

Janus Kozmolojik Modeli

Bimetrik Evren: Perspektifler ve Zorluklar

Hicham ZEJLI¹

¹ ENSISA'dan mezun mühendis - hicham.zejli@manaty.net

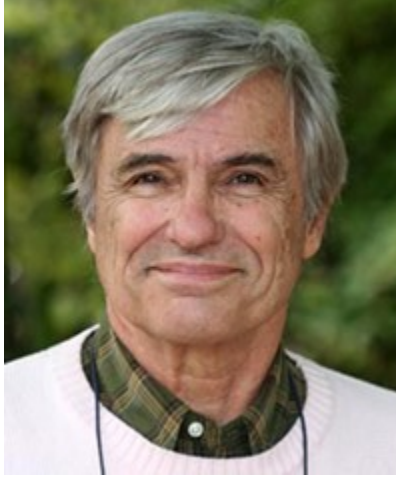
İçindekiler tablosu

Jean-Pierre Petit (Fransa) tarafından yazılan önsöz	5
1 Giriş	12
1.1 Kitabın Bağlamı ve Amaçlarının Sunumu	12
1.2 Janus Kozmolojik Modeline Kısa Bir Giriş ve Önemi	12
2 Teorik temeller	14
2.1 Newton'un Kütle Çekim Yasası	14
2.2 Özel Göreliliğe Giriş	14
2.2.1 Minkowski'nin Zaman-Uzay ve Kendi Zamanı	14
2.2.2 Bir Limit Olarak Işık Hızı	15
2.2.3 Temel kavramlar	16
2.2.4 Kütle - Enerji Eşdeğerliği	16
2.3 Genel Göreliliğe Giriş	17
2.3.1 Fizikte Bir Devrim	17
2.3.2 Gözlemlenebilir Etkiler ve Deneysel Doğrulamalar	18
2.3.3 Zaman-Uzay Geometrisi ve Geodezik Denklemler	19
Eylemsiz Çerçeve ve Koordinatlar	20
Hızlandırılmış Laboratuvar Referans Çerçevesine Dönüşümün Koordinasyonu	20
2.3.4 Metrik Tensörler	23
2.3.5 Christoffel sembolleri	24
2.3.6 Zayıf Alan Limitinde Jeodezik Denklemin Uygulanması	30
2.3.7 Karl Schwarzschild & Ludwig Flamm'ın Çözümleri	34
2.3.8 Schwarzschild Dış Metriği için Jeodeziklerin İnşası	35
2.3.9 Roy Kerr Çözümü	41
2.4 Andrei Sakharov & Jean-Marie Souriau'nun çalışmaları	42
2.5 Hiperbolik Riemann Geometrisinin Getirdiği Bimetrik Yaklaşım	43
3 Janus Kozmolojik Modeli	45
3.1 Açıklama	45
3.2 Çıkarımlar	46
3.3 Dipol Kovucu	53
3.3.1 Giriş	53
3.3.2 Bazı yorumlama girişimleri	54

3.3.3	Karanlık Madde Boşlukları ile Yorumlama	54
3.3.4	Janus Kozmolojik Modeli ile Yorumlama	56
3.3.5	Gelecek beklentileri.....	73
4	Kozmoloji ve Parçacık Fizikine Katkı	74
4.1	Dinamik Gruplara Giriş	74
4.2	Her Bir Ters Çevirme Operatörü ile İlişkili Çeşitli Simetriler.....	77
4.3	Lorentz Dinamik Grubu	78
4.4	Kısıtlı Poincaré Dinamikleri Grubu	78
4.5	Dinamik Kaluza & Janus Kısıtlı Gruplar.....	78
4.6	Janus Dynamic Group	79
4.7	Çıkarımlar	82
5	<i>Tek Yönlü Membran</i> Olarak Beyaz Çeşme ile Birleştirilmiş Solucan Deliği Modelinin Alternatif Yorumu	84
5.1	Einstein Denkleminin Farklı Topolojileri Yansıtan Çözümleri	84
5.2	<i>Statiklik</i> Hipotezi: Çapraz Terimin Yokluğu $dr dt$	88
5.3	İki Tabakalı Lorentzian Geometrik Sonsuz Çözümün İnşası.....	88
5.3.1	Simetri T	88
5.3.2	Simetri P.....	89
5.3.3	İki Levhanın Tanımlanması.....	90
5.4	Bu geometrinin başka bir gösterimi	91
5.5	Sonuç.....	92
5.6	Ekler	93
6	Modelin topolojik yorumu.....	94
6.1	Tanım.....	94
6.2	Solucan deliği modeli.....	94
6.3	Evren Modeli.....	95
7	Süperkütleli Altkritik Nesnelere M87 ve Sagittarius A*'nın Alternatif Yorumu.....	100
7.1	Giriş	100
7.2	Olgunun alternatif yorumu.....	104
7.2.1	Fiziksel ve Geometrik Kritikliklerin Karşılaştırılması	104
7.2.2	Fiziksel kritikliğe yakın kütleçekimsel kırmızıya kayma.....	105
7.2.3	Sabit Yoğunluklu Plazmalarda Işık Hızı ve Basıncının Değişimi.....	108
7.3	Sonuç.....	108
8	Zorluklar ve Tartışmalar	110

8.1	Model İletişimi ve Kabulündeki Zorluklar.....	110
8.2	Eleştiriler ve Yanıtların Tartışılması	111
	<i>Gravitasyon ve Kozmoloji'den Yanıt</i>	111
	Bu eleştirmene cevabım	112
	<i>Astronomische Nachrichten</i> iadelerinin eleştirel analizi.....	113
9	Sonuç ve Tartışma	115
	Kaynakça.....	117

Jean-Pierre Petit (Fransa) tarafından yazılan önsöz



Yıl 2024. Hesabı sen yap. Ben 1937 doğumluyum. Bu satırları yazarken 87 yaşında olacağım. Zaman o kadar hızlı geçiyor ki siz bu satırları okuduğunuzda ben artık hayatta olmayabilirim. Bu sayfaları yazıyorum ve sanırım Hicham da aynı şekilde hissediyor, denize bir şişe atar gibi, bir çağrı mesajı içeriyor. Ben bu satırları yazarken Janus ekibinde üç kişi kaldı. 1979'da doğan Hicham dışında, 1985 doğumlu genç bir matematikçi David var ve hepsi bu kadar. 2022 yılında, kırk yıldır bu Janus projesinden sorumlu olan tek kişi bendim. Bu ikisi Ocak 2023'te Paris'te verdiğim bir konferansı dinledikten sonra bana katıldılar.

İçimden şöyle demek geliyor: Bilim dünyasında neler oluyor?

Bildiğiniz gibi bir asırdan fazla bir süre önce bilim dünyası iki yeni disiplinin aniden ortaya çıkmasıyla alt üst oldu: kuantum mekaniği ve kozmoloji. Böylece yetmiş yıl boyunca bilimsel ilerleme inanılmaz bir hızla birbirini takip etti. Teorisyenler ya uzun zamandır bilinen bir olguya, örneğin Newton mekaniğinin açıklamakta yetersiz kaldığı Merkür'ün perihelion'unun ilerlemesi gibi bir açıklama getiriyorlardı. Ya da Rus Alexander Friedman'ın Einstein'ın 1915'te ortaya attığı denklemin ilk kararsız çözümünü üreterek açıklamakta gecikmediği evrenin genişlemesinin keşfi gibi yeni gözlemler söz konusuydu ki bu denklem artık dünyanın bu yeni vizyonunun, genel göreliliğin temelini oluşturmaktadır.

Bazen teorisyenler yeni bir vizyonla ortaya çıkar ve hesaplamalarını daha dengeli hale getirmek için kullandıkları garip nesnelere önerirler. Bunun bir örneği, 1928 yılında İngiliz Paul Dirac tarafından varlığı varsayılan antimattir.

Anekdot olarak, Danimarkalı Niels Bohr'un bu makaleyi okuduktan sonra verdiği tepkiyi aktaralım:

"Bu teori Afrika'daki filleri yakalamak için ideal görünüyor. Dirac'ın makalesini bir ağaca asarız. Bir fil gelir ve Dirac'ın makalesini okur. O kadar şaşırır ki yakalaması kolay olur.

Ancak Doğa Dirac'a iyi bir dost olduğunu kanıtladı ve 1931'de kozmik ışınlardaki anti-elektronların varlığını doğruladı. O zamanlar bu antimaddeyi parçacık çarpıştırıcılarında yeniden yaratamıyorduk. Bu nedenle kozmosun derinliklerinden gelen gama fotonları, pozitron olarak bilinen bir nesne olan elektron-anti elektron çiftine dönüştü.

Paradigma değişimi olarak tanımlanan bu devrim, 1895 yılında Conrad Röntgen, Henri Becquerel ve J.J. Thomson tarafından yapılan ve parçacıkların ve atomik olayların bilim sahnesine dramatik girişini müjdeleyen keşiflerle başladı. On yıllar boyunca, bir tarafta teorisyenler, diğer tarafta deneyciler ve gözlemciler, bazıları diğerlerinden kısa bir mesafe önde olmak üzere yan yana dörtnala koşan iki grup safkan atı andırıyordu.

Bütün bunlar İkinci Dünya Savaşı'ndan sonraki birkaç on yıl boyunca devam etti. Bu büyük keşifler arasında, 1967'de evrenin başlangıcında madde-antimadde çiftlerinin fantastik bir yok oluşunun gerçekleştiğini kanıtlayan düşük enerjili foton popülasyonu olan kozmik mikrodalga arka planının tesadüfen keşfedilmesi de vardı.

1960'ların sonunda, bugün kozmolog olarak adlandırdığımız kişilerin kaygısı basitçe evrendeki ortalama yoğunluğun değerini belirlemektir. Eğer bu değer 10^{-29} santimetre küp başına gram, o zaman evren döngüsel olarak gelişiyor. Bir genişleme evresinden sonra kendi içine çökerek Büyük Çöküş'ü meydana getirir. Eğer bu yoğunluk daha düşükse, o zaman evrenin uzak geleceğinde galaksiler birbirlerinden sonsuza dek, sabit hale gelecek hızlarda uzaklaşacaklardır. Ve eğer bu yoğunluk bu değere eşitse, o zaman evrimin bu iki uç arasında yer aldığını söyleyelim.

Bunu çok iyi hatırlıyorum: 1960'ların sonunda, araştırma kariyerime o zaman başlamıştım.

Sonra ne olacak? Çok hızlı bir şekilde, mekanikler sapıttı ve her şey kötüden daha kötüye gitti. Yüzyıl ilerledikçe, hızlandırıcılarda artan enerjiler sayesinde ortaya çıkan parçacık fiziği teorisyenleri, süper parçacıklar olarak adlandırdıkları yeni nesnelere ortaya çıkacağını öngördüler. Ama hiçbir şey olmadı.

1980'lerin başında, yıldızların galaksiler içinde dönme hızını açıklamak ve merkezkaç kuvvetinin neden patlamalarına neden olmadığını açıklamak için, evrenin toplam kütlelerinin beşte dördünü oluşturan karanlık maddenin varlığı öne sürüldü.

1989 yılında COBE uydusu tarafından yapılan gözlemler, erken evrenin aşırı homojenliğini ortaya koydu. Bunu haklı çıkarmak için genç bir Rus olan Andrei Linde, evrenin sadece birkaç saniye yaşındayken bir kat ani bir genişleme geçirdiği enflasyon teorisini önerdi. 10^{-33} saniyelik bir süre içinde 10^{26} Buna inflaton olarak bilinen yeni parçacıklardan oluşan yeni bir alan neden oldu.

Bugün, bu alanda uzmanlaşmış araştırmacı sayısı kadar inflaton modeli var.

2011 yılında Nobel Ödülü başka bir keşif için verildi: karanlık enerjiye atfedilen kozmik genişlemenin hızlanması. Einstein'ın ifadesini kullanarak önemini tercüme edersek $E = mc^2$ Bu sefer kozmik içeriğin %75'i gözlemden kaçıyor.

2024 yılında, ben bu satırları yazarken, karanlık enerjinin inandırıcı bir modeli yok. Eğer hesap yaparsanız, gözlemlenebilen sıradan madde şu anda kozmik çorbanın sadece %4'ünü temsil ediyor.

Karanlık madde için çeşitli adaylar öne sürülmüştür; bunlardan en önemlisi, varsayımsal süper parçacık ailesinin bir temsilcisi olan nötralino'dur. Bununla birlikte, güçlü çarpıştırıcılarda görünmesinin imkansız olmasının yanı sıra, kalın bir kaya tabakasıyla kozmik radyasyondan korunan tünellerde ve madenlerde gerçekleştirilen pahalı deneylerde tespit edilmesine yönelik tüm girişimlerden kaçmaktadır.

Peki ya teori cephesinde?

1970'lerin başında, yüksek enerji fiziği deneylerinden elde edilen sonuçların yetersizliği yeni bir paradigma değişikliğine yol açtığına, bir grup araştırmacı hem maddi parçacıkları hem de radyasyonla ilişkili parçacıkları açık ya da kapalı titreşen tellerden oluşan yeni bir model kullanarak temsil etmeyi önerdi. Teorisyenlerin çoğunluğu yeni ve umut verici bir yön olarak gördükleri bu öneriyi benimsedi. Her ülkede araştırma ve öğretim kadroları oluşturuldu. Ekipler oluşturuldu. Bu hareketin merkezinde yer alanlar, her şeyin bir teorisini inşa etmeyi hayal edecek kadar ileri gittiler. Bu düşünce akımı yığınla makale ve doktora tezinin ortaya çıkmasına neden oldu.

Üçüncü bin yılın şafağında durum nedir?

Hiçbir şey: Dağ bir fare doğurur.

Mevcut durum Hans Christian Andersen'in "*İmparatorun Yeni Giysileri*" adlı kısa öyküsünü anımsatıyor. *Hikayenin sonunda bir çocuk şöyle yazar: "O çıplak!"*

Hicham'ın kitabı tek bir cümleyle özetlenebilecek bir paradigma değişiminin öyküsü: *Evren pozitif ve negatif kütlelerden oluşur.*

Neden olmasın ki?

Ama bu fikir bir iplik gibidir, dışarı sarkar. Bu ipliği çekersiniz: bir ip takip eder. İpi çekersiniz ve bir halat bağlanır. İpi çekersiniz ve ardından ağır bir kablo gelir ve bu kablo binayı sallar.

Hangi bina?

Albert Einstein'ın kutsal genel görelilik denklemi, dünyanın dört bir yanındaki fizik enstitülerinde taşınmıştır.

Bu, teorinin yanlış olduğu anlamına mı geliyor?

Hayır. Bu madalyonun sadece bir yüzü. Birbirine bağlı iki alan denkleminde oluşan bir sisteme entegre edilmelidir. Bu kitabın sayfalarında, bu saygısız fikirden ortaya çıkan her şeyi bulacaksınız.

Ocak 2023'te, kırk yıl boyunca bu büyük projeyi yürüten tek kişi olarak, Paris'te David ve Hicham'ın da katıldığı bir konferans verdim.

David genç bir matematikçidir. Doktora tezi olmasına rağmen, araştırma baskısı onu cezbetmez ve üniversitede matematik öğretmeyi tercih eder.

Bazen fikirleri ele geçirenlerin araştırmacılar olduğu söylenir. Gerçekte ise bunun tam tersi doğrudur. Araştırmacıları ele geçiren fikirlerdir. Janus modelimin temeli olan farklı bir evren topolojisi fikri David'i etkisi altına aldı. Son on aydır bu modelin matematiksel temellerini matematiksel fizik dergilerinde yayınlamak için mücadele ediyor. Belki de siz bu satırları okuduğunuzda, bu çalışmanın yayını nihayet bu üst düzey dergilere girmiş olacak. Eğer öyle olursa, diğer matematikçilerin de yakalanması umuduyla tuzak kurulmuş olacak.

Yeni fikirler Afrika'da küçük maymunları yakalamak için kullanılan tuzaklar gibidir. Ulaşabilecekleri bir yere, içinde delik olan içi boş bir kabuk yerleştirilir. Kabuğun içinde çok sevdikleri, ancak çapı tam olarak delikle aynı olan bir meyve parçası vardır. Maymun elini deliğin içine soktuğunda, hem elini hem de meyveyi çıkarması imkansızdır. Ben de kırk yıl önce benzer bir tuzağın kurbanı oldum. Önümden geçen bir fikir beni yakaladı ve nöronlarımı ele geçirdi. Bir fikir mantıklı, işlevsel ve verimli olduğunda, ondan kurtulmak çok zordur. Ve son olarak, eğer bu fikir gözlemlerle tutarlıysa, onu reddetmek imkansız hale gelir, bu da sizi bir tür mutant, bilimsel topluluğunuz içinde bir yabancı haline getirerek hayatınızı büyük ölçüde karmaşıktırır. Tabii labirentte kalmaya karar vermezseniz.

1959 yılında bir İngiliz, Arthur Koestler, Les somnambules (Uyurgezerler) başlıklı bir kitap yazdı. Bilim insanlarını, uykularında gözleri kapalı ve iki ellerini önlerine uzatarak yürüyen ve yollarını bulmaya çalışan insanlar olarak tanımladı. Farkında olmadan bir labirentte yürümektedirler. Labirentin nasıl inşa edildiğinin farkında olmadan, bazen çıkmaz sokak olduğu ortaya çıkan bir yola girerken, göremeden ardına kadar açık olan bir kapının yanından geçerler. Bu fikir yeni değildir. Benzer, daha durağan bir fikir Platon'un mağara mitinde de bulunabilir.

Şimdi Hicham Zejli'nin başına gelenlerden bahsetmek istiyorum. Ocak 2023'te bir Fransız şirketinde bilgisayar mühendisi olarak çalışırken, Paris'te Janus kozmolojik modelim üzerine verdiğim konferansın içeriği ilgisini çekti. Daha sonra bu modelin temel özelliklerini sunmak için 2017 yılında hazırladığım otuz kadar videoyu izledi ve konuyla ilgili tüm kitapları okudu. İnternete koyduğum ve videolarıma eşlik eden pdf dosyalarında bulduğu tüm hesaplamaları yeniden yapıyor. Ve sonra tuzak kapanıyor.

Eğer kitabını okursanız, dikkat edin! Siz de bunun kurbanı olabilirsiniz. Bu sayfalar, gözlerinizi açarak labirentin duvarlarından birine tırmanmanıza yol açabilir. O zaman bilim dünyası size farklı görünecektir. Hicham'da olduğu gibi, bazen en prestijli ödülleri kazanan insanların uyurgezer gibi labirentin bir halkasında dönüp durduklarını göreceksiniz. Sözde bilim camiasını oluşturanlar tarafından kabul edilen modeller, daha sonra size bariz yanlış hesaplamaların bariz sonucu olarak görünecektir. Bu uyurgezerlerin açık, muhteşem bir gözlem kitlesiyle uyumlu yeni yolları nasıl tekrar tekrar geçtiklerini, onları göremediklerini, sert gerçekliğin kayalıklarının her taraftan sızıntı yapan bir Standart Modelde açtığı gediklere hararetle çakılmış, çürümüş kalaslardan başka bir şey olmayan fikirlere nasıl tutunduklarını göreceksiniz. Ve Andersen karakteri gibi bağırarak isteyeceksiniz, "*Kral çıplak!*"

Hicham'ın bir yıldan kısa bir süre içinde başardığı iş, tüm bunları profesyonel faaliyetlerinin dışında, boş zamanları olarak tanımlanabilecek bir zamanda yapmış olmasına rağmen kayda değerdir. On iki ay içinde, Janus modelimden etkilenen farklı alanlarla ilgili şaşırtıcı sayıda şeyi yüzeysel olarak değil, derinlemesine anladı ve özümsemi. Hiç kimsenin bu kadar kısa sürede bu kadar çok şeyi, bu kadar karmaşık bir şekilde yuttuğunu ve sindirdiğini görmemiştim.

Janus modeli ve onunla birlikte gelen her şey olan bu fantastik maceranın ilk tarihçisi olarak, yazılması gereken bu kitapta buna tanıklık ediyor. Zaten aylardır aktif olarak makale yazmakla uğraşiyor ve bu maceranın hiçbir şeyini kaçırmak istemiyor. Bir tanık olmanın ötesinde, oyunculardan biri olmak istiyor ve biz de onun fikirleri ve kişisel katkılarıyla bu yapıya dahil olmasını istiyoruz. Mümkün olan en geniş dağıtımı sağlamak için, yazdığı kitap tüm dillerde ücretsiz indirilebilir bir pdf olarak mevcuttur ve bu ruhla geliştirilmeye devam etmelidir. Bilginin özel bir yanı vardır: bir kez verdiğinizde geri alamazsınız ve bir dereceye kadar onu kendinize ait kılmak zordur.

Görüntü, derme çatma bir salın üzerine tünemiş, şişelere farklı dillerde mesajlar dolduran ve bunları birbiri ardına denizin rastgele akıntılarına teslim eden üç adamdan oluşuyor. Siz bu satırları okuduğunuzda ben artık hayatta olmayabilirim. Zaman çok çabuk geçiyor. Bütün bunlar ne olacak? Bilmiyorum.

Bugün insanlığın kaderiyle bir randevusu olduğuna, bu kozmolojik modelin ötesinde farklı, daha da geniş bir evren vizyonunun şekillenmekte olduğuna dair belli belirsiz bir his var içimde. Bunu açıklamak için Andréi Sakharov'un 1975 yılında Nobel Barış Ödülü'nü kabul konuşmasının sonundan bir alıntı yapacağım. Bu sözler bana ait:

"Binlerce yıl önce, insan kabileleri var olma mücadelelerinde büyük zorluklar yaşadılar. O zamanlar sadece cop kullanabilmek değil, akıllıca düşünebilmek, kabilenin biriktirdiği bilgi ve deneyimi dikkate almak ve diğer kabilelerle işbirliğinin temellerini atacak bağları geliştirmek de önemliydi. Bugün insan ırkı da benzer bir sınavla karşı karşıyadır. Sonsuz uzayda, bizimkinden daha bilge ve daha 'verimli' olabilecek toplumlar da dahil olmak üzere çeşitli medeniyetler var olabilir. Kozmolojik hipotezi destekliyorum; evrenin gelişimi, temel özelliklerine göre kendini sonsuz sayıda tekrar eder. En 'başarılı' olanlardan bazıları da dahil olmak üzere diğer medeniyetler, Evren Kitabının 'sonraki' veya 'önceki' sayfalarına sonsuz sayıda yazılmıştır. Yine de, karanlıktaki soluk ışıklar gibi, bir an için karanlık bilinçsizliğin hiçliğinden maddi varoluşa çıktığımız bu dünyadaki kutsal çabalarımızı küçümsememeliyiz. Aklın taleplerine saygı göstermeli ve kendimize ve zar zor algıladığımız amaçlara layık bir yaşam yaratmalıyız."

Jean-Pierre Petit, dünya vatandaşı - jean-pierre.petit@manaty.net



Hicham ZEJLI - 22 Eylül 1979 - Fransız vatandaşı

1 Giriş

1.1 Kitabın Bağlamının ve Amaçlarının Sunulması

Kozmoloji ve teorik fiziğin mevcut ortamında, evrenimizde gözlemlenen fenomenleri açıklamak için yeni modeller keşfetmek canlı ve tartışmalı bir araştırma alanı olmaya devam etmektedir. Bu kitap, fizikçi Dr. Jean-Pierre Petit tarafından geliştirilen yenilikçi ve devrimci bir kozmolojik modeli, Janus Kozmolojik Modeli'ni (JCM) keşfetmeyi ve sunmayı önermektedir.

Matematik ve fizikte ileri bir geçmişe sahip bir mühendis olarak, Janus Kozmolojik Modeli çalışmasında evrendeki en esrarengiz fenomenlerden bazılarını keşfetmek ve yorumlamak için yenilikçi ve entelektüel açıdan ödüllendirici bir yaklaşım tespit ettim. Bu yaklaşım aynı zamanda, bu modelden türetilen temel ilkelere dayalı olarak yerel ölçeklerde birçok pratik uygulamanın geliştirilmesinin de önünü açıyor.

Bu kitabın iki temel amacı vardır:

İlk olarak, Janus Kozmolojik Modeli'nin detaylı bir açıklamasını, temellerini ve belirli çalışmalarla çıkarımlarını, benimkine benzer bir geçmişe, yani matematik ve teorik fizikte ileri bir seviyeye sahip bilim insanlarının erişebileceği şekilde sunmak.

İkinci olarak, ekibimiz içindeki yoğun, ödüllendirici ve çeşitli işbirliğine rağmen, büyük hakemli bilimsel dergiler tarafından danışılan hakemlerle iletişim eksikliğinin neden olduğu belirgin zıtlığın altını çizmek isterim. Bu durum, araştırmacılar arasında anlamlı ve yapıcı bir diyalog olmadan yenilikçi fikirlerin ortaya çıkması ve gelişmesinde karşılaşılabilecek zorlukları vurgulamaktadır.

1.2 Janus Kozmolojik Modeline Kısa Bir Giriş ve Önemi

Janus Kozmolojik Modeli, teorik fizik alanında cesur önerisiyle öne çıkmaktadır: evreni iki metriğe sahip bir Riemann çeşidi olarak tanımlamak. Bu yapı Einstein'ın genel görelilik kuramına dayanmakta ve parçacık fiziği ile simplektik geometriden unsurlar içermektedir. Modelin kökleri Andrei Sakharov ve Jean-Marie Souriau'nun zamanın tersine çevrilmesi, enerjinin tersine çevrilmesi ve sonuç olarak kütlenin tersine çevrilmesi arasında bir bağlantı kuran çalışmalarına dayanmaktadır.

Modelin en önemli katkılarından biri, evrenin baryonik asimetrisi sorununu ele alma yeteneğidir. Kozmolojideki güncel tartışmaların merkezinde yer alan bu soru, Büyük Patlama modelinin öngörülerine meydan okuyan, maddenin antimadde üzerindeki gözlemlenen baskınlığı ile ilgilidir. Janus Kozmolojik Modeli, aynı tekillikten doğan, madde ve antimaddenin egemen olduğu iki boyutlu

bir evrenin varlığını varsayarak bu soruna yeni bir bakış açısı sunmaktadır.

Modelin özgünlüğü, uzay-zamanın iki 'katmanının' kütleçekimsel etkiyle etkileşime girdiği, karanlık enerji ve karanlık madde gibi olgular için alternatif açıklamalar sunan ve potansiyel olarak yıldızlararası seyahatin yeni anlayışlarını açan evrene bimetrik yaklaşımında da yatmaktadır.

Kısacası, bu kitap bu modeli yenilikçi bir yaklaşım olarak sunmayı, kozmoloji ve teorik

fizikteki mevcut bakış açlarına meydan okumayı ve evreni anlamamız için keşfedilmemiş olasılıklar üzerine derinlemesine düşünmeye davet etmeyi amaçlamaktadır.

2 Teorik temeller

2.1 Newton'un Kütle Çekim Yasası

Newton'un Öklid uzayında formüle edilen yasası, bir kütle m yerçekimi kuvvetinin etkisine maruz kalır G başka bir kütle tarafından üretilir M bu güç F mesafenin karesi ile ters orantılıdır. d iki kütleli birbirinden ayırır. Aşağıdaki denklem ile ifade edilebilir:

$$F = \frac{G \cdot m \cdot M}{d^2}$$

Kütle ne kadar büyükse, kuvvet de o kadar büyük olur, ancak bu kuvvet, mesafe arttıkça aşağıdaki terim nedeniyle hızla azalır d^2 paydada. Bu yasa, yerçekimini ve gök cisimlerinin hareketlerini anlamak için çok önemlidir.

Fizikte bu kütle çekim yasası, Dünya'dan gezegenlere ve yıldızlara kadar gök cisimleri arasındaki kütle çekim etkileşimlerinin anlaşılmasında temel olmuştur. Klasik mekaniğin kurucu yasası olmaya devam etmektedir ve astronomi ve astrofiziğin gelişiminde çok önemli bir rol oynamıştır. Ayrıca yüzyıllar boyunca çok sayıda gözlem ve deneyle doğrulanmış ve evreni anlamamızdaki geçerliliğini pekiştirmiştir.

Bununla birlikte, Newton'un kütle çekim yasası birçok senaryoda son derece güçlü ve doğru olduğunu kanıtlaya da, ışık hızına yaklaşan hızları veya astronomik ölçekteki fenomenleri içeren durumlara uygulandığında sınırlamalarını göstermeye başladı. Bu, Albert Einstein'ın Özel Görelilik Teorisi'nin ortaya çıkışının başlangıç noktasıydı ve uzay, zaman ve yerçekimi gibi temel kavramlara ilişkin anlayışımızda bir paradigma değişikliğine işaret ediyordu. Bir sonraki bölümde, Özel Göreliliğin temel ilkelerine derinlemesine bir dalış yapacağız, bu da daha sonra Genel Göreliliği keşfetmemizin temellerini atacaktır. Bu da bizi kozmosun karmaşıklığını daha derinlemesine anlamaya götürecektir.

2.2 Özel Göreliliğe Giriş

20'nci yüzyılın başında fizik, Sir Isaac Newton tarafından 17'nci yüzyılda atılan temellere meydan okuyan kavramsal bir devrim geçirdi. Gözlemler ve deneyler giderek daha hassas hale geldikçe, ışık hızına yakın hızlar ve aşırı kozmik ortamlar incelenirken anomaliler ortaya çıkmaya başladı. Bu bağlamda, Albert Einstein'ın Özel Göreliliği resme girdi ve geleneksel uzay, zaman ve yerçekimi anlayışımızı alt üst etti.

2.2.1 Minkowski'nin Zaman-Uzay ve Kendi Zamanı

Özel Görelilik bizi, evrenin zamanın ayrı bir varlık olduğu üç boyutlu Öklid uzayında yer aldığı fikrini terk etmeye davet eder. Bunun yerine, uzayın üç boyutunun zamanın bir boyutuna dik olduğu dört boyutlu bir hiperyüzeyde bulunduğumuz bir model önerir. Uzay ve zamanın bu birleşimi, metrik imzası ile Minkowski uzay-zamanı olarak bilinen şeyi oluşturur $(- + + +)$ Başka bir deyişle, metrik imza, özel görelilik denklemlerinde zaman ve uzay aralıklarının nasıl birleştirildiğini gösteren uzayzamanın önemli bir özelliğidir. Bu imzada $(- + + +)$ ilk terim zaman aralığına karşılık gelir ve bu terim uzay aralıklarına karşılık gelen sonraki üç terimden çıkarılır. Bu da metrikte zamanın negatif, üç uzaysal boyutun ise pozitif işarete sahip olduğu anlamına gelir. Bu özel işaret, özel görelilikte mesafelerin ve zaman aralıklarının nasıl ölçüldüğünü anlamak için çok önemlidir.

Bu kavramı daha iyi kavramak için bir nokta hayal edin M iki koordinat tarafından tanımlanan bu uzay-zamanda hareket eder: zaman (t) ve uzamsal konum (x). Bu nokta hareket ettikçe, komşu bir nokta M' biraz değiştirilmiş değerlere karşılık gelir: ($t + dt$, $x + dx$), nerede dt ve dx zaman ve uzayın küçük artışlarını temsil eder. Bu artışın şu şekilde tanımlanan bir yörünge boyunca gerçekleştiğini düşünürsek $x = ct$ (nerede c ışık hızıdır), o zaman $dx = c dt$.

Bu noktada, *temiz zaman* kavramını ortaya atıyoruz. Miktar s uygun zaman olarak bilinen bu zaman ölçüsü, hızla hareket eden bir nesnenin ömrünü yöneten bir zaman ölçüsüdür. v . Hesaplamak için aşağıdaki denklemi kullanırız:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2$$

Bu denklem, uygun zamanın (s) zaman içindeki değişikliklerle bağlantılıdır (dt) ve uzay (dx) bir nesne hızla hareket ettiğinde v . Ayrıca, uygun zamanın nesnenin hızının ve yörüngesinin bir fonksiyonu olarak değişebileceğini ve zaman genişlemesi gibi fenomenlere yol açabileceğini ortaya koymaktadır.

Einstein'ın özel görelilik kuramında zaman mutlak değildir, gözlemcinin görelî hızına bağlıdır. Aşağıdaki matematiksel gelişme uygun zaman arasındaki ilişkiyi açıklamaktadır τ hareketli saat (uzay aracında) tarafından ölçülen zaman ve koordineli zaman t Bu da yerdeki saat tarafından ölçülen zamandır (gözlemciye göre hareketsiz):

$$\begin{aligned} s = c\tau &\Rightarrow ds = c d\tau && \Rightarrow c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \\ &\Rightarrow d\tau^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2} dx^2 && \Rightarrow \frac{d\tau^2}{dt^2} = 1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \\ &\Rightarrow \frac{d\tau^2}{dt^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} && \Rightarrow \tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{aligned}$$

Bu, aşağıdaki durumların söz konusu olduğu bir senaryoda t yerdeki bir saatle donatılmış sabit bir gözlemci tarafından ölçülen zamanı temsil eder ve v varsayılan bu hareketsizliğe göre bu hızla hareket eden yerleşik bir saatle donatılmış bir nesnenin hızıdır, o zaman

uygun zaman τ tarafından tanımlanan zaman genişlemesinden etkilenecektir. $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

Lorentz faktörü olarak bilinir.

2.2.2 Bir Limit Olarak Işık Hızı

Bu uzay-zamanda ışığın hızının, içinde yayıldığı uzay-zamanın (ve içeriğinin) özellikleri tarafından kısıtlandığına dikkat etmek önemlidir.

Eğer şunu varsayarsak x uzamsal koordinattır t zaman koordinatıdır ve c ışık hızı ise, o zaman bir hız tanımlayabiliriz v ifadesini kullanarak $v = \frac{dx}{dt}$.

Uygun zamanın değişiminin her zaman 0'dan büyük veya 0'a eşit olduğu varsayılırsa, örn, $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \geq 0$ pozitif durgun kütleyle sahip hareketli nesnelere için vakumdaki ışık

hızının nihai hız sınırı olduğu sonucu çıkar, çünkü $v \leq c$. Öte yandan fotonlar, aşağıdaki yörüngeleri izler $v = c$ Bu da ışıkla ilişkili benzersiz özelliklere yol açar.

Özel Görelilik, eylemsiz referans çerçevelerinin, özellikle de düzgün doğrusal hareket edenlerin (eğriliği olmayan uzaylarda, sabit bir hızda düz bir çizgide hareket eden) incelenmesiyle sınırlı bir teoridir.

2.2.3 Temel kavramlar

Özel görelilik temel olarak üç kavrama dayanır:

- **Işık Hızının Değişmezliği Postülatı:** Bu postülat, boşluktaki ışık hızının evrensel bir sabit olduğunu ve görelî hareketleri ne olursa olsun tüm gözlemciler için aynı kaldığını belirtir. Başka bir deyişle, ışık hızı bir gözlemcinin hızına eklenemez ya da hızından çıkarılamaz. Bu temel fikir ünlü Michelson-Morley deneyi (Michelson ve Morley 1887) ile doğrulanmıştır.
- **Kozmolojik ilke:** Kozmolojik ilke, evrenin homojen ve izotropik olduğunu varsayar. Bu, özelliklerinin tüm yönlerde ve tüm ölçeklerde tek tip ve aynı olduğu anlamına gelir. Bu ilke, evreni bir bütün olarak ele alarak özel görelilik yasalarının uygulanmasını kozmik ölçeğe genişletmemizi sağlar.
- **Özel Görelilik İlkesi:** Özel görelilik ilkesi, fizik yasalarının tüm eylemsiz referans çerçevelerinde tutarlı olduğunu belirtir. Eylemsiz çerçeveler, birbirlerine göre sabit bir hızda hareket eden çerçevelerdir. Bu ilke Galileo'nun görelilik kavramını genelleştirir ve mutlak referans çerçevesi kavramını sorgular. Gözlemcilerin görelî hızları ne olursa olsun, fizik yasalarının tutarlı ve değişmez kaldığını gösterir.

2.2.4 Kütle - Enerji Eşdeğerliği

Fizikteki en sembolik denklemlerden biri Albert Einstein'ın kütle-enerji denkliği denklemdir. Bu denklem, kütle ile enerji arasındaki derin bağlantıyı ifade eder (m) ve enerji (E), evrende birbirlerinin yerine kullanılabileceklerini ortaya koymaktadır.

Albert Einstein'ın bu eşdeğerliğin formüle edilmesine yol açan devrimci sezgisi, özel görelilik teorisinden kaynaklanmaktadır. Bu teoride Einstein, enerji ve kütle arasında birbirine bağlı olduğunu öne sürmüştü ve denklem bu birlikteliğin temel taşı olarak hizmet etmiştir.

Denklemin merkezi kavramı basittir: enerjinin (E) bir nesnenin kütlesi ile doğru orantılıdır (m), boşluktaki ışık hızı ile (c) orantılılık sabiti olarak kabul edilir. Matematiksel olarak bu aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$E = mc^2$$

Basit bir örnek kullanarak bu denklemi daha detaylı inceleyelim. Elimizde 1 gram (0,001 kilogram) kütleli küçük bir nesne olduğunu varsayalım. Einstein'ın denklemini uygulayarak bu kütle için enerji eşdeğerini hesaplayabiliriz:

$$E = (0.001 \text{ kg}) \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 9 \times 10^{13} \text{ Joules}$$

Bu şaşırtıcı derecede büyük enerji miktarı, Denklem (1)'in derin etkisinin altını çizmektedir. Bu denklem, küçük bir kütle için bu denklem kullanılarak dönüştürüldüğünde muazzam miktarda enerji üretebileceğini göstermektedir. Bu denklem, yıldızlarda ve nükleer enerji santrallerinde meydana gelenler gibi, kütledeki küçük değişikliklerin önemli miktarda enerji salınımına neden olduğu nükleer reaksiyonların anlaşılmasında çok önemli bir rol oynamaktadır.

Einstein'ın denklemi, kütle ve enerjiyi birbirine bağlama yeteneğiyle, modern fiziğin temel taşlarından biri olmaya devam etmekte ve evrenin nasıl işlediğine dair anlayışımızı derinden etkilemektedir.

Özel Görelilik, ışık hızına yakın hızlardaki yolculuklarda bize rehberlik ederek ve uzay-zamanın hareketlerimize yanıt olarak nasıl büküldüğünü ortaya çıkararak kozmosun büyüleyici yönlerini keşfetmemizi sağlamış olsa da, eylemsiz referans çerçeveleri ve tekdüze doğrusal hareket gibi belirli bir çerçeveye sınırlıdır. Peki yerçekimi devreye girdiğinde ne olur? Uzay-zamanın yapısı büyük nesnelere ya da önemli bir eğriliğin varlığında nasıl evrilir? Bir sonraki bölümde Albert Einstein'ın Genel Göreliliği bu noktada devreye giriyor.

2.3 Genel Göreliliğe Giriş

2.3.1 A Fizikte devrim

Newton yasası, Bölüm 2.1'de açıklandığı gibi birçok durumda iyi çalışan bir teoridir, ancak ışık hızına yakın hızlarda veya yoğun yerçekimi alanlarının varlığında gözlemlenen bazı olayları açıklayamaz. Albert Einstein'ın Genel Göreliliği (GR) bu yerçekimi etkilerini kapsayan daha eksiksiz bir teoridir. Modern fiziğin temel taşı olan Genel Görelilik, yerçekimi ve evren anlayışımızda devrim yaratmıştır. Albert Einstein tarafından 1915 yılında ortaya atılan bu teori, kütleçekiminin kütle ve enerjinin varlığının neden olduğu uzay-zaman eğriliğinin bir tezahürü olduğu ilkesine dayanmaktadır. Bu teorisinin merkezinde yer alan Einstein'ın alan denklemi, madde ve enerjinin uzay-zamanın geometrisini nasıl etkilediğini ve bu eğri geometrinin madde ve enerjinin hareketini nasıl yönlendirdiğini açıklar.

Gerçekten de, ilk kez 25 Kasım 1915'te yayınlanan Einstein'ın alan denklemi, genel göreliliğin ana kısmi diferansiyel denklemidir:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

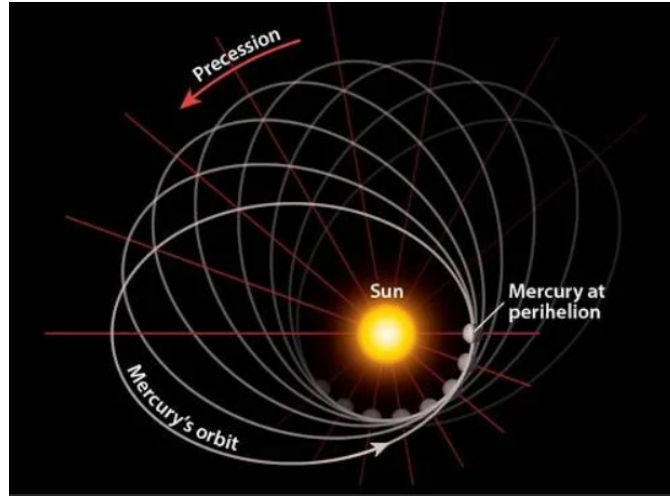
Bir madde kaynağı etrafındaki geometrinin bu eğriliği daha sonra bu kaynağın yerçekimi alanı olarak yorumlanır. Nesnelere bu alandaki hareketleri jeodezik denklemleriyle çok kesin bir şekilde tanımlanır. Metrik $g_{\mu\nu}$ bir jeodezik ailesi üretir. Pozitif veya negatif yerçekimi kütlelerine sahip parçacıkların, önemli bir kütle için yarattığı yerçekimi potansiyeli tarafından saptırıldıklarında aynı jeodezikleri izleyerek aynı şekilde davranacaklarına dikkat edilmelidir. Örneğin karasal ya da güneşsel yerçekiminde. Dolayısıyla, yıldız gibi büyük kütleli bir nesne uzay-zamanı sadece kütleyle değil, aynı zamanda radyasyon gibi yaydığı enerjiyle de etkiler. Genel görelilikte, bir nesnenin enerjisi - aşağıdaki şekilde temsil edilen durgun kütle enerjisi dahil mc^2 ve radyasyon gibi herhangi bir ek enerji biçimi -

ürettiği yerçekimi alanına katkıda bulunur. Enerji ve kütle bu birleşik katkısı, nesnenin etrafındaki uzay-zamanı büken şeydir. İkinci terimi, uzay-zamandaki her noktada evrenin içeriğini dikkate alır:

- **Eğer sıfır değilse**, bu denklemden çıkan geometrik çözüm bir kütle için tanımlayacaktır.
- **Eğer sıfır ise**, bu denklemin ortaya çıkardığı çözüm, bu kütle etrafındaki evrenin tamamen boş bir bölümünü ifade edecektir.

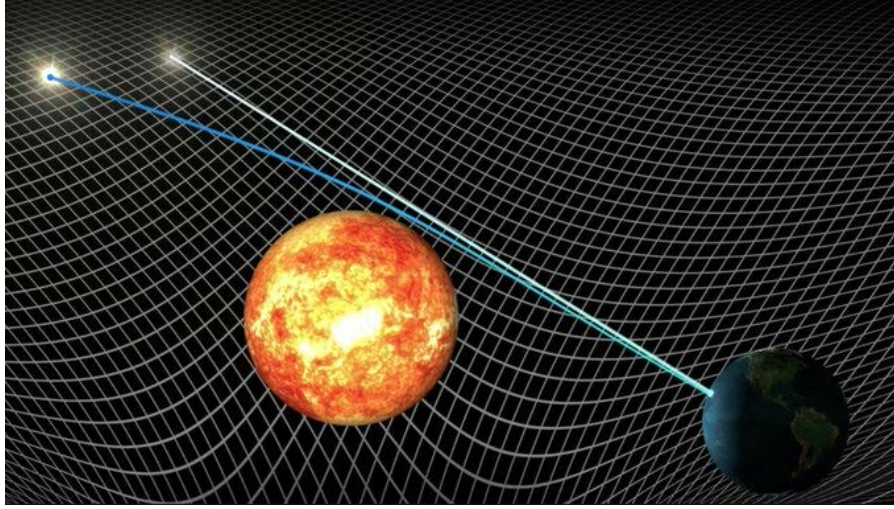
2.3.2 Gözlemlenebilir etkiler ve deneysel doğrulama

GR tarafından açıklanan fenomenler arasında, Merkür gezegeninin Güneş'e en yakın olduğu zaman dönme düzleminde meydana gelen ve perihelion presesyonu olarak bilinen sapma da yer almaktadır. Bu olgu, Newton yasasıyla açıklanamayan bir değer olan yüzyıl başına 45 ark saniyelik bir hassasiyetle ölçülmüştür.



Şekil 2.1 - Merkür'ün perihelion presesyonu

Gözlemlenen bir başka olgu da ışığın Güneş etrafında belirgin eğriliğidir. Sir Arthur Eddington, 1919 yılındaki güneş tutulması sırasında ışık ışınlarının Güneş'in etrafında büküldüğünü fark etmiştir. Gerçekten bu ışık ışınları, jeodezik olarak bilinen eğri uzay-zamandaki en kısa yolları izler. Işığın bu görünür eğriliği, kütle varlığının neden olduğu uzay-zaman deformasyonundan kaynaklanmaktadır ve bu etki GR tarafından tam olarak açıklanmıştır ((Dyson, Eddington ve Davidson 1920)).



Şekil 2.2 - Einstein'ın ory'unun Güneş Tutulması Sırasında Yıldız Işığının Eğriliği ile Doğrulanması

Bu fenomenler doğrusal olmayan fenomenler olarak kabul edilirler çünkü sadece GR teorisi ile açıklanabilirler. Ancak rölativistik etkilerin ihmal edilebilir olduğu koşullar altında Newton yasası geçerli yaklaşımlar sağlayabilir. Böylece GR, yerçekimi anlayışımızı Newton yasasının sınırlarının ötesine taşıyarak büyük ölçeklerde ve yüksek hızlarda yerçekimi etkileşimlerinin daha iyi anlaşılmasına zemin hazırlamıştır.

2.3.3 Zaman-Uzay Geometrisi ve Jeodezik Denklemler

Einstein'ın serbest düşüşteki eylemsiz bir çerçeve için eşdeğerlik ilkesini hatırlayın:

"Kütleçekim alanında, uzay-zamanın herhangi bir noktasında yerel olarak eylemsiz bir koordinat sistemi seçmek her zaman mümkündür, öyle ki yeterince küçük bir bölgede fizik yasaları kütleçekimin olmadığı durumdakilerle aynı olur".

Bu serbest düşüş referans çerçevesinde, serbest düşüş halindeki bir cismin hissettiği eylemsizlik kuvveti yerçekimi kuvvetini iptal eder, yani cisim herhangi bir kuvvete maruz kalmaz (ağırlıksızlık durumu). Sonuç olarak, eylemsizlik çerçevesi, etkileşim halindeki nesnelere (özel görelilik çerçevesi olarak bilinir), bu nesnelere yerçekimi etkilerine maruz kaldığı "laboratuvar çerçevesi" olarak bilinen ikinci bir Galile çerçevesi içinde analiz etmeden önce incelemek için temel çerçevedir. Bu ikinci çerçeve aslında yukarı doğru ivmelendirilmiştir ($a = -g$) doğal eylemsizlik çerçevesi ile karşılaştırıldığında ("Dünya'daki zeminin sizi yukarı doğru hızlandırdığını" düşünün).

Özel görelilik teorisinde, eylemsiz bir çerçeve, düz uzay-zamanın matematiksel bir temsili olan Minkowski metriği ile tanımlanır. Bu metrik, yerçekimi etkilerinin olmadığı bölgelerde geçerlidir. Böyle bir bağlamda, nesnelere yörüngeleri özel görelilik ilkelerinden türetilen hareket denklemleri tarafından belirlenir. Genel görelilikte kütleçekimi tarafından bükülen uzay-zaman için 'jeodezik' terimi kullanılırken, özel göreliliğin Minkowski metriğinde bu yörüngeler sabit hızlı hareketi temsil eden düz çizgiler olarak daha iyi tanımlanır. Bu

çerçevede, eylemsiz çerçevelerdeki nesnelere, düz uzayzamandaki jeodeziğin özel bir durumu olan sabit hızda düz çizgiler halinde hareket eder.

Eylemsiz Çerçeve ve Koordinatlar

Öncelikle kendimizi bu eylemsizlik çerçevesinde konumlandıralım ve bu çerçevedeki bir noktasal kütlenin koordinatlarını tanımlayalım: Koordinatları ξ^α ile $\xi^0 = ct$, $\xi^1 = x$, $\xi^2 = y$, $\xi^3 = z$ analizimizin amaçları için. Bu cisim herhangi bir kuvvete maruz kalmadığından (sabit hız), şu sonucu çıkarabiliriz:

$$\frac{d^2\xi^\alpha}{d\tau^2} = 0$$
$$d\tau^2 = cdt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Nerede τ bu uzaydaki metrik veya aralığa karşılık gelir, bunu da şu şekilde gösterebiliriz ve bu metriğin referans çerçevesi ne olursa olsun değişmez olduğuna dikkat etmek önemlidir.

Koordinatların Hızlandırılmış Laboratuvar Referans Çerçevesine Dönüştürülmesi

Şimdi bir önceki eylemsiz referans çerçevesine göre "yukarı doğru ivmelendirilmiş" yeni bir Galile laboratuvarı referans çerçevesinde bir koordinat dönüşümü uygulayalım:

$$x^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Ancak, yeni Galile çerçevesinin her bir koordinatı eylemsiz çerçevenin koordinatlarına bağlıdır ve bunun tersi de geçerlidir:

$$x^\mu(\xi^0, \xi^1, \xi^2, \xi^3), \quad \xi^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Ve unutmayın ki ξ bağlıdır τ :

$$\xi^\mu(\tau)(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Her parametre ξ yeni referans çerçevesi de aşağıdakilere bağlıdır τ . Bu nedenle şu sonucu çıkarabiliriz :

$$\frac{d\xi^0}{d\tau} = \frac{dx^0}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^0} + \frac{dx^1}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^1} + \frac{dx^2}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^2} + \frac{dx^3}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^3}$$

Bu, tekrarlanan indisler için toplama notasyonu kullanılarak ifade edilebilir:

$$\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} = \sum_{\mu=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{dx^\mu}{d\tau}$$

NB: Matematikte, toplama gösterimi bir dizi terimin toplamını temsil etmenin kompakt bir yoludur. Bir alt simge bir ifadede hem alt hem de üst simge olarak görüldüğünde, bu genellikle o alt simge üzerinde toplama anlamına gelir, yani o alt simgenin tüm olası değerleri toplanır. Bu gösterim matematik ve fiziğin çeşitli alanlarında tekrarlanan indisler içeren denklemlerin gösterimini basitleştirmek için yaygın olarak kullanılır.

Şimdi jeodezik denklemi (2)

türetmek için bu ifadeyi tekrar türetmek istiyoruz , sonra :

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} \right) = \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{dx^\mu}{d\tau} + \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = 0$$
$$\frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = 0$$

Tekrarlanan endeksler üzerinde toplama işlemini aşağıdaki gibi gerçekleştirmek için :

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \sum_{\alpha=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha}$$

Bu işlemi gerçekleştirmemiz gerekiyor:

$$\left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) = 0$$

Bununla birlikte $\beta \neq \mu$ bir koordinatın aynı koordinat sistemindeki başka bir koordinata göre kısmi türevleri sıfırdır (örneğin, $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$) ve için $\beta = \mu$ 'nin kısmi türevi 1'e eşittir. Bu, Kronecker sembolüne karşılık gelir (δ_μ^β) :

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \frac{\partial x^\beta}{\partial x^\mu} = \delta_\mu^\beta$$

NB: Ne zaman β ve μ 'nin kısmi türevi aynı koordinat sisteminde farklı koordinatları temsil eder. β ile ilgili olarak μ sıfırdır, çünkü bu, bu koordinatların sistemde karşılıklı olarak bağımsız olduğu anlamına gelir. Ancak, ne zaman β ve μ aynı koordinatı temsil ediyorsa, kısmi türev 1'e eşittir, bu da koordinatın kendisiyle değiştiğini gösterir, sembolü ile temsil edildiği gibi δ_μ^β .

Bu bize :

$$0 = \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \delta_\mu^\beta \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2}$$

Bununla birlikte, eğer μ ile β ($\beta = \mu$), o zaman $\delta_\mu^\beta = \delta_\beta^\beta = 1$ sonra $\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = \frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2}$. Bu da :

$$0 = \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2}$$

Bu nedenle, *Christoffel sembollerini* aşağıdaki gibi tanıtarak:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu}$$

Aşağıdaki jeodezik denklemini çıkarabiliriz:

$$\frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\beta \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$$

Bu, Christoffel sembolleri için genel bir ifadeyi temsil eder $\Gamma_{\mu\nu}^\beta$ Koordinat dönüşüm fonksiyonlarının türevleri cinsinden. Christoffel sembolleri, daha sonra göreceğimiz gibi, genel görelilik matematiğinde ve diferansiyel geometride koordinat sistemlerinin yerel olarak nasıl değiştiğini tanımlamak için kullanılır.

Bu jeodezik denklemden ne öğrenebiliriz?

- "Hızlandırılmış" Galile referans çerçevesindeki koordinatların ikinci türevi artık sıfır değildir, ancak genel görelilikte uygulanan eylemsizlik kuvvetlerinin eşdeğerine eşittir (bu durumda yerçekimi). (3)'ten , çıkarımını yapabiliriz:

$$\frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2} = -\Gamma_{\mu\nu}^\beta \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}$$

Eğer μ ve ν uzaysal koordinatlardır, o zaman bunların τ bir hıza karşılık gelir.

- Laboratuvarın 'hızlandırılmış' Galile referans çerçevesinde hareket eden herhangi bir nesne, Dünya'nın yerçekimi kuvvetine maruz kaldığında bu denkleme uyacaktır.
- Bu denklemin biçimi bize eğri bir yüzey (çeşitlilik) üzerindeki en kısa veya en uzun yollar (ekstremumlar) hakkında bilgi verir. Daha açık bir ifadeyle, jeodezikler, fiziksel özellikleri zaman içinde sabit kalan (dış kuvvetlerin uygulanmadığı) durağan yollara karşılık gelir.
- Yerçekimini, eğri uzay-zamanda (uzay-zamanın eğrilme şekli Christoffel sembolleri ile tanımlanır) nesnelere tarafından kat edilen jeodeziklerle bağlantılı tamamen geometrik bir etki olarak tanımlayabiliriz. Bir benzetme yapmak gerekirse, Dünya'daki bir noktadan Kuzey'e doğru aynı hızda paralel ve aynı yollardan giden iki nesne düşünülebilir; Dünya'nın eğriliği nedeniyle bu iki nesne Kuzey Kutbu'nda kesişecektir. Bu kesişme ya bir kuvvetin onları çekmesiyle (Newton mekaniğiyle benzeşim) ya da Dünya'nın eğriliğiyle bağlantılı tamamen geometrik bir etkiyle (rölativistik mekanikle benzeşim) analiz edilebilir. Dolayısıyla genel göreliliğe göre yerçekimi, yerel doğrusal hareket halindeki nesnelere bu jeodezikleri takip etmesine neden olan bir uzay-zaman eğriliğidir. Genel görelilik, uzay-zamanın eğriliğini bileşenlerinin (madde, enerji) bir fonksiyonu olarak belirlememize ve daha sonra bu uzay-zamanda hareket eden parçacıkların yörüngelerini tanımlamamıza olanak tanır.
- Christoffel sembolleri metrik ve kısmi türevlerinden hesaplanır ve uzayzamanın eğriliği hakkında bilgi verir. Jeodeziklerin uzayzamanın eğriliğinden nasıl etkilendiğini hesaplamamızı sağlarlar.

2.3.4 Metrik tensörler

Şimdi metrik tensörlere ve bunların daha önce belirlenen Christoffel sembolleriyle nasıl ilişkili olduğuna bakacağız.

Eylemsiz bir referans çerçevesindeki hareketli bir nesnenin uzay-zaman koordinatları kullanılarak tanımlanan Minkowski metriğini denklem (4)'te gösterildiği gibi ele alalım ve aşağıdaki gibi ifade edelim:

$$d\tau^2 = (d\xi^0)^2 - (d\xi^1)^2 - (d\xi^2)^2 - (d\xi^3)^2$$

Bu şekilde de yazılabilir, burada indisler üzerinde bir toplama olarak ifade edilebilir α ve β :

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta$$

Bu denklem metrik tensörü kullanır $\eta_{\alpha\beta}$ uzay-zaman aralığını hesaplamak için Minkowski uzayının (özel görelilikte düz uzay-zamanı tanımlar) $d\tau^2$ koordinat diferansiyelleri cinsinden $d\xi^\alpha$ ve $d\xi^\beta$. Minkowski metrik tensörü $\eta_{\alpha\beta}$ köşegen üzerinde zaman benzeri aralıklar için -1 ve uzay benzeri aralıklar için +1 ve köşegen dışında 0 olan bileşenlere sahiptir:

$$\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Aşağıdaki ifadelerin iki koordinat sistemi arasındaki diferansiyel dönüşüm kurallarını temsil ettiğini unutmayın. Koordinatlar kümesindeki küçük bir değişikliğin x^μ ve x^ν başka bir koordinat kümesinde küçük bir değişikliğe yol açar ξ^α ve ξ^β .

$$d\xi^\alpha = \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} dx^\mu$$

$$d\xi^\beta = \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\nu$$

Şimdi, bu iki diferansiyel formu (5) numaralı ifadede yerine koyarsak, aşağıdaki ifadeyi elde edebiliriz:

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Buradan aşağıdaki metrik tensörü çıkarabiliriz:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu}$$

Metrik tensör genel görelilikte temel bir rol oynar çünkü uzay-zamanın geometrisini ve yerçekiminin koordinatlarda bulunan iki nesne arasında nasıl hareket ettiğini belirler x^μ ve x^ν aynı referans çerçevesi içinde. Madde ve enerji dağılımına göre değişebilen uzay-zamanın yerel eğriliğini hesaba katarken, bu nesnelerin koordinatlarının aralarındaki

mesafeye dönüştürülmesine izin verir. Geleneksel sezginin aksine, eğri uzay-zamanda iki nokta arasındaki mesafe bu eğriliğe bağlıdır ve önemli ölçüde değişebilir. Bu nedenle metrik tensör, iki olay arasındaki zaman aralığını hesaplamak için çok önemli bir matematiksel araçtır; bu aynı zamanda bir kütleçekim alanının varlığında aralarında geçen zamanı ölçmeyi de içerir.

İndekslerden beri μ ve ν Sessiz ve tekrarlı olduklarından, Einstein'ın toplama kuralına tabidirler ve bu nedenle metrik tensörün ifadesinde birbirleriyle değiştirilebilirler. Bu da metrik tensörün $g_{\mu\nu}$ simetriktir, yani $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$.

NB: Şu andan itibaren $g^{\mu\nu}$ 'nin tersi olarak $g_{\mu\nu}$ tekrarlanan indeks üzerinde toplanarak aşağıdaki bağıntı ile ifade edilir α Kronecker sembolünü üretir:

$$g^{\mu\alpha} g_{\alpha\nu} = \delta_{\nu}^{\mu}$$

nerede δ_{ν}^{μ} Kronecker sembolüdür ve daha önce gördüğümüz gibi, aşağıdaki durumlarda 1'e eşittir $\mu = \nu$ ve aksi takdirde 0'dır. Bu bağıntı, diferansiyel geometri ve genel görelilikte metrik tensörün tersinin doğasını tanımlar.

2.3.5 Christoffel sembolleri

Christoffel sembolleri, şu şekilde gösterilir $\Gamma_{\mu\nu}^{\beta}$ metrik tensörden türetilir ve uzay-zamanın geometrisi hakkında temel bilgiler sağlar. Kendileri tensör değildir, ancak gerçek bir tensör olan metrik tensörden türetilirler.

Christoffel sembollerini hesaplamak için, metrik tensörün bileşenlerinin kısmi türevlerini alır ve daha sonra bu türevlerin belirli bir kombinasyonunu uygularız. İkinci tür Christoffel sembolleri için formül şu şekilde verilir:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\beta} = \frac{1}{2} g^{\beta\alpha} \left(\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} \right)$$

Her bir terim, metrik tensörün koordinatlara göre kısmi türevini içerir ve $g^{\beta\alpha}$ metrik tensörün tersidir ve uygun indisler üzerinde toplama yaptığımızdan emin olmamızı sağlar. Daha sonra göreceğimiz gibi, Christoffel sembolleri, eğri uzayzamanda parçacıkların ve ışığın yörüngesini tanımlayan ve Genel Görelilikteki hareket denklemlerinde kullanılan jeodeziklerin belirlenmesinde merkezi bir rol oynar.

Kanıt. Şimdi Christoffel sembollerini metrik tensör cinsinden ifade edeceğiz $g_{\mu\nu}$. Bunu yapmak için, aşağıdakilerin kısmi türevini dikkate alıyoruz $g_{\mu\nu}$ koordinatlarına göre x^{λ} . Bu işlem koordinat dönüşüm fonksiyonlarının ikinci türevlerini ortaya çıkarır ξ^{α} Bu da daha sonra Christoffel sembollerinin (6) ifadesine entegre edilebilir.

Hesaplamalarımıza başlamadan önce, bunları basitleştirmek için birkaç ön ipucu verelim:

- Metrik tensör simetriktir, bu nedenle $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$.
- Değiştirmek için ν ile α önce mevcut sessiz alt simgeyi değiştirmeliyiz α ile σ .

Metrik tensörü aşağıdaki gibi elde ederiz:

$$g_{\alpha\mu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha}$$

Türetme için çarpım kuralını uygulayarak ve şunu hatırlayarak $\eta_{\sigma\beta}$ bir sabit olduğuna göre,
:

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left(\eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} \right)$$

Beklenen ikinci kısmi türevler denklemin sağ tarafında (iki kez) görünür:

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\alpha \partial x^\nu}$$

Christoffel sembollerinin (6) ifadesini bu ilişkiye entegre etmek için, kısmi türevi izole etmek ve tekrarlanan indekse bir toplam eklemek üzere her iki tarafa da aşağıdaki dönüşümü uygulamamız gerekir β :

$$\frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \left(\frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \right)$$

Ancak, biliyoruz ki :

$$\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} = \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial \xi^\lambda} = \delta_\lambda^\sigma$$

ve (7)'ye göre, bu Kronecker sembolü aşağıdaki durumlarda 1'e eşittir $\sigma = \lambda$ Sonra:

$$\frac{\partial \xi^\lambda}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu}$$

Daha sonra, yeni ifadede karşılık gelen indisleri benzer şekilde yeniden formüle etmeye özen göstererek bunu (8) ifadesinde değiştirebiliriz:

$$\frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} = \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho$$

$$\frac{\partial^2 x^\beta}{\partial x^\nu \partial x^\mu} = \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

NB: Yerleştirmiyoruz β Christoffel sembolüne atamak istediğimiz terimde sessiz bir toplama indeksi olduğu için başka bir harf seçeceğiz, ρ :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\alpha \partial x^\nu}$$

Son olarak, (8)'den çıkarım yapabiliriz:

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

Böylece, metrik tensörün farklılaşması 3 farklı şekilde ifade edilebilir (son 2'si yeni indisleri değiştirerek ν ve μ ve değiştirilmesi μ tarafından α) :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = g_{\rho\alpha}\Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\mu\rho}\Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^\mu} = g_{\rho\alpha}\Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\nu\rho}\Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} = g_{\rho\mu}\Gamma_{\alpha\nu}^\rho + g_{\nu\rho}\Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

Bu farklılaşmayı ifade etmenin bu üç yolu, ilk ikisini toplayıp sonuncusunu çıkararak basitleştirilmiş bir sonuç elde etmemizi sağlar: (9a) + (9b) - (9c) :

$$g_{\alpha\rho}\Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

$$g^{\beta\alpha} g_{\alpha\rho}\Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right) g^{\beta\alpha}$$

$$\delta_\rho^\beta \Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right) g^{\beta\alpha}$$

Sonunda:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{1}{2} g^{\beta\alpha} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

Christoffel sembolünün bu ifadesi, yerçekimi kuvvetinin neden olduğu uzay-zaman eğriliği ile metrik tensörün uzaysal türevleri arasında bir bağlantı kurmamızı sağlar. Genel Görelilik teorisinde jeodezikleri yöneten denklemleri formüle etmek için gereklidir. \square

Küresel Metrik için Christoffel Sembollerinin Hesaplanmasına Örnek :

Küresel koordinatlarda, çizgi elemanı ds^2 üç boyutlu bir uzay için aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

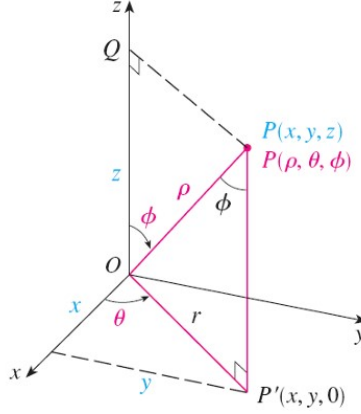
$$ds^2 = g_{11}(dx^1)^2 + 2g_{12}dx^1 dx^2 + 2g_{13}dx^1 dx^3 + g_{22}(dx^2)^2 + 2g_{23}dx^2 dx^3 + g_{33}(dx^3)^2$$

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2(\theta) d\phi^2$$

nerede dr , $d\theta$ ve $d\phi$ radyal koordinatın diferansiyelleridir r kutupsal açı θ ve azimut açısı ϕ sırasıyla. Karşılık gelen metrik tensör $g_{\mu\nu}$ küresel koordinatlarda diyagonaldir ve tarafından verilir:

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2(\theta) \end{bmatrix}$$

Kanıt. Kartezyen ve küresel koordinatlar arasındaki ilişki Şekil 2.3'ten çıkarılabilir:



Şekil 2.3 - Noktanın konumu on P mesafe ile tanımlanır ρ ve açılar θ (colatitude) ve ϕ (boylam)

OPQ ve OPP' üçgenlerini göz önüne alırsak, : $z = \rho \cos \phi$, $r = \rho \sin \phi$ nerede $x = r \cos \theta$ ve $y = r \sin \theta$. Bu yüzden:

$$\begin{aligned} x &= \rho \sin \phi \cos \theta \\ y &= \rho \sin \phi \sin \theta \\ z &= \rho \cos \phi \end{aligned}$$

Şekil 2.6'daki fiziksel gösterimler kullanılarak Kartezyen koordinatlara geçiş şu şekilde verilir:

$$\begin{aligned} x &= r \sin \phi \cos \theta \\ y &= r \sin \phi \sin \theta \\ z &= r \cos \phi \end{aligned}$$

Ancak, Kartezyen koordinatlardaki metrik şu şekilde verilir:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Bunu küresel koordinatlarda ifade etmek için x , y ve z küresel koordinatlardaki eşdeğerleri ile çarpıldığında (11) elde edilir. □

Christoffel sembollerini hesaplamak için $\Gamma_{\mu\nu}^{\beta}$ önce metrik tensörün tersini buluruz, bu da köşegen bir metrik için basitçe :

$$g^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)} \end{bmatrix}$$

Verilen metrik tensör için, Christoffel sembolleri için gerekli kısmi türevleri hesaplarız:

$$\begin{aligned}\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} &= 2r, \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial r} &= 2r\sin^2(\theta), \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial \theta} &= 2r^2\sin(\theta)\cos(\theta).\end{aligned}$$

Bu kısmi türevleri Christoffel sembolü formülüne (10) ekleyerek, tekrarlanan indeks üzerinden toplayarak hesaplarız α . Verilen metrik tensör için, Christoffel sembollerinin çoğu sıfır olacaktır çünkü diyagonaldir ve sadece r ve θ . Sıfır olmayan Christoffel sembolleri :

$$\begin{aligned}\Gamma_{\theta\theta}^r &= -r \\ \Gamma_{\phi\phi}^r &= -r\sin^2(\theta) \\ \Gamma_{r\theta}^\theta &= \Gamma_{\theta r}^\theta = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\phi\phi}^\theta &= -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \Gamma_{r\phi}^\phi &= \Gamma_{\phi r}^\phi = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\theta\phi}^\phi &= \Gamma_{\phi\theta}^\phi = \cot(\theta)\end{aligned}$$

NB:

- Christoffel sembolü $\Gamma_{\theta\theta}^r$ aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2}g^{rr} \left(-\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} \right)$$

'nin sıfır olmayan tek türevi olduğu için $g_{\theta\theta}$ ile ilgili olarak r . Değerleri yerine koyduğumuzda, :

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial(r^2)}{\partial r} \right) = -r.$$

- Bir başka örnek de Christoffel sembolüdür $\Gamma_{r\theta}^\theta$ aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2}g^{\theta\theta} \left(\frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^\theta} + \frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} - \frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^\theta} \right)$$

Burada sıfır olmayan tek terim $\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r}$. Bu bize :

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2}g^{\theta\theta} \left(\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r^2} \right) (2r) = \frac{1}{r}.$$

Riemann Tensörü, Ricci Tensörü ve Ricci Skalerinin Hesaplanması

Bu küresel uzayda, Riemann tensörü ve Ricci tensörünün tüm bileşenlerinin yanı sıra Ricci skalerinin de sıfır olması, düz bir uzayın geometrisini göstermektedir.

Kanıt. Riemann eğrilik tensörü ifadesi ile tanımlanır:

$$R_{\sigma\mu\nu}^{\rho} = \partial_{\mu}\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$$

Örneğin, (12) tarafından sağlanan Christoffel sembollerini ele alalım:

$$\begin{aligned}\Gamma_{\phi\phi}^{\theta} &= -\sin(\theta)\cos(\theta), \\ \Gamma_{r\theta}^{\theta} &= \Gamma_{\theta r}^{\theta} = \frac{1}{r}\end{aligned}$$

Riemann tensörünün bileşenlerini hesaplayabiliriz. Örneğin, hesaplayabiliriz $R_{r\theta r}^{\theta}$:

$$R_{r\theta r}^{\theta} = \partial_{\theta}\Gamma_{rr}^{\theta} - \partial_r\Gamma_{\theta r}^{\theta} + \Gamma_{\theta\lambda}^{\theta}\Gamma_{rr}^{\lambda} - \Gamma_{r\lambda}^{\theta}\Gamma_{\theta r}^{\lambda}$$

Böylece, Riemann tensörünün bileşenini hesaplamak için $R_{r\theta r}^{\theta}$ Elimizde:

- İlk dönem $\partial_{\theta}\Gamma_{rr}^{\theta}$ sıfırdır çünkü Γ_{rr}^{θ} sıfırdır.
- İkinci dönem $\partial_r\Gamma_{\theta r}^{\theta}$ 'nin kısmi türevini ifade eder. $\Gamma_{\theta r}^{\theta}$ ile ilgili olarak r ki bu $-\frac{1}{r^2}$.
- Üçüncü terim aşağıdakilerin toplamıdır λ . $\Gamma_{\theta\lambda}^{\theta}\Gamma_{rr}^{\lambda}$ ama beri Γ_{rr}^{λ} için sıfırdır $\lambda \neq r$ bu terim sıfırdır.
- Dördüncü terim aşağıdakilerin toplamıdır λ . $\Gamma_{r\lambda}^{\theta}\Gamma_{\theta r}^{\lambda}$ hangi için $\lambda = \theta$ verir $\left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r^2}$.

Sıfır olmayan iki terimin (2. ve 4. terimler) toplamı :

$$-\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} = 0$$

Böylece $R_{r\theta r}^{\theta}$ Riemann tensörünün değeri sıfırdır.

Riemann tensörünün birinci ve üçüncü indisleri üzerinde büzülmesiyle elde edilen Ricci tensörü ile verilir:

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\lambda\nu}^{\lambda}$$

Son olarak, Ricci tensörünün izi olan Ricci skaleri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$$

Riemann tensörü sıfır olduğundan, Ricci tensörü ve skalerinin de sıfır olduğu sonucuna varılır. □

Mathematica hesaplama kodu :

```
(*İthalat paketi*)
(*-----*)
Needs["OGRe` "]
```

```

(*Koordinatların tanımı*)
TNewCoordinates["Spherical", {r, \[Theta], \[Phi]}]
(*Metrik Tensörün Tanımı*)TShow@
  TNewMetric["SphericalMetricTensor", "Spherical",
    DiagonalMatrix[{1, r^2, r^2 Sin[\[Theta]]^2}]
(*LineElement*)
TLineElement["SphericalMetricTensor"]
(*Christoffel sembollerinin hesaplanması*)
TList@TCalcChristoffel["SphericalMetricTensor"]
(*Riemann Tensörünün Hesaplanması*)
TList@TCalcRiemannTensor["SphericalMetricTensor"]
(*Ricci Tensör hesaplaması*)
TList@TCalcRicciTensor["SphericalMetricTensor"]
(*Ricci Skaler hesaplaması*)
TList@TCalcRicciScalar["SphericalMetricTensor"] (*Ricci Skaler hesaplama*)

```

2.3.6 Zayıf Alan Limitinde Jeodezik Denklem Uygulanması

Christoffel sembolünün ve jeodezik denklemin ifadesini aşağıdaki gibi yazıyoruz (eğer $v = 0$ zaman koordinatı, aksi takdirde bir uzay koordinatı x, y, z):

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (g_{\mu\sigma,\nu} + g_{\nu\sigma,\mu} - g_{\mu\nu,\sigma})$$

$$\frac{d^2 x^{\lambda}}{ds^2} + \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \frac{dx^{\mu}}{ds} \frac{dx^{\nu}}{ds} = 0$$

nerede

$$\frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^{\nu}} = g_{\mu\sigma,\nu}$$

NB:

- Bu denklem, metrik tensörün bileşeninin kısmi türevini temsil eder $g_{\mu\sigma}$ koordinatına göre x^{ν} ve genellikle bir virgöl ve ardından farklılaşma indeksi ile yazılır; bu durumda ν . Virgöl gösterimi $g_{\mu\sigma,\nu}$ notasyonu, tensör bileşenlerinin kısmi türevleri için genel görelilikte yaygın bir kısaltmadır.
- Özel görelilik bağlamında, ışık hızının aşağıdaki gibi olduğu bir birim sistemi kullanmak yaygındır $c = 1$ 'e eşit olarak tanımlanır ($c = 1$). Bu, denklemleri basitleştirir ve belirli büyüklüklerin ifade edilmesini kolaylaştırır. Bu birim sisteminde, eşdeğerlik nedeniyle mesafeler zaman birimleriyle ifade edilir (örneğin, metre yerine ışık yılı) $c = 1$. Bunu yapmak için zaman saniye cinsinden ifade edilmeli ve uzunluk birimleri de ışık saniyesi ("ışık yılı" ile eşdeğer) cinsinden ifade edilen ışığın bir saniyede kat ettiği mesafe haline gelmelidir. Böylece metriği aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$ds^2 = d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}$$

Bununla birlikte, şimdi zamanın t şimdiye kadar ifade edilen, uygun zaman olacak τ metriğin ifadesinde, aşağıdaki gibi ifade etmek için:

$$ds^2 = d\tau^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Şimdi denklem (13)'ün yerçekimi alanları zayıf ve statik olduğunda Newton hareket denkleminde indirgendiğini göstereceğiz (yani özel görelilikte $g_{\mu\nu}$ çok yakın $\eta_{\mu\nu}$ ve zamandan bağımsız) ve hızlar ışık hızından çok daha küçük olduğunda, yani $v/c \ll 1$ aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad \text{avec} \quad h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$$

NB: Doğrusallaştırılmış kütleçekim teorisinde, uzay-zamanın neredeyse düz olduğunu varsayıyoruz. Bunu yapmak için, toplam metrik tensörü temsil ediyoruz $g_{\mu\nu}$ Minkowski metriğinin toplamı olarak $\eta_{\mu\nu}$. Daha önce görüldüğü gibi düz uzay-zamanı tanımlayan metrik ve küçük bir 'pertürbasyon' $h_{\mu\nu}$ kütle veya enerjinin varlığı nedeniyle bu düzlükten sapmaları temsil eder. Bunu daha sonra durağan bir sistem için dipol itici çalışmasında göreceğiz (Bölüm 3.3).

Bu metrik tensörü (14

) ifadesine entegre ederek, metrik tensörün kısmi türevlerinin yalnızca $h_{\mu\nu}$ beri $\eta_{\mu\nu}$ sabittir ve türevleri sıfırdır. Böylece, doğrusallaştırılmış kütleçekim teorisinde, Christoffel sembolleri sadece pertürbasyonun katkıları göz önünde bulundurularak yaklaştırılabilir $h_{\mu\nu}$. Bunun nedeni Christoffel sembollerinin metrik tensörün birinci türevleri tarafından ve zayıf bir kütleçekim alanında tanımlanmasıdır, $h_{\mu\nu}$ ile karşılaştırıldığında küçüktür. $\eta_{\mu\nu}$. Bu nedenle, zayıf bir kütleçekim alanı için Christoffel sembollerini hesapladığımızda, aşağıdaki türevleri ihmal ederiz $\eta_{\mu\nu}$ 'nin türevlerini dikkate alır ve sadece $h_{\mu\nu}$. Bu nedenle elde ederiz:

$$g_{\mu\sigma,\nu} = h_{\mu\sigma,\nu} \quad \text{et} \quad g_{\mu\nu,\sigma} = h_{\mu\nu,\sigma} \quad \text{et} \quad g_{\nu\sigma,\mu} = h_{\nu\sigma,\mu}$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}(\eta^{\lambda\sigma} + h^{\lambda\sigma})(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Bu göz önüne alındığında $h_{\mu\nu}$ 'nin çarpımının küçük olduğunu fark ederiz. $h^{\lambda\sigma}$ kısmi türevleriyle birlikte iki veya daha yüksek mertebeden terimlere katkıda bulunacaktır (örneğin, h^2 , h^3 vb.). Bu yüksek dereceli terimler, aradığımız birinci derece terimlerden önemli ölçüde daha küçük olacaktır. Bu nedenle, Christoffel sembollerini hesaplarken, aşağıdaki çarpımları ihmal ederiz $h_{\mu\nu}$ ve türevlerinin katkıları anlamına gelir. $h^{\lambda\sigma}$ ile karşılaştırıldığında ihmal edilebilir düzeydedir. $\eta^{\lambda\sigma}$. Böylece elde ederiz:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \approx \frac{1}{2}\eta^{\lambda\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Bu yaklaşım, zayıf kütleçekim alanlarında uzay-zamanın eğriliğini hesaplama sürecini basitleştirir ve pertürbasyonların olduğu kütleçekim dalgalarının analizi için temeldir. $h_{\mu\nu}$ uzay-zamanın eğriliğindeki dalgalanmaları temsil eder.

Şimdi iki durumu ele alalım:

- İçin $\lambda = 0$ Genel görelilikte zaman koordinatına karşılık gelen birinci tür Christoffel sembolleri denklemi zaman koordinatına özgül hale gelir. Minkowski metrik tensörünü kullanarak η metrik tensör ve pertürbasyon için Christoffel sembolü $\lambda = 0$ denklemi ile verilmektedir:

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2} \eta^{0\sigma} (h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

0 zamandan beri $\eta^{0\sigma}$ yalnızca aşağıdaki durumlarda sıfır değildir $\sigma = 0$ hangi yol açar $\eta^{00} = 1$ aşağıdaki ilişkiyi elde ederiz:

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2} (h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu} - h_{\mu\nu,0})$$

Ancak, kütleçekim alanı statik olduğundan, yani uzay-zaman metriği zamanla değişmediğinden, metrik tensörün zamana göre kısmi türevi ($\frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial t}$) sıfırdır. Bu, sistemi uzay-zaman metriğine göre durağan bir rejimde olarak düşünmemizi sağlar:

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2} (h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu})$$

- ile gösterilen uzamsal koordinatlar için $\lambda = i$ (nerede i, j, k uzamsal indisleri temsil eder), Christoffel sembolleri pertürbasyon metriği kullanılarak hesaplanabilir $h_{\mu\nu}$. Minkowski metrik tensörü $\eta^{i\sigma}$ indeksi yükseltmek için kullanılır ve -1 indisler eşleştiğinde. Böylece, uzaysal koordinatlar için Christoffel sembolleri ile verilir:

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = \frac{1}{2} \eta^{i\sigma} (h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Bununla birlikte, mekansal bileşenlerin negatif işareti göz önüne alındığında $\eta^{i\sigma}$ için denklem $\sigma = i$ 'ye basitleştirir:

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = -\frac{1}{2} (h_{\mu i,\nu} + h_{\nu i,\mu} - h_{\mu\nu,i})$$

Bu negatif işaret, Minkowski metrik tensörünün uzamsal bileşenlerinin zamansal bileşene göre ters işaret kuralını yansıtmaktadır.

Şimdi bu sonuçları her bir durum için jeodezik denkleme (13) entegre edelim:

- İçin $\lambda = 0$ biliyoruz ki $x^\lambda = x^0 = ct$ Sonra:

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2} (h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0$$

Ancak, aşağıdaki çarpım tekrarlanan indisler üzerinde bir toplam oluşturacaktır μ ve ν 0, 1 ve 2 numaralı siparişlerin miktarları:

$$(h_{\mu 0, \nu} + h_{\nu 0, \mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds}$$

Özellikle 1. ve 2. mertebeden yüksek mertebeli miktarların, özellikle de zaten küçük olan miktara dayandıkları için oldukça ihmal edilebilir olduğu düşünüldüğünde $h_{\mu\nu}$ çok daha az olan $\eta_{\mu\nu}$ sadece sıfırcı dereceden terimleri tutacağız. Bu bağlamda, sıfır mertebesi aşağıdaki terimleri ifade eder μ ve ν her ikisi de 0'a eşittir, bu da zaman bileşenlerine karşılık gelir. Bu basitleştirme bizi aşağıdaki denkleme götürür:

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2} (h_{00,0} + h_{00,0}) c^2 \frac{dt}{ds} \frac{dt}{ds} = 0$$

Bu yaklaşımda, yalnızca zaman koordinatını içeren terimler hareket denkleminde önemli ölçüde katkıda bulunur ve zayıf bir yerçekimi alanında uzay-zaman jeodeziklerinin analizini basitleştirir.

Ancak, yerçekimi alanı statik olduğundan, bu büyüklükler sıfırdır, yani :

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} = 0$$

Bu şu anlama gelir t ile orantılıdır s Bu da demek oluyor ki:

$$s = ct$$

- ile gösterilen uzamsal koordinatlar için $\lambda = i$ (15)'ten elde ederiz:

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} - \frac{1}{2} (h_{\mu i, \nu} + h_{\nu i, \mu} - h_{\mu\nu, i}) \frac{1}{c^2} \frac{dx^\mu}{dt} \frac{dx^\nu}{dt} = 0$$

Ancak, daha önce de belirtildiği gibi, sadece 0-sıralı miktarları μ ve ν Yerçekimi alanlarının statik doğası nedeniyle, aşağıdaki denklemi elde ederiz:

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} + \frac{1}{2} h_{00, i} = 0$$

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\frac{c^2}{2} h_{00, i}$$

0 zamandan beri i 1, 2 veya 3 değerlerini alan bir uzamsal indeks ise, vektör formunda temsil edilebilen bir "İvme - Kuvvet" eşdeğerliği biçimi buluruz:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\vec{grad} \phi$$

ile

$$\phi = \frac{c^2 h_{00}}{2}$$

Kütleçekim potansiyeli ile metrik tensörün zaman bileşeni arasındaki bağlantı (16)'nın (17)'ye eklenmesiyle kurulabilir:

$$g_{00} = 1 + \frac{2\phi}{c^2}$$

Yerçekimi potansiyeli ϕ hızın karesine eşdeğerdir (c^2). Bunu bilerek $h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$ Dünya için bunu yerel olarak kontrol edebiliriz, $h_{00} = \frac{2\phi}{c^2} = \frac{2G \cdot M_t}{R_t \cdot c^2} = 10^{-9} \ll \eta_{00} = 1$ yerçekimi potansiyelini hesaplamak için iyi bilinen ifadeyi kullanarak :

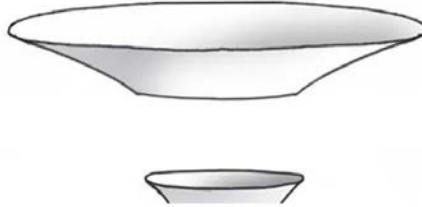
$$\phi = \frac{GM}{R}$$

2.3.7 Karl Schwarzschild & Ludwig Flamm Çözümleri

Karl Schwarzschild, denklem (18) için iki ayrı makalede ((Schwarzschild 1916b), (Schwarzschild 1916a)) yayınlanan iki metrikten oluşan tam bir geometrik çözüm geliştirmiştir:

- **İlk çözüm**, aşağıdaki metrik kullanılarak, yarıçaplı bir yıldız gibi küresel olarak simetrik bir kütle için dış geometrisini tanımlayan r_n Nesnenin dışındaki boşlukta madde yoktur, yani Şekil 2.4 :

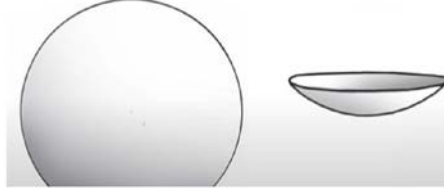
$$ds^2 = \left(1 - \frac{8\pi G \rho r_n^3}{3c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G \rho r_n^3}{3c^2 r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$



Şekil 2.4 - Bir Flamm hiperyüzeyinin kısmı

- Genellikle iç Schwarzschild çözümü olarak adlandırılan **ikinci çözüm**, yarıçaplı bir yıldız gibi statik, küresel olarak simetrik sıkıştırılmaz akışkan bir cismin içindeki uzay-zaman geometrisini tanımlayan aşağıdaki metrik tarafından yapılandırılmıştır r_n yani Şekil 2.5:

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G \rho r^2}{3c^2}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G \rho r_n^2}{3c^2}} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G \rho r^2}{3c^2}} \right]^2 c^2 dt^2$$



Şekil 2.5 - Bir kürenin Po rtion'u

Bu yaklaşım, uzay-zaman çözümlerinin iki parçasının, özellikle de her biri farklı metriklerle karakterize edilen iki hiper yüzey bölgesinin birleştirilmesini içerir. Birleştirme işlemi ortak bir sınırdan gerçekleştirilerek uzay-zaman geometrisinin sürekliliği ve birleşik çözümün arayüz boyunca fiziksel tutarlılığı sağlanır.

Aynı yıl, genç bir matematikçi Schwarzschild'in

çalışmasına kendi yorumunu getirdi. Adı Ludwig Flamm'dı. Çalışmaları ve ismi kozmoloji uzmanları tarafından basit bir nedenden dolayı büyük ölçüde bilinmemektedir: makalesi 2012 yılına kadar İngilizceye çevrilmemiştir. Üç boyutlu Riemann hiperyüzeyleri gibi nesnelere geometrisine mükemmel bir şekilde hakimdi ((Flamm 1916)).

Schwarzschild dış metriğini temel alan Kruskal, kara delik teorisinin temeli olarak kabul edilen ünlü modelini geliştirdi. Schwarzschild'in dış çözümünü analitik olarak genişleterek, 'olay ufkunda' bulunan koordinat tekilliğini 'cebirsal olarak' ortadan kaldırır. $r = R_s$ (Schwarzschild yarıçapı), yeni bir koordinat sistemi getirerek. Bu sistem, metriği "merkezi fiziksel tekillik" dışında her yerde düzenli hale getirmek için tasarlanmıştır. $r = 0$ ((Martin D. Kruskal 1960), (Jean-Marie Souriau 1965)). Peki bu model gerçekten fiziksel olarak mantıklı mı?

2.3.8 Schwarzschild Dış Metriği için jeodeziklerin inşası

(Adler, Bazin ve Schiffer 1975) (Sayfa 194) 'den alınan Schwarzschild dış metriğini (6.53) göz önünde bulundurun:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) (dx^0)^2 - \left(\frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}}\right) - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

nerede m basit bir entegrasyon sabitidir (bir uzunluk), x^0 kronolojik bir işaretleyicidir (aynı zamanda bir uzunluktur) ve s 4B hiper yüzey üzerinde ölçülen uzunluktur.

Yazarlar şöyle yazıyor:

$$x^0 = ct$$

Bir jeodezik, minimum uzunluğa karşılık gelen, hiperyüzey üzerinde yazılı bir yoldur:

$$\delta \int ds = 0$$

Bu, bu uzunluğun :

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right\}$$

bu şekilde parametrelendirilmiş bir yol boyunca minimum değere sahiptir: $t(s), r(s), \theta(s), \phi(s)$.

Yazalım:

$$\dot{t} = \frac{dt}{ds}, \quad \dot{r} = \frac{dr}{ds}, \quad \dot{\theta} = \frac{d\theta}{ds}, \quad \dot{\phi} = \frac{d\phi}{ds}$$

Bu, 'yi en aza indiren yolların aranması anlamına gelir:

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2) \right\} ds$$

Köşeli parantez içindeki miktar :

$$L = L(t, r, \theta, \phi, \dot{t}, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) \quad \text{ou} \quad L = L(x^i, \dot{x}^i)$$

Bu problem Fransız matematikçi Lagrange tarafından çözülmüş ve günümüzde Lagrange denklemleri olarak bilinen denklemler ortaya çıkmıştır.

Jeodeziklerin hesaplanması bir "*sınırlı ekstremum*" problemidir. Bunun nedeni, iki noktayı birleştiren tüm yolları dikkate almamızdır a ve b ve bu nedenle bu noktalarla bağlantılıdır. Jeodezikler daha sonra denklemler tarafından verilir:

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} \right) = \frac{\partial L}{\partial x^i}$$

ile :

$$L = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta} = -2r^2 \sin\theta \cos\theta \dot{\phi}^2$$

(6.75), (6.76), (6.77)'deki ilk üç Lagrange denklemi (Adler, Bazin ve Schiffer 1975), değişkenlere karşılık gelir θ, ϕ ve taşıdığı gibidir:

$$\frac{d}{ds} (r^2 \dot{\theta}) = r^2 \sin\theta \cos\theta \dot{\phi}^2$$

$$\frac{d}{ds} (r^2 \sin^2\theta \dot{\phi}) = 0$$

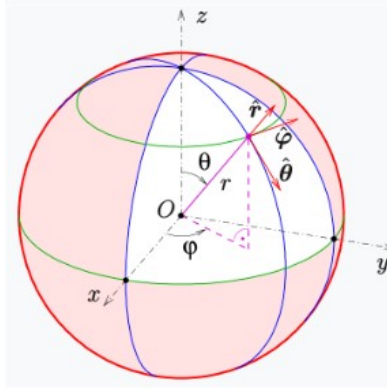
$$\frac{d}{ds} \left[\left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t} \right] = 0$$

Eğer metrik (25)'in her bir terimini ds^2 :

$$1 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2)$$

Genel görelilikte, bir çözümün küresel simetrisinden faydalanmak jeodeziklerin analizini basitleştirebilir. Gerçekten de küresel olarak simetrik olan Schwarzschild metriği durumunda, bu simetriden problemi iki boyuta indirgemek için yararlanılabilir.

Schwarzschild metriği, küresel koordinatlarda, aşağıdaki değişkenlere bağlıdır r , θ , ϕ ve t . Küresel simetri, merkez etrafında döndürme yapıldığında metriğin değişmediği anlamına gelir. Bu özellik, sabit bir düzlemde kalan jeodezikler seçerek problemi basitleştirmemizi sağlar. Hesaplamaları basitleştirmek için ekvator düzlemini seçmek yaygın bir uygulamadır, bu da $\theta = \pi/2$. Bu düzlemde θ değişmez, bu da şu anlama gelir $d\theta = 0$ ve bu nedenle metriğin $d\theta$ kaybolur (bkz. Şekil 2.6).



Şekil 2.6 - Küresel koordinatlarda Vec tors

Daha sonra, bu metrikle ilişkili Lagrangian'ı (bir sistemin dinamiklerini özetleyen bir fonksiyon) inceleyerek, jeodezikler için hareket denklemlerini bulabiliriz. Ekvator düzleminde hareket eden bir nesne için, açısal momentumunun azimut bileşeni ϕ Bu, ekvator düzlemine dik eksene göre metriğin aksenal simetrisinin bir sonucudur. Matematiksel olarak bu denklem ile ifade edilir:

$$r^2 \dot{\phi} = h = \text{constante}$$

nerede h bir hareket sabitidir (birim kütle başına açısal momentum), r radyal koordinattır ve $\dot{\phi}$ azimut koordinatının türevidir ϕ uygun zamana göre s (nesne ile birlikte hareket eden bir saat tarafından ölçülen zaman).

Bu da bize miktarın $r^2 \dot{\phi}$ jeodezik boyunca sabit kalır.

Yukarıdaki Denklem (19), 'yi vermek için entegre edilebilir:

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t} = l = \text{constante}$$

Yerine koyma yoluyla, diferansiyel denklemi elde ederiz:

$$1 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} c^2 l^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - \frac{h^2}{r^2}$$

hangi verir r parametresinin bir fonksiyonu olarak s . Ancak daha önce sunulan bir denklemi kullanarak, türev içeren bir diferansiyel denkleme geçebiliriz :

$$r' = \frac{dr}{d\phi} = \frac{\dot{r}}{\dot{\phi}}$$

(20) ve (21)'den 'yi elde ederiz:

$$\dot{r} = \dot{\phi} r' = \frac{h}{r^2} r'$$

Daha sonra aşağıdaki diferansiyel denklemi elde edebiliriz r ve l :

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) = c^2 l^2 - \frac{h^2}{r^4} r'^2 - \frac{h^2}{r^2} \left(1 - \frac{2m}{r}\right)$$

Daha sonra değişkenlerden geçiş yapabiliriz r bir değişkene u gibi:

$$u = \frac{1}{r} \Rightarrow r' = -\frac{u'}{u^2}$$

O halde, (22)'den şu sonucu çıkarabiliriz:

$$d\phi = \frac{dr}{r'} = \frac{du}{u'}$$

Bu da bizi :

$$(1 - 2mu) = c^2 l^2 - h^2 u'^2 - h^2 u^2 (1 - 2mu)$$

Bu da şu anlama geliyor:

$$u'^2 = \left(\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2}\right) + \frac{2m}{h^2} u - u^2 + 2mu^3$$

Böylece, (23)'ten, entegrasyon 'yi verir:

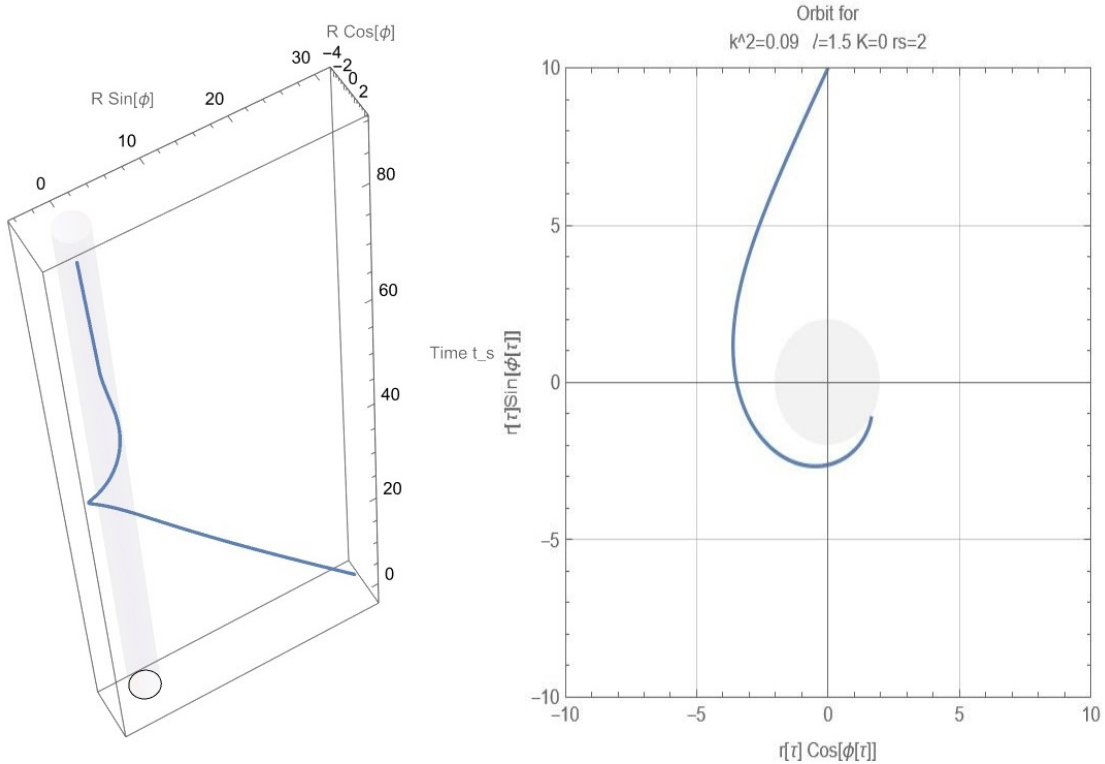
$$\phi = \phi_0 + \int_{u_0}^u \frac{dv}{\sqrt{\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2} + \frac{2m}{h^2} v - v^2 + 2mv^3}}$$

Bu, Einstein'ın açığı ifade eden denkleminin tam bir çözümüdür ϕ 'nin bir integrali olarak $u = \frac{1}{r}$ ve tersine, bu bize u 'nin (örtük) ters fonksiyonu olarak ϕ ve iki entegrasyon sabitine bağlı olarak 'yarı-eliptik' jeodeziklerle sonuçlanır l ve h .

Eğer h büyükse, bu bir test parçacığı tarafından kat edilen jeodezik yolun radyal serbest düşüş yörüngesinden sapacağı anlamına gelir çünkü önemli miktarda özgül açısal momentuma sahip olacaktır. Sonuç olarak, yörüngesi doğrudan merkezi gövdeye doğru olan yerçekimi kuvvetinden daha az etkilenecek ve doğrudan radyal bir düşüşten sapmasına ve daha kavisli veya 'yarı eliptik' bir yol izlemesine neden olacaktır.

Schwarzschild

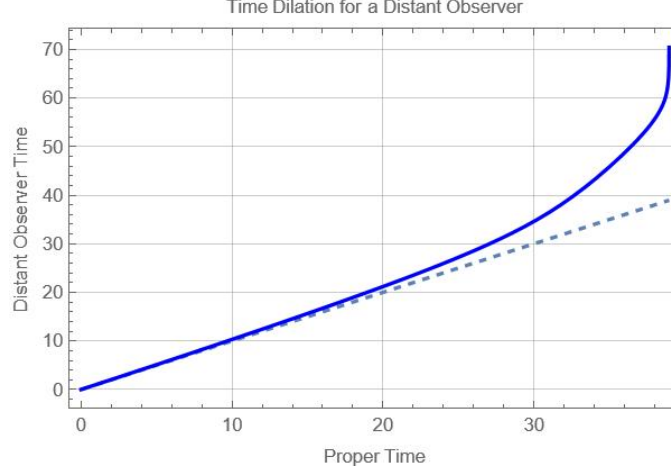
küresinin içindeki bölgeyi ($r < 2m$) göz ardı ederek, bu durağan metrikle ilişkili düzlem jeodeziklerini 3 boyutlu olarak temsil etmek mümkündür. Schwarzschild küresinin temsili, Schwarzschild zaman boyutu boyunca uzay-zamana projeksiyon yapan bir daire olarak düşünülebilir t_s . Yarıçapı 10 km olan bir nötron yıldızını ele alırsak, yaklaşık 2 güneş kütleesindeki Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) sınırında kararlı kalacaktır. TOV sınırı, bir nötron yıldızının kararlı kalırken sahip olabileceği maksimum kritik kütle temsil eder. Bu, eşdeğer bir nokta kütlelerinin *ufkunu* merkezinden yaklaşık 6 km uzaklığa yerleştirir ($r_s = \alpha$). Yıldızın yarıçapı yaklaşık $3/2$ zamanlar r_s bu nesnenin *ufkunu şu şekilde* konumlandırırız $r_s = 2$ Bu konfigürasyon, Mathematica kullanarak, Şekil 2.7'de gösterildiği gibi, bu nesneye doğru bir düşme yörüngesi izleyen bir test parçacığının jeodeziklerini temsil etmemi sağladı.



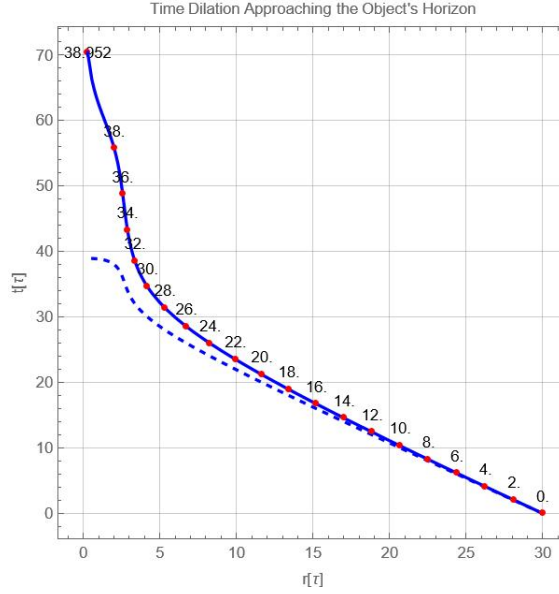
Şekil 2.7 - Koordinat Sisteminde düşen bir jeodeziğin gösterimi (r, ϕ, t_s)

Jeodeziğin hareket yönü ne olursa olsun, bu durumda merkezci, bu zaman koordinatı seçimiyle, Schwarzschild küresine yaklaşmak sonsuz miktarda zaman alacaktır. Gerçekten de, Şekil 2.8 ve 2.9'dan görebileceğimiz gibi, uzaktaki bir gözlemci için, fiziksel kritikliğine yakın bir nötron yıldızının ufkuna yaklaşan herhangi bir nesne veya Bölüm 7'de alternatif

yaklaşımı incelenecek olanlar gibi süper kütleli bir nesne, Schwarzschild yarıçapı olarak bilinen değere yakın bir zaman genişlemesine uğrayacaktır. Ancak, nesnenin kendisi (veya nesneyle birlikte hareket eden bir gözlemci) için zaman normal bir şekilde ilerlemeye devam edecektir (sırasıyla mavi eğri ile noktalı eğri).



Şekil 2.8 - Uzaktaki bir gözlemci için zaman genişlemesi ation



Şekil 2.9 - Tempo nesne ufkuına yaklaşan gerçek dilatasyon

Bu uzaktaki gözlemcinin bakış açısından, nesnenin ufka ulaşması görünüşe göre sonsuz bir zaman alacaktır. Sonuç olarak, nesne giderek yavaşlıyor gibi algılanacak, neredeyse donmuş ya da ufkun yakınında donuyor gibi görünecektir.

Bu olgu, önemli bir kütleliğin varlığının uzay-zamanı eğilttiğini öngören genel göreliliğin bir sonucudur. Bu eğrilik zamanın geçişini etkileyerek yoğun yerçekimi alanlarında zaman genişlemesine yol açar.

Bu husus kara delik teorisinin temel dayanaklarından biridir. Peki başka bir alternatif var mı? Bunu daha sonra 5. Bölüm'de inceleyeceğiz.

2.3.9 Roy Kerr çözümü

1963 yılında, Yeni Zelandalı seçkin bir matematikçi olan Roy Kerr, Einstein'ın alan denkleminde yeni bir çözüm önererek kara delik modeli bağlamında genel görelilik anlayışında devrim yarattı. Statik, küresel simetrik kara delik modelinin temeli olarak kullanılan Schwarzschild'in dış metriğinin ((Schwarzschild 1916b)) aksine, Kerr'in çözümü eksenel simetriktir ve dönen bir kara deliği temsil eder ((Kerr 1963)). Bu keşif o dönemde özellikle önemliydi çünkü birçok gök cismi için daha gerçekçi bir model sağlıyordu.

Kerr metriği Boyer-Lindquist

koordinatlarında ifade edilir (t, r, θ, ϕ) ((Chaskalovic 2009)) ve çizgi elemanı için verilmiştir. $c = 1$ tarafından :

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GMr}{\rho^2}\right) dt^2 - \frac{4GMa r \sin^2 \theta}{\rho^2} dt d\phi + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2GMra^2 \sin^2 \theta}{\rho^2}\right) \sin^2 \theta d\phi^2$$

nerede

$$\begin{aligned} \Delta &= r^2 - 2GMr + a^2, \\ \rho^2 &= r^2 + a^2 \cos^2 \theta. \end{aligned}$$

M çevreleyen uzay-zamanı etkileyen, genellikle bir kara delik olan merkezi dönen nesnenin kütesidir ve a dönen nesnenin özgül açısal momentumudur. Burada dikkat edilmesi gereken önemli terim $-\frac{4GMa r \sin^2 \theta}{\rho^2} dt d\phi$ Bu, tipik olarak bir kara delik olan nesnenin dönmesi nedeniyle uzayzaman üzerindeki sürüklenmeyi temsil eder. Bu özellik, Ernst Mach'ın uzayzamanın kendisinin hareket eden maddenin varlığından etkileniyor gibi görüldüğü hareketin göreliliği fikrinin bir tezahürü olarak yorumlanabilir.

Kerr'in çözümünün önemi, başlangıçta inanılmaz yüksek hızlarda dönen, bazen saniyede bin dönüğe ulaşan nötron yıldızları olarak anlaşılan pulsarların 1967'de keşfedilmesiyle daha da vurgulanmıştır. Kerr metriği esas olarak kara delik modeline uygulanmış olsa da, nötron yıldızları gibi diğer kompakt astrofiziksel nesnelere anlaşılmasında da önemli etkileri vardır.

Ünlü astrofizikçi Subrahmanyam Chandrasekhar, Kerr'in çözümünü teorik fizikteki uygulamalı matematiksel araştırmalarda büyük bir ilerleme olarak selamlamıştır ((Chandrasekhar 1983)).

Kerr'in yaklaşımı hakkında vurgulanması gereken önemli bir nokta da, diğer temsil özelliklerini keşfetme olasılığıdır; örneğin $drdt$ Schwarzschild dış metriğindeki terim, bunun sonuçları Bölüm 5'te incelenecektir.

2.4 Andrei Sakharov & Jean-Marie Souriau'nun çalışmaları

Janus kozmolojik modeli Albert Einstein'ın genel görelilik teorisini, Andrei Sakharov'un parçacık fiziği ve kozmoloji alanındaki çalışmalarını ve Jean-Marie Souriau'nun simplektik geometri alanındaki çalışmalarını bir araya getirmektedir. Dinamik gruplar teorisine göre, zamanın tersine çevrilmesinin nasıl enerjinin ve dolayısıyla kütlelerin tersine çevrilmesi anlamına geldiğini açıklar.

Gerçekten de evrenin baryonik asimetrisi günümüz fiziğinin en önemli sorunlarından biri olarak kabul edilmektedir. Daha açık bir ifadeyle bu, evrende net miktarda baryon (proton ve nötron gibi üç kuarktan oluşan parçacıklar) olduğu, ancak neredeyse hiç antibaryon (üç antikuaraktan oluşan parçacıklar) olmadığı gözlemini ifade eder. Evren, Büyük Patlama'dan bu yana

eşit miktarda baryonik madde ve antibaryonik

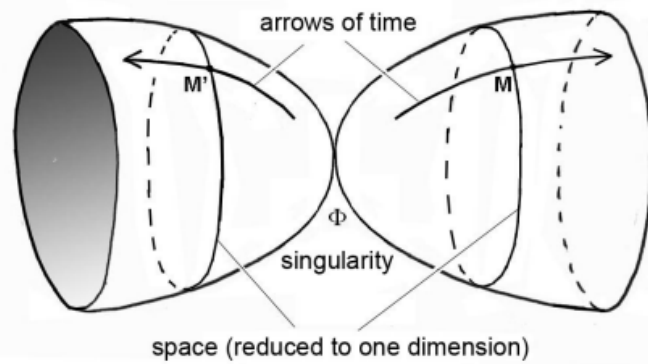
antimadde ile yaratılmış olmalıydı, bu da onların karşılıklı olarak yok olmasına ve kütlelerinin fotonlara dönüşmesine yol açacaktı. Peki bu ilksel antimaddeye ne oldu?

1960'larda bilim insanları madde üretim hızının (ilkel kuarkların birleşiminden) antimadde üretim hızından (antikuarkların birleşiminden) biraz daha hızlı gerçekleştiğini keşfettiler ki bu '*CP ihlali*' olarak

bilinen bir olgudur ((Cronin 1964)). Bu paradoksal bir durumu çünkü bu tür kombinasyon süreçleri daha önce simetrik olarak kabul ediliyordu. Bununla birlikte, bu *CP ihlalinin* bir sonucu olarak, ilkel evrende daha fazla madde sentezlendi ve antimaddeye üstün geldi.

Rus fizikçi Andrei Sakharov, 1967'den itibaren, evrenin tek bir varlıktan değil, aynı Büyük Patlama tekilliğinden yayılan iki ikiz evrenden oluştuğunu düşünerek, küresel simetriyi yeniden kuran ilk kişi oldu. $t = 0$. İlk tekillik Φ Sadece zamanı (*T-simetri*) değil, aynı zamanda pariteyi (*P-simetri*, '*enantiomorfi*' olarak da adlandırılır) ve yük konjugasyonunu (*C-simetri*, bir parçacığı antiparçacığına dönüştürür ve tersi) da tersine çevirerek tam *CPT-simetri*sine neden olur ((Sakharov 1967), (Sakharov 1980), (Sakharov 1982)). *CP simetri ihlali* ikiz evrende de tersine dönmüştür, yani antimadde maddeye üstün gelmiştir.

Sakharov'un *CPT simetrisini* yalnızca parçacık fiziği bağlamında tanımlamaya odaklandığı, bu nedenle modeline kütle çekimini dahil etmediği, böylece ikiz evrenlerin Şekil 2.10'da olduğu gibi doğum anları dışında asla etkileşime girmediği unutulmamalıdır:



Şekil 2.10 - Sakharov Kozmolojik Modeli

2.5 Hiperbolik Riemann Geometrisinin Getirdiği Bimetrik Yaklaşım

Hiperbolik Riemann geometrisi Janus kozmolojik modelinde çok önemli bir rol oynamaktadır. Bu geometri dalı, sabit negatif eğriliğe sahip eğri uzayları inceler. Bu geometri, hem pozitif hem de negatif eğriliğe sahip uzayları kavramsallaştırmayı mümkün kılar. Bununla birlikte, şu anda hiperbolik Riemann geometrisinde bimetric bir kozmolojik modelin dayandırılabilmesi için bimetric veya multimetric bir matematiksel teori bulunmadığını belirtmek önemlidir. Aslında, mevcut teorik modeller sezgisel kalmaktadır. Örneğin, 2002 ve 2008 yıllarında sırasıyla Thibault Damour ((Damour ve Kogan 2002)) ve Sabine Hossenfelder ((Hossenfelder 2008)) tarafından iki yaklaşım denenmiştir. Biri ağır ve hafif gravitonların bimetric alan denklemleri sistemine dahil edilmesine dayanıyordu, diğeri ise aşağı yukarı bizim modelimize benziyordu.

Gerçekten de Damour ve Kogan, büyük kütleçekimi spektrumunu içeren bir 'iki zar' teorisi oluşturmaya çalışırlar, ancak bu 40 sayfalık belge cırtlak bir şekilde durur. Geçerken, böyle bir bigravitenin iki eşleşmiş alan denklemleri sistemine uyması gerektiğini gösteriyorlar:

$$2M_L^2 \left(R_{\mu\nu}(g^L) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^L R(g^L) \right) + \Lambda_L g_{\mu\nu}^L = t_{\mu\nu}^L + T_{\mu\nu}^L$$
$$2M_R^2 \left(R_{\mu\nu}(g^R) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^R R(g^R) \right) + \Lambda_R g_{\mu\nu}^R = t_{\mu\nu}^R + T_{\mu\nu}^R$$

Daha sonra Sabine Hossenfelder, evrendeki negatif kütle kavramını ele alan rafine bir model önermiştir. Ancak 1957'de Hermann Bondi bu kütleleri Albert Einstein'ın modeline dahil etmeye çalıştı. Ancak sözde sızıntı fenomeni fiziksel çelişkileri ortaya çıkardı, öyle ki model etki-tepki ilkesi ve eşdeğerlik gibi fiziğin temel ilkelerini ihlal etti ((Bondi 1957)). Hossenfelder daha da ileri giderek bir çift yeni birleşik alan denklemleri formüle etti:

$$R_{\nu k} - \frac{1}{2} g_{\nu k}^{(g)} R = T_{\nu k} - \underline{V} \sqrt{\frac{h}{g}} a_{\nu}^v a_k^k \underline{T}_{\nu k}$$
$$R_{\underline{\nu k}} - \frac{1}{2} h_{\underline{\nu k}}^{(h)} R = \underline{T}_{\underline{\nu k}} - W \sqrt{\frac{g}{h}} a_k^k a_{\nu}^v T_{\nu k}$$

Daha sonra, fiziksel ilkelerle tutarsızlığı çözemediği ve bunun ayrılmaz bir şekilde "bimetric yerçekimi" ile bağlantılı olduğuna inandığı için vazgeçti.

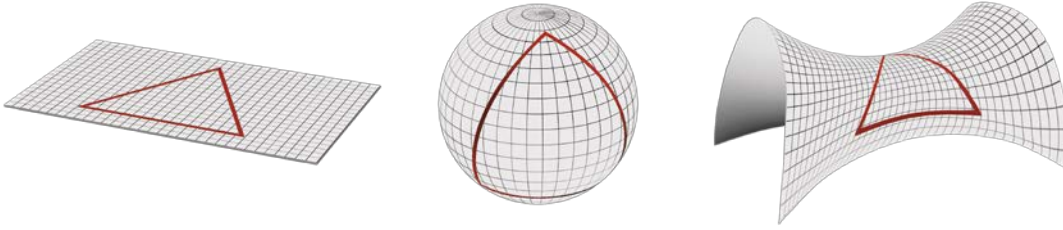
Bu iki yaklaşımın ortak noktası, tamamen teorik olmaları ve gözlemlerle doğrulanmış sonuçlar vermemeleridir. Bizim kozmolojik modelimize verilebilecek tek kredi, önceki iki modelle karşılaştırıldığında, gözlemlerle birçok bağlantı noktasına ve Bölüm 3'te göreceğimiz bazı fiziksel öngörülere sahip olmasıdır.2

Hiperbolik Riemann geometrisi, sabit negatif eğriliğe sahip eğri uzayları inceleyen Riemann geometrisinin bir dalıdır ve matematiksel olarak genellikle "eyer şekilli"

olarak tanımlanan hiperbolik bir şekle karşılık gelir. Daha doğrusu, hiperbolik uzayın sabit negatif eğriliği, hiperbolün her iki yöndeki asimptotik davranışı olarak tanımlanabilir:

hiperbolün dalları hiçbir zaman yakınsamadan sonsuza kadar sapar. Bu özellik hiperbolik uzayın önemli bir özelliğidir ve onu Öklid geometrisi ve küresel Riemann geometrisinden ayırmak için kullanılabilir.

Örneğin, Şekil 2.11'de üçgenleri çizen kırmızı çizgiler yüzeyin *jeodezikleridir*. Basit bir ifadeyle, bir *jeodezik* uzaydaki iki nokta arasındaki en kısa yoldur. Büyük bir kağıtta olduğu gibi düz bir Öklid uzayında olduğunuzu düşünün; burada bu yol sadece düz bir çizgidir. Ancak eğri yüzeylerde, ister pozitif eğri (küresel geometri) ister negatif eğri (at eyeri gibi hiperbolik geometri) olsun, o yüzeydeki iki nokta arasına gerilen bir ip veya lastik bant kullanılarak en kısa yolu temsil eden bir *jeodezik* çizilebilir. Dolayısıyla, bir üçgenin açılarının toplamının 180 dereceye eşit olduğu Öklid geometrisinden farklı olarak, bu toplam küresel (Riemannian) geometride 180 dereceyi aşar ve hiperbolik geometride (yine bir Riemannian geometri türü) 180 dereceden azdır.



Şekil 2.1 1 - Mekânsal Eğrilik Türleri

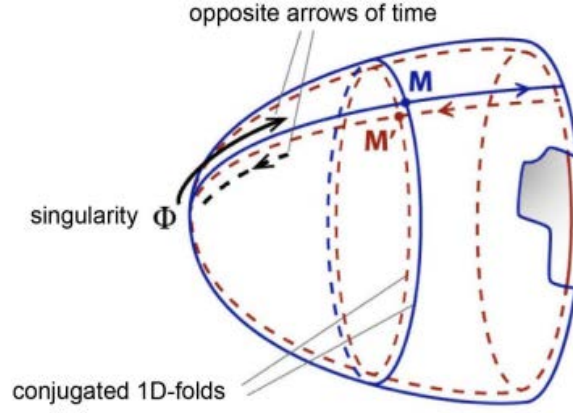
'Düz' bir Öklid uzayının, yani sıfır eğriliğe sahip bir uzayın, mutlaka düz bir düzlem olmadığına dikkat etmek önemlidir. Bir önceki kağıt örneğini ele alalım: oluklu demir gibi birkaç kez katlansa bile, eğriliği her yerde sıfır kalır. Bu, yüzeyinde izlenen *jeodeziğin* değişmediği anlamına gelir, çünkü tabaka gerilmez. Aynı şey silindir veya koni gibi kapalı Öklid yüzeyleri için de geçerlidir: Düşündüğünüzün aksine, bunların eğriliği yoktur. Öklid geometrisine göre, eğri görünmelerine rağmen 'düz' olarak kabul edilebilirler çünkü yüzeyleri gerilmeden bir düzleme açılabilir. Bir sonraki bölümde geliştirilecek olan Janus Kozmolojik Modeli'nin konsepti, pozitif eğriliğe sahip uzaylar ile negatif eğriliğe sahip *uzaylar* arasındaki bir ilişki tarafından tanımlanan bir "*gemellar geometri*" ile ilişkilendirmektir.

3 Janus Kozmolojik Modeli

3.1 Açıklama

Janus Kozmolojik Modeli, iki farklı metriğe sahip bir Riemann çeşitliliği ile karakterize edilen devrim niteliğinde bir evren vizyonu önermektedir. Bu metrikler, pozitif ve negatif kütleleri benzersiz bir şekilde ele alarak, geleneksel paradokslardan kaçınırken, gözlemlerle doğrulanan genel görelilik çerçevesinde tutarlı bir yorum sunar.

Andrei Sakharov'un etkileşmeyen iki bimetrik evrenden oluşan kozmolojik modeline dayanarak, iki metriğe sahip tek bir Riemann çeşidinden oluşan tek bir evren, yani *CPT-Simetri'de birbiri* üzerine katlanmış iki katmana sahip dört boyutlu bir hiperyüzey olarak yeni bir model geliştirilmiştir, ancak bu kez kütleçekimsel etki ile etkileşime girmektedir.



Şekil 3.1 - Janus Kozmolojik Modeli

İlk katman, pozitif enerji ve kütleyle sahip maddenin bu uzay-zamandaki iki nokta arasında bir hızda geçtiği bir metrik sağlayan belirli bir uzunluk birimi ile ızgaralanmıştır özel görelilik teorisi ile sınırlıdır (Bölüm 2.2.2). Ve bunun tersi, 100 kat daha kısa bir birim uzunluğa ve negatif enerji ve kütleyle sahip madde için 10 kat daha yüksek bir hıza (aynı oranlarda evrimleşen fotonlar) göre katlanmış ancak karesi alınmış ve 1000 kat daha hızlı bir geçiş süresiyle sonuçlanmıştır. Dolayısıyla bu model, uzay-zamanı iki farklı şekilde ve farklı hızlarda geçen iki jeodezik ailesi sunmakta, yıldızlararası yolculuğu mümkün kılmakta ve ilkel antimaddenin yok olması ve galaksilerin hapsolmesi gibi çeşitli fiziksel olguları açıklamaktadır ((Petit ve d'Agostini 2014), (Petit 2018)).

Ayrıca negatif enerji durumlarının kuantum mekaniği ile uyumlu olduğunu da göstermektedir.

Bu model, Einstein'ın alan denkleminin bir uzantısı olan ve negatif kütleleri Genel Göreliliğe başarılı bir şekilde entegre ederken kozmostaki karanlık enerji (itici güç) ve karanlık maddenin (galaktik dönüş eğrilerinin düzleşmesi) varlığına güvenilir bir alternatif sunan iki birleşik alan denklemi üzerine inşa edilmiştir.

Denklemlerin '*Lagrangian*'

adı verilen bir kavramdan türetilmesine dayanmaktadır. Fizikte, nesnelere veya parçacıkların nasıl hareket ettiğini ve birbirleriyle nasıl etkileşime girdiğini açıklamak için genellikle ilkeleri kullanırız. Bizim durumumuzda, 'eylem' adı verilen belirli bir niceliği en aza indirerek fiziksel bir sistemin zaman içinde nasıl geliştiğini açıklayan matematiksel formüller olan değişim ilkelerini kullanıyoruz. Bu değişim kavramı 'kovaryant' olmalıdır, yani seçilen eylemsiz referans çerçevesi ne olursa olsun aynı kalır. Bu, hızlarına bakılmaksızın tüm gözlemciler için geçerli olduğu anlamına gelir.

Bu ilkelerin mantıksal olarak türetilmesi bizi, bir parçacık sisteminin hareketlerini ve etkileşimlerini, göreceli hareketlerinden bağımsız olarak tüm gözlemciler için geçerli kılacak şekilde tanımlayan denklemlere götürmelidir. 'Eylem', 'Lagrangian'ın belirli bir süre boyunca integrali olarak tanımlanır ve fiziksel bir sistemin kinetiğini ve dinamiklerini tanımlamamızı sağlar. Lagrangian, sistemin kinetik ve potansiyel enerjisinin yanı sıra davranışını etkileyebilecek diğer faktörlerden hesaplanan bir fonksiyondur. En az eylem ilkesini kullanarak, sistemin 'eylemi' en aza indiren yörüngesini bulmaya çalışırız, bu da 'eylem' değerinin mümkün olduğunca küçük olduğu yol anlamına gelir. Hareket denklemleri, bu minimum eylem yörüngesinin zamana göre farklılaştırılmasıyla elde edilir.

3.2 Çıkarımlar

Kozmoloji krizde. İlk örnek, 13,8 milyar yıldır devasa bir balon gibi şişmekte olan Evren'in genişleme hızıdır. Astrofizikçiler teleskoplarını kullanarak Hubble sabiti olarak bilinen mevcut genişleme oranını ölçtüklerinde (ya da H_0), Standart Kozmoloji Modeli tarafından öngörülen değerle uyumsuz bir değer buldular (Λ CDM), şu anda Evrenin kökeninden (Büyük Patlama) ve ilk atomlardan günümüze, ilk yıldızlar ve galaksiler aracılığıyla Evrenin tarihini en iyi açıklayan teoridir.

Hubble sabiti (H_0) kozmolojide Evren'in genişleme hızını ölçen önemli bir parametredir. Galaksilerin uzaklıklarının bir fonksiyonu olarak birbirlerinden ne kadar hızlı uzaklaştıklarını gösterir. Ancak son zamanlarda, iki ana ölçüm yöntemi önemli ölçüde farklı sonuçlar üretmiştir:

- Bir yandan, galaksilerin doğrudan gözlemlenmesi ve cepheidler ve tip Ia süpernovalar gibi standart mumlara dayanan kozmolojik mesafe ölçeği kullanılarak yapılan yerel ölçümler H_0 73 km/s/Mpc². Bu ölçüm Amerikalı Adam Riess liderliğindeki SHOES işbirliğinden gelmektedir.
- Öte yandan, kozmolojinin Standart Modelinin bir parçası olarak analiz edilen Kozmik Mikrodalga Arka Planından³ elde edilen veriler, megaparsek başına saniyede 67,4

² Bir megaparsek yaklaşık 3,26 milyon ışık yılına eşdeğerdir. Her bir megaparseklik mesafe için, Evrenin genişlemesi galaksilerin ayrılma hızını saniyede 73 kilometre artırır.

³ Kozmik Mikrodalga Arka Plan (CMB), Büyük Patlama'dan yaklaşık 380.000 yıl sonra, evren elektron ve protonların birleşerek atomları oluşturması için yeterince soğuduğunda yayılan elektromanyetik radyasyondur.

kilometre (km/s/Mpc) gibi daha düşük bir değer önermektedir. Bu yöntem Planck uydusundan elde edilen verilere dayanmaktadır.

Bu tutarsızlık, eğer ölçüm hatalarından kaynaklanmıyorsa, Standart Model'in karanlık enerjinin kozmik genişlemeyi hızlandırmadaki rolü gibi bazı temel yönlerinin yeniden değerlendirilmesini gerektirmektedir. Janus Kozmolojik Modeli bu anti-yerçekimsel etkiyi negatif kütlelere atfetmekte ve daha sonra 3.3 numaralı özel bölümde daha derinlemesine inceleyeceğimiz bir konu olan bu kütlelerin doğasını belirtmektedir.

Bir başka örnek olarak, James Webb Uzay Teleskobu (JWST), gelişmiş kızılötesi gözlem yetenekleriyle, ilk galaksilerin oluşumu da dahil olmak üzere, Evren'i evriminin çok erken aşamalarında gözlemlemek için tasarlanmıştır. JWST'den yapılan son gözlemler, Standart Model'in öngörleriyle uyuşmayan nesnelere veya davranışları ortaya çıkararak, temellerinin tamamen gözden geçirilmesine yol açıyor.

Kozmolojinin Standart Modeline göre, evren Büyük Patlama'dan sonra karanlık bir dönem yaşamış, bunu birkaç yüz milyon yıl sonra

ilk yıldızların ve proto-galaksilerin

oluşumu izlemiştir. Bu ilk yapılar, karanlık maddenin çekim gücünün yönlendirdiği bir süreçle, ilk milyar yıl boyunca büyük galaksilere dönüşmüştür. Galaksiler milyarlarca yıl

boyunca gelişmeye ve kümelenmeye devam ederek bugün gözlemlenen çeşitli türleri oluşturdu. Karanlık madde ve karanlık enerjinin bu süreçte çok önemli roller oynadığı,

sırasıyla yapıların oluşumunu ve evrenin genişlemesini etkilediği düşünülmektedir. *Nature Astronomy*

dergisinde yayınlanan son çalışma (Boylan-Kolchin 2023), Austin'deki Texas Üniversitesi'nde Astronomi Doçenti olan Mike Boylan-Kolchin'in, bizimkinden (10 milyar güneş kütlesi) çok daha büyük olan birkaç yüksek kırmızıya kayma galaksisinin (Büyük Patlama'dan 500 ila 700 milyon yıl sonra) beklenenden daha erken oluşumunu keşfetmesine atıfta bulunuyor.

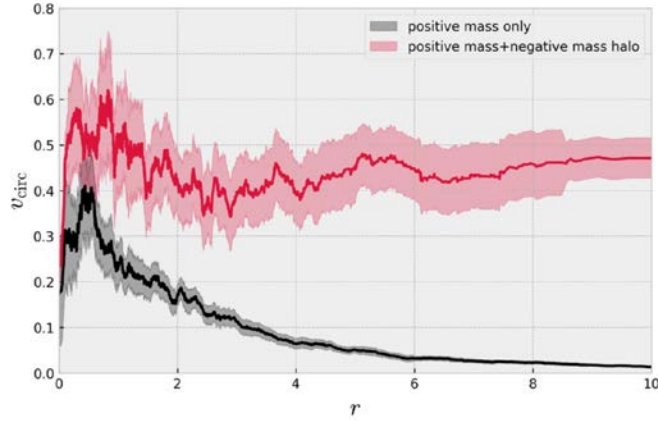
Örneğin, *Abell 2744 Y1*, Heykeltıraş takımyıldızında yaklaşık 13,2 milyar ışık yılı uzaklıkta bulunan bir galaksi kümesidir ve bize evren sadece 650 milyon yaşındayken olduğu gibi görünür (Şekil 3.2).



Şekil 3.2 - James Webb Teleskobu görüntüsü - Abell 2744 Y1

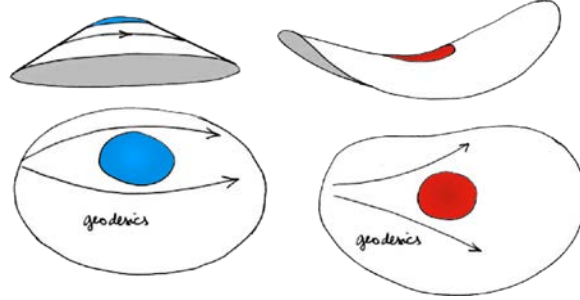
James Webb Uzay Teleskobu tarafından yapılan bu gözlem, Janus Kozmolojik Modelinin öngörülerinden birini bir kez daha doğrulamaktadır. Bu nedenle Janus Kozmolojik Modeli, yanıtları aşağıdakiler dahil ancak bunlarla sınırlı olmamak üzere çok sayıda gözlem ve tahminle teyit edilen temel kozmolojik sorulara yeni bir ışık tutmaktadır:

- Galaksilerin, Şekil 3.3'te ((Farnes 2017)) olduğu gibi kararlılıklarına katkıda bulunan negatif kütleler tarafından işgal edilen boşluk alanları ile sınırlandırılmasının açıklaması.



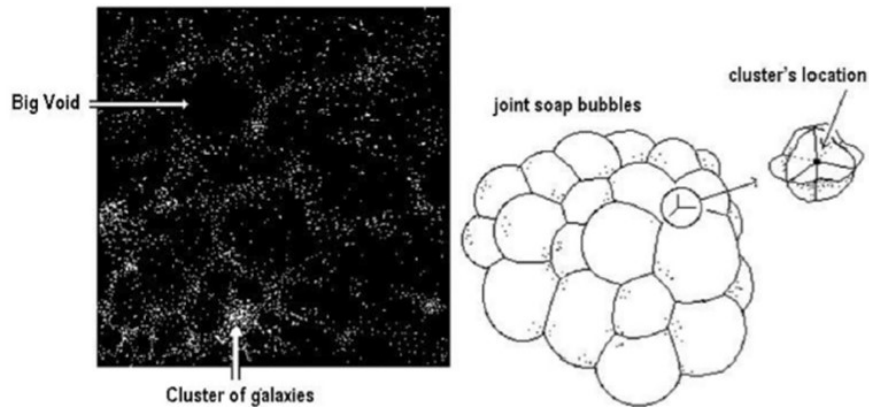
Şekil 3.3 - Pozitif kütleli parçacıklardan oluşan bir galaksinin dairesel hızı ile negatif kütleli parçacıklardan oluşan bir haleyle çevrili bir galaksinin dairesel hızı arasındaki farkın grafiği.

- Galaksi dönüş eğrilerinin şeklinin açıklanması (düzleşme)
- Bu model, negatif kütlelerin varlığı nedeniyle galaksilerin kenarlarında yörüngede dönen yıldızların beklenenden daha yüksek yerçekimi ivmesini açıklamaktadır.
- Kümelardaki galaksilerin yüksek hızının, negatif kütlelerin yerçekimine karşı katkısı nedeniyle açıklanması.
- Vlasov ve Poisson denklemlerine ortak bir yaklaşıma dayalı olarak galaksilerin davranışının matematiksel olarak ayrıntılı bir tanımını önermektedir. Bir galaksi içindeki yıldızların hızlarının galaktik merkeze doğru yönlendirilmiş bir elipsoid şeklinde düzenlendiğini ve bu hipotezin güneş sistemi yakınındaki yıldızların artık hızlarının ölçümleriyle doğrulandığını öngörmektedir.
- Bu, 3.4'te olduğu gibi, galaksilerin etrafındaki kütleçekimsel mercekleme etkilerini açıklar.



Şekil 3.4 - Yerçekimsel mercek etkileri

- Evrenin 3.5'teki gibi birbirine bağlı sabun köpüğü şeklindeki negatif kütleli kümeler tarafından işgal edilen boşluklu yapısının açıklanması.



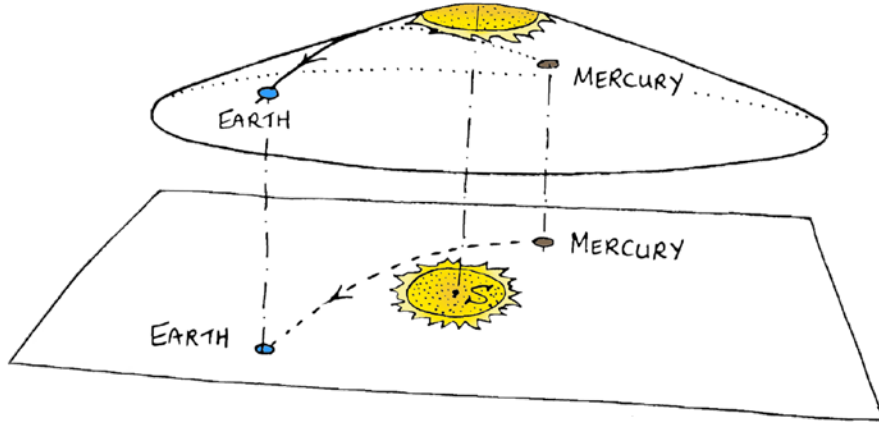
Şekil 3.5 - Boşluk yapısı

Bu yapı, 2018 yılında Tsvi Piran tarafından, boş alanların karanlık maddesinde yoğunlaşan negatif kütlelerin alt yoğun bölgelerinin yerçekimine karşı sıkıştırılması nedeniyle galaksilerin "duvarlar" olarak adlandırdığı dağılımını vurguladığı makalesinde (Piran 2018) de ortaya konmuştur. Gözlemler bu boş alanların Evren'in hacminin önemli bir bölümünü kapladığını göstermektedir. Galaksilerin dağılımındaki boşluklar ile düşük karanlık madde yoğunluğuna sahip bölgeler arasındaki korelasyon, bu boşlukların yerçekimsel kökenini açıkça ortaya koymaktadır. 'Negatif kozmolojik boşluklar' olarak bilinen ilkel alt-yoğun bölgeler, negatif kütleçekimsel kütleler olarak hareket eder ve gözlemlenen boşluklar için tohum görevi görür. Bu alt yoğun bölgelerin merkezleri, maddeyi iten ve merkezler arasındaki duvarlar boyunca hizalayan etkili yerçekimi kütleleridir. Boşluklar bu kütlelerin etrafında merkezlenir ve galaksi duvarlarıyla çevrelenir. Sonunda, duvarlar çatlayarak boşlukların diğer boşluklarla birleşmesine neden olur ve galaksileri sınırlayan daha geniş bir boşluk ağı oluşturur.

- James Webb Uzay Teleskobu tarafından yakın zamanda gözlemlenen tüm galaksilerin erken oluşumunun tahmini ve teyidi ((Ferreira vd. 2022)). Aslında model, tüm galaksilerin (ilkel) evren tarihinin ilk 100 milyon yılında birlikte oluştuğunu öne sürmektedir. Bu oluşum, pozitif kütlelerin çok sayıda negatif kütle kümesi arasında şiddetli bir şekilde sıkıştırılarak yüksek basınç yaratmasıyla gerçekleşmiştir. Negatif kütlelerin antigravitasyonel etkisi nedeniyle madde ve

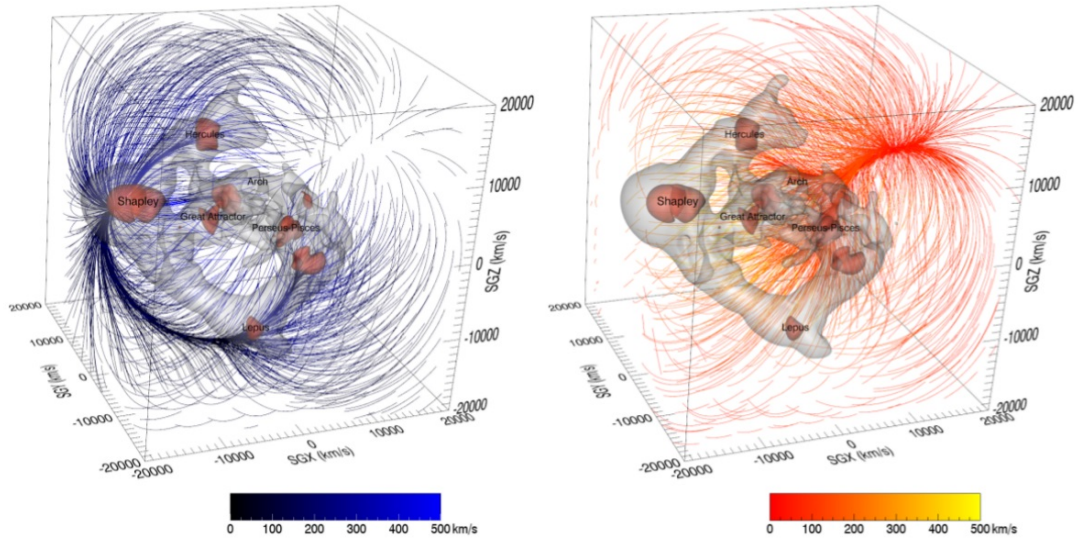
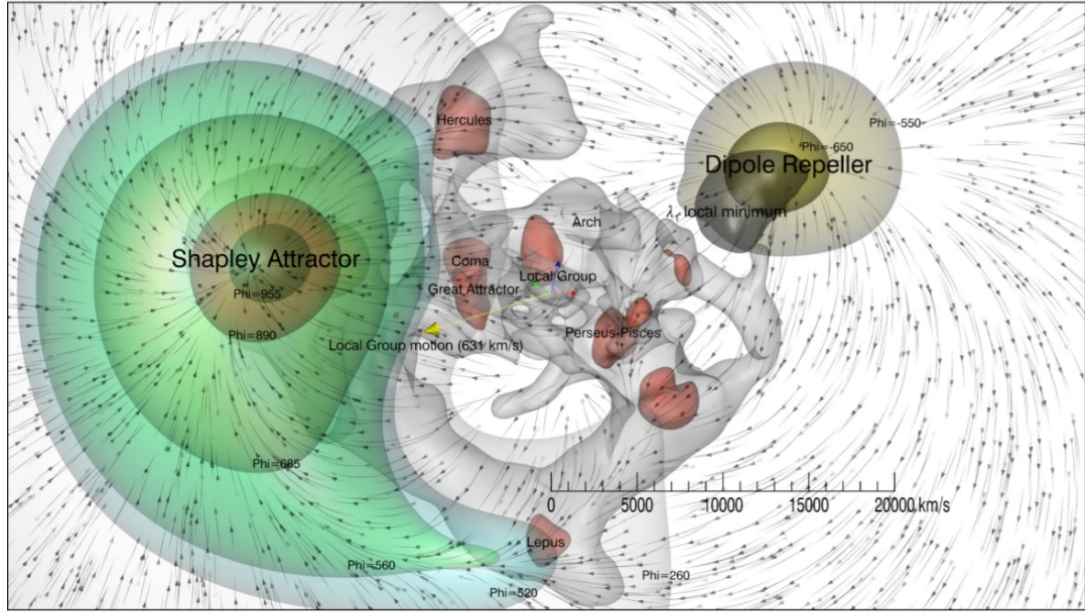
gazların güçlü bir şekilde büzülmesi, önemli ölçüde ısınmaya neden olmuş ve tabaka benzeri bir yapı tarafından kolaylaştırılan hızlı soğumaya yol açmıştır. Bu soğuma süresi, termonükleer füzyon reaksiyonlarını başlatmak için yeterli sıcaklığa ulaşılmasını sağlayarak ilk yıldızların doğmasını ve bugün bildiğimiz galaksileri oluşturmak üzere bir araya gelmelerini mümkün kılmıştır.

- Yüksek kırmızıya kaymadaki (> 7) uzak galaksilerin cüce olarak görünmesinin açıklaması (düşük parlaklık). Bunun nedeni negatif kütleli kümelerin (Bölüm 3.3'te inceleyeceğimiz Dipole Repeller bölgesinde olduğu gibi) fotonları üzerinde negatif bir kütleçekimsel mercekleme etkisi yaratması ve bunun da parlaklıklarını azaltmasıdır.
- Merkür'ün perihelionunun ilerlemesi veya ışık ışınlarının Güneş tarafından saptırılması gibi yerel rölativistik doğrulamalar doğrulanmıştır. İki tür kütle birbirini ittiğinden ve negatif kütle yoğunluğunun Güneş yakınında neredeyse ihmal edilebilir olduğu düşünüldüğünde, sistemdeki ilk denklem Einstein'ın alan denklemine karşılık gelir (bkz. Bölüm 3.3.4.2).



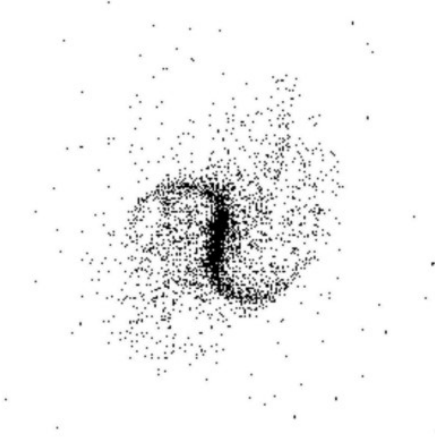
Şekil 3.6 - Güneş'in kütesinin neden olduğu uzay-zaman deformasyonu

- Pozitif ve negatif kütleli iki popülasyon arasındaki asimetriden yararlanmak, Tip Ia süpernova gözlemlerinden elde edilen verilerle tutarlılığa yol açmıştır. Tip Ia süpernovalarının gözlemlenmesi, gök cisimlerinin uzaklıklarının belirlenmesi ve evrenin genişlemesinin incelenmesi için çok önemli bir araç olmuştur. Tip Ia süpernovalar, beyaz cüce olarak bilinen bir yıldızın kritik bir kütleye ulaşana kadar yoldaş yıldızdan madde emerek patlamasına neden olduğu ikili yıldız sistemlerinde meydana gelen süpernova patlamalarıdır. Bu asimetriye, beyaz cüceye madde aktaran yoldaş yıldızın dönüşü veya manyetik alanı gibi süreçler neden olabilir. Eğer asimetri varsa, Tip Ia süpernovalar arasında parlaklık farkına yol açabilir ve bu da gözlemleri açıklayabilir.
- Ocak 2017'de keşfedilen (bkz. Bölüm 3.3) Büyük İtici'nin doğasının açıklanması; burada, tüm maddeleri itiyor gibi görünen Shapley Çekicisi'nin tersine, evrenin görünüşte boş bir bölgesinde var olduğu gösterilmiştir.

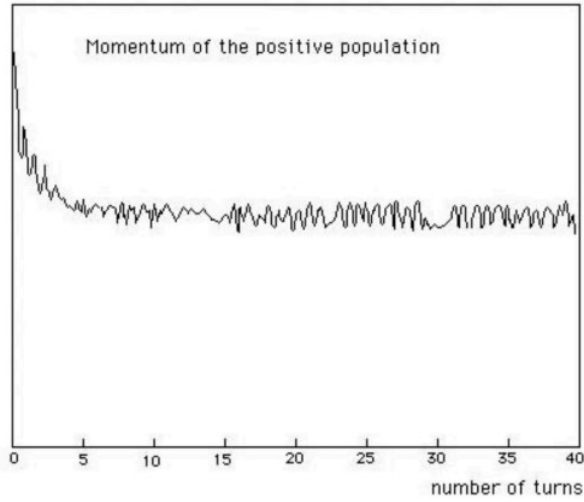


Şekil 3.7 - Büyük kovucu

- Model, momentumu sürekli olarak daha az yoğun negatif kütleli ortama aktaran ve spiral kolların galaksi etrafında sürekli ve istikrarlı bir şekilde dönmesini sağlayan dinamik sürtünme tarafından yönlendirilen dayanıklı bir galaktik spiral yapı göstermektedir. Aşağıda gösterildiği gibi, kollar yüksek yoğunluklu (pozitif kütleli) bölgelerden geçerken yavaşlar ve enerji kaybederler, düşük yoğunluklu bölgelerden geçerken ise hızlanır ve enerji kazanırlar. Bu da galaksi boyunca yayılan ve negatif kütleli ortama momentum aktaran yoğunluk dalgaları yaratır.



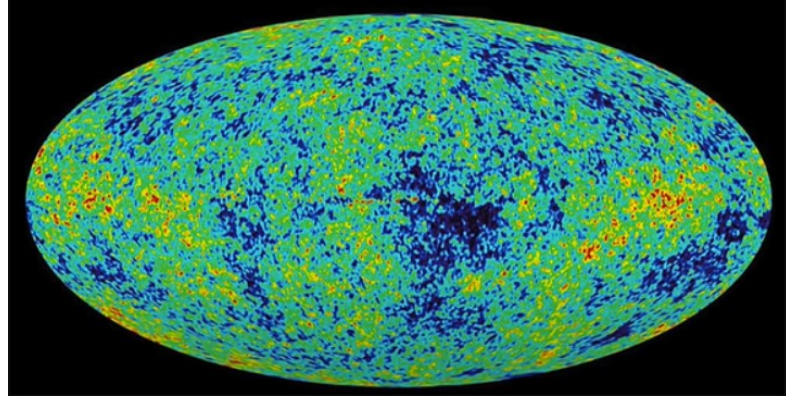
Şekil 3.8 - Sayısal bir simülasyonun çubuklu spirali ation (1992: 20,000 nokta)



Şekil 3.9 - Kinetik mo mentin evrimi (1992: 20.000 nokta)

- Negatif enerjili fotonlar yaydığı için kozmik antimaddenin neden gözlemlenmediğinin açıklaması.
- Evrenin görünmez bileşenlerinin doğasının açıklanması: antiprotonlar, antinötronlar, antielektronlar, antihidrojen ve negatif kütleli antihelyum. Bu elementler, negatif enerjili fotonlar yaydıkları için gözlemlenemeyen ilkel antimaddeyi oluşturur.
- **Varsayım yakın zamanda Eylül 2023'te doğrulandı (Anderson 2023):** Laboratuvarda geliştirilen ve pozitif enerjili fotonlar yayan C-simetrik (yük simetrik) antimadde, tıpkı sıradan madde gibi kütleçekimsel olarak aşağı itilir.
- Model, Kozmik Mikrodalga Arka Planı'ndaki (CMB) dalgalanmaları, sıradan pozitif kütleli maddenin, negatif kütleli madde dağılımıyla doldurulmuş evrenin bitişik hücrelerindeki yoğunluk dalgalanmalarına verdiği tepkiye bağlayarak kendi yorumunu sunmaktadır. Bu durum, bu hücreler içinde meydana gelen yerçekimsel kararsızlıkla bağlantılıdır. Bu dalgalanmaların analizi, iki madde türünün ölçek

faktörleri arasındaki ilişkiyi değerlendirmek için bir araç sağlar. Şunu görebiliriz ki $\frac{a(+)}{a(-)}$ 100 mertebesindedir. Bu nedenle şu sonucu çıkarabiliriz $\frac{c(-)}{c(+)}$ 10 mertebesindedir ((Petit 2018)). Bu, genel etkinin, kütlelerini tersine çevirmeyi başaran nesnelere için yıldızlararası seyahat için gereken süreyi bin kat azaltarak metrik tarafından tanımlanan jeodezikler boyunca hareket etmelerine izin vereceği anlamına gelir $h_{\mu\nu}$ ikinci alan denkleminin (24), bir sonraki bölümde inceleyeceğimiz gibi.



Şekil 3.10 - Kozmolojik Difüzyon

- M87 ve Samanyolu gökadalalarının merkezlerinde bulunan süper kütleli nesnelere ilişkin iki görüntüsünden çıkarılan 3 kütleçekimsel kırmızıya kayma (bkz. Bölüm 7'de yürütülen çalışma).
- "Büyük Patlama'dan önce ne vardı?" sorusunun henüz bir cevabı yok. Janus Kozmolojik Modeli'ne göre, evrenin "antikronik karşıtıyla etkileşime giren" topolojik yapısı, "önce" zarfının anlamını geçersiz kılarak bu soruyu ortadan kaldırmaktadır. Gerçekten de, daha sonra göreceğimiz gibi, Büyük Patlama anında zamanın oku tersine döner.

3.3 Dipol Kovucu

3.3.1 Giriş

2017 yılında Yehudi Hoffman, B. Tully, H. Courtois ve D. Pomarède evrenin ilk çok detaylı haritasını yayınladılar (Hoffman et al. 2017). Bu harita sadece galaksilerin konumlarına dayanmıyor, aynı zamanda kırmızıya kaymalarının ham ölçümlerinden Hubble genişlemesinin etkisini çıkararak hız alanlarını da entegre ediyordu. Sonuçlar inanılmaz derecede etkileyiciydi ve bugün kozmolojideki en önemli gözlemsel keşiflerden biri olarak kabul ediliyor, Edwin Hubble'ın bir asır önceki keşfiyle karşılaştırılabilir önemde. Bu çalışmadan önce, bazı galaksilerin Büyük Çekici adı verilen bir bölgeye doğru yakınsak hareketler sergilediği biliniyordu. 2017 analizi, Büyük Çekici'nin ötesinde Shapley Çekicisi olarak adlandırılan daha büyük bir yapının etkisini ortaya çıkardı. Ancak en dikkat çekici keşif, bu iki oluşumun neredeyse karşısında yer alan ve hiçbir galaksinin tespit edilemediği bir bölgenin tanımlanmasıydı. Bunun yerine, bu bölgeden uzakta hareket sergileyen komşu

galaksilerle çevrili önemli bir boşluk vardı ve bu boşluğu merkez alan 'sızdıran' bir model oluşturuyordu. Başlangıçta Dipol Kovucu olarak adlandırılan bu olgu, daha sonra çekici oluşumlarla bağlantılı olduğu anlaşıldığında Dipolar Çekici olarak adlandırıldı. Ölçüm artefaktlarına atfedilemeyecek olan bu fenomeni anlamak, kuşkusuz kozmik dinamikleri anlamamızda önemli bir ilerleme gerektirmektedir.

3.3.2 Bazı yorumlama girişimleri

İlk keşiften dört yıl sonra, dipol itici fenomenini modellemeye yönelik çok az girişim olmuştur. Neiser son makalesinde (Neiser 2020) bu soruya odaklanmak yerine Büyük Patlama'nın doğası, kuantum vakumu ve evrenin kökeni hakkında hipotezler önermektedir. Neiser, antimaddenin itici bir kütleçekim etkisine sahip olabileceğini ve bunun da birbirini iten nötrino yıldızlarının ve antinötrino yıldızlarının oluşumuna yol açabileceğini düşünmektedir. İlksel antimadde itiminin benzer yönleri Benoit-Lévy ve arkadaşları tarafından 2012'de ((Benoit-Lévy ve Chardin 2012)) belirtilmiş, ancak daha fazla gerekçe gösterilmemiştir. Heald, makalesinde (Heald 2020), Dipol İtici tarafından itilen ve Shapley Çekici tarafından çekilen Laniakea'nın durumundan bahseder. Bir kez daha, madde ve antimadde arasındaki itme fikri, evrenin büyük ölçekli yapısı ve boşlukların organizasyonu için olası bir açıklama olarak önerilmektedir. Bununla birlikte, büyük boşluktaki merkezi nesne için somut bir model verilmemekte ve yayılan ışığın yokluğu açıklanamamaktadır. 2018'de Vuyk makalesinde (Vuyk 2018) varsayımsal bir beşinci kuvvetin varlığını öne sürerken, Hoffman ve arkadaşları gözlemsel verilerle tutarlı bir karanlık madde dağılımını yeniden yapılandırmak için sayısal simülasyonlar kullanmaktadır ((Hoffman et al. 2018)). Bu araştırmalardan iki açıklayıcı şema ortaya çıkıyor: biri gözlemlenemeyen itici antimaddeden oluşan varsayımsal nesnelere içeriyor, diğeri ise karanlık madde dağılımında bir tutarsızlık olduğunu öne sürüyor. Gözlemler, evrenin genişlemesinin hızlandığını ve bunun da negatif basınçlı bir bileşenin varlığına işaret ettiğini ortaya koymuştur ((Perlmutter et al. 1999), (Riess et al. 2004), (Schmidt et al. 1998)). Bu fenomeni açıklamak için önerilen bir model, karanlık madde ve karanlık enerjinin pozitif kütleli bileşenler üzerindeki itici etkilerini birleştirerek bu anti-yerçekimsel etkilere katkıda bulunabilecek negatif kütlelerin varlığını öne sürmektedir. Bu hipotez, (Petit 1995) (Petit ve D'Agostini 2014a) (Petit ve D'Agostini 2014b) (Petit, D'Agostini ve Debergh 2018) (Petit, D'Agostini ve Debergh 2019) (Petit ve D'Agostini 2021a) (Petit ve D'Agostini 2021b) referanslarına karşılık gelen çalışmaların merkezinde yer almaktadır.

3.3.3 Karanlık Madde Boşlukları ile Yorumlama

Bir karanlık madde boşluğunun gözlemlenen itici etkiyi üretme olasılığını araştıralım. Karanlık maddenin düzgün bir dağılımı içinde küresel bir boşluk düşünerek başlayabilir ve bu sistemi analiz etmek için Poisson denklemini kullanabiliriz:

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} = 4\pi G \rho_{dm}$$

Bu denklem doğrusaldır ve yerçekimi potansiyelini yoğunluğun bir fonksiyonu olarak tanımlar. İki yoğunluk dağılımını üst üste bindirerek ρ_1 ve ρ_2 ortaya çıkan yerçekimi potansiyeli, bu iki dağılımla ilişkili potansiyellerin toplamıdır: $\psi = \psi_1 + \psi_2$.

Düzgün bir yoğunluk dağılımı düşünüldüğünde ρ_{dm}^{unif} bir potansiyel elde ederiz ψ_1 Poisson denkleminin çözümü olan :

$$\psi_1 = \frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3} \quad \text{et} \quad \vec{g}_1 = -\frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

Şimdi, zıt yoğunluğa eşit bir hacim ekleyerek $-\rho_{dm}^{unif}$ bir potansiyel yaratıyoruz ψ_2 Bu da aşağıdaki Poisson denkleminin çözümüdür:

$$\frac{d^2\psi_2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi_2}{dr} = -4\pi G \rho_{dm}^{unif}$$

Bu çözüm :

$$\psi_2 = -\frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3}, \quad \vec{g}_2 = \frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

Bu şekilde, aynı yerçekimi alanını ancak zıt bir işaretle elde ederiz. Bu nedenle iticidir ve kürenin merkezine olan uzaklıkla orantılıdır.

Daha sonra, bu iki dağılımla ilişkili kütleçekim potansiyellerini hesaplayarak, ortaya çıkan kütleçekim potansiyelinin vakum içinde sıfır olduğunu gözlemleyebiliriz. Başka bir deyişle, karanlık maddenin düzgün dağılımının uyguladığı çekim kuvveti, vakumu oluşturan zıt yoğunluğun uyguladığı çekim kuvvetiyle tam olarak dengelenir:

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

Ancak, koordinatların orijini olarak seçilen konum ne olursa olsun, yerçekimi alanı vakum içinde sıfırdan farklı kalır. Bu da yerçekimi kuvvetinin mükemmel bir şekilde dengelenmediği anlamına gelir ki bu da vakumun itici bir yerçekimi alanı yarattığı fikriyle çelişiyor gibi görünmektedir.

Bu paradoksu çözmek için Poisson denklemini, yerçekimi potansiyelini Lorentz metriğinin bir pertürbasyonu cinsinden tanımlayan Einstein denkleminin durağan bir durumda doğrusallaştırılmış versiyonu olarak düşünölmelidir:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \varepsilon \gamma_{\mu\nu}$$

Klasik hesaplama uygun yoğunluk için şunları verir ρ_0 ((Adler, Bazin ve Schiffer 1975)) :

$$\varepsilon \sum_{i=0}^3 \gamma_{00|i|i} = -\chi \rho_0$$

Not: Bölüm 2.3.6'da incelenen zayıf alan limiti bağlamında, denklem (26) zaman bileşeninin uzamsal ikinci türevlerini ilişkilendirir γ_{00} metrik tensörün yerel kütle-enerji yoğunluğu ile temsil edilen yerçekimi kaynaklarına ρ_0 . Bu, uzay-zaman eğriliğinin kütle-enerji dağılımına nasıl tepki verdiğini anlamamıza yardımcı olurken, bu iki unsur arasında kesin bir ilişki kurmamızı sağlar.

Böylece, yerçekimi potansiyeli (27) ile tanımlanır:

$$\psi = -\frac{c^2}{2} \varepsilon \gamma_{00}$$

O halde, (26) Poisson denklemi ile özdeşleştirilebilir. Ancak bu yaklaşım karanlık maddenin sonsuz tekdüze dağılımına uygulanamaz. Sonuç olarak, tekdüze bir madde dağılımı içinde bir kütleçekim potansiyeli tanımlamak imkansızdır, çünkü kütleçekim kararsızlığı vakuaların değil kümelerin oluşumuna yol açma eğilimindedir ve bu tür vakuaların oluşumu için net bir çerçeve yoktur.

3.3.4 Janus Kozmolojik Modeli kullanılarak yorumlama

Şimdi iki varlık arasındaki etkileşimi ele alalım: pozitif kütleli sıradan madde, kütleçekimsel etkiler yoluyla negatif kütle ile etkileşime giriyor. Negatif kütleli içeren bu model hem karanlık maddenin hem de karanlık enerjinin etkisini hesaba katar.

Bu iki varlık sistemini aşağıdaki metriklerle tanımlayabiliriz g ve h . Bırakın G ve H karşılık gelen Ricci skalerleri olsun. Daha sonra aşağıdaki iki katmanlı eylemi ele alacağız:

$$A = \int_{\mathcal{E}} \left(\frac{1}{2\Gamma(g)} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\mathcal{E}} \left(\frac{\kappa}{2\Gamma(h)} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x$$

Şartlar $S_{(g)}$ ve $S_{(h)}$ iki kuruluşun nüfuslarıyla ilgili kaynak terimleri verirken, terimler $S_{(h,g)}$ ve $S_{(g,h)}$ etkileşim tensörlerini oluşturacaktır. $\Gamma^{(g)}$ ve $\Gamma^{(h)}$ her bir varlık için Einstein sabitleridir. İçin $\kappa = \pm 1$ en az eylem ilkesini uyguluyoruz. Bu eylemin Lagrangian türevi bize :

$$\begin{aligned} 0 &= \delta A \\ &= \int_{\mathcal{E}} \delta \left(\frac{1}{2\Gamma(g)} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\mathcal{E}} \delta \left(\frac{\kappa}{2\Gamma(h)} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x \\ &= \int_{\mathcal{E}} \delta \left[\frac{1}{2\Gamma(g)} \left(\frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta \sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} \right] \delta g^{\mu\nu} \sqrt{|g|} d^4x \\ &\quad + \int_{\mathcal{E}} \delta \left[\frac{\kappa}{2\Gamma(h)} \left(\frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta \sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} \right] \delta h^{\mu\nu} \sqrt{|h|} d^4x \end{aligned}$$

Herhangi bir varyasyon için $\delta g^{\mu\nu}$ ve tüm varyasyonları $\delta h^{\mu\nu}$ yerel olarak elde ederiz:

$$\frac{1}{2\Gamma(g)} \left(\frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta \sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = 0$$

$$\frac{\kappa}{2\Gamma(h)} \left(\frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta \sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = 0$$

Aşağıdaki tensörleri tanıtalım:

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{(g,g)} &= -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu}S_{(g)} \\
T_{\mu\nu}^{(h,h)} &= -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu}S_{(h)} \\
T_{\mu\nu}^{(h,g)} &= -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} \\
T_{\mu\nu}^{(g,h)} &= -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}}
\end{aligned}$$

Genel görelilikte kovaryant türev, kısmi türev kavramını eğri uzaylara genelleştirmenin bir yoludur. Sıradan bir kısmi türevin aksine, kovaryant türev uzay-zamanın eğriliğini hesaba katar.

Sonra, bir tensör için $A_{\nu\sigma}^\rho$ bir indeks boyunca kovaryant türevi μ ifadesi ile verilmektedir:

$$\nabla_\mu A_{\nu\sigma}^\rho = \partial_\mu A_{\nu\sigma}^\rho + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho A_{\nu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda A_{\lambda\sigma}^\rho - \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda A_{\nu\lambda}^\rho$$

Bu nedenle aşağıdaki iki ifadeyi çıkarabiliriz:

$$\nabla_\mu \delta\Gamma_{\nu\sigma}^\rho = \partial_\mu \delta\Gamma_{\nu\sigma}^\rho + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \delta\Gamma_{\nu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \delta\Gamma_{\lambda\sigma}^\rho - \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda \delta\Gamma_{\nu\lambda}^\rho$$

$$\nabla_\nu \delta\Gamma_{\mu\sigma}^\rho = \partial_\nu \delta\Gamma_{\mu\sigma}^\rho + \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \delta\Gamma_{\mu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\nu\mu}^\lambda \delta\Gamma_{\lambda\sigma}^\rho - \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda \delta\Gamma_{\mu\lambda}^\rho$$

NB:

- (28b), (28a)'dan basitçe değiştirilerek elde edilir μ ve ν .
- Terim $\partial_\mu A_{\nu\sigma}^\rho$ tensörün sıradan kısmi türevidir. Eğer uzay-zaman düz olsaydı (Newton fiziğinde olduğu gibi), bu tensörün değişimini tanımlamak için yeterli olurdu.
- Christoffel sembollü terimler $\Gamma_{\mu\lambda}^\rho$, $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ ve $\Gamma_{\mu\sigma}^\lambda$ uzay-zamanın eğriliğini hesaba katan uzay-zaman bağlantısından kaynaklanan düzeltmeyi temsil eder. Aslında, eğri uzayda, bağlantı (Christoffel tarafından temsil edilen) Γ bir düzeltme getirmektedir. Bu düzeltme gereklidir çünkü teğet uzayın (tensörün içinde bulunduğu uzay) tabanları uzay-zamanın bir noktasından diğerine değişir. Yani, $\Gamma_{\mu\lambda}^\rho A_{\nu\sigma}^\lambda$ 'deki değişikliği düzelten terimdir. $A_{\nu\sigma}^\lambda$ yönde hareket ederken μ daha yüksek endeks için ρ . $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda A_{\lambda\sigma}^\rho$ ve $\Gamma_{\mu\sigma}^\lambda A_{\nu\lambda}^\rho$ alt endekslerdeki değişimden kaynaklanan katkıyı çıkaran terimlerdir ν ve σ . Bu terimler, kovaryant türevin tensör dönüşümü kurallarına uymasını sağlar.

Özet olarak, kovaryant türev ∇_μ Bir tensörün türevi, sıradan kısmi türevinin ve uzay-zaman geometrisindeki değişiklikleri telafi eden terimlerin bir kombinasyonudur. Tensörün türevinin kendisi bir tensör olacak şekilde inşa edilir,

bu durum sıradan kısmi türev için geçerli değildir.

Daha sonra, Riemann tensörü Christoffel sembolleri ile aşağıdaki denklem ile ilişkilidir:

$$R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \partial_{\mu}\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_{\nu}\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma}$$

NB: Riemann tensörü $R^{\rho}_{\sigma\mu\nu}$ genel görelilikte uzay-zamanın içsel eğriliğini tanımlayan matematiksel bir niceliktir. Christoffel sembollerinin kısmi türevleri ile Christoffel sembollerinin çarpımlarının toplamı arasındaki fark olarak tanımlanır. Terim $\partial_{\mu}\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma}$ Christoffel sembolünün kısmi türevidir $\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma}$ koordinatına göre x^{μ} . Bu terim, Christoffel sembolünün yöne doğru hareket ettikçe nasıl değiştiğini ölçer μ . Terim $\partial_{\nu}\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma}$ terimi ilk terime benzer, ancak kısmi türev farklı bir yönde alınır, x^{ν} . Şartlar $\Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma}$ ve $\Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma}$ terimleri, iki uzay-zaman bağlantısı arasındaki etkileşimi temsil eden iki Christoffel sembolünün çarpımını tanımlar. Bir yöndeki eğriliğin başka bir yöndeki eğriliği nasıl etkilediğini ölçer.

O zaman anladık:

$$\delta R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \partial_{\mu}\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_{\nu}\delta\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} + \delta\Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\delta\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \delta\Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\delta\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma}$$

Bu bize verir:

$$\delta R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \nabla_{\mu}\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \nabla_{\nu}\delta\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma}$$

Endeksleri daraltarak ρ ve σ Önceki bağıntıda, Einstein'ın tekrarlanan bir indeksin o indeks üzerinde örtük bir toplama anlamına geldiğini belirten toplama kuralını kullanarak, Palatini'nin özdeşliğini ((Tsamparlis 1978), (Palatini 1919)) sağlayan Ricci eğrilik tensörünün varyasyonunu ifade edebiliriz:

$$\delta R_{\sigma\nu} = \delta R^{\rho}_{\sigma\rho\nu} = \nabla_{\rho}(\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma}) - \nabla_{\nu}(\delta\Gamma^{\rho}_{\rho\sigma})$$

NB: Genel görelilikte, uzay-zamanın geometrisi metrik tensör adı verilen bir nicelikle tanımlanır ve şu şekilde gösterilir $g_{\mu\nu}$. Bu tensör, uzay-zamandaki mesafeler ve açılar hakkındaki tüm bilgileri içerir.

Ricci skaleri, şu şekilde gösterilir Rbelirli bir noktada uzay-zamanın eğriliğinin bir ölçüsüdür. Ricci tensörünün bileşenlerinin toplanması (veya daraltılması) ile hesaplanır $R_{\sigma\nu}$ metrik tensör ile $g^{\sigma\nu}$. Matematiksel olarak, Ricci tensörü ve metrik tensör matrislerini çarpmak ve ardından köşegen boyunca terimleri toplamak gibidir.

Buna ek olarak, metrik tensörün kovaryant türevinin sıfıra eşit olması gerekir, yani $\nabla_{\sigma}g^{\mu\nu} = 0$. Başka bir deyişle, uzayzamanda hareket ederken, mesafeleri ve açıları ölçme şekliniz değişmez. Bu, genel görelilikte uzayzamanın temel bir özelliğidir ve küresel eğrilik ne olursa olsun, hareket ettiğinizde yerel geometrinin değişmediğini gösterir.

Özetlemek gerekirse, Ricci skaler R skaler bize bir noktada uzayzamanın eğriliği hakkında bir fikir verir ve gerçek şu ki $\nabla_{\sigma}g^{\mu\nu} = 0$ Genel eğrilik ne olursa olsun, biz hareket ettikçe

uzayzamanın şeklinin tutarlı kalmasını garanti eder, yani bu tutarlılık, metriğin Levi-Civita bağlantısıyla uyumluluğu tarafından sağlanır, bu da uzunluk ve açı gibi geometrik kavramların uzayzaman boyunca taşınırken sabit kalmasını garanti eder.

O zaman şu sonucu çıkarabiliriz:

$$\begin{aligned}
\delta R &= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu} \delta R_{\sigma\nu} \\
&= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu} \left(\nabla_\rho (\delta \Gamma_{\nu\sigma}^\rho) - \nabla_\nu (\delta \Gamma_{\rho\sigma}^\rho) \right) \\
&= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho (g^{\sigma\nu} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^\rho) - g^{\sigma\nu} \nabla_\nu \delta \Gamma_{\rho\sigma}^\rho \\
&= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho (g^{\sigma\nu} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^\rho - g^{\sigma\rho} \delta \Gamma_{\mu\sigma}^\mu) \\
&= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho B^\rho
\end{aligned}$$

Not: Yukarıdaki hesaplama için iki kuralı dikkate almamız gerekmektedir:

- Kovaryant türevin özellikleri ve Leibniz'in kuralı (türevin çarpımı için kural). Leibniz'in kovaryant türev için kuralı sıradan türev için olana benzer ve aşağıdaki gibi yazılır:

$$\nabla_\rho (AB) = (\nabla_\rho A)B + A(\nabla_\rho B)$$

nerede A ve B skaler, vektör veya tensör alanları olabilir.

- Daha önce belirtildiği gibi, tekrarlanan indisler Einstein'ın toplama kuralına göre sessiz indisler olarak adlandırılır. Aslında, bir değişkenin alt simgesi bir terimde bir kez üst konumda ve bir kez alt konumda olmak üzere iki kez görüldüğünde, bunun alt simgenin alabileceği tüm olası değerler üzerinde bir toplama anlamına geldiğini hatırlamakta fayda vardır. Örneğin $A^\mu B_\mu$ ima eder $\sum_\mu A^\mu B_\mu$. Christoffel sembollerini göz önünde bulundurun $\Gamma_{\mu\sigma}^\mu$ ve $\Gamma_{\rho\sigma}^\rho$. Bu ifadelerde, indisler μ ve ρ Einstein'ın toplama kuralına göre sessiz indislere örnektir. Bu şu anlama gelir $\Gamma_{\mu\sigma}^\mu$ burada toplam, tüm olası değerler üzerinden gerçekleştirilir. μ ile aynıdır $\Gamma_{\rho\sigma}^\rho$ burada toplam, tüm olası değerler üzerinden gerçekleştirilir. ρ . Böylece toplama indislerini uygulayabiliriz $(\rho, \nu) \rightarrow (\mu, \rho)$ son dönemde.

İki farklı şekilde hesaplandığında, :

$$\begin{aligned}
\nabla_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu) &= \nabla_\mu (\sqrt{|g|}) B^\mu + \sqrt{|g|} \nabla_\mu (\delta B^\mu) = \sqrt{|g|} \nabla_\mu \delta B^\mu + 0 = \sqrt{|g|} \nabla_\mu \delta B^\mu \\
\nabla_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu) &= \partial_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu) + \Gamma_{\mu\nu}^\mu \sqrt{|g|} \delta B^\nu = \partial_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu) + 0 = \partial_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu)
\end{aligned}$$

NB: Benzer şekilde, metrik tensörün determinantının türevi, şu şekilde temsil edilir $\sqrt{|g|}$ kovaryant olarak alındığında da sıfırdır, yani $\nabla_\mu \sqrt{|g|} = 0$. Bu son özellik hacim integrallerinin ifadesini basitleştirir ve eğri uzayzamanda ıraksama teoreminin uygulanması için temeldir.

Sonra, şu sonucu çıkarabiliriz:

$$\sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu = \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu)$$

Şimdi şu katkıları göz önünde bulunduralım $\sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu$ eylemde. Bırakın n^μ 'ye normal bir birim vektör olsun. $\partial\mathcal{E}$, $\varepsilon = n^\mu n_\mu$ ve y^a sınıra uyarlanmış koordinatları temsil eder $\partial\mathcal{E}$ ve h_{ab} tarafından indüklenen metrik g_{ab} sınırdadır. Elimizde $|\varepsilon| = 1$ ve $\sqrt{|h|}d^3y$ boyutunda bir hacim formudur ($n - 1$) sınırdadır, ile $h = \det(h_{ab})$. Stokes teoremine göre, :

$$\begin{aligned}\int_\varepsilon\sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu\sqrt{-g}d^4x &= \int_\varepsilon\partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu)d^4x \\ &= \int_{\delta\mathcal{E}}\varepsilon\delta B^\mu n_\mu\sqrt{|h|}d^3y\end{aligned}$$

Metriğin sınırdaki değişmediğini (ya da sınır olmadığını) varsayacağız. Bu durumda, terim $\nabla_\mu\delta B^\mu\sqrt{-g}$ eyleme katkıda bulunmaz, bu yüzden :

$$\frac{\delta R}{\delta g^{\mu\nu}} = R_{\mu\nu} + \frac{\nabla_\rho B^\rho}{\delta g^{\mu\nu}} \approx R_{\mu\nu}$$

Ancak, aşağıdaki sonuçlara göre $a = \frac{1}{2}$ Elimizde:

$$\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}$$

O halde çıkarım yapabiliriz:

$$\frac{R\delta\sqrt{-g}}{\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu}} = -\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$$

Not: Yukarıdaki hesaplamalar için iki şeyi açıklamamız gerekiyor:

- Metrik tensörün determinantındaki değişim, şu şekilde gösterilir δg metrik tensörün kendi varyasyonu ile ilgilidir, $\delta g_{\mu\nu}$ ilişki aracılığıyla $\delta g = g g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu}$ nerede g metrik tensörün determinantıdır ve $g^{\mu\nu}$ onun tersidir. Bu ilişki, determinantların matematiksel özelliğinden kaynaklanır; bir determinantın türevi, matrisin tersi ile matrisin türevinin çarpımının izi ile çarpılan determinant olarak ifade edilebilir. Küçük bir varyasyon durumunda, metrik tensörün negatif determinantının karekökünün varyasyonu, $\delta\sqrt{-g}$ tarafından verilir $\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu}$. Bu formül, Einstein alan denklemlerini Einstein-Hilbert eyleminden türetmek için gereklidir, çünkü eylemin dört boyutlu uzay-zaman çeşitliliği üzerinde entegre edilmesini sağlar.
- Çalışmamızda, önemli bir hesaplamayı basitleştirmek için Stokes teoremini kullanıyoruz. Bu teorem, bir vektör alanının üç boyutlu bir bölge üzerindeki türevinin integrali ile aynı vektör alanının bu bölgenin sınırı boyunca integrali

arasında ilginç bir ilişki kurar.

Basit bir örnek düşünün: uzayda kapalı bir yüzey hayal edin (bir kürenin yüzeyi gibi). Bu yüzeyin içindeki bir şeyi (örneğin, bir alanın değerlerinin toplamını) hesaplamak istiyorsak, Stokes teoremi bunu sadece yüzeyin kendisinde neler olup bittiğini inceleyerek yapmamızı sağlar.

Hesaplamamızda sunduğumuz Denklem (29) bu fikri takip etmektedir. Bize bir alanın türevinin integralinin ($\nabla_\mu \delta B^\mu$) dört boyutlu bir bölge üzerinde (\mathcal{E}) başka bir alanın diverjansının integraline eşdeğer olabilir ($\sqrt{|g|} \delta B^\mu$) aynı bölge üzerinde (\mathcal{E}). Bu eşdeğerlik, metrik ve dört boyutlu bir hacim elemanı (d^4x).

Daha sonra, denklem (30) bölgenin sınırına götürülerek ifadeyi daha da basitleştirir ($\delta \mathcal{E}$). Bize bu denkleğin sınır boyunca bir integral olarak ifade edilebileceğini gösterir ($\delta \mathcal{E}$), normal vektörleri kullanarak (n_μ) bu sınıra ve üzerinde indüklenen metriğe ($\sqrt{|h|} d^3y$). Başka bir deyişle, bu denklem, bölgemizin içinde neler olup bittiğini hesaplamak zorunda kalmadan bölgemizin yüzeyinde neler olup bittiğini anlamamızı sağlar.

Kısacası Stokes teoremi, bir bölgenin içindeki olayların, o bölgenin sınırında neler olup bittiğini inceleyerek nasıl anlaşılabilirliğini göstererek hesaplamalarımızı rasyonelleştirmemizi sağlar. Bu matematiksel hile, bu karmaşık problemleri çözmek için çok önemlidir.

(31a) ve (31b) denklemlerinden 'yi elde ederiz:

$$\sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} \frac{-2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(h,g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu} S_{(h,g)}$$

$$\sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} \frac{-2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(g,h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu} S_{(g,h)}$$

(32a) ve (32b)'de tanıtilan, (33)'ü dikkate alarak, böylece iki varlığın sistemini tanımlayan birleşik alan denklemlerini çıkarabiliriz:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = \kappa \Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

Nerede $T_{\mu\nu}^{(h,g)}$ ve $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$ "indüklenmiş geometriye" karşılık gelen iki varlık sisteminin etkileşim tensörleridir, yani evrenin bir katmanındaki her bir madde dağılımının diğerinin geometrisine katkıda bulunma şekli (pozitif ve negatif kütlelerin popülasyonları arasındaki etkileşim). Bu sistem, aşağıdaki bağıntı ile ifade edilen Bianchi koşullarına uymalıdır:

$$\nabla_{\mu}^{(g)} T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \nabla_{\mu}^{(h)} T_{\mu\nu}^{(g,h)} = 0$$

Varlıkların içindeki sıvıların g ve h mükemmeldir ve enerji yoğunlukları aşağıdaki kaynak tensörlerine karşılık gelir:

$$T_{\mu\nu}^{(g,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(h,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h)} \end{pmatrix}$$

Biz alacağız $\{\alpha^{(g)} > 0, \beta^{(g)} > 0\}$ ve $\{\alpha^{(h)} < 0, \beta^{(h)} < 0\}$. Etkileşim yasalarının, aynı varlığa ait iki parçacığın birbirini çekeceği, farklı varlıklara ait olduklarında ise birbirlerini itecekleri şekilde olmasını sağlayacağız.

Şimdi etkileşim tensörlerini tanıtalım:

$$T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h,g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h,g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h,g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h,g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g,h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g,h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g,h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g,h)} \end{pmatrix}$$

Newton yaklaşımı altında istenen etkileşim yasalarını elde etmek için şunları seçmeliyiz $\kappa = -1$. Bu durumda denklem sistemi şu hale gelir:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right) = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right) = -\Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

3.3.4.1 Durağan olmayan, homojen ve izotropik bir sistem için doğrulama

Birleştirilmiş alan denklemleri (34a) ve (34b) tarafından yapılandırılan bimetric evrenin homojen ve izotropik olduğunu varsayarsak, Robertson-Walker metriği (Adler, Bazin ve Schiffer 1975) 'e göre olur:

$$(ds^{(f)})^2 = (c^{(f)})^2 dt^2 - (a^{(f)})^2 \left[\frac{dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)}{\left(1 + k^{(f)} \frac{r^2}{4}\right)^2} \right] \quad \text{où } f \in \{g, h\}$$

Şuna dikkat edin $a^{(f)}$ ölçeklendirme faktörüdür, $k^{(f)}$, $c^{(f)}$ ve $\Gamma^{(f)}$ sırasıyla eğrilik indeksi, ışık hızı ve her bir varlık için Einstein sabitidir.

Bu metrikleri (34a) ve (34b) denklem sistemlerine basınçlarla dahil edersek $p^{(g)} \approx 0$ ve $p^{(h)} \approx 0$ aşağıdaki klasik denklem sistemini elde ederiz:

$$\frac{3}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} \left(\frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(g)}}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} = -\Gamma^{(g)} \left[\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]$$

$$\frac{2}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} \left(\frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(g)}}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} = 0$$

$$\frac{3}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} \left(\frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(h)}}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} = \Gamma^{(h)} \left[\Phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]$$

$$\frac{2}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} \left(\frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(h)}}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} = 0$$

(Adler, Bazin ve Schiffer 1975)'in klasik matematiksel yöntemleri uygulandığında, (35a), (35b), (35c) ve (35d) denklemlerinin uyumluluk koşulları 'yi verir:

$$3 \frac{da^{(g)}}{a^{(g)}} + \frac{d \left[\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]}{\left[\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]} = 0$$

$$3 \frac{da^{(h)}}{a^{(h)}} + \frac{d \left[\Phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]}{\left[\Phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]} = 0$$

Yani enerji (ve kütle) bir toz evren için korunur:

$$E = \rho^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^3 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2(a^{(h)})^3$$

Eğer elimizde :

$$\Phi = \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3, \quad \phi = \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3, \quad \phi = \Phi^{-1}$$

Birleştirilmiş alan denklemleri :

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left[T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3 T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right]$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \left[T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3 T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right]$$

Eğer her iki varlık da radyasyon tarafından domine ediliyorsa. Karışık mod etkileşim tensörü :

$$T_{\mu}^{v(f)} = \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_r^{(f)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p_r^{(f)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p_r^{(f)} \end{pmatrix}$$

ile

$$\begin{cases} \text{si } \rho_r^{(f)} > 0 \text{ alors } p_r^{(f)} > 0 \text{ pour } f = g \\ \text{si } \rho_r^{(f)} < 0 \text{ alors } p_r^{(f)} < 0 \text{ pour } f = h \end{cases}$$

NB:

- Kozmolojik bağlamda, enerji-impuls tensörü $T_{\mu}^{v(f)}$ evrendeki madde ve enerjinin dağılımını ve etkileşimini tanımlamak için kullanılır. Belirli bir alan için f zaman bileşeni $T_0^{0(f)}$ uzay-zamanın eğriliğinin önemli bir belirleyicisi olan enerji yoğunluğunu temsil eder. Mekânsal bileşenler $T_i^{i(f)}$ Öte yandan, uzay-zamanın yapısını da etkileyen uzaysal yönlerde uygulanan basıncı temsil eder. Evrenin her katmanı için bir tane olmak üzere iki farklı alanın dikkate alındığı bimetric bir modelde, ilişkili koşullar her bir alan için enerji yoğunlukları ve basınçlar arasındaki ilişkileri tanımlayarak bu varlıkların nasıl etkileşime girdiğini ve kozmik dinamikleri toplu olarak nasıl etkilediğini yansıtır.
- Evrenin izotropik ve homojen olduğu, yani fiziksel özelliklerinin yön ve konumdan bağımsız olduğu düşünüldüğünde, enerji-itki tensörü diyagonal formda ifade edilir. Standart kozmolojik model için temel olan bu varsayım kozmolojik ilke olarak bilinir (Bölüm 2.2.3). İzotropi, evrenin tüm yönlerde aynı görüldüğü anlamına gelir; madde veya enerji dağılımının farklı olduğu tercih edilen bir yön yoktur. Homojenlik, büyük ölçekte, evrenin her bölgesinin diğer herhangi bir bölgeye benzediği anlamına gelir. Sonuç olarak, tensördeki köşegen olmayan terimlerle temsil edilecek olan enine enerji ve momentum akışları, belirli bir yönde ayrıcalıklı bir hareket veya enerji akışı olmadığı için yoktur. Sadece uzaysal yönlerdeki enerji yoğunlukları ve basınçlar, ki bunlar tekdüzedir ve yöne göre değişmez, enerji-itki tensörünün matrisinde görünür ve köşegen şeklini açıklar.

Daha sonra, her bir varlık tarafından indüklenen radyatif basıncı tanıtarak :

$$p_r^{(g)} = \frac{\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2}{3}, \quad p_r^{(h)} = \frac{\rho_r^{(h)}(c^{(h)})^2}{3}$$

Daha sonra metrik tarafından taşınan varlığın h karanlık enerji ve karanlık madde olarak adlandırılan negatif kütlelere atfedilebilir ve bu kütleler radyatif fazda aynı durum denkleminde uyacaktır:

$$\beta^{(h)} = \frac{\alpha^{(h)}}{3}$$

Bu koşullar altında, korunum ilişkisi, ışınımsal formunda, her zaman iki enerjinin, foton gazının ve negatif kütlelerin enerjilerinin toplamının korunumu ile ifade edilir:

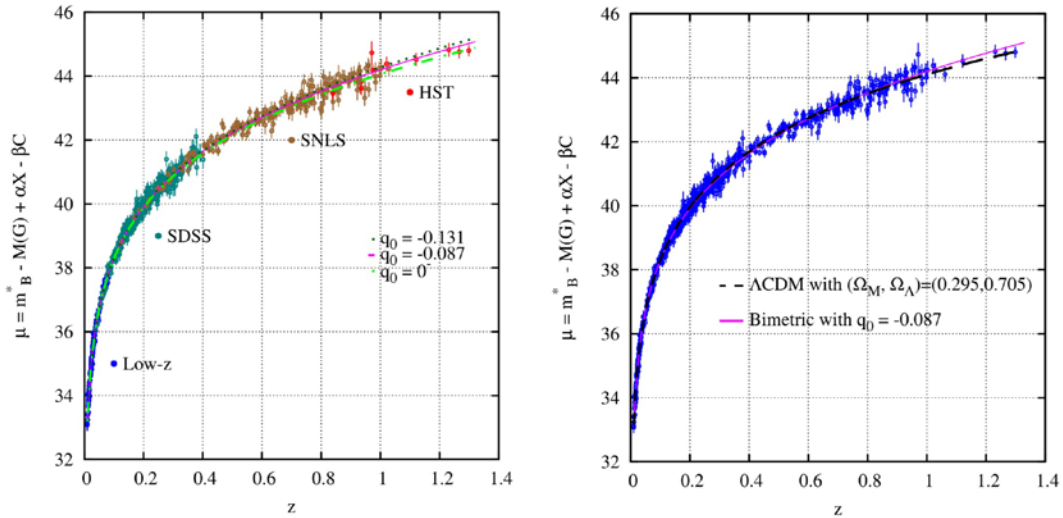
$$\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 + \alpha^{(h)}(a^{(h)})^4 = \rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 = \text{Constante}$$

Eğrilik indisleri için sistemin kesin çözümü $k^{(g)} = k^{(h)} = -1$ ve $\Gamma^{(f)} = -\frac{8\pi G}{c^4}$ nerede $f \in \{g, h\}$ aşağıdaki denklemlerin bir çözümü haline gelir:

$$a^{(g)2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} = \frac{\Gamma^{(g)}}{2} E$$

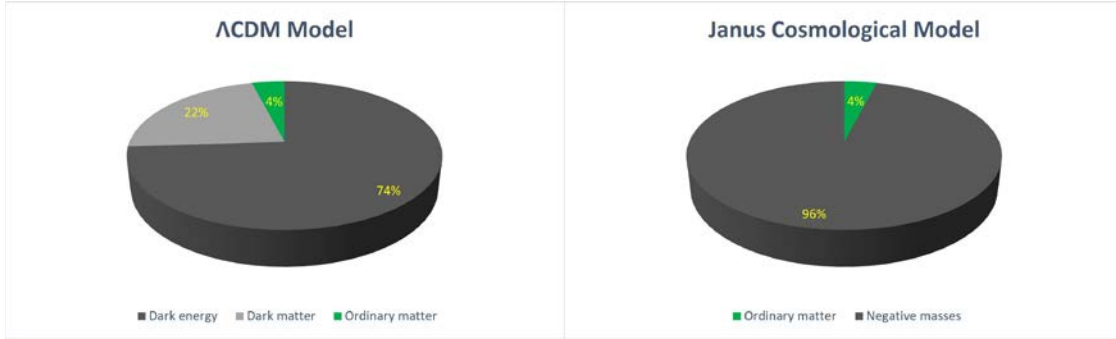
$$a^{(h)2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} = -\frac{\Gamma^{(h)}}{2} E$$

Eğer şunu varsayarsak $E < 0$ sonra $a^{(g)} > 0$ ve $a^{(h)} < 0$. Dolayısıyla evrenimizin görünen kısmının hızlandığı, negatif türlerin ise yavaşladığı sonucuna varabiliriz. Burada, ilk denklemin sağ tarafı pozitif hale geldikçe kozmik genişlemenin hızlanması olgusuna yol açan baskın negatif türlerin etkisini gözlemliyoruz ((Petit ve D'Agostini 2021b)) :



Şekil 3.11 - İki modelin Hubble diyagramı (doğrusal kırmızıya kayma)

Bu iki türlü sistem, karanlık madde ve karanlık enerjiye atfedilen etkileri, aşağıdaki diyagramda gösterildiği gibi, iki eylemi birleştiren negatif kütlelerden oluşan tek bir varlıkta birleştirmeyi mümkün kılar:



Şekil 3.12 - Evrenin M modelleri

3.3.4. 2Sabit bir sistemin yerel doğrulaması

Evreni incelerken, modelleri daha yönetilebilir hale getirmek için genellikle basitleştiririz. Yaygın bir basitleştirme, uzayın küçük bir bölgesini etkin bir şekilde boş ve kozmosun engin karmaşıklığından izole edilmiş olarak düşünmektir. Bu yaklaşım özellikle evrenin kendisinin değiştiği zaman ölçeklerinden çok daha kısa sürelerde meydana gelen olgularla ilgilendiğimizde kullanışlıdır. Bu gibi durumlarda 'zamandan bağımsız' metrikler kullanabiliriz, yani gözlemimiz sırasında uzayın yapısının zamanla değişmediğini varsayabiliriz.

Biraz karmaşıklık eklemek için bazen modele 'pertürbasyonlar' olarak bilinen şeyleri ekleriz. Bu pertürbasyonlar düşündüğümüz basit uzayda meydana gelen küçük değişikliklerdir. Küçük değişikliklerin veya pertürbasyonların sistemi nasıl etkileyebileceğini incelememize olanak sağlarlar. Bizim durumumuzda, bu pertürbasyonlar aşağıdaki gibi terimlerle temsil edilir $\gamma_{\mu\nu}^{(g)}$ ve $\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$. Bunlar uzayın geometrik yapısındaki küçük sapmaları ifade eder ve potansiyel olarak evrenin farklı yönlerini veya bileşenlerini temsil eder.

$$g_{\mu\nu}^{(g)} = \eta_{\mu\nu}^{(g)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(g)}, \quad g_{\mu\nu}^{(h)} = \eta_{\mu\nu}^{(h)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$$

Metrikler için, :

$$(ds^{(g)})^2 = (c^{(g)})^2 dt^2 - (a^{(g)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

$$(ds^{(h)})^2 = (c^{(h)})^2 dt^2 - (a^{(h)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

Kozmolojide, 'yarı-durağan koşullar'dan söz ettiğimizde, evrenin belirli yönlerinin incelediğimiz dönem boyunca nispeten sabit olduğunun varsayıldığı bir duruma atıfta bulunmuş oluruz. Daha spesifik olarak, bu bağlamda, evrenin boyutunun zaman içinde nasıl değiştiğini tanımlayan evrenin 'ölçek faktörlerinin' sabit olduğu varsayılır. Bu, belirli kısa vadeli olguları incelemek için faydalı bir yaklaşımdır.

Böyle bir senaryonun fiziğini araştırmak için, alan denklemlerinin '*seri açılımı*' olarak bilinen yöntemi kullanırız. Bu, karmaşık denklemleri daha basit, daha yönetilebilir parçalara ayırdığımız matematiksel bir tekniktir. Bununla birlikte, sadece en önemli kısımlara odaklanıyoruz - bu durumda, küçük ölçekli veya kısa vadeli senaryolar için sonuçlar üzerinde minimum etkiye sahip olduklarından, ikinci ve daha yüksek mertebeden terimleri göz ardı ediyoruz.

Ortaya çıkan iki basitleştirilmiş denklem, bu yarı durağan evrendeki pertürbasyonların davranışını tanımlamaktadır. Bu denklemler aşağıdaki gibi terimler içerir $\epsilon\gamma_{00}$ ve $\delta\rho$ Bunlar sırasıyla uzayın geometrisindeki ve maddenin yoğunluğundaki küçük değişiklikleri temsil eder.

$$\epsilon\gamma_{00|\beta|\beta}^{(g)} = -\Gamma^{(g)} \left[\delta\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}}\right)^3 \delta\rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]$$

$$\epsilon\gamma_{00|\beta|\beta}^{(h)} = \Gamma^{(h)} \left[\delta\rho^{(h)}(c^{(h)})^2 + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}}\right)^3 \delta\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 \right]$$

Buna ek olarak, evrenin her bir bileşeni için "*yerçekimi potansiyelleri*" tanımlıyoruz ve bunları şu şekilde gösteriyoruz $\psi^{(g)}$ ve $\psi^{(h)}$. Bu potansiyeller uzayın geometrisindeki değişikliklerle ilgilidir ve evrenin farklı bölgelerindeki veya bileşenlerindeki yerçekimi etkilerini anlamamanın anahtarıdır ([örneğin \(36\)](#)).

$$\psi^{(g)} = \frac{(c^{(g)})^2}{2} \epsilon\gamma_{00}^{(g)}, \quad \psi^{(h)} = \frac{(c^{(h)})^2}{2} \epsilon\gamma_{00}^{(h)}$$

'yi elde ederiz:

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(g)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = -\Gamma^{(g)} \frac{(a^{(g)})^2}{2} \left[\delta\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}}\right)^3 \delta\rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]$$

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(h)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = \Gamma^{(h)} \frac{(a^{(h)})^2}{2} \left[\delta\rho^{(h)}(c^{(h)})^2 + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}}\right)^3 \delta\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 \right]$$

Fizikte, özellikle de uzay ve evren çalışmalarında, bu bölüm [2.3.8](#) 'de gördüğümüz gibi, '*jeodezik denklemler*' nesnelere yerçekimi etkisi altında nasıl hareket ettiğini açıklar. Basit bir ifadeyle, bu denklemler bize bir nesnenin yalnızca yerçekiminin etkisi altında hareket ederken izleyeceği yolu söyler. Örneğin, gezegenlerin yıldızların yörüngesinde nasıl döndüğü ya da cisimlerin Dünya'ya nasıl düştüğü gibi.

Senaryomuzda, her biri kendine has özelliklere sahip iki farklı evren katmanı karşı karşıyayız. Sıradan madde evreni olarak düşünebileceğimiz ilk katman bir dizi kuralı takip eder. Karanlık madde ve karanlık enerji ile ilişkili negatif kütlelerin ikinci katmanı ise başka bir kurallar dizisini takip eder.

Aşağıdaki iki denklem, nesnelere bu iki farklı katmanda (sırasıyla sıradan madde katmanı ve negatif kütle katmanı) nasıl hareket edeceğini matematiksel olarak ifade etmenin bir yoludur. Bu denklemler fizikte yerçekimsel alanları tanımlamak için kullanılan klasik Poisson denklemine benzemektedir. Bununla birlikte, denklemlerin özel bir özelliği vardır - her katmandaki farklı 'ışık hızlarını' dikkate alırlar. Bu değişiklik, standart fizik anlayışımızın ötesine geçen teorileri keşfetmek için çok önemlidir.

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{dt^2} = - \frac{1}{(a^{(g)})^2} \frac{\partial \psi^{(g)}}{\partial \xi_\alpha}$$

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{dt^2} = - \frac{1}{(a^{(h)})^2} \frac{\partial \psi^{(h)}}{\partial \xi_\alpha}$$

Seçtiğimiz etkileşim yasaları, metrikler tarafından yapılandırılan katmanlardaki varlıkların g ve h birbirini dışlar (3.13).



Şekil 3.13 - Kütleler arası eylem yasaları

Sonuç olarak, iki varlıktan yalnızca birinin bulunduğu bir bölge düşünebiliriz. Metrik tarafından yapılandırılan referans çerçevesine odaklanarak g güneş sisteminde olduğu gibi sıradan madde ile doldurulduğunda, birleşik alan denklemleri sistemi şu şekilde basitleşir:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} T_{\mu\nu}^{(g,g)}$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)}$$

İlk denklem Einstein'ın kozmolojik sabiti içermeyen denklemi ile özdeşleştirilebilir Λ . Bu denklem sıradan madde için Standart Kütleçekim Modelini temsil eder. İkinci denklem "indüklenmiş geometri etkisi" olarak adlandırabileceğimiz şeyi yakalar. Yarıçaplı bir kürede sıradan maddenin varlığından etkilenen uzayın geometrisinin nasıl değiştiğini açıklar r ve yoğunluk $\rho^{(g)} = \rho$ negatif kütle katmanının jeodeziklerini etkiler. Sonuç olarak, bir katmandaki sıradan maddenin ikinci bir katmanda bulunan negatif kütlelerle etkileşime girdiği bu bimetrik modelin, yerel düzeyde genel göreliliğin standart testleriyle uyumlu olduğu sonucuna varabiliriz. Bununla birlikte, bu sistemin durağan ve homojen olmayan koşullar altında tutarlılığını doğrulamak hala çok önemlidir.

3.3.4.3 İlkel antimaddenin doğası

Sakharov'un (Sakharov 1967), (Sakharov 1980) ve (Sakharov 1979)'daki önerilerini izleyerek, evrenimizin ilk katmanındaki madde/antimadde çiftinin pozitif enerjili kuarklar ve antikuarklardan oluştuğunu varsayalım. Aynı zamanda, ikinci bir katmandaki

madde/antimadde çifti de negatif enerjili kuarklar ve antikuarklardan oluşacaktır. Eğer birinci katmandaki (birinci çift) madde sentezi daha hızlıyken, ikinci katmandaki (ikinci çift) antimadde sentezi daha yavaş olsaydı, bu durum dipol itici fenomeninin işaret ettiği gibi evrenin büyük ölçekli yapısındaki büyük boşlukların merkezinde yer alan nesnelere antimaddeden oluştuğu hipotezine yol açabilirdi. Bu antimadde, negatif enerjili, yani negatif kütleli antiprotonları, antinötronları ve antielektronları içerir ((J. M. Souriau 1997)). Bu sonuncular, ilkel radyatif evrede (evrenin başlangıcında) oluşan muazzam protostarlara benzer itici özelliklere sahip antihidrojen (hafif elementler) oluşan küresel nesnelere oluşturabilir.

Pozitif kütleli gözenekli ağı bu negatif yoğunluk alanını hapsederek kaynaşmalarını önler. Tersine, bu negatif kütle kümeleri, pozitif kütleler evrenindeki bu gözenekli ağı için bağlantı noktaları olarak hareket ederek genel istikrarı sağlar.

Pozitif kütleli yıldızlar başlangıçta 1000 ila 2000°C arasındaki sıcaklıklara kadar ısıtılmış küresel gaz kümelerine benzerler. Bu protostarlar yavaş yavaş soğuyarak esas olarak kırmızı ve kızılötesi spektrumlarında radyasyon yayarlar. Tam yıldızlara dönüşmek için, madde ve gazlar yerçekimsel büzölmeye uğramalı, termonükleer füzyon reaksiyonlarını başlatacak kadar yüksek sıcaklıklara ve yoğunluklara ulaşmalıdır. Bu büzölme süreci, yıldızın yüzeyinde görünür ışık da dahil olmak üzere elektromanyetik formda yayılan termal enerjiyi açığa çıkarır. Bu enerji salınımı yıldızın yarıçapının karesi ile orantılıdır. Daha büyük yıldızlar daha geniş yüzeylere sahiptir ve daha fazla ısı yayabilirler. Bununla birlikte, üretilen ısı miktarı yıldızın yarıçapının küpüyle orantılıdır ve hacmiyle bağlantılıdır. Dolayısıyla, çok büyük yıldızlar için soğuma hızı nispeten yavaş olabilir ve sıcaklığın, yıldızın parlamasını sağlayan termonükleer füzyon reaksiyonlarını tetiklemek için gerekli eşige ulaşması önemli bir zaman alabilir.

Pozitif dünyamızda, nükleer füzyon reaksiyonlarının bir protostarın kalbinde, sıcaklık yaklaşık 10 milyon santigrat derecelik bir optimuma ulaştığında başlayabileceği düşünülmektedir. Bu sıcaklıkta, protostardaki maddenin yoğunluğunu oluşturan hidrojen çekirdekleri, pozitif yükleri nedeniyle elektrostatik bariyeri aşmak için yeterli kinetik enerjiye sahip olurlar. Bu bariyer aşıldığında, hidrojen çekirdekleri birleşerek helyum oluşturabilir ve önemli miktarda radyan ve termal enerji açığa çıkar. Bu optimum sıcaklık, yıldızların karakteristik ışıltısını üreten daha verimli bir nükleer füzyon reaksiyonu sağlar.

Örneğin, çok büyük ve çok sıcak negatif kütleli bir protostarın füzyon reaksiyonlarının başlaması için yeterince soğuması uzun zaman alabilir, çünkü protostarın büzölme sürecinin yüzeydeki ısı kaybını telafi etmek için yeterli ısı üretmesi gerekir.

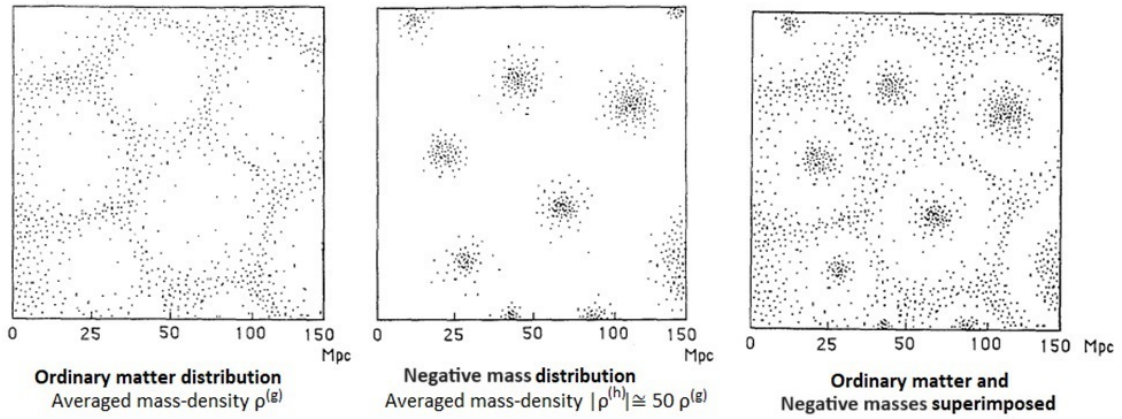
Sonuç olarak, bu çok büyük negatif kütleli protostarların soğuma süreleri o kadar uzundur ki asla tutuşmazlar (evrenin yaşını aşarlar). Sonuç olarak, negatif dünyada yaşamın

gelişmesi için gerekli olan hiçbir galaksi, hiçbir ağır element, hiçbir molekül ya da başka herhangi bir madde formu oluşamaz.

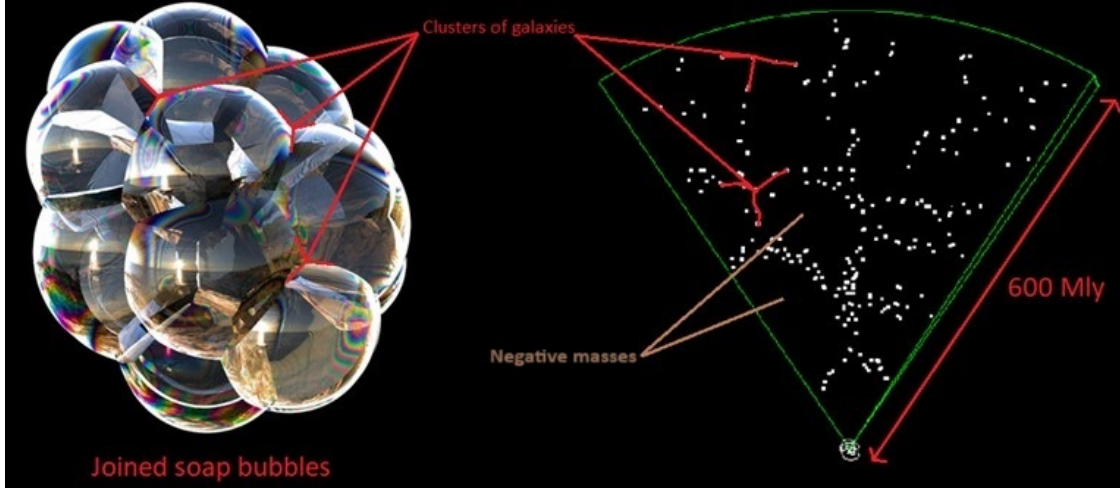
3.3.4. 4Dijital 2D simülasyonlar

İki boyutlu sayısal simülasyonlar, sıradan madde kümelerini temsil eden 5000 kütle noktasından oluşan iki set kullanılarak gerçekleştirilmiştir (nüfus yoğunluğu $\rho^{(g)}$) ve negatif kütleler (nüfus yoğunluğu $\rho^{(h)}$).

İki popülasyon arasında önemli bir asimetri korunmuştur. $|\rho^{(h)}|$ 'den çok daha büyük olması $\rho^{(g)}$. Buna ek olarak, Maxwellian 2D termal hız dağılımları her iki sete de uygulanmış ve negatif kütle dağılımının ortalama hızı sıradan maddeden dört kat daha yüksek olmuştur. Bu simülasyonlar, evrenin büyük ölçekli yapısındaki büyük boşlukların merkezlerinde negatif kütlelerin lacunar yapısını ortaya çıkarmıştır. Kot süreleri yoğunluğun karekökü ile ters orantılı olarak değiştiğinden, negatif kütle dağılımının gelişme süresi daha kısadır. Bu da düzenli bir sferoidal konglomeralar ağının oluşmasına yol açar. Bu nedenle sıradan madde dağılımı kalan alanı işgal etmeye zorlanır ve üç boyutlu simülasyonlarda bir dizi birleşik sabun köpüğüne benzer laküner bir yapıya yol açar. Bu model 1995 yılında Brennen tarafından da gözlemlenmiştir (Brennen 1995) (Şekil 3.14 ve 3.15), El-Ad tarafından 1997 yılında aktarılmıştır ((El-Ad, Piran ve Costa 1997)).



Şekil 3.14 - Sıradan Madde ve Negatif Kütlelerin Dağılımı $|\rho^{(h)}| \gg \rho^{(g)}$

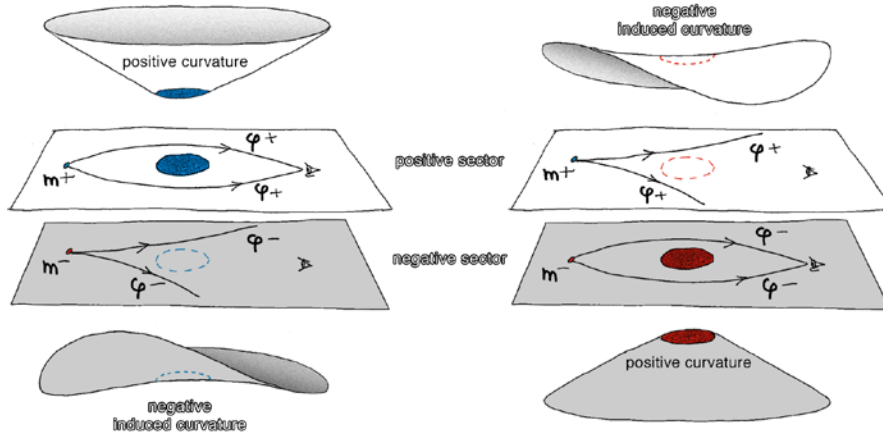


Şekil 3.15 - Sferoidal laküner yapı ture

Negatif kütle çerçevesinde, metrik tarafından yapılandırıldığı şekliyle, kütleçekimsel mercekleme fenomeni yoluyla bu referans çerçevesinin (negatif kütleli) neden olduğu geometrik etkiler dışında, potansiyel sayısal tahminlerle karşılaştırmak için gözlemsel verilerden yoksun olduğumuzu dikkate almak önemlidir $g_{\mu\nu}$.

Sonuç olarak, metrik tarafından yapılandırılan uzay-zamanda TOV (Tolman - Oppenheimer - Volkoff) diferansiyel denkleminin ((Adler, Bazin ve Schiffer 1975)) türetilen basınç $h_{\mu\nu}$ her zaman varsayımsal kalacaktır. Sonuç olarak, etkileşim tensörünü yapılandırmaya çalışmak pratik değildir $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$ ikinci alan denkleminin (34b). Gerçekten de, jeodezikleri hesaplayarak elde edilen sonuçları hiçbir zaman karşılaştıramayacağız. $h_{\mu\nu}$ Negatif kütleli parçacıkların hareketiyle ilgili gözlemsel verilerle. Bunun yerine, bir fonksiyonla çalışmak zorundayız $\beta(r)$ fonksiyonu (negatif basınçla bağlantılı olmayan) sadece bu referans çerçevesinde bir çözümün varlığını garanti etmek için. En önemli husus, etkileşim tensörünün kovaryant türevinin sıfır olmasını sağlamaktır (37).

İndüklenmiş geometrinin bu etkisini tam olarak anlamak için, kendimizi modelin iki bağlantılı alan denkleminin sahip sistem bağlamına yerleştirmemiz gerekir. Bunun 4 boyutlu bir hiperyüzeyi 2 farklı uzay-zaman katmanı ile ilişkili 2 metriğe göre yapılandırıldığını hatırlamak önemlidir. Her bir kütle tipi kendi metriğiyle ilişkilidir, bu da aşağıdaki şekil 3.16'da görülebileceği gibi, bir kütleliğin kendi metriğine göre (kütleliğin görünür enerji fotonları yaydığı yerde) uzay-zamanda her zaman pozitif bir eğrilik ve eşlenik metrikte (kütleliğin görünmez enerji fotonları yaydığı yerde) her zaman negatif bir eğrilik yarattığı anlamına gelir.



Şekil 3.16 - İndüklenmiş geometri etkisi

Şekil 3.16'nın solunda, pozitif evrene ait büyük mavi nesne pozitif bir eğrilik yaratmaktadır. Sonuç olarak, küçük bir pozitif kütleli nesnenin görüntüsü üzerinde pozitif bir kütleçekimsel merceklenme etkisi yaratır m^+ pozitif enerjili fotonlara neden olur ϕ^+ büyük mavi nesnenin etrafında. Ancak, bu büyük kütleli nesne negatif evrende negatif bir eğrilik yaratır. Sonuç olarak, görünmez olmasına rağmen, negatif evrendeki görünür kütleli nesnenin negatif olduğu hissedilir.

Tersine, Şekil 3.16'nın sağındaki büyük kırmızı nesne negatif evrene aittir. Kendi referans çerçevesine göre pozitif bir eğrilik yaratır (negatif bir eğrilik değil). Bu büyük kütleli nesne, enerji fotonları görünmez olsa bile, evrenimizde algılanan negatif bir eğrilik yaratır. Bu nedenle görünür kütleli nesnenin negatif olduğu sonucuna varıyoruz. Bunun nedeni, küçük bir kütleli nesnenin görüntüsü üzerinde negatif bir kütleçekimsel merceklenme etkisi yaratmasıdır m^+ pozitif enerjili fotonlara neden olur ϕ^+ kütleçekimsel etkisi her zaman mevcut olan görünmez büyük kütleli negatif nesnenin etrafında.

Negatif kütle kavramından birkaç sonuç çıkarabiliriz:

- Temel olarak, negatif kütle (ve dolayısıyla negatif enerji) yoktur. En azından, 'kütleli nesnenin negatifliği' (ve 'enerjinin negatifliği', çünkü ikisi açıkça bağlantılıdır) 'negatif kütleli bir parçacığın' içsel bir fiziksel özelliği değildir. Aslında, kütleli nesnenin 'negatifliği' ya da 'pozitifliği' basitçe bir gözlemci tarafından uzay-zamanda yerel olarak ölçülen bir eğrilik miktarıdır. Bu eğrilik, bu kütleli nesnenin ölçüldüğü hiperyüzey ya da metriğin referans çerçevesine göre değişir. Aslında, varlığı yalnızca uzay-zamanda neden olduğu eğrilikle ortaya çıkan görünür bir kütleli nesnedir.

Başka bir deyişle, evrendeki kütleli tüm parçacıklar yalnızca pozitif eğrilik yaratır. Kütleçekimsel kütleli nesnenin varlığı, benimsenen perspektife bağlı olarak zıttır (pozitif veya negatif): bir kütleli nesne uzay-zamanı kendi metriğinde bozar ve her zaman pozitif olan belirli bir miktar eğrilik yaratır. Bununla birlikte, bir gözlemcinin bu eğrilik negatif olarak algılayacağı bir evrende görünür kütleli nesne olarak algılanacaktır. Bu, alan

denklemlerinin birleşik doğasından kaynaklanır ve *eşlenik eğrilikler* adı verilen bir etkiye neden olur. "*Aynı kütlelinin iki zıt eğriliğe neden olması*" olarak tanımlanabilir.

Örneğin, bizim referans çerçevemizden görüldüğü şekliyle Dünya pozitif kütleyle sahiptir. Bilinmeyen bir süreçle, enerjinizi tersine çevirebildiğinizi (kütlenizi tersine çevirebildiğinizi) düşünün. Dünya (ve gökyüzündeki tüm yıldızlar) yok olacaktır çünkü artık pozitif enerji fotonlarını algılayamayacaksınız. Ancak yine de uzay-zamanda yaratmaya devam ettiği eğriliği algılayabilir ve ölçebilirsiniz. Bu ölçümü yaparak, artık görünmez olan Dünya'nın negatif kütleyle sahip olduğunu tespit edebilirsiniz.

Bununla birlikte, pozitif enerjilerin ve negatif enerjilerin farklı evrenleri yoktur. Bu sadece keyfi bir isimlendirme seçimidir. Bu ikisi eşdeğerdir. Geleneksel olarak, içinde yaşadığımız sektörü pozitif evren olarak adlandırıyoruz. Zaman okunun tersine dönmesi '*baş aşağı*' yaşamaya başladığımız ve gençleştığımız anlamına gelmez. Fiziksel olarak parçacık enerjilerinin tersine çevrilmesiyle kendini gösterir. Bir kez daha, bu tersine dönme göreceli bir gözlemdir. Pratikte, karşıt evrene doğru bir kayma anlamına gelir.

- Negatif enerjili parçacıkların (ve fotonlarının) kendi metriklerinin jeodeziklerini takip ettikleri için optik aletler tarafından tespit edilemeyeceğini belirtmek önemlidir $h_{\mu\nu}$ metriğimizin jeodeziklerinden farklı $g_{\mu\nu}$. Bu nedenle asla '*kesişmeyen*' iki jeodezik kümesi vardır. Pozitif enerjili ve negatif enerjili türler birbirlerini göremedikleri ve iki farklı jeodezik ailesi boyunca evrimleştikleri için, içinde buldukları iki uzay-zaman referans çerçevesine sırasıyla pozitif-kütle referans çerçevesi ve negatif-kütle referans çerçevesi denir. Dolayısıyla bunlar aynı 4 boyutlu hiperyüzey içinde, tek bir referans çerçevesi yerine iki bağlantılı alan denkleminin yapılandırılmış iki referans çerçevesidir. Bununla birlikte, negatif kütleler evrenimizle elektromanyetik olarak etkileşime girmedikleri ve foton alışverişi yapmadıkları için bizim için görünmez olsalar bile, uzay-zamanda zıt eğriliklere neden oldukları için varlıklarını yalnızca anti-yerçekimsel bir etki yoluyla ortaya koyarlar.
- Negatif kütleler evrende yaygındır, ancak oranları kendimizi içinde bulduğumuz uzay bölgesine göre değişir ve yalnızca yerçekimi karşıtı bir etki yoluyla istikrarına katkıda bulunmak için vardır. Evren, bu uzay-zamanda iki nokta arasındaki uzunluk ya da mesafeyi iki farklı şekilde ölçmemizi sağlayan iki metrik tarafından yapılandırılan tek bir uzay-zamanla tanımlanır ve iki farklı referans noktası kümesi (üç uzaysal referans noktası ve bir zamansal referans noktası) kullanılır. Öğretim amacıyla, bu uzay-zamanı, iki sayfasının her birinde iki farklı ızgara bulunan bir kağıt sayfası olarak düşünebiliriz.

3.3.5 Geleceğe bakış

Bir olguyu anlamaya yönelik bilimsel yaklaşım, onu yeniden üretme ve ölçme becerisi ile özetlenebilir. Örneğin patlayıcılar kullanarak çok kısa bir süre içinde on milyonlarca teslas mertebesinde elektromanyetik parametreler üreterek bu maddede önemli bir bozulmaya

yol açmanın mümkün olması koşuluyla, sonsuz küçüklükte bir madde miktarını tersine çevirerek kütle tersinmesi olgusunu laboratuvarında göstermenin oldukça mümkün olduğunu belirtmek önemlidir. Sovyetler Birliği 1950'lerde manyeto-kümülatif bir jeneratör ((Pavlovskii 1994)) kullanarak patlayıcılarla manyetik bir akıyı sıkıştırarak 100 milyon amper üretmişti. Bu durumda, Virgo ve Ligo lazer interferometreleri tarafından yayılan ve tespit edilen yerçekimsel dalgaları ölçerek bu kütle dönüşümünü göstermek mümkün olacaktır.

Görelilik Teorisi'nin Kuantum Mekaniği ile birleştirilmesi ancak kütleçekiminin kuantizasyonu ile mümkün olacaktır. Ancak, Einstein'ın alan denklemi temelde parçacıkları tanımlamadığı için, kütle-enerji eşdeğerliği dışında, Görelilik Teorisi'nde enerji kuantizasyonu kavramı yoktur. Bu nedenle sicim teorisi, Görelilik ve Kuantum Mekaniği arasındaki boşluğu doldurmak için kabul gören tek çağdaş yaklaşımdır. Ancak, bu yaklaşımın ardından bu birleşme mümkün değildir çünkü Kuantum Mekaniği kuvvetleri alanlar açısından ele alır ve bu alanlarda etkileşimi iletmek için bir parçacığa ihtiyaç vardır. Örneğin foton, elektromanyetik alanı ileten temel parçacıktır ve pozitif ve negatif elektrik yüklerinin dahil edilmesi sayesinde nicelleştirilmesi mümkündür. Öte yandan, sicim teorisinden yerçekimini iletmek için ortaya çıkan tek parçacık gravitondur, ancak bu sözde parçacık hiçbir zaman deneysel olarak gözlemlenmemiştir. Aslında, kuantum kütleçekimi kavramı bu modelde spekülasyon kalmaktadır. Kuantum ölçeğinde yerçekimini ölçmek için alternatif bir varsayım, etkileşimi iletmek için zıt işaretli elektrik yüklerine sahip foton modeline benzer şekilde, hesaplama modelinde itici özellikler sergileyen zıt işaretli kütlelerin varlığını düşünmek olacaktır.

4 Kozmoloji ve Parçacık Fizikine Katkı

4.1 Dinamik Gruplara Giriş

Dinamik Sistemler Teorisi, hareket ve zaman içindeki değişimin incelenmesine odaklanan bir matematik dalıdır. Sistemlerin başlangıç koşullarının ve üzerlerinde etkili olan dış güçlerin bir fonksiyonu olarak nasıl geliştiğini anlamayı amaçlar. *Semplektik Geometri*, dinamik sistemler teorisi ve diferansiyel geometrinin bir entegrasyonudur ve eğri uzayların şekillerini ve özelliklerini, özellikle de bu uzayların dış kuvvetlerin etkisi altında nasıl deforme olduğunu ve büküldüğünü inceler. Kökleri Hamilton mekaniğine dayanan bu alan, boyutların ölçülebilmesini sağlayan benzersiz bir yapıya sahip olan ve '*simplektik çeşitler*' olarak adlandırılan matematiksel nesnelere inceler. Uzunlukları ve açıları ölçmek için bir metrik tensör kullanan Riemann geometrisinin aksine, simplektik geometri alanları ölçmek için '*simplektik form*' adı verilen matematiksel bir form kullanır.

Jean-Marc Souriau simplektik topolojik geometrinin önde gelen öncülerindendir. Enerji ve momentum gibi temel fiziksel nicelikleri tamamen geometrik nesnelere dönüştürerek geometrik niceleme kavramını geliştirmiştir. Souriau'nun çalışmaları kozmolojik modelimizdeki zaman okunun tersine çevrilmesine fiziksel bir anlam kazandırmıştır ((Bergmann ve Einstein 1938), (Kaluza 1921)).

Grup nedir?

Matematiksel açıdan, belirli matrislerin diğer matrisler üzerinde etkili olduğunu ifade eder. Ama fiziksel olarak neyi temsil eder?

J-M Souriau'ya göre, bir grup taşınmak için yaratılmıştır ve taşıma yöntemi taşınan varlıktan daha önemlidir: *"Bana nasıl taşındığımı söyle, sana kim olduğunu söyleyeyim"*.

Ana odak noktamız, hem gruplar hem de diferansiyel çeşitler (n-boyutlu bir Öklid uzayına yerel olarak yansıtılmış 'eğri uzaylar') olan Lie gruplarıdır (bkz. (Bourbaki 2006)). Uzaydaki hareketleri ve dönüşümleri tanımlamak için gereklidirler. İki anahtar grup ortogonal grup $O(3)$ ve Öklid grubu $E(3)$ 'tür:

- **Ortogonal grup $O(3)$** , uzaydaki mesafeleri koruyarak üç boyuttaki dönüşleri ve simetrileri tanımlamak için kullanılır. Bir eksen etrafındaki dönüşleri ele alan $SO(3)$, rotasyon grubu olarak adlandırılan önemli bir alt grup içerir.
- **Öklid grubu $E(3)$** , dönüşler, simetriler ve **ötelemeler** gibi üç boyutlu hareketleri tanımlar. $O(3)$ ortogonal grubuna dayanarak, katı mekaniğinde bir nesneye uygulanan bir kuvvet ve bir torka ayrıştırılabilir. Bu, Pisagor teoreminin iki nokta arasındaki mesafeyi hesaplamak için kullanılabileceği bir gruptur. Bu grup, koordinatları olan bir noktayı x, y, z koordinatlarına sahip yeni bir noktaya x', y', z' . Bu dinamik grubun benzersiz özelliği, grup içinde değişmez geometrik nesnelere ailesi oluşturabilmesidir. Örneğin, ötelemeye maruz kalan bir doğru, doğru olarak kalır ve bu da onu tek boyutlu değişmez bir geometrik nesne yapar. Küre, üç boyutlu simetrik bir nesneye mükemmel bir örnektir. Eşsiz özelliği, merkezi etrafında döndüğünde değişmeden kalması ve dönme simetrisini göstermesidir. Geometrik açıdan bu, bir kürenin herhangi bir dönme hareketi sırasında kendi içinden geçtiği ve geometrik özelliklerini her noktada tutarlı bir şekilde koruduğu anlamına gelir. Fizikte, özellikle de genel görelilikteki uzay-zaman çalışmalarında, Schwarzschild çözümü önemli bir kavramdır. Kara delik gibi küresel olarak simetrik, dönmeyen bir kütleli cisim dışındaki yerçekimi alanını tanımlar. Einstein'ın alan denklemlerinin bir çözümü olan Schwarzschild metriği, Öklid geometrisinde gözlemlenen değişmezliğe benzeyen ancak genel göreliliğin kavisli uzayzamanına uygulanan zaman ve uzaydaki rotasyonlar ve çeviriler altında değişmezdir. Schwarzschild uzayzamanında jeodezikler, Schwarzschild metriği tarafından tanımlanan uzayzamanın eğriliği tarafından belirlenir. Bir jeodezik boyunca hareket eden bir nesne için, açısal momentumu ve uzayzamanın eğriliğine neden olan kütleyle göre enerjisi gibi belirli nicelikler korunur. Bu korunum, klasik mekanikteki korunum yasalarına benzer şekilde, uzay-zamanın simetrilerinin bir sonucudur.

Lie grupları bu nedenle mesafeleri ve uzunlukları koruyarak uzaydaki hareketleri tanımlar. Hareketli nesnelere geometrik özellikleri bir dönüşüm sırasında uzayda değişmeden kaldığında (mesafeler ve açılar) izometri gruplarıdır. Dönmeler, uzayın geometrik

özelliklerini değiştirmedikleri için üç boyutlu uzaydaki simetrilerin örnekleridir. Örneğin, bir küpü döndürmek köşeleri arasındaki mesafeleri değiştirmez. Başka bir deyişle, konumu değişmiş olsa bile nesnenin geometrik özellikleri değişmeden kalır.

Özel görelilik teorisine göre, üç boyutlu Öklid uzayında yaşamak yerine $[x, y, z]$ bir imza ile $(+ + +)$ Zamanın ayrı bir varlık olduğu yerde, aslında üç uzamsal boyutun bir zamansal boyuta dik olduğu dört boyutlu bir uzay-zamanda var oluruz $[t, x, y, z]$ Minkowski uzayı olarak adlandırılır ve imzası $(- + + +)$.

Bu uzayla ilişkili dinamik grup Poincaré grubudur. Fotonlar gibi kütesiz parçacıkların (hiçbir zaman hareketsiz olmayan ama her zaman ışık hızında hareket eden, hız açısından yerçekiminden etkilenmeyen, sadece enerji açısından değiştirilebilen) ve sıfır kütleli olmayan parçacıkların bir ailesi gibi belirli hareketlerin üretilmesine izin verir. Özel göreliliğe uygulanan bu dinamik grup, kütlelerin veya fotonların zaman okunun olası bir tersine çevrilmesiyle, yani geçmişten geleceğe veya tersine hareketini içerir ve matris formunda aşağıdaki gibi temsil edilebilir:

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Nerede L uzay-zaman koordinatlarının farklı eylemsiz referans çerçeveleri arasında nasıl değiştiğini açıklayan Lorentz grup matrisidir. Bu dönüşümler, uzaydaki dönüşlerin yanı sıra, birbirlerine göre sabit bir hızda hareket eden referans çerçevelerinin değişimleri olan Lorentz dönüşümlerini (boost) içerir. C 'deki uzay-zaman ötelemelerine karşılık gelen bir vektördür. $\mathbb{R}^{1,3}$.

Aslında, dinamik gruptaki elemanların yarısı zamanı tersine çevirir, yani bir kütle veya foton gibi bir uzay-zaman elemanını ele alırsak ve geçmişten geleceğe doğru zamansal bir hareket uygularsak, Poincaré grubunu kullanarak aynı hareketi ters yönde gerçekleştirebiliriz. Bu nedenle,

Souriau'nun "*Dinamik Sistemlerin Yapısı*" ((Kaluza 1921)) adlı

çalışmasındaki teorisine göre, dinamik grup fotonları veya kütleleri zaman okuyla ters yönde hareket ettirebiliyorsa, enerjileri ve dolayısıyla kütleleri de tersine çevrilebilir.

Not: Kısıtlı Poincaré grubu sadece Minkowski uzayının dört boyutunda geçmişten geleceğe doğru '*ortokron*' rölativistik hareketle ilgilendir. Matris formu Lorentz altmatrisini içerir L_0 aşağıdaki gibi:

$$\begin{pmatrix} L_0 & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Negatif enerji ve kütle ve zamanın zıt okuna sahip bu hareketleri artık Fiziğin bir parçası olarak görebilir miyiz? Ölçülebilir ya da gözlemlenebilirler mi?

Negatif enerjili parçacıklar negatif enerjili fotonlar yayarlar, bu nedenle optik olarak gözlemlenemez veya ölçülemezler. Ancak, karanlık enerjiye bağlı negatif basınç nedeniyle evrenin genişlemesinin hızlandığı gözlemlenmiş ve ölçülmüştür ((Perlmutter et al. 1999)). Basınç, birim hacim başına enerji yoğunluğudur.

Dolayısıyla evrenin genişlemesi doğrudan negatif enerjiyle bağlantılıdır. Bu da şu anda karanlık enerji ile karanlık madde olarak tanımlanan evrenin önemli bir kısmının bu genişlemeyi kütleçekim etkisi yoluyla etkilediğini göstermektedir. Dolayısıyla bu dinamik ve geometrik yaklaşım, karanlık maddenin kökeni ve doğasına dair bir cevap sunmaktadır. Negatif enerjiyle yüklü kütleler ya da fotonlar içerebilir.

4.2 Her Ters Çevirme Operatörü ile İlişkili Çeşitli Simetriler

Kısıtlı Poincaré grubu, Minkowski uzayının dört boyutunda göreceli hareketi ele alır. Poincaré grubu aşağıdaki matrise göre gruptur:

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

nerede C 'deki uzay-zaman ötelemelerine karşılık gelen vektördür. $\mathbb{R}^{1,3}$:

$$C = \begin{pmatrix} \Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

Minkowski uzayında noktalar üzerinde hareket eder:

$$\xi = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Bu 10 boyutlu grup, metriği tarafından tanımlanan bu uzayın izometri grubudur:

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Alt matrisine göre Lorentz grubu L uzaya ait \mathcal{L} dört bağlantılı bileşene sahiptir:

- \mathcal{L}_n nötr bileşen, ne uzayı ne de zamanı tersine çevirir.
- \mathcal{L}_s alanı tersine çevirir.
- \mathcal{L}_t zamanı tersine çevirir ama uzayı değil.
- \mathcal{L}_{st} hem uzayı hem de zamanı tersine çevirir.

İlk iki bileşen "*ortokron*" veya kısıtlı Lorentz grubu olarak bilinen alt grubu oluşturmak üzere bir araya getirilmiştir:

$$\mathcal{L}_o = \mathcal{L}_n \cup \mathcal{L}_s$$

Son iki bileşen, bileşenleri zamanı tersine çeviren "*antichrone*" setini oluşturur:

$$\mathcal{L}_a = \mathcal{L}_t \cup \mathcal{L}_{st}$$

Şunu unutmayın ki :

$$\mathcal{L}_t = -\mathcal{L}_s \quad \mathcal{L}_{st} = -\mathcal{L}_n$$

$$\mathcal{L}_{st} = -\mathcal{L}_n \quad \mathcal{L}_t = -\mathcal{L}_s$$

4.3 Lorentz dinamiği grubu

Matematikçi Jean-Marie Souriau tarafından başlatılan, dinamik bir grubun eşlenik eyleminin Lie cebirinin dualine uygulanması, fizikte izlenen yaklaşımın bazı yönlerine ışık tutmuştur. İki ortokron bileşeniyle sınırlandırılmış Lorentz dinamik grubu, ortaya çıkan değişmezlik özellikleri aracılığıyla özel göreliliğin yönlerini tercüme eder. 1970 yılında J-M Souriau, moment bileşenlerinin analizinin (nicelleştirilmemiş) bir spinin geometrik doğasını vurguladığını ortaya koymuştur ((J. M. Souriau 1964) (J. M. Souriau 1997)). Lorentz grubunun, grubun nötr elemanını içeren birinci nötr bileşeni ve P simetrisi ile eşanlamlı uzayı tersine çeviren ikinci enantiyomorfik bileşeni olmak üzere iki bağlantılı ortokron bileşeni vardır. Dinamik gruplar teorisinde, hareketler açısından bir sınıflandırma belirgin hale gelir. Bu aşamada, uzayı tersine çeviren bu unsurların etkisi, herhangi bir 'sağ' fotonun 'sol' fotona dönüştürülebildiği ışığın polarizasyonu olgusunda gösterilmektedir. Bu grup bir matris ailesi ile temsil edilebilir 4×4 Laksiyomatik olarak şu şekilde tanımlanır $L^T G L = G$ nerede L^T Lorentz matrisinin transpozesidir L ve G Minkowski metrik matrisidir ve bu bağlamda genellikle Gram matrisi olarak adlandırılır. Özel görelilikte, genellikle elemanları olan köşegen bir matris ile temsil edilir $\text{diag}(1, -1, -1, -1)$. Bu denklem, Lorentz dönüşümünün, özel görelilik teorisinin tutarlılığı için çok önemli bir koşul olan Minkowski skaler çarpımını koruduğu anlamına gelir.

4.4 Kısıtlı Poincaré Dinamik Grubu

Lorentz grubunun uzay-zaman öteleme grubuyla çarpımı, her zaman iki ortokron bileşeniyle sınırlı olan kısıtlı Poincaré dinamik grubunu oluşturmamızı sağlar. Anında, ilk olarak zamansal ötelemelerin alt grubuyla ilgili enerjiyi buluruz. Daha sonra uzaysal ötelemelerle bağlantılı olan impulsu buluruz; bu ikisi Lorentz grubunun etkisi altında enerji-impuls kuadri-vektörünün modülünün değişmezliği ile bağlantılıdır. Bu grupla ilişkili matris "ortokron" Lorentz alt matrisini içermelidir L_0 boyutun 3×3 yanı sıra çeviri vektörü C ve yapısını tamamlamak için ek bileşenler (bkz. (45)).

4.5 Kısıtlı Kaluza ve Janus Dinamik Grupları

Kısıtlı Poincaré grubuna beşinci boyut boyunca bir öteleme ekleyerek, *Kısıtlı Kaluza Grubu* ((Bergmann, Bergmann ve Einstein 1941), (Bergmann 1942), (Bergmann ve Einstein 1938), (Kaluza 1921), (Klein 1926)) olarak adlandırdığımız bir Lie grubu oluştururuz. Bu grup, 5-boyutlu Lorentzian çeşitliliği ile ilişkili 15-boyutlu Kaluza grubu değil, sadece ötelemeleri sayan yeni bir 5-boyutlu gruptur. Bu yeni boyut, impulsa elektrik yükü ile özdeşleştirilebilecek ek bir skaler verir q pozitif, negatif veya sıfır olan ve hala sayısallaştırılmamış olan. Daha sonra, bir skalere göre geometrik çeviriyi gösteriyoruz ϕ kütlelere değişmez bir elektrik yükü vererek. Ardından, beşinci boyutun tersine çevrilmesini yansıtan yeni bir simetri getirerek, skaler yükün tersine çevrilmesiyle eşanlamlı olarak q à $-q$ bağlı bileşen sayısını 2'den 4'e ikiye katlarız. Moment üzerindeki hareket daha sonra bu yeni simetriyi elektrik yükünün tersine çevrilmesine bağlar q . Böylece Dirac tarafından ortaya konan madde-karşıt madde simetrisini tercüme eden yük eşleniğinin geometrik modelini veya C Simetrisini üretiyoruz. Bu nedenle bu yeni uzantıyı *Kısıtlı Janus Grubu* olarak adlandırmak mantıklıdır.

4.6 Dinamik Janus Grubu

Önceki gruba *T Simetrisi* olarak tanımladığımız ve maddeyi negatif kütleyle sahip antimaddeye dönüştüren yeni bir simetri ekleyerek - *Feynman anlamında antimadde* diyebileceğimiz bir kavram - *Janus Dinamik Grubunu* oluşturuyoruz. Bu şekilde, zaman ve enerji özelliklerini koruyan '*ortokron*' ve zaman ve enerjiyi tersine çeviren '*antikron*' olmak üzere iki alt grupta toplanan bağlantılı bileşenlerin sayısını dörtten sekize çıkarıyoruz. Sonuç olarak, kütlelerin değişmez bir elektrik yükü ile donatılmasından oluşan geometrik çeviriyi vurguluyoruz. Dinamik gruplar teorisinde bir öncü olan Jean-Marie Souriau'nun 1970 gibi erken bir tarihte gösterdiği gibi ((J. M. Souriau 1964), (J. M. Souriau 1997)), bu yaklaşım görelî fiziğin ilerlemesine damgasını vuran kilit unsurlara tamamen geometrik bir nitelik kazandırmayı mümkün kılmıştır. İşte tüm simetri gruplarını yeniden yapılandırmanın mümkün olduğu Janus Dinamik Grubu ile ilişkili matris:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} (-1)^\mu & 0 & \phi \\ 0 & T^\lambda S^\nu L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in \{0,1\}, \phi \in \mathbb{R}, L \in \mathcal{L}, C \in \mathbb{R}^{1,3} \right\}$$

- **Simetri P:**

Uygulamak zorundayız $\mu = 0, \lambda = 0$ ve $\nu = 1$ o zaman elde ederiz :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Bu simetri operatörü, ortokron grubun ikinci bağlantılı bileşeninin bir elemanının dikkate alındığı uzayın tersine çevrilmesine karşılık gelir. Bir fotonun sarmallığını tersine çeviren, "*sağ fotonu*" "*sol fotona*" dönüştüren bu simetri, ışık kutuplaşması olgusuna karşılık gelir.

- **Simetri C:**

Uygulamak zorundayız $\mu = 1, \lambda = 0$ ve $\nu = 0$.

Elemandan başlayarak L_n ortokron kısıtlı Lorentz grubunun, elektrik yükünü taşıyan beşinci boyutunu ters çevirerek *q*"*C simetrisi*" veya "*yük konjugasyonu*" (kuantum) operatörünü elde ederiz:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

"*Madde-Antimadde*"

dönüşümünü temsil eden de bu simetridir.

- **Simetri T:**

Uygulamak zorundayız $\mu = 0, \lambda = 1$ ve $\nu = 0$.

Bu işlem *C simetrisini*

ortadan kaldırır ($J_{an_{11}} = 1$) ve *P simetrisi* ($J_{an_{22}} = -L_s$) aşağıdaki gibi:

$$J_{an} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_t & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **CP simetrisi:**

Uygulamak zorundayız $\mu = 1, \lambda = 0$ ve $\nu = 1$.

Bu işlem *C simetrisini* ($J_{an_{11}} = -1$) ve *P simetrisi* ($J_{an_{22}} = L_s$) aşağıdaki gibi:

$$J_{an} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Not: T simetrisi kaldırılarak da çıkarılabilir ($J_{an_{22}} = L_s$) simetrisini bu işlemi kullanarak *CPT simetrisinden ayırır: CP = T · CPT*

- **CPT simetrisi:**

Uygulamak zorundayız $\mu = 1, \lambda = 1$ ve $\nu = 1$.

Biliyoruz ki L_n nötr grubun ne zamanı ne de mekanı tersine çevirir, bu nedenle element $J_{an_{22}} = -L_n$ elemanı *PT simetri* operatörünü oluşturmak için hem uzayı hem de zamanı tersine çevirir. Ancak, *C simetrisini* eklersek ($J_{an_{11}} = -1$), *yük simetrisine sahip Janus grubu CPT'yi* aşağıdaki gibi oluştururuz:

$$J_{an} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **PT simetrisi:**

Uygulamak zorundayız $\mu = 0, \lambda = 1$ ve $\nu = 1$. *C simetrisini*

kaldırarak ($J_{an_{11}} = 1$) *CPT simetrisinden* bu işlemi kullanarak : **PT = C · CPT** elde ederiz:

$$J_{an} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **BT simetrisi:**

Uygulamalıyız $\mu = 1, \lambda = 1$ ve $\nu = 0$. *P simetrisini*

kaldırarak ($Jan_{22} = -L_s$) simetrisini *CPT simetrisinden* bu işlemi takiben : $\mathbf{CT} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{CPT}$ elde ederiz:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Tarafsız operatör:**

Uygulamalıyız $\mu = 0$, $\lambda = 0$ ve $\nu = 0$.

Nesne, doğasını değiştirmeden beş boyut boyunca hareket eder. Sadece "ortokron" alt grubunun nötr unsuru dikkate alınır ($Jan_{22} = L_n$) :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Feynman'ın *PT simetrisinin* parçacık hareketine uygulanmasının *C simetrisinin uygulanmasıyla* antimadde yaratılmasına yol açtığını düşündüğünü belirtmek önemlidir. Sonuç olarak, *PT simetrisi C simetrisine eşdeğerdir*, yani "aynada görülen" ve zamanda geriye doğru hareket eden bir madde parçacığı antimadde dir.

Bu bakış açısı Weinberg'in "Kuantum Alan Teorisi" adlı

çalışmasının 2.6. Bölümündeki "Uzayın Tersine Çevrilmesi ve Zamanın Tersine Çevrilmesi" ((Weinberg 2000)) başlıklı kısımdan alınmıştır. Gerçekte, ters çevirme operatörü *T* için keyfi bir seçim uygulanır ve bu da *CPT* operatörünün özdeşlik haline gelmesine neden olur.

Böylece, verilen $\mathbf{CPT} = \mathbf{I}$ bundan şu sonuç çıkar $\mathbf{PT} = \mathbf{PT} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{PT} \cdot \mathbf{CPT} = \mathbf{C}$. Bu nedenle, Feynman'ın görüşü öncelikle kuantum mekaniğine dayanır; kuantum teorisyenleri *P* ve *T* operatörleri hakkında tamamen keyfi a priori seçimler yaparlar ve "negatif enerji durumlarının (fiziksel olmadığı düşünülen) ortaya çıkmasını önleme ihtiyacı" ile kısıtlanırlar. Sonuç olarak, *P* operatörü doğrusal ve üniter, *T* operatörü ise antilineer ve antiüniter olmalıdır. Ve sayfa 104'te şu ekleme yapılarak sonuçlandırılmıştır: "Ters çevirmelerin alışılmadık temsillerini sağlayan parçacıklara dair hiçbir örnek bilinmemektedir, bu nedenle bu olasılıklar burada daha fazla araştırılmayacaktır. Bundan böyle, inversiyonların Bölüm 2.6'da açıklanan geleneksel eyleme sahip olduğu varsayılacaktır".

Negatif enerji durumları (negatif basınçla ilişkili), Perlmutter'in 2011 yılında

Nobel Ödülü kazanan çalışmasında ((Perlmutter et al. 1999))

kanıtlandığı gibi kozmik genişlemenin hızlanmasından sorumlu oldukları için mevcuttur. Ancak kuantum alan teorisinin ortaya çıktığı dönemde bu olgu henüz bilinmiyordu.

Sonuç olarak, Feynman için zaman tersine çevirme operatörünün varlığı *T* küresel *PT simetrisi* kütle tersinmesine yol açmaz, ancak *C simetrisi* yoluyla yük tersinmesi ile maddeyi pozitif kütleli antimaddeye dönüştürür.

Janus grubu açısından bakıldığında, pozitif kütleli bir parçacığın 5 boyutlu uzaydaki hareketinden yola çıkarak, *C simetrisi* (beşinci boyutun ters çevrilmesiyle taşınan) bu parçacığı (bu hareketi) "Dirac tipi antiparçacık" olarak adlandırabileceğimiz pozitif kütleli bir antiparçacığa dönüştürür. Diğer taraftan *PT* bir parçacığa uygulandığında, *T simetrisi*

nedeniyle "Feynman tipi antiparçacık" olarak adlandırılabilir negatif enerji ve kütleyle sahip bir antiparçacık üretir. Eşdeğerlik $PT = CFeynman$ 'a göre artık geçerli değildir.

4.7 Çıkarımlar

Bu çalışmanın önemli katkıları esas olarak kuantum mekaniği ve kozmoloji alanlarını etkilemektedir:

- **Kuantum mekaniğinin** dikkate değer bir yönü, belirli nesnelerin enerji ve kütlelerinin tersine çevrilmesidir. Bu, iki antimadde kategorisinin keşfedilmesine yol açar: *Dirac anlamında antimadde* olarak bilinen *C simetrisinden* kaynaklanan pozitif kütleli bir antimadde türü, laboratuvarında üretilen ve yakın zamanda yerçekiminin etkisi altında sıradan madde ile aynı şekilde davrandığı gösterilen antimadde (Anderson 2023). Diğeri, *Feynman anlamında antimadde* olarak bilinen negatif kütleli *PT simetrisinden* kaynaklanan, galaksiler arasında bulunan ilkel antimaddeye karşılık gelir ve özellikle *Büyük Saptırıcı*'da konglomeralar şeklinde bulunur (Hoffman et al. 2017). Fizikte negatif kütle ve enerjiye sahip nesnelerin olasılığına ilişkin ilgi çekici bir soru ortaya çıkmaktadır. Bu tür varlıklar kuantum mekaniğinde negatif enerji durumlarının varlığına işaret eder. *T simetrisi* ile uğraşırken, kuantum fizikçileri genellikle fiziğe içkin olmadığı düşünülen negatif enerji durumlarını dışlamak için geleneksel olarak *T* operatörü için antilineer ve antiüniter bir bakış açısı benimserler. Benzer şekilde, *P* operatörü de benzer nedenlerle üniter ve doğrusal olarak seçilir (bkz. (Weinberg 2000)). Bu seçimler *CPT* teoreminin temelini oluşturur ve *PT simetrisinin C simetrisi* ile uyumlu olduğu fikrini güçlendirir. Öte yandan, doğrusal ve üniter bir *T* operatörünün benimsenmesi, negatif enerji durumlarının Schrödinger ve Dirac denklemlerinde doğal bir sonuç olduğunu ortaya koymakta (bkz. (Debergh et al. 2018)) ve yeni araştırma alanlarının önünü açmaktadır. Buna ek olarak, kozmolojik gözlemler, Perlmutter'in 2011'de Nobel Ödülü kazanan çalışmasında kanıtlandığı gibi, karanlık enerjiyle ilişkili negatif basınca atfedilen evrenin genişlemesinin hızlandığını doğrulamıştır. Basıncın birim hacim başına bir enerji yoğunluğunu temsil ettiği göz önüne alındığında, bu fenomen evrenin genişlemesini etkileyen negatif enerjiyle doğrudan bağlantılıdır.
- **Kozmoloji alanında** genel görelilik, kaçış olgusunun ortaya çıkışını ve etki-tepki ve eşdeğerlik ilkeleriyle çatışmasını gerekçe göstererek negatif kütle kavramını kesin bir dille reddetmektedir (bkz. (Bondi 1957)). Sonuç olarak, negatif enerji ve kütle durumlarının entegrasyonunu öneren herhangi bir yeni model, göreliliğin temel geometrik çerçevesinin genişletilmesini gerektirecektir. Lorentz, Poincaré ve Kaluza gibi çeşitli grupları merkez alan dinamik grup teorisi, düz, kavisli olmayan bir yapıyla karakterize edilen kuvvetsiz bir evreni tanımlamak için bir çerçeve sağlar. Böyle bir evrende parçacıklar Lorentzian metrikte Minkowski uzayının jeodeziklerini takip eder ya da ister açık ister kapalı olsun beşinci bir boyuttan etkilenen lifli bir uzayda gezinirler. Bu teorik yaklaşım, karşılıklı etkileşim olmaksızın izole bir şekilde var olan iki farklı madde türünün bir arada var olduğunu öne sürmektedir. Bu uzaylardaki parçacıklar birbirleriyle etkileşime girmezler. Bu

yenilikçi bakış açısı, parçacıklar, uzay ve zaman arasındaki etkileşimleri anlamının yeni yollarını açmaktadır.

5 Beyaz Çeşme ile Birleştirilmiş Solucan Deliği Modelinin Tek Yönlü Membran Olarak Alternatif Yorumu

K. Schwarzschild tarafından 1916 yılında geliştirilen dış metrik üzerine yapılan çalışma Schwarzschild'in 1916'da Einstein'ın vakumda denkleminin bir çözümü olarak geliştirdiği dış metriğin incelenmesi, bir hipotezin ortaya atıldığını göstermektedir: zaman simetrisi ile değişmezlik $t \rightarrow -t$ yaygın olarak "statiklik" olarak bilinir. O dönemde kanıtlanmış bir fiziksel temeli olmayan bu varsayım, metrikteki $dr dt$ çapraz teriminin ortadan kaldırılmasına yol açmıştır. Böylece, özellikle bu $dr dt$ çapraz teriminin yokluğuyla işaretlenen keyfi bir koordinat seçimi yapılmıştır. Bu çalışmanın amacı, metriğe $dr dt$ çapraz teriminin eklenmesine dayanan yeni bir yaklaşımın fiziksel olanaklarını araştırmak ve iki PT -simetrik yarı-Riemann uzayını yalnızca bir yönde geçilebilen bir "köprü" aracılığıyla birbirine bağlayan Tek Yönlü Membran olarak bir Solucan Deliği ve bir Beyaz Çeşme inşa etme olasılığını göstermektir.

5.1 Farklı Topolojileri Yansıtan Einstein Denkleminin Çözümleri

1916 yılında Karl Schwarzschild birbirini izleyen iki makale yayınladı ((Schwarzschild 1916b), (Schwarzschild 1916a)). İlki, aşağıdaki varsayımlara dayanarak Einstein'ın vakum denkleminin çözümünün inşasını sundu:

- *Durağanlık*: Metrik terimlerinin zaman koordinatına göre bağımsızlığı, yani zaman ötelemesine göre değişmezlik.
- *İzotropi* ve küresel simetri, yani $SO(3)$ ile değişmezlik.
- Çapraz terim yok $dr dt$.
- Sonsuza kadar Lorentzian.

Schwarzschild dış metriği olarak adlandırılan bu çözümü, sabit yoğunluklu bir akışkanla dolu bir kürenin içindeki geometriyi tanımlayan bir iç metrikle (Schwarzschild 1916a) hızla tamamladı ρ_o ve Einstein denkleminin ikinci üyeli bir çözümü. İki metriğin birbirine bağlanması için gerekli koşullar (jeodeziklerin sürekliliği) yerine getirilmiştir. Merkür'ün perihelyonunun ilerlemesi ve ışık ışınlarının sapması olguları bu çözümü doğrulamaktadır (Şekil 3.4). K. Schwarzschild bu iki metriği yöneten koşulların fiziksel gerçeklikle tutarlı olmasını sağlamak için çalıştı.

Örnek olarak, günümüzde nötron yıldızları, şaşkırtıcı yoğunlukları ve korkunç kütleleri nedeniyle, doğal kozmik laboratuvarlar olarak hizmet vermekte ve karasal laboratuvarlarda erişilemeyen yoğunluk ve yerçekimi bölgelerini keşfetmektedir. Bir nötron yıldızının fiziksel kritiklik durumuna ulaşabileceği iki farklı yolu ele alalım.

Bir senaryoda yıldızın yoğunluğu, ρ_o sabit kalır, karakteristik bir yarıçap \hat{r} tanımlanabilir. Daha sonra, yıldızın yarıçapı \hat{r} olduğunda fiziksel kritikliğe ulaşılır:

$$R_{cr\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}} \hat{r} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G \rho_o}}$$

ile

$$\hat{r} = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G\rho_0}}$$

Ve böylece,

- Dış metrik için, yıldızın yarıçapının aşağıdakilerden daha küçük olması gerekir \hat{r} .
- İç metriğe gelince, yıldızın yarıçapı aşağıdakilerden daha az olmalıydı $R_{cr\phi}$. Çünkü daha büyük bir yarıçap, yıldızın merkezinde basıncın sonsuza kadar artmasına neden olur.

İkinci olarak, büyük kütleli yıldızlar için, patlayan bir demir küre karmaşık bir senaryo sunabilir. Kürenin kütesinin M patlama sırasında korunursa, iki önemli kritik yarıçapı dikkate almamız gerekir:

- Merkezi kısımda, geometrik kritik yarıçap *Schwarzschild Yarıçapı* tarafından verilir, bu da :

$$R_{cr\gamma} = R_s = 2 \frac{GM}{c^2}$$

- Bu kütle için, fiziksel kritik yarıçap (38) ile verilir

Kütlenin korunumu şu şekilde ifade edilir $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0$ değişen yoğunluğun nasıl değiştiğini keşfedebiliriz ρ_0 patlama sırasında bu kritik yarıçapları etkiler.

Gerçekten de, eğer patlama sırasında fiziksel kritikliğe ulaşırsa $R = R_{cr\phi}$.

Daha sonra, kütle korunumu denklemini (38)'de yerine koyarak, 'yi elde ederiz:

$$R = R_{cr\phi} = 2,25 \frac{GM}{c^2} > R_{cr\gamma}$$

Buradan şu sonucu çıkarabiliriz: Eğer bir kütle için fiziksel kritikliğe ulaşırsa M geometrik kritiklik ortaya çıkmadan önce gerçekleşir.

K. Schwarzschild ayrıca ölçümlerin, zamanının astrofiziksel gerçekliği çerçevesinde anlaşılmanın çok ötesindeki koşullarla ilgili olduğuna dikkat çekmiştir.

Bu geometrik çözümün topolojisinin, iki sınırlı çeşidin ortak sınırları boyunca birleştirilmesiyle oluşturulduğuna

dikkat etmek de önemlidir, bir küre S^2 bir alan ile $4\pi R_o^2$ (Yıldızın yarıçapı).

1916'da Ludwig Flamm, dış çözümü potansiyel olarak geometrik bir nesneyi tanımlıyor olarak değerlendirdi. O zamanki kaygı, kütleleri kontraktıl olmayan bir uzay bölgesi olarak tanımlamaya çalışmaktı ((Flamm 1916)).

1934 yılında Richard Tolman, *dr dt* çapraz terimini ekleyerek en genel metrik çözümün olası bir manipülasyonunu düşünen ilk kişi olmuştur. Ancak, basitleştirme adına, basit bir değişken değişikliği kullanarak bunu hemen ortadan kaldırmıştır ((Tolman 1934)).

1935 yılında Einstein ve Rosen, parçacıkların geometrik modeli bağlamında, aşağıdaki koordinat değişikliği sayesinde kasılmayan bir geometrik yapı önermişlerdir ((Einstein ve Rosen 1935)):

$$u^2 = r - 2m$$

O zaman metrik çözüm şu hale gelir:

$$ds^2 = \frac{u^2}{u^2 + 2m} dt^2 - 4u^2(u^2 + 2m) du^2 - (u^2 + 2m)^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Yazarlar böylece "*uzamsal köprü*" olarak adlandırılan ve kapalı bir yüzey alanının aşağıdaki gibi olduğu kasılmayan bir geometrik yapı elde etmişlerdir $4\pi\alpha^2$ değerine karşılık gelen $u = 0$ iki "*yaprağı*" birbirine bağlar: biri aşağıdaki değerlere karşılık gelir u 0'dan $+\infty$ ve diğeri de $-\infty$ Bu metriğin sonsuzda Lorentzian olmadığına dikkat edin. Bu yeni koordinat sisteminde ifade edilen bu metrik düzenli olmasına rağmen, yazarlar Gorge yüzeyinde determinantının sıfır olduğuna işaret etmektedirler. Bu geometrik yapıda, iki sınırlı yarı-Riemannian tabaka ayırt edilir; bunlardan ilki $u > 0$ ve ikincisi $u < 0$. Ortak sınırları boyunca birleşmelerine karşılık gelir. Küresel uzayzaman, yarı-Riemann geometrisinin standart çerçevesine uymaz çünkü şu koşulu sağlamaz $\det(g_{\mu\nu}) \neq 0$ boğazda. (Stoica 2014)'te belirtildiği gibi, dejenere metrik tensörlere izin veren daha genel tekil yarı-Riemannian geometri çerçevesine uymaktadır.

1939'da Oppenheimer ve Snyder, *dr dt*'de bir çapraz terimin yokluğunda, uygun zaman ile uzaktaki bir gözlemcinin deneyimlediği zaman arasındaki tam ayrışmadan yararlanarak, ömrünün sonunda büyük bir yıldızın patlamasının "*donma çerçevesini*" tanımlamak için dış metrik çözümü kullanmayı önerdiler. Değişken göz önüne alındığında t uzak bir gözlemcinin uygun zamanı ile özdeşleştirilirse, bu durum, günlerle ölçülen uygun zamanda süresi uzak bir gözlemciye sonsuz zamanda gerçekleşmiş gibi görünen bir daralma fenomeni gibi bir "*dondurulmuş çerçeve*" motifi yaratır ((Oppenheimer ve Snyder 1939)). Bu belge kara delik modelinin temeli olarak kabul edilmektedir (bkz. Bölüm 2.3.8).

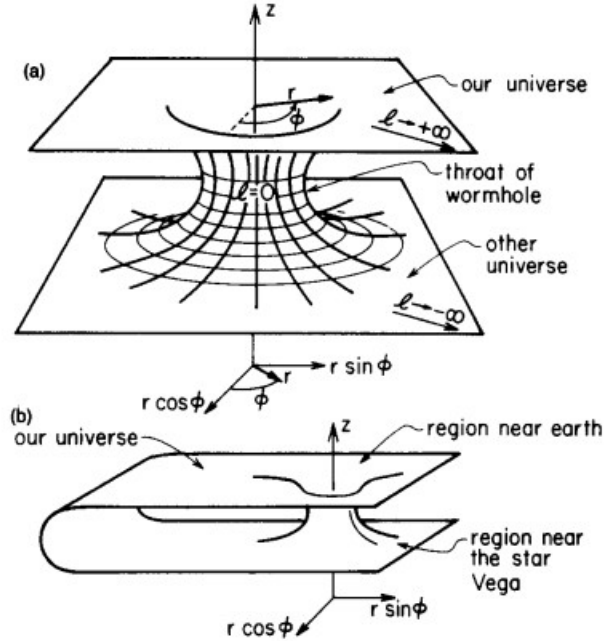
1960 yılında Kruskal, geometrik çözümü, aşağıdakilere karşılık gelen merkezi bir tekillik etrafında düzenlenmiş büzülebilir bir uzayzamanı kapsayacak şekilde genişletti $r = 0$.

Jeodezikler aşağıdakiler için genişletilir $r < \alpha$. Kara delik modeli (küresel simetri ile⁴) daha sonra uzaktaki bir gözlemci tarafından "dondurulmuş kare" olarak algılanan kısa bir an içinde bir kütlenin patlaması olarak kesin şeklini alır ((M. D. Kruskal 1960)). Schwarzschild küresi daha sonra "olay ufku" olarak adlandırılır.

1988 yılında M. Morris ve K. S. Thorne S. Thorne bu geometrik yorumu, çözümün geometrik bir modelini elde etmek amacıyla değil, aşağıdaki metriği kullanarak "solucan delikleri" aracılığıyla yıldızlararası seyahat olasılığını incelemek için kasılabilirlikten vazgeçerek yeniden ele aldılar ((Morris ve Thorne 1988)):

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dl^2 + (b_0^2 + l^2)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Yazarlar, yıldızlararası seyahatin fizibilitesinin araştırılmasına odaklanarak, böyle bir geometriyle ilişkili muazzam kısıtlamaların yanı sıra kararsız ve geçici doğasını vurgulamaktadır.



Şekil 5.1 - M. Morris ve K.S. Thorne (1988) tarafından yazılan makalenin 396. sayfası

⁴ 1963 yılında Roy Kerr, Einstein denkleminin boşlukta aksel simetrik durağan çözümünü inşa etmiştir. Ancak, bu çalışmada kendimizi küresel simetriye sahip durağan çözümün yorumlarıyla sınırlandırıyoruz (2.3.9).

5.2 Statiklik Hipotezi: Çapraz Terimin Yokluğu $dr dt$

Genel görelilikte "durağanlık" kavramı, durağan, yani $t \rightarrow +t$ "zamandan bağımsız" zaman ötelemesi altında değişmeyen ve *durağan*, yani $t \rightarrow -t$ "zaman yansımaları" simetrisi altında değişmeyen, doğal olarak $dr dt$ çapraz teriminin yokluğuna yol açan bir metrik anlamına gelir. Aslında, bir metrik $dr dt$ çapraz terimine sahip olduğunda, bu uzay ve zaman koordinatları arasında karışık bir bağımlılık olduğu anlamına gelir. Bu karışık bağımlılık *zamansal yansıma* simetrisi ile değişmezliği bozar, çünkü metrik $t \rightarrow -t$ dönüşümü altında aynı kalmaz. R. Wald 1984 yılında "*Genel Görelilik*" adlı kitabının 120. sayfasında bu özellikten bahseder (Wald 1984).

Ayrıca, (Adler, Bazin ve Schiffer 1975)'in 186. sayfasında, bir çizgi için *zaman yansımaları* simetrisi gerekliliğinin dx^0 "geriye doğru" izlenebilen $-dx^0$ ("statiklik" olarak adlandırılır) bir başlangıç varsayımı olarak belirlenir.

Aslında, R. Wald anlamında *statiklik* kavramı, *zaman yansımaları simetrisi* ile değişmezliği ifade eder. $t \rightarrow -t$ Bu da fiziksel bir önemi olmayan tamamen matematiksel bir hipotezdir. Ancak bizim çalışmamız bu varsayıma farklı bir yaklaşım sunmaktadır.

5.3 İki Tabakalı Lorentzian Geometrik Sonsuz Çözümün Oluşturulması

Schwarzschild dış metriğini imza altında klasik formunda düşünün (+ - - -) :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

5.3.1 Simetri T

Vakumdaki Einstein denkleminin bir çözümü olarak 1916'da ((Schwarzschild 1916b)) inşa edilen bu metrik, yazarının bahsetmediği, zaman simetrisine göre değişmezlik gibi ek bir varsayımla donatılmıştır. Bu varsayımın fiziksel bir temeli olmadığını ve Tolman'ın 1934 gibi erken bir tarihte öngördüğü gibi metriktaki $dr dt$ çapraz teriminin ortadan kaldırılmasına yol açtığını belirtmek önemlidir (Tolman 1934, Sayfa 239).

Tersine, A. Eddington bunu Schwarzschild yüzeyindeki koordinat tekiliğini ortadan kaldırmak için $r = \alpha$ değişken değişimini kullanarak ((Eddington 1925), (Koiran 2021)):

$$t_E^+ = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

O zaman metrik şu hale gelir:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{+2} - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^+ - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Bu koşullarda, uzaktaki bir gözlemcinin bakış açısından, serbest düşme süresinin sonlu hale geldiğini (39), kaçış süresinin ise sonsuz kaldığını biliyoruz. Kaçış zamanının sonlu olduğu metrik, bu değişken değişikliği yapılarak elde edilecektir:

$$t_E^- = -t - \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

Böylece metrik şu hale gelir:

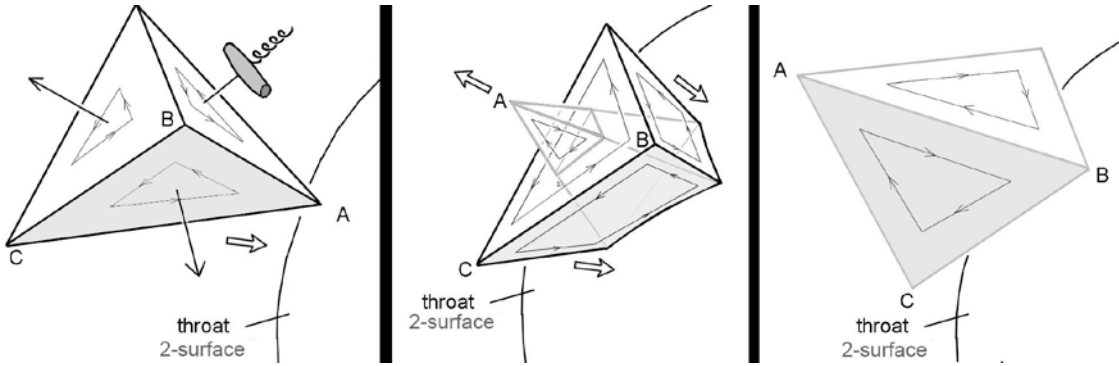
$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^-^2 - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Bu, (40)'daki zaman koordinatını tersine çevirmeye eşdeğerdir. Dolayısıyla, iki yarı-Riemann uzayını tanımlayan iki metriği ilişkilendirmeye yönelik bu seçim, bizi bu özel koordinat sisteminde ve Einstein ve Rosen'in koordinat sisteminde ((Einstein ve Rosen 1935)) bir "köprü" ile bağlanan iki *T-simetrik* tabakalı küresel bir geometrik çözüm düşünmeye yönlendirir.

Şimdi bu dönüşümlere bir *P simetrisinin* de eşlik ettiğini gösterelim.

5.3.2 Simetri P

Bu gösterimde, birinci tabakanın radyal jeodezikleri "uzay köprüsüne" ulaştıklarında teğet düzlemine diktir. Aynı jeodezikler ikinci tabakada ortaya çıktıklarında da aynı teğet düzleme diktirler. Şimdi bir tetrahedron oluşturan ve radyal yörüngeler boyunca 'uzay köprüsüne' doğru yakınsayan dört nokta düşünelim. Tetrahedronu oluşturan eşkenar üçgenlerin her biri üzerindeki noktalar için bir kesişme yönü tanımlayarak 3 boyutlu bir yönelim tanımlayabiliriz. Buna göre r Bu noktaların sert bir yüzeyden sekerek tetrahedronun yönünün tersine dönmesine neden olduğu görülmektedir. Yukarı ve aşağı tetrahedronlar daha sonra *enantiyomorfik* hale gelir (Şekil 5.2).



Şekil 5.2 - "Uzay köprüsü"nden geçerken uzay ters çevrilmesi

Yönelimdeki değişiklik Şekil 5.1'deki bir solucan deliğinin basitleştirilmiş 2B gösteriminde zaten görülebilir. Bu şekle yukarıdan bakalım ve üst tabakanın yüzeyi boyunca oluğa doğru kayan bir üçgen hayal edelim. Oluğu geçtikten sonra, üçgen alt tabaka boyunca kaymaya başlar ve şimdi üst tabakanın üzerindeki konumumuzdan onu baş aşağı görürüz. Dolayısıyla bizim bakış açımızdan yönü değişmiştir. Yönelimdeki bu değişikliğin fiziksel önemi Bölüm 5.3.3'te tartışılacaktır.

(41) ve (42) metrik çiftinin geometrik yapısı böylece iki *PT-simetrik* yarı-Riemann uzayını

birbirine bağlayan bir "köprüyü" temsil eder.
Bu 2B yüzeyin elemanı daha sonra ile verilir:

$$\sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} = \sqrt{|g_{\theta\theta}g_{\phi\phi}|} = \alpha^2 \sin(\theta)$$

Bu metrik küresel bir 2B yüzeyi tanımladığından (4B uzay-zamanda sabit yarıçaplı bir küre gibi), diferansiyel yüzey elemanı ile verilir:

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

Bu "uzay köprüsünün" minimum yüzey alanını bulmak için, bu yüzey elemanını tüm olası açılara entegre etmemiz gerekir:

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

Bu nedenle minimum yüzey alanı ile kontraktıl değildir. $4\pi\alpha^2$.

5.3.3 İki Levhanın Tanımlanması

Bölüm 5.3.2'de, Şekil 5.2'de solucan deliği oluşunu geçen bir dörtyüzlünün ve Şekil 5.1'de oluşu geçen bir üçgenin yönelimindeki değişimi tanımlamıştık. Üçgenin yönelimindeki değişiklik sadece Şekil 5.1'e bir bütün olarak bakan bir kişi tarafından görülebilir. Sonuç olarak, herhangi bir fiziksel gözlemcinin iki yapraktan birinin üzerinde bulunması gerektiğinden ve diğer yaprağı doğrudan göremediğinden, fiziksel olarak gözlemlenebilir herhangi bir olguya karşılık gelmez. Şekil 5.2'de de durum aynıdır: ortadaki fotoğraf, solucan deliğinin her iki tarafına aynı anda bakabileceğimiz bir bakış açısından durumu temsil etmektedir (B ve C henüz geçide ulaşmamıştır, A ise çoktan geçmiştir ve diğer tarafta ortaya çıkmaktadır). Yine, bu fiziksel bir gözlemci için imkansızdır: öyle görünüyor ki şu ana kadar tanımlandığı şekliyle *P simetrisi* fiziksel olarak gözlemlenebilir herhangi bir olguya karşılık gelmemektedir. Ancak, Einstein ve Rosen (Einstein ve Rosen 1935) tarafından ortaya konan ek bir bileşenle ona gerçek bir fiziksel anlam kazandırabiliriz.

Motivasyonlarının Şekil 5.1'de olduğu gibi yıldızlararası seyahati incelemek değil, genel görelilik denklemlerinin çözümlerini kullanarak temel parçacıkları tanımlamak olduğu unutulmamalıdır. Makalelerinin özetinden alıntı yapacak olursak: "Bu çözümler, fiziksel uzayın matematiksel olarak iki özdeş tabakadan oluşan bir uzayla temsil edilmesini ve bir parçacığın bu tabakaları birleştiren bir 'köprü' ile temsil edilmesini içerir." Einstein ve Rosen ayrıca çok parçacık probleminin de benzer yöntemlerle incelenebileceğini öne sürmektedir, ancak bu çalışma makalelerinde yer almamaktadır.

Tekrar alıntı yapalım (Einstein ve Rosen 1935): "Eğer birden fazla parçacık mevcutsa, bu durum değiştirilmiş denklemlerin (3a) tekillikleri olmayan bir çözüm arayışına karşılık gelir, çözüm birkaç ayrık 'köprü' ile birbirine bağlanmış iki uyumlu tabakaya sahip bir uzayı temsil eder". Onların bakış açısına göre, matematiksel gösterimde (41) aynı değerlere sahip iki nokta θ , ϕ ancak zıt değerler u bu nedenle fiziksel uzayda aynı değere sahip iki noktaya karşılık gelir r ($r = u^2 + m$). Aynı tanımlamayı zıt değerlere sahip noktalar için de yaparsak

u Şekil 5.2'de ortadaki fotoğrafta gösterilen durum fiziksel bir gözlemci tarafından görülebilir. Bölüm 5.3.2'de açıklanan P simetrisinin artık gerçek bir fiziksel anlamı vardır. Birleştirilmiş PT simetrisinin yorumunu bir sonraki bölümde geliştireceğiz.

5.4 Bu geometrinin bir başka gösterimi

Denklem (40) ve (43)'e aşağıdaki değişken değişikliği uygulanarak:

$$r = \alpha(1 + \text{Log ch}(\rho))$$

Aşağıdaki iki ölçütü elde ediyoruz:

$$ds^2 = \left(\frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{+2} - \left(\frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 \\ - 2c\alpha \left(\frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^+ - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

$$ds^2 = \left(\frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{-2} - \left(\frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 \\ + 2c\alpha \left(\frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^- - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

İkinci tabakayı yapılandıran metriği elde etmek için $\rho < 0$ Maddenin bu tabaka üzerinde sonlu bir kaçış süresiyle "köprüden" geçişini çeviren jeodeziklerin sürekliliğini garanti etmek için, geçiş sırasında zaman koordinatının ters çevrildiği T simetrisini uygulamalıyız, yani. $t_E^+ = -t_E^-$

Sonsuza kadar Lorentzian olan bu metrikler, bu nedenle, aşağıdaki değerlere karşılık gelen iki tabaka yapılandırır ρ sırasıyla 0 ile $+\infty$ ve $-\infty$ à 0. "Uzay köprüsü" üzerinde $\rho = 0$ bileşenler g_{tt} ve $g_{\rho\rho}$ metrik tensörün bileşenleri kaybolur ve geriye sadece son iki uzamsal bileşen kalır $g_{\theta\theta}$ ve $g_{\phi\phi}$ ki bunlar :

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha^2 \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

Bu özel koordinat sisteminde, determinantının sıfır olduğu sonucuna varabiliriz. P -simetrisi, bitişik noktaların, bu kez açıkça farklılaştırılmış olarak, şu şekilde çıkarılmasından kaynaklanır $\rho \rightarrow -\rho$. Bu dönüşüm, aşağıdakilerle aynı rolü oynar $u \rightarrow -u$ (41)'de.

Bu iki koşul altında bu metrik çözümleri birleştirerek, iki yarı-Riemann uzayını yalnızca bir yönde geçilebilen bir "köprü" aracılığıyla birbirine bağlayan *Tek Yönlü Membran* olarak bir Solucan Deliği ve bir *Beyaz Çeşme* elde ederiz. Solucan Deliğinin Şekil 5.1.a'da olduğu gibi başka bir evrene ya da Şekil 5.1.b'de olduğu gibi aynı evrende uzak bir noktaya açılmadığını; ancak iki eş yapraklı yaprağın fiziksel evrende aynı noktalara karşılık geldiğini

varsayalım $u \rightarrow -u$ dönüşüm (veya $\rho \rightarrow -\rho$), (Einstein ve Rosen 1935) ve Bölüm 5.3.3'te önerildiği gibi. O halde iki tabakanın *PT-simetrik* olduğu sonucuna varabiliriz.

Literatürde, zaman koordinatının ters çevrilmesi çeşitli şekillerde analiz edilmiştir. Özellikle:

- J-M Souriau'nun dinamik gruplar teorisi ((J. M. Souriau 1964), (J. M. Souriau 1997)) ile enerjinin tersine çevrilmesine neden olduğu gösterilmiştir. Sonuç olarak, zamanın tersine çevrilmesi simetrisi, kütleli bir parçacığın herhangi bir hareketini m kütleli bir parçacığın hareketine $-m$ ((Oppenheimer ve Volkoff 1939), sayfa 191). Aynı kitabın 192. sayfasında yazar, negatif kütlelerden kaçınan alternatif bir analiz sunmaktadır. Souriau, bu alternatiflerin deneylerle doğrulanma kabiliyetlerine göre değerlendirilmesi gerektiğini vurgulamaktadır.
- Feynman, antimaddenin zamanda *geriye doğru* hareket eden sıradan madde olarak yorumlanmasını önermiştir.
- Teorik analizlerden (*CPT* teoremi) ve deneylerden, temel parçacıkların *CPT simetrisi* altında değişmez olan fiziksel yasalara uyduğu bilinmektedir.

Bölüm 5.3'te keşfedilen *PT simetrisi* bir *CPT simetrisi* ve ardından bir *C simetrisi* (elektrik yükünün ters çevrilmesi) olarak düşünülebilir. Dolayısıyla ikinci tabakada antimadde elde ederiz. İkinci tabaka zaten sıradan madde içeriyorsa, ilk tabakadaki antimadde ile etkileşime girebilir ve böylece bir enerji kaynağı oluşturabilir.

5.5 Sonuç

Vakumdaki Einstein denkleminin küresel simetrik durağan çözümüne dayanan, fizikten esinlenen sadece iki varsayımla yeni bir geometrik yapı sunuyoruz: *izotropi* (*izotropiye* göre değişmezlik) $SO(3)$ ve *durağanlık* (zaman içinde öteleme ile değişmezlik). Bunu yaparken, daha önce gerçek bir fiziksel gerekçe olmadan yapıldığı gibi, *zaman-ters* simetrisi ile değişmezliği eklemiyoruz. $t \rightarrow -t$ ("*statik*" çözüm). Daha az kısıtlayıcı olan bu yeni varsayımlar seti, *statiklik* varsayımının daha önce yasakladığı bir çapraz terim $dr dt$ 'nin varlığını ortaya koymaktadır. Bu yeni geometrik nesne, bir *solucan deliği* ve bir "*köprü*" boyunca *beyaz bir fiskiye*nin birleşimi olan "*Tek Yönlü Membran*" gibi davranır. Sonsuzda Lorentzian metriği olan bu yapı, zıt zaman oklarına sahip iki enantiomorfik *PT-simetrik* yarı-Riemann uzayını birbirine bağlar. Sonuç olarak bu nesne, kendisini *PT-simetrik* olarak sunan ve bir "*köprü*" boyunca bağlanan dört boyutlu bir uzay-zamanın iki tabakasının kaplanmasına karşılık gelir. Einstein ve Rosen'den esinlenerek, fiziksel uzaydaki bir noktayı, iki tabakanın her birinde birer tane olmak üzere bir çift eş nokta ile temsil etmeyi önerdik. Bu uyumlu noktaların tanımlanmasının, bir nesne iki tabaka arasındaki uzay köprüsünü geçtiğinde gözlemlenebilir fiziksel etkilere yol açması gerektiğini gösterdik.

5.6 Ek

Şimdi, ikinci tabakaya giden metriği tanımlamakta özgür olduğumuz, evrenin ikinci bir katmanına madde transferi durumuna bakalım. Schwarzschild metriğine (42) aşağıdaki yeni değişken değişikliğini uygulayarak, entegrasyon sabitinin işaretini tersine çevirerek $\alpha \rightarrow -\alpha$ Böylece ikinci tabaka üzerinde "itici" bir metrik oluşturabiliriz:

$$t_E^+ = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} + 1 \right|$$

İlk tabakadan ikinciye jeodeziklerin sürekliliğini, ilkinde sonlu bir serbest düşme süresi ve ikincisinde sonlu bir kaçış süresi ile sağlar.

İlk tabakayı yapılandıran gelen metrik :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{+2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^+ - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Ve ikinci sayfayı yapılandıran giden metrik olur:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{-2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Genel formu alarak :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \delta \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

nerede $\delta = -1$ ilk yaprağı yapılandıran metrik için ve $\delta = +1$ ikinci yaprağı yapılandıran giden metrik için. Böylece, iki metrik zaman ters çevirme ile simetrik olduğundan $t \rightarrow -t$ jeodeziklerin sürekliliği, bir tabakadan diğerine, ilkinde sonlu bir serbest düşüş süresi ve ikincisinde sonlu bir kaçış süresi ile sağlanır.

Bu, sıradan maddenin potansiyel olarak negatif kütleli antimaddeye dönüştürülebileceği ve daha sonra evrenin ayrı bir katmanına aktarılabilceği anlamına gelir. Bu süreç esasen maddenin negatif kütleli antimaddeye dönüşümünü içerir. Bu geometrik çözümü daha önce Bölüm 5.3'te geliştirilen çözümlerle birleştirerek, bu ikinci katmanın metrik özelliklerinden yararlanarak yıldızlararası seyahatin fizibilitesini araştırabiliriz.

6 Modelin topolojik yorumu

6.1 Tanım

Kozmolojide topoloji, sürekli dönüşümler altında değişmez kalan evrenin temel uzamsal özelliklerinin incelenmesi anlamına gelir. Kesin mesafeler ve açılara odaklanan geometrinin aksine, topoloji daha çok uzayın büyük ölçekte nasıl bağlandığı ve yapılandırıldığı ile ilgilenir. Tam şekli ve boyutu ne olursa olsun, kozmik uzayın bağlanabilirliği, sürekliliği ve sınırları gibi hususları inceler.

Kozmolojik bağlamda topoloji, evrenin sonlu mu yoksa sonsuz mu olduğu, 'kenarları' mı olduğu yoksa sınırsız mı olduğu ve önemsiz olmayan şekillerde bağlanıp bağlanamayacağı (çok bağlantılı evren modellerinde olduğu gibi) gibi sorular da dahil olmak üzere evrenin genel yapısını anlamaya yardımcı olur. Bu, galaksilerin dağılımı, kozmik radyasyon arka planları ve diğer astrofiziksel gözlemlerle belirlendiği gibi evrenin büyük ölçekli şeklini ve yapısını incelemeyi içerir.

Topoloji özellikle Janus kozmolojik modeli gibi gelişmiş kozmolojik modellerle ilgilidir, çünkü çok katmanlı evren, uzay-zamanın farklı bölgeleri arasındaki bağlantı ve gelişmiş teorik fizikten kaynaklanabilecek diğer sezgisel olmayan özellikler gibi kavramları keşfetmek için bir çerçeve sağlar.

Kısacası, kozmolojide topoloji, klasik geometrinin kısıtlamalarının ötesinde, evrenimizin temel yapısını ve doğasını keşfetmek ve anlamak için güçlü bir araçtır.

Bu bölüme devam etmeden önce, Dr. Jean-Pierre Petit tarafından yazılan ve

<http://www.savoir-sans-frontieres.com/> web sitesinde ücretsiz olarak erişilebilen *Topologicon* (Petit 1985) adlı

çizgi romanı okumak ve tam olarak anlamak çok önemlidir. Bu çalışma, kozmoloji ve genel görelilik ile ilişkili olarak topoloji kavramlarını popülerleştirmektedir. Aslında, bu bölüm esas olarak sezgisel olmayan kavramsal araçlarla ilgilenmektedir. Bu nedenle, daha iyi bir anlayış için bu çizgi romanı önceden okumanız şiddetle tavsiye edilir.

6.2 Solucan deliği modeli

Önceki bölüm 5'te tartışılan solucan deliği modelinin yeni yorumunu geliştirerek, genel görelilikle ilişkili olarak daha derin bir topolojik bakış açısı öneriyoruz. Örneğin, geçit küresini düşünün S^2 *PT simetrisi* aracılığıyla iki uzay-zaman katmanını birbirine bağlar. Bu konfigürasyon bir projektif düzleme benzetilebilir mi? Topolojide izdüşümsel düzlem, bir noktada ayrılıp diğer noktada birleşen çizgiler gibi benzersiz özelliklere sahip, yönlendirilemeyen bir yüzeydir. Bu durum, solucan deliği geçidi aracılığıyla uzay-zaman katmanları arasındaki bağlantının, uzayın geleneksel yönelimine meydan okuyarak projektif düzlemi çağırabileceğini düşündürmektedir.

Varsayımımız, bu yüzeydeki metrik determinantın sıfır olmasına dayanmaktadır ki bu da 2 boyutlu yönlendirilemez bir doğaya işaret edebilir. Eğer bu geçit küre kapalı ve sınırlı bir yüzeye sahipse, projektif bir düzlemle özdeşleştirilebilir. P^2 . Bu fikir sezgiye aykırı gibi görünse de, Schwarzschild'in dış çözümü (42) tarafından tanımlandığı şekliyle doğrudan nesnenin topolojisinden kaynaklanmaktadır.

Genel görelilik bağlamında, eğri uzay-zamanda temel hacim kavramı çok önemlidir.

Boyutlardaki temel hacim n Riemann metriği tarafından tanımlanan, şu şekilde verilir $dV = \sqrt{|\det(g)|} d^n x$ nerede g metrik tensördür ve $\det(g)$ determinantıdır. Bu temel hacim, Öklid uzayında olduğu gibi basitçe koordinat diferansiyellerinin çarpımı olmayıp, uzay-zamanın kavisli yapısı tarafından değiştirilir. Faktör $\sqrt{|\det(g)|}$ faktörü, Einstein'ın denklemlerine göre uzay-zamanın kütle ve enerjinin varlığıyla nasıl bozulduğunu yansıtır. Yüksek eğrilik bölgelerinde, bu temel hacim, uzay-zamanın büyüleyici ve bazen şaşırtıcı topolojik özelliklerini ortaya çıkararak sezgisel olmayan şekillerde davranabilir.

Küreyi hatırlayın S^2 ifadesi ile tanımlanan bir metriğe sahiptir:

$$ds^2 = \alpha^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Bir kürenin metriği, kürenin yüzeyindeki noktalar arasındaki mesafeleri tanımlayan matematiksel bir fonksiyondur. Bu metrik 2 boyutlu bir küreyi tanımladığından (4 boyutlu bir uzay-zamanda sabit yarıçaplı bir küre gibi), diferansiyel yüzey elemanı ile verilir:

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

Ve bu aslında bir yüzey elemanıdır, çünkü küre üç boyutlu uzayda iki boyutlu bir yüzeydir. Bu yüzey elemanını integre ettiğimizde, . ifadesi ile tanımlanan yüzeyi elde ederiz:

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

Bu, yarıçaplı bir kürenin yüzey alanına karşılık gelir α . Ayrıca bu yüzeyin izdüşümsel düzleme benzer olduğunu da görebiliriz P^2 Standart geometride nadiren ele alınan bir kavramdır.

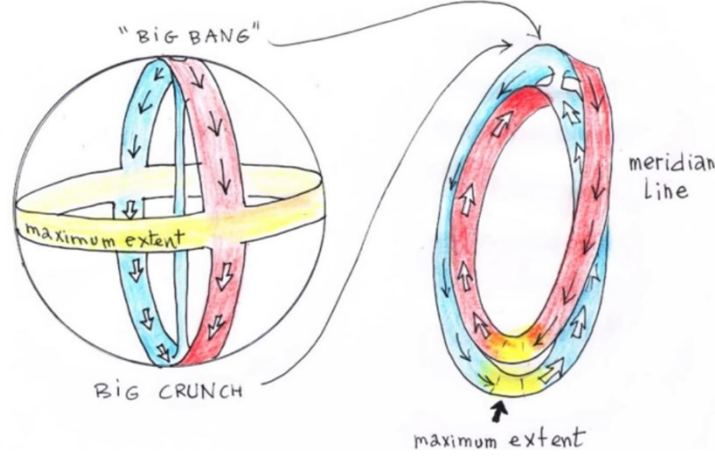
6.3 Evren Modeli

Geometride, bir küre S^2 kolayca görselleştirilebilir, çünkü onu aşına olduğumuz üç boyutlu uzaya *yerleştirebiliriz* R^3 . Ancak, projektif bir düzlem, örneğin P^2 aynı şekilde *daldırılmaz*. İzdüşümsel bir düzlem yönlendirilemeyen bir yüzey türüdür, yani üç boyutlu uzayda kendi kendine kesişmeden düz bir şekilde yerleştirilemez. İzdüşümsel bir düzlemi görselleştirmek için, yüzeyin bir dizi *öz kesişime* göre kendini *kestiği bir yöntem* olan '*daldırma*' yöntemini kullanmamız gerekir. Bu kavram geleneksel şekil ve uzay anlayışımıza meydan okumaktadır.

Daha yüksek boyutlu projektif düzlemleri anlamak için, örneğin P^3 veya P^n görsel temsilleri terk etmemiz ve soyut düşünmeyi benimsememiz gerekir. Bu zihinsel değişim, kendi boyutlarımızın ötesine geçen karmaşık topolojik yapıları keşfetmek için gereklidir.

Örneğin, bir küre, onu kaplayan meridyenleri oluşturan her bir şeridin, üç yarım kıvrımlı bir Möbius şeridinin iki tabakalı bir kaplamasını oluşturmak için "*daldırma*" yoluyla kendini geçebileceğini düşünürsek çevrilebilir ((Morin ve Petit 1978)). Bu "*kendi kendine kesişme*"

etkisi yalnızca bu kaplamanın üç boyutlu temsil uzayımıza daldırılmasıyla bağlantılıdır R^3 . Daha sonra kutbu yapabiliriz M bu kürenin bir tabakasının S^2 karşı kutup ile M' aynı kaplamanın diğer tabakasının. Buna "antipodal noktaların birleşimi" denir. Bu dönüşüm, bu kürenin meridyenleri tarafından taşınan zaman oklarının, Şekil 6.1'de olduğu gibi aynı kaplamanın her bir tabakasında ancak karşıt olarak buluşmasını sağlar.



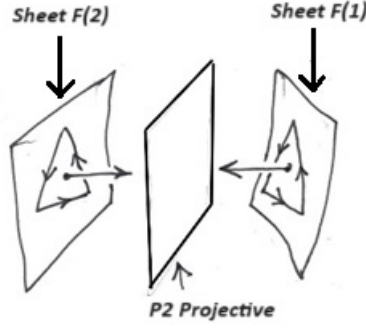
Şekil 6.1 - Antipodal Noktaları Birleştirerek Bir Kürenin Çevrilmesi

NB: Möbius şeridi, tek kenarı ve tek kenarı olan bir yüzeydir. Sürekli dönüşümler altında değişmez kalan uzayların özelliklerini inceleyen bir matematik dalı olan topolojide klasik bir matematiksel nesnedir. Möbius şeridi, bir kağıt şeridi alınıp yarım bükülerek ve ardından şeridin iki ucu birleştirilerek oluşturulabilir. Bu konfigürasyon, üzerinde bir çizgi çizmeye başladığınızda, kaleminizi hiç kaldırmadan şeridin her iki 'yanından' geçtikten sonra başlangıç noktasına geri dönecek bir yüzey üretir.

Möbius şeridini büyüleyici kılan şey, yönlendirilemeyen doğasıdır. Normal bir uzayda, örneğin bir kağıt yaprağında, 'üst' ve 'alt' arasında net bir ayrım vardır. Ancak bir Möbius şeridinde böyle bir ayrım yoktur: yüzey boyunca hareket ettikçe, yukarıdan aşağıya veya tam tersi şekilde kesintisiz olarak hareket edersiniz.

Möbius şeridi genellikle topoloji ve geometride tek taraflı yüzey fikri ve uzamsal sezgilerimizin sınırları gibi önemli kavramları göstermek için kullanılır. Teorik fizik ve kozmolojide Möbius şeridi, uzay-zamanın burulması veya farklı boyutlar arasındaki bağlantı gibi karmaşık uzamsal yapıları ve olguları keşfetmek için bir model olarak da kullanılabilir.

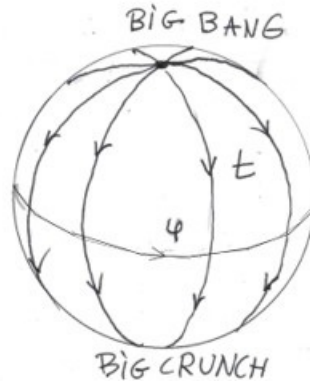
Örneğin, PT simetrisi bir projektif düzlemin bir kaplama tabakasından diğerine giden yolu olarak yorumlanabilir (Şekil 6.2).



Şekil 6.2 - P^2 Projektör

Geometrik bir nesnenin fonksiyonel bir koordinat sistemine sahip olabilmesi için metriğinin determinantının sıfır olmaması esastır. Özellikle "Gauss koordinatları" bağlamında bu ilke çok önemlidir. Dört boyutlu bir uzayda, bu gereklilik uzayın bir dizi üç boyutlu hiperyüzey tarafından kaplanmasını sağlar. Bu hiperyüzeyler jeodeziklere 'diktir', yani serbest hareket eden bir nesnenin izleyeceği yollara diktir ve yalnızca zaman koordinatı ile karakterize edilir. Burada 'zamanın oku' ile 'uygun zaman' arasındaki ayrım önemlidir: zamanın oku tek yönlü bir zamansal boyuta işaret ederken, uygun zaman gözlemciye özgü bir zaman ölçüsüdür.

İncelemekte olduğumuz iki boyutlu uzay-zaman bağlamında, yapraklanma bir dizi çember kullanılarak gerçekleştirilir. Bu daireler üzerindeki her nokta, dairelere ortogonal olan bir 'zaman vektörü' ile ilişkilendirilebilir. Bu durumda ortogonallık, zaman vektörünün her bir dairenin yüzeyine dik olacak şekilde konumlandırıldığı ve uzay-zamanın farklı bir zamansal bileşenini oluşturduğu anlamına gelir (Şekil 6.3).



Şekil 6.3 - Bir Küreyi Kat Eden Daireler Ailesinde Bir Daireye Ortogonal "Zaman Vektörünün" Gösterimi S^2

Yine de bu "nesnenin" iki tekil noktası, yani azimutun tanımsız olduğu kutupları vardır. Bu kutuplar kaçınılmaz "ağ tekilliklerini" temsil eder. Örneğin, üçgen tabanlı bir piramit olan kürenin bir yaklaşımını temsil etmek için dörtyüzlü gibi basit bir çokyüzlü düşünürsek, Euler-Poincaré karakteristiği 4 (köşeler) - 6 (kenarlar) + 4 (yüzler) = 2 'dir. Bir kürenin Euler-Poincaré karakteristiği S^n eğer 2 'ye eşitse n çift ve sıfır ise n tektir (5.3.3).

Bizim bakış açımıza göre, evren bir küre olurdu. S^4 İki tekillik, Büyük Patlama ve Büyük Çöküş. Dört boyutlu bir küre S^4 kavramı daha yüksek boyutlara genişleterek düzenli bir küreye benzetir. Bu küreyi iki kutbu olan Büyük Patlama ve Büyük Çöküş ile birlikte düşünürsek, "paralellikler" ile haritalanabilir (2 boyutlu bir yüzeydeki paralel dairelere benzer şekilde S^2). Bu yapraklanma süreci, küre boyunca, Dünya üzerindeki enlemleri temsil eden çizgilere benzeyen katmanların veya 'dilimlerin' oluşturulmasını içerir. Böylece geçmiş-gelecek yönelimi her yerde aynı olur. Bu bağlamda, geçmiş-gelecek yönelimi, Büyük Patlama'dan Büyük Çöküş'e kadar olan ve bu yapraklı yapı boyunca tutarlı hale gelen zamanın yönünü ifade eder. Paralel yüzeylere olan bu normale göre uzay-zaman yönlendirilebilir, yani uzay-zaman yapısında iyi tanımlanmış bir 'yukarı' ve 'aşağı' kavramı vardır.

Ancak, bu yüzeyi "katlayarak" (ya S^2 veya S^4), iki paralelin üst üste bindiği bir durum yaratırız. Bu anlamda katlama, kürenin yapısını, yüzeyin farklı kısımları temas edecek şekilde manipüle etmek anlamına gelir. Bu durumda zaman vektörleri daha önce de belirtildiği gibi antiparalel ya da zıt hale gelir. Zaman vektörü, uzay-zamandaki her bir noktada zamanın yönünü temsil etmenin bir yoludur. Bu vektörler antiparalel hale geldiğinde, temas noktalarında zamanın yönünün tersine döndüğü anlamına gelir. Bu da 'indüklenmiş yönelim' olarak adlandırabileceğimiz bir duruma yol açar. Burada indüklenen yönelim, katlanma sürecinden kaynaklanan zaman vektörlerinin yeni yönelimini ifade eder. Bir Möbius şeridinin üç yarım kıvrımlı (iki katlı kaplama) iki tabakalı kaplaması gibi yapılandırılan bu uzay-zamanın her noktasında, 'antipodal madde' (hem uzamsal hem de zamansal) 'retrokronik' görünür. Üç yarım kıvrımlı bir Möbius şeridi, uçlarını birleştirmeden önce bir kağıt şeridini üç kez bükerek görselleştirilebilen tek taraflı bir yüzeydir.

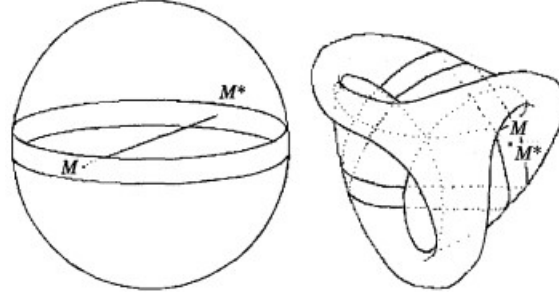
Jean-Pierre Petit'nin makalesinde (Petit 1994), etkileşim yasalarının şu şekilde olduğunu varsayarak, evrenin antipodu tarafından yaratılan kütleçekim alanı ile etkileşimini ele almaktadır:

1. Newton'a göre sıradan kütleler karşılıklı olarak birbirlerini çekerler.
2. Newton'a göre, "antipodal" kütleler birbirini çeker.
3. Sıradan kütleler ve "antipodal" kütleler birbirlerini "anti-Newton" yasasına göre iterler.

Bu hipotez onu, evrene 2 boyutlu bir yüzeyin 'iki tabakalı kaplaması' topolojisini vererek 'katlamaya' yöneltti.

Böylece "katlanmış" küre S^2 (kapalı yüzey), Şekil 6.4'teki gibi tek bir kutbu olan ve Euler-Poincaré karakteristiği 1'e eşit olan başka bir kapalı yüzeyin, Boy yüzeyinin örtüsü haline gelir. Boy yüzeyi, tüm antipodal noktaların birleştiği tekil bir noktaya sahip, tek bir yüzü ve tek bir kenarı olan, yönlendirilemeyen benzersiz bir 3B yüzeydir. Boy yüzeyi, tek bir yüzü

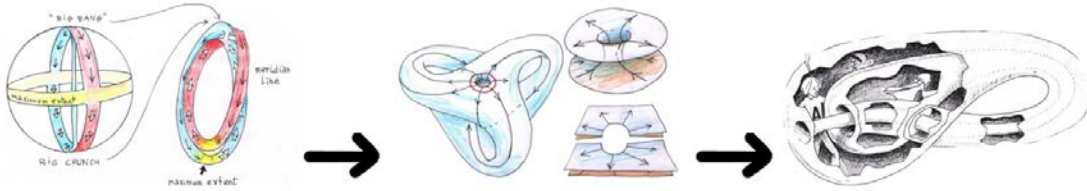
ve tek bir kenarı olan 3B yönlendirilemeyen yüzeylere bir örnektir. İlgi çekicidir çünkü klasik kürenin aksine, tüm antipodal noktaların birleştiği tekil bir noktaya sahiptir. Bu, Boy'un yüzeyinde bir çizgi çizmeye başlarsanız, sonunda bir kenarı geçmeden veya diğer tarafı kullanmadan başlangıç noktanıza döneceğiniz anlamına gelir, çünkü hiçbir kenar yoktur.



Şekil 6.4 - 2-Kürenin ekvatorunun komşuluğu ve Boy yüzeyi üzerindeki konumu

Bu aşamada, Büyük Patlama ve Büyük Çöküş "çakışır".

Daha sonra bu iki ağ tekilliğini birbirine bağlamak için bu kutupsal tekilliğin yerine bir "tüp" öngörülebilir:



Şekil 6.5 - Kürenin yapraklanmasından sonra ortada kalan çocuk yüzeyi S^2 ve Klein şişesi K^2 sağda

Tekil doğa ortadan kalkar ve nesne bir Klein şişesinin astarına dönüşür K^2 şişesi, Şekil 6.5'te gösterildiği gibi Euler-Poincaré karakteristiği sıfır olan, belirgin bir sınırı veya iç kısmı olmayan, yönlendirilemeyen bir yüzeydir. Klein şişesi, belirgin bir sınırı veya içi olmayan bir başka yönlendirilemez yüzeydir. Kenarları da birleşik olan bir Möbius şeridi düşünün. Boy yüzeyinin aksine, Klein şişesi üç boyutlu uzayımızda kendi kendine kesişme olmadan temsil edilemez. İlgi çekici yanı, "iç" ve "dış" kavramlarının birbirinden ayrılmadığı, topoloji ve teorik kozmolojideki belirli fikirler için faydalı bir temsil sağlayan topolojik davranışında yatmaktadır.

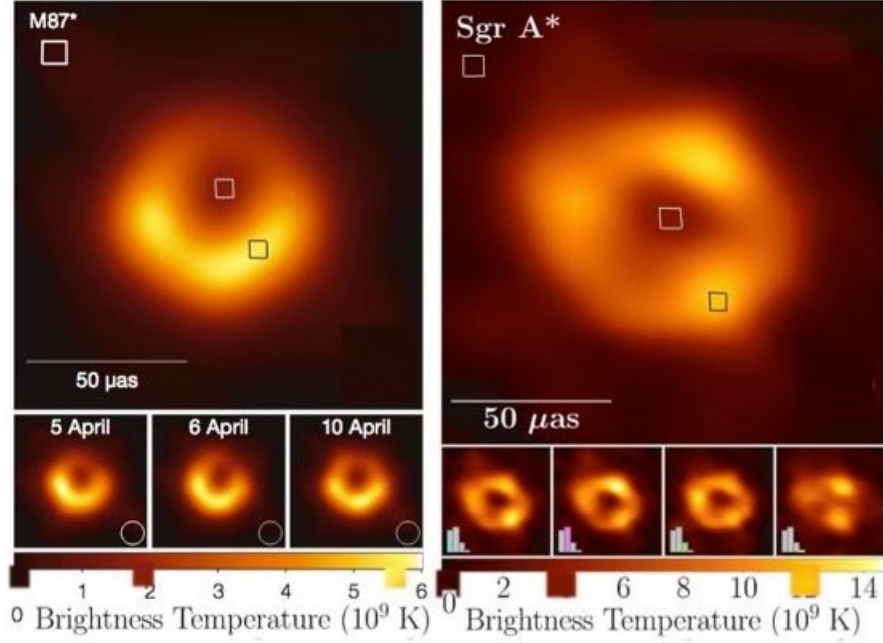
1950'lerde teorik fizik ve kozmolojideki sınırlamaların, alanın topolojiyi benimsemekte gecikmesine atfedebileceğine inanıyorum. Sürekli deformasyonlarla korunan özelliklerin incelenmesi olan topoloji, evrenin dokusunu ve karmaşık yapılarını anlamak için yeni yollar sunabilirdi.

7 Süper kütleli kritik altı nesnelere M87 ve Sagittarius A*'ın alternatif yorumu.

Galaksilerin merkezinde yer alan süper kütleli nesnelere *Astrophysical Journal*'da yayınlanan ilk görüntüleri esas olarak dev kara delikler olarak yorumlanmıştır. Bu yorum, yaygın olarak kabul gören alternatif açıklamaların yokluğuna dayanmaktadır. Bu çalışma bu görüntüleri, özellikle de M87 galaksisi ve Samanyolu'nun merkezindeki nesnelere yeniden incelemektedir. Yarıçapları, kütlelerinden hesaplanan Schwarzschild yarıçapından sadece %5,72 daha kısa olan kritik altı süper kütlelerin olasılığını vurgulamaktadır. Ayrıca bu özelliklerin merkezi kısımlarının kütleçekimsel kırmızıya kayma etkisiyle karardığını göreceğiz. $z + 1$. Bu kayma, uzaktaki bir gözlemci tarafından alınan ışığın dalga boyunun yüzeyden yayılan ışığa oranı olarak hesaplanır ve bu nesnelere merkezinden koronasına kadar gözlemlenen maksimum ve minimum sıcaklıkların oranına karşılık gelir ki bu değer 3'e oldukça yakındır. Bu cisimlerin kararlılığının, geometrik kritiklikten çok önce meydana gelen fiziksel bir kritiklikten kaynaklanan kütleçekimsel çökme ile merkezlerinden yayılan ve ışık hızının karesiyle orantılı olan sabit yoğunluktaki son derece yüksek ısınım basıncı arasındaki dengeden kaynaklanabileceği fikrini inceleyeceğiz - bu olgu ilk kez Karl Schwarzschild tarafından Şubat 1916'da yayınlanan ikinci makalesinde ele alınmıştır. Analizimiz, alternatif bir yorum önererek galaksilerin merkezindeki süper kütleli nesnelere ilişkin anlayışımızı zenginleştirmeyi amaçlamaktadır.

7.1 Giriş

M87 galaksisinin ve Samanyolu'nun merkezinde yer alan iki süper kütleli nesnenin görüntüleri medyanın büyük ilgisini çekti ve hemen "*dev kara deliklerin ilk görüntüleri*" olarak tanımlandı. Bu görüntüler prestijli *Astrophysical Journal*'da yayınlandı (M87 (Akiyama 2019) ve Samanyolu'nun merkezindeki Sagittarius A (Akiyama 2022)). Aşağıda, bir çubuk renk tonunu '*parlaklık sıcaklığı*' olarak adlandırılan şeye bağlamaktadır:



Şekil 7.1 - M87 ve Sagittarius A nesnelerinin görüntüleri

Şekil 7.1'de, solda, M87 galaksisinin merkezindeki cismin ilk görüntüsü 1999 yılında yayınlanmış ve 3'e yakın bir oranla 1,8 milyar derece minimum parlaklık sıcaklığı ve 5,7 milyar derece maksimum sıcaklık göstermiştir. Üç yıl sonra, 2022'de, sağdaki ikinci görüntü yayınlandı ve 4 milyar derece minimum sıcaklık ve 12 milyar derece maksimum sıcaklık gösterdi, yine 3'e yakın bir oranla. Bu iki nesne çok farklı kütlelere sahip, ilki ikincisinden 1,625 kat daha büyük. Bu koşullar altında, her iki nesne için de ön plandaki sıcak gaz bulutunun, maksimum ve minimum sıcaklıklarının oranının her iki durumda da 3'e bu kadar yakın olduğu özelliklere sahip olması ilginç görünmektedir. Eğer üçüncü bir cismin görüntüsü de aynı gözleme yol açısaydı, bu cisimlerin gerçek doğasını sorgulamak ihtiyatlı bir davranış olurdu.

Galaksilerin merkezinde yer alan süper kütleli nesnelerin ilk görüntüleri dev kara deliklerle ilişkilendirilmişti ve tamamen siyah olmayan merkezi kısım, kara deliğin etrafında dönen sıcak gaz diskinden yayılan ışıktan kaynaklanıyor gibi görünüyordu. Ancak, bu çalışmanın ilerleyen bölümlerinde göreceğimiz gibi, bir nötron yıldızı iki senaryo altında kritikliğe ulaşabilir:

- Süper kütleli bir yıldızın bir süpernovaya dönüşmeden önce demir çekirdeği üzerine aniden çökmesini içeren ani bir şekilde.
- Daha aşamalı olarak, ikili sistemlerde, kritik altı bir nötron yıldızı, bir 'yıldız rüzgarı' yoluyla bir yoldaş yıldız tarafından yayılan gazı emerek yavaşça kütle biriktirir. Potansiyel olarak daha fazla dönüşüm geçirebileceği kritik kütle, nötron yıldızının içindeki maddenin durum denkleminde bağlıdır ve değişebilir. Tipik olarak, mevcut modeller daha fazla dönüşüm için gereken kritik kütlenin Tolman-Oppenheimer-

Volkoff limitine yakın, yaklaşık olarak güneş kütlelerinin 2 ila 3 katı aralığında olduğunu tahmin etmektedir.

Böyle bir modelin özelliği, büyük kütleli nesnenin koronası ile merkezi (maksimum ve minimum sıcaklıklar) arasında 3'lük bir parlaklık sıcaklığı oranına sahip olması gerektiğidir. Daha sonra göstereceğimiz gibi, daha tutarlı bir alternatif yorum, bu nesnelerin merkezi kısmının kararmasını, ufuklarının yakınında zamanı genişleten veya yavaşlatan bir kütleçekimsel kırmızıya kayma etkisine bağlamak olacaktır.

Bunun nedeni büyük kütleli bir nesnenin etrafındaki uzay-zamanı bükerek sadece büyük kütleli nesnelerin değil ışığın da yörüngesini etkilemesidir. Bir foton böyle bir nesnenin yakınından geçtiğinde, uzay-zamanın bu eğriliği nedeniyle yolu bükülür, bu da kütleçekimsel merceklenme olarak bilinen bir olgudur (bkz. Şekil 3.4). Ancak değişen sadece fotonun yolu değildir: kütleli nesneden uzaklaştıkça, foton güçlü kütleçekim alanından kaçmak için enerji kaybeder. Bu enerji kaybı, fotonun frekansında bir azalmaya neden olur, bu da dalga boyunu ışık spektrumunun kırmızı ucuna doğru uzatır, bu da kütleçekimsel kırmızıya kayma olarak bilinen bir olgudur.

Kütleçekimsel kırmızıya kayma nedeniyle bir fotonun kaybettiği enerjiyi hesaplamak için, bir fotonun enerjisinin doğrudan frekansı ile ilişkili olduğunu anlamak önemlidir f denklemleri aracılığıyla $E = hf$ nerede h Planck sabitidir.

Frekans ile yayılan bir foton düşünürsek f_e ve azaltılmış bir frekansta gözlemlenir f_r . Kütleçekimsel kırmızıya kayma nedeniyle, foton tarafından kaybedilen enerji, ilk ve son enerjiler arasındaki fark olarak ifade edilebilir:

$$\Delta E = h(f_e - f_r)$$

Frekans ve dalga boyu arasındaki ilişkiyi kullanarak ($f = \frac{c}{\lambda}$), nerede c ışık hızı olduğuna göre, bu denklem dalga boyları cinsinden yeniden yazılabilir:

$$\Delta E = hc \left(\frac{1}{\lambda_r} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

Ve yerçekimsel kırmızıya kayma tanımını kullanarak $z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e}$ cinsinden bir ifade elde etmek için yeniden düzenleyebiliriz. z :

$$\Delta E = hc \left(\frac{1}{\lambda_e(1+z)} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

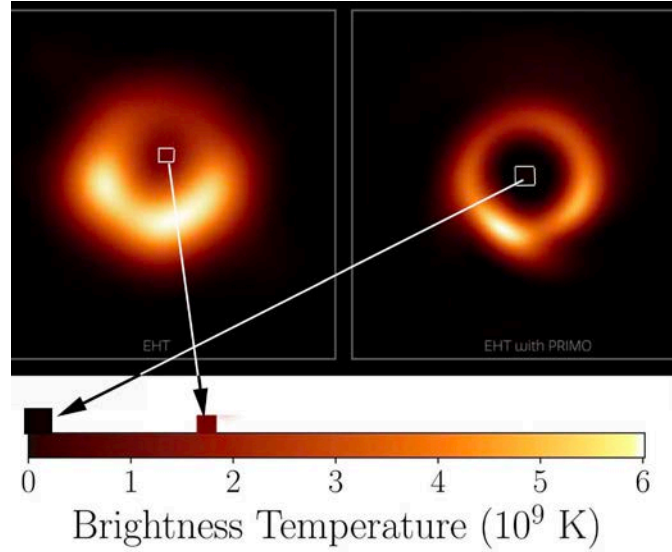
$$\Delta E = -\frac{hc}{\lambda_e} \left(\frac{z}{1+z} \right)$$

Bu denklem, bir fotonun kütleçekimsel kırmızıya kayma nedeniyle kaybettiği enerjinin, yayıldığı dalga boyuna ve kütleçekimsel kırmızıya kaymanın değerine bağlı olduğunu gösterir. z negatif işaret enerji kaybını gösterir.

Bu enerji kaybı sadece görünürde değildir. Örneğin, kozmik mikrodalga arka planı en büyük kütleçekimsel kırmızıya kaymaya uğramış radyasyondur. z yaklaşık 1.100'dür ve orijinal enerjinin oldukça altında, yaklaşık 3 Kelvin (-270°C) gibi çok düşük bir sıcaklık ve enerjiye karşılık gelir (bkz. Şekil 3.10).

Süper kütleli cisimlerin yakınında gözlemlenen çok ince, harmanlanmış jetlerin, yoğun bir karşıt manyetik basınç uygulayarak cismin kütleçekiminin etkisi altında çökmesine karşı çıkan güçlü bir manyetik alanın varlığına işaret ettiğini belirtmek de önemlidir. Bu nesnelere, maksimum kütlelerindeki nötron yıldızları gibi, kritik altıdır ve bu da 3 ile sınırlı bir kütleçekimsel kırmızıya kayma etkisine neden olur. Bu da bu nesnelere büyük kütleli kritik altı nesnelere olabileceğini düşündürmektedir.

Bilimde, bir gözlem teoriyle uyuşmadığında, genellikle sorgulanan teori olur. Ancak, *Astrophysical Journal*'da (Medeiros 2023) yayınlanan bu çok yeni makalede, araştırmacılar gözlemleri kara delik modeliyle uyumlu hale getirmek için değiştirdiler. Kütle, açısal momentum gibi çeşitli parametreleri manipüle ederek ve Şekil 7.2'de gösterildiği gibi PRIMO yazılımını kullanarak gözlemlenen verilerle en iyi eşleşeni seçerek kara deliklerin sentetik görüntülerini oluşturdular.



Şekil 7.2 - Sağda PRIMO tarafından işlenen M87 kara deliğinin sentetik görüntüsü soldaki orijinal görüntü ile karşılaştırıldığında

Sonuç teoriyi doğruladı, ancak araştırmanın bilimsel titizliği ve objektifliği konusunda soru işaretleri yarattı.

7.2 Olgunun alternatif yorumu

Alternatif bir yorum, merkezden kenara doğru olan bu renk değişimini kütleçekimsel bir kırmızıya kaymaya bağlamaktır. $z = 2$ dalga boyunun bir faktör kadar uzamasına yol açar. $1 + z = 3$. Bu tür nesnelere hakkında ne söyleyebiliriz?

7.2.1 Fiziksel ve Geometrik Kritikliklerin Karşılaştırılması

Bölüm 5.1'de, Einstein denklemlerinin Schwarzschild çözümlerini inceledik ve sabit yoğunluklu bir akışkan için Schwarzschild dış metriğini ve buna karşılık gelen iç metriği vurguladık ρ_0 . Bu çözümler Merkür'ün perihelion'unun ilerlemesi ve yerçekimsel merceklenme fenomeni gibi olgularla doğrulanmıştır (Şekil 3.4). Karl Schwarzschild bu iki ölçütü yöneten koşulların fiziksel gerçeklikle tutarlı olmasını sağlamaya çalıştı.

Bir senaryoda yıldızın yoğunluğu, ρ_0 sabit kalır, karakteristik bir yarıçap \hat{r} tanımlanabilir. Gerçekten de, Schwarzschild tarafından Şubat 1916 tarihli ikinci makalesinde (Schwarzschild 1916a) yayınlanan iç metriği ele alırsak:

$$ds^2 = \left(\frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \frac{3}{\kappa\rho_0} (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

Schwarzschild ışık hızını c bire eşittir. Yani ifade $\frac{3}{\kappa\rho_0}$ olarak yazılmalıdır $\frac{3c^2}{\kappa\rho_0}$. Daha sonra, K. Schwarzschild bir sabit tanımladı κ eşit olduğu için $8\pi k^2$ "nerede k^2 Gauss'un yerçekimi sabitidir", bu da daha sonra karakteristik yarıçapı tanımasına izin verdi \hat{r}^2 eşittir $\frac{3}{\kappa\rho_0}$ Bu aynı zamanda Flamm yüzeyinin meridyeninin bir parçasını oluşturan dairenin yarıçapıdır ((Oppenheimer ve Snyder 1939)). Böylece, önceki denklem bizi şu sonuca götürür:

$$ds^2 = \left(\frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \hat{r}^2 (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

O zaman, K. Schwarzschild'in kullandığı gibi χ kürenin içindeki noktaları bulmak için, değişkene geçer r değişken değişimini uygulayarak $r = \hat{r}\sin\chi$ Bu bize metriğin modern şeklini verir. Tolman 1934 yılında kesin bir açıklama yaparak aşağıdaki ifadeyi vermiştir ((Tolman 1934)):

$$ds^2 = - \frac{dr^2}{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2} \right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_n^2}{\hat{r}^2} \right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2} \right)} \right]^2 c^2 dt^2$$

Nerede r_n yıldızın yarıçapı ve \hat{r} yoğunluğunun bir fonksiyonu olarak bir yıldız sabitidir ρ_0 . Metrikteki terimlerin sırasını imzaya göre formüle ettiğine dikkat edin (---+) ancak ilgili terimlerin işaretlerini korur.

Durağan bir gözlemci düşünün ($dr = d\theta = d\phi = 0$) bir yıldızın içinde yer alır. Metrik şu hale gelir :

$$ds = cd\tau = \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_n^2}{\hat{r}^2}\right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right)} \right] cdt = f(r)dt$$

nerede τ yıldızın içindeki sabit gözlemci tarafından gözlemlenen uygun zaman ve $f(r)$ zaman faktörüdür.

Daha sonra, bölüm 5.1'de görüldüğü gibi, zaman faktörü yıldızın merkezinde sıfır olduğunda, yıldızın yarıçapı kritik yarıçaptan sadece %5,72 daha küçük olduğunda, geometrik kritiklik ortaya çıkmadan önce fiziksel kritikliğe ulaşılır \hat{r} yoğunluğundan çıkarılabilir:

$$r_n = R_{cr\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}} \hat{r} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G \rho_0}}$$

7.2.2 Fiziksel kritikliğe yakın yerçekimsel kırmızıya kayma

Schwarzschild'in çözümü daha sonra Tolman ((Tolman 1934)), Oppenheimer ((Oppenheimer ve Snyder 1939)) ve diğerleri ((Adler, Bazin ve Schiffer 1975)) tarafından farklı bir biçimde ele alınmış ve Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) denklemi olarak bilinen durum denkleminin diferansiyel formda sunulmasına yol açmıştır:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\rho c^2 + p}{r^2} \left(\frac{4\pi G}{c^4} p r^3 + \frac{Gm(r)}{c^2} \right) \left(1 - \frac{2Gm(r)}{c^2 r} \right)^{-1}$$

Bütünleşik değeri bir yüzyıl önce Karl Schwarzschild tarafından verilmiştir (bkz. Şekil 7.3). Şubat 1916'da yayınlanan ikinci makalesinde (Schwarzschild 1916a), sabit yoğunluklu sıkıştırılmaz bir akışkanla dolu bir kürenin içindeki geometriyi tanımlar ρ_0 :

$$f_2 = \frac{3}{\kappa \rho_0} \sin^2 \chi, \quad f_4 = \left(\frac{3 \cos \chi_a - \cos \chi}{2} \right)^2, \quad f_1 f_2 f_4 = 1. \quad (29)$$

$$\longrightarrow \rho_0 + p = \rho_0 \frac{2 \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \quad (30)$$

$$3x = r^3 = \left(\frac{\kappa \rho_0}{3} \right)^{-3/2} \left[\frac{9}{4} \cos \chi_a \left(\chi - \frac{1}{2} \sin 2\chi \right) - \frac{1}{2} \sin^3 \chi \right]. \quad (31)$$

Şekil 7.3 - Karl Schwarzschild tarafından 1916 yılında elde edilen basınç kanunu

Bu formülde, ışık hızı her zaman bir birim değere ayarlanır. Sonuç olarak, bu formül şuna eşdeğerdir:

$$p = \rho_0 c^2 \left(\frac{\cos \chi - \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \right)$$

Daha sonra, Bölüm 7.2.1'de görüldüğü gibi, K. Schwarzschild r Aşağıdaki basit değişken değişikliği ile :

$$r = \hat{r} \sin \chi$$

Yıldızın yüzeyinde basınç şu durumlarda sıfır olur $\chi = \chi_a$ tarafından verilen bir yarıçapa sahiptir:

$$r_a = \hat{r} \sin \chi_a$$

Yıldızın merkezi şuna karşılık gelir $\chi = 0$ Böylece basınç :

$$p = \rho_0 c^2 \left(\frac{1 - \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - 1} \right)$$

Bu, aşağıdakiler için bu yarıçapa maksimum bir sınır getirir $\cos \chi_a = \frac{1}{3}$ Anlamı:

$$r_a = R_{cr_\phi} = \hat{r} \sqrt{\frac{8}{9}} \approx 0,9428 \hat{r}$$

Bununla birlikte, fiziksel bir kritikliğe karşılık gelen kütleği göz önüne alırsak :

$$M_{cr_\phi} = \frac{4}{3} \pi \hat{r}^3 \rho_0$$

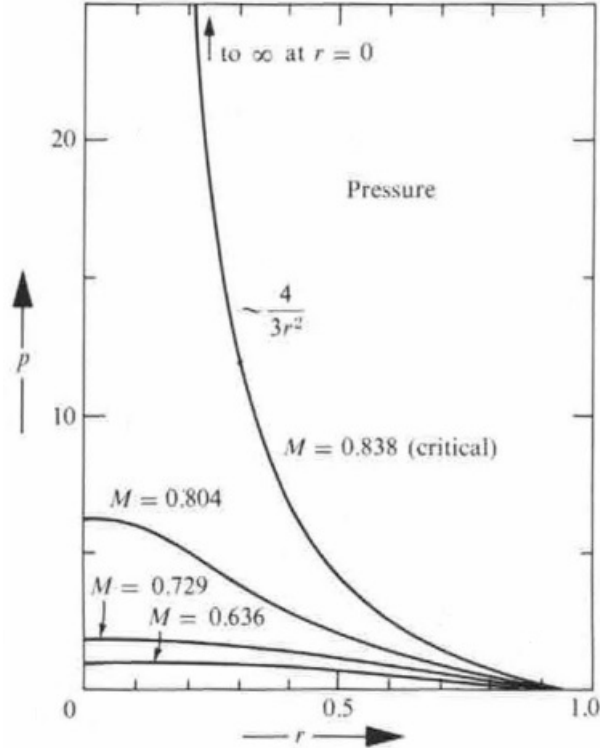
ve geometrik kritikliğe karşılık gelen :

$$M_{cr_\gamma} = \frac{4}{3} \pi r_a^3 \rho_0$$

aşağıdaki ilişkiyi elde ederiz:

$$M_{cr_\phi} = \left(\frac{8}{9} \right)^{\frac{3}{2}} M_{cr_\gamma} = 8.838 M_{cr_\gamma} = 2.5 M_{solar}$$

Bu değer, mevcut gözlemlerden doğrudan çıkarabildiğimiz ve Thorne, Wheeler ve Misner'in kitaplarında (Thorne, Wheeler ve Misner 1973, sayfa 611) Şekil 7.4'te gösterildiği gibi basıncın sonsuza uçtuğu kritik kütle olarak tahmin ettikleri bazı nötron yıldızlarının kütleleriyle uyumludur:



Şekil 7.4 - Sabit yoğunluklu bir nötron yıldızının içindeki basıncının değişimi

Elbette, nötron yıldızlarının M87 ve Samanyolu'nun merkezindeki nesnelere karşılaştırılabilir görüntülerine hiçbir zaman sahip olamayacağız. O halde kütleçekimsel kırmızıya kayma etkisini hesaplayalım $z + 1$ (bu fiziksel kritikliğe yakın büyük gök cisimlerine karşılık gelir. Bu etki, yüzeylerinden yayılan ışığı, onu gerilmiş bir dalga boyu (kırmızıya kayma) ile algılayacak olan uzaktaki bir gözlemciye doğru radyal yönde etkiler. λ_r dalga boyu (kırmızıya kaymış). Tarafından verilir:

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R_s}{r_a}}}$$

Bununla birlikte, merkezi kısımda, geometrik kritiklik yarıçapı *Schwarzschild* yarıçapı ile tanımlanır, ki bu :

$$R_s = \frac{2GM_{cr\gamma}}{c^2} = \frac{2G}{c^2} \left(\frac{4}{3} \pi r_a^3 \rho_0 \right) = \frac{8\pi G \rho_0}{3c^2} r_a^3 = \frac{r_a^3}{\hat{r}^2}$$

O zaman kütleçekimsel kırmızıya kayma :

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r_a^2}{\hat{r}^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{r_a c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{8}{9}}} = 3$$

Bu tam olarak M87 ve Samanyolu galaksilerinin merkezinde yer alan kara deliklerin ilk iki görüntüsünden elde edilen maksimum ve minimum sıcaklıklar arasındaki orandan çıkarılan

değerdir. Dolayısıyla bu süper kütleli nesnelere görüntüleri, merkezlerindeki basıncın - birim hacim başına enerji yoğunluğu olarak tanımlanır - ya sonsuz ya da en azından son derece yüksek olacağı kritik altı varlıklara da karşılık gelebilir.

7.2.3 Sabit Yoğunluklu Plazmalarda Işık Hızı ve Basıncının Değişimi

Şimdi sabit yoğunlukta olduğu varsayılan bir akışkan (hidrojen plazması) düşünelim. Aşağıdaki bir sıcaklıkta 3000° içerisindeki basınç ile verilir:

$$p = \frac{\rho_0 v^2}{3}$$

nerede v plazmayı oluşturan parçacıkların ortalama termal çalkalanma hızıdır. Bu nedenle, "eğer basınç p sonsuza doğru eğilim gösteriyorsa, bu hızın da sonsuza doğru eğilim göstermesi gerekir ki bu da özel göreliliğin temel ilkelerinden biri olan "nedensellik ilkesi" ile çelişir. $v > c$ " (Thorne, Wheeler ve Misner 1973)), fiziksel bir sapmaya yol açacaktır.

Bununla birlikte, uzay-zamanın bu bölgesinde, bu plazma içindeki basınç radyatif hale gelir:

$$p_r = \frac{\rho_0 c^2}{3}$$

Sabit yoğunlukta bu ışınma basıncını arttırmayı öngörürsek, bu ancak ortamdaki ışık hızında bir değişim göz önünde bulundurularak başarılabilir ki bunu ilk öngören Karl Schwarzschild olmuştur (Schwarzschild 1916a):

Die Lichtgeschwindigkeit in unserer Kugel wird:

$$v = \frac{2}{3 \cos \chi_a - \cos \chi_s}, \quad (44)$$

Şekil 7.5 - Sabit yoğunluklu bir kürede ışık hızındaki değişim

Dolayısıyla, makalesinde de belirttiği gibi, ışık hızındaki artış basıncındaki artışı takip eder. Işık hızının değeri gibi bu basınç da yükseldiğinde ne olur? Karl Schwarzschild'e göre (Schwarzschild 1916a) sayfa 433) bu iki niceliğin aşağıdaki durumlar için sonsuz hale geldiği açıktır $\cos \chi_a = \frac{1}{3}$ karşılık gelen $r = R_{cr\phi}$ (44) Bölüm 7.2.2'de görüldüğü gibi.

Karl Schwarzschild'in çalışmasından, bu süper kütleli kritik altı nesnelere kararlılığının, geometrik kritiklikten çok önce meydana gelen fiziksel kritiklikten kaynaklanan kütleçekimsel çöküşün, merkezlerinden gelen sabit yoğunlukta, ışık hızının karesiyle orantılı, son derece yüksek bir radyatif basınçla telafi edilmesinden kaynaklandığı sonucunu çıkarabiliriz.

7.3 Sonuç

İlk olarak *Astrophysical Journal*'da dev kara deliklerin ilk görüntüleri olarak sunulan, galaksilerin merkezinde yer alan süper kütleli nesnelere görüntülerini analiz ettik. Derinlemesine çalışmamız sayesinde, bu nesnelere için alternatif bir yorum öneriyoruz; bu nesnelere kritik altı süper kütleli özelliklere karşılık gelebilir ve 3'e yakın bir maksimum /

minimum sıcaklık oranı sergiler. Gerçekten de, yarıçapları kütlelerinden çıkarılan Schwarzschild uzunluklarından yalnızca %5,72 daha kısadır. Bu gözlem, Schwarzschild'in Şubat 1916'da ikinci makalesinde yayınladığı iç geometrik çözümünün önerdiği gibi, fiziksel kritikliğe yaklaşan nötron yıldızlarının potansiyel özelliği olan yerçekimsel kırmızıya kayma etkisiyle uyumludur. Savaş sonrası kozmologların çoğu tarafından büyük ölçüde bilinmeyen ve 1999 yılına kadar İngilizceye çevrilmeyen bu çözüm, bu fenomenleri gözlemlemek için benzersiz bir bakış açısı sunmaktadır. Bu nesnelereki basınç, ışık hızı ve zaman faktörü gibi unsurları inceleyerek, galaksilerin kalbindeki karmaşık astrofiziksel fenomenlerin mevcut açıklamasını zenginleştirmeyi amaçlıyoruz. Bu, geometrik kritiklikten çok önce meydana gelen fiziksel kritiklikten kaynaklanan kütleçekimsel çöküş ile merkezlerinden kaynaklanan sabit yoğunluktaki, ışık hızının karesiyle orantılı son derece yüksek radyatif basınç arasındaki bir denge ile sürdürülebilen kararlılıklarının araştırılmasını da içermektedir. Karl Schwarzschild'in yüzyıllık çalışması bize, köklü teoriler içerisinde hala çözülmesi gereken gizemler olduğunu hatırlatmaktadır. Özellikle zaman faktörünün evrimi ve zaman kavramının kendisi üzerindeki derin etkileri ile ilgili olarak ortaya attığımız sorular çok önemlidir ve daha fazla araştırmayı davet etmektedir. Gelecekteki gözlemler hipotezlerimizi doğrularsa, özellikle de benzer bir sıcaklık oranına sahip üçüncü bir süper kütleli nesnenin görüntüsü keşfedilirse, bu mevcut astrofizik modellerimizin bazılarının yeniden değerlendirilmesini teşvik edecektir. Nihayetinde evren, tüm genişliği ve karmaşıklığıyla, doyumsuz bilgi arayışımızda bizi teşvik etmeye devam ediyor.

8 Zorluklar ve Tartışmalar

8.1 Modelin İletilmesi ve Kabul Edilmesinde Karşılaşılan Zorluklar

Janus Kozmolojik Modeli'ni yaygınlaştırma ve doğrulama çabalarımızda, özellikle bilimsel yayıncılık alanında zorlu zorluklarla karşılaştık. Bu bölüm, egemen uluslararası yayın sisteminin doğasında var olan karmaşıklıkları ve önyargıları vurgulayarak bu zorlukları detaylandırmayı amaçlamaktadır.

Karşılaştığımız en önemli engellerden biri, saygın dergilerdeki hakem değerlendirme süreciydi. Halihazırda var olan sistemin genellikle katı ve yeni fikirlere, özellikle de Fizik ve Kozmolojinin yerleşik temellerine meydan okuyanlara karşı geçirimsiz olduğunu gördük. Diğerlerinin yanı sıra *Physical Review D*, *Modern Physics Letters A*, *Astrophysical Journal* ve *Astrophysics and Space Science*

gibi prestijli dergilerde yayın yapma girişimlerimiz direnç ve şüphecilikle karşılaştı. Bu direnç bizim bilimsel titizliğimizin eksikliğinden değil, bilim camiasındaki statükoyu korumaya yönelik genel eğilimden kaynaklanıyor gibi görünüyor.

Yayınlama girişimlerimizde, karşılaştığımız zorlukları gösteren yanıtlar aldık. Örneğin, *The Astrophysical Journal*'ın editörü

Dr. Ethan T. Vishniac'tan

gelen bir mektup, yayınları bağlamında çalışmamızın alışılmadık doğasını vurguladı:

Sayın Dr. Zejli,

Size yakın zamanda The Astrophysical Journal'a gönderdiğiniz ve yukarıda atıfta bulunulan makalenizle ilgili olarak yazıyorum.

Yazınızