

Janusův kosmologický model
Bimetrický vesmír: perspektivy a výzvy

Hicham ZEJLI¹

¹ Inženýr absolvent ENSISA - hicham.zejli@manaty.net

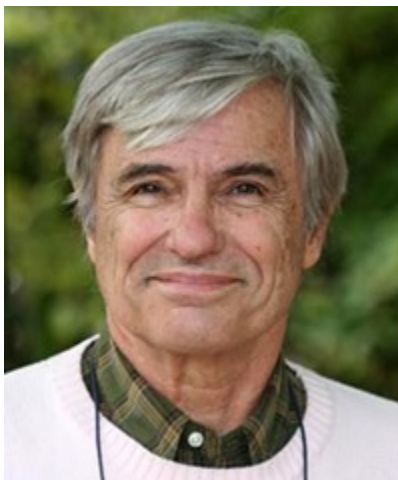
Obsah

Předmluva Jean-Pierre Petit (Francie).....	5
1 Úvod	12
1.1 Představení kontextu a cílů knihy	12
1.2 Stručný úvod do Janusova kosmologického modelu a jeho význam.....	12
2 Teoretické základy	14
2.1 Newtonův gravitační zákon	14
2.2 Úvod do speciální relativity	14
2.2.1 Minkowského časoprostor a vlastní čas.....	14
2.2.2 Rychlost světla jako mezní hodnota.....	15
2.2.3 Základní pojmy.....	16
2.2.4 Ekvivalence hmotnosti a energie	16
2.3 Úvod do obecné relativity.....	17
2.3.1 Revoluce ve fyzice	17
2.3.2 Pozorovatelné účinky a experimentální potvrzení.....	18
2.3.3 Geometrie časoprostoru a geodetické rovnice	19
Inerciální rámec a souřadnice.....	20
Koordinovaná transformace na zrychlený referenční rámec pro laboratoře	20
2.3.4 Metrické tenzory.....	23
2.3.5 Christoffelovy symboly	24
2.3.6 Aplikace geodetické rovnice v limitu slabého pole.....	30
2.3.7 Řešení Karla Schwarzschilda a Ludwiga Flamma.....	34
2.3.8 Konstrukce geodetik pro Schwarzschildovu vnější metriku.....	35
2.3.9 Řešení Roye Kerra.....	41
2.4 Dílo Andreje Sacharova a Jean-Marie Souriaua.....	42
2.5 Bimetrický přístup zavedený hyperbolickou riemannovskou geometrií	43
3 Janusův kosmologický model.....	45
3.1 Popis.....	45
3.2 Důsledky	46
3.3 Dipólový odpuzovač.....	53
3.3.1 Úvod.....	53
3.3.2 Některé pokusy o výklad.....	54

3.3.3	Interpretace pomocí mezer v temné hmotě	54
3.3.4	Interpretace podle Janusova kosmologického modelu	56
3.3.5	Vyhlídky do budoucna.....	73
4	Příspěvek ke kosmologii a fyzice částic.....	74
4.1	Úvod do dynamických skupin	74
4.2	Různé symetrie spojené s jednotlivými operátory zvratu	77
4.3	Lorentzova dynamická skupina	78
4.4	Omezená Poincarého dynamická skupina	78
4.5	Dynamické Kaluza & Janusovy omezené skupiny	78
4.6	Janus Dynamic Group	79
4.7	Důsledky	82
5	Alternativní interpretace modelu červí díry ve spojení s bílou fontánou jako <i>jednosměrnou membránou</i>	84
5.1	Řešení Einsteinovy rovnice odrážející různé topologie	84
5.2	Hypotéza <i>statičnosti</i> : absence křížového členu $dr dt$	87
5.3	Konstrukce dvoulistového Lorentzova geometrického nekonečného řešení.....	88
5.3.1	Symetrie T	88
5.3.2	Symetrie P	89
5.3.3	Identifikace dvou listů.....	90
5.4	Další zobrazení této geometrie.....	90
5.5	Závěr	92
5.6	Příloha	92
6	Topologická interpretace modelu	94
6.1	Definice	94
6.2	Model červí díry.....	94
6.3	Model vesmíru.....	95
7	Alternativní interpretace supermasivních subkritických objektů M87 a Sagittarius A*. 100	
7.1	Úvod	100
7.2	Alternativní výklad jevu	103
7.2.1	Srovnání fyzikálních a geometrických kriterií.....	104
7.2.2	Gravitační červený posuv blízko fyzikální kritičnosti.....	105
7.2.3	Změny rychlosti a tlaku světla v plazmatu s konstantní hustotou.....	107
7.3	Závěr	108

8	Výzvy a debaty	109
8.1	Problémy při komunikaci a přijímání modelů.....	109
8.2	Diskuse o kritice a reakcích	110
	Odpověď z <i>Gravitace a kosmologie</i>	110
	Moje odpověď tomuto recenzentovi	111
	Kritická analýza návratů z <i>Astronomische Nachrichten</i>	112
9	Závěr a diskuse	114
	Bibliografie.....	116

Předmluva Jean-Pierre Petit (Francie)



Píše se rok 2024. Spočítejte si to. Narodil jsem se v roce 1937. Když píšu tyto řádky, bude mi 87 let. Čas plyne tak rychle, že až budete číst tyto řádky, možná už nebudu mezi námi. Píšu tyto stránky a myslím, že Hicham to cítí stejně, jako když hodíte do moře láhev s apelem. Ve chvíli, kdy píšu tyto řádky, zbývají v týmu Janus tři muži. Kromě Hichama, narozeného v roce 1979, je tu ještě mladý matematik David, narozený v roce 1985, a to je vše. V roce 2022 jsem byl jediný, kdo tento projekt Janus vedl čtyřicet let. Tito dva se ke mně přidali poté, co vyslechli mou přednášku, kterou jsem měl v lednu 2023 v Paříži.

Chce se mi říct: Co se děje ve světě vědy?

Jak víte, před více než sto lety se vědecký svět převrátil naruby náhlým vznikem dvou nových oborů: kvantové mechaniky a kosmologie. Po sedmdesát let tak na sebe vědecký pokrok navazoval fantastickým tempem. Teoretici buď vysvětlovali dávno známé skutečnosti, jako například posunutí perihelia Merkuru, jev, který newtonovská mechanika nedokázala vysvětlit. Nebo šlo o nová pozorování, jako byl objev rozpínání vesmíru, který Rus Alexander Friedman rychle vysvětlil tím, že vytvořil první nestacionární řešení rovnice, kterou Einstein zavedl v roce 1915 a která nyní tvoří základ tohoto nového vidění světa, obecné teorie relativity.

Někdy teoretici přicházejí s novou vizí a navrhují podivné objekty, které používají k tomu, aby jejich výpočty byly vyváženější. Jedním z příkladů je antihmota, jejíž existenci domyslel Angličan Paul Dirac v roce 1928.

Pro zajímavost uvedme reakci Dána Nielse Bohra po přečtení tohoto článku:

"Tato teorie se zdá být ideální pro odchyt slonů v Africe. Diracův článek pověsíme na strom. Přijde slon a přečte si Diracův článek. Je tak ohromen, že je snadné ho chytit.

Příroda se však ukázala být Diracovým dobrým přítelem a v roce 1931 potvrdila existenci antielektronů v kosmickém záření. V té době jsme nebyli schopni tuto antihmotu znovu vytvořit ve srážecích částic. Byly to tedy fotony gama z hlubin vesmíru, které se přeměnily na pár elektron-antielektron, objekt známý jako pozitron.

Tato revoluce, označovaná jako změna paradigmatu, začala v roce 1895 objevy Conrada Röntgena, Henriho Becquerela a J. J. Thomsona, které předznamenaly dramatický vstup částic a atomových jevů na vědeckou scénu. Po celá desetiletí se teoretici na jedné straně a experimentátoři a pozorovatelé na straně druhé podobali dvěma skupinám plnokrevníků, kteří cválali vedle sebe, přičemž jedni byli o kousek napřed před druhými.

To vše pokračovalo ještě několik desetiletí po druhé světové válce. Mezi tyto významné objevy patřil náhodný objev kosmického mikrovlnného pozadí v roce 1967, populace nízkoenergetických fotonů, která poskytla důkaz, že na počátku vesmíru došlo k fantastické anihilaci párů hmoty a antihmoty.

Na konci 60. let 20. století bylo zájmem těch, které dnes nazýváme kosmology, jednoduše určit hodnotu průměrné hustoty ve vesmíru. Pokud byla větší než 10^{-29} gramů na centimetr krychlový, pak se vesmír vyvíjí cyklicky. Po určité fázi rozpínání se zhroutí sám do sebe, čímž vznikne Velký křach. Pokud je tato hustota nižší, pak se ve vzdálené budoucnosti vesmíru budou galaxie od sebe vzdalovat, a to neomezeně dlouho, rychlostí, která se stane konstantní. A pokud by tato hustota byla rovna této hodnotě, pak řekneme, že vývoj leží mezi těmito dvěma extrémy.

Vzpomínám si na to dokonale: v té době, na konci šedesátých let, jsem začal svou vědeckou kariéru.

Co bude dál?

Velmi rychle se mechanika porouchala a vše se zhoršilo. Teoretici částicové fyziky, která se objevila spolu se stoletím díky zvýšeným energiím, jež přinesly urychlovače, předpověděli výskyt nových objektů, které nazvali superčástice.

Ale nic se nestalo.

Na počátku 80. let 20. století byla pro vysvětlení rychlosti, jakou rotují hvězdy v galaxiích, a

pro vysvětlení toho, proč odstředivá síla nezpůsobuje jejich exploze, navržena existence temné hmoty, která tvoří čtyři pětiny celkové hmotnosti vesmíru.

V roce 1989 odhalila pozorování družice COBE extrémní homogenitu raného vesmíru. Aby to zdůvodnil, navrhl mladý Rus Andrej Linde svou inflační teorii, podle níž vesmír ve stáří pouhých několika sekund prodělal náhlou expanzi o faktor jedna. 10^{-33} V době, kdy byl starý jen několik sekund, došlo k náhlému rozšíření o násobek 10^{26} . To bylo způsobeno novým polem tvořeným novými částicemi, známými jako inflatony. Dnes existuje tolik modelů inflatonů, kolik je vědců, kteří se na tuto oblast specializují.

V roce 2011 byla udělena Nobelova cena za další objev: za zrychlení rozpínání vesmíru, které je připisováno temné energii. Přeložením jeho významu pomocí Einsteinova výrazu $E = mc^2$ tentokrát 75 % obsahu vesmíru uniká pozorování.

V roce 2024, kdy píšu tyto řádky, neexistuje žádný věrohodný model temné energie. Pokud si to spočítáte, běžná hmota, kterou lze pozorovat, nyní představuje pouhá 4 % vesmírné polévky.

Byli navrženi různí kandidáti na temnou hmotu, z nichž hlavním je neutralino, zástupce hypotetické rodiny superčástic. Kromě toho, že ji nelze objevit ve výkonných urychlovačích, však uniká všem pokusům o její detekci v nákladných experimentech prováděných v tunelech a dolech, chráněných před kosmickým zářením silnou vrstvou horniny.

A co se týče teorie?

Na přelomu sedmdesátých a osmdesátých let, kdy nedostatek výsledků experimentů ve fyzice vysokých energií vedl ke změně paradigmatu, navrhla skupina vědců reprezentovat hmotné částice i částice spojené se zářením pomocí nového modelu tvořeného vibrujícími strunami, a to buď otevřenými, nebo uzavřenými. Většina teoretiků přijala to, co považovala za nový a slibný směr. Ve všech zemích vznikla výzkumná a pedagogická místa. Byly vytvořeny týmy. Lidé v centru tohoto hnutí šli dokonce tak daleko, že snili o sestrojení teorie všeho. Tento myšlenkový proud dal vzniknout horám článků a doktorských prací.

Jaká je situace na počátku třetího tisíciletí?

Nic: Hora porodí myš.

Současná situace připomíná povídku Hanse Christiana Andersena *"Císařovy nové šaty"*. Když na konci příběhu dítě napíše: *"On je nahý!"*, je to jako by se na něj dívalo.

Hichamova kniha je příběhem o změně paradigmatu, který lze shrnout do jedné věty: *Vesmír se skládá z kladné a záporné hmoty.*

Proč ne?

Ale tato myšlenka je jako nit, která trčí ven. Když za ni zatáhnete, objeví se provázek. Zatáhnete za tuto nitku a připojí se provaz. Zatáhnete za provaz a následuje těžké lano, jehož tah otřásá budovou.

Která budova?

Posvátná obecná teorie relativity Alberta Einsteina, jejíž rovnice je vytesána do kamene ve fyzikálních ústavech po celém světě.

Znamená to, že je tato teorie chybná?

Ne. Je to jen jedna strana mince. Je třeba ji začlenit do soustavy dvou spřažených rovnic pole. Na stránkách této knihy najdete vše, co z této svatokrádežné myšlenky vzešlo.

V lednu 2023, kdy jsem byl jedinou osobou, která tento významný projekt realizovala čtyřicet let, jsem uspořádal v Paříži konferenci, které se zúčastnili David a Hicham.

David je mladý matematik. Přestože má napsanou doktorskou práci, neláká ho tlak výzkumu a raději vyučuje matematiku na univerzitě.

Někdy se říká, že myšlenky přebírají vědci. Ve skutečnosti je tomu právě naopak. Jsou to myšlenky, které se zmocní vědců. Davida se zmocnila myšlenka jiné topologie vesmíru, která je základem mého modelu Janus. Posledních deset měsíců bojuje za zveřejnění matematických základů tohoto modelu v časopisech zabývajících se matematickou fyzikou. Možná, že v době, kdy budete číst tyto řádky, si publikace této práce konečně najde cestu do těchto špičkových časopisů. Pokud se tak stane, past bude na místě v naději, že se na ni nechají natchytat i další matematici.

Nové nápady jsou jako pasti používané v Africe k chytání malých opic. V jejich dosahu se umístí dutá skořápka s otvorem. Uvnitř skořápky je kousek ovoce, které jim velmi chutná, ale jehož průměr je přesně stejný jako průměr otvoru. Když opice zasune ruku do otvoru, není možné, aby vytáhla ruku i ovoce. Sám jsem se stal obětí podobné pasti před čtyřiceti lety. Kolem mě procházela myšlenka, která se mě zmocnila a ovládla mé neurony. Když je myšlenka logická, funkční a plodná, je velmi těžké se jí zbavit. A konečně, pokud je tato myšlenka v souladu s pozorováními, její odmítnutí se jednoduše stane nemožným, což vám značně zkomplikuje život tím, že z vás udělá jakéhosi mutanta, outsidera v rámci vaší vědecké komunity. Pokud se ovšem nerozhodnete zůstat v labyrintu.

V roce 1959 napsal Angličan Arthur Koestler knihu *Les somnambules* (Náměsíčníci). Popisoval v ní vědce jako lidi, kteří ve spánku chodí se zavřenýma očima a oběma rukama nataženýma před sebou a snaží se najít cestu. Aniž by to věděli, procházejí labyrintem. Aniž by si uvědomovali, jak je postaven, někdy procházejí kolem dveří, které jsou dokořán, aniž by je viděli, když se vydávají na cestu, která se ukáže být slepou uličkou. Tato myšlenka není nová. Podobnou, statictější myšlenku najdeme v Platónově mýtu o jeskyni.

Nyní bych rád hovořil o tom, co se stalo Hichamu Zejlimu. V lednu 2023, když pracoval jako počítačový inženýr v jedné francouzské firmě, ho zaujal obsah konference, kterou jsem pořádal v Paříži a která se týkala mého Janusova kosmologického modelu. Zhlédl tedy asi třicet videí, která jsem vytvořil v roce 2017, a přečetl všechny knihy na toto téma, aby představil hlavní rysy tohoto modelu. Přepočítal všechny výpočty, které našel v pdf souborech, které jsem umístil na internet a které doprovázejí má videa. A pak se past uzavře.

Pokud čtete jeho knihu, mějte se na pozoru! Můžete se stát její obětí. Tyto stránky vás mohou přimět k tomu, abyste otevřením očí přelezli jednu ze stěn labyrintu. Svět vědy se vám pak bude jevit jinak. Stejně jako v případě Hichama najednou uvidíte lidi, někdy i nositele nejprestižnějších ocenění, jak bloudí jako náměsíčníci a krouží ve smyčce labyrintu. Modely, které byly přijaty těmi, kdo tvoří takzvanou vědeckou komunitu, se vám pak budou jevit jako zřejmý důsledek do očí bijících chybných výpočtů. Uvidíte, jak tito somnambulové znovu a znovu míjejí nové cesty, které jsou doširoka otevřené, velkolepě v souladu s masou pozorování, neschopni je vidět, lpíce na představách, které nejsou ničím víc než prkny, shnilými, horečně přibítymi k trhlinám, které útesy drsné reality způsobily ve standardním modelu, jenž je ze všech stran děravý. A vám se bude chtít křičet jako Andersenova postava: "*Král je nahý!*"

Práce, kterou Hicham vykonal za necelý rok, je značná, a to i přesto, že ji celou vykonal mimo svou profesní činnost, v době, kterou lze označit za jeho volný čas. Za dvanáct měsíců pochopil a osvojil si do hloubky, nikoliv povrchně, ohromující množství věcí týkajících se různých oblastí, kterých se můj Janusův model dotýká. Nikdy jsem neviděl, že by někdo za tak krátkou dobu spolkl a strávil tolik, tak složitého.

Stal se prvním kronikářem tohoto fantastického dobrodružství, kterým je model Janus a vše, co s ním souvisí, a podává o něm svědectví v této knize, která musela být napsána. Již několik měsíců se aktivně podílí na psaní článků a nechce si nechat ujít nic z tohoto dobrodružství. Chce být víc než jen svědkem, chce být jedním z hráčů a my chceme, aby se jím stal tím, že přispěje svými nápady a osobním vkladem do této stavby. Aby bylo zajištěno co nejširší rozšíření, je kniha, kterou napsal, k dispozici zdarma ke stažení ve formátu pdf ve všech jazycích a měla by se v tomto duchu dále rozvíjet. Na znalostech je něco zvláštního: jakmile je jednou rozdáte, nemůžete je vzít zpět a do jisté míry je obtížné je učinit vlastními.

Na obrázku jsou tři muži, kteří sedí na provizorním voru, vkládají do lahví vzkazy v různých

jazycích a jeden po druhém je předávají náhodným mořským proudům. Možná už nebudu naživu, až budete číst tyto řádky. Čas plyne tak rychle. Co se z toho všeho stane? Nevím.

Mám nejasný pocit, že lidstvo se dnes setkává se svým osudem, že za tímto kosmologickým modelem se utváří jiná, ještě rozsáhlejší vize vesmíru. Pro ilustraci budu citovat závěr projevu Andreje Sacharova při přebírání Nobelovy ceny míru v roce 1975. Slova, která jsem si vytvořil sám:

"Před tisíci lety trpěly lidské kmeny v boji o existenci velkými útrapami. Tehdy bylo důležité nejen umět se ohánět obuškem, ale také mít schopnost inteligentně myslet, zohledňovat znalosti a zkušenosti, které kmen nashromáždil, a rozvíjet vazby, které by položily základy spolupráce s ostatními kmeny. Dnes lidstvo čelí podobné zkoušce. V nekonečném prostoru může existovat několik civilizací, včetně společností, které mohou být moudřejší a "efektivnější" než ta naše. Podporuji kosmologickou hypotézu, že vývoj vesmíru se opakuje nekonečně mnohokrát podle základních charakteristik. Další civilizace, včetně těch "nejúspěšnějších", jsou nekonečně mnohokrát zapsány na "dalších" nebo "předchozích" stránkách Knihy vesmíru. Přesto bychom neměli zlehčovat své posvátné úsilí na tomto světě, kde jsme se jako slabá světla v temnotách na okamžik vynořili z nicoty nejasného nevědomí do hmotné existence. Musíme respektovat požadavky rozumu a vytvářet život, který je hoden nás samých a cílů, které sotva vnímáme."

Jean-Pierre Petit, občan světa - jean-pierre.petit@manaty.net



Hicham ZEJLI - 22. září 1979 - francouzská státní příslušnost

1 Úvod

1.1 Představení kontextu a cílů knihy

V současné kosmologii a teoretické fyzice zůstává zkoumání nových modelů vysvětlujících jevy pozorované v našem vesmíru živou a kontroverzní oblastí výzkumu. Tato kniha navrhuje prozkoumat a představit inovativní a revoluční kosmologický model, Janusův kosmologický model (JCM), který vyvinul fyzik Dr. Jean-Pierre Petit.

Jako inženýr s pokročilým vzděláním v oblasti matematiky a fyziky jsem ve studiu Janusova kosmologického modelu identifikoval inovativní a intelektuálně přínosný přístup ke zkoumání a interpretaci některých z nejzáhadnějších jevů ve vesmíru. Tento přístup také otevírá cestu k vývoji mnoha praktických aplikací v lokálních měřítkách, založených na základních principech odvozených z tohoto modelu.

Tato kniha má dva hlavní cíle:

Za prvé, poskytnout podrobné vysvětlení Janusova kosmologického modelu, jeho základů a důsledků prostřednictvím určitých studií, přístupných vědcům s podobným vzděláním jako já, tj. s pokročilou úrovní matematiky a teoretické fyziky.

Za druhé, navzdory intenzivní, přínosné a rozmanité spolupráci v rámci našeho týmu bych rád zdůraznil výrazný kontrast způsobený nedostatečnou komunikací s recenzenty konzultovanými významnými recenzovanými vědeckými časopisy. Tato situace poukazuje na problémy, kterým mohou čelit inovativní myšlenky vznikající a rozvíjející se bez smysluplného a konstruktivního dialogu mezi výzkumnými pracovníky.

1.2 Stručný úvod do Janusova kosmologického modelu a jeho význam

Janusův kosmologický model vyniká v teoretické fyzice svým odvážným návrhem: popsat vesmír jako Riemannovu varietu se dvěma metrikami. Tato konstrukce vychází z Einsteinovy obecné teorie relativity a zahrnuje prvky částicové fyziky a symplektické geometrie. Tento model má kořeny v práci Andreje Sacharova a Jeana-Marie Souriaua, kteří stanovili souvislost mezi inverzí času, inverzí energie a následně i inverzí hmoty.

Jedním z hlavních přínosů modelu je jeho schopnost řešit problém baryonové asymetrie vesmíru. Tato otázka, která je jádrem současných diskusí v kosmologii, se týká pozorované převahy hmoty nad antihmotou, což odporuje předpovědím modelu velkého třesku. Janusův kosmologický model nabízí nový pohled na tento problém tím, že postuluje existenci dvourozměrného

vesmíru vzniklého ze stejné singularity, v němž převládá hmota a antihmota.

Originalita tohoto modelu spočívá také v jeho bimetrickém přístupu k vesmíru, kde se dvě "vrstvy" časoprostoru vzájemně ovlivňují gravitačním působením, což nabízí alternativní vysvětlení jevů, jako je temná energie a temná hmota, a potenciálně otevírá nové chápání mezihvězdného cestování.

Stručně řečeno, cílem této knihy je představit tento model jako inovativní přístup, který zpochybňuje současné perspektivy kosmologie a teoretické fyziky a vybízí k hlubokému zamyšlení nad neprozkoumanými možnostmi našeho chápání vesmíru.

2 Teoretické základy

2.1 Newtonův gravitační zákon

Newtonův zákon, formulovaný v euklidovském prostoru, říká, že když hmotnost m je vystavena působení gravitační síly G vyvolané jinou hmotou M tato síla F je nepřímo úměrná čtverci vzdálenosti d oddělující obě tělesa. Lze ji vyjádřit následující rovnicí:

$$F = \frac{G \cdot m \cdot M}{d^2}$$

Čím větší je hmotnost, tím větší je síla, ale tato síla se s rostoucí vzdáleností rychle zmenšuje v důsledku termínu d^2 ve jmenovateli. Tento zákon je nezbytný pro pochopení gravitace a pohybů nebeských těles.

Ve fyzice má tento gravitační zákon zásadní význam pro pochopení gravitačních interakcí mezi nebeskými tělesy, od Země po planety a hvězdy. Zůstává základním zákonem klasické mechaniky a sehrál zásadní roli ve vývoji astronomie a astrofyziky. V průběhu staletí byl také potvrzen četnými pozorováními a experimenty, což posiluje jeho platnost pro naše chápání vesmíru.

Ačkoli se však Newtonův gravitační zákon ukázal být v mnoha případech mimořádně účinný a přesný, začal ukazovat svá omezení, když byl aplikován na situace zahrnující rychlosti blízké rychlosti světla nebo jevy v astronomickém měřítku. To byl výchozí bod pro vznik speciální teorie relativity Alberta Einsteina, která znamenala změnu paradigmatu v našem chápání základních pojmů prostoru, času a gravitace. V následující části se ponoříme do základních principů speciální relativity, které položí základy pro naše následné zkoumání obecné relativity. To nás povede k hlubšímu pochopení složitosti vesmíru.

2.2 Úvod do speciální relativity

Na počátku 20. století prošla fyzika koncepční revolucí, která zpochybnila základy položené sirem Isaacem Newtonem v 17. století. Jak se pozorování a experimenty stávaly stále přesnějšími, začaly se při studiu rychlostí blízkých rychlosti světla a v extrémních kosmických prostředích objevovat anomálie. V této souvislosti vstoupila do hry speciální teorie relativity Alberta Einsteina, která převrátila naše tradiční chápání prostoru, času a gravitace.

2.2.1 Minkowského časoprostor a vlastní čas

Speciální teorie relativity nás vyzývá, abychom opustili představu, že se vesmír odehrává v trojrozměrném euklidovském prostoru, v němž je čas samostatnou entitou. Místo toho navrhuje model, v němž se nacházíme ve čtyřrozměrné hyperploše, kde jsou tři rozměry prostoru kolmé na jeden rozměr času. Toto spojení prostoru a času tvoří takzvaný Minkowského časoprostor s metrickou signaturou $(- + + +)$. Jinými slovy, metrická signatura je důležitou charakteristikou časoprostoru, která udává, jak jsou intervaly času a prostoru spojeny v rovnicích speciální teorie relativity. V této signatuře $(- + + +)$ odpovídá první člen časovému intervalu, který je odečten od dalších tří členů odpovídajících prostorovým intervalům. To znamená, že čas má v metrice záporné znaménko, zatímco tři

prostorové rozměry mají znaménka kladná. Tato specifická signatura je klíčová pro pochopení způsobu měření vzdáleností a časových intervalů ve speciální teorii relativity.

Pro lepší pochopení tohoto konceptu si představte bod M pohybující se v tomto časoprostoru popsáném dvěma souřadnicemi: časem (t) a prostorovou polohou (x). Jak se tento bod pohybuje, sousední bod M' odpovídá mírně pozměněným hodnotám: ($t + dt, x + dx$), kde dt a dx představují malé časové a prostorové přírůstky. Uvážíme-li, že tento přírůstek nastává podél trajektorie popsané vztahem $x = ct$ (kde c je rychlost světla), pak $dx = c dt$.

V tomto bodě zavádíme pojem *čistý čas*. Množství sznámá jako vlastní čas, je časová míra, kterou se řídí životnost objektu pohybujícího se rychlostí v . Pro výpočet spoužijeme následující rovnici:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2$$

Tato rovnice ukazuje, jak se správný čas (s) souvisí se změnami času (dt) a prostorem (dx), když se objekt pohybuje rychlostí v . Ukazuje také, že vlastní čas se může měnit jako funkce rychlosti a trajektorie objektu, což vede k jevům, jako je dilatace času.

V Einsteinově speciální teorii relativity není čas absolutní, ale závisí na relativní rychlosti pozorovatele. Následující matematický vývoj popisuje vztah mezi vlastním časem τ což je čas měřený pohybujícími se hodinami (na palubě kosmické lodi), a koordinovaným časem. t což je čas měřený hodinami na zemi (v klidu vzhledem k pozorovateli):

$$\begin{aligned} s = c\tau &\Rightarrow ds = c d\tau && \Rightarrow c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \\ &\Rightarrow d\tau^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2} dx^2 && \Rightarrow \frac{d\tau^2}{dt^2} = 1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \\ &\Rightarrow \frac{d\tau^2}{dt^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} && \Rightarrow \tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{aligned}$$

To znamená, že ve scénáři, kdy t představuje čas měřený stacionárním pozorovatelem vybaveným hodinami na zemi a v je rychlost objektu vybaveného palubními hodinami, který se pohybuje touto rychlostí vzhledem k této předpokládané nehybnosti, pak je

správný čas τ v tomto objektu bude ovlivněn dilatací času popsanou vztahem $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ známou jako *Lorentzův faktor*.

2.2.2 Rychlost světla jako mezní hodnota

Je důležité si uvědomit, že v tomto časoprostoru je rychlost světla omezena vlastnostmi časoprostoru (a jeho obsahu), ve kterém se šíří.

Pokud předpokládáme, že x je prostorová souřadnice t je časová souřadnice a c je rychlost světla, pak můžeme definovat rychlost v pomocí výrazu $v = \frac{dx}{dt}$.

Za předpokladu, že změna vlastního času je vždy větší nebo rovna 0, tj. $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \geq 0$ z toho vyplývá, že rychlost světla ve vakuu je mezní rychlostí pro pohybující se objekty s kladnou klidovou hmotností, protože $v \leq c$. Na druhé straně fotony se pohybují po trajektoriích, pro které platí, že $v = c$ což vede k jedinečným vlastnostem spojeným se světlem.

Speciální relativita je teorie omezená na studium inerciálních vztažných soustav, konkrétně těch, které se pohybují rovnoměrně přímočaře (v prostoru bez zakřivení, pohybují se přímočaře konstantní rychlostí).

2.2.3 Základní pojmy

Speciální teorie relativity je založena především na třech koncepcích:

- **Postulát o invarianci rychlosti světla:** Tento postulát říká, že rychlost světla ve vakuu je univerzální konstantou a zůstává stejná pro všechny pozorovatele bez ohledu na jejich relativní pohyb. Jinými slovy, rychlost světla nelze k rychlosti pozorovatele přičíst ani od ní odečíst. Tuto základní myšlenku potvrdil slavný Michelsonův-Morleyho experiment (Michelson a Morley 1887).
- **Kosmologický princip:** Kosmologický princip předpokládá, že vesmír je homogenní a izotropní. To znamená, že jeho vlastnosti jsou ve všech směrech a na všech škálách stejné. Tento princip nám umožňuje rozšířit aplikaci zákonů speciální teorie relativity na kosmické měřítko tím, že uvažujeme vesmír jako celek.
- **Princip speciální relativity:** Princip speciální relativity říká, že fyzikální zákony jsou konzistentní ve všech inerciálních vztažných soustavách. Inerciální rámce jsou takové, které se vůči sobě pohybují konstantní rychlostí. Tento princip zobecňuje Galileovu koncepci relativity a zpochybňuje pojem absolutního vztažného rámce. Ukazuje, že fyzikální zákony zůstávají koherentní a neměnné bez ohledu na relativní rychlosti pozorovatelů.

2.2.4 Hmotnostní - energetický ekvivalent

Jednou z nejsymboličtějších rovnic ve fyzice je rovnice ekvivalence hmoty a energie Alberta Einsteina. Tato rovnice označuje hlubokou souvislost mezi hmotností (m) a energií (E) a ukazuje, že jsou ve vesmíru zaměnitelné.

Revoluční intuice Alberta Einsteina, která vedla k formulaci této ekvivalence, vychází z jeho speciální teorie relativity. V této teorii Einstein postuloval, že energie a hmotnost jsou neoddělitelně spjaté, a rovnice slouží jako základní kámen tohoto spojení.

Ústřední myšlenka rovnice je jednoduchá: říká, že energie (E) objektu je přímo úměrná jeho hmotnosti (m), přičemž rychlost světla ve vakuu (c) jako konstantou úměrnosti. Matematicky to lze vyjádřit takto:

$$E = mc^2$$

Prozkoumejme tuto rovnici podrobněji na jednoduchém příkladu. Předpokládejme, že máme malý předmět o hmotnosti 1 gram (0,001 kilogramu). Pomocí Einsteinovy rovnice můžeme vypočítat energetický ekvivalent této hmotnosti:

$$E = (0.001 \text{ kg}) \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 9 \times 10^{13} \text{ Joules}$$

Toto překvapivě velké množství energie podtrhuje hluboký dopad rovnice (1). Ukazuje, že malá hmotnost může při přeměně pomocí této rovnice vyprodukovat obrovské množství energie. Tato rovnice hraje klíčovou roli v pochopení jaderných reakcí, například těch, které probíhají ve hvězdách a jaderných elektrárnách, kde nepatrné změny hmotnosti vedou k uvolnění značného množství energie.

Einsteinova rovnice, která dokáže propojit hmotu a energii, zůstává základním kamenem moderní fyziky a zásadně ovlivňuje naše chápání fungování vesmíru.

Přestože nám speciální teorie relativity umožnila prozkoumat fascinující aspekty vesmíru tím, že nás vedla na cesty rychlostí blízkou rychlosti světla a odhalila, jak se časoprostor ohýbá v závislosti na našem pohybu, je omezena na specifický rámec inerciálních vztažných soustav a rovnoměrného přímočarého pohybu. Co se však stane, když do hry vstoupí gravitace? Jak se vyvíjí struktura časoprostoru v přítomnosti hmotných objektů nebo výrazného zakřivení? K tomu slouží obecná teorie relativity Alberta Einsteina v následujícím oddíle.

2.3 Úvod do obecné relativity

2.3.1 A revoluce ve fyzice

Newtonův zákon je teorie, která v mnoha situacích funguje dobře, jak je vysvětleno v části 2.1, ale nedokáže vysvětlit některé jevy pozorované při rychlostech blízkých rychlosti světla nebo v přítomnosti intenzivních gravitačních polí. Obecná teorie relativity (GR) Alberta Einsteina je úplnější teorií, která tyto gravitační jevy zahrnuje. Obecná teorie relativity, která je základním kamenem moderní fyziky, způsobila převrat v našem chápání gravitace a vesmíru. Tato teorie, kterou navrhl Albert Einstein v roce 1915, je založena na principu, že gravitace je projevem zakřivení časoprostoru vyvolaného přítomností hmoty a energie. Einsteinova rovnice pole, která je jádrem této teorie, popisuje, jak hmota a energie ovlivňují geometrii časoprostoru a jak tato zakřivená geometrie řídí pohyb hmoty a energie.

Einsteinova rovnice pole, poprvé zveřejněná 25. listopadu 1915, je hlavní parciální diferenciální rovnicí obecné teorie relativity:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

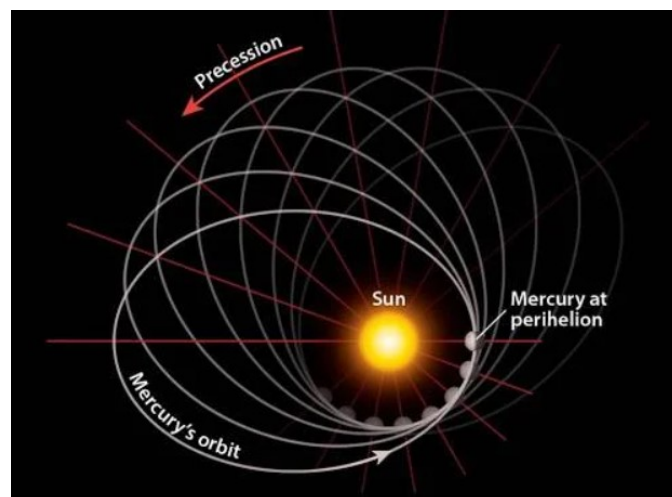
Toto zakřivení geometrie kolem zdroje hmoty se pak interpretuje jako gravitační pole tohoto zdroje. Pohyb objektů v tomto poli je velmi přesně popsán jejich geodetickou rovnicí. Metrika $g_{\mu\nu}$ vytváří rodinu geodetických rovnic. Všimněte si, že částice s kladnou nebo zápornou gravitační hmotností by se při vychýlení gravitačním potenciálem vytvořeným významnou hmotností chovaly stejně - sledovaly by stejné geodetiky M například v pozemské nebo sluneční gravitaci. Hmotný objekt, například hvězda, tedy ovlivňuje časoprostor nejen svou hmotností, ale také energií, kterou vyzařuje, například zářením. V

obecné teorii relativity platí, že energie objektu - včetně jeho klidové energie reprezentované hmotností mc^2 a všech dalších forem energie, jako je záření, přispívá ke gravitačnímu poli, které vytváří. Tento kombinovaný příspěvek energie a hmotnosti zakřivuje časoprostor kolem objektu. Jeho druhý člen zohledňuje obsah vesmíru v každém bodě časoprostoru:

- **Pokud je nenulová**, pak geometrické řešení, které z této rovnice vyplyne, bude popisovat vnitřek tělesa.
- **Pokud je nulová**, bude se řešení vyvolané touto rovnicí vztahovat ke zcela prázdné části vesmíru v okolí této hmoty.

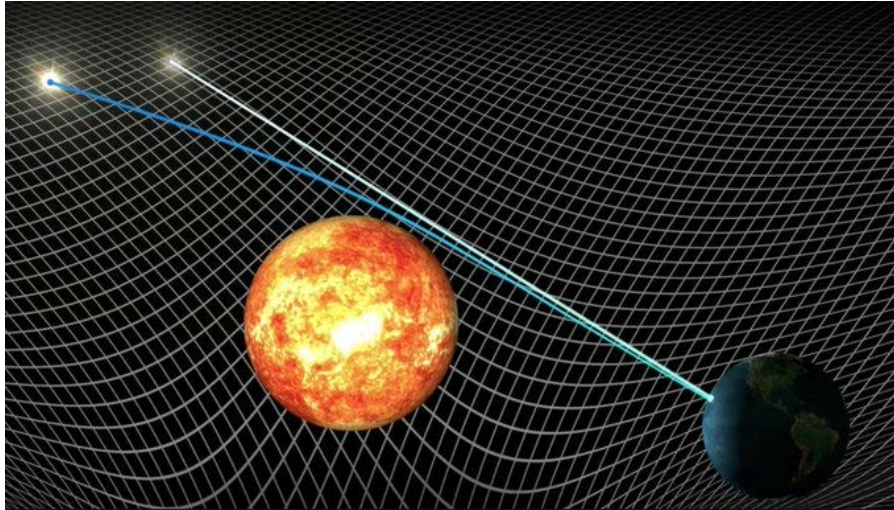
2.3.2 Pozorovatelné účinky a experimentální potvrzení

Mezi jevy, které GR vysvětluje, patří odchylka roviny rotace planety Merkur v době, kdy je nejbližší Slunci, známá jako precese perihelia. Tento jev byl změřen s přesností 45 úhlových vteřin za století, což je hodnota, kterou nelze vysvětlit Newtonovým zákonem.



Obrázek 2.1 - Precese Merkuru v perihelii

Dalším pozorovaným jevem je zdánlivé zakřivení světla kolem Slunce. Během zatmění Slunce v roce 1919 si sir Arthur Eddington všiml, že se světelné paprsky zdánlivě ohýbají kolem Slunce. Ve skutečnosti tyto světelné paprsky sledují nejkratší dráhy v zakřiveném časoprostoru, tzv. geodetiky. Toto zdánlivé zakřivení světla je způsobeno deformací časoprostoru způsobenou přítomností hmoty, což je efekt, který GR přesně vysvětlila ((Dyson, Eddington a Davidson 1920)).



Obrázek 2.2 - Potvrzení Einsteinovyorie se zakřivením hvězdného světla při zatmění Slunce

Tyto jevy jsou považovány za nelineární, protože je lze vysvětlit pouze pomocí teorie GR. Za podmínek, kdy jsou relativistické efekty zanedbatelné, však může Newtonův zákon poskytovat platné aproximace. GR tak rozšířila naše chápání gravitace za hranice Newtonova zákona a připravila tak půdu pro lepší pochopení gravitačních interakcí na velkých škálách a při vysokých rychlostech.

2.3.3 Geometrie prostorového-časového kontinua a rovnice geodetiky

Připomeňte si Einsteinův princip ekvivalence pro inerciální rámec při volném pádu:

"V gravitačním poli je vždy možné v libovolném bodě časoprostoru zvolit lokálně inerciální souřadnicový systém tak, že v dostatečně malé oblasti jsou fyzikální zákony totožné se zákony v případě neexistence gravitace."

V této vztažné soustavě volného pádu se setrvačná síla, kterou těleso při volném pádu pociťuje, vyrovnává s gravitační silou, což znamená, že na objekt nepůsobí žádná síla (stav beztlíže). V důsledku toho je inerciální rámec základním rámcem pro studium interagujících objektů (známý jako speciální rámec relativity) před jejich analýzou v druhém galileovském rámci známém jako "laboratorní rámec", kde tyto objekty podléhají účinkům gravitace. Tento druhý rámec je ve skutečnosti zrychlený směrem nahoru ($a = -g$) ve srovnání s přirozeným inerciálním rámcem (představte si, že "země na Zemi vás urychluje směrem nahoru").

V teorii speciální relativity je inerciální rámec popsán Minkowského metrikou, která je matematickou reprezentací plochého časoprostoru. Tato metrika platí v oblastech, kde se neprojevuje gravitační působení. V takovém kontextu jsou trajektorie objektů určeny pohybovými rovnicemi odvozenými z principů speciální teorie relativity. Zatímco v obecné teorii relativity se pro prostoročas zakřivený gravitací používá termín "geodetická", v Minkowského metrice speciální teorie relativity se tyto trajektorie lépe popisují jako přímky představující pohyb konstantní rychlostí. V tomto rámci se objekty v inerciálních

rámciích pohybují po přímkách konstantní rychlostí, což je speciální případ geodetické dráhy v plochem prostoročase.

Inerciální rámecek a souřadnice

Nejprve se umístíme do této inerciální soustavy a definujeme souřadnice bodového tělesa v této soustavě: uvažujeme souřadnice ξ^α s $\xi^0 = ct$, $\xi^1 = x$, $\xi^2 = y$, $\xi^3 = z$ pro účely naší analýzy. Protože na toto těleso nepůsobí žádná síla (konstantní rychlost), můžeme odvodit, že :

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{d\tau^2} = 0$$

$$d\tau^2 = cdt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Kde: τ odpovídá metrice nebo intervalu v tomto prostoru, který bychom také mohli označit jako s je důležité poznamenat, že tato metrika je invariantní bez ohledu na vztažnou soustavu.

Transformace souřadnic do zrychleného laboratorního referenčního rámce

Nyní aplikujme transformaci souřadnic v nové galileovské laboratorní vztažné soustavě "zrychlené směrem nahoru" vzhledem k předchozí inerciální vztažné soustavě:

$$x^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Každá souřadnice nového galileovského rámce však závisí na souřadnicích inerciálního rámce a naopak:

$$x^\mu(\xi^0, \xi^1, \xi^2, \xi^3), \quad \xi^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

A nezapomeňte, že ξ závisí na τ :

$$\xi^\mu(\tau)(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Každý parametr ξ v novém referenčním rámci závisí také na τ . Můžeme tedy odvodit, že :

$$\frac{d\xi^0}{d\tau} = \frac{dx^0}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^0} + \frac{dx^1}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^1} + \frac{dx^2}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^2} + \frac{dx^3}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^3}$$

To lze vyjádřit pomocí součtového zápisu pro opakované indexy :

$$\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} = \sum_{\mu=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{dx^\mu}{d\tau}$$

Poznámka: V matematice je součtový zápis kompaktním způsobem vyjádření součtu řady členů. Pokud se ve výrazu objeví dolní i horní index, znamená to obecně sčítání nad tímto indexem, což znamená, že se sčítají všechny možné hodnoty tohoto indexu. Tento zápis se běžně používá v různých oblastech matematiky a fyziky ke zjednodušení zobrazení rovnic zahrnujících opakované indexy.

Nyní chceme tento výraz odvodit znovu, abychom odvodili geodetickou rovnici (2), pak :

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} \right) = \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{dx^\mu}{d\tau} + \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = 0$$

$$\frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = 0$$

Provedení součtu na opakovaných indexech takto :

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \sum_{\alpha=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha}$$

Tuto operaci musíme provést:

$$\left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) = 0$$

Nicméně, pro $\beta \neq \mu$ parciální derivace jedné souřadnice vzhledem k jiné souřadnici v téže soustavě souřadnic jsou nulové (např, $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$) a pro $\beta = \mu$, je parciální derivace rovna 1.

Tomu odpovídá Kroneckerův symbol (δ_μ^β) :

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \frac{\partial x^\beta}{\partial x^\mu} = \delta_\mu^\beta$$

Poznámka: Když β a μ představují různé souřadnice ve stejném souřadnicovém systému, parciální derivace souřadnice β vzhledem k μ je nulová, protože to znamená, že tyto souřadnice jsou v systému vzájemně nezávislé. Když však β a μ představují stejnou souřadnici, je parciální derivace rovna 1, což znamená, že se souřadnice mění sama se sebou, což je znázorněno symbolem δ_μ^β .

To nám dává :

$$0 = \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \delta_\mu^\beta \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2}$$

Pokud však nahradíme μ za β ($\beta = \mu$), pak $\delta_\mu^\beta = \delta_\beta^\beta = 1$ pak $\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = \frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2}$. Z toho vyplývá, že :

$$0 = \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2}$$

Zavedením *Christoffelových symbolů* tedy:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu}$$

Můžeme odvodit následující *geodetickou rovnici*:

$$\frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\beta \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$$

To představuje obecné vyjádření pro Christoffelovy *symboly* $\Gamma_{\mu\nu}^\beta$ v termínech derivací souřadnicových transformačních funkcí. Jak uvidíme později, Christoffelovy symboly se používají v matematice obecné relativity a diferenciální geometrii k popisu lokálních změn souřadnicových systémů.

Co se z této geodetické rovnice můžeme dozvědět?

- Druhá derivace souřadnic ve "zrychleném" galileovském vztažném rámci již není nulová, ale rovná se ekvivalentu inerciálních sil působících v obecné relativitě (v tomto případě gravitace). Z (3), můžeme odvodit :

$$\frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2} = -\Gamma_{\mu\nu}^\beta \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}$$

Pokud μ a ν jsou prostorové souřadnice, pak jejich derivace vzhledem k hodnotě τ odpovídá rychlosti.

- Jakýkoli objekt pohybující se ve "zrychleném" galileovském vztažném systému laboratoře se bude řídit touto rovnicí, pokud na něj bude působit gravitační síla Země.
- Tvar této rovnice nám poskytuje informace o nejkratších nebo nejdelších cestách (extrémech) na zakřiveném povrchu (varietě). Přesněji řečeno, geodetické dráhy odpovídají stacionárním drahám, jejichž fyzikální vlastnosti zůstávají v čase konstantní (bez působení vnějších sil).
- Gravitaci můžeme popsat jako čistě geometrický jev spojený s geodetickými drahami, po kterých se pohybují objekty v zakřiveném časoprostoru (způsob zakřivení časoprostoru je popsán Christoffelovými symboly). Analogicky bychom mohli uvažovat o dvou objektech, které se pohybují po rovnoběžných a stejných drahách stejnou rychlostí z bodu na Zemi směrem k severu; nakonec se kvůli zakřivení Země protnou na severním pólu. Toto křížení lze analyzovat buď tak, že je přitáhla síla (analogie s newtonovskou mechanikou), nebo čistě geometrickým efektem spojeným se zakřivením Země (analogie s relativistickou mechanikou). Podle obecné relativity je tedy gravitace zakřivením časoprostoru, které způsobuje, že objekty v lokálním přímočarém pohybu sledují tyto geodetické dráhy. Obecná relativita umožňuje určit zakřivení časoprostoru jako funkci jeho složek (hmoty, energie) a následně popsat trajektorie částic pohybujících se v tomto časoprostoru.
- Christoffelovy symboly se počítají z metriky a jejich parciálních derivací a zachycují informaci o zakřivení prostoročasu. Umožňují vypočítat, jak jsou geodetické dráhy ovlivněny zakřivením prostoročasu.

2.3.4 Metrické tenzory

Nyní se podíváme na metrické tenzory a jejich vztah k dříve určeným Christoffelovým symbolům.

Uvažujme Minkowského metriku popsanou pomocí časoprostorových souřadnic pohybujícího se objektu v inerciální vztažné soustavě, jak je uvedeno v rovnici (4) a vyjádřeno takto:

$$d\tau^2 = (d\xi^0)^2 - (d\xi^1)^2 - (d\xi^2)^2 - (d\xi^3)^2$$

Lze ji také zapsat tímto způsobem, kdy ji lze vyjádřit jako součet nad indexy α a β :

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta$$

Tato rovnice využívá metrický tenzor $\eta_{\alpha\beta}$ Minkowského prostoru (který popisuje plochý časoprostor ve speciální teorii relativity) k výpočtu časoprostorového intervalu $d\tau^2$ v termínech souřadnicových diferencíálů $d\xi^\alpha$ a $d\xi^\beta$. Minkowského metrický tenzor $\eta_{\alpha\beta}$ má složky, které jsou -1 pro časové intervaly a +1 pro prostorové intervaly na diagonále a 0 mimo diagonálu takto :

$$\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Pamatujte si, že následující výrazy představují pravidla diferenciální transformace mezi dvěma souřadnicovými systémy. Ukazují, jak malá změna v soustavě souřadnic x^μ a x^ν vede k malé změně v jiné soustavě souřadnic ξ^α a ξ^β .

$$d\xi^\alpha = \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} dx^\mu$$

$$d\xi^\beta = \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\nu$$

Dosadíme-li nyní tyto dva diferenciální tvary do výrazu (5), získáme následující výraz:

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Z toho můžeme odvodit následující metrický tenzor:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu}$$

Metrický tenzor hraje v obecné teorii relativity zásadní roli, protože určuje geometrii časoprostoru a působení gravitace mezi dvěma objekty umístěnými na souřadnicích x^μ a x^ν ve stejné vztažné soustavě. Umožňuje transformovat souřadnice těchto objektů na vzdálenost mezi nimi, přičemž bere v úvahu lokální zakřivení časoprostoru, které se může měnit v závislosti na rozložení hmoty a energie. Na rozdíl od běžné intuice závisí vzdálenost

mezi dvěma body v zakřiveném časoprostoru na tomto zakřivení a může se značně lišit. Metrický tenzor je proto klíčovým matematickým nástrojem pro výpočet intervalu mezi dvěma událostmi, což zahrnuje i měření času, který mezi nimi uplynul v přítomnosti gravitačního pole.

Vzhledem k tomu, že indexy μ a ν jsou němé a opakují se, podléhají Einsteinově sumarizační konvenci, a proto je lze ve vyjádření metrického tenzoru zaměnit. Z toho vyplývá, že metrický tenzor $g_{\mu\nu}$ je symetrický, tj. $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$.

Poznámka: Od nynějška berme $g^{\mu\nu}$ jako inverzní hodnotu $g_{\mu\nu}$ která je vyjádřena následujícím vztahem se součtem nad opakovaným indexem α vytvářející Kroneckerův symbol :

$$g^{\mu\alpha} g_{\alpha\nu} = \delta_{\nu}^{\mu}$$

kde δ_{ν}^{μ} je Kroneckerův symbol, který, jak jsme viděli dříve, je roven 1, když $\mu = \nu$ a 0 v opačném případě. Tento vztah definuje povahu inverzního metrického tenzoru v diferenciální geometrii a obecné relativitě.

2.3.5 Christoffelovy symboly

Christoffelovy symboly, označené jako $\Gamma_{\mu\nu}^{\beta}$ jsou odvozeny z metrického tenzoru a poskytují základní informace o geometrii časoprostoru. Samy o sobě nejsou tenzory, ale jsou odvozeny z metrického tenzoru, který je reálným tenzorem.

Pro výpočet Christoffelových symbolů vezmeme parciální derivace složek metrického tenzoru a poté použijeme specifickou kombinaci těchto derivací. Vzorec pro Christoffelovy symboly druhého druhu je dán vztahem :

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\beta} = \frac{1}{2} g^{\beta\alpha} \left(\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} \right)$$

Každý člen zahrnuje parciální derivaci metrického tenzoru vzhledem k souřadnicím a $g^{\beta\alpha}$ je inverzní hodnota metrického tenzoru, čímž se zajistí, že se sčítají příslušné indexy. Jak uvidíme později, Christoffelovy symboly hrají ústřední roli při určování geodetik, které popisují trajektorie částic a světla v zakřiveném prostoročase a používají se v pohybových rovnicích obecné relativity.

Důkaz. Nyní vyjádříme Christoffelovy symboly v termínech metrického tenzoru $g_{\mu\nu}$. Za tímto účelem budeme uvažovat parciální derivaci $g_{\mu\nu}$ vzhledem k souřadnicím x^{λ} . Tato operace zavádí druhé derivace funkcí transformace souřadnic ξ^{α} které pak lze integrovat do vyjádření Christoffelových symbolů (6).

Než začneme s výpočty, uvedeme několik předběžných rad pro jejich zjednodušení:

- Metrický tenzor je symetrický, takže $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$.
- Nahradit ν za α musíme nejprve nahradit stávající tichý index α za σ .

Metrický tenzor získáme takto:

$$g_{\alpha\mu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha}$$

Při použití součinnového pravidla pro odvození a při zapamatování si, že $\eta_{\sigma\beta}$ je konstanta, dostaneme :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left(\eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} \right)$$

Očekávané druhé parciální derivace se objeví na pravé straně rovnice (dvakrát):

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\nu \partial x^\alpha}$$

Abychom mohli do tohoto vztahu integrovat vyjádření Christoffelových symbolů (6), musíme na obě strany aplikovat následující transformaci, abychom izolovali parciální derivaci a zavedli součet na opakovaném indexu β :

$$\frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \left(\frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \right)$$

Víme však, že :

$$\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} = \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial \xi^\lambda} = \delta_\lambda^\sigma$$

a podle (7) je tento Kroneckerův symbol roven 1, když $\sigma = \lambda$ pak :

$$\frac{\partial \xi^\lambda}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu}$$

Můžeme jej pak nahradit ve výrazu (8), přičemž dbáme na to, abychom obdobným způsobem přeformulovali příslušné indexy v novém výrazu:

$$\frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} = \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho$$

$$\frac{\partial^2 x^\beta}{\partial x^\nu \partial x^\mu} = \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

Upozornění: Neumist'ujeme β na Christoffelově symbolu, protože se jedná o němý součtový index v termínu, kam ho chceme přiřadit, takže zvolíme jiné písmeno, ρ :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\nu \partial x^\alpha}$$

Nakonec můžeme z (8) odvodit :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

Diferenciaci metrického tenzoru lze tedy vyjádřit třemi různými způsoby (poslední dva zahrnují nové indexy výměnou). ν a μ nahrazením μ za α) :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = g_{\rho\alpha}\Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\mu\rho}\Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^\mu} = g_{\rho\alpha}\Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\nu\rho}\Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} = g_{\rho\mu}\Gamma_{\alpha\nu}^\rho + g_{\nu\rho}\Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

Tyto tři způsoby vyjádření této diferenciace nám umožňují získat zjednodušený výsledek sečtením prvních dvou a odečtením posledního: (9a) + (9b) - (9c) :

$$g_{\alpha\rho}\Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

$$g^{\beta\alpha} g_{\alpha\rho}\Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right) g^{\beta\alpha}$$

$$\delta_\rho^\beta \Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right) g^{\beta\alpha}$$

Tak konečně:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{1}{2} g^{\beta\alpha} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

Toto vyjádření Christoffelova symbolu nám umožňuje stanovit souvislost mezi zakřivením časoprostoru vyvolaným gravitační silou a prostorovými derivacemi metrického tenzoru. Je nezbytný pro formulaci rovnic, jimiž se řídí geodetika v obecné teorii relativity. \square

Příklad výpočtu Christoffelových symbolů pro sférickou metriku :

Ve sférických souřadnicích je liniový prvek ds^2 pro trojrozměrný prostor je vyjádřen takto:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

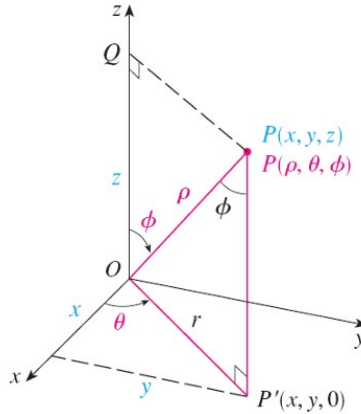
$$ds^2 = g_{11}(dx^1)^2 + 2g_{12}dx^1 dx^2 + 2g_{13}dx^1 dx^3 + g_{22}(dx^2)^2 + 2g_{23}dx^2 dx^3 + g_{33}(dx^3)^2$$

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2(\theta) d\phi^2$$

kde dr , $d\theta$ a $d\phi$ jsou diferenciály radiálních souřadnic r polární úhel θ a azimutálního úhlu ϕ resp. Odpovídající metrický tenzor $g_{\mu\nu}$ ve sférických souřadnicích je diagonální a je dán vztahem :

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2(\theta) \end{bmatrix}$$

Důkaz. Vztah mezi kartézskými a sférickými souřadnicemi lze odvodit z obrázku 2.3 :



Obrázek 2.3 - Poloha bodu P je definována vzdáleností ρ a úhly θ (colatitude) a ϕ (zeměpisná délka)

Uvažujeme-li trojúhelníky OPQ a OPP' , máme : $z = \rho \cos \phi$, $r = \rho \sin \phi$ kde $x = r \cos \theta$ a $y = r \sin \theta$. Proto :

$$\begin{aligned} x &= \rho \sin \phi \cos \theta \\ y &= \rho \sin \phi \sin \theta \\ z &= \rho \cos \phi \end{aligned}$$

Při použití fyzikálního zápisu na obrázku 2.6 je přechod na kartézské souřadnice dán vztahem :

$$\begin{aligned} x &= r \sin \phi \cos \theta \\ y &= r \sin \phi \sin \theta \\ z &= r \cos \phi \end{aligned}$$

Metrika v kartézských souřadnicích je však dána vztahem :

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Abychom to vyjádřili ve sférických souřadnicích, nahradíme to slovy x , y a z jejich ekvivalenty ve sférických souřadnicích, čímž získáme (11). \square

Výpočet Christoffelových symbolů $\Gamma_{\mu\nu}^{\beta}$ nejprve najdeme inverzní hodnotu metrického tenzoru, která je pro diagonální metriku jednoduše :

$$g^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)} \end{bmatrix}$$

Pro daný metrický tenzor vypočítáme parciální derivace potřebné pro Christoffelovy symboly:

$$\begin{aligned}\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} &= 2r, \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial r} &= 2r\sin^2(\theta), \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial \theta} &= 2r^2\sin(\theta)\cos(\theta).\end{aligned}$$

Dosazením těchto parciálních derivací do Christoffelova vzorce pro symboly (10) je vypočítáme součet přes opakovaný index α . Pro daný metrický tenzor bude většina Christoffelových symbolů nulová, protože je diagonální a závisí pouze na r a θ . Nenulové Christoffelovy symboly jsou :

$$\begin{aligned}\Gamma_{\theta\theta}^r &= -r \\ \Gamma_{\phi\phi}^r &= -r\sin^2(\theta) \\ \Gamma_{r\theta}^\theta &= \Gamma_{\theta r}^\theta = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\phi\phi}^\theta &= -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \Gamma_{r\phi}^\phi &= \Gamma_{\phi r}^\phi = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\theta\phi}^\phi &= \Gamma_{\phi\theta}^\phi = \cot(\theta)\end{aligned}$$

POZN:

- Symbol Christoffel $\Gamma_{\theta\theta}^r$ se vypočítá takto:

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2}g^{rr} \left(-\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} \right)$$

protože jediná nenulová derivace $g_{\theta\theta}$ je vzhledem k r . Substitucí hodnot získáme :

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial(r^2)}{\partial r} \right) = -r.$$

- Dalším příkladem je symbol Christoffel. $\Gamma_{r\theta}^\theta$ který se vypočítá takto:

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2}g^{\theta\theta} \left(\frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^\theta} + \frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} - \frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^\theta} \right)$$

kde jediným nenulovým členem je $\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r}$. To nám dává :

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2}g^{\theta\theta} \left(\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r^2} \right) (2r) = \frac{1}{r}.$$

Výpočet Riemannova tenzoru, Ricciho tenzoru a Ricciho skaláru

V tomto sférickém prostoru jsou všechny složky Riemannova tenzoru, Ricciho tenzoru i Ricciho skaláru nulové, což ilustruje geometrii plochého prostoru.

Důkaz. Riemannův tenzor křivosti je definován výrazem :

$$R_{\sigma\mu\nu}^{\rho} = \partial_{\mu}\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$$

Vezměme si například Christoffelovy symboly uvedené v bodě (12):

$$\begin{aligned}\Gamma_{\phi\phi}^{\theta} &= -\sin(\theta)\cos(\theta), \\ \Gamma_{r\theta}^{\theta} &= \Gamma_{\theta r}^{\theta} = \frac{1}{r}\end{aligned}$$

Nyní můžeme vypočítat složky Riemannova tenzoru. Můžeme například vypočítat $R_{r\theta r}^{\theta}$:

$$R_{r\theta r}^{\theta} = \partial_{\theta}\Gamma_{rr}^{\theta} - \partial_r\Gamma_{\theta r}^{\theta} + \Gamma_{\theta\lambda}^{\theta}\Gamma_{rr}^{\lambda} - \Gamma_{r\lambda}^{\theta}\Gamma_{\theta r}^{\lambda}$$

Pro výpočet složky Riemannova tenzoru je tedy nutné $R_{r\theta r}^{\theta}$ máme :

- První termín $\partial_{\theta}\Gamma_{rr}^{\theta}$ je nulový, protože Γ_{rr}^{θ} je nulový.
- Druhý termín $\partial_r\Gamma_{\theta r}^{\theta}$ znamená parciální derivaci $\Gamma_{\theta r}^{\theta}$ vzhledem k r která je $-\frac{1}{r^2}$.
- Třetí člen je součtem λ z $\Gamma_{\theta\lambda}^{\theta}\Gamma_{rr}^{\lambda}$ ale protože Γ_{rr}^{λ} je nulový pro $\lambda \neq r$ je tento člen nulový.
- Čtvrtý člen je součet přes λ z $\Gamma_{r\lambda}^{\theta}\Gamma_{\theta r}^{\lambda}$ který pro $\lambda = \theta$ dává $\left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r^2}$.

Součet dvou nenulových členů (členy 2 a 4) je :

$$-\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} = 0$$

Takto se $R_{r\theta r}^{\theta}$ Riemannova tenzoru je nulová.

Ricciho tenzor, který získáme kontrakcí Riemannova tenzoru na jeho prvním a třetím indexu, je dán vztahem :

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\lambda\nu}^{\lambda}$$

Nakonec se Ricciho skalár, který je stopou Ricciho tenzoru, vypočítá takto:

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$$

Protože Riemannův tenzor je nulový, vyplývá z toho, že Ricciho tenzor a jeho skalár jsou rovněž nulové. \square

Výpočetní kód Mathematica :

```
(*Import balíčku*)
(*-----*)
Needs["OGRe`"]
(*Definice souřadnic*)
```

```

TNewCoordinates["Spherical", {r, \[Theta], \[Phi]]]
(*Definice metrického tenzoru*)TShow@
  TNewMetric["SphericalMetricTensor", "Spherical",
    DiagonalMatrix[{1, r^2, r^2 Sin[\[Theta]]^2}]]
(*LineElement*)
TLineElement["SphericalMetricTensor"]
(*Výpočet Christoffelových symbolů*)
TList@TCalcChristoffel["SphericalMetricTensor"]
(*Výpočet Riemannova tenzoru*)
TList@TCalcRiemannTensor["SphericalMetricTensor"]
(*Výpočet Ricciho tenzoru*)
TList@TCalcRicciTensor["SphericalMetricTensor"]
(*Výpočet Ricciho skaláru*)
TList@TCalcRicciScalar["SphericalMetricTensor"] (*Výpočet Ricciho skaláru*)

```

2.3.6 Použití geodetické rovnice v limitu slabého pole

Vyjádření Christoffelova symbolu a geodetické rovnice zapíšeme takto (jestliže $v = 0$ časová souřadnice, jinak prostorová souřadnice x, y, z) :

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (g_{\mu\sigma,\nu} + g_{\nu\sigma,\mu} - g_{\mu\nu,\sigma})$$

$$\frac{d^2 x^{\lambda}}{ds^2} + \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \frac{dx^{\mu}}{ds} \frac{dx^{\nu}}{ds} = 0$$

kde

$$\frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^{\nu}} = g_{\mu\sigma,\nu}$$

POZN:

- Tato rovnice představuje parciální derivaci složky metrického tenzoru $g_{\mu\sigma}$ vzhledem k souřadnici x^{ν} a často se zapisuje s čárkou následovanou diferencním indexem, který je v tomto případě ν . Zápis s čárkou $g_{\mu\sigma,\nu}$ je v obecné teorii relativity běžnou zkratkou pro parciální derivace složek tenzoru.
- V kontextu speciální teorie relativity se běžně používá soustava jednotek, v níž je rychlost světla c je definována jako rovna 1 ($c = 1$). To zjednodušuje rovnice a usnadňuje vyjádření některých veličin. V této soustavě jednotek se vzdálenosti vyjadřují v jednotkách času (např. světelné roky místo metrů), a to z důvodu ekvivalence. $c = 1$. Za tímto účelem je třeba čas vyjádřit v sekundách a jednotkami délky se stává vzdálenost, kterou světlo urazí za jednu sekundu a která se vyjadřuje ve světelných sekundách (ekvivalent "světelných let"). Metriku tedy můžeme vyjádřit následujícím způsobem:

$$ds^2 = d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}$$

Nicméně nyní budeme uvažovat o tom, že čas t dosud vyjádřený, bude správný čas τ ve vyjádření metriky, abychom ji mohli vyjádřit takto:

$$ds^2 = d\tau^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Nyní ukážeme, že rovnice (13) se redukuje na Newtonovu pohybovou rovnici, pokud jsou gravitační pole slabá a statická (tj. ve speciální teorii relativity, kde platí, že $g_{\mu\nu}$ je velmi blízká $\eta_{\mu\nu}$ a nezávislá na čase) a když jsou rychlosti mnohem menší než rychlost světla, tj. $v/c \ll 1$ což lze vyjádřit takto:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad \text{avec} \quad h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$$

Poznámka: V teorii linearizované gravitace předpokládáme, že časoprostor je téměř plochý. Za tímto účelem představujeme celkový metrický tenzor $g_{\mu\nu}$ jako součet Minkowského metriky $\eta_{\mu\nu}$ metriky, která popisuje plochý časoprostor, jak jsme viděli dříve, a malé "perturbace". $h_{\mu\nu}$ která představuje odchylky od této plochosti způsobené přítomností hmoty nebo energie. To uvidíme později při studiu dipólového odpuzovače pro stacionární systém (oddíl 3.3).

Integrací tohoto metrického tenzoru do výrazu (14) si uvědomíme, že parciální derivace metrického tenzoru závisí jen na $h_{\mu\nu}$ protože $\eta_{\mu\nu}$ je konstantní a jeho derivace jsou nulové. V linearizované teorii gravitace lze tedy Christoffelovy symboly aproximovat tak, že se uvažují pouze příspěvky perturbace $h_{\mu\nu}$. Je to proto, že Christoffelovy symboly jsou definovány prvními derivacemi metrického tenzoru a ve slabém gravitačním poli, $h_{\mu\nu}$ je malá ve srovnání s $\eta_{\mu\nu}$. Když tedy počítáme Christoffelovy symboly pro slabé gravitační pole, zanedbáváme derivace $\eta_{\mu\nu}$ a bereme v úvahu pouze derivace $h_{\mu\nu}$. Dostaneme tedy:

$$g_{\mu\sigma,\nu} = h_{\mu\sigma,\nu} \quad \text{et} \quad g_{\mu\nu,\sigma} = h_{\mu\nu,\sigma} \quad \text{et} \quad g_{\nu\sigma,\mu} = h_{\nu\sigma,\mu}$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}(\eta^{\lambda\sigma} + h^{\lambda\sigma})(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Vzhledem k tomu, že $h_{\mu\nu}$ je malá, uvědomíme si, že součin $h^{\lambda\sigma}$ s jeho parciálními derivacemi přispěje k členům druhého nebo vyššího řádu (např. h^2 , h^3 atd.). Tyto členy vyššího řádu budou podstatně menší než členy prvního řádu, které hledáme. Proto při výpočtu Christoffelových symbolů zanedbáváme součinů $h_{\mu\nu}$ a jejich derivací, z čehož vyplývá, že příspěvky $h^{\lambda\sigma}$ jsou zanedbatelné ve srovnání s těmi, které $\eta^{\lambda\sigma}$. Dostaneme tedy:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \approx \frac{1}{2}\eta^{\lambda\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Tato aproximace zjednodušuje proces výpočtu zakřivení časoprostoru ve slabých gravitačních polích a je zásadní pro analýzu gravitačních vln, kde perturbace $h_{\mu\nu}$ představují zvlnění křivosti časoprostoru.

Uvažujme nyní 2 případy:

- Pro $\lambda = 0$ která odpovídá časové souřadnici v obecné relativitě, se rovnice Christoffelových symbolů prvního druhu stává specifickou pro časovou souřadnici.

Pomocí Minkowského metrického tenzoru η metrického tenzoru a perturbace h Christoffelův symbol pro $\lambda = 0$ je dán rovnicí :

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2}\eta^{0\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Vzhledem k tomu, že $\eta^{0\sigma}$ není nulová pouze tehdy, když $\sigma = 0$ což vede k $\eta^{00} = 1$ dostaneme následující vztah :

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2}(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu} - h_{\mu\nu,0})$$

Protože je však gravitační pole statické, tj. metrika časoprostoru se s časem nemění, parciální derivace metrického tenzoru vzhledem k času ($\frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial t}$) je nulová. To nám umožňuje považovat systém za stacionární vzhledem k časoprostorové metrice :

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2}(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu})$$

- Pro prostorové souřadnice označené $\lambda = i$ (kde i, j, k představují prostorové indexy), lze Christoffelovy symboly vypočítat pomocí perturbační metriky $h_{\mu\nu}$. Minkowského metrický tenzor $\eta^{i\sigma}$ se používá ke zvýšení indexu a je roven -1 když se indexy shodují. Christoffelovy symboly pro prostorové souřadnice jsou tedy dány vztahem :

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = \frac{1}{2}\eta^{i\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Nicméně vzhledem k zápornému znaménku prostorových složek $\eta^{i\sigma}$ rovnice pro $\sigma = i$ zjednodušuje na :

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = -\frac{1}{2}(h_{\mu i,\nu} + h_{\nu i,\mu} - h_{\mu\nu,i})$$

Toto záporné znaménko odráží konvenci opačného znaménka pro prostorové složky Minkowského metrického tenzoru vzhledem k časové složce.

Integrujme nyní tyto výsledky do geodetické rovnice (13) pro každý případ:

- Pro $\lambda = 0$ víme, že $x^\lambda = x^0 = ct$ pak :

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2}(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0$$

Následující součin však vytvoří součet nad opakovanými indexy μ a ν řádů 0, 1 a 2 :

$$(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds}$$

Vzhledem k tomu, že množství vyšších řádů, zejména 1. a 2. řádu, jsou velmi zanedbatelná, zejména proto, že vycházejí z již tak malého množství $h_{\mu\nu}$ které je mnohem menší než $\eta_{\mu\nu}$ ponecháme pouze členy nultého řádu. V tomto kontextu se nulovým řádem rozumí výrazy, kde μ a ν jsou oba rovny 0, což odpovídá časovým složkám. Toto zjednodušení nás vede k následující rovnici:

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2} (h_{00,0} + h_{00,0}) c^2 \frac{dt}{ds} \frac{dt}{ds} = 0$$

V tomto přiblížení se na pohybové rovnici významně podílejí pouze členy zahrnující časovou souřadnici, což zjednodušuje analýzu časoprostorových geodetik ve slabém gravitačním poli.

Protože je však gravitační pole statické, jsou tyto veličiny nulové, takže :

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} = 0$$

Z toho vyplývá, že t je úměrná s což znamená :

$$s = ct$$

- Pro prostorové souřadnice označené jako $\lambda = iz$ (15) získáme :

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} - \frac{1}{2} (h_{\mu i, \nu} + h_{\nu i, \mu} - h_{\mu\nu, i}) \frac{1}{c^2} \frac{dx^\mu}{dt} \frac{dx^\nu}{dt} = 0$$

Jak již bylo zmíněno, zachováme však pouze veličiny řádu 0 pro μ a ν které jsou rovny 0. Vzhledem ke statické povaze gravitačního pole dostaneme následující rovnici :

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} + \frac{1}{2} h_{00, i} = 0$$

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\frac{c^2}{2} h_{00, i}$$

Vzhledem k tomu, že i je prostorový index nabývající hodnot 1, 2 nebo 3, nalezneme formu ekvivalence "zrychlení - síla", kterou lze znázornit ve vektorové formě:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\overrightarrow{grad} \phi$$

s

$$\phi = \frac{c^2 h_{00}}{2}$$

Vazbu mezi gravitačním potenciálem a časovou složkou metrického tenzoru lze stanovit zavedením (16) do (17):

$$g_{00} = 1 + \frac{2\phi}{c^2}$$

Gravitační potenciál ϕ je ekvivalentní kvadrátu rychlosti (c^2). Když víme, že $h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$ můžeme lokálně ověřit, že pro Zemi, $h_{00} = \frac{2\phi}{c^2} = \frac{2G \cdot M_t}{R_t \cdot c^2} = 10^{-9} \ll \eta_{00} = 1$ pomocí známého výrazu pro výpočet gravitačního potenciálu :

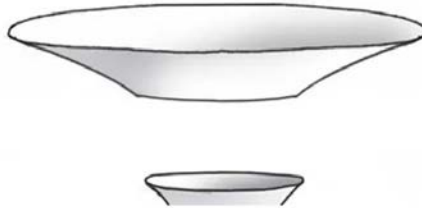
$$\phi = \frac{GM}{R}$$

2.3.7 Řešení Karla Schwarzschilda a Ludwiga Flamma

Karl Schwarzschild vypracoval úplné geometrické řešení rovnice (18), které se skládá ze dvou metrik publikovaných ve dvou samostatných článcích ((Schwarzschild 1916b),(Schwarzschild 1916a)) :

- **První řešení** popisuje pomocí níže uvedené metriky vnější geometrii sféricky symetrického tělesa, jako je hvězda o poloměru r_n ve vakuu mimo objekt, kde není žádná hmota, tj. obrázek 2.4 :

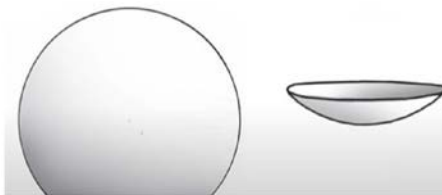
$$ds^2 = \left(1 - \frac{8\pi G\rho r_n^3}{3c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G\rho r_n^3}{3c^2 r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$



Obrázek 2.4 - Část Flammovy hyperplochy

- **Druhé řešení**, často označované jako vnitřní Schwarzschildovo řešení strukturované následující metrikou, která popisuje geometrii prostoročasu uvnitř statického, sféricky symetrického tělesa nestlačitelné tekutiny, jako je hvězda o poloměru r_n . Tj. obrázek 2.5 :

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G\rho r^2}{3c^2}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G\rho r_n^2}{3c^2}} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G\rho r^2}{3c^2}} \right]^2 c^2 dt^2$$



Obrázek 2.5 - Po rtion koule

Tento přístup zahrnuje spojení dvou úseků časoprostorových řešení, konkrétně dvou oblastí hypersfér, z nichž každá je charakterizována odlišnou metrikou. Spojení se provádí na společné hranici, čímž se zajistí spojitost geometrie prostoročasu a fyzikální konzistence kombinovaného řešení přes rozhraní.

V témže roce nabídl mladý matematik vlastní interpretaci Schwarzschildovy práce. Jmenoval se Ludwig Flamm. Jeho práce a jeho jméno zůstaly odborníkům na kosmologii z velké části neznámé z jednoho prostého důvodu: jeho článek byl do češtiny přeložen až v roce 2012. Dokonale ovládal geometrii objektů, jako jsou trojrozměrné Riemannovy hypersféry ((Flamm 1916)).

Na základě Schwarzschildovy vnější metriky vyvinul Kruskal svůj proslulý model, který je považován za základ teorie černých děr. Analytickým rozšířením Schwarzschildova vnějšího řešení "*algebraicky*" odstranil souřadnicovou singularitu, která se nachází na "*horizontu událostí*" pro $r = R_s$ (Schwarzschildův poloměr) zavedením nového souřadnicového systému. Tento systém je navržen tak, aby metrika byla pravidelná všude kromě "*centrální fyzikální singularity*" pro "*horizont hvězdy*". $r = 0$ ((Martin D. Kruskal 1960),(Jean-Marie Souriau 1965)). Má však tento model skutečně fyzikální smysl?

2.3.8 Konstrukce geodetik pro Schwarzschildovu vnější metriku

Uvažujme Schwarzschildovu vnější metriku (6.53) převzatou z (Adler, Bazin a Schiffer 1975) (strana 194) :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) (dx^0)^2 - \left(\frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}}\right) - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

kde m je jednoduchá integrační konstanta (délka), x^0 je chronologická značka (rovněž délka) a s je délka měřená na 4D hypersféře.

Autoři píší:

$$x^0 = ct$$

Geodetika je cesta vepsaná do hyperplochy, která odpovídá minimální délce :

$$\delta \int ds = 0$$

To znamená, že tato délka :

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right\}$$

má minimální hodnotu podél takto parametrizované cesty : $t(s), r(s), \theta(s), \phi(s)$.
Zapíšeme :

$$\dot{t} = \frac{dt}{ds}, \quad \dot{r} = \frac{dr}{ds}, \quad \dot{\theta} = \frac{d\theta}{ds}, \quad \dot{\phi} = \frac{d\phi}{ds}$$

To znamená hledat cesty, které minimalizují :

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2) \right\} ds$$

Množství v hranatých závorkách je :

$$L = L(t, r, \theta, \phi, \dot{t}, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) \quad \text{ou} \quad L = L(x^i, \dot{x}^i)$$

Tento problém vyřešil francouzský matematik Lagrange, což vedlo ke vzniku tzv. Lagrangeových rovnic.

Výpočet geodetik je problém "vázaného extrému". To proto, že uvažujeme všechny cesty spojující dva body. a a b jsou tedy s těmito body spojeny. Geodetiky jsou pak dány rovnicemi :

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} \right) = \frac{\partial L}{\partial x^i}$$

S :

$$L = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta} = -2r^2 \sin\theta \cos\theta \dot{\phi}^2$$

První tři Lagrangeovy rovnice (6.75), (6.76), (6.77) z (Adler, Bazin, Schiffer 1975), odpovídající proměnným θ, ϕ a t jsou následující:

$$\frac{d}{ds} (r^2 \dot{\theta}) = r^2 \sin\theta \cos\theta \dot{\phi}^2$$

$$\frac{d}{ds} (r^2 \sin^2\theta \dot{\phi}) = 0$$

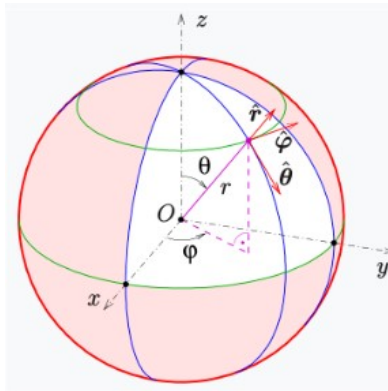
$$\frac{d}{ds} \left[\left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t} \right] = 0$$

Pokud vydělíme každý člen metriky (25) číslem ds^2 :

$$1 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2)$$

V obecné teorii relativity může využití sférické symetrie řešení zjednodušit analýzu geodetik. V případě Schwarzschildovy metriky, která je skutečně sféricky symetrická, lze tuto symetrii využít k redukci problému na dva rozměry.

Schwarzschildova metrika ve sférických souřadnicích závisí na proměnných r , θ , ϕ a t . Sférická symetrie znamená, že se metrika nemění při otáčení kolem středu. Tato vlastnost nám umožňuje zjednodušit úlohu volbou geodetik, které zůstávají v konstantní rovině. Běžně se pro zjednodušení výpočtů volí rovina rovníku, což odpovídá nastavení $\theta = \pi/2$. V této rovině se θ se nemění, což znamená, že $d\theta = 0$ a proto složka metriky zahrnující $d\theta$ zmizí (viz obrázek 2.6).



Obrázek 2.6 - Vektor v sférických souřadnicích

Poté můžeme prozkoumáním Lagrangiánu (což je funkce shrnující dynamiku systému) spojeného s touto metrikou najít pohybové rovnice pro geodetické dráhy. Pro objekt pohybující se v rovině rovníku je azimutální složka jeho momentu hybnosti, spojená s azimutální složkou momentu hybnosti. ϕ To je důsledek osové symetrie metriky vzhledem k ose kolmé na rovinu rovníku. Matematicky je to vyjádřeno rovnicí :

$$r^2 \dot{\phi} = h = \text{constante}$$

kde h je pohybová konstanta (úhlová hybnost na jednotku hmotnosti), r je radiální souřadnice a $\dot{\phi}$ je derivace azimutální souřadnice ϕ vzhledem k vlastnímu času s (čas měřený hodinami pohybujícími se s objektem).

To nám říká, že množství $r^2 \dot{\phi}$ zůstává podél geodetické dráhy konstantní.

Výše uvedenou rovnicí (19) lze integrovat a získat tak :

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t} = l = \text{constante}$$

Substitucí získáme diferenciální rovnici :

$$1 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} c^2 l^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - \frac{h^2}{r^2}$$

který dává r jako funkci parametru s . Pomocí dříve uvedené rovnice však můžeme přejít k diferenciální rovnici s derivací :

$$r' = \frac{dr}{d\phi} = \frac{\dot{r}}{\dot{\phi}}$$

Z (20) a (21) dostaneme :

$$\dot{r} = \dot{\phi} r' = \frac{h}{r^2} r'$$

Pak můžeme získat diferenciální rovnici, která spojuje r a l :

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) = c^2 l^2 - \frac{h^2}{r^4} r'^2 - \frac{h^2}{r^2} \left(1 - \frac{2m}{r}\right)$$

Poté můžeme provést přechod z proměnné r do proměnné u jako např.:

$$u = \frac{1}{r} \Rightarrow r' = -\frac{u'}{u^2}$$

Z (22) pak můžeme odvodit :

$$d\phi = \frac{dr}{r'} = \frac{du}{u'}$$

To nás vede k :

$$(1 - 2mu) = c^2 l^2 - h^2 u'^2 - h^2 u^2 (1 - 2mu)$$

což se redukuje na:

$$u'^2 = \left(\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2}\right) + \frac{2m}{h^2} u - u^2 + 2mu^3$$

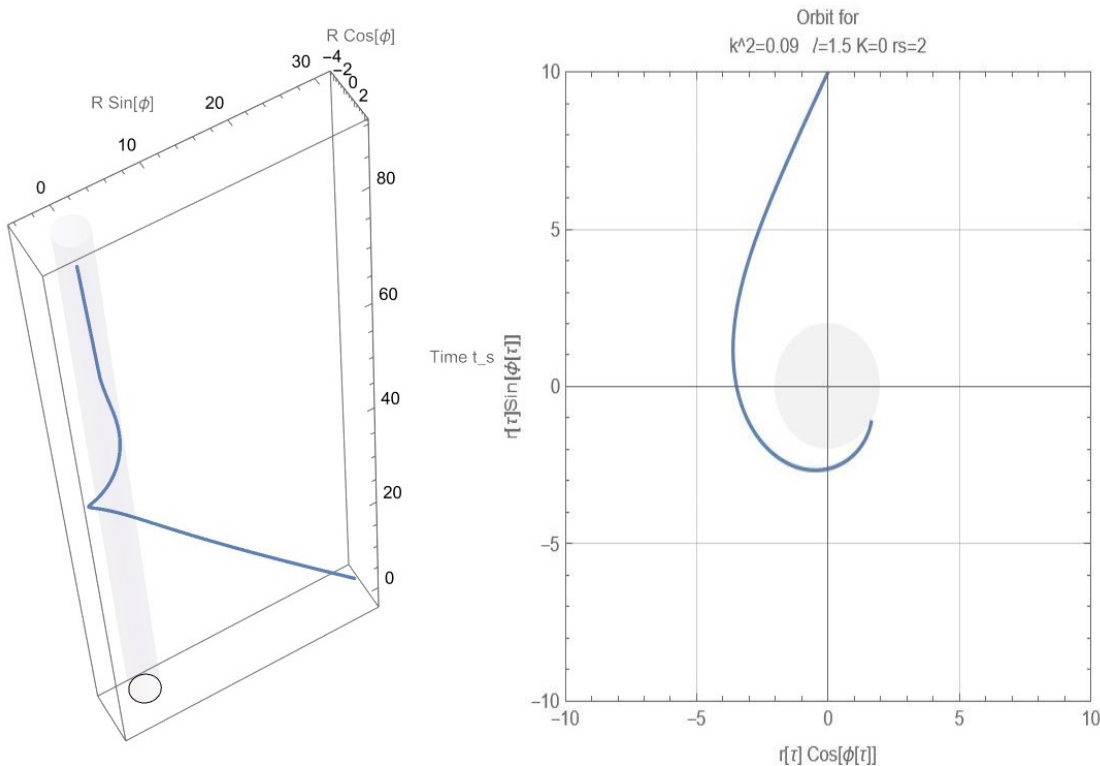
Z (23) tedy integrací získáme :

$$\phi = \phi_0 + \int_{u_0}^u \frac{dv}{\sqrt{\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2} + \frac{2m}{h^2} v - v^2 + 2mv^3}}$$

Jedná se o přesné řešení Einsteinovy rovnice, která vyjadřuje úhel ϕ jako integrál $u = \frac{1}{r}$ a naopak nám to dává u jako (implicitní) inverzní funkci vztahu ϕ a vede ke "kvazieliptickým" geodetikám v závislosti na dvou integračních konstantách l a h .

Pokud h je velká, znamená to, že geodetická dráha, kterou testovaná částice urazí, se bude odchylovat od radiální trajektorie volného pádu, protože bude mít značný specifický úhlový moment hybnosti. V důsledku toho bude její trajektorie méně ovlivňována gravitační silou směřující přímo k centrálnímu tělesu, což způsobí, že se odchýlí od přímého radiálního pádu a bude sledovat více zakřivenou nebo "kvazieliptickou" dráhu.

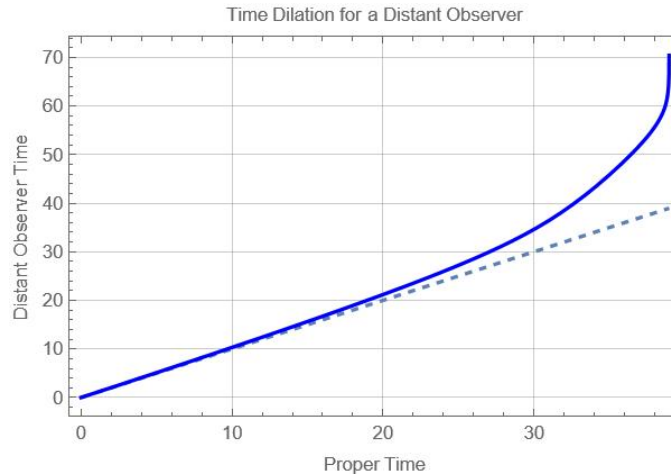
Pomineme-li oblast uvnitř Schwarzschildovy sféry ($r < 2m$), je možné ve 3D znázornit rovinné geodetiky spojené s touto stacionární metrikou. Zobrazení Schwarzschildovy sféry si lze představit jako kružnici, která se promítá do časoprostoru podél Schwarzschildovy časové dimenze t_s . Uvažujme-li neutronovou hvězdu o poloměru 10 km, zůstane stabilní na Tolmanově-Oppenheimerově-Volkoffově (TOV) hranici přibližně 2 hmotností Slunce. Hranice TOV představuje maximální kritickou hmotnost, kterou může neutronová hvězda mít a přitom zůstat stabilní. Podle ní je *horizont* ekvivalentní bodové hmoty ve vzdálenosti od jejího středu přibližně 6 km ($r_s = \alpha$). Protože poloměr hvězdy je asi 3/2 násobku r_s umístíme *horizont* tohoto objektu do vzdálenosti $r_s = 2$ pro poloměr 3. Tato konfigurace mi umožnila pomocí programu Mathematica znázornit geodetiku zkušební částice sledující pádovou trajektorii směrem k tomuto objektu, jak je znázorněno na obrázku 2.7.



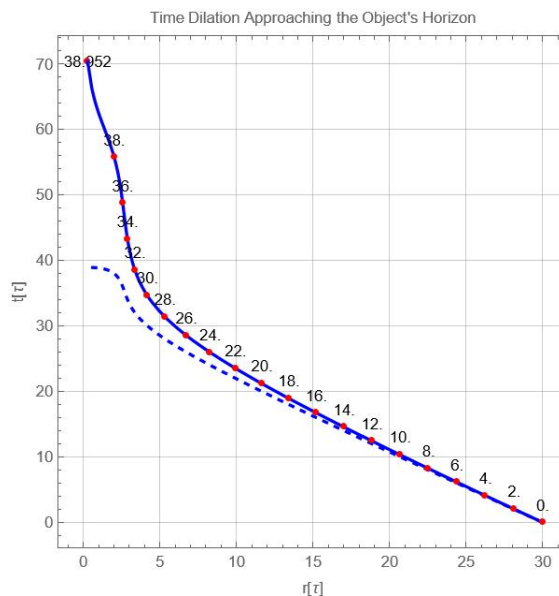
Obrázek 2.7 - Zobrazení padající geodetické dráhy v souřadnicovém systému (r, ϕ, t_s)

Bez ohledu na směr pohybu geodetické dráhy, v tomto případě dostředivý, by při této volbě časové souřadnice trvalo nekonečně dlouho, než by se přiblížila ke Schwarzschildově sféře. Jak je totiž vidět z obrázků 2.8 a 2.9, pro vzdáleného pozorovatele by jakýkoli objekt blížící se k horizontu neutronové hvězdy blízko její fyzikální kritičnosti nebo supermasivního

objektu, jako jsou ty, jejichž alternativní přiblížení budeme studovat v kapitole 7, prodělal dilataci času blízkou tomu, co se nazývá Schwarzschildův poloměr. Pro samotný objekt (nebo pozorovatele pohybujícího se spolu s objektem) by však čas pokračoval normálně (modrá křivka ve srovnání s přerušovanou křivkou, v tomto pořadí).



Obrázek 2.8 - Dilatace času ation pro vzdáleného pozorovatele



Obrázek 2.9 - Tempo reálné dilatace blížící se k horizontu objektu

Z pohledu tohoto vzdáleného pozorovatele by objektu zřejmě trvalo nekonečně dlouho, než by dosáhl horizontu. V důsledku toho by byl vnímán jako postupně se zpomalující a v blízkosti horizontu by se jevil jako téměř zamrzlý nebo strnulý.

Tento jev je důsledkem obecné teorie relativity, která předpovídá, že přítomnost značné hmotnosti zakřivuje časoprostor. Toto zakřivení ovlivňuje plynutí času, což v intenzivních gravitačních polích vede k dilataci času.

Tento aspekt je jedním z pilířů teorie černých děr. Existuje však jiná alternativa? Tou se budeme zabývat později v kapitole 5.

2.3.9 Řešení Roye Kerr

V roce 1963 Roy Kerr, významný matematik z Nového Zélandu, navrhl nové řešení Einsteinovy rovnice pole a tím způsobil převrat v chápání obecné teorie relativity v kontextu modelu černých děr. Na rozdíl od Schwarzschildovy vnější metriky ((Schwarzschild 1916b)), která se používá jako základ pro statický, sféricky symetrický model černé díry, je Kerrovo řešení axiálně symetrické a představuje rotující černou díru ((Kerr 1963)). Tento objev byl v té době obzvláště významný, protože poskytl realističtější model pro mnoho nebeských objektů.

Kerrova metrika je vyjádřena v Boyerových-Lindquistových souřadnicích. (t, r, θ, ϕ) ((Chaskalovic 2009)) a její lineární prvek je dán pro $c = 1$ podle :

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GMr}{\rho^2}\right) dt^2 - \frac{4GMr\sin^2\theta}{\rho^2} dt d\phi + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2GMr a^2 \sin^2\theta}{\rho^2}\right) \sin^2\theta d\phi^2$$

kde

$$\begin{aligned}\Delta &= r^2 - 2GMr + a^2, \\ \rho^2 &= r^2 + a^2 \cos^2\theta.\end{aligned}$$

M je hmotnost centrálního rotujícího objektu, často černé díry, která ovlivňuje okolní časoprostor, a a je specifický úhlový moment rotujícího objektu. Důležitým pojmem, který je zde třeba si uvědomit, je $-\frac{4GMr\sin^2\theta}{\rho^2} dt d\phi$ který představuje odpor prostoročasu způsobený rotací objektu, obvykle černé díry. Tuto vlastnost lze interpretovat jako projev myšlenky Ernsta Macha o relativitě pohybu, kdy se zdá, že samotný prostoročas je ovlivňován přítomností pohybující se hmoty.

Význam Kerrova řešení byl dále podtržen objevem pulsarů v roce 1967, které byly původně chápány jako neutronové hvězdy rotující neuvěřitelně vysokou rychlostí, dosahující někdy až tisíce otáček za sekundu. Ačkoli se Kerrova metrika uplatňuje především v modelu černých děr, její důsledky pro pochopení dalších kompaktních astrofyzikálních objektů, jako jsou neutronové hvězdy, jsou rovněž významné. Známý astrofyzik Subrahmanyan Chandrasekhar označil Kerrovo řešení za významný pokrok v aplikovaném matematickém výzkumu v teoretické fyzice ((Chandrasekhar 1983)).

Co je důležité u Kerrova přístupu zdůraznit, je možnost zkoumání dalších vlastností zobrazení, jako je například zavedení termínu dr/dt členu ve Schwarzschildově vnější metrice, jehož důsledky budou zkoumány v kapitole 5.

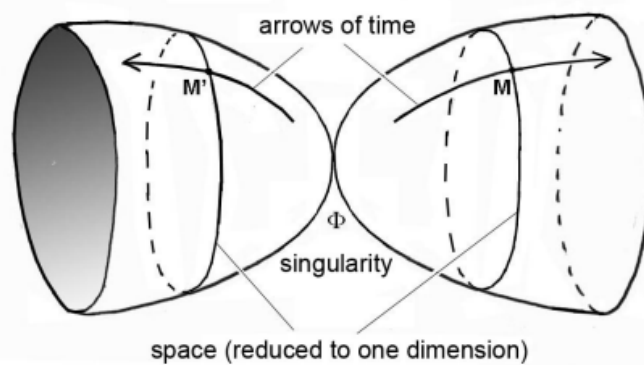
2.4 Dílo Andreje Sacharova a Jean-Marie Souriaua

Janusův kosmologický model je kompilací obecné teorie relativity Alberta Einsteina, prací Andreje Sacharova v oblasti částicové fyziky a kosmologie a prací Jean-Marie Souriaua v oblasti symplektické geometrie. Podle teorie dynamických grup vysvětluje, jak inverze času znamená inverzi energie, a tedy i hmoty.

Baryonová asymetrie vesmíru je totiž považována za jeden z nejvýznamnějších problémů současné fyziky. Přesněji řečeno se jedná o pozorování, že ve vesmíru je čisté množství baryonů (částic tvořených třemi kvarky, jako jsou protony a neutrony), ale téměř žádné antibaryony (částice tvořené třemi antikvarky). Vesmír by měl od velkého třesku vznikat se stejným množstvím baryonové hmoty a antibaryonové antihmoty, což by vedlo k jejich vzájemné anihilaci, přičemž by se jejich hmota přeměnila na fotony. Co se však stalo s touto prvotní antihmotou? V

60. letech 20. století vědci zjistili, že rychlost produkce hmoty (z kombinace prvotních kvarků) probíhá o něco rychleji než rychlost produkce antihmoty (z kombinace antikvarků), což je jev známý jako "porušení CP" ((Cronin 1964)). To bylo paradoxní, protože takové kombinační procesy byly dříve považovány za symetrické. V důsledku tohoto *porušení CP* se však v prvotním vesmíru syntetizovalo více hmoty, která převažovala nad antihmotou.

Ruský fyzik Andrej Sacharov byl první, kdo od roku 1967 obnovil globální symetrii, když se domníval, že vesmír se neskládá z jediného celku, ale ze dvou dvojčat vesmíru vycházejících z téže singularity velkého třesku, přičemž od okamžiku vzniku vesmíru vedou dvě protilehlé šipky času $t = 0$. Počáteční singularita Φ obrací nejen čas (*T-symetrie*), ale také paritu (*P-symetrie*, nazývaná také "*enantiomorfie*") a nábojovou konjugaci (*C-symetrie*, která přeměňuje částici na její antičástici a naopak), čímž vzniká úplná *CPT-symetrie* ((Sacharov 1967),(Sacharov 1980),(Sacharov 1982)). *Porušení CP symetrie* je obrácené i ve dvojčatovém vesmíru, což znamená, že antihmota převládla nad hmotou. Je třeba poznamenat, že Sacharov se soustředil na popis *CPT-symetrie* pouze v kontextu částicové fyziky, tedy bez zahrnutí gravitace do svého modelu, takže dvojkové vesmíry spolu nikdy neinteragují, s výjimkou okamžiku jejich zrodu, jak je znázorněno na obrázku 2.10:



Obrázek 2.10 - Sacharovův kosmologický model

2.5 Bimetrický přístup zavedený hyperbolickou riemannovskou geometrií

V Janusově kosmologickém modelu hraje zásadní roli hyperbolická Riemannova geometrie. Tento obor geometrie studuje zakřivené prostory s konstantní zápornou křivostí. Tato geometrie umožňuje konceptualizovat prostory s kladnou i zápornou křivostí. Je však důležité poznamenat, že v současné době není v hyperbolické riemannovské geometrii zavedena žádná bimetrická nebo multimetrická matematická teorie, na níž by bylo možné založit bimetrický kosmologický model. Současné teoretické modely totiž zůstávají heuristické. O dva přístupy se například pokusili v roce 2002 Thibault Damour ((Damour a Kogan 2002)) a v roce 2008 Sabine Hossenfelder ((Hossenfelder 2008)). Jeden z nich byl založen na zavedení těžkých a lehkých gravitonů do systému bimetrických rovnic pole a druhý byl víceméně podobný našemu modelu.

Damour a Kogan se skutečně pokoušejí vytvořit teorii "dvou membrán", která zahrnuje spektrum masivních gravitonů, ale tento 40stránkový dokument se zastavuje. Jen tak mimochodem ukazují, že taková bigravitace se musí řídit soustavou dvou spřažených polních rovnic:

$$2M_L^2 \left(R_{\mu\nu}(g^L) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^L R(g^L) \right) + \Lambda_L g_{\mu\nu}^L = t_{\mu\nu}^L + T_{\mu\nu}^L$$

$$2M_R^2 \left(R_{\mu\nu}(g^R) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^R R(g^R) \right) + \Lambda_R g_{\mu\nu}^R = t_{\mu\nu}^R + T_{\mu\nu}^R$$

Následně Sabine Hossenfelderová navrhla zdokonalený model, který se zabývá konceptem záporné hmoty ve vesmíru. V roce 1957 se však Hermann Bondi pokusil zavést tyto hmotnosti do modelu Alberta Einsteina. Takzvaný únikový jev však odhalil fyzikální rozpory, takže model porušoval základní fyzikální principy, jako je princip akce-reakce a ekvivalence ((Bondi 1957)). Hossenfelder šel dále a formuloval dvojici nových spřažených rovnic pole:

$$R_{vk} - \frac{1}{2} g_{vk}^{(g)} R = T_{kv} - \underline{V} \sqrt{\frac{h}{g}} a_v^k a_k^{\underline{v}} T_{\underline{v}k}$$

$$R_{\underline{v}k} - \frac{1}{2} h_{\underline{v}k}^{(h)} R = \underline{T}_{\underline{v}k} - W \sqrt{\frac{g}{h}} a_k^{\underline{v}} a_v^k T_{kv}$$

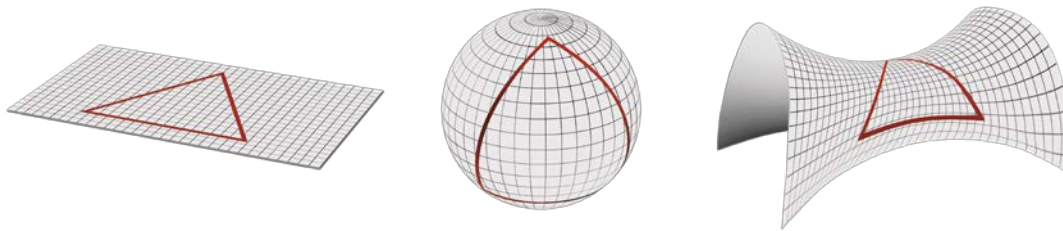
Protože pak nedokázala vyřešit nesoulad s fyzikálními principy a domnívala se, že je neoddělitelně spojen s "bimetrickou gravitací", vzdala to.

Tyto dva přístupy mají společné to, že jsou čistě teoretické a neposkytly výsledky potvrzené pozorováním. Jedinou zásluhou, kterou lze našemu kosmologickému modelu ve srovnání s předchozími dvěma přiznat, je to, že má mnoho opěrných bodů s pozorováním a několik fyzikálních předpovědí, které uvidíme v oddíle 3.2

Hyperbolická Riemannova geometrie je odvětví Riemannovy geometrie, které studuje zakřivené prostory s konstantní zápornou křivostí, matematicky odpovídající hyperbolickému tvaru, který je často popisován jako "sedlový". Přesněji řečeno, konstantní

zápornou křivost hyperbolického prostoru lze popsat jako asymptotické chování hyperboly v obou směrech: větve hyperboly se nekonečně rozcházejí, aniž by se kdy sbíhaly. Tato vlastnost je důležitou vlastností hyperbolického prostoru a lze ji použít k jeho odlišení od euklidovské geometrie a sférické Riemannovy geometrie.

Například na obrázku 2.11 jsou červené čáry, které vykreslují trojúhelníky, *geodetické čáry* povrchu. Zjednodušeně řečeno, *geodetika* je nejkratší cesta mezi dvěma body v prostoru. Představte si, že se nacházíte v plochém euklidovském prostoru jako na velkém listu papíru; zde je tato cesta prostě přímka. Ale na zakřivených plochách, ať už pozitivně zakřivených (sférická geometrie), nebo negativně zakřivených (hyperbolická geometrie, jako je koňské sedlo), lze *geodetickou dráhu* nakreslit pomocí provázku nebo gumičky natažené mezi dvěma body na této ploše, což představuje nejkratší cestu. Na rozdíl od euklidovské geometrie, kde se součet úhlů trojúhelníku rovná 180 stupňům, je tedy tento součet ve sférické (riemannovské) geometrii větší než 180 stupňů a v hyperbolické geometrii (rovněž typ riemannovské geometrie) menší než 180 stupňů.



Obrázek 2.1 1 - Typy prostorového zakřivení

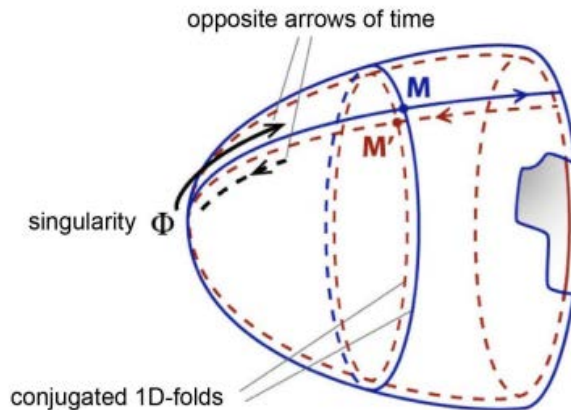
Je důležité si uvědomit, že "*plochý*" euklidovský prostor, tj. prostor s nulovou křivostí, nemusí být nutně rovinou. Vezměme si předchozí příklad listu papíru: i když ho několikrát přeložíme jako vlnité železo, jeho křivost zůstane všude nulová. To znamená, že *geodetická* stopa vedená po jeho povrchu se nemění, protože list se neroztahuje. Totéž platí pro uzavřené euklidovské plochy, jako je válec nebo kužel: navzdory tomu, co si možná myslíte, nemají žádnou křivost. Podle euklidovské geometrie se sice jeví jako zakřivené, ale lze je považovat za "*ploché*", protože jejich povrch lze rozložit do roviny, aniž by se protáhly. Koncept Janusova kosmologického modelu, který bude rozveden v následující kapitole, spočívá ve spojení s "*gemelární geometrií*" definovanou vztahem mezi prostory s kladnou křivostí a prostory se zápornou křivostí podle soustavy dvou spřažených rovnic pole.

3 Janův kosmologický model

3.1 Popis

Janův kosmologický model navrhuje revoluční vizi vesmíru, který je charakterizován Riemannovou varietou se dvěma odlišnými metrikami. Tyto metriky se jedinečným způsobem vypořádávají s kladnými a zápornými hmotnostmi a nabízejí koherentní interpretaci v rámci obecné teorie relativity, potvrzenou pozorováními, přičemž se vyhýbají tradičním paradoxům. Na

základě kosmologického modelu Andreje Sacharova dvou neinteragujících bimetrických vesmírů byl vyvinut nový model jako jediný vesmír tvořený jedinou Riemannovou varietou se dvěma metrikami, konkrétně čtyřrozměrnou hyperplochou se dvěma vrstvami složenými nad sebou v *CPT-symetrii*, ale tentokrát interagujícími gravitačním účinkem.



Obrázek 3.1 - Janův kosmologický model

První vrstva má mřížku s určitou jednotkou délky, která poskytuje metriku, skrze niž hmota s kladnou energií a hmotností prochází mezi dvěma body tohoto časoprostoru rychlostí comezenou speciální teorií relativity (oddíl 2.2.2). A jeho protějšek, přeložený, ale čtvercovaný podle jednotky délky 100krát kratší a rychlosti 10krát vyšší pro hmotu záporné energie a hmotnosti (fotony vyvíjející se ve stejném poměru), což vede k 1000krát rychlejšímu průchodu. Tento model tedy nabízí dvě rodiny geodetik protínajících časoprostor dvěma různými způsoby a různými rychlostmi, což umožňuje mezihvězdné cestování a vysvětluje několik fyzikálních jevů, jako je zánik prvotní antihmoty a uzavření galaxií ((Petit a d'Agostini 2014),(Petit 2018)).

Ukazuje také, že záporné energetické stavy jsou slučitelné s kvantovou mechanikou. Tento model je postaven na dvou spřažených polních rovnicích, které jsou rozšířením Einsteinovy polní rovnice a nabízejí věrohodnou alternativu k přítomnosti temné energie (odpudivá síla) a temné hmoty (zploštění rotačních křivek galaxií) ve vesmíru a zároveň úspěšně integrují záporné hmoty do obecné relativity. Je založena na odvození rovnic z konceptu zvaného "*Lagrangián*". Ve fyzice často používáme principy k vysvětlení toho, jak se objekty nebo částice pohybují a vzájemně na sebe působí. V našem

případě používáme variační principy, což jsou matematické vzorce popisující, jak se fyzikální systém vyvíjí v čase minimalizací určité veličiny zvané "akce". Tento koncept variace musí být "kovariantní", což znamená, že zůstává stejný bez ohledu na zvolený inerciální vztahový rámec. To znamená, že platí pro všechny pozorovatele bez ohledu na jejich rychlost.

Logické odvození těchto principů by mělo vést k rovnicím, které popisují pohyby a interakce soustavy částic tak, aby platily pro všechny pozorovatele bez ohledu na jejich relativní pohyb. Akce" je definována jako integrál "*Lagrangianu*" za určitý časový úsek, což nám umožňuje popsat kinetiku a dynamiku fyzikálního systému. *Lagrangian* je funkce vypočtená z kinetické a potenciální energie systému a dalších faktorů, které mohou ovlivňovat jeho chování. Pomocí principu nejmenší akce se snažíme najít takovou trajektorii systému, která minimalizuje "akci", což znamená cestu, pro kterou je hodnota "akce" *co* nejmenší. Pohybové rovnice získáme diferencováním této trajektorie minimální akce vzhledem k času.

3.2 Použití

Kosmologie je v krizi. Prvním příkladem je rychlost rozpínání vesmíru, který se již 13,8 miliardy let zvětšuje jako obrovský balón. Když astrofyzikové pomocí svých teleskopů změřili současnou rychlost rozpínání, známou jako Hubbleova konstanta (nebo také H_0), zjistili hodnotu, která je neslučitelná s hodnotou předpovídanou standardním kosmologickým modelem (Λ CDM), což je teorie, která v současnosti nejlépe popisuje historii vesmíru od jeho vzniku (velkého třesku) a prvních atomů až po současnost prostřednictvím prvních hvězd a galaxií.

Hubbleova konstanta (H_0) je klíčový parametr kosmologie, který měří rychlost rozpínání vesmíru. Udává, jak rychle se galaxie od sebe vzdalují v závislosti na jejich vzdálenosti. V poslední době však dvě hlavní metody měření dávají výrazně odlišné výsledky:

- Na jedné straně lokální měření pomocí přímého pozorování galaxií a kosmologická stupnice vzdáleností založená na standardních svíčkách, jako jsou cefeidy a supernovy typu Ia, dávají hodnotu H_0 73 km/s/Mpc². Toto měření pochází ze spolupráce Shoes vedené Američanem Adamem Riessellem.
- Na druhé straně údaje z kosmického mikrovlnného pozadí³, analyzované v rámci standardního modelu kosmologie, naznačují nižší hodnotu 67,4 km/s na megaparsek (km/s/Mpc). Tato metoda je založena na údajích z družice Planck.

² Jeden megaparsek odpovídá přibližně 3,26 milionu světelných let. Na každý megaparsek vzdálenosti se v důsledku rozpínání vesmíru zvýší rychlost oddělování galaxií o 73 kilometrů za sekundu.

³ Kosmické mikrovlnné pozadí (CMB) je elektromagnetické záření vyzařované přibližně 380 000 let po velkém třesku, kdy se vesmír ochladil natolik, že se elektrony a protony spojily do atomů.

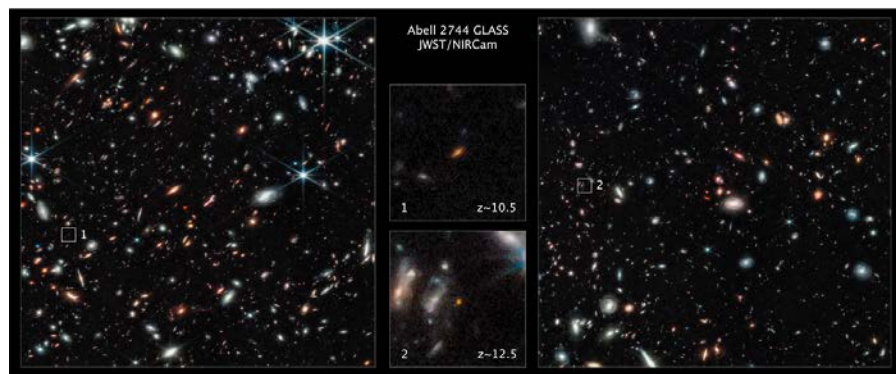
Tento rozpor, pokud není způsoben chybami měření, vyžaduje přehodnocení některých základních aspektů standardního modelu, například úlohy temné energie při urychlování rozpínání vesmíru. Janusův kosmologický model přisuzuje tento antigravitační efekt záporným hmotám a upřesňuje jejich povahu, což je téma, kterému se budeme hlouběji věnovat později ve specializované části 3.3.

Dalším příkladem je vesmírný dalekohled Jamese Webba (JWST), který je díky svým pokročilým pozorovacím schopnostem v infračervené oblasti určen k pozorování vesmíru ve velmi raných fázích jeho vývoje, včetně vzniku prvních galaxií. Nedávná pozorování z JWST odhalují objekty nebo chování, které neodpovídají předpovědím standardního modelu, což vede k úplné revizi jeho základů.

Podle standardního kosmologického modelu vesmír po velkém třesku zažil temné období, po němž o několik set milionů let později následoval vznik prvních hvězd a protogalaxií. Tyto první struktury se v průběhu první miliardy let vyvinuly ve velké galaxie, přičemž tento proces byl řízen gravitací temné hmoty. Galaxie se dále vyvíjely a shlukovaly po miliardy let a vytvořily různé typy, které pozorujeme dnes. Předpokládá se, že temná hmota a temná energie hrají v tomto procesu klíčovou roli a ovlivňují vznik struktur, respektive rozpínání vesmíru.

Nedávná studie publikovaná v časopise *Nature Astronomy* (Boylan-Kolchin 2023) odkazuje na objev Mikea Boylana-Kolchina, docenta astronomie na Texaské univerzitě v Austinu, který odhalil dřívější než očekávaný vznik několika galaxií s vysokým rudým posuvem (500 až 700 milionů let po velkém třesku), které jsou mnohem hmotnější než ta naše (10 miliard hmotností Slunce).

Například *Abell 2744 Y1* je kupa galaxií, která se nachází v souhvězdí Sochaře ve vzdálenosti asi 13,2 miliardy světelných let a jeví se nám jako v době, kdy byl vesmír starý pouhých 650 milionů let (obrázek 3.2).



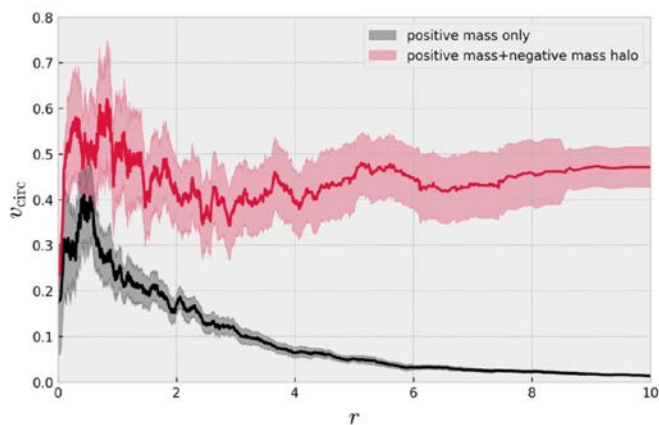
Obrázek 3.2 - Snímek z teleskopu Jamese Webba - Abell 2744 Y1

Toto pozorování vesmírného teleskopu Jamese Webba opět potvrzuje jednu z předpovědí Janusova kosmologického modelu.

Janusův kosmologický model tak vrhá nové světlo na klíčové kosmologické otázky, jejichž odpovědi potvrzují četná pozorování a předpovědi, mimo jiné

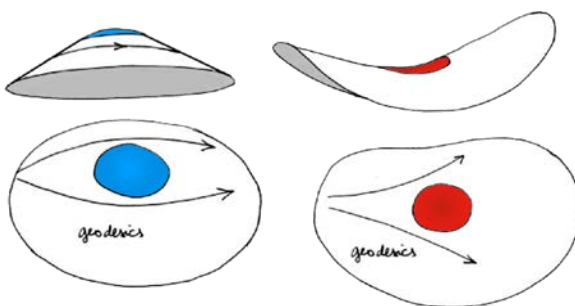
následující:

- Vysvětlení uzavření galaxií mezerami obsazenými zápornými hmotami, které přispívají k jejich stabilitě, jak je uvedeno na obrázku 3.3 ((Farnes 2017)).



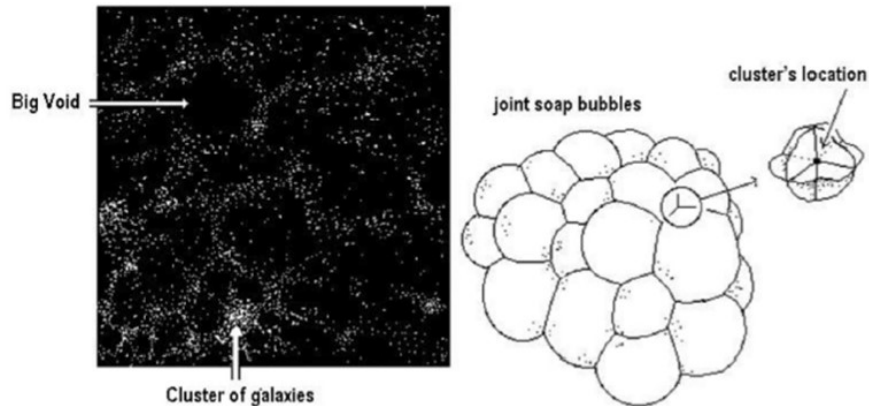
Obrázek 3.3 - Rozdíl mezi kruhovou rychlostí v_{circ} galaxie složené z částic s kladnou hmotností ve srovnání s jinou obklopenou halo částicemi se zápornou hmotností.

- Vysvětlení tvaru rotačních křivek galaxií (zploštění)
- Tento model vysvětluje vyšší než očekávané gravitační zrychlení hvězd obíhajících na okrajích galaxií v důsledku přítomnosti záporných hmotností.
- Vysvětlení vysoké rychlosti galaxií v kupách v důsledku antigravitačního příspěvku záporných hmotností.
- Navrhuje matematicky podrobný popis chování galaxií založený na společném přístupu k Vlasovově a Poissonově rovnici. Předpovídá, že rychlosti hvězd v galaxii jsou uspořádány do elipsoidu orientovaného ke galaktickému středu, což je hypotéza potvrzená měřeními zbytkových rychlostí hvězd v blízkosti sluneční soustavy.
- Vysvětluje gravitační čočkování v okolí galaxií, jak je uvedeno v kapitole 3.4.



Obrázek 3.4 - Účinky gravitační čočky

- Vysvětlení lakunární struktury vesmíru obsazené shluky záporných hmotností v podobě vzájemně propojených mýdlových bublin jako v bodě 3.5.

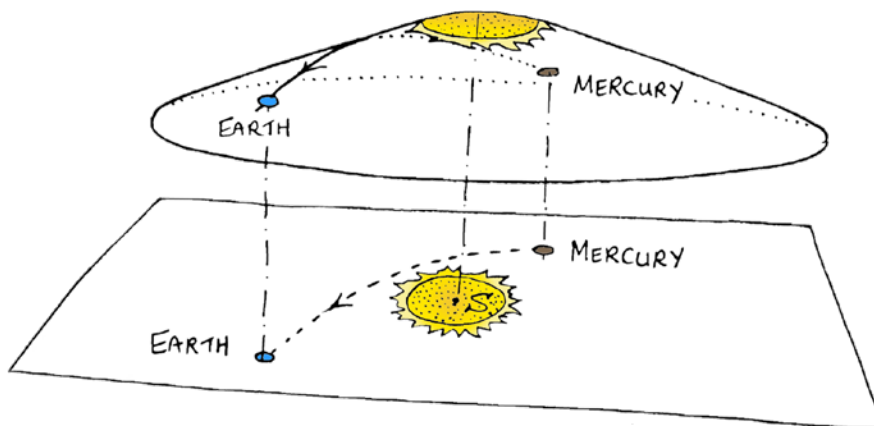


Obrázek 3.5 - Struktura mezery

Tuto strukturu stanovil v roce 2018 také Tsvi Piran ve svém článku (Piran 2018), v němž upozorňuje na rozložení galaxií v tzv. *stěnách* v důsledku antigravitační komprese subhustých oblastí záporných hmotností koncentrovaných v temné hmotě prázdných prostorů. Pozorování ukazují, že tyto prázdné prostory zaujímají významnou část objemu vesmíru. Korelace mezi prázdnými místy v rozložení galaxií a oblastmi s nízkou hustotou temné hmoty jasně ukazuje na gravitační původ těchto prázdných míst. Primordiální subhusté oblasti, známé jako "*negativní kosmologické prázdnoty*", působí jako záporná gravitační hmota a slouží jako zárodek pozorovaných prázdnot. Středky těchto subhustých oblastí jsou efektivními gravitačními hmotami, které odpuzují hmotu a vyrovnávají ji podél stěn mezi středy. Dutiny jsou soustředěny kolem těchto hmot a jsou obklopeny stěnami galaxií. Nakonec tyto stěny popraskají, což způsobí, že se prázdné prostory spojí s jinými prázdnými prostory a vytvoří širší síť prázdných prostorů, které omezují galaxie.

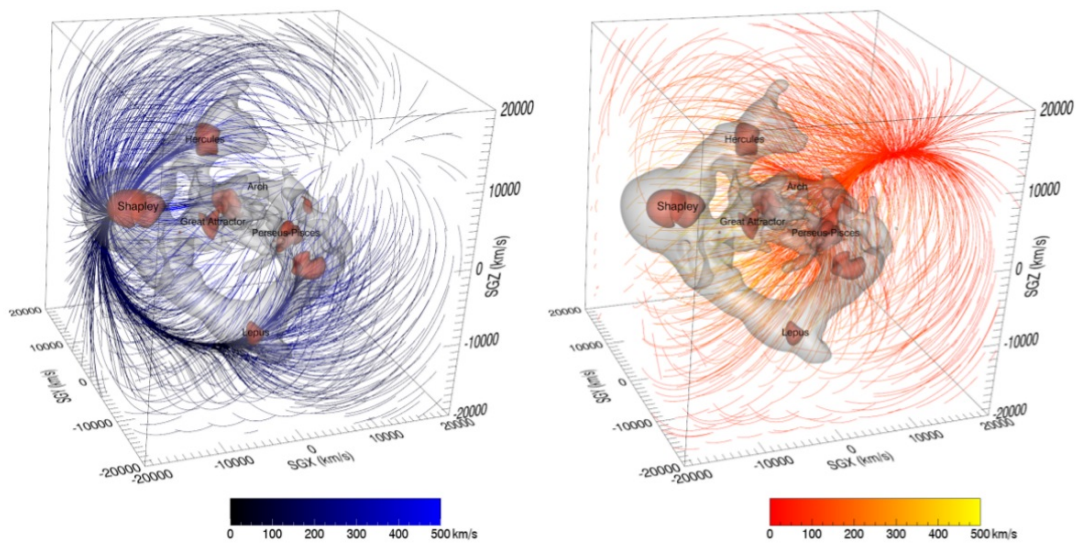
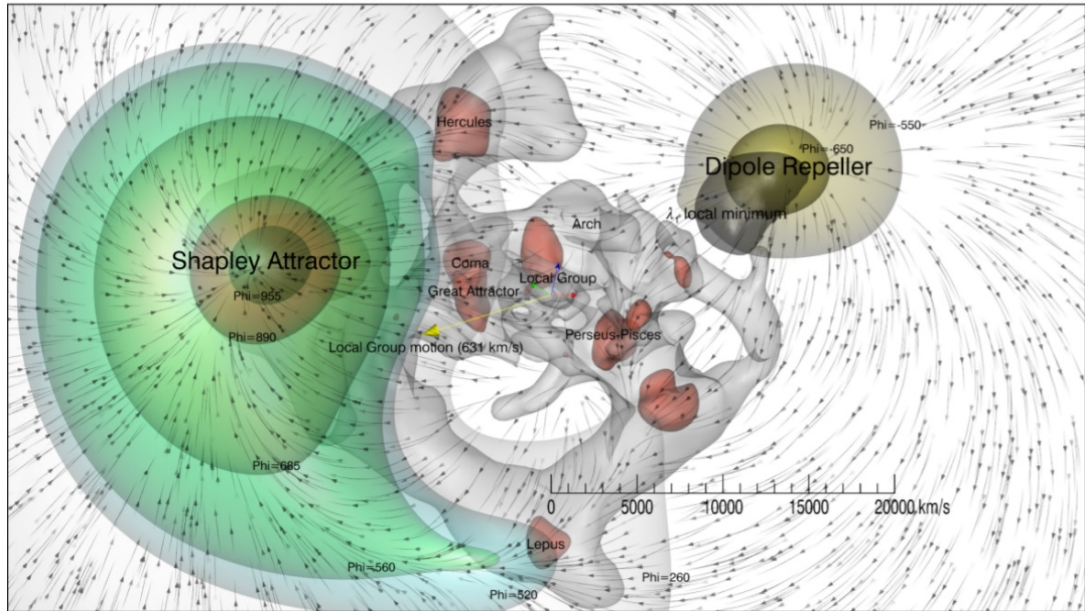
- Předpověď a potvrzení raného vzniku všech galaxií nedávno pozorovaných vesmírným teleskopem Jamese Webba ((Ferreira et al. 2022)). Model ve skutečnosti naznačuje, že všechny galaxie vznikly společně během prvních 100 milionů let historie (prvotního) vesmíru. K tomuto vzniku došlo, když byla kladná hmota násilně stlačena mezi několik shluků záporné hmoty, čímž vznikl vysoký tlak. Silné smršťování hmoty a plynů v důsledku antigravitačního působení záporných hmot vyvolalo výrazné zahřívání, které vedlo k rychlému ochlazení usnadněnému strukturou podobnou listu. Tato doba ochlazení umožnila dosažení dostatečné teploty pro zahájení termionukleárních fúzních reakcí, což umožnilo zrod prvních hvězd a jejich seskupení do podoby galaxií, které známe dnes.
- Vysvětlení vzdálených galaxií s vysokým červeným posuvem (> 7), které se jeví jako trpasličí (snížená svítivost). Je to proto, že kupy se zápornou hmotností (například v oblasti Dipólového odpuzovače, kterou budeme studovat v části 3.3) vytvářejí na své fotony negativní gravitační čočkový efekt, který má za následek zeslabení jejich svítivosti.
- Potvrzení lokálních relativistických verifikací, jako je posunutí perihelia Merkuru nebo vychýlení světelných paprsků Sluncem. Vzhledem k tomu, že se oba typy hmoty navzájem odpuzují, a s ohledem na to, že záporná hustota hmoty je v blízkosti Slunce

téměř zanedbatelná, odpovídá první rovnici v systému Einsteinově rovnici pole (viz oddíl 3.3.4.2).



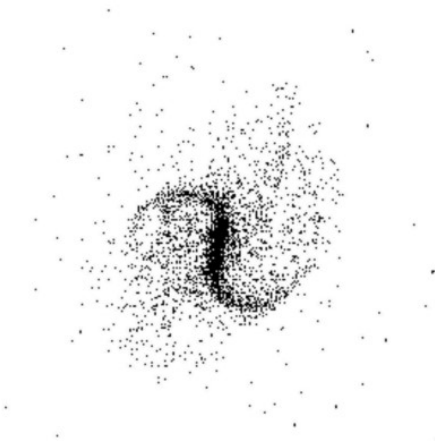
Obrázek 3.6 - Deformace časoprostoru způsobená hmotností Slunce .

- Využití asymetrie mezi dvěma populacemi kladných a záporných hmotností vedlo ke shodě s údaji z pozorování supernov typu Ia. Pozorování supernov typu Ia bylo klíčovým nástrojem pro určování vzdáleností nebeských objektů a studium rozpínání vesmíru. Supernovy typu Ia jsou exploze supernov, ke kterým dochází ve dvojhvězdných systémech, kde hvězda známá jako bílý trpaslík pohlcuje materiál z hvězdy průvodce, dokud nedosáhne kritické hmotnosti, což způsobí její explozi. Tato asymetrie může být způsobena procesy, jako je rotace nebo magnetické pole doprovodné hvězdy, které přenáší hmotu na bílého trpaslíka. Pokud asymetrie existuje, mohla by vést k rozdílné svítivosti supernov typu Ia, což by mohlo vysvětlit pozorování.
- Vysvětlení podstaty Velkého odpuzovače objeveného v lednu 2017 (viz oddíl 3.3), kdy se ukázalo, že existuje ve zdánlivě prázdné oblasti vesmíru, opačné než Shapleyho atraktor, který podle všeho odpuzuje veškerou hmotu.

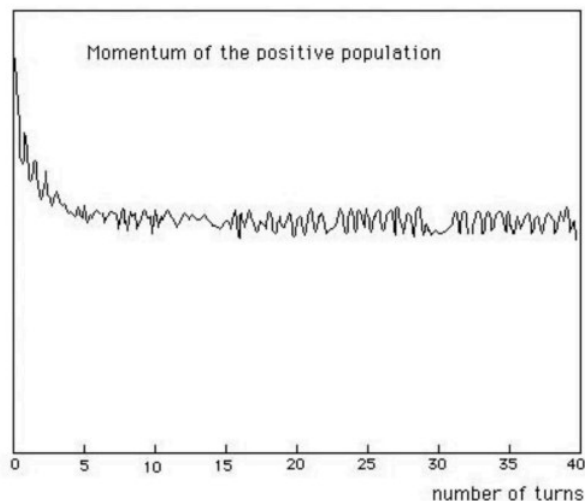


Obrázek 3.7 - Velký odpuzovač

- Model ukazuje trvanlivou galaktickou spirální strukturu poháněnou dynamickým třením, které neustále přenáší hybnost do méně hustého prostředí se zápornou hmotností, což umožňuje spirálním ramenům trvale a stabilně rotovat kolem galaxie. Jak je znázorněno níže, když ramena procházejí oblastmi s vysokou hustotou (kladnou hmotností), zpomalují se a ztrácejí energii, zatímco když procházejí oblastmi s nízkou hustotou, zrychlují se a získávají energii. Vznikají tak hustotní vlny, které se šíří galaxií a přenášejí hybnost do prostředí se zápornou hmotností.



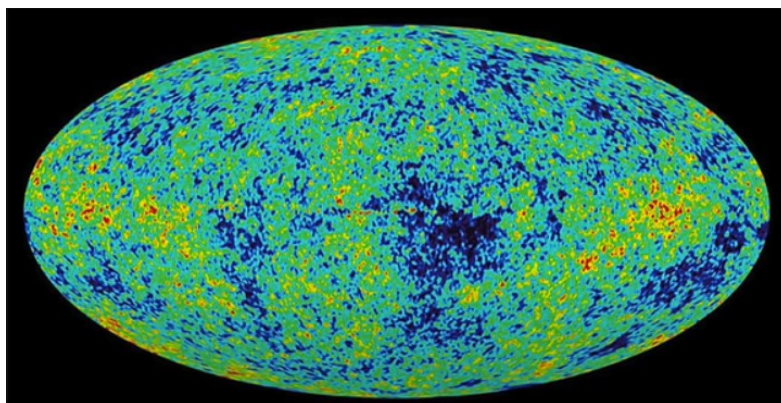
Obrázek 3.8 - Sloupcová spirála numerické simulace (1992: 20 000 bodů)



Obrázek 3.9 - Vývoj kinetického momentu (1992: 20 000 bodů)

- Vysvětlení, proč nebyla pozorována kosmická antihmota, která vyzařuje fotony se zápornou energií.
- Vysvětlení podstaty neviditelných složek vesmíru: antiprotony, antineutrony, antielektrony, antivodík a antihelium se zápornou hmotností. Tyto prvky tvoří prvotní antihmotu, kterou nelze pozorovat, protože vyzařuje fotony se zápornou energií.
- **Domněnka nedávno potvrzená v září 2023 (Anderson 2023):** C-symetrická (nábojově symetrická) antihmota, vyvinutá v laboratoři a emitující fotony s kladnou energií, je gravitačně tlačena dolů stejně jako běžná hmota.
- Tento model nabízí vlastní interpretaci fluktuací v kosmickém mikrovlnném pozadí (CMB) tím, že je přisuzuje reakci běžné hmoty s kladnou hmotností na fluktuace hustoty v přilehlých buňkách vesmíru vyplněných rozložením hmoty se zápornou hmotností. Tato situace souvisí s gravitační nestabilitou, která se v těchto buňkách vyskytuje. Analýza těchto fluktuací umožňuje posoudit vztah mezi měřítkovými

faktory obou typů hmoty. Vidíme, že poměr $\frac{a(+)}{a(-)}$ je řádově 100. Můžeme tedy odvodit, že poměr $\frac{c(-)}{c(+)}$ je řádově 10 ((Petit 2018)). Z toho vyplývá, že celkovým efektem by bylo zkrácení doby potřebné k mezihvězdné cestě tisícinásobně pro objekty, kterým se podaří obrátit svou hmotnost, což jim umožní pohyb po geodetice popsané metrikou $h_{\mu\nu}$ druhé rovnice pole (24), jak budeme studovat v následujícím oddíle.



Obrázek 3.10 - Kosmologický difúzní f_0 nd

- Gravitační červený posuv 3 odvozený z prvních dvou snímků supermasivních objektů nacházejících se v centrech galaxií M87 a Mléčné dráhy (viz studie provedená v části 7).
- Na otázku "Co bylo před velkým třeskem?" v současné době neexistuje odpověď. Podle Janusova kosmologického modelu topologická struktura vesmíru, která "interaguje se svým antichronním protějškem", tuto otázku eliminuje tím, že ruší význam příslovce "před". Jak uvidíme později, v okamžiku velkého třesku se totiž šipka času obrátí.

3.3 Dipólový odpuzovač

3.3.1 Úvod

V roce 2017 Yehudi Hoffman, B. Tully, H. Courtois a D. Pomarède publikovali první velmi podrobnou mapu vesmíru (Hoffman et al. 2017). Tato mapa byla založena nejen na polohách galaxií, ale integrovala také jejich rychlostní pole odečtením vlivu Hubblové expanze od hrubých měření jejich červeného posuvu. Výsledky byly neuvěřitelně působivé a jsou považovány za jeden z nejdůležitějších pozorovacích objevů v současné kosmologii, srovnatelný svým významem s objevem Edwina Hubbla před sto lety. Před touto studií bylo známo, že některé galaxie vykazují konvergentní pohyby směrem k oblasti zvané Velký atraktor. Analýza z roku 2017 odhalila vliv další, větší struktury za Velkým atraktorem, nazývané Shapleyho atraktor. Nejpozoruhodnějším objevem však byla identifikace oblasti téměř naproti těmto dvěma útvarům, kde nebyly detekovány žádné galaxie. Místo toho se zde nacházela významná prázdnota obklopená sousedními galaxiemi, které vykazovaly

pohyb směrem od této oblasti a tvořily "děravý" útvar soustředěný do této prázdnoty. Původně byl nazván Dipólový odpuzovač, později byl pojmenován Dipólový atraktor, když se ukázalo, že je spojen s přitažlivými útvary. Pochopení tohoto jevu, který nelze přičítat artefaktům měření, nepochybně vyžaduje významný pokrok v našem chápání kosmické dynamiky.

3.3.2 Některé pokusy o výklad

Čtyři roky po prvním objevu bylo učiněno několik pokusů o modelování jevu dipólového odpuzovače. Ve svém nedávném článku (Neiser 2020) se Neiser na tuto otázku nezaměřuje, ale místo toho navrhuje hypotézy o povaze velkého třesku, kvantového vakua a vzniku vesmíru. Neiser spekuluje, že antihmota by mohla mít odpudivý gravitační účinek, což by vedlo ke vzniku neutrinových hvězd a antineutrinových hvězd, které se navzájem odpuzují. Podobné aspekty prvotního odpuzování antihmoty zmiňují Benoit-Lévy a spol. v roce 2012 ((Benoit-Lévy a Chardin 2012)), ale bez bližšího zdůvodnění. Heald ve svém článku (Heald 2020) zmiňuje situaci Laniakea, který je tlačěn dipólovým repulzorem a přitahován Shapleyho atraktorem. Opět se nabízí myšlenka odpuzování hmoty a antihmoty jako možné vysvětlení velkorozměrové struktury vesmíru a organizace prázdných prostorů. Není však uveden žádný konkrétní model centrálního objektu ve velké prázdnotě a absence vyzařovaného světla zůstává nevysvětlena. V roce 2018 Vuyk ve svém článku (Vuyk 2018) navrhuje existenci hypotetické páte síly, zatímco Hoffman a spol. pomocí numerických simulací rekonstruují rozložení temné hmoty v souladu s pozorovacími daty ((Hoffman a spol. 2018)). Z těchto zkoumání vyplývají dvě vysvětlující schémata: jedno zahrnuje hypotetické objekty složené z odpudivé antihmoty, které nejsou pozorovatelné, a druhé naznačuje nesrovnalost v rozložení temné hmoty. Pozorování odhalila, že rozpínání vesmíru se zrychluje, což naznačuje přítomnost složky s negativním tlakem ((Perlmutter et al. 1999), (Riess et al. 2004), (Schmidt et al. 1998)). Model navržený k vysvětlení tohoto jevu předpokládá existenci záporných hmot, které mohou přispívat k těmto antigravitačním efektům, kombinací odpudivých vlivů temné hmoty a temné energie na složky s kladnou hmotností. Tato hypotéza je středobodem prací odpovídajících odkazům (Petit 1995) (Petit a D'Agostini 2014a) (Petit a D'Agostini 2014b) (Petit, D'Agostini a Debergh 2018) (Petit, D'Agostini a Debergh 2019) (Petit a D'Agostini 2021a) (Petit a D'Agostini 2021b).

3.3.3 Interpretace pomocí mezer v temné hmotě

Prozkoumejme možnost, že by vakuum temné hmoty mohlo vyvolat pozorovaný odpudivý efekt. Můžeme začít tím, že budeme uvažovat kulovou prázdnotu uvnitř rovnoměrného rozložení temné hmoty a k analýze tohoto systému použijeme Poissonovu rovnici:

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} = 4\pi G \rho_{dm}$$

Tato rovnice je lineární a popisuje gravitační potenciál jako funkci hustoty. Překrytím dvou hustotních rozdělení ρ_1 a ρ_2 je výsledný gravitační potenciál součtem potenciálů spojených s těmito dvěma rozloženími: $\psi = \psi_1 + \psi_2$.

Uvažujeme-li rovnoměrné rozdělení hustoty ρ_{dm}^{unif} získáme potenciál ψ_1 který je řešením Poissonovy rovnice :

$$\psi_1 = \frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3} \quad \text{et} \quad \vec{g}_1 = -\frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

Nyní zavedeme objem s opačnou hustotou, která se rovná $-\rho_{dm}^{unif}$ vytvoříme potenciál ψ_2 který je řešením následující Poissonovy rovnice :

$$\frac{d^2\psi_2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi_2}{dr} = -4\pi G \rho_{dm}^{unif}$$

Toto řešení je :

$$\psi_2 = -\frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3}, \quad \vec{g}_2 = \frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

Dostaneme tedy stejné gravitační pole, ale s opačným znaménkem. Je tedy odpudivé a úměrné vzdálenosti od středu koule.

Výpočtem gravitačních potenciálů spojených s těmito dvěma rozloženími pak zjistíme, že výsledný gravitační potenciál je uvnitř vakua nulový. Jinými slovy, gravitační síla, kterou působí rovnoměrné rozložení temné hmoty, je přesně vyvážena gravitační silou, kterou působí opačná hustota vytvářející vakuum:

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

Ať je však poloha zvolená jako počátek souřadnic jakákoli, gravitační pole zůstává uvnitř vakua nenulové. To znamená, že gravitační síla není dokonale vyvážená, což se zdá být v rozporu s představou, že vakuum vytváří odpudivé gravitační pole.

Abychom tento paradox vyřešili, musíme Poissonovu rovnici považovat za linearizovanou verzi Einsteinovy rovnice ve stacionární situaci, která definuje gravitační potenciál v podobě perturbace Lorentzovy metriky:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \varepsilon \gamma_{\mu\nu}$$

Klasický výpočet dává pro vlastní hustotu ρ_0 ((Adler, Bazin a Schiffer 1975)) :

$$\varepsilon \sum_{i=0}^3 \gamma_{00|i|i} = -\chi \rho_0$$

Poznámka: V souvislosti s limitou slabého pole studovanou v oddíle 2.3.6 rovnice (26) vztahuje prostorové druhé derivace časové složky γ_{00} metrického tenzoru s gravitačními zdroji, které jsou reprezentovány lokální hustotou hmoty a energie. ρ_0 . To nám pomáhá pochopit, jak reaguje zakřivení časoprostoru na rozložení hmoty a energie, a zároveň zachovat přesný vztah mezi těmito dvěma aspekty.

Gravitační potenciál je tedy definován jako (27) podle :

$$\psi = -\frac{c^2}{2} \varepsilon \gamma_{00}$$

Pak lze (26) ztotožnit s Poissonovou rovnicí. Tento přístup však nelze použít pro nekonečné rovnoměrné rozdělení temné hmoty. Z toho vyplývá, že gravitační potenciál v rámci rovnoměrného rozložení hmoty jednoduše nelze definovat, protože gravitační nestabilita vede spíše ke vzniku shluků, nikoliv vaků, a pro vznik takových vaků neexistuje jasný rámec.

3.3.4 Interpretace pomocí Janusova kosmologického modelu

Uvažujme nyní interakci mezi dvěma entitami: běžnou hmotou s kladnou hmotností, která interaguje se zápornou hmotností prostřednictvím gravitačního působení. Tento model zahrnující zápornou hmotu zohledňuje vliv temné hmoty i temné energie.

Tuto soustavu dvou entit můžeme popsat metrikami o velikosti g a h . Necht' G a H odpovídající Ricciho skaláry. Pak uvažujme následující dvouvrstvou akci:

$$A = \int_{\mathcal{E}} \left(\frac{1}{2\Gamma^{(g)}} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\mathcal{E}} \left(\frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x$$

Podmínky $S_{(g)}$ a $S_{(h)}$ uvedou zdrojové termíny vztahující se k populacím obou entit, zatímco termíny $S_{(h,g)}$ a $S_{(g,h)}$ vytvoří interakční tenzory. $\Gamma^{(g)}$ a $\Gamma^{(h)}$ jsou Einsteinovy konstanty pro každou entitu. Pro $\kappa = \pm 1$ použijeme princip nejmenší akce. Lagrangeovská derivace této akce nám dává :

$$\begin{aligned} 0 &= \delta A \\ &= \int_{\mathcal{E}} \delta \left(\frac{1}{2\Gamma^{(g)}} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\mathcal{E}} \delta \left(\frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x \\ &= \int_{\mathcal{E}} \delta \left[\frac{1}{2\Gamma^{(g)}} \left(\frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta \sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} \right] \delta g^{\mu\nu} \sqrt{|g|} d^4x \\ &\quad + \int_{\mathcal{E}} \delta \left[\frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} \left(\frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta \sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} \right] \delta h^{\mu\nu} \sqrt{|h|} d^4x \end{aligned}$$

Pro jakoukoli variantu $\delta g^{\mu\nu}$ a všechny varianty $\delta h^{\mu\nu}$ dostaneme lokálně :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\Gamma^{(g)}} \left(\frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta \sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} &= 0 \\ \frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} \left(\frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta \sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} &= 0 \end{aligned}$$

Zavedeme následující tenzory:

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{(g,g)} &= -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu}S_{(g)} \\
T_{\mu\nu}^{(h,h)} &= -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu}S_{(h)} \\
T_{\mu\nu}^{(h,g)} &= -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} \\
T_{\mu\nu}^{(g,h)} &= -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}}
\end{aligned}$$

V obecné teorii relativity je kovariantní derivace způsobem zobecnění pojmu parciální derivace na zakřivené prostory. Na rozdíl od běžné parciální derivace bere kovariantní derivace v úvahu zakřivení časoprostoru.

Pak pro tenzor $A_{\nu\sigma}^\rho$ jeho kovariantní derivace podél indexu μ je dána výrazem :

$$\nabla_\mu A_{\nu\sigma}^\rho = \partial_\mu A_{\nu\sigma}^\rho + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho A_{\nu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda A_{\lambda\sigma}^\rho - \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda A_{\nu\lambda}^\rho$$

Můžeme tedy odvodit následující dva výrazy:

$$\nabla_\mu \delta\Gamma_{\nu\sigma}^\rho = \partial_\mu \delta\Gamma_{\nu\sigma}^\rho + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \delta\Gamma_{\nu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \delta\Gamma_{\lambda\sigma}^\rho - \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda \delta\Gamma_{\nu\lambda}^\rho$$

$$\nabla_\nu \delta\Gamma_{\mu\sigma}^\rho = \partial_\nu \delta\Gamma_{\mu\sigma}^\rho + \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \delta\Gamma_{\mu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\nu\mu}^\lambda \delta\Gamma_{\lambda\sigma}^\rho - \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda \delta\Gamma_{\mu\lambda}^\rho$$

POZN:

- (28b) získáme z (28a) prostou výměnou μ a ν .
- Termín $\partial_\mu A_{\nu\sigma}^\rho$ je obyčejná parciální derivace tenzoru. Kdyby byl časoprostor plochý (jako v newtonovské fyzice), stačilo by to k popisu změny tenzoru.
- Termíny se symboly Christoffel $\Gamma_{\mu\lambda}^\rho$, $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ a $\Gamma_{\mu\sigma}^\lambda$ představují korekci způsobenou časoprostorovou vazbou, která zohledňuje zakřivení časoprostoru. Ve skutečnosti se v zakřiveném prostoru spojení (reprezentované Christoffelovými symboly) Γ) zavádí korekci. Tato korekce je nutná, protože základny tečného prostoru (prostoru, v němž tenzor žije) se z jednoho bodu časoprostoru do druhého mění. Tedy, $\Gamma_{\mu\lambda}^\rho A_{\nu\sigma}^\lambda$ je člen, který opravuje změnu v $A_{\nu\sigma}^\lambda$ při pohybu ve směru μ pro vyšší index ρ . $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda A_{\lambda\sigma}^\rho$ a $\Gamma_{\mu\sigma}^\lambda A_{\nu\lambda}^\rho$ jsou členy, které odečítají příspěvek způsobený změnou nižších indexů. ν a σ . Tyto členy zajišťují, že kovariantní derivace respektuje pravidla tenzorové transformace.

Souhrnně lze říci, že kovariantní derivace ∇_μ tenzoru je kombinací jeho obyčejné parciální derivace a členů, které kompenzují změny v geometrii časoprostoru. Je konstruována tak, že derivace tenzoru je sama tenzorem, což není případ běžné

parciální derivace.

Riemannův tenzor pak souvisí s Christoffelovými symboly podle následující rovnice :

$$R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \partial_{\mu}\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_{\nu}\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma}$$

Poznámka: Riemannův tenzor $R^{\rho}_{\sigma\mu\nu}$ je matematická veličina v obecné teorii relativity, která popisuje vlastní zakřivení časoprostoru. Je definován jako rozdíl parciálních derivací Christoffelových symbolů a součtu součinů samotných Christoffelových symbolů. Termín $\partial_{\mu}\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma}$ je parciální derivace Christoffelova symbolu $\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma}$ vzhledem k souřadnici x^{μ} . Tento člen měří, jak se Christoffelův symbol mění při pohybu ve směru μ . Termín $\partial_{\nu}\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma}$ je podobný prvnímu členu, ale s parciální derivací v jiném směru, x^{ν} . Členy $\Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma}$ a $\Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma}$ termíny popisují součin dvou Christoffelových symbolů, které představují interakci mezi dvěma časoprostorovými vazbami. Měří, jak zakřivení v jednom směru ovlivňuje zakřivení v jiném směru.

Pak dostaneme:

$$\delta R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \partial_{\mu}\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_{\nu}\delta\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} + \delta\Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\delta\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \delta\Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\delta\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma}$$

To nám dává:

$$\delta R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \nabla_{\mu}\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \nabla_{\nu}\delta\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma}$$

Smrštěním indexů ρ a σ v předchozím vztahu s použitím Einsteinovy součtové konvence, která říká, že opakovaný index znamená implicitní součet nad tímto indexem, můžeme vyjádřit variaci Ricciho tenzoru křivosti, která splňuje Palatiniho identitu ((Tsamparlis 1978), (Palatini 1919)) :

$$\delta R_{\sigma\nu} = \delta R^{\rho}_{\sigma\rho\nu} = \nabla_{\rho}(\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma}) - \nabla_{\nu}(\delta\Gamma^{\rho}_{\rho\sigma})$$

Poznámka: V obecné teorii relativity je geometrie časoprostoru popsána veličinou zvanou metrický tenzor, která se označuje jako $g_{\mu\nu}$. Tento tenzor obsahuje veškeré informace o vzdálenostech a úhlech v časoprostoru.

Ricciho skalár, označený jako R je mírou zakřivení časoprostoru v daném bodě. Vypočítá se sečtením (nebo smrštěním) složek Ricciho tenzoru. $R_{\sigma\nu}$ s metrickým tenzorem $g^{\sigma\nu}$. Matematicky je to jako vynásobení matic Ricciho tenzoru a metrického tenzoru a následné sečtení členů podél diagonály.

Kromě toho musíme mít kovariantní derivaci metrického tenzoru rovnou nule, tj. $\nabla_{\sigma}g^{\mu\nu} = 0$. Jinými slovy, při pohybu v časoprostoru se způsob měření vzdáleností a úhlů nemění. To je základní vlastnost prostoročasu v obecné teorii relativity, která naznačuje, že lokální geometrie se při pohybu nemění, ať už je globální křivost jakákoli.

Souhrnně lze říci, že Ricciho skalár R nám dává představu o zakřivení časoprostoru v daném bodě a skutečnost, že $\nabla_{\sigma}g^{\mu\nu} = 0$ zaručuje, že tvar prostoročasu zůstává při pohybu

konzistentní bez ohledu na celkovou křivost, tj. tato konzistence je zajištěna kompatibilitou metriky s Leviho-Civitovou vazbou, která zaručuje, že geometrické pojmy jako délky a úhly zůstávají při přenosu prostoročasem konstantní.

Pak můžeme odvodit:

$$\begin{aligned}
 \delta R &= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu} \delta R_{\sigma\nu} \\
 &= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu} \left(\nabla_\rho (\delta \Gamma_{\nu\sigma}^\rho) - \nabla_\nu (\delta \Gamma_{\rho\sigma}^\rho) \right) \\
 &= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho (g^{\sigma\nu} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^\rho) - g^{\sigma\nu} \nabla_\nu \delta \Gamma_{\rho\sigma}^\rho \\
 &= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho (g^{\sigma\nu} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^\rho - g^{\sigma\rho} \delta \Gamma_{\mu\sigma}^\mu) \\
 &= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho B^\rho
 \end{aligned}$$

Poznámka: Pro výše uvedený výpočet je třeba vzít v úvahu dvě pravidla:

- Vlastnosti kovariantní derivace a Leibnizovo pravidlo (pravidlo pro součin derivace). Leibnizovo pravidlo pro kovariantní derivaci je podobné pravidlu pro obyčejnou derivaci a zapisuje se takto:

$$\nabla_\rho (AB) = (\nabla_\rho A)B + A(\nabla_\rho B)$$

kde A a B mohou být skalární, vektorová nebo tenzorová pole.

- Jak již bylo uvedeno dříve, opakované indexy se podle Einsteinovy součtové konvence nazývají *tiché* indexy. Je totiž užitečné si uvědomit, že pokud se index proměnné objeví ve výrazu dvakrát, jednou na horní pozici a jednou na dolní pozici, znamená to, že se sčítají všechny možné hodnoty, kterých může index nabývat. Například $A^\mu B_\mu$ znamená $\sum_\mu A^\mu B_\mu$. Uvažujme Christoffelovy symboly $\Gamma_{\mu\sigma}^\mu$ a $\Gamma_{\rho\sigma}^\rho$. V těchto výrazech jsou indexy μ a ρ jsou příklady němých indexů podle Einsteinovy sumarizační konvence. To znamená, že výraz $\Gamma_{\mu\sigma}^\mu$ kde se součet provádí nad všemi možnými hodnotami indexu μ je totožný s $\Gamma_{\rho\sigma}^\rho$ kde se součet provádí nad všemi možnými hodnotami výrazu ρ . Můžeme tedy použít součtové indexy $(\rho, \nu) \rightarrow (\mu, \rho)$ v posledním členu.

Při výpočtu dvěma různými způsoby získáme :

$$\begin{aligned}
 \nabla_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu) &= \nabla_\mu (\sqrt{|g|}) B^\mu + \sqrt{|g|} \nabla_\mu (\delta B^\mu) = \sqrt{|g|} \nabla_\mu \delta B^\mu + 0 = \sqrt{|g|} \nabla_\mu \delta B^\mu \\
 \nabla_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu) &= \partial_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu) + \Gamma_{\mu\nu}^\mu \sqrt{|g|} \delta B^\nu = \partial_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu) + 0 = \partial_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu)
 \end{aligned}$$

Poznámka: Podobně derivace determinantu metrického tenzoru, reprezentovaná vztahem $\sqrt{|g|}$ je rovněž nulová, pokud je vzata kovariantně, tj. $\nabla_\mu \sqrt{|g|} = 0$. Tato poslední vlastnost zjednodušuje vyjádření objemových integrálů a je zásadní pro aplikaci věty o divergenci v zakřiveném prostoročase.

Dále můžeme odvodit:

$$\sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu = \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu)$$

Uvažujme nyní o příspěvku $\sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu$ v akci. Necht' n^μ jednotkový vektor normály k $\partial\mathcal{E}$, $\varepsilon = n^\mu n_\mu$ a y^a představující souřadnice přizpůsobené hranici $\partial\mathcal{E}$ a h_{ab} metriku indukovanou g_{ab} na hranici. Máme $|\varepsilon| = 1$ a $\sqrt{|h|}d^3y$ je objemová forma dimenze $(n - 1)$ na hranici, přičemž $h = \det(h_{ab})$. Podle Stokesovy věty máme :

$$\begin{aligned}\int_\varepsilon\sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu\sqrt{-g}d^4x &= \int_\varepsilon\partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu)d^4x \\ &= \int_{\delta\mathcal{E}}\varepsilon\delta B^\mu n_\mu\sqrt{|h|}d^3y\end{aligned}$$

Budeme předpokládat, že se metrika na hranici nemění (nebo že žádná hranice neexistuje). V takovém případě je výraz $\nabla_\mu\delta B^\mu\sqrt{-g}$ nepřispívá k akci, takže máme :

$$\frac{\delta R}{\delta g^{\mu\nu}} = R_{\mu\nu} + \frac{\nabla_\rho B^\rho}{\delta g^{\mu\nu}} \approx R_{\mu\nu}$$

Nicméně podle důsledků s $a = \frac{1}{2}$ máme :

$$\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}$$

Můžeme tedy odvodit:

$$\frac{R\delta\sqrt{-g}}{\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu}} = -\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$$

Poznámka: Pro výše uvedené výpočty je třeba vysvětlit dvě věci:

- Změna determinantu metrického tenzoru, označovaná jako δg souvisí s variací samotného metrického tenzoru, $\delta g_{\mu\nu}$ prostřednictvím vztahu $\delta g = g g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu}$ kde g je determinant metrického tenzoru a $g^{\mu\nu}$ je jeho inverzní hodnota. Tento vztah vyplývá z matematické vlastnosti determinantů, kdy derivaci determinantu lze vyjádřit jako násobení determinantu stopou součinu inverzní matice a derivace matice. V případě malé variace je variace druhou odmocninou záporného determinantu metrického tenzoru, $\delta\sqrt{-g}$ je dána vztahem $\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu}$. Tento vzorec je zásadní pro odvození Einsteinových rovnic pole z Einsteinovy-Hilbertovy akce, protože umožňuje akci integrovat přes čtyřrozměrnou časoprostorovou varietu.
- V naší studii používáme Stokesovu větu ke zjednodušení klíčového výpočtu. Tato věta stanoví zajímavý vztah mezi integrálem derivace vektorového pole nad trojrozměrnou oblastí a integrálem téhož vektorového pole podél hranice této

oblasti.

Uvažujme jednoduchý příklad: představme si uzavřenou plochu v prostoru (například povrch koule). Chceme-li uvnitř této plochy něco vypočítat (například součet hodnot nějakého pole), Stokesova věta nám to umožní jednoduše zkoumáním toho, co se děje na samotné ploše.

Rovnice (29), kterou jsme uvedli v našem výpočtu, vychází z této myšlenky. Říká nám, že integrál derivace pole ($\nabla_\mu \delta B^\mu$) nad čtyřrozměrnou oblastí (\mathcal{E}) může být ekvivalentní integrálu divergence jiného pole ($\sqrt{|g|} \delta B^\mu$) nad stejnou oblastí (\mathcal{E}). Této ekvivalence je dosaženo prostřednictvím metriky a čtyřrozměrného objemového prvku (d^4x).

Dále rovnice (30) dále zjednodušuje výraz tím, že jej přenáší na hranici oblasti ($\delta\mathcal{E}$). Ukazuje nám, že tuto ekvivalenci lze vyjádřit jako integrál podél hranice ($\delta\mathcal{E}$), a to pomocí normálových vektorů (n_μ) k této hranici a na ní indukované metriky ($\sqrt{|h|} d^3y$). Jinými slovy, tato rovnice nám umožňuje pochopit, co se děje na povrchu naší oblasti, aniž bychom museli počítat, co se děje uvnitř.

Stručně řečeno, Stokesova věta nám umožňuje racionalizovat naše výpočty tím, že nám ukazuje, jak lze jevy uvnitř oblasti pochopit prostým zkoumáním toho, co se děje na hranici této oblasti. Tento matematický trik je pro řešení těchto složitých problémů nezbytný.

Z rovnic (31a) a (31b) dostaneme :

$$\sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} \frac{-2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(h,g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu} S_{(h,g)}$$

$$\sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} \frac{-2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(g,h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu} S_{(g,h)}$$

Z rovnic (32a) a (32b), které jsme zavedli s přihlédnutím k (33), můžeme odvodit spřažené rovnice pole popisující soustavu dvou entit:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = \kappa \Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

Kde: $T_{\mu\nu}^{(h,g)}$ a $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$ jsou tenzory interakce systému dvou entit odpovídající "indukované geometrii", tj. způsobu, jakým každé rozložení hmoty na jedné vrstvě vesmíru přispívá ke geometrii druhé (interakce mezi populacemi kladných a záporných hmotností). Tento systém musí splňovat Bianchiho podmínky, které jsou vyjádřeny následujícím vztahem :

$$\nabla_{\mu}^{(g)} T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \nabla_{\mu}^{(h)} T_{\mu\nu}^{(g,h)} = 0$$

Předpokládejme, že kapaliny uvnitř entit g a h jsou dokonalé, přičemž hustoty energie odpovídají následujícím zdrojovým tenzorům :

$$T_{\mu\nu}^{(g,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(h,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h)} \end{pmatrix}$$

Vezmeme si $\{\alpha^{(g)} > 0, \beta^{(g)} > 0\}$ a $\{\alpha^{(h)} < 0, \beta^{(h)} < 0\}$. Zajistíme, aby zákony interakce byly takové, že dvě částice patřící stejnému útvaru se vzájemně přitahují, zatímco patří-li různým útvarům, odpuzují se.

Představíme si jejich interakční tenzory:

$$T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h,g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h,g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h,g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h,g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g,h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g,h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g,h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g,h)} \end{pmatrix}$$

Abychom získali požadované interakční zákony v rámci newtonovské aproximace, musíme zvolit $\kappa = -1$. Soustava rovnic pak bude mít následující tvar:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right) = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right) = -\Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

3.3.4.1 Kontrola pro nestacionární, homogenní a izotropní systém

Předpokládáme-li, že bimetrický vesmír, strukturovaný spojenými rovnicemi pole (34a) a (34b), je homogenní a izotropní, Robertson-Walkerova metrika se podle (Adler, Bazin a Schiffer 1975) :

$$(ds^{(f)})^2 = (c^{(f)})^2 dt^2 - (a^{(f)})^2 \left[\frac{dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)}{\left(1 + k^{(f)} \frac{r^2}{4}\right)^2} \right] \quad \text{où } f \in \{g, h\}$$

Všimněte si, že $a^{(f)}$ je škálovací faktor, $k^{(f)}$, $c^{(f)}$ a $\Gamma^{(f)}$ jsou index zakřivení, rychlost světla a Einsteinova konstanta pro každou entitu.

Zavedeme-li tyto metriky do soustavy rovnic (34a) a (34b) s tlaky $p^{(g)} \approx 0$ a $p^{(h)} \approx 0$ dostaneme následující klasickou soustavu rovnic:

$$\frac{3}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} \left(\frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(g)}}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} = -\Gamma^{(g)} \left[\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]$$

$$\frac{2}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} \left(\frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(g)}}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} = 0$$

$$\frac{3}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} \left(\frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(h)}}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} = \Gamma^{(h)} \left[\Phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]$$

$$\frac{2}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} \left(\frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(h)}}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} = 0$$

Při použití klasických matematických metod (Adler, Bazin a Schiffer 1975) dávají podmínky kompatibility rovnic (35a), (35b), (35c) a (35d) :

$$3 \frac{da^{(g)}}{a^{(g)}} + \frac{d \left[\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]}{\left[\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]} = 0$$

$$3 \frac{da^{(h)}}{a^{(h)}} + \frac{d \left[\Phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]}{\left[\Phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]} = 0$$

Energie (a hmotnost) se tedy v prachovém vesmíru zachovává:

$$E = \rho^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^3 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2(a^{(h)})^3$$

Pokud máme :

$$\Phi = \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3, \quad \phi = \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3, \quad \phi = \Phi^{-1}$$

Spojenými rovnicemi pole se stávají :

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left[T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3 T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right]$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \left[T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3 T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right]$$

Pokud oběma entitám dominuje záření. Tenzor interakce smíšeného režimu bude :

$$T_{\mu}^{v(f)} = \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_r^{(f)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p_r^{(f)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p_r^{(f)} \end{pmatrix}$$

s

$$\begin{cases} \text{si } \rho_r^{(f)} > 0 \text{ alors } p_r^{(f)} > 0 \text{ pour } f = g \\ \text{si } \rho_r^{(f)} < 0 \text{ alors } p_r^{(f)} < 0 \text{ pour } f = h \end{cases}$$

POZN:

- V kosmologickém kontextu je tenzor energie-impulzu $T_{\mu}^{v(f)}$ se používá k popisu rozložení a interakce hmoty a energie ve vesmíru. Pro konkrétní pole f časová složka $T_0^{0(f)}$ představuje hustotu energie, která je klíčovým faktorem určujícím zakřivení časoprostoru. Prostorové složky $T_i^{i(f)}$ naproti tomu představují tlak působící v prostorových směrech, který rovněž ovlivňuje strukturu časoprostoru. V bimetrickém modelu, kde se uvažují dvě různá pole - jedno pro každou vrstvu vesmíru -, popisují přidružené podmínky vztahy mezi hustotami energie a tlaky pro každé pole a odrážejí, jak se tyto entity vzájemně ovlivňují a společně ovlivňují kosmickou dynamiku.
- Tenzor energie a impulsu je vyjádřen v diagonálním tvaru, pokud je vesmír považován za izotropní a homogenní, což znamená, že jeho fyzikální vlastnosti jsou nezávislé na směru a místě. Tento předpoklad, zásadní pro standardní kosmologický model, je znám jako kosmologický princip (kapitola 2.2.3). Izotropie znamená, že vesmír se ve všech směrech jeví jako stejný; neexistuje žádný preferovaný směr, v němž by se rozložení hmoty nebo energie lišilo. Homogenita znamená, že ve velkém měřítku se každá oblast vesmíru podobá kterékoli jiné oblasti. V důsledku toho chybí příčné toky energie a hybnosti, které by byly reprezentovány nediagonálními členy tenzoru, protože neexistuje žádný privilegovaný pohyb nebo tok energie v určitém směru. V matici tenzoru energie a hybnosti se objevují pouze hustoty energie a tlaky v prostorových směrech, které jsou rovnoměrné a nemění se se směrem, což vysvětluje jeho diagonální tvar.

Pak zavedením zářivého tlaku vyvolaného každou entitou :

$$p_r^{(g)} = \frac{\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2}{3}, \quad p_r^{(h)} = \frac{\rho_r^{(h)}(c^{(h)})^2}{3}$$

Pak můžeme uvažovat, že entita nesená metrikou *h* nazývanou temná energie a temná hmota, by bylo možné přiřadit záporným hmotám, které by se v radiční fázi řídily stejnou stavovou rovnicí :

$$\beta^{(h)} = \frac{\alpha^{(h)}}{3}$$

Za těchto podmínek je vztah zachování vždy vyjádřen ve své zářivé podobě zachováním součtu dvou energií, energie plynu fotonů a energie záporných hmotností :

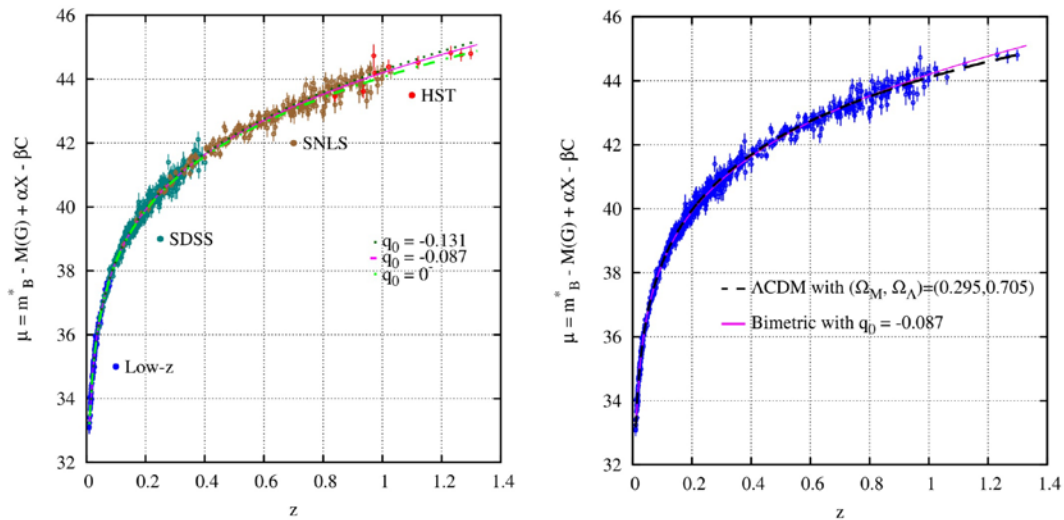
$$\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 + \alpha^{(h)}(a^{(h)})^4 = \rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 = \text{Constante}$$

Přesné řešení systému pro indexy křivosti $k^{(g)} = k^{(h)} = -1$ a $\Gamma^{(f)} = -\frac{8\pi G}{c^4}$ kde $f \in \{g, h\}$ se stává řešením následujících rovnic :

$$a^{(g)2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} = \frac{\Gamma^{(g)}}{2} E$$

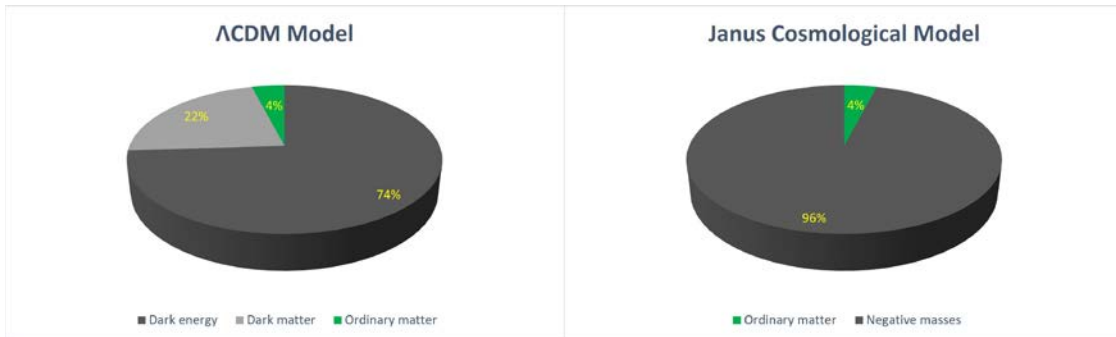
$$a^{(h)2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} = -\frac{\Gamma^{(h)}}{2} E$$

Pokud předpokládáme, že $E < 0$ pak $a^{(g)} > 0$ a $a^{(h)} < 0$. Můžeme tedy dojít k závěru, že viditelná část našeho vesmíru se zrychluje, zatímco negativní druhy se zpomalují. Zde pozorujeme vliv dominantního záporného druhu, který vede k jevu zrychlování kosmické expanze, neboť pravá strana první rovnice se stává kladnou ((Petit a D'Agostini 2021b)) :



Obrázek 3.11 - Hubbleův diagram dvou modelů (lineární červený posuv) .

Tento dvoudruhový systém umožňuje sloučit efekty připisované temné hmotě a temné energii do jediného útvaru složeného ze záporných hmotností, který obě působení kombinuje, jak ukazuje následující schéma:



Obrázek 3.12 - Modely vesmíru

3.3.4. 2Místní ověření stacionárního systému

Při studiu vesmíru často zjednodušujeme modely, aby byly lépe zvládnutelné. Častým zjednodušením je považovat malou oblast vesmíru za fakticky prázdnou a izolovanou od obrovské složitosti vesmíru. Tento přístup je užitečný zejména tehdy, když se zajímáme o jevy, které probíhají v krátkých časových úsecích, mnohem kratších, než jsou časová měřítká, v nichž se mění samotný vesmír. V takových případech můžeme použít "časově nezávislou" metriku, což znamená, že předpokládáme, že struktura prostoru se během našeho pozorování s časem nemění.

Abychom model

trochu zkomplikovali, zavádíme někdy do modelu

takzvané "perturbace". Tyto perturbace jsou malé změny jinak jednoduchého prostoru, který uvažujeme. Umožňují nám studovat, jak mohou malé změny nebo perturbace ovlivnit systém. V našem případě jsou tyto perturbace reprezentovány výrazy jako např. $\gamma_{\mu\nu}^{(g)}$ a $\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$ které označují malé odchylky v geometrické struktuře prostoru a potenciálně představují různé aspekty nebo složky vesmíru.

$$g_{\mu\nu}^{(g)} = \eta_{\mu\nu}^{(g)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(g)}, \quad g_{\mu\nu}^{(h)} = \eta_{\mu\nu}^{(h)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$$

Pro metriky máme :

$$(ds^{(g)})^2 = (c^{(g)})^2 dt^2 - (a^{(g)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

$$(ds^{(h)})^2 = (c^{(h)})^2 dt^2 - (a^{(h)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

Když v kosmologii hovoříme o "kvazistacionárních podmínkách", máme na mysli situaci, kdy se předpokládá, že určité aspekty vesmíru jsou po sledované období relativně stálé.

Konkrétně se v této souvislosti předpokládá, že "faktory měřítká" vesmíru, které popisují, jak se velikost vesmíru mění v čase, jsou konstantní. To je užitečná aproximace pro studium určitých krátkodobých jevů.

Pro zkoumání fyziky takového scénáře používáme tzv. *sériové rozšíření* rovnic pole. Jedná se o matematickou techniku, při níž složité rovnice rozkládáme na jednodušší, lépe zvládnutelné části. Soustředíme se však pouze na nejvýznamnější části - v tomto případě ignorujeme členy druhého a vyššího řádu, protože mají minimální vliv na výsledky u scénářů malého rozsahu nebo krátkodobých scénářů.

Výsledné dvě zjednodušené rovnice popisují chování perturbací v tomto kvazistacionárním vesmíru. Tyto rovnice zahrnují výrazy jako např. $\epsilon\gamma_{00}$ a $\delta\rho$ které představují malé změny geometrie prostoru a hustoty hmoty.

$$\epsilon\gamma_{00|\beta|\beta}^{(g)} = -\Gamma^{(g)} \left[\delta\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}}\right)^3 \delta\rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]$$

$$\epsilon\gamma_{00|\beta|\beta}^{(h)} = \Gamma^{(h)} \left[\delta\rho^{(h)}(c^{(h)})^2 + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}}\right)^3 \delta\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 \right]$$

Kromě toho definujeme "*gravitační potenciály*" pro každou složku vesmíru, označené jako $\psi^{(g)}$ a $\psi^{(h)}$. Tyto potenciály souvisejí se změnami geometrie prostoru a jsou klíčové pro pochopení gravitačních účinků v různých oblastech nebo složkách vesmíru (např. (36)).

$$\psi^{(g)} = \frac{(c^{(g)})^2}{2} \epsilon\gamma_{00}^{(g)}, \quad \psi^{(h)} = \frac{(c^{(h)})^2}{2} \epsilon\gamma_{00}^{(h)}$$

Získáme :

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(g)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = -\Gamma^{(g)} \frac{(a^{(g)})^2}{2} \left[\delta\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}}\right)^3 \delta\rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]$$

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(h)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = \Gamma^{(h)} \frac{(a^{(h)})^2}{2} \left[\delta\rho^{(h)}(c^{(h)})^2 + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}}\right)^3 \delta\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 \right]$$

Ve

fyzice, zejména při studiu vesmíru a prostoru, jak jsme viděli v této části 2.3.8, popisují "*geodetické rovnice*" pohyb objektů pod vlivem gravitace. Zjednodušeně řečeno nám tyto rovnice říkají, jakou dráhu urazí objekt, který se pohybuje výhradně pod vlivem gravitace. Například jak obíhají planety kolem hvězd nebo jak padají objekty na Zemi.

V našem scénáři máme co do činění se dvěma různými vrstvami (nebo vrstvami) vesmíru, z nichž každá má své vlastní vlastnosti. První vrstva, kterou si můžeme představit jako vesmír běžné hmoty, se řídí jedním souborem pravidel. Druhá vrstva záporné hmoty, spojená s temnou hmotou a temnou energií, se řídí jiným souborem pravidel.

Následující dvě rovnice matematicky vyjadřují, jak by se objekty pohybovaly v těchto dvou různých vrstvách (ve vrstvě běžné hmoty a ve vrstvě záporných hmotností). Tyto rovnice se podobají klasické Poissonově rovnici ve fyzice, která se používá k popisu gravitačních polí.

Rovnice však mají jednu zvláštnost - zohledňují různé "rychlosti světla" v každé vrstvě. Tato úprava je klíčová pro zkoumání teorií, které přesahují naše standardní chápání fyziky.

$$\frac{d^2\xi^\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{(a^{(g)})^2} \frac{\partial\psi^{(g)}}{\partial\xi_\alpha}$$

$$\frac{d^2\xi^\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{(a^{(h)})^2} \frac{\partial\psi^{(h)}}{\partial\xi_\alpha}$$

Zvolené zákony interakce zaručují, že entity z vrstev strukturovaných metrikami g a h se vzájemně vylučují (3.13).



Obrázek 3.13 - Zákony vzájemného působení mezi hmotami

Můžeme tedy uvažovat oblast, kde je přítomna pouze jedna z těchto dvou entit. Zaměříme-li se na referenční rámec strukturovaný metrikou g který je vyplněn běžnou hmotou jako ve sluneční soustavě, se soustava rovnic vázaného pole zjednoduší na :

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} T_{\mu\nu}^{(g,g)}$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)}$$

První rovnici lze ztotožnit s Einsteinovou rovnicí bez kosmologické konstanty. Λ . Tato rovnice představuje standardní model gravitace pro běžnou hmotu. Druhá rovnice zachycuje to, co bychom mohli nazvat "efektem indukované geometrie". Popisuje, jak se geometrie prostoru ovlivňuje přítomností běžné hmoty v kouli o poloměru r a hustotě $\rho^{(g)} = \rho$ ovlivňuje geodetiku vrstvy záporné hmoty. V důsledku toho můžeme odvodit, že tento bimetrický model, v němž běžná hmota v jedné vrstvě interaguje se zápornou hmotou nacházející se ve druhé vrstvě, je v souladu se standardními testy obecné relativity na lokální úrovni. Přesto zůstává zásadní ověřit koherenci tohoto systému za stacionárních a nehomogenních podmínek.

3.3.4.3 Příroda primordiální antihmoty

V návaznosti na Sacharovovy návrhy v (Sacharov 1967), (Sacharov 1980) a (Sacharov 1979) předpokládáme, že dvojice hmota/antihmota v první vrstvě našeho vesmíru je tvořena kvarky a antikvarky s kladnou energií. Zároveň by dvojice hmota/antihmota ve druhé vrstvě byla tvořena kvarky a antikvarky se zápornou energií. Pokud by syntéza hmoty v první vrstvě (první pár) probíhala rychleji, zatímco syntéza antihmoty ve druhé vrstvě (druhý pár) pomaleji, mohlo by to vést k hypotéze, že objekty nacházející se ve středu velkých dutin ve velkorozměrové struktuře vesmíru, jak naznačuje jev dipólového

odpuzovače, jsou složeny z antihmoty. Tato antihmota zahrnuje antiprotony, antineutrony a antielektrony se zápornou energií, tj. zápornou hmotností ((J. M. Souriau 1997)). Ta by mohla tvořit sférické objekty složené z antivodíku (lehkých prvků) s odpudivými vlastnostmi podobnými obrovským protohvězdám vzniklým během primordiální radiční fáze (na počátku vesmíru).

Lakunární síť pozitivní hmoty omezuje tento prostor negativní hustoty a brání jejich splynutí. A naopak, tyto konglomeráty záporné hmoty fungují jako kotevní body této pórovité sítě ve vesmíru kladných hmot a zajišťují celkovou stabilitu.

Hvězdy s kladnou hmotností zpočátku připomínají sférické shluky plynu zahřáté na teplotu 1000 až 2000 °C. Tyto protohvězdy postupně chladnou a vyzařují záření především v červeném a infračerveném spektru. Aby se přeměnily na plnohodnotné hvězdy, musí hmota a plyny projít gravitační kontrakcí a dosáhnout teplot a hustot dostatečně vysokých k zahájení termonukleárních reakcí. Při tomto procesu kontrakce se uvolňuje tepelná energie, která je na povrchu hvězdy vyzařována v elektromagnetické formě, včetně viditelného světla. Toto uvolňování energie je úměrné čtverci poloměru hvězdy. Větší hvězdy mají větší povrch a mohou odvádět více tepla. Množství vyprodukovaného tepla je však úměrné krychli poloměru hvězdy, což souvisí s jejím objemem. U velmi hmotných hvězd tedy může být rychlost ochlazování relativně pomalá a může trvat značně dlouho, než teplota dosáhne hranice potřebné pro spuštění termonukleárních fúzních reakcí, které umožňují hvězdě zářit.

V našem pozitivním světě se předpokládá, že v jádru protohvězdy mohou začít jaderné fúzní reakce, když teplota dosáhne optima kolem 10 milionů stupňů Celsia. Právě při této teplotě získají jádra vodíku, která tvoří většinu hmoty v protohvězdě, dostatečnou kinetickou energii k překonání elektrostatické bariéry způsobené jejich kladným nábojem. Po překonání této bariéry se mohou jádra vodíku slučovat za vzniku helia, přičemž se uvolňuje značné množství zářivé a tepelné energie. Tato optimální teplota umožňuje účinnější jadernou fúzní reakci, která vytváří charakteristickou záři hvězd.

Například velmi hmotné a velmi horké protohvězdě se zápornou hmotností může trvat dlouho, než se ochladí natolik, aby mohly začít termonukleární reakce, protože proces kontrakce protohvězdy musí vygenerovat dostatek tepla, aby kompenzoval ztráty tepla na povrchu.

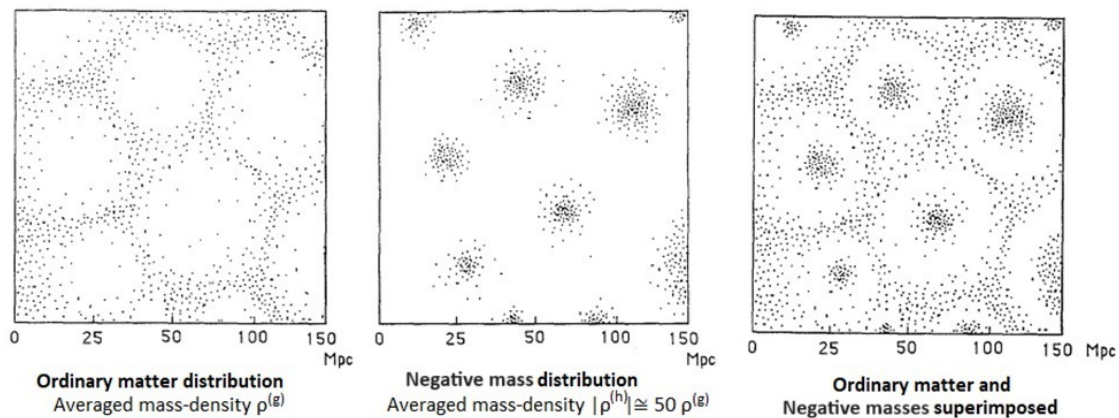
Výsledkem je, že tyto velmi hmotné protohvězdy se zápornou hmotností mají tak dlouhou dobu chladnutí, že se nikdy nezapálí (což přesahuje stáří vesmíru). V důsledku toho se v záporném světě nemůže vytvořit žádná galaxie, žádný těžký prvek, žádná molekula ani žádná jiná forma hmoty nezbytná pro rozvoj života.

3.3.4. 4Digitální 2D simulace

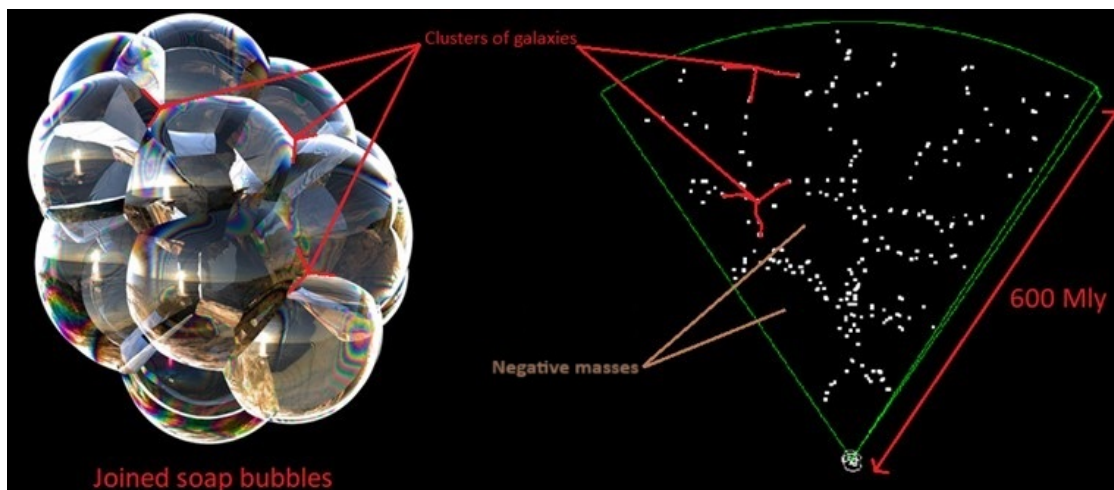
Dvourozměrné numerické simulace byly provedeny s použitím dvou sad 5000 hmotných bodů, které představují shluky běžné hmoty (hustota populace $\rho^{(g)}$) a záporné hmoty (hustota populace $\rho^{(h)}$).

Mezi oběma populacemi byla zachována výrazná asymetrie, přičemž $|\rho^{(h)}|$ je mnohem větší než $\rho^{(g)}$. Kromě toho byla na obě množiny aplikována Maxwellova 2D tepelná rozdělení rychlostí, přičemž střední rychlost rozdělení záporných hmotností byla čtyřikrát vyšší než u běžné hmoty.

Tyto simulace odhalily lakunární strukturu záporné hmoty v centrech velkých dutin ve velkorozměrové struktuře vesmíru. Jelikož se Jeansovy časy mění nepřímo úměrně s druhou odmocninou hustoty, je doba vývoje záporného rozložení hmoty kratší. To vede ke vzniku pravidelné sítě sféroidálních konglomerátů. Obyčejné rozložení hmoty je tedy nuceno obsadit zbývající prostor, což vede ke vzniku lakunarové struktury podobné souboru spojených mýdlových bublin v trojrozměrných simulacích. Tento model pozoroval také Brennen v roce 1995 (Brennen 1995) (obrázky 3.14 a 3.15), jak citoval El-Ad v roce 1997 ((El-Ad, Piran a Costa 1997)).

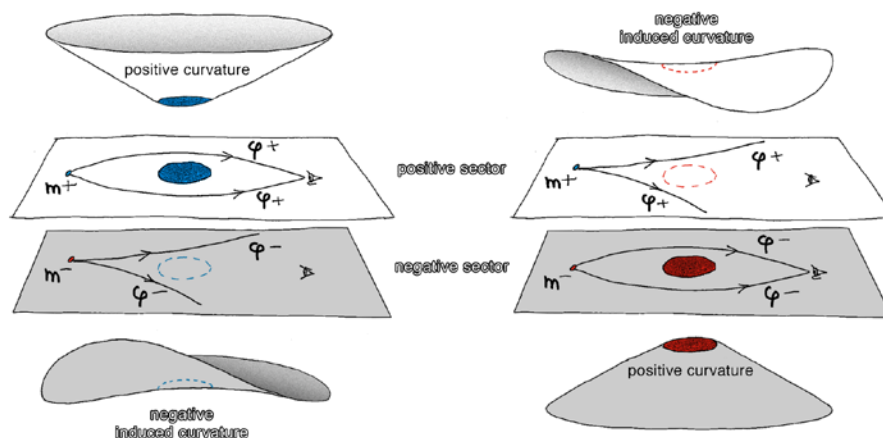


Obrázek 3.14 - Distribuce obyčejné hmoty a záporné hmoty při $|\rho^{(h)}| \gg \rho^{(g)}$



Obrázek 3.15 - Sféroidní lakunární struktura

Je důležité vzít v úvahu, že v rámci záporné hmotnosti nám chybí data z pozorování, která bychom mohli porovnat s potenciálními numerickými předpověďmi, s výjimkou geometrických efektů vyvolaných tímto vztažným rámcem (rámcem záporné hmotnosti) prostřednictvím jevů gravitačního čočkování, jak je strukturováno metrikou $g_{\mu\nu}$. V důsledku toho je tlak odvozený z diferenciální rovnice TOV (Tolman - Oppenheimer - Volkoff) ((Adler, Bazin a Schiffer 1975)) v časoprostoru strukturovaném metrikou $h_{\mu\nu}$ zůstane vždy hypotetický. V důsledku toho není praktické pokoušet se strukturovat tenzor interakcí $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$ druhé rovnice pole (34b). Nikdy totiž nebudeme schopni porovnat výsledky získané výpočtem geodetik $h_{\mu\nu}$ s pozorovacími údaji týkajícími se pohybu částic se zápornou hmotností. Místo toho musíme pracovat s funkcí $\beta(r)$ (nesouvisející se záporným tlakem), jen abychom zaručili existenci řešení v tomto vztažném rámcu. Nejdůležitějším aspektem je zajistit, aby kovariantní derivace jejího interakčního tenzoru byla nulová (37). Abychom plně pochopili tento vliv indukované geometrie, musíme se vztáhnout do kontextu systému se dvěma spřaženými polními rovnicemi modelu. Je důležité si uvědomit, že se tím strukturuje 4D hyperplocha podle dvou metrik spojených se dvěma různými vrstvami časoprostoru. Každý typ hmoty je spojen s vlastní metrikou, z čehož vyplývá, že hmota vždy vytváří kladné zakřivení časoprostoru podle své vlastní metriky (kde hmota vyzařuje fotony viditelné energie) a vždy záporné zakřivení v konjugované metrice (kde hmota vyzařuje fotony neviditelné energie), jak je vidět na následujícím obrázku 3.16.



Obrázek 3. 16 - Indukovaný geometrický efekt

Vlevo na obrázku 3.16 vytváří masivní modrý objekt patřící do kladného vesmíru kladné zakřivení. V důsledku toho vytváří kladný gravitační čočkový efekt na obraz malé kladné hmoty m^+ což způsobuje, že fotony s kladnou energií ϕ^+ kolem masivního modrého objektu. Tento masivní objekt však vyvolává záporné zakřivení v záporném vesmíru. V důsledku toho, i když je neviditelný, je jeho zdánlivá hmotnost v záporném vesmíru pocíťována jako záporná.

Naopak vpravo na obrázku 3.16 patří masivní červený objekt do záporného vesmíru. Vytváří kladné zakřivení vzhledem ke své vlastní vztažné soustavě (a nikoli záporné zakřivení). Tento masivní objekt vyvolává záporné zakřivení, které je v našem vesmíru vnímáno, přestože jeho energetické fotony jsou neviditelné. Proto usuzujeme, že jeho zdánlivá hmotnost je záporná. Je tomu tak proto, že vyvolává záporný gravitační čočkový efekt na obraz malé hmoty m^+ což způsobuje, že fotony s kladnou energií ϕ^+ kolem neviditelného hmotného záporného objektu, jehož gravitační účinek je vždy přítomen. Z pojmu záporné hmotnosti můžeme odvodit několik důsledků:

- V podstatě neexistuje žádná záporná hmotnost (a tedy ani záporná energie). Příkladnějším "záporná hmotnost" (a "záporná energie", protože tyto dvě vlastnosti spolu zjevně souvisejí) není vlastní fyzikální vlastností "částice se zápornou hmotností". Ve skutečnosti je "zápornost" nebo "kladnost" hmoty pouze veličinou zakřivení měřenou lokálně v časoprostoru pozorovatelem. Znaménko tohoto zakřivení je relativní vzhledem k referenčnímu rámci hyperplochy nebo metriky, v níž je tato hmotnost měřena. Je to vlastně zdánlivá hmotnost, jejíž přítomnost se projevuje pouze zakřivením, které v časoprostoru vyvolává.

Jinými slovy, všechny částice s hmotností ve vesmíru mají výhradně kladnou setrvačnou hmotnost, ale jejich gravitační hmotnost je relativní. Znaménko jejich gravitační hmotnosti je opačné (kladné nebo záporné) v závislosti na přijatém úhlu pohledu: hmota deformuje časoprostor ve své vlastní metrice, čímž vyvolává určité zakřivení, které je vždy kladné. V opačném vesmíru, z něhož pozorovatel toto zakřivení vnímá jako záporné, však bude vnímána jako zdánlivá hmotnost. To je

způsobeno spojitou povahou rovnic pole a vede k efektu, který se nazývá *konjugované zakřivení*. Lze jej popsat jako *"stejná hmota vyvolávající dvě opačné křivosti"*.

Například Země, viděná z našeho vztažného systému, má kladnou hmotnost. Představte si, že byste nějakým neznámým procesem mohli obrátit svou energii (obrátit svou hmotnost). Země (a všechny hvězdy na obloze) by zmizely, protože byste již nebyli schopni vnímat fotony kladné energie. Stále však můžete vnímat a měřit zakřivení, které nadále vyvolává v časoprostoru. Tímto měřením byste zjistili, že nyní neviditelná Země má zápornou hmotnost.

Neexistují však odlišné vesmíry pozitivních energií a vesmíry negativních energií. Jde pouze o svévolnou volbu názvosloví. Oba vesmíry jsou rovnocenné. Podle konvence nazýváme sektor, ve kterém žijeme, pozitivním vesmírem. Obrácení šipky času neznámá, že začneme žít *"vzhůru nohama"* a že omládneme. Fyzikálně se projevuje inverzí energií částic. Tato inverze je opět relativním pozorováním. V praxi se projevuje posunem do opačného vesmíru.

- Je důležité si uvědomit, že částice se zápornou energií (a jejich fotony) nelze detekovat optickými přístroji, protože se pohybují po geodetice vlastní metriky. $h_{\mu\nu}$ odlišné od geodetik naší metriky. $g_{\mu\nu}$. Existují tedy dvě sady geodetik, které se nikdy "neprotínají". Jelikož se druhy s kladnou a zápornou energií nemohou navzájem vidět a vyvíjejí se podél dvou různých rodin geodetik, nazývají se dva vztažné rámce časoprostoru, v nichž se nacházejí, vztažný rámec kladné a vztažný rámec záporné hmoty. Jedná se tedy o dva vztažné rámce v rámci jedné 4D hyperplochy, které jsou strukturovány dvěma spřaženými rovnicemi pole, nikoliv jednou. Nicméně i když jsou pro nás záporné hmoty neviditelné, protože s naším vesmírem neinteragují elektromagneticky a nevyměňují si fotony, svou přítomnost odhalují pouze prostřednictvím antigravitačního efektu, protože vyvolávají opačné zakřivení časoprostoru.
- Záporné hmoty jsou ve vesmíru rozšířené, ale jejich podíl se liší podle oblasti prostoru, ve které se nacházíme, a existují pouze proto, aby přispívaly k jeho stabilitě antigravitačním účinkem. Vesmír je definován jediným prostoročasem strukturovaným dvěma metrikami, které nám umožňují měřit délku nebo vzdálenost mezi dvěma body v tomto prostoročase dvěma různými způsoby, a to pomocí dvou různých sad vztažných bodů (tří prostorových vztažných bodů a jednoho časového vztažného bodu). Pro účely výuky si tento časoprostor můžeme představit jako list papíru se dvěma různými mřížkami na každé ze dvou stran.

3.3.5 Výhled do budoucna

Vědecký přístup k pochopení jevu lze shrnout do schopnosti reprodukovat a měřit jev. Je důležité si uvědomit, že jev inverze hmoty je zcela možné demonstrovat v laboratoři invertováním nekonečně malého množství hmoty za předpokladu, že je možné v této hmotě vyvolat výrazné poruchy vyvoláním elektromagnetických parametrů o řádu několika desítek milionů tesla za velmi krátkou dobu, například pomocí výbušnin. Sovětský svaz již v

50. letech 20. století vyrobil 100 milionů ampérů stlačením magnetického toku pomocí výbušnin, a to pomocí magnetokumulativního generátoru ((Pavlovskij 1994)). Tuto inverzi hmoty by pak bylo možné prokázat měřením gravitačních vln, které vysílají a detekují laserové interferometry Virgo a Ligo.

Sjednocení teorie relativity s kvantovou mechanikou by bylo možné pouze prostřednictvím kvantování gravitace. V Teorii relativity však žádný koncept kvantizace energie, s výjimkou ekvivalence hmoty a energie, neexistuje, protože Einsteinova rovnice pole v zásadě nepopisuje částice. Proto je teorie strun jediným přijatelným a akceptovatelným současným přístupem k překlenutí propasti mezi relativitou a kvantovou mechanikou. Toto sjednocení je však podle tohoto přístupu nemožné, protože Kvantová mechanika uvažuje síly v termínech polí a v těchto polích je k přenosu interakce zapotřebí částice. Například foton je elementární částice, která přenáší elektromagnetické pole, a její kvantifikace je možná díky zahrnutí kladných a záporných elektrických nábojů. Na druhé straně jedinou částicí, která vyplývá z teorie strun a přenáší gravitaci, je graviton, ale tato pseudočástice nebyla nikdy experimentálně pozorována. Ve skutečnosti zůstává koncept kvantové gravitace v tomto modelu spekulativní. Alternativní domněnkou pro kvantifikaci gravitace na kvantovém měřítku by bylo uvažovat o existenci hmot opačných znamének, které vykazují odpudivé vlastnosti ve výpočetním modelu, podobně jako v modelu fotonů s elektrickými náboji opačných znamének pro přenos interakce.

4 Příspěvek ke kosmologii a částicové fyzice

4.1 Úvod do dynamických skupin

Teorie dynamických systémů je obor matematiky, který se zaměřuje na studium pohybu a změn v čase. Jejím cílem je pochopit, jak se systémy vyvíjejí v závislosti na jejich počátečních podmínkách a vnějších silách, které na ně působí. *Symplektická geometrie* je integrací teorie dynamických systémů a diferenciální geometrie, která studuje tvary a vlastnosti zakřivených prostorů, zejména to, jak se tyto prostory deformují a ohýbají pod vlivem vnějších sil. Tento obor, který má kořeny v hamiltonovské mechanice, zkoumá matematické objekty zvané "*symplektické variety*", které mají jedinečnou strukturu umožňující měření rozměrů. Na rozdíl od Riemannovy geometrie, která k měření délek a úhlů používá metrický tenzor, používá symplektická geometrie k měření ploch matematickou formu zvanou "*symplektická forma*".

Jean-Marc Souriau byl předním průkopníkem symplektické topologické geometrie. Vyvinul koncept geometrické kvantifikace, který transformuje základní fyzikální veličiny, jako je energie a hybnost, na čistě geometrické objekty. Souriauova práce dala fyzikální význam inverzi šipky času v našem kosmologickém modelu ((Bergmann a Einstein 1938), (Kaluzna 1921)).

Co je to skupina?

Z matematického hlediska se jedná o určité matice působící na jiné matice. Co však představuje z fyzikálního hlediska?

Podle J. M. Souriaua je skupina vytvořena pro přepravu a způsob přepravy je významnější než přepravovaná entita: *"Řekni mi, jak se pohybuješ, a já ti řeknu, kdo jsi."*

Zaměřujeme se především na Lieovy grupy (viz (Bourbaki 2006)), které jsou jak grupami, tak diferenciálními varietami (lokálně promítnutými "zakřivenými prostory" do n -rozměrného euklidovského prostoru). Jsou nezbytné pro popis pohybů a transformací v prostoru. Dvě klíčové grupy jsou ortogonální grupa $O(3)$ a euklidovská grupa $E(3)$:

- **Ortogonální grupa $O(3)$** se používá k popisu rotací a symetrií ve třech rozměrech, přičemž zachovává vzdálenosti v prostoru. Její součástí je klíčová podgrupa $SO(3)$, rotační grupa, která se zabývá otáčením kolem osy.
- **Euklidovská grupa $E(3)$** popisuje trojrozměrné pohyby, jako jsou rotace, symetrie a translace. Na základě ortogonální grupy $O(3)$ ji lze v mechanice těles rozložit na sílu a moment působící na objekt. Jedná se o grupu, ve které lze k výpočtu vzdálenosti mezi dvěma body použít Pythagorovu větu. Tato grupa transformuje bod se souřadnicemi x, y, z na nový bod se souřadnicemi x', y', z' . Jedinečnou vlastností této dynamické grupy je její schopnost generovat v rámci grupy rodinu invariantních geometrických objektů. Například přímka podrobená translaci zůstává přímkou, což z ní činí jednorozměrný invariantní geometrický objekt. Dokonalým příkladem trojrozměrného symetrického objektu je koule. Její jedinečnou vlastností je, že se nemění při otáčení kolem svého středu, což dokazuje rotační symetrii. V geometrickém vyjádření to znamená, že koule při jakémkoli rotačním pohybu prochází sama sebou a v každém bodě si důsledně zachovává své geometrické vlastnosti. Ve fyzice, zejména při studiu časoprostoru v obecné teorii relativity, je Schwarzschildovo řešení důležitým pojmem. Popisuje gravitační pole vně sféricky symetrické nerotující hmoty, jako je černá díra. Schwarzschildova metrika, řešení Einsteinových rovnic pole, je invariantní vůči rotacím a translacím v čase a prostoru, což připomíná invariantnost pozorovanou v euklidovské geometrii, ale aplikovanou na zakřivený prostoročas obecné relativity. Ve Schwarzschildově prostoročasu jsou geodetické dráhy určeny zakřivením prostoročasu, které je popsáno Schwarzschildovou metrikou. Pro objekt pohybující se po geodetice se zachovávají určité veličiny, jako je jeho úhlový moment hybnosti a jeho energie vzhledem k hmotě způsobující zakřivení prostoročasu. Toto zachování je důsledkem symetrie časoprostoru, analogické zákonům zachování v klasické mechanice.

Lieovy grupy tedy popisují pohyby v prostoru při zachování vzdáleností a délek. Jsou to izometrické grupy, když geometrické vlastnosti pohybujících se objektů zůstávají při transformaci v prostoru nezměněny (vzdálenosti a úhly). Rotace jsou příkladem symetrie v trojrozměrném prostoru, protože nemění geometrické vlastnosti prostoru. Například otáčení krychle nemění vzdálenosti mezi jejími vrcholy. Jinými slovy, geometrické vlastnosti

objektu zůstávají nezměněny, i když se změnila jeho poloha.

Podle speciální teorie relativity se místo v trojrozměrném euklidovském prostoru $[x, y, z]$ se signaturou $(+ + +)$ kde je čas samostatnou entitou, ve skutečnosti existujeme ve čtyřrozměrném časoprostoru, kde jsou tři prostorové rozměry kolmé na jeden časový rozměr $[t, x, y, z]$ nazývaného Minkowského prostor, jehož signatura je $(- + + +)$.

Dynamická grupa spojená s tímto prostorem je Poincarého grupa. Umožňuje generovat zvláštní pohyby, například pohyb bezhmotných částic, jako jsou fotony (které nikdy nejsou v klidu, ale vždy se pohybují rychlostí světla, gravitací nejsou z hlediska rychlosti ovlivněny, pouze se mění v energii), a rodinu částic s nenulovou hmotností. Tato dynamická skupina, aplikovaná na speciální teorii relativity, zahrnuje pohyb hmotností nebo fotonů s možnou inverzí šipky času, tj. z minulosti do budoucnosti a naopak, a lze ji znázornit v maticovém tvaru následovně:

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Kde: L je Lorentzova grupová matice, která popisuje, jak se mění časoprostorové souřadnice mezi různými inerciálními vztažnými rámci. Tyto transformace zahrnují rotace v prostoru a také Lorentzovy transformace (zesílení), což jsou změny vztažných rámců pohybujících se vůči sobě konstantní rychlostí. C je vektor odpovídající časoprostorovým translacím v $\mathbb{R}^{1,3}$.

Ve skutečnosti polovina prvků dynamické grupy reverzuje čas, což znamená, že pokud uvažujeme prvek časoprostoru, jako je hmota nebo foton, a aplikujeme časový pohyb z minulosti do budoucnosti, můžeme stejný pohyb provést v opačném směru pomocí Poincarého grupy. Proto

podle Souriauovy teorie z jeho díla "*Struktura dynamických systémů*" ((Kaluza 1921)), jestliže dynamická grupa může způsobit, že se fotony nebo hmoty budou pohybovat šipkou času v opačném směru, pak lze obrátit i jejich energii, a tedy i hmotnost.

Poznámka: Omezená Poincarého grupa se zabývá výhradně "*ortochronním*" relativistickým pohybem ve čtyřech rozměrech Minkowského prostoru, který přechází z minulosti do budoucnosti. Její maticová forma zahrnuje Lorentzovu submatici L_0 takto:

$$\begin{pmatrix} L_0 & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Můžeme nyní tyto pohyby se zápornou energií a hmotností a opačnou šipkou času považovat za součást fyziky? Lze je měřit nebo pozorovat?

Částice se zápornou energií vyzařují fotony se zápornou energií, takže je nelze pozorovat ani měřit opticky. Bylo

však pozorováno a změřeno, že rozpínání vesmíru se zrychluje v důsledku záporného tlaku spojeného s temnou energií ((Perlmutter a kol. 1999)). Tlak je hustota energie na jednotku objemu.

Rozpínání vesmíru je tedy přímo spojeno se zápornou energií. To naznačuje, že podstatná část vesmíru, v současnosti definovaná jako temná hmota s temnou energií, ovlivňuje toto rozpínání prostřednictvím gravitačního působení. Tento dynamický a geometrický přístup tedy poskytuje odpověď na otázku jeho původu a povahy. Mohla by obsahovat hmotu nebo fotony nabitě zápornou energií.

4.2 Různé symetrie spojené s každým operátorem zvratu

Omezená Poincarého grupa řeší relativistický pohyb ve čtyřech dimenzích Minkowského prostoru. Poincarého grupa je grupa podle následující matice :

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

kde C je vektor odpovídající časoprostorovým translacím v čase $\mathbb{R}^{1,3}$:

$$C = \begin{pmatrix} \Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

Působí na body v Minkowského prostoru:

$$\xi = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Tato desetirozměrná grupa je izometrickou grupou tohoto prostoru, definovanou jeho metrikou :

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Lorentzova grupa podle své submatice L patřící do prostoru \mathcal{L} má čtyři spojené složky:

- \mathcal{L}_n neutrální složka nevrací prostor ani čas.
- \mathcal{L}_s obrátí prostor.
- \mathcal{L}_t obrací čas, ale ne prostor.
- \mathcal{L}_{st} obrací čas i prostor.

První dvě složky jsou seskupeny do podskupiny známé jako "ortochronní" nebo omezená Lorentzova skupina:

$$\mathcal{L}_o = \mathcal{L}_n \cup \mathcal{L}_s$$

Poslední dvě složky tvoří sadu "antichron", jejíž složky obracejí čas:

$$\mathcal{L}_a = \mathcal{L}_t \cup \mathcal{L}_{st}$$

Všimněte si, že :

$$\mathcal{L}_t = -\mathcal{L}_s \quad \mathcal{L}_{st} = -\mathcal{L}_n$$

$$\mathcal{L}_{st} = -\mathcal{L}_n \quad \mathcal{L}_t = -\mathcal{L}_s$$

4.3 Lorentzova dynamická skupina

Aplikace koadjungované akce dynamické grupy na duál její Lieovy algebry, kterou inicioval matematik Jean-Marie Souriau, osvětlila některé aspekty přístupu uplatňovaného ve fyzice. Omezená Lorentzova dynamická grupa, omezená na své dvě ortogonální složky, převádí aspekty speciální teorie relativity prostřednictvím svých výsledných invariantních vlastností. V roce 1970 J-M Souriau stanovil, že analýza složek jejího momentu zdůrazňuje geometrickou povahu (nekvantifikovaného) spinu ((J. M. Souriau 1964) (J. M. Souriau 1997)). Lorentzova grupa má dvě spojené ortogonální složky, a to svou první neutrální složku, obsahující neutrální prvek grupy, a svou druhou enantiomorfní složku, invertující prostor synonymní se *symetrií P*. V tomto případě se jedná o dvě ortogonální složky. V teorii dynamických grup je zřejmá klasifikace z hlediska pohybů. V této fázi je působení těchto prvků invertujících prostor ilustrováno na jevu polarizace světla, kdy se jakýkoli "pravý" foton může přeměnit na "levý" foton. Tuto skupinu lze reprezentovat rodinou matic 4×4 Laxiomaticky definované jako $L^T G L = G$ kde L^T je transpozice Lorentzovy matice L a G je Minkowského metrická matice, která se v tomto kontextu často nazývá Gramova matice. Ve speciální teorii relativity je obecně reprezentována diagonální maticí s prvky $\text{diag}(1, -1, -1, -1)$. Tato rovnice znamená, že Lorentzova transformace zachovává Minkowského skalární součin, což je klíčová podmínka koherence speciální teorie relativity.

4.4 Omezená Poincarého dynamická skupina

Součin Lorentzovy grupy s časoprostorovou translační grupou nám umožňuje zkonstruovat omezenou Poincarého dynamickou grupu, která je vždy omezena na dvě ortogonální složky. V jejím okamžiku nejprve nalezneme energii související s podgrupou časových translací. Poté impuls, spojený s prostorovými translacemi, přičemž tyto dvě skupiny jsou spojeny invariantností modulu kvadriektoru energie-impulsu při působení Lorentzovy grupy. Matice spojená s touto grupou musí obsahovat "ortogonální" Lorentzovu submatrici L_0 o rozměru 3×3 a také translační vektor C a další složky, aby byla její struktura úplná (viz (45)).

4.5 Omezené Kaluzovy a Janusovy dynamické skupiny

Přidáním translace podél páté dimenze k omezené Poincarého grupě vytvoříme Lieovu grupu, kterou nazýváme *omezená Kaluzova grupa* ((Bargmann, Bergmann a Einstein 1941), (Bergmann 1942), (Bergmann a Einstein 1938), (Kaluzza 1921), (Klein 1926)). Tato grupa není patnácti-rozměrnou Kaluzovou grupou spojenou s pětidimenzionální Lorentzovou varietou, ale novou pěti-rozměrnou grupou počítající pouze translace. Tato nová dimenze dává impulsu další skalár, který lze ztotožnit s elektrickým nábojem q který je kladný, záporný nebo nulový a který dosud není kvantifikován. Následně demonstrujeme geometrický překlad podle skaláru ϕ tím, že hmotám přidělíme invariantní elektrický náboj. Poté zavedením nové symetrie odrážející inverzi pátého rozměru, která je synonymem pro inverzi skaláru z $q \rightarrow -q$ zdvojnásobíme počet připojených složek ze 2 na 4. Akce na moment pak tuto novou symetrii spojuje s inverzí elektrického náboje q . Odvodíme tak geometrický model nábojové konjugace neboli *C symetrie*, který převádí symetrii hmoty a antihmoty zavedenou Dirakem. Je proto logické nazvat toto nové rozšíření *Omezená Janusova grupa*.

4.6 Dynamická skupina Janus

Zavedením nové symetrie do předchozí grupy, kterou označujeme jako *symetrii T* a která přeměňuje hmotu na antihmotu se zápornou hmotností - pojem, který bychom mohli nazvat *antihmotou ve Feynmanově smyslu* - vytvoříme *Janusovu dynamickou grupu*. Tímto způsobem zdvojnásobíme počet spojených složek ze čtyř na osm, rozdělených do dvou podskupin: "*ortochronní*", zachovávající časové a energetické vlastnosti, a "*antichronní*", obracející čas a energii. V důsledku toho zdůrazňujeme geometrický překlad, který spočívá v tom, že hmotám propůjčujeme invariantní elektrický náboj. Jak ukázal Jean-Marie Souriau, průkopník teorie dynamických grup, již v roce 1970 ((J. M. Souriau 1964), (J. M. Souriau 1997)), tento přístup umožnil propůjčit čistě geometrickou povahu klíčovým prvkům, které poznamenaly pokrok relativistické fyziky.

Zde je matice spojená s Janusovou dynamickou grupou, z níž je možné rekonstruovat všechny grupy symetrie:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} (-1)^\mu & 0 & \phi \\ 0 & T^\lambda S^\nu L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in \{0,1\}, \phi \in \mathbb{R}, L \in \mathcal{L}, C \in \mathbb{R}^{1,3} \right\}$$

- **Symetrie P:**

Musíme použít $\mu = 0, \lambda = 0$ a $\nu = 1$ pak dostaneme :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Tento operátor symetrie odpovídá inverzi prostoru, kde se uvažuje prvek druhé spojitě složky ortogonální grupy. Právě tato symetrie obrací helicitu fotonu a mění "*pravý foton*" na "*levý foton*", což odpovídá jevu polarizace světla.

- **Symetrie C:**

Musíme použít $\mu = 1, \lambda = 0$ a $\nu = 0$.

Vycházíme z prvku L_n ortogonální omezené Lorentzovy grupy, invertující pátý rozměr nesoucí elektrický náboj. q dostaneme operátor "*symetrie C*" neboli "*nábojové konjugace*" (kvantové) :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Právě tato symetrie představuje transformaci "*hmota-antihmota*".

- **Symetrie T:**

Musíme použít $\mu = 0, \lambda = 1$ a $\nu = 0$.

Tato operace odstraní *symetrii C* ($J_{an_{11}} = 1$) a *symetrii P* ($J_{an_{22}} = -L_s$) takto:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_t & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **CP symetrie:**

Musíme použít $\mu = 1, \lambda = 0$ a $\nu = 1$.

Tato operace přidá *symetrii C* ($J_{an_{11}} = -1$) a *symetrii P* ($J_{an_{22}} = L_s$) takto:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Poznámka: Lze ji také odvodit odstraněním *symetrie T* ($J_{an_{22}} = L_s$) *symetrie ze symetrie CPT* pomocí této operace : **CP = T · CPT**

- **Symetrie CPT:**

Musíme použít $\mu = 1, \lambda = 1$ a $\nu = 1$.

Víme, že prvek L_n neutrální grupy nereverzují ani čas, ani prostor, takže prvek $J_{an_{22}} = -L_n$ prvek revertuje jak prostor, tak čas a tvoří tak operátor *symetrie PT*. Pokud však přidáme *symetrii C* ($J_{an_{11}} = -1$), vytvoříme *Janusovu grupu CPT s nábojovou symetrií* takto:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Symetrie PT:**

Musíme použít $\mu = 0, \lambda = 1$ a $\nu = 1$.

Odstraněním *symetrie C* ($J_{an_{11}} = 1$) z *CPT symetrie* pomocí této operace : **PT = C · CPT** získáme :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Symetrie CT:**

Musíme použít $\mu = 1, \lambda = 1$ a $\nu = 0$.

Odstraněním *symetrie P* ($Jan_{22} = -L_s$) *symetrie z CPT symetrie* po této operaci :
CT = P · CPT získáme :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Neutrální operátor:**

Musíme použít $\mu = 0$, $\lambda = 0$ a $\nu = 0$.

Objekt se pohybuje v pěti dimenzích, aniž by změnil svou povahu. Uvažuje se pouze neutrální prvek "ortochronní"

podskupiny ($Jan_{22} = L_n$) :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Je důležité poznamenat, že Feynman se domnívá, že aplikace *PT symetrie na pohyb částic* vede k vytvoření antihmoty aplikací *C symetrie*. V důsledku toho je *symetrie PT* ekvivalentní *symetrii C*, což znamená, že částice hmoty "viděná v zrcadle" a pohybující se zpět v čase je antihmota.

Tento pohled vyplývá z Weinbergovy práce "Kvantová teorie pole" v části 2.6 nazvané "Inverze prostoru a zpětný chod času" ((Weinberg 2000)). V podstatě se pro operátor inverze *T* použije libovolná volba, která způsobí, že se operátor *CPT* stane identitou.

Tedy za předpokladu, že **CPT = I** vyplývá, že **PT = PT · I = PT · CPT = C**. Feynmanův názor tedy vychází především z kvantové mechaniky, kde kvantoví teoretici provádějí zcela libovolné apriorní volby operátorů *P* a *T*, omezené "potřebou vyhnout se vzniku záporných energetických stavů (považovaných za nefyzikální)". V důsledku toho musí být operátor *P* lineární a unitární a operátor *T* antilineární a antiunitární. A na závěr na straně 104 dodává: "Nejsou známy žádné příklady částic, které by poskytovaly netradiční reprezentace inverzí, takže tyto možnosti zde nebudeme dále zkoumat. Od nynějška se bude předpokládat, že inverze mají konvenční působení popsané v oddíle 2.6".

Záporné energetické stavy (spojené se záporným tlakem) existují, protože jsou zodpovědné za urychlování kosmické expanze, jak dokládá Perlmutterova práce oceněná Nobelovou cenou v roce 2011 ((Perlmutter et al. 1999)). V době vzniku kvantové teorie pole však tento jev ještě nebyl znám.

V důsledku toho pro Feynmana přítomnost operátoru zvratu času *T* v jeho globální *PT symetrii* nevede k inverzi hmotnosti, ale transformuje hmotu na antihmotu s kladnou hmotností prostřednictvím inverze náboje přes *C symetrii*.

Z pohledu Janusovy grupy, vycházející z pohybu částice s kladnou hmotností v pětirozměrném prostoru, *C symetrie* (nesená inverzí pátého rozměru) transformuje tuto částici (tento pohyb) na antičástici s kladnou hmotností, kterou můžeme nazvat "antičásticí Diracova typu". Na druhé straně *PT* aplikovaný na částici vytváří antičástici se zápornou energií a hmotností, což je dáno *symetrií T*, kterou můžeme nazvat "antičásticí Feynmanova typu". Ekvivalence $PT = C$ podle Feynmana již neplatí.

4.7 Použití

Významné přínosy této studie se týkají především oblastí kvantové mechaniky a kosmologie:

- Jedním z pozoruhodných aspektů **kvantové mechaniky je** inverze energie a hmotnosti určitých objektů. To vede ke zkoumání dvou kategorií antihmoty: jeden typ antihmoty s kladnou hmotností vyplývající ze *symetrie C*, známý jako *antihmota v Diracově smyslu*, je ten, který se vyrábí v laboratoři a nedávno se ukázalo, že se pod vlivem gravitace chová stejně jako běžná hmota ((Anderson 2023)). Druhá, pocházející z *PT symetrie se zápornou hmotností*, známá jako *antihmota ve Feynmanově smyslu*, odpovídá prvotní antihmotě nacházející se mezi galaxiemi a nachází se zejména v podobě konglomerátů ve *Velkém deflektoru* ((Hoffman et al. 2017)). Vyvstává zajímavá otázka, zda se ve fyzice mohou vyskytovat objekty se zápornou hmotností a energií. Takové entity by naznačovaly přítomnost záporných energetických stavů v kvantové mechanice. Když se kvantoví fyzici zabývají *symetrií T*, tradičně přijímají antilineární a antijednotkovou perspektivu operátoru *T*, aby vyloučili záporné energetické stavy, které jsou obecně považovány za fyzikálně nevlastní. Podobně se z podobných důvodů volí unitární a lineární operátor *P* (viz (Weinberg 2000)). Tyto volby jsou základem věty CPT a posilují myšlenku, že *symetrie PT* je v souladu se *symetrií C*. Na druhou stranu přijetí lineárního a unitárního operátoru *T* odhaluje, že záporné energetické stavy jsou přirozeným výsledkem ve Schrödingerových a Diracových rovnicích (viz (Debergh et al. 2018)), což otevírá cestu novým oblastem výzkumu. Kromě toho kosmologická pozorování potvrdila, že rozpínání vesmíru se zrychluje, což se připisuje zápornému tlaku spojenému s temnou energií, jak dokládá Perlmutterova práce oceněná Nobelovou cenou v roce 2011. Vzhledem k tomu, že tlak představuje hustotu energie na jednotku objemu, je tento jev přímo spojen s negativní energií ovlivňující rozpínání vesmíru.
- **V oblasti kosmologie** obecná relativita rozhodně odmítá koncept záporných hmotností s odkazem na vznik únikového jevu a rozpory s principy akce-reakce a ekvivalence (viz (Bondi 1957)). V důsledku toho by jakýkoli nový model navrhuující integraci záporných stavů energie a hmoty vyžadoval rozšíření základního geometrického rámce relativity. Teorie dynamických grup, soustředěná kolem různých grup, jako jsou Lorentzova, Poincarého a Kaluzova, poskytuje rámec pro popis vesmíru bez sil, který se vyznačuje plochou, nezakřivenou strukturou. V takovém vesmíru částice sledují geodetické linie Minkowského prostoru v Lorentzově metrice nebo se pohybují ve vláknitém prostoru ovlivněném pátým rozměrem, ať už otevřeným, nebo uzavřeným. Tento teoretický přístup předpokládá koexistenci dvou odlišných typů hmoty, které existují izolovaně bez vzájemné interakce. Částice v těchto prostorech na sebe vzájemně neinteragují. Tento inovativní pohled otevírá nové možnosti chápání interakcí mezi částicemi, prostorem a časem.

5 Alternativní interpretace modelu červí díry ve spojení s bílou fontánou jako jednosměrnou membránou

Studie exteriérové metriky, kterou vypracoval K. Schwarzschild v roce 1916 jako řešení Einsteinovy rovnice ve vakuu, odhaluje zavedení hypotézy: invariance časovou symetrií metriky. $t \rightarrow -t$ běžně známé jako "statičnost". Tento předpoklad, který v té době neměl žádný prokázaný fyzikální základ, vedl k odstranění křížového členu $dr dt$ v metrice. Byla tedy provedena libovolná volba souřadnic, která se vyznačovala právě absencí tohoto křížového členu $dr dt$. Cílem této studie je prozkoumat fyzikální možnosti nového přístupu založeného na zavedení křížového členu $dr dt$ v metrice a ukázat možnost konstrukce Červí díry a Bílé fontány jako jednosměrné membrány, spojující dva PT -symetrické semiremannské prostory prostřednictvím "mostu", který lze překročit pouze v jednom směru.

5.1 Řešení Einsteinovy rovnice odrážející různé topologie

V roce 1916 publikoval Karl Schwarzschild dva po sobě následující články ((Schwarzschild 1916b),(Schwarzschild 1916a)). První z nich představil konstrukci řešení Einsteinovy rovnice ve vakuu, založenou na následujících předpokladech:

- *Stacionarita*: Nezávislost členů metriky na časové souřadnici, tj. invariance časovou translací.
- *Izotropie* a sférická symetrie, tj. invariance podle $SO(3)$.
- Žádný křížový termín $dr dt$.
- Lorentzova do nekonečna.

Toto řešení, nazvané Schwarzschildova vnější metrika, rychle doplnil o vnitřní metriku (Schwarzschild 1916a) popisující geometrii uvnitř koule naplněné tekutinou o konstantní hustotě. ρ_o a řešení Einsteinovy rovnice s druhým členem. Podmínky pro spojení obou metrik (spojitost geodetik) byly splněny. Jevy předsunutí perihelia Merkuru a vychýlení světelných paprsků toto řešení potvrzují (obrázek 3.4). K. Schwarzschild se snažil zajistit, aby podmínky, jimiž se řídí tyto dvě metriky, byly v souladu s fyzikální realitou.

Jako příklad můžeme uvést neutronové hvězdy, které dnes díky své ohromující hustotě a impozantní hmotnosti slouží jako přirozené kosmické laboratoře a zkoumají oblasti hustoty a gravitace nedostupné v pozemských laboratořích. Uvažujme dva různé způsoby, jak by neutronová hvězda mohla dosáhnout stavu fyzikální kritičnosti.

Ve scénáři, kdy hustota hvězdy, ρ_o zůstává konstantní, charakteristický poloměr \hat{r} lze definovat. Pak je fyzikální kritičnosti dosaženo, když je poloměr hvězdy :

$$R_{cr\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}} \hat{r} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G \rho_o}}$$

$$\hat{r} = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G \rho_o}}$$

A tak,

- Pro vnější metriku musel být poloměr hvězdy menší než \hat{r} .
- Pokud jde o vnitřní metriku, poloměr hvězdy musel být menší než R_{cr_ϕ} protože větší poloměr vede k nárůstu tlaku v centru hvězdy do nekonečna.

Za druhé, u masivních hvězd může implodující železná koule představovat složitý scénář. Předpokládejme, že hmotnost sféry M se během imploze zachovává, musíme vzít v úvahu dva důležité kritické poloměry:

- V centrální části je geometrický kritický poloměr dán *Schwarzschildovým poloměrem*, který je :

$$R_{cr_\gamma} = R_s = 2 \frac{GM}{c^2}$$

- Mimo tuto hmotnost je fyzikální kritický poloměr dán vztahem (38)

Při zachování hmotnosti vyjádřené jako $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_o$ můžeme zkoumat, jak se mění hustota ρ_o během imploze ovlivňuje tyto kritické poloměry.

Pokud je totiž během imploze dosaženo fyzikální kritičnosti, platí, že $R = R_{cr_\phi}$.

Dosazením rovnice zachování hmotnosti do (38) pak získáme :

$$R = R_{cr_\phi} = 2,25 \frac{GM}{c^2} > R_{cr_\gamma}$$

Z toho můžeme odvodit, že pokud je dosaženo fyzikální kritičnosti pro hmotu M nastane dříve, než se objeví geometrická kritičnost.

K. Schwarzschild také upozornil, že měření se týkala podmínek daleko přesahujících to, co bylo chápáno v rámci astrofyzikální reality jeho doby.

Je také důležité poznamenat, že topologie tohoto geometrického řešení je konstruována spojením dvou ohraničených variet podél jejich společné hranice, koule S^2 s plochou $4\pi R_o^2$ (*poloměr hvězdy*).

Ludwig Flamm v

roce 1916 považoval vnější řešení za potenciální popis geometrického objektu. Šlo tedy o pokus popsat hmoty jako oblast nektraktálního prostoru ((Flamm 1916)).

V roce 1934 Richard Tolman jako první uvažoval o možné manipulaci s nejobecnějším

metrickým řešením zavedením křížového členu $dr dt$. V zájmu zjednodušení jej však ihned odstranil jednoduchou změnou proměnné ((Tolman 1934)).

V roce 1935 Einstein a Rosen navrhli nesmluvní geometrickou strukturu v rámci geometrického modelu částic díky následující změně souřadnic ((Einstein a Rosen 1935)):

$$u^2 = r - 2m$$

Metrické řešení je pak :

$$ds^2 = \frac{u^2}{u^2 + 2m} dt^2 - 4u^2(u^2 + 2m)du^2 - (u^2 + 2m)^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Autoři tak získali nesmrštitelnou geometrickou strukturu, tzv. "*prostorový most*", kde uzavřená plocha o ploše $4\pi\alpha^2$ odpovídající hodnotě $u = 0$ spojuje dva "*listy*": jeden odpovídající hodnotám u od 0 do $+\infty$ a druhý od $-\infty$ do 0. Všimněte si, že tato metrika není v nekonečnu Lorentzova. Přestože je tato metrika vyjádřena v tomto novém souřadnicovém systému regulární, autoři upozorňují, že na povrchu soutěsky se její determinant stává nulovým. V této geometrické struktuře se rozlišují dva ohraničené semiremannovské listy, z nichž první odpovídá tzv. $u > 0$ a druhý $u < 0$. Odpovídá jejich spojení podél společné hranice. Globální prostoročas nezapadá do standardního rámce semi-Riemannovy geometrie, protože nesplňuje podmínku $\det(g_{\mu\nu}) \neq 0$ na hrdle. Jak je uvedeno v (Stoica 2014), zapadá do obecnějšího rámce singulární semi-Riemannovy geometrie, který umožňuje degenerované metrické tenzory.

V roce 1939 Oppenheimer a Snyder využili úplného oddělení vlastního času od času, který zažívá vzdálený pozorovatel, při absenci křížového členu v $dr dt$ a navrhli použít vnější metrické řešení k popisu "*zamrzlého rámce*" imploze masivní hvězdy na konci jejího života. Vzhledem k tomu, že proměnná t je ztotožněna s vlastním časem vzdáleného pozorovatele, vzniká tak motiv "*freeze frame*", jako je jev kontrakce, jehož trvání ve vlastním čase měřeném ve dnech se vzdálenému pozorovateli jeví jako nekonečně dlouhé ((Oppenheimer a Snyder 1939)). Tento dokument je považován za základ modelu černé díry (viz oddíl 2.3.8).

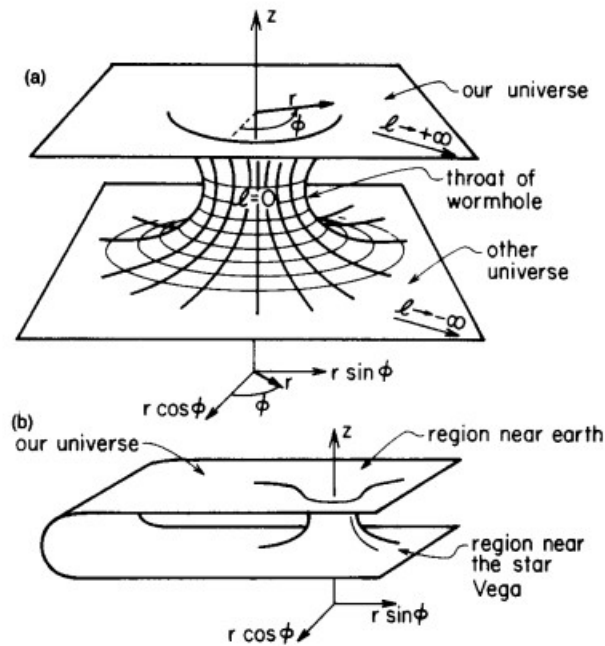
V roce 1960 Kruskal rozšířil geometrické řešení tak, aby zahrnovalo kontraktilní časoprostor uspořádaný kolem centrální singularity odpovídající $r = 0$. Geodetika je rozšířena pro $r < \alpha$. Model černé díry (se sférickou symetrií⁴) pak nabývá definitivní podoby jako imploze hmoty v krátkém okamžiku, který vzdálený pozorovatel vnímá jako "*zmrazený snímek*" ((M. D. Kruskal 1960)). Schwarzschildova sféra se pak nazývá "*horizont událostí*".

⁴ V roce 1963 Roy Kerr sestrojil osově symetrické stacionární řešení Einsteinovy rovnice ve vakuu. V této studii se však omezíme na interpretaci stacionárního řešení se sférickou symetrií (2.3.9).

V roce 1988 M. Morris a K. S. Thorne tuto geometrickou interpretaci přehodnotili a upustili od kontraktivity, nikoliv však ve snaze získat geometrický model řešení, ale studovat možnost mezihvězdného cestování prostřednictvím "červích děr" pomocí následující metriky ((Morris a Thorne 1988)):

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dl^2 + (b_0^2 + l^2)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Autoři se zaměřují na studium proveditelnosti mezihvězdného cestování a upozorňují na obrovská omezení spojená s takovou geometrií, jakož i na její nestabilní a přechodnou povahu.



Obrázek 5.1 - strana 396 článku M. Morrise a K.S. Thorna (1988)

5.2 Hypotéza *statičnosti*: absence křížového členu $dr dt$

Pojem "*statičnost*" v obecné relativitě se vztahuje na metriku, která je stacionární, což znamená invariantní při časové translaci $t \rightarrow t + \text{konstanta}$ "*nezávisle na čase*", a *statická*, což znamená invariantní při symetrii "*odrazu času*" $t \rightarrow -t$, což přirozeně vede k absenci křížového členu $dr dt$. Pokud má totiž metrika křížový člen $dr dt$, znamená to, že existuje smíšená závislost mezi prostorovými a časovými souřadnicemi. Tato smíšená závislost porušuje invarianci *časovou* symetrií *odrazu*, protože metrika nezůstává při transformaci $t \rightarrow -t$ stejná. R. Wald se o této zvláštnosti zmiňuje v roce 1984 ve své knize "*Obecná relativita*" na straně 120 (Wald 1984).

Můžeme si také všimnout, že na straně 186 knihy (Adler, Bazin a Schiffer 1975) je požadavek na symetrii *odrazu v čase* pro přímku dx^0 která může být sledována "*zpětně*" až k $-dx^0$ (tzv. "*statičnost*") je stanoven jako výchozí předpoklad.

Pojem *statičnosti* ve smyslu R. Walda se totiž vztahuje k invarianci podle *symetrie odrazu v čase*. $t \rightarrow -t$ což je čistě matematická hypotéza bez fyzikálního významu. Naše studie však nabízí jiný přístup k tomuto předpokladu.

5.3 Konstrukce dvoulistového lorentzovského geometrického nekonečného řešení

Uvažujme Schwarzschildovu vnější metriku v její klasické podobě pod signaturou $(+ - - -)$:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

5.3.1 Symetrie T

Tato metrika zkonstruovaná v roce 1916 ((Schwarzschild 1916b)) jako řešení Einsteinovy rovnice ve vakuu byla vybavena dalším předpokladem, který její autor nezmínil, a to invariance časovou symetrií. Je důležité poznamenat, že tento předpoklad nemá žádný fyzikální základ a vede k eliminaci příčného členu $dr dt$ v metrice, jak Tolman předpokládal již v roce 1934 (strana 239 v (Tolman 1934)).

Naopak A. Eddington jej zavedl, aby eliminoval souřadnicovou singularitu na Schwarzschildově

povrchu v knize $r = \alpha$ použití změny proměnné ((Eddington 1925),(Koiran 2021)):

$$t_E^+ = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

Metrika pak bude :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{+2} - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^+ - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Víme, že za těchto podmínek se z pohledu vzdáleného pozorovatele stává doba volného pádu konečnou (39), zatímco doba úniku zůstává nekonečná. Metriku, pro kterou je úniková doba konečná, získáme provedením této změny proměnné :

$$t_E^- = -t - \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

Metrika se tak stává :

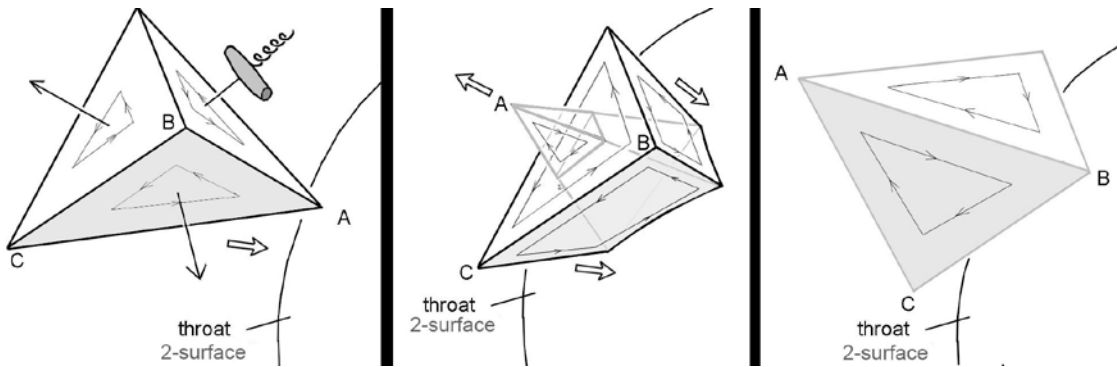
$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{-2} - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

To je ekvivalentní převrácení časové souřadnice v (40). Tato volba přiřazení dvou metrik popisujících dva semiremannovské prostory nás tedy vede k tomu, abychom uvažovali globální geometrické řešení se dvěma *T-symetrickými* listy spojenými "*mostem*" v tomto konkrétním souřadnicovém systému i v souřadnicovém systému Einsteina a Rosena ((Einstein a Rosen 1935)).

Ukažme nyní, že tyto transformace jsou rovněž doprovázeny *P-symetrií*.

5.3.2 Symetrie P

V tomto zobrazení jsou radiální geodetické dráhy prvního listu kolmé na tečnou rovinu "prostorového mostu", když jí dosáhnou. Stejně geodetické dráhy, které se objevují na druhém listu, jsou rovněž kolmé k téže tečné rovině. Uvažujme nyní čtyři body tvořící čtyřstěn, které konvergují k "prostorovému mostu" po radiálních trajektoriích. Můžeme definovat 3D orientaci tak, že určíme směr křížení pro body na každém z rovnostranných trojúhelníků tvořících čtyřstěn. S ohledem na r se zdá, že se tyto body odrážejí od pevného povrchu, což způsobuje obrácenou orientaci čtyřstěnu. Čtyřstěn proti proudu a čtyřstěn po proudu se pak stanou *enantiomorfními* (obrázek 5.2).



Obrázek 5.2 - Inverze prostoru při přechodu přes "vesmírný most".

Změna orientace je patrná již na zjednodušeném 2D zobrazení červí díry na obrázku 5.1. Podívejme se na tento obrázek shora a představme si trojúhelník klouzající po povrchu horního listu směrem k drážce. Po překročení drážky začne trojúhelník klouzat po spodním listu a my jej nyní z naší pozice nad horním listem vidíme vzhůru nohama. Z našeho pohledu se tedy jeho orientace změnila. Fyzikální význam této změny orientace bude popsán v kapitole 5.3.3.

Geometrická struktura dvojice metrik (41) a (42) tedy představuje "most" spojující dva *PT-symetrické* semiremannovské prostory.

Prvek této 2D plochy je pak dán vztahem :

$$\sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} = \sqrt{|g_{\theta\theta}g_{\phi\phi}|} = \alpha^2 \sin(\theta)$$

Protože tato metrika popisuje kulový 2D povrch (například koule o konstantním poloměru ve 4D časoprostoru), je diferenciální prvek povrchu dán vztahem :

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

Abychom zjistili minimální plochu tohoto "prostorového mostu", musíme tento povrchový prvek integrovat přes všechny možné úhly:

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

Je tedy nesmrštitelný s minimální plochou povrchu $4\pi\alpha^2$.

5.3.3 Identifikace dvou listů

V části 5.3.2 jsme popsali změnu orientace čtyřštěnu procházejícího drážkou červí díry na obrázku 5.2 a trojúhelníku procházejícího drážkou na obrázku 5.1. Změna orientace trojúhelníku je viditelná pouze při pohledu na obrázek 5.1 jako celek. V důsledku toho neodpovídá žádnému fyzikálně pozorovatelnému jevu, protože každý fyzikální pozorovatel se musí nacházet na jednom ze dvou listů a nemůže přímo vidět druhý list. Stejná situace je na obrázku 5.2: fotografie uprostřed představuje situaci z pohledu, kdy bychom se mohli dívat na obě strany červí díry současně (B a C ještě nedosáhly rokle, zatímco A ji již překonal a vynořuje se na druhé straně). To je pro fyzikálního pozorovatele opět nemožné: zdá se, že dosud popsaná *symetrie P* neodpovídá žádnému fyzikálně pozorovatelnému jevu. Můžeme jí však dát skutečný fyzikální význam pomocí další složky, kterou zavedli Einstein a Rosen (Einstein a Rosen 1935).

Je třeba připomenout, že jejich motivací nebylo studovat mezihvězdné cestování, jak je znázorněno na obrázku 5.1, ale popsat elementární částice pomocí řešení rovnic obecné relativity. Citujme abstrakt jejich článku: *"Tato řešení zahrnují matematickou reprezentaci fyzikálního prostoru pomocí prostoru dvou identických listů, přičemž částice je reprezentována 'mostem' spojujícím tyto listy."* Einstein a Rosen také naznačují, že problém mnoha částic by mohl být studován podobnými metodami, ale tato práce není v jejich článku provedena.

Znovu citujme (Einstein a Rosen 1935): *"Je-li přítomno několik částic, odpovídá tento případ hledání řešení bez singularit modifikovaných rovnic (3a), přičemž řešení představuje prostor se dvěma kongruentními listy spojenými několika diskrétními 'mosty'".* Z jejich pohledu jsou dva body v matematické reprezentaci (41) se stejnými hodnotami θ, ϕ ale opačnými hodnotami u proto odpovídají dvěma bodům ve fyzickém prostoru se stejnou hodnotou r ($r = u^2 + m$). Pokud provedeme stejné ztotožnění bodů s opačnými hodnotami u může fyzikální pozorovatel vidět situaci znázorněnou na prostředním snímku na obrázku 5.2. *Symetrie P* popsaná v kapitole 5.3.2 má nyní skutečný fyzikální význam. Interpretaci kombinované *symetrie PT* rozvineme v následujícím oddíle.

5.4 Jiné zobrazení této geometrie

Následující změnou proměnné v rovnicích (40) a (43) :

$$r = \alpha(1 + \text{Log ch}(\rho))$$

Získáme následující dvě metriky:

$$\begin{aligned}
ds^2 &= \left(\frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{+2} - \left(\frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 \\
&\quad - 2c\alpha \left(\frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^+ - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \\
ds^2 &= \left(\frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{-2} - \left(\frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 \\
&\quad + 2c\alpha \left(\frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^- - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)
\end{aligned}$$

Pro získání metriky, která strukturuje druhý list pro $\rho < 0$ abychom zaručili spojitost geodetik převádějících přechod hmoty přes "most" s konečnou dobou úniku na tomto listu, musíme použít *symetrii T*, kde je časová souřadnice při přechodu převrácena, tj. $t_E^+ = -t_E^-$. Tyto metriky, které jsou Lorentzovy do nekonečna, tedy strukturují dva listy odpovídající hodnotám ρ pohybujících se v rozmezí od 0 do $+\infty$ a od $-\infty$ à 0. Na "prostorovém mostě" pro $\rho = 0$ složky g_{tt} a $g_{\rho\rho}$ složky metrického tenzoru zmizí a zůstanou jen poslední dvě prostorové složky $g_{\theta\theta}$ a $g_{\phi\phi}$ které jsou :

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha^2 \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

V tomto konkrétním souřadnicovém systému můžeme odvodit, že jeho determinant je nulový. *P-symetrie* vyplývá ze skutečnosti, že sousední body, tentokrát explicitně diferencované, jsou odvozeny podle $\rho \rightarrow -\rho$. Tato transformace hraje stejnou roli jako $u \rightarrow -u$ v (41).

Kombinací těchto metrických řešení za těchto dvou podmínek získáme *Červí díru a Bílou fontánu* jako *jednosměrnou membránu*, která spojuje dva semiremannovské prostory "mostem", který lze překročit pouze jedním směrem. Předpokládejme dále, že Červí díra nevede do jiného vesmíru jako na obrázku 5.1.a, ani do vzdáleného bodu téhož vesmíru jako na obrázku 5.1.b, ale že oba shodné listy odpovídají stejným bodům ve fyzickém vesmíru pomocí transformace $u \rightarrow -u$ transformace (nebo $\rho \rightarrow -\rho$), jak je navrženo v (Einstein a Rosen 1935) a v části 5.3.3. Z toho můžeme vyvodit, že oba listy jsou *PT-symetrické*.

V literatuře byla inverze časové souřadnice analyzována různými způsoby. Zejména:

- Podle teorie dynamických grup J. M. Souriaua ((J. M. Souriau 1964),(J. M. Souriau 1997)), kde bylo ukázáno, že vyvolává inverzi energie. V důsledku toho časová reverzní symetrie transformuje jakýkoli pohyb částice o hmotnosti m na pohyb částice o hmotnosti $-m$ ((Oppenheimer a Volkoff 1939), strana 191). Na straně 192 též knihy autor nabízí alternativní analýzu, která se vyhýbá záporným hmotnostem.

Souriau zdůrazňuje, že tyto alternativy je třeba posuzovat podle toho, zda je lze potvrdit experimenty.

- Feynman navrhl interpretaci antihmoty jako obyčejné hmoty pohybující se *zpět* v čase.
- Z teoretických analýz (*CPT* teorém) a experimentů je známo, že elementární částice se řídí fyzikálními zákony, které jsou invariantní v rámci *CPT symetrie*.

Symetrii PT objevenou v části 5.3 lze považovat za *symetrii CPT* následovanou *symetrií C* (inverze elektrického náboje). Na druhém listu bychom tedy získali antihmotu. Pokud by druhý list již obsahoval běžnou hmotu, mohl by interagovat s antihmotou z prvního listu, a představovat tak zdroj energie.

5.5 Závěr

Zavádíme novou geometrickou konstrukci založenou na sféricky symetrickém stacionárním řešení Einsteinovy rovnice ve vakuu, a to pouze se dvěma fyzikou inspirovanými předpoklady: *izotropie* (invariance podle $SO(3)$) a *stacionarity* (invariance translací v čase). Přitom nepřidáváme, jak se dříve bez jakéhokoli skutečného fyzikálního zdůvodnění dělalo, invarianci podle časové symetrie. $t \rightarrow -t$ ("statické" řešení). Tento nový soubor méně omezujících předpokladů zavádí přítomnost křížového členu $dr dt$, který předpoklad *statičnosti* dříve zakazoval. Tento nový geometrický objekt se chová jako "jednosměrná membrána", kombinace červí díry a bílé fontány přes "most". S Lorentzovou metrikou v nekonečnu tato struktura spojuje dva enantiomorfní *PT-symetrické* semi-Riemannovy prostory s opačnými časovými šipkami. V důsledku toho tento objekt odpovídá pokrytí dvou listů čtyřrozměrného časoprostoru, který se prezentuje jako *PT-symetrický*, spojený podél "mostu". Inspirováni Einsteinem a Rosenem jsme navrhli reprezentovat bod ve fyzikálním prostoru dvojicí kongruentních bodů, jedním na každém z obou listů. Ukázali jsme, že tato identifikace kongruentních bodů by měla vést k pozorovatelným fyzikálním efektům, když objekt překročí prostorový most mezi oběma listy.

5.6 Příloha

Nyní se podívejme na případ přenosu hmoty do druhé vrstvy vesmíru, kde můžeme volně definovat odcházející metriku do druhého listu. Aplikujeme-li na Schwarzschildovu metriku (42) následující novou změnu proměnné, obrátíme znaménko integrační konstanty. $\alpha \rightarrow -\alpha$ můžeme tedy zkonstruovat "odpudivou" metriku na druhém listu :

$$t_E^+ = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} + 1 \right|$$

Zajišťuje spojitost geodetických drah z prvního listu na druhý s konečnou dobou volného pádu na prvním listu a konečnou dobou úniku na druhém listu.

Příchozí metrika strukturující první list se stává :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{+2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^+ - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

A odcházející metrika strukturující druhý list se stává :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{-2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

V obecném tvaru :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \delta \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

kde $\delta = -1$ pro metrickou strukturu prvního listu a $\delta = +1$ pro odchozí metriku strukturující druhý list. Protože obě metriky jsou symetrické díky časové inverzi. $t \rightarrow -t$ je zajištěna spojitost geodetik z jednoho listu do druhého s konečnou dobou volného pádu na prvním listu a konečnou dobou úniku na druhém listu.

Z toho vyplývá, že běžná hmota by se potenciálně mohla přeměnit na antihmotu se zápornou hmotností, která by se pak přenesla do samostatné vrstvy vesmíru. Tento proces v podstatě zahrnuje přeměnu hmoty na antihmotu se zápornou hmotností. Kombinací tohoto geometrického řešení s řešením, které jsme dříve vypracovali v oddíle 5.3, můžeme prozkoumat možnost mezihvězdného cestování s využitím metrických vlastností této druhé vrstvy.

6 Topologická interpretace modelu

6.1 Definice

V kosmologii se topologie zabývá studiem základních prostorových vlastností vesmíru, které zůstávají invariantní při spojitých transformacích. Na rozdíl od geometrie, která se zaměřuje na přesné vzdálenosti a úhly, se topologie více zajímá o to, jak je prostor propojen a strukturován ve velkém měřítku. Zkoumá takové aspekty, jako je propojenost, spojitost a hranice vesmírného prostoru bez ohledu na jeho přesný tvar a velikost.

V kosmologickém kontextu pomáhá topologie pochopit celkovou strukturu vesmíru, včetně otázek, jako je to, zda je vesmír konečný nebo nekonečný, zda má "hrany" nebo je neomezený a zda může být propojen netriviálními způsoby (jako v modelech více propojených vesmírů). To zahrnuje zkoumání velkorozměrového tvaru a struktury vesmíru, jak je určeno rozložením galaxií, pozadím kosmického záření a dalšími astrofyzikálními pozorováními.

Topologie je zvláště důležitá pro pokročilé kosmologické modely, jako je Janusův kosmologický model, protože poskytuje rámec pro zkoumání takových konceptů, jako je vícevrstevný vesmír, propojenost mezi různými oblastmi časoprostoru a další neintuitivní vlastnosti, které mohou vyplynout z pokročilé teoretické fyziky.

Stručně řečeno, topologie v kosmologii je mocným nástrojem pro zkoumání a pochopení základní struktury a povahy našeho vesmíru nad rámec omezení klasické geometrie. Než budete pokračovat v této kapitole, je nezbytné přečíst si a plně pochopit komiks *Topologicon* (Petit 1985), jehož autorem je Dr. Jean-Pierre Petit a který je volně dostupný na těchto webových stránkách <http://www.savoir-sans-frontieres.com/>. Toto dílo popularizuje pojmy topologie ve vztahu ke kosmologii a obecné teorii relativity. Tato kapitola se totiž zabývá především pojmovými nástroji, které jsou spíše kontraintuitivní. Důrazně proto doporučujeme, abyste si tento komiks pro lepší pochopení přečetli předem.

6.2 Model červí díry

Rozvinutím nové interpretace modelu červích děr, o níž jsme hovořili v předchozí kapitole 5, navrhuje hlubší topologickou perspektivu ve vztahu k obecné teorii relativity.

Uvažujme například sféru rokle S^2 která spojuje dvě vrstvy časoprostoru prostřednictvím *PT symetrie*. Mohla by být tato konfigurace analogická projektivní rovině? V topologii je projektivní rovina neorientovatelná plocha s jedinečnými vlastnostmi, jako jsou přímky, které se v jednom bodě rozcházejí, ale v druhém se setkávají. To naznačuje, že spojení mezi vrstvami časoprostoru skrze červí díru by mohlo odporovat tradiční orientaci prostoru a evokovat projektivní rovinu.

Naše domněnka vychází z nulovosti metrického determinantu na tomto povrchu, což by mohlo naznačovat neorientovatelnost 2D. Pokud je tato sféra rokle uzavřená a má ohraničený povrch, mohla by být ztotožněna s projektivní rovinou P^2 . Ačkoli se tato myšlenka může zdát kontraintuitivní, vyplývá přímo z topologie objektu, jak ji popisuje Schwarzschildovo vnější řešení (42).

V kontextu obecné teorie relativity je klíčový pojem elementárního objemu v zakřiveném časoprostoru. Elementární objem v rozměrech n definovaném Riemannovou metrikou je

dán vztahem $dV = \sqrt{|\det(g)|} d^n x$ kde g je metrický tenzor a $\det(g)$ jeho determinant. Tento elementární objem není prostým součinem souřadnicových diferencí jako v euklidovském prostoru, ale je modifikován zakřivenou strukturou časoprostoru. Faktor $\sqrt{|\det(g)|}$ faktoru odráží, jak je časoprostor deformován přítomností hmoty a energie podle Einsteinových rovnic. V oblastech s vysokou křivostí se tento elementární objem může chovat protiintuitivně a odhalovat fascinující a někdy překvapivé topologické vlastnosti časoprostoru.

Připomeňme, že koule S^2 má metriku definovanou výrazem :

$$ds^2 = \alpha^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Metrika koule je matematická funkce, která popisuje vzdálenosti mezi body na povrchu koule. Protože tato metrika popisuje 2D sféru (například sféru o konstantním poloměru ve 4D časoprostoru), je diferenciální prvek povrchu dán vztahem :

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

A je to vlastně povrchový prvek, protože koule je dvourozměrný povrch v trojrozměrném prostoru. Když tento plošný prvek integrujeme, získáme plochu popsanou výrazem :

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

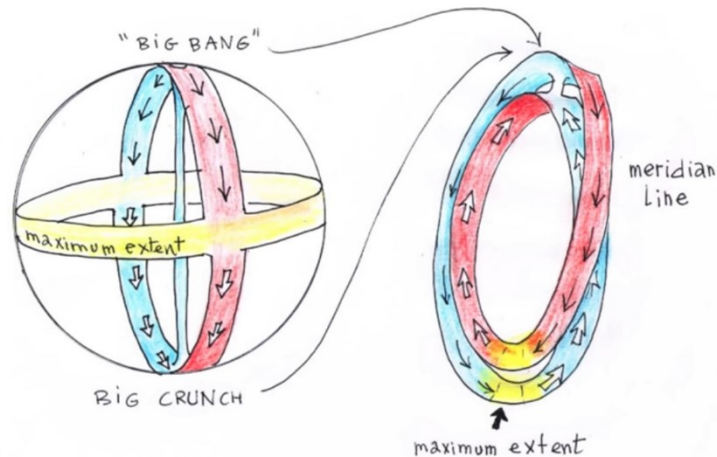
To odpovídá povrchu koule o poloměru α . Vidíme také, že tento povrch je analogický povrchu projektivní roviny P^2 což je pojem, kterým se standardní geometrie zabývá jen zřídka.

6.3 Model vesmíru

V geometrii je koule S^2 lze snadno vizualizovat, protože ji můžeme *ponořit do* nám známého trojrozměrného prostoru. R^3 . Projektivní rovina, jako je např. P^2 nelze *ponořit* stejným způsobem. Projektivní rovina je neorientovatelný typ plochy, což znamená, že ji nelze rovně položit do trojrozměrného prostoru, aniž by se sama protínala. Abychom mohli projektivní rovinu zobrazit, musíme použít "*zanoření*", což je metoda, při níž se plocha *protíná* podle množiny *sebeprůsečíků*. Tento koncept zpochybňuje naše tradiční chápání tvarů a prostorů. Pro pochopení projektivních rovin vyšších rozměrů, jako jsou např. P^3 nebo P^n musíme opustit vizuální reprezentace a osvojit si abstraktní myšlení. Tento myšlenkový posun je nutný ke zkoumání složitých topologických struktur, které přesahují naše vlastní rozměry.

Například kouli lze převrátit, pokud budeme uvažovat, že každý pás tvořící poledníky, které ji pokrývají, je schopen se "*ponořením*" překřížit a vytvořit tak dvoulisté pokrytí Möbiova pásu se třemi půlzávitými ((Morin a Petit 1978)). Tento efekt "*samokřížení*" je spojen pouze s ponořením tohoto povlaku do našeho trojrozměrného reprezentačního prostoru R^3 .

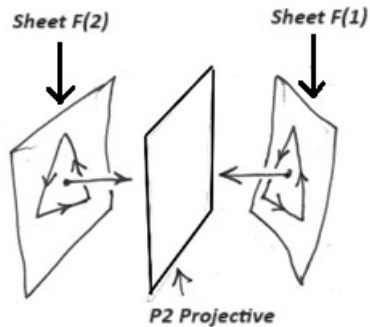
Můžeme tedy vytvořit pól M listu této koule S^2 s opačným pólem M' jiného listu téhož povlaku. Tomu se říká "spojnice antipodálních bodů". Tato transformace umožňuje, aby se šipky času, nesené poledníky této sféry, setkaly, ale v opozici na každém listu téhož povlaku, jako na obrázku 6.1.



Obrázek 6.1 - Převrácení koule spojením antipodálních bodů

Poznámka: Möbiův pás je plocha s jednou stranou a jednou hranou. Je to klasický matematický objekt v topologii, odvětví matematiky, které studuje vlastnosti prostorů, které zůstávají invariantní při spojitých transformacích. Möbiův proužek lze vytvořit tak, že vezmeme proužek papíru, napůl ho otočíme a pak oba konce proužku spojíme. Tato konfigurace vytvoří plochu, která se po překročení obou "stran" pásu vrátí do výchozího bodu, aniž byste zvedli pero.

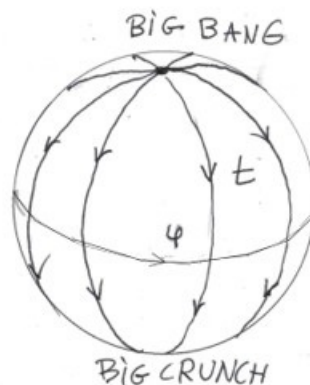
Fascinující na Möbiově pásu je jeho neorientovatelnost. V normálním prostoru, jako je list papíru, existuje jasný rozdíl mezi "nahore" a "dole". Na Möbiově pásu však takové rozlišení neexistuje: při pohybu po povrchu se plynule pohybujete shora dolů a naopak. Möbiova páska se často používá k ilustraci důležitých pojmů v topologii a geometrii, jako je myšlenka jednostranného povrchu a hranice naší prostorové intuice. V teoretické fyzice a kosmologii lze Möbiův pás použít také jako model pro zkoumání složitých prostorových struktur a jevů, jako je torze časoprostoru nebo spojení mezi různými dimenzemi. Například symetrii PT lze interpretovat jako cestu projektivní roviny z jednoho listu pláště do druhého (obrázek 6.2).



Obrázek 6.2 - P^2 Projektor

Aby byl geometrický objekt vybaven funkčním souřadnicovým systémem, je nezbytné, aby determinant jeho metriky nebyl nulový. Zejména v kontextu "Gaussových souřadnic" je tento princip klíčový. Ve čtyřrozměrném prostoru tento požadavek umožňuje, aby byl prostor zalomený množinou třírozměrných hypersfér. Tyto hypersféry jsou "ortogonální" ke geodetickým plochám, tj. kolmé na dráhy, po nichž by se pohyboval objekt ve volném pohybu, a jsou charakterizovány pouze časovou souřadnicí. Důležitý je zde rozdíl mezi "šipkou času" a "vlastním časem": šipka času se vztahuje k jednosměrnému časovému rozměru, zatímco vlastní čas je měřítkem času specifickým pro pozorovatele.

V kontextu námi zkoumaného dvourozměrného časoprostoru se foliování provádí pomocí řady kružnic. Každému bodu na těchto kružnicích lze přiřadit "časový vektor", který je ortogonální ke kružnicím. Ortogonalita v tomto případě znamená, že časový vektor je umístěn tak, aby byl kolmý k povrchu každé kružnice, a tvoří tak samostatnou časovou složku časoprostoru (obrázek 6.3).



Obrázek 6.3 - Znárodnění "časového vektoru" kolmého na kružnici v rodině kružnic tvořících kouli S^2

Přesto má tento "objekt" dva zvláštní body, a to póly, jejichž azimut je neurčitý. Tyto póly představují nevyhnutelné "singularity sítě". Jsou dva, protože Eulerova-Poincarého charakteristika tohoto objektu je rovna 2. Uvažujeme-li například jednoduchý mnohostěn, jako je čtyřstěn, který představuje aproximaci koule, což je jehlan s trojúhelníkovou podstavou, jeho Eulerova-Poincarého charakteristika je 4 (vrcholy) - 6 (hrany) + 4 (stěny) =

2. Eulerova-Poincarého charakteristika koule S^n je rovna 2, jestliže n je sudá a nulová, pokud n je lichá (5.3.3).

Z našeho pohledu by byl vesmír koule. S^4 se dvěma singularitami, Velkým třeskem a Velkým křupnutím. Čtyřrozměrná koule S^4 je analogická pravidelné kouli, což rozšiřuje tento koncept na vyšší dimenze. Uvažujeme-li tuto sféru se dvěma póly, Velkým třeskem a Velkým křupem, lze ji zmapovat pomocí "rovnoběžek" (podobně jako rovnoběžné kružnice na 2D povrchu S^2). Tento proces foliace zahrnuje vytvoření vrstev neboli "řezů" napříč koulí, které jsou analogické liniím představujícím zeměpisné šířky na Zemi. Orientace mezi minulostí a budoucností se pak všude sjednotí. V tomto kontextu se orientace minulost-budoucnost vztahuje ke směru času od Velkého třesku k Velkému křupnutí, který se stává jednotným v celé této foliované struktuře. Ve vztahu k této normále k rovnoběžným plochám je časoprostor orientovatelný, což znamená, že ve struktuře časoprostoru existuje přesně definovaný pojem "nahoru" a "dolů".

"Složení" tohoto povrchu (buď S^2 nebo S^4) vytvoříme situaci, kdy se překrývají dvě rovnoběžky. Skládání v tomto smyslu znamená manipulaci se strukturou koule takovým způsobem, že se různé části povrchu dostanou do kontaktu. Jejich časové vektory se pak stanou antiparalelními nebo protilehlými, jak bylo zmíněno dříve. Časový vektor je způsob vyjádření směru času v každém bodě časoprostoru. Když se tyto vektory stanou antiparalelními, znamená to, že směr času je v místech dotyku opačný. To vede k tomu, co bychom mohli nazvat "indukovanou orientací". Indukovaná orientace zde označuje novou orientaci časových vektorů, která je výsledkem procesu skládání. V každém bodě tohoto časoprostoru, který je strukturován jako dvouvrstvý obal Möbiovy pásky se třemi půlzávity (dvojnásobný obal), se "antipodální hmota" (prostorová i časová) jeví jako "retrochronní". Möbiův pás se třemi půlzávity je jednostranná plocha, kterou si lze představit tak, že před spojením konců třikrát zkroutíme proužek papíru.

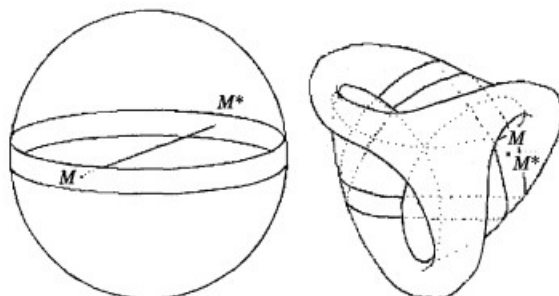
V článku Jean-Pierre Petita (Petit 1994) se zabývá interakcí vesmíru s gravitačním polem vytvořeným jeho antipodem, přičemž předpokládá, že interakční zákony jsou :

1. Obyčejné hmoty se podle Newtona vzájemně přitahují.
2. Podle Newtona se "protilehlá" tělesa vzájemně přitahují.
3. Obyčejná tělesa a "antipodální" tělesa se vzájemně odpuzují podle "anti-Newtonova" zákona.

Tato hypotéza ho vedla k tomu, že vesmír "složil" tak, že mu dal topologii "dvoulistého krytu" 2D povrchu.

Takto "složená" koule S^2 (uzavřená plocha) se stane obalem jiné uzavřené plochy, Boyovy plochy, která má jediný pól a jejíž Eulerova-Poincarého charakteristika se rovná 1, jak je znázorněno na obrázku 6.4. Boyova plocha je jedinečná 3D neorientovatelná plocha s jedinou stěnou a jedinou hranou, která má singulární bod, v němž se sbíhají všechny

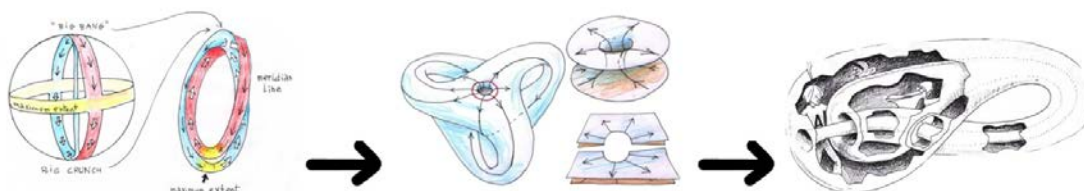
antipodální body. Boyova plocha je příkladem neorientovatelné 3D plochy s jedinou stěnou a jedinou hranou. Je zajímavá tím, že na rozdíl od klasické koule má singulární bod, v němž se sbíhají všechny antipodální body. To znamená, že pokud začnete na Boyově povrchu kreslit přímkou, nakonec se vrátíte do výchozího bodu, aniž byste kdy překročili hranu nebo použili druhou stranu, protože žádné takové nejsou.



Obrázek 6.4 - Okolí rovníku 2-sféry a jeho umístění na Boyově povrchu

V této fázi se Velký třesk a Velký křach "shodují".

Na místě této polární singularity by pak bylo možné uvažovat o "trubce", která by tyto dvě singularity sítě propojila:



Obrázek 6.5 - Chlapcův povrch uprostřed po zalomení koule S^2 a Kleinovy láhve K^2 vpravo

Singulární povaha mizí a objekt se stává výstelkou Kleinovy láhve. K^2 láhve, neorientovatelné plochy bez zřetelné hranice nebo vnitřku, jejíž Eulerova-Poincarého charakteristika je nulová, jak ukazuje obrázek 6.5. Kleinova láhev je další neorientovatelná plocha, která nemá zřetelnou hranici ani vnitřek. Představte si Möbiův pás, jehož hrany jsou rovněž spojeny. Na rozdíl od Chlapcovy plochy nelze Kleinovu láhev v našem trojrozměrném prostoru znázornit, aniž by se sama protínala. Její zajímavost spočívá v jejím topologickém chování, kdy pojmy "vnitřek" a "vnějšek" nejsou odděleny, což poskytuje užitečnou reprezentaci pro některé myšlenky v topologii a teoretické kosmologii.

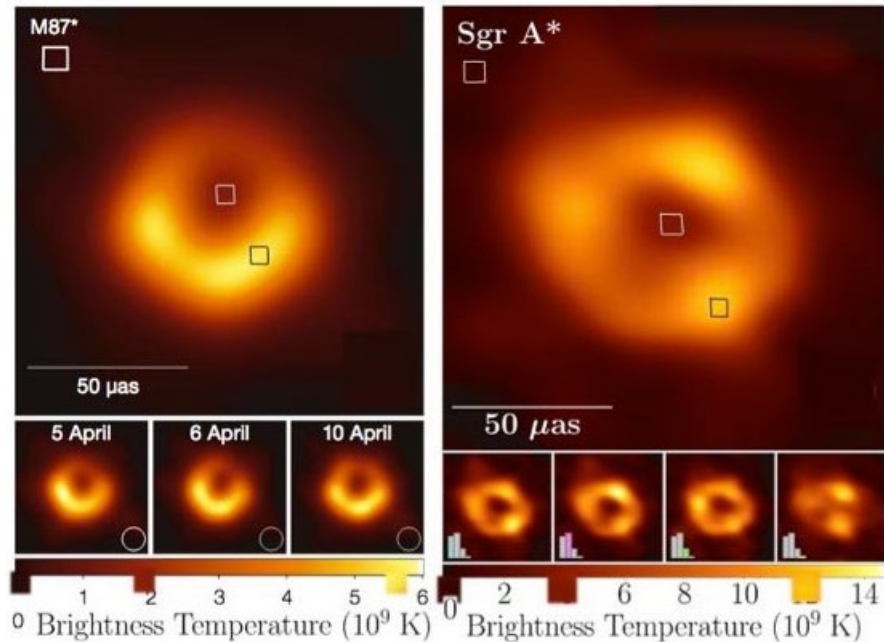
Domnívám se, že omezení v teoretické fyzice a kosmologii v 50. letech 20. století lze přičíst tomu, že obor opožděně přijal topologii. Topologie, která se zabývá studiem vlastností zachovávaných v důsledku spojitých deformací, mohla nabídnout nové způsoby pochopení struktury vesmíru a jeho složitých struktur.

7 Alternativní interpretace supermasivních subkritických objektů M87 a Sagittarius A*.

První snímky supermasivních objektů v centru galaxií, publikované v časopise *Astrophysical Journal*, byly interpretovány především jako obří černé díry. Tato interpretace je založena na absenci obecně přijímaných alternativních vysvětlení. Tato studie znovu zkoumá tyto snímky, zejména snímky objektů v centru galaxie M87 a Mléčné dráhy. Upozorňuje na možnost existence podkritických superhmot, jejichž poloměr je pouze o 5,72 % menší než Schwarzschildův poloměr vypočtený z jejich hmotnosti. Uvidíme také, že centrální části těchto útvarů jsou ztmaveny efektem gravitačního červeného posuvu, který je reprezentován vztahem $z + 1$. Tento posun se vypočítá jako poměr vlnové délky světla přijímaného vzdáleným pozorovatelem a světla vyzařovaného z povrchu, což odpovídá poměru maximální a minimální pozorované teploty ze středu těchto objektů do koróny, což je hodnota pozoruhodně blízká 3. Budeme se zabývat myšlenkou, že jejich stabilita by mohla být důsledkem rovnováhy mezi gravitačním kolapsem v důsledku fyzikální kritičnosti, k níž dochází dlouho před geometrickou kritičností, a extrémně vysokým zářivým tlakem při konstantní hustotě vyzařujícím z jejich středů, úměrným kvadrátu rychlosti světla - jevem, o němž poprvé uvažoval Karl Schwarzschild ve svém druhém článku publikovaném v únoru 1916. Cílem naší analýzy je obohatit naše chápání supermasivních objektů v centrech galaxií tím, že navrhneme alternativní interpretaci.

7.1 Úvod

Snímky dvou supermasivních objektů, které se nacházejí v centru galaxie M87 a Mléčné dráhy, vzbudily velký zájem médií a byly okamžitě označeny za "první snímky obřích černých děr". Tyto snímky byly publikovány v prestižním časopise *Astrophysical Journal* (M87 (Akiyama 2019) a Sagittarius A v centru Mléčné dráhy (Akiyama 2022)). Níže je uveden sloupec, který spojuje barevný odstín s takzvanou "teplotou jasu":



Obrázek 7.1 - Snímky objektů M87 a Sagittarius A

Na obrázku 7.1 vlevo je první snímek objektu v centru galaxie M87 z roku 1999, který ukazuje minimální teploty svítivosti 1,8 miliardy stupňů a maximální teploty 5,7 miliardy stupňů, přičemž poměr se blíží hodnotě 3. O tři roky později, v roce 2022, byl publikován druhý snímek vpravo, který ukazuje minimální teploty 4 miliardy stupňů a maximální teploty 12 miliard stupňů, rovněž s poměrem blízkým 3. Tyto dva objekty mají velmi rozdílné hmotnosti, první je 1 625krát hmotnější než druhý. Zdá se zvláštní, že za těchto okolností má u obou objektů oblak horkého plynu v popředí takové vlastnosti, že poměr maximálních a minimálních teplot je v obou případech tak blízký 3. Pokud by snímek třetího objektu vedl ke stejnému pozorování, bylo by rozumné zpochybnit skutečnou povahu těchto objektů.

První snímky supermasivních objektů nacházejících se v centru galaxií byly spojeny s obřimi černými dírami a zdá se, že centrální část, která není dokonale černá, je způsobena světlem vycházejícím z disku horkého plynu obíhajícího kolem černé díry. Jak však uvidíme později v této studii, neutronová hvězda může dosáhnout kritičnosti ve dvou scénářích:

- Náhlým způsobem, který zahrnuje náhlý kolaps supermasivní hvězdy na její železné jádro a následnou přeměnu v supernovu.
- Ve dvojhvězdných systémech podkritická neutronová hvězda pomalu hromadí hmotu tím, že pohlcuje plyn vyzařovaný hvězdným průvodcem prostřednictvím "hvězdného větru". Kritická hmotnost, na kterou by mohla potenciálně projít další přeměnou, závisí na stavové rovnici hmoty uvnitř neutronové hvězdy a může se měnit. Současné modely obvykle odhadují, že kritická hmotnost potřebná k další přeměně je přibližně v rozmezí 2 až 3násobku hmotnosti Slunce, což se blíží

Tolmanově-Oppenheimerově-Volkoffově hranici.

Zvláštností takového modelu je, že hmotný objekt musí mít poměr jasových teplot 3 mezi korónou a středem (maximální a minimální teplota). Jak ukážeme později, důslednější alternativní interpretací by bylo připsat ztmavnutí centrální části těchto objektů efektu gravitačního rudého posuvu, který rozšiřuje nebo zpomaluje čas v blízkosti jejich horizontu.

Je to proto, že hmotný objekt ohýbá časoprostor kolem sebe, což ovlivňuje nejen trajektorii hmotných objektů, ale také světla. Když foton prochází v blízkosti takového objektu, jeho dráha se v důsledku tohoto zakřivení časoprostoru ohne, což je jev známý jako gravitační čočkování (viz obrázek 3.4). Nemění se však jen dráha fotonu: jak se foton vzdaluje od hmotného objektu, ztrácí energii, aby unikl silnému gravitačnímu poli. Tato ztráta energie má za následek snížení jeho frekvence, což prodlužuje jeho vlnovou délku směrem k červenému konci světelného spektra, což je jev známý jako gravitační červený posuv.

Pro výpočet energie ztracené fotonem v důsledku gravitačního rudého posuvu je nezbytné pochopit, že energie fotonu přímo souvisí s jeho frekvencí. f pomocí rovnice $E = hf$ kde h je Planckova konstanta.

Pokud uvažujeme foton emitovaný s frekvencí f_e a pozorovaný při snížené frekvenci f_r v důsledku gravitačního červeného posuvu, lze ztracenou energii fotonu vyjádřit jako rozdíl mezi počáteční a konečnou energií :

$$\Delta E = h(f_e - f_r)$$

Pomocí vztahu mezi frekvencí a vlnovou délkou ($f = \frac{c}{\lambda}$), kde c je rychlost světla, lze tuto rovnici přepsat v podobě vlnové délky :

$$\Delta E = hc \left(\frac{1}{\lambda_r} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

A s použitím definice gravitačního rudého posuvu $z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e}$ můžeme přeuspořádat a získat výraz ve smyslu z :

$$\Delta E = hc \left(\frac{1}{\lambda_e(1+z)} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$
$$\Delta E = -\frac{hc}{\lambda_e} \left(\frac{z}{1+z} \right)$$

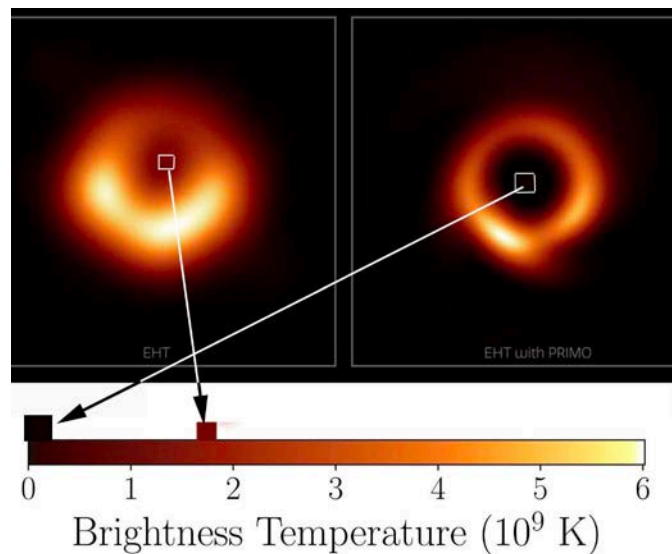
Tato rovnice ukazuje, že energie ztracená fotonem v důsledku gravitačního rudého posuvu závisí na vlnové délce, na které byl foton vyzářen, a na hodnotě gravitačního rudého posuvu. záporné znaménko znamená ztrátu energie.

Tato ztráta energie není jen zdánlivá. Například kosmické mikrovlnné pozadí je záření, které prošlo největším gravitačním rudým posuvem, s faktorem z asi 1 100, což odpovídá

velmi nízké teplotě a energii asi 3 kelviny ($-270\text{ }^{\circ}\text{C}$), tedy výrazně nižší než původní energie (viz obrázek 3.10).

Důležité je také poznamenat, že velmi jemné kolimované výtrysky pozorované v blízkosti supermasivních objektů naznačují přítomnost silného magnetického pole, které působením gravitace brání kolapsu objektu a vyvíjí na něj intenzivní opačný magnetický tlak. Tyto objekty, stejně jako neutronové hvězdy při své maximální hmotnosti, jsou podkritické, což má za následek gravitační efekt červeného posuvu omezený na 3. To naznačuje, že by tyto objekty mohly být masivními podkritickými objekty.

Pokud ve vědě pozorování neodpovídá teorii, je obvykle zpochybněna právě teorie. V tomto velmi čerstvém článku publikovaném v časopise *Astrophysical Journal* (Medeiros 2023) však vědci pozorování upravili tak, aby odpovídala modelu černých děr. Pomocí softwaru PRIMO vytvořili syntetické obrazy černých děr tak, že manipulovali s různými parametry, jako je hmotnost, úhlový moment hybnosti atd. a vybrali ten, který nejlépe odpovídal pozorovaným datům, jak je znázorněno na obrázku 7.2. Na obrázku 7.2 je znázorněno, jak černé díry vypadají.



Obrázek 7.2 - Syntetický obraz černé díry M87 zpracovaný pomocí PRIMO vpravo ve srovnání s původním obrazem vlevo.

Výsledek potvrdil teorii, ale vyvolal otázky ohledně vědecké přísnosti a objektivity výzkumu.

7.2 Alternativní výklad jevu

Alternativním výkladem je připsat tuto barevnou změnu od středu k okraji gravitačnímu červenému posuvu, přičemž $z = 2$ což vede k prodloužení vlnové délky o faktor $1 + z = 3$. Co můžeme o takových objektech říci?

7.2.1 Srovnání fyzikálních a geometrických kriterií

V části 5.1 jsme zkoumali Schwarzschildova řešení Einsteinových rovnic, přičemž jsme zdůraznili Schwarzschildovu vnější metriku a odpovídající vnitřní metriku pro tekutinu o konstantní hustotě. ρ_o . Tato řešení byla potvrzena jevy, jako je předsunutí perihelia Merkuru a jev gravitačního čokování (obrázek 3.4). Karl Schwarzschild se snažil zajistit, aby podmínky, jimiž se řídí tyto dvě metriky, odpovídaly fyzikální realitě.

Ve scénáři, kde je hustota hvězdy, ρ_o zůstává konstantní, je charakteristický poloměr \hat{r} lze definovat. Pokud totiž vezmeme v úvahu vnitřní metriku, kterou Schwarzschild publikoval ve svém druhém článku z února 1916 (Schwarzschild 1916a) :

$$ds^2 = \left(\frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \frac{3}{\kappa\rho_o} (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

Schwarzschild považoval rychlost světla c za rovnou jedné. Takže výraz $\frac{3}{\kappa\rho_o}$ by měl být zapsán jako $\frac{3c^2}{\kappa\rho_o}$. Dále K. Schwarzschild definoval konstantu κ jako rovnou $8\pi k^2$ "kde k^2 je Gaussova gravitační konstanta", což mu pak umožnilo zavést charakteristický poloměr \hat{r}^2 rovnající se $\frac{3}{\kappa\rho_o}$ a, který je zároveň poloměrem kružnice tvořící část poledníku Flammovy plochy ((Oppenheimer a Snyder 1939)). Předchozí rovnice nás tedy vede k následujícímu:

$$ds^2 = \left(\frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \hat{r}^2 (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

Pak, jak K. Schwarzschild používá úhel χ k určení polohy bodů uvnitř koule, přechází na proměnnou r použitím změny proměnné $r = \hat{r} \sin\chi$ Tím získáme moderní podobu metriky. Tolman v roce 1934 poskytl přesné vyjádření, které uvádí následující ((Tolman 1934)) :

$$ds^2 = - \frac{dr^2}{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2} \right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_n^2}{\hat{r}^2} \right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2} \right)} \right]^2 c^2 dt^2$$

Kde: r_n je poloměr hvězdy a \hat{r} je hvězdná konstanta jako funkce její hustoty ρ_o . Všimněte si, že se formuluje pořadí členů, v metrice podle signatury (---+) ale zachovává znaménka příslušných členů.

Uvažujme stacionárního pozorovatele ($dr = d\theta = d\phi = 0$), který se nachází uvnitř hvězdy. Metrika se stává :

$$ds = cd\tau = \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_n^2}{\hat{r}^2} \right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2} \right)} \right] c dt = f(r) dt$$

kde τ je vlastní čas pozorovaný stacionárním pozorovatelem uvnitř hvězdy a $f(r)$ je časový faktor.

Pak, jak je vidět v části 5.1, když je časový faktor ve středu hvězdy nulový, je fyzikální kritičnosti dosaženo dříve, než se objeví kritičnost geometrická, když je poloměr hvězdy pouze o 5,72 % menší než kritický poloměr. \hat{r} odvozený z její hustoty:

$$r_n = R_{cr\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}} \hat{r} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G \rho_0}}$$

7.2.2 Gravitační červený posuv blízko fyzikální kritičnosti

Schwarzschildovo řešení pak v jiné podobě převzali Tolman ((Tolman 1934)), Oppenheimer ((Oppenheimer a Snyder 1939)) a další ((Adler, Bazin a Schiffer 1975)), což vedlo ke stavové rovnici, známé jako Tolmanova-Oppenheimerova-Volkoffova rovnice (TOV), prezentované ve své diferenciální podobě:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\rho c^2 + p}{r^2} \left(\frac{4\pi G}{c^4} p r^3 + \frac{Gm(r)}{c^2} \right) \left(1 - \frac{2Gm(r)}{c^2 r} \right)^{-1}$$

Její integrovanou hodnotu uvedl Karl Schwarzschild o sto let dříve (viz obrázek 7.3), kde ve svém druhém článku (Schwarzschild 1916a) publikovaném v únoru 1916 popisuje geometrii uvnitř koule naplněné nestlačitelnou tekutinou o konstantní hustotě. ρ_0 :

$$f_2 = \frac{3}{\kappa \rho_0} \sin^2 \chi, \quad f_4 = \left(\frac{3 \cos \chi_a - \cos \chi}{2} \right)^2, \quad f_1 f_2 f_4 = 1. \quad (29)$$

$$\longrightarrow \rho_0 + p = \rho_0 \frac{2 \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \quad (30)$$

$$3x = r^3 = \left(\frac{\kappa \rho_0}{3} \right)^{-3/2} \left[\frac{9}{4} \cos \chi_a \left(\chi - \frac{1}{2} \sin 2\chi \right) - \frac{1}{2} \sin^3 \chi \right]. \quad (31)$$

Obrázek 7.3 - Tlakový zákon, který v roce 1916 získal Karl Schwarzschild.

V tomto vzorci je rychlost světla vždy upravena na jednotkovou hodnotu. V důsledku toho je tento vzorec ekvivalentní:

$$p = \rho_0 c^2 \left(\frac{\cos \chi - \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \right)$$

Pak, jak je vidět v části 7.2.1, K. Schwarzschild změnil na proměnnou r následující jednoduchou změnou proměnné :

$$r = \hat{r} \sin \chi$$

Tlak na povrchu hvězdy se stává nulovým pro $\chi = \chi_a$ s poloměrem daným vztahem :

$$r_a = \hat{r} \sin \chi_a$$

Střed hvězdy odpovídá $\chi = 0$ takže tlak je :

$$p = \rho_0 c^2 \left(\frac{1 - \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - 1} \right)$$

Tím je stanoven maximální limit tohoto poloměru pro $\cos\chi_a = \frac{1}{3}$ význam :

$$r_a = R_{cr\phi} = \hat{r} \sqrt{\frac{8}{9}} \approx 0,9428\hat{r}$$

Pokud však uvažujeme hmotnost odpovídající fyzikální kritičnosti :

$$M_{cr\phi} = \frac{4}{3}\pi\hat{r}^3\rho_o$$

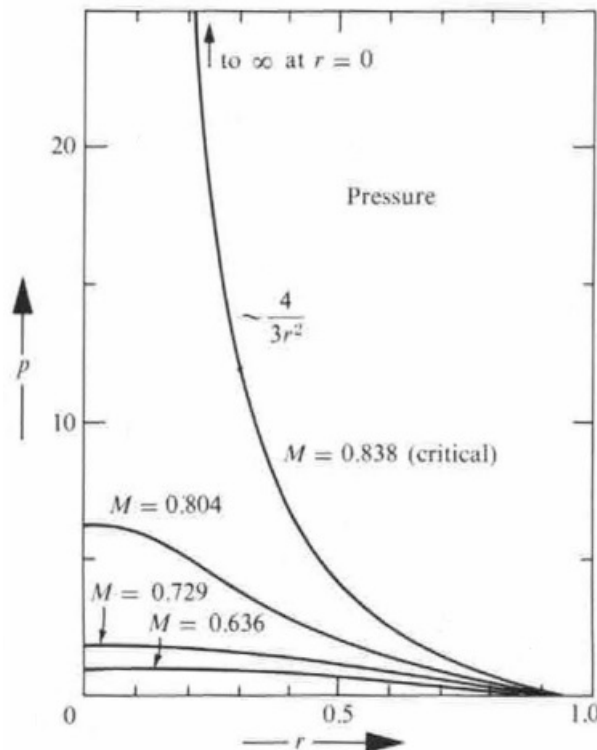
a ten, který odpovídá geometrické kritičnosti:

$$M_{cr\gamma} = \frac{4}{3}\pi r_a^3\rho_o$$

získáme následující vztah :

$$M_{cr\phi} = \left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{3}{2}} M_{cr\gamma} = 8.838M_{cr\gamma} = 2.5M_{solar}$$

Tato hodnota je v souladu s hmotnostmi některých neutronových hvězd, které jsme byli schopni odvodit přímo z dostupných pozorování a pro které Thorne, Wheeler a Misner ve své knize (strana 611 v knize (Thorne, Wheeler a Misner 1973)) odhadli kritickou hmotnost, při jejímž překročení tlak vyletí do nekonečna, jak ukazuje obrázek 7.4 :



Obrázek 7.4 - Změna tlaku uvnitř neutronové hvězdy o konstantní hustotě

Samozřejmě nikdy nebudeme mít k dispozici snímky neutronových hvězd srovnatelné se snímky objektů v centru M87 a Mléčné dráhy. Spočítejme tedy efekt gravitačního rudého posuvu. $z + 1$ (odpovídající masivním nebeským tělesům v blízkosti této fyzikální kritičnosti. Tento efekt ovlivňuje světlo vyzařované z jejich povrchu v radiálním směru ke vzdálenému pozorovateli, který ho bude vnímat s nataženou vlnovou délkou (rudým posuvem). λ_r vlnovou délkou (*s červeným posuvem*). Je to dáno vztahem:

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R_s}{r_a}}}$$

V centrální části je však geometrický poloměr kritičnosti definován *Schwarzschildovým poloměrem, který je* :

$$R_s = \frac{2GM_{cr\gamma}}{c^2} = \frac{2G}{c^2} \left(\frac{4}{3} \pi r_a^3 \rho_0 \right) = \frac{8\pi G \rho_0}{3c^2} r_a^3 = \frac{r_a^3}{\hat{r}^2}$$

Pak gravitační rudý posuv dá :

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r_a^2}{\hat{r}^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{r_a c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{8}{9}}} = 3$$

Přesně tato hodnota je odvozena z poměru mezi maximální a minimální teplotou, který byl odvozen z prvních dvou snímků černých děr nacházejících se ve středu galaxií M87 a Mléčné dráhy. Obrazy těchto supermasivních objektů by tedy také mohly odpovídat podkritickým útvarům, kde by tlak v jejich středu - definovaný jako hustota energie na jednotku objemu - byl buď nekonečný, nebo alespoň extrémně vysoký.

7.2.3 Proměny rychlosti a tlaku světla v plazmatu o konstantní hustotě

Nyní uvažujme kapalinu (vodíkové plazma) s předpokládanou konstantní hustotou. Při teplotě nižší než 3000° je vnitřní tlak dán vztahem :

$$p = \frac{\rho_0 v^2}{3}$$

kde v je průměrná rychlost tepelného rozrušení částic tvořících plazma. Z toho vyplývá, že "je-li tlak p směřuje k nekonečnu, pak by i tato rychlost měla směřovat k nekonečnu, což odporuje ústřednímu principu speciální relativity, "principu kauzality", podle něhož se žádný fyzikální jev nemůže šířit rychlostí $v > c$ " ((Thorne, Wheeler a Misner 1973)), by vedlo k fyzikální aberaci.

Přesto se v této oblasti časoprostoru tlak uvnitř tohoto plazmatu stává radiačním:

$$p_r = \frac{\rho_0 c^2}{3}$$

Pokud předpokládáme zvýšení tohoto zářivého tlaku při konstantní hustotě, lze toho dosáhnout pouze uvažováním změny rychlosti světla v prostředí, kterou jako první předpokládal Karl Schwarzschild (Schwarzschild 1916a):

Die Lichtgeschwindigkeit in unserer Kugel wird:

$$v = \frac{2}{3 \cos \chi_a - \cos \chi_s}, \quad (44)$$

Obrázek 7.5 - Změna rychlosti světla v kouli o konstantní hustotě

Jak tedy zdůraznil ve svém článku, zvýšení rychlosti světla následuje po zvýšení tlaku. Co se stane, když tento tlak vzroste stejně jako hodnota rychlosti světla? Zcela jednoduše, podle Karla Schwarzschilda (strana 433 knihy (Schwarzschild 1916a)) je jasné, že tyto dvě veličiny se stanou nekonečnými pro $\cos \chi_a = \frac{1}{3}$ odpovídající $r = R_{\text{cr}\phi}$ (44), jak je vidět v oddíle 7.2.2.

Ze studie Karla Schwarzschilda můžeme odvodit, že stabilita těchto supermasivních podkritických objektů je dána tím, že gravitační kolaps v důsledku fyzikální kritičnosti, k níž dochází daleko před kritičností geometrickou, je kompenzován extrémně vysokým zářivým tlakem při konstantní hustotě z jejich středů, úměrným kvadrátu rychlosti světla.

7.3 Závěr

Analyzovali jsme snímky supermasivních objektů v centru galaxií, které byly původně prezentovány v časopise *Astrophysical Journal* jako první snímky obřích černých děr. Díky našemu hloubkovému studiu navrhuje alternativní interpretaci těchto objektů, které by mohly odpovídat podkritickým supermasivním útvarům, vykazujícím poměr maximální a minimální teploty blízký hodnotě 3. Jejich poloměr je totiž pouze o 5,72 % menší než Schwarzschildovy délky odvozené z jejich hmotnosti. Toto pozorování se dobře shoduje s efektem gravitačního červeného posuvu, který je potenciálně charakteristický pro neutronové hvězdy blížící se fyzikální kritičnosti, jak naznačuje Schwarzschildovo vnitřní geometrické řešení publikované v jeho druhém článku v únoru 1916. Toto řešení, většine poválečných kosmologů z velké části neznámé a do angličtiny přeložené až v roce 1999, nabízí jedinečnou perspektivu pro pozorování těchto jevů. Zkoumáním aspektů, jako je tlak, rychlost světla a faktor času uvnitř těchto objektů, chceme obohatit dosavadní popis složitých astrofyzikálních jevů v srdci galaxií. To zahrnuje i zkoumání jejich stability, která by mohla být udržována rovnováhou mezi gravitačním kolapsem, který je výsledkem fyzikální kritičnosti, k níž dochází dlouho před geometrickou kritičností, a extrémně vysokým zářivým tlakem při konstantní hustotě vycházejícím z jejich center, který je úměrný kvadrátu rychlosti světla. Sto let stará práce Karla Schwarzschilda nám připomíná, že i v rámci dobře zavedených teorií stále existují záhady, které je třeba rozluštit. Otázky, které nastolujeme, zejména pokud jde o vývoj faktoru času a jeho hluboké důsledky pro samotný pojem času, jsou zásadní a vybízejí k dalšímu výzkumu. Pokud budoucí pozorování potvrdí naše hypotézy, zejména pokud bude objeven obraz třetího supermasivního objektu s podobným teplotním poměrem, podnítko to přehodnocení některých našich současných astrofyzikálních modelů. Nakonec nás vesmír v celé své rozlehlosti a složitosti i nadále podněcuje v naší nenasytné touze po poznání.

8 Výzvy a debaty

8.1 Problémy, s nimiž se setkáváme při komunikaci a přijímání modelu

V našem úsilí o šíření a ověřování Janusova kosmologického modelu jsme narazili na obrovské výzvy, zejména v oblasti vědeckého publikování. Cílem této části je podrobně popsat tyto obtíže a poukázat na složitosti a předsudky, které jsou vlastní převládajícímu mezinárodnímu publikačnímu systému.

Jednou z nejvýznamnějších překážek, na které jsme narazili, byl proces recenzního řízení v renomovaných časopisech. Zjistili jsme, že tento systém, tak jak v současnosti existuje, je často rigidní a nepropustný pro nové myšlenky, zejména ty, které zpochybňují zavedené základy fyziky a kosmologie. Naše pokusy publikovat v prestižních časopisech, jako jsou *Physical Review D*, *Modern Physics Letters A*, *Astrophysical Journal* a *Astrophysics and Space Science*, se mimo jiné setkaly s odporem a skepsí. Zdá se, že tento odpor nevyplývá z naší nedostatečné vědecké důslednosti, ale spíše z obecné tendence vědecké komunity udržovat status quo.

Při našich pokusech o publikování jsme se setkali s reakcemi, které ilustrují problémy, jimž čelíme. Například

dopis od Dr. Ethana T. Vishniaca, redaktora časopisu *The Astrophysical Journal*, zdůraznil nekonvenční povahu naší práce v kontextu jejich publikace:

Vážený pane doktore Zejli,

obracím se na Vás v souvislosti s Vaším výše citovaným rukopisem, který jste nedávno zaslal do časopisu The Astrophysical Journal.

Přečetl jsem si Váš rukopis a zvážil jeho vhodnost pro zveřejnění v našem časopise. Náš časopis se specializuje na rukopisy prezentující nové výsledky astronomických pozorování nebo teorie aplikované přímo na astrofyzikální systémy. Bohužel, téma Vašeho rukopisu, které se zabývá základními aspekty bimerické relativity, spadá mimo tematickou oblast našeho časopisu. V důsledku toho Vám musím s politováním oznámit, že Váš rukopis nebudeme moci publikovat. Přesto Vám přeji mnoho zdaru ve Vašem dalším výzkumu.

Téma tohoto článku by dobře zapadalo do oblasti působnosti časopisu specializovaného na fyziologii gravitace. Obecně platí, že konkrétní časopisy nedoporučuji. Pouze poznamenám, že tento rukopis není dobře organizován jako vědecká práce. Převážná část článku je přehledem předchozích prací a nové výsledky a jejich význam jsou těžko rozeznatelné. Například v abstraktu není o žádném z nich zmínka.

S pozdravem,

Ethan T. Vishniac

Šéfredaktor AAS

Univerzita Johnse Hopkinse

To znamená, že ačkoli se náš rukopis zabýval základními aspekty "bimerické relativity" (což znamená bimetrické), neodpovídal zaměření časopisu na nové astronomické výsledky a teorie aplikované na astrofyzikální systémy. Tato zdvořilá a informativní odpověď odráží obecnou tendenci upřednostňovat práce, které zapadají do zavedeného rámce vědeckého

výzkumu. Naproti tomu odpovědi časopisu *Physical Review D* byly mnohem stručnější a často je shrnovala věta "Nevhodné". Tato stručná odpověď poukazuje na obtížnost získání uznání pro myšlenky, které se výrazně odchyľují od stávajících paradigmat v teoretické fyzice a kosmologii. Tyto interakce s předními časopisy poukazují na významnou výzvu při sdělování nových vědeckých teorií: nutnost sladit inovativní práci se zavedenými očekáváními a standardy vědeckých časopisů a zároveň zachovat integritu a novost výzkumu.

Nedávné změny v politice *arXiv*, předního repozitáře před publikováním, navíc přinesly další vrstvu složitosti. Nový požadavek, aby předložení příspěvků zpočátku předcházelo zveřejnění ve významném recenzovaném časopise, se může zdát paradoxní a neintuitivní, zejména v případě průkopnického výzkumu, který by mohl na tradičních fórech narazit na počáteční odpor. Tato změna politiky značně ztížila naši schopnost rychle sdílet předběžné výsledky a šířejí komunikovat s vědeckou komunitou.

Navzdory těmto problémům se objevily záblesky naděje a uznání. Dva časopisy, ruský *Gravitation and Cosmology* (Pleiades Publishing) a německý *Astronomische Nachrichten*, projevíly ochotu brát naši práci vážně. Jejich angažovanost v našem výzkumu, i když ne tak rozsáhlá, jak bychom doufali, je pozitivním krokem k širšímu přijetí a pochopení JCM. V následující části budeme analyzovat reakce a kritiku těchto časopisů a zdůrazníme jak konstruktivní připomínky, tak oblasti, v nichž by bylo možné zlepšit proces recenzního řízení, aby vyhovoval inovativním vědeckým teoriím.

8.2 Diskuse o předložených kritikách a odpovědích na ně

V průběhu našeho úsilí o zveřejnění Janusova kosmologického modelu jsme čelili několika významným výzvám, z nichž jednou bylo zdlouhavé recenzní řízení v časopise *Gravitation and Cosmology*. Po osmi měsících vytrvalého sledování se v časopise konečně našel recenzent, který posoudil kvalitu naší práce. Výsledek však nebyl takový, v jaký jsme doufali. Zde je korespondence, která vystihuje podstatu problémů, kterým jsme čelili.

Odpověď z *Gravitace a kosmologie*

Vážený pane doktore Zejli,

Po četných pokusech jsme obdrželi zprávu od recenzenta k vašemu článku GC23-019 "Nature of the Dipole Repeller". Zpráva bohužel obsahuje řadu závažných kritických připomínek. Vzhledem k této zprávě nemůžeme váš článek přijmout k publikaci v našem časopise.

S pozdravem,

Dr. Sergey V. Bolokhov

Redakční rada časopisu Gravitace a kosmologie

ZPRÁVA REFERENTA

Autoři se snaží vysvětlit pnenomen tzv. dipólového odpuzovače v rámci "Janusova kosmologického modelu", který je vlastně jakousi bimetrickou teorií. Samotný model obsahuje některé entity, jejichž existence v přírodě je velmi nepravděpodobná, jako jsou částice se zápornou hmotností a fotony se zápornou energií. K tomu je vhodné připomenout, že nedávné experimenty ukázaly, že částice antihmoty podléhají stejným gravitačním silám jako částice hmoty o stejné hmotnosti. To činí předpoklad autorů o negavitových hmotnostech ještě pochybnějším. Navíc vypadá podivně, že se dotyčná teorie odvolává na vysvětlení pouze jednoho jevu a nemá žádný vliv na jiné pozorované systémy. Slabinou článku je, že obsahuje pouze kvalitativní argumenty bez konkrétních výpočtů zohledňujících pozorované parametry odpuzovače.

Moje odpověď tomuto recenzentovi

Vážený pane doktore Sergeji V. Bolokhov,

Děkujeme za předání zprávy rozhodčího k našemu rukopisu "Nature of the Dipole Repeller". Vážíme si času a úsilí, které jste věnovali posouzení naší práce. Domníváme se však, že mohlo dojít k některým nedorozuměním týkajícím se základních konceptů našeho výzkumu, které bychom rádi objasnili.

1. O záporné hmotnosti a antihmotě: Obavy rozhodčího ohledně záporné hmotnosti ve světle nedávných experimentů s antihmotou poukazují na základní aspekt našeho modelu, který mohl být přehlédnut. Janusův kosmologický model, který tvoří základ našeho článku, předpovídá existenci dvou různých typů antihmoty. Antihmota typu C, podobná Diracově antihmotě vyráběné v laboratořích, reaguje na gravitační síly podobně jako běžná hmota. Naproti tomu antihmota typu PT, odpovídající Feynmanově koncepci záporné hmoty, má podle návrhu existovat v centrech kosmických dutin, jako je například dipólový odpuzovač. Tento typ působí antigravitačním účinkem, který je rozhodující složkou našeho modelu a je přehledně popsán na straně 10 našeho rukopisu.

2. Potvrzení pozorování a aplikace modelu: Platnost našeho modelu přesahuje rámec vysvětlení dipólového odpuzovače. Nabízí vhléd do různých astronomických jevů, které rozhodčí v našem článku mohl přehlédnout:

Uzavřenost a stabilita galaxií: Vysvětluje se pomocí lakunárních prostorů vyplněných zápornými hmotami.

Gravitační čočkování: Model vysvětluje jevy gravitačního čočkování v okolí galaxií.

Struktura vesmíru: Naše teorie navrhuje lakunární strukturu vesmíru vyplněnou shluky záporných hmotností, které připomínají vzájemně propojené mýdlové bubliny.

Rotační křivky galaxií a gravitační anomálie: Vysvětlujeme zploštění rotačních křivek a neočekávané zrychlení hvězd na hranicích galaxií.

Raný vznik galaxií: Náš model, podpořený nedávnými pozorováními teleskopu Jamese Webba, naznačuje současný vznik galaxií v prvních 100 milionech let vesmíru.

Galaxie s vysokým červeným posuvem: Zabýváme se ztlumenou svítivostí vzdálených galaxií (červený posuv > 7) v důsledku negativního gravitačního čočkovacího efektu kup se zápornou hmotností.

Lokální relativistická ověření: Model je v souladu s jevy, jako je precese perihelia Merkuru a světelná odchylka Slunce.

Pozorování supernov: Asymetrie mezi populacemi kladné a záporné hmotnosti koreluje s pozorováním supernov typu Ia.

3. Nesprávná interpretace rozsahu modelu: A konečně, tvrzení, že se naše teorie odvolává pouze na vysvětlení jednoho jevu, přehlíží její široký aplikační rozsah. Náš model nabízí mimo jiné vysvětlení spirálních struktur galaxií, neviditelnosti kosmické antihmoty v důsledku fotonů záporné energie a povahy neviditelných složek vesmíru.

Věříme, že tyto dodatečné informace a vysvětlení pomohou vyřešit obavy vznesené ve zprávě rozhodčího. V případě potřeby jsme připraveni poskytnout další podrobnosti nebo revize.

Děkujeme za zvážení naší odpovědi a těšíme se na možnost přispět do časopisu.

S pozdravem

Bohužel po naší podrobné odpovědi, která se zabývala všemi obavami recenzenta, jsme neobdrželi žádnou další komunikaci. Zdálo se, že vydavatel a recenzent se stáhli z dialogu, což ilustruje problémy a někdy zdánlivě nepřekonatelné překážky, s nimiž se setkáváme při prosazování nových vědeckých teorií v zavedeném rámci akademického publikování.

Kritická analýza návratů časopisu *Astronomische Nachrichten*

Naše interakce s *Astronomische Nachrichten* také představovala výzvu, ale umožnila hlubší zkoumání zásadního problému při přijímání nových myšlenek v kosmologii. Jediný recenzent, nalezený po dvouměsíčním hledání, zahájil dialog, který poukázal na všudypřítomný problém: závislost na předpokladech stanovených renomovanými fyziky, kteří pak utvářejí a upevňují paradigmaty, v jejichž rámci se pohybuje většina kosmologů. Cílem naší práce je poskytnout novou geometrickou a kosmologickou interpretaci Schwarzschildova vnějšího řešení založenou na dvou hlavních předpokladech:

- **Izotropie:** Invariance pod působením $SO(3)$, tj. grupy 3D rotací a prostorových translací.
- **Stacionarita:** Nezávislost členů metriky na časové souřadnici, tj. invariance časovou translací.

Obecné řešení, jak je původně popsal Schwarzschild, je často prezentováno bez odpovídajícího zdůvodnění. Tolman v roce 1934 ((Tolman 1934)) poznamenal, že nejobecnější tvar zahrnuje křížový člen ve tvaru $drdt$. Tento člen však byl následně z pohodlnosti zanedbán. Tento přístup, včetně Schwarzschildova, následovalo mnoho badatelů, jak je podrobně popsáno v kapitole 5.

Recenzent poukázal na to, že neexistence takového křížového členu vyplývá z

předpokládaných předpokladů symetrie. Je nám vytýkáno, že jsme zanedbali zásadní předpoklad symetrie: řešení by mělo být invariantní, když t se změní na $-t$ (jak je mimo jiné uvedeno ve Waldově knize (Wald 1984)). Z toho vyplývá, že řešení se zkříženým členem $drdt$ by tuto podmínku invariance nesplňovalo, protože změna t na $-t$ změní znaménko křížového členu. Jaký je však fyzikální základ pro tento předpoklad symetrie týkající se časové proměnné? Žádný neexistuje. Nezmínil se o něm ani Schwarzschild, ani mnozí jeho následovníci.

Úvaha (lze-li to tak nazvat) je totiž založena na "modelu černé díry", jehož středobodem je "moderní forma", kde chybí křížový člen (42). Jedná se o čistě matematickou hypotézu, která má být v souladu nikoli s hmatatelnou pozorovací realitou, ale s obecnou vírou v existenci černých děr. Kosmologům se proto tato hypotéza může zdát "přirozená".

Naše zkušenosti s *Astronomische Nachrichten* ukazují, jak mohou zavedená paradigmatata ovlivnit přijetí inovativních myšlenek v kosmologii, a zdůrazňují potřebu otevřené mysli a přehodnocení základních předpokladů ve světle nového teoretického vývoje.

9 Závěr a diskuse

Vzhledem k principu Occamovy břitvy, který dává přednost nejjednodušší teorii, která je nejvíce konzistentní s pozorovanými daty, lze usoudit, že Janusův model překonává standardní model. Janusův kosmologický model poskytuje koherentní přístup k vysvětlení mnoha astrofyzikálních jevů a zároveň nabízí jasnou interpretaci dostupných pozorovacích dat. Zatímco Standardní model vykazuje nesrovnalosti s pozorovacími daty a vyžaduje ad hoc konstrukce, které tyto nesrovnalosti obcházejí.

Janusův model totiž přesahuje rámec pouhého návrhu alternativ k jevům, které se obvykle připisují temné hmotě a temné energii, jako je mimo jiné zrychlování kosmické expanze, uzavírání galaxií, výrazné gravitační čočkování a téměř dokonalá homogenita kosmického mikrovlnného pozadí (CMB). Poskytuje podrobné objasnění povahy a identity neviditelných složek vesmíru. Model řeší paradox nepozorování primordiální antihmoty a nabízí vysvětlení dipólového odpuzovače, který chápe jako konglomerát záporné hmoty. Tento pohled posiluje důvěryhodnost Janusova kosmologického modelu při stanovení velkorozměrové struktury vesmíru a zároveň vysvětluje důvody obtížné detekce záporné hmoty optickými pozorovacími přístroji. Vysvětluje také nízkou magnitudu astronomických objektů s gravitačním červeným posuvem větším než 7 a dodržuje princip vyvratitelnosti tím, že stanovuje konkrétní pozorovací testy, jako je přítomnost konglomerátů záporné hmoty, přičemž pozoruhodným příkladem je dipólový odpuzovač. Kromě toho navrhuje alternativní mapování vesmíru založené na odlišné interpretaci slabého gravitačního čočkového efektu.

Janusův model navíc nachází potvrzení v nejnovějších pozorovacích datech, zejména těch získaných z vesmírného dalekohledu Jamese Webba, když předpovídá vznik galaxií v jejich současné podobě během prvních 100 milionů let stáří vesmíru. Struktura jeho dynamické skupiny navíc propůjčuje jeho geometrii *symetrie CPT*, pro kterou byla v září 2023 potvrzena konkrétní předpověď z roku 2017. Tato předpověď se týká C-symetrické (nábojově symetrické) antihmoty syntetizované v laboratoři a emitující fotony s kladnou energií, která podle pozorování podléhá gravitační přitažlivosti směrem dolů stejně jako běžná hmota.

Otevírá také slibné cesty výzkumu v kvantové mechanice a naznačuje, že integrace záporných stavů energie a hmoty by mohla být klíčová pro kvantifikaci gravitace. Janusův model tedy dokonale zapadá do přírody a nepředstavuje žádné zásadní rozpory.

V této knize jsme se ponořili do složitosti tohoto modelu, odhalili jeho nuance a jeho potenciál objasnit záhady, které dlouho mátlý kosmology a fyziky.

Tato cesta napříč pokročilou matematikou, teoretickou fyzikou a kosmologií ukazuje schopnost modelu zpochybnit tradiční pohledy a nabídnout alternativní vysvětlení jevů, které současné modely nedokážou plně objasnit. Předkládané diskuse a analýzy mají za cíl

obohatit čtenářovo chápání a podnítit zvědavost k dalšímu zkoumání a zpochybňování hranic našeho vědeckého poznání.

Domnívám se, že omezení v teoretické fyzice a kosmologii lze přičíst zpoždění, s nímž tato oblast od 50. let 20. století přijala topologii. Topologie, která se zabývá studiem vlastností zachovávaných prostřednictvím spojitých deformací, mohla nabídnout nové způsoby pochopení struktury vesmíru a jeho složitých struktur.

Závěrem doufám, že tato kniha poslouží nejen jako komplexní průvodce modelem ukotveným v pevném teoretickém základu obecné relativity, ale také jako inspirace a motivace pro novou generaci myslitelů, kteří se odvážně pustí do zkoumání neprobádaných území kosmologie. Kéž by podpořila hlubší pochopení složité krásy našeho vesmíru a neustálé snahy o porozumění, která nás jako vědce i jako lidské bytosti pohání.

V dynamickém a neustále se vyvíjejícím oboru kosmologie se tento model stává základním vodítkem, které osvětluje cestu k neprobádaným územím a novým perspektivám. Tato cesta není zdaleka u konce, spíše představuje neustálou výzvu k dalšímu zkoumání a objevování.

Bibliografie

- Adler, R., R. Bazin a M. Schiffer. 1975. *Úvod do obecné relativity*. McGraw-Hill.
- Akiyama, K. et al. 2019. "První výsledky teleskopu horizontu událostí M87. I. Stín supermasivní černé díry". *The Astrophysical Journal*.
- Akiyama, K. a kol. 2022. "First Sagittarius a* Event Horizon Telescope Results" (První výsledky teleskopu v obzoru událostí v souhvězdí Střelce a*). I. Stín supermasivní černé díry ve středu Mléčné dráhy".
- Anderson, E. K. a kol. 2023. "Pozorování vlivu gravitace na pohyb antihmoty". *Nature*.
- Bargmann, V., P. G. Bergmann a A. Einstein. 1941. "O pětirozměrném zobrazení gravitace a elektřiny". *Theodore von Karman Anniversary Volume*, 212.
- Benoit-Lévy, A. a G. Chardin. 2012. "Představení Diracova-Milného vesmíru." *Astronomy and Astrophysics* 537: A78.
- Bergmann, P. 1942. *Úvod do teorie relativity*. Prentice-Hall.
- Bergmann, P. a A. Einstein. 1938. "O zobecnění Kaluzovy teorie elektřiny". *Annals of Mathematics* 39: 683.
- Bondi, H. 1957. "Záporná hmotnost v obecné relativitě." *Reviews of Modern Physics* 29 (3).
- Bourbaki, N. 2006. *Eléments de Mathématique: Groupes Et Algèbres de Lie*. Springer.
- Boylan-Kolchin, Michael. 2023. "Zátěžové testování. Λ CDM s kandidáty na galaxie s vysokým rudým posuvem." *Nature*.
- Brennen, C. E. 1995. *Cavitation and Bubble Dynamics*. Oxford University Press.
- Chandrasekhar, S. 1983. *Matematická teorie černých děr*. Clarendon press.
- Chaskalovic, Joël. 2009. "Gravitační teorie pro matematické modelování v geomarketingu." *Journal of Interdisciplinary Mathematics* 12 (3): 417.
- Cronin, J. W. 1964. "Experimentální objev porušení CP". *Americká fyzikální společnost*.
- Damour, T. a Ian I. Kogan. 2002. "Effective Lagrangians and Universality Classes of Nonlinear Bigravity" (Efektivní Lagrangiany a třídy univerzality nelineární bigravitace). *Phys. Rev. D*.
- Debergh, N. et al. 2018. "On Evidence for Negative Energies and Masses in the Dirac Equation Through a Unitary Time-Reversal Operator" (O důkazu záporných energií a hmotností v Diracově rovnici prostřednictvím unitárního operátoru časového zvratu).

Dyson, F. W., A. S. Eddington a C. Davidson. 1920. "A Determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational Field, from Observations Made at the Total Eclipse of May 29, 1919" (Určení výchylky světla gravitačním polem Slunce z pozorování provedených při úplném zatmění 29. května 1919). *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 291-333.

Eddington, A. 1925. "Srovnání s Whiteheadovými a Einsteinovými vzorci." *Nature*.

Einstein, A. a N. Rosen. 1935. "Problém částic v obecné teorii relativity". *Phys. Rev.* 48: 73.

El-Ad, H., T. Piran a L. N. da Costa. 1997. "Mon. Not. R. Astro. Soc."

Farnes, J. S. 2017. "A Proposal for a Unifying Theory of Dark Energy and Dark Matter." *arXiv Physics.gen-Ph*.

Ferreira, Leonardo a kol. 2022. "Panika! At the Disks: First Rest-Frame Optical Observations of Galaxy Structure at $z>3$ with JWST in the SMACS0723 Field (První optická pozorování struktury galaxií v klidovém snímku v poli SMACS0723)." *The Astrophysical Journal Letters*.

Flamm, L. 1916. "Příspěvky k Einsteinově teorii gravitace".

Heald, G. 2020. "The Stronger Case for Gravitational Repulsion Between Matter and Antimatter" (Silnější případ gravitačního odpuzování hmoty a antihmoty). *Publikace Research Gate*, č. 339339776.

Hoffman, Y. et al. 2018. "Kvazilineární blízký vesmír". *Nature Astronomy*.

Hoffman, Y., D. Pomarède, R. B. Tully a H. Courtois. 2017. "Dipólový odpuzovač". *Nature Astronomy* 1: 0036.

Hossenfelder, S. 2008. "A Bi-Metric Theory with Exchange Symmetry." *arXiv*.

Kaluza, Th. 1921. "O problému sjednocení ve fyzice". *Sitzungsberichte Pruss. Acad. Sci.* 966.

Kerr, Roy P. 1963. "Gravitační pole rotujícího tělesa jako příklad algebraicky speciální metriky". *Physical Letters* 11: 237.

Klein, O. 1926. "Kvantová teorie a pětirozměrná teorie relativity". *Z.Phys.* 37: 895.

Koiran, P. 2021. "Čas vniku v Eddingtonově-Finkelsteinově metrice s aplikací na Einsteinovy-Rosenovy mosty". *Inter. Jr. of Mod. Phys. D* 14.

Kruskal, M. D. 1960. "Maximální rozšíření Schwarzschildovy metriky". *Physical Review* 119 (5).

Kruskal, Martin D. 1960. "Maximální rozšíření Schwarzschildovy metriky." *Physical Review* 119: 1743-45.

Medeiros, L. a kol. 2023. "Principal-Component Interferometric Modeling (PRIMO), an Algorithm for EHT Data" (Interferometrické modelování hlavních komponent (PRIMO),

algoritmus pro data EHT). I. Reconstructing Images from Simulated EHT Observations (Rekonstrukce snímků ze simulovaných pozorování EHT)".

Michelson, A. A. a E. W. Morley. 1887. "O relativním pohybu Země a světelného éteru". *American Journal of Science* 34: 333-45.

Morin, Bernard a Jean-Pierre Petit. 1978. "Le Retournement de La Sphère". HAL.

Morris, M. a K. S. Thorne. 1988. "Červí díry v časoprostoru a jejich využití pro mezihvězdné cestování: pomůcka pro výuku obecné relativity". *Am. J. Phys.* 56: 395.

Neiser, T. F. 2020. "Fermiho degenerovaný model antineutrinové hvězdy temné energie". *Advances in Astronomy* 2020: Article ID 8654307.

Oppenheimer, J. R. a H. Snyder. 1939. "O pokračující gravitační kontrakci". *Phys. Rev.* 56: 455-59.

Oppenheimer, J. R. a G. M. Volkoff. 1939. "On Massive Neutron Cores" (O masivních neutronových jádrech). *Physical Review* 55 (4): 374-81.

Palatini, A. 1919. "Deduzione Invariantiva Delle Equazioni Gravitazionali Dal Principio Di Hamilton". *Rend. Circ. Matem. Palermo* 43: 203-12. <https://doi.org/10.1007/BF03014670>.

Pavlovskij, A. I. 1994. "Magnetická kumulace - vzpomínka na Andreje Sacharova." In *Megagauss Magnetic Field Generation and Pulsed Power Applications*, edited by M. Cowan and R. B. Spielman, 9-22. New York: Nova Science Publishers.

Perlmutter, S. a kol. 1999. "Měření Ω a Λ ze 42 supernov s vysokým rudým posuvem." *Astrophysical Journal* 517 (2).

Petit, Jean-Pierre . 1985. *Le Topologicon*. Edice Belin.

Petit, Jean-Pierre. 1994. "Problém chybějící hmoty. *IL NUOVO CIMENTO*.

Petit, Jean-Pierre. 1995. "Kosmologie dvojího vesmíru." *Astrophysics and Space Science* 226: 273-307.

Petit, Jean-Pierre. 2018. "Janusův kosmologický model a fluktuace CMB." *Progress in Physics*.

Petit, Jean-Pierre a G. D'Agostini . 2021a. "Bimetrické modely. Když záporná hmotnost nahrazuje temnou hmotu i temnou energii. Vynikající shoda s pozorovacími daty. Řešení problému prvotní antihmoty". *Databáze Francouzského národního centra*, 2021a.

Petit, Jean-Pierre a G. D'Agostini. 2021b. "Constraints on Janus Cosmological Model from Recent Observations of Supernovae Type Ia" (Omezení Janusova kosmologického modelu na základě nedávných pozorování supernov typu Ia). *Astrophysics and Space Science*, 2021b.

Petit, Jean-Pierre a G. D'Agostini. 2014a. "Kosmologický bimetrický model s interagujícími kladnými a zápornými hmotami a dvěma různými rychlostmi světla v souladu s pozorovaným zrychlením vesmíru". *Modern Physics Letters A* 29 (34).

- Petit, Jean-Pierre a G. D'Agostini. 2014b. "Hypotéza záporné hmotnosti v kosmologii a povaha temné energie". *Astrophysics And Space Science* 354 (2014b): 611-15.
- Petit, Jean-Pierre a G. d'Agostini. 2014. "Kosmologický bimetrický model s interagujícími kladnými a zápornými hmotami a dvěma různými rychlostmi světla v souladu s pozorovaným zrychlením vesmíru". *Modern Physics Letters A*.
- Petit, Jean-Pierre, G. D'Agostini a N. Debergh . 2018. "Důkaz záporných energií a hmotností v Diracově rovnici prostřednictvím unitárního operátoru časového zvratu". *J. Phys. Comm.* 2 (115012).
- Petit, Jean-Pierre, G. D'Agostini a N. Debergh. 2019. "Physical and Mathematical Consistency of the Janus Cosmological Model (JCM)". *Progress in Physics* 15.
- Piran, Tsvi. 2018. "On Gravitational Repulsion." *arXiv*. <https://arxiv.org/abs/9706049>.
- Riess, A. a kol. 2004. "Objevy supernov typu Ia v $z > 1$ z Hubbleova vesmírného dalekohledu, důkazy o minulém zpomalení a omezení vývoje temné energie". *Astrophysical Journal* 607 (2).
- Sacharov, A. D. 1967 . "Porušení CP invariantnosti, C asymetrie a baryonové asymetrie vesmíru". *Pi'sma ŽÉTF* 5 (1): 32-35.
- Sacharov, A. D. 1979. "ZhETF Pis'ma." *JETP* 49: 594.
- Sacharov, A. D. 1980. "Kosmologické modely vesmíru s obrácenou časovou šipkou". *Pi'sma ZhÉTF* 79 (3): 689-93.
- Sacharov, A. D. 1982. "Vícelistové modely vesmíru." *Pi'sma ZhÉTF* 82 (3): 1233-40.
- Schmidt, B. P. a kol. 1998. "The High-z Supernova Search. Měření kosmického zpomalení a globálního zakřivení vesmíru pomocí supernov typu Ia". *Astrophysical Journal* 507 (1).
- Schwarzschild, K. 1916a. "Über Das Gravitationsfeld Einer Kugel Aus Inkompressibler Flüssigkeit Nach Der Einsteinschen Theorie". *Sitzungsberichte Der Königlich Preussischen Akademie Der Wissenschaften*.
- Schwarzschild, K. 1916b. "Über Das Gravitationsfeld Eines Massenpunktes Nach Der Einsteinschen Theorie". *Sitzungsberichte Der Königlich Preussischen Akademie Der Wissenschaften*.
- Souriau, J. M. 1964. *Geometrie a relativita*. Hermann.
- Souriau, J. M. 1997. *Struktura dynamických systémů, symplektický pohled na fyziku*. Birkhäuser Verlag.
- Souriau, Jean-Marie. 1965. "Prolongements Du Champ de Schwarzschild." *Bulletin de La Société Mathématique de France* 93: 193-207.

Stoica, O. C. 2014. "On Singular Semi-Riemannian Manifolds." *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics* 11.

Thorne, K. S., J. A. Wheeler a C. W. Misner. 1973. *Gravitation*.

Tolman, R. 1934. *Relativita, termodynamika a kosmologie*. Oxford, Clarendon Press.

Tsamparlis, Michael. 1978. "O Palatiniho variační metodě." *Journal of Mathematical Physics* 19 (3): 555-57.

Vuyk, V. 2018. "Pátá síla vakuového dipólového odpuzovače, potřebná k vytvoření všech přitažlivých sil i kolem černých děr v kvantové teorii FFF." *Publikace Research Gate*, č. 325995732.

Wald, R. 1984. *Obecná relativita*.

Weinberg, S. 2000. *Kvantová teorie polí: svazek 1, Základy. Svazek 2, Moderní aplikace. Svazek 3, Supersymetrie*. Svazek 1-3. Cambridge University Press.