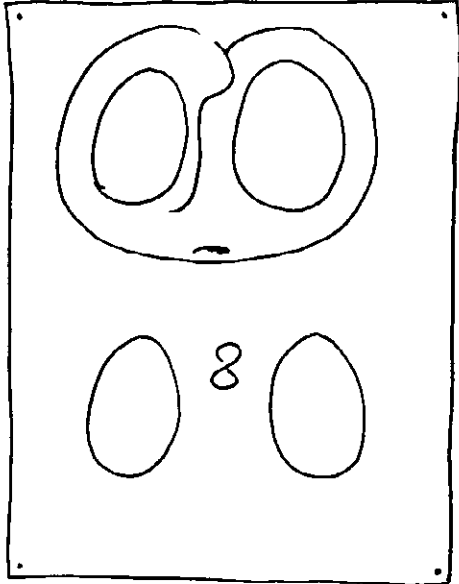
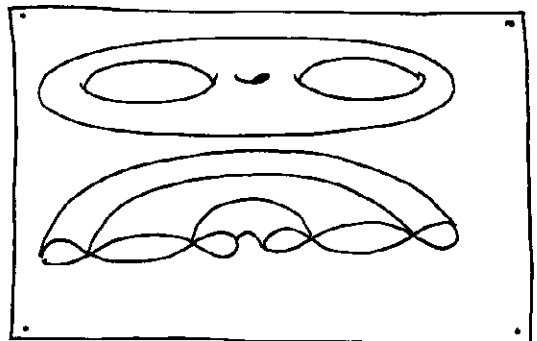
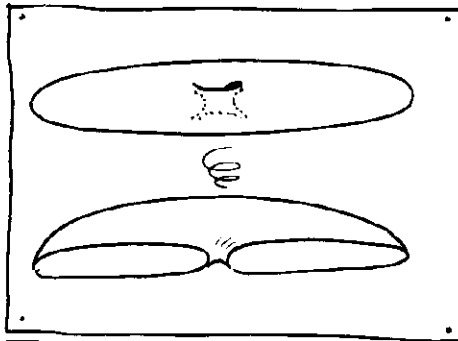
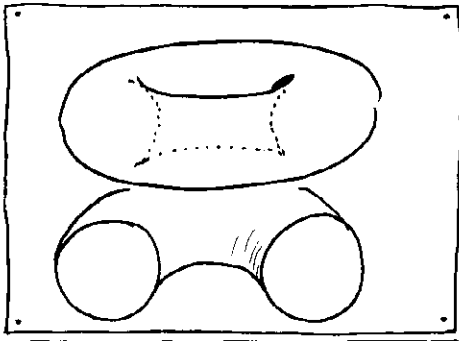
$$\alpha = \frac{\pi}{8} \sin 3\mu \quad \begin{cases} A(\mu) = 10 + 1,41 \sin(6\mu - \pi/3) + 1,98 \sin(3\mu - \pi/6) \\ B(\mu) = 10 + 1,41 \sin(6\mu - \pi/3) - 1,98 \sin(3\mu - \pi/6) \end{cases}$$

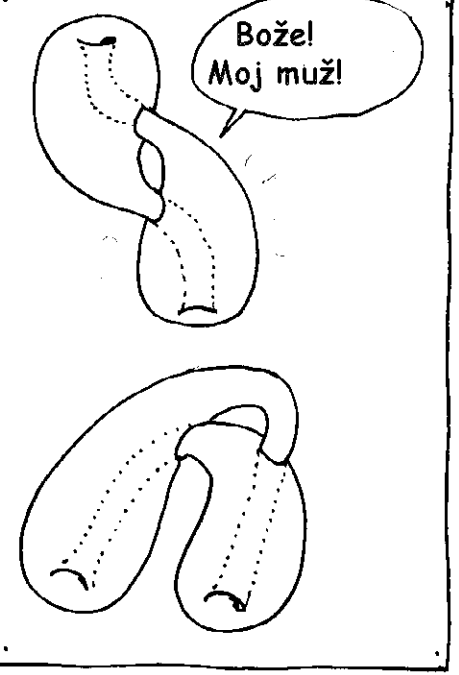
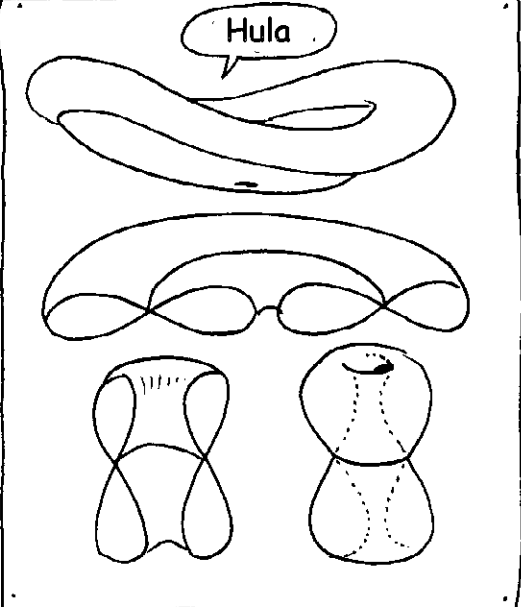
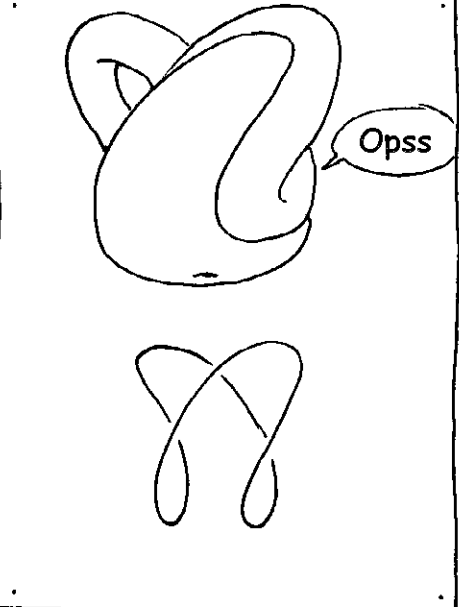
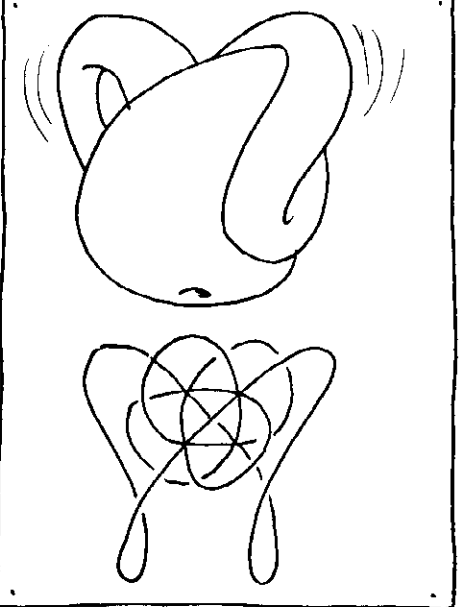
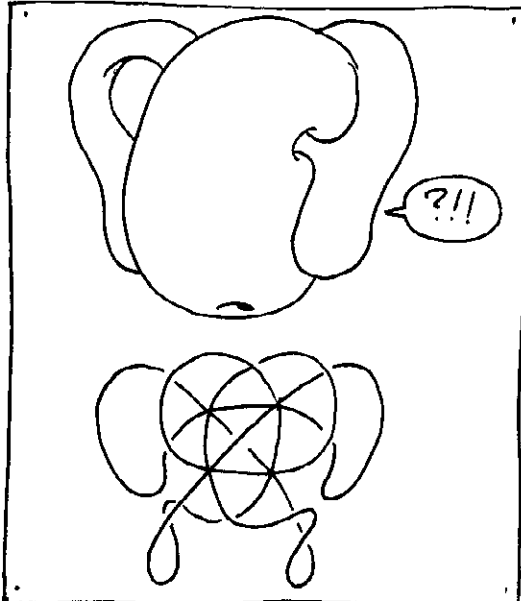
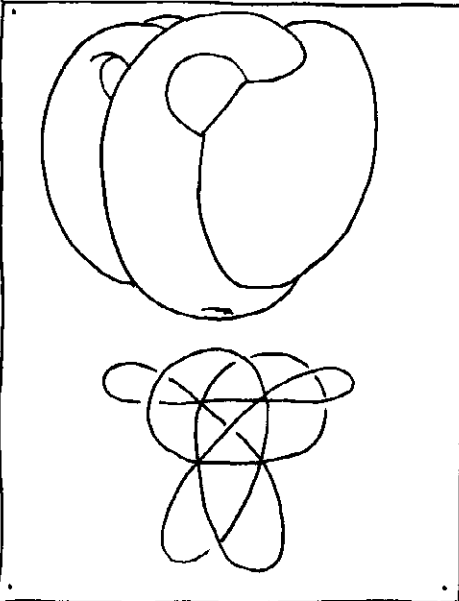
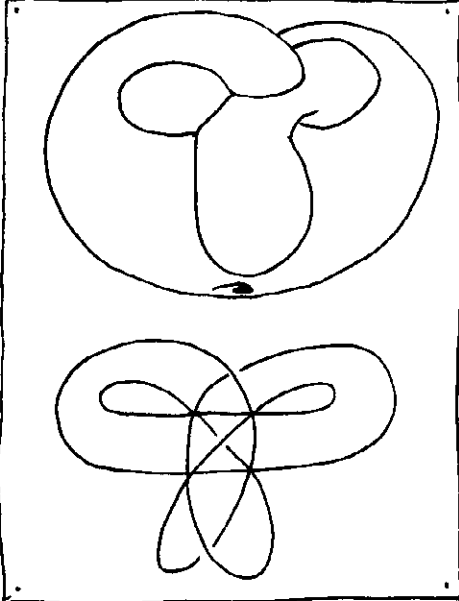
Meridijani: krivulja $\mu = cte$, θ promjenjiva od 0 do 2π , μ promjenjiva od 0 do π

ovaj program je bazični trag crteža na gornjim stranicama.

```
1  REM TRACE MERIDIENS DE LA SURFACE DE BOY
3  HOME : TEXT
50  PI = 3.141592:P3 = PI / 3:P6 = PI / 6:P8 = PI / 8
60  HGR : HCOLOR= 3
90  FOR MU = 0 TO PI STEP 0.1
95  P = P + 1
100 D = 34 + 4.794 * SIN (6 * MU - P3)
110 E = 6.732 * SIN (3 * MU - P6)
120 A = D + E:B = D - E
130 SA = SIN (P8 * SIN (3 * MU))
140 C2 = SQR (A * A + B * B):C3 = (4 * D * E) / C2
160 CM = COS (MU):SM = SIN (MU)
180 FOR TE = 0 TO 6.288 STEP .06
190 TC = A * COS (TE):TS = B * SIN (TE)
200 X1 = C3 + TC - TS
210 Z1 = C2 + TC + TS
250 REM VOICI LES 3 COORDONNEES
300 X = X1 * CM - Z1 * SA * SM
310 Y = X1 * SM + Z1 * SA * CM
350 REM PROGRAMME DE DESSIN
360 HPLOT 130 + X,80 + Y
400 NEXT TE: NEXT MU
```







Uzeto iz ne-beznačajnog obrtaja torusa, procjenu je dao Jean-Pierre Petit i Akademija Znanosti iz Pariza, 20.11.1978

Za "znanstvenost" u prvom mjesecu 1979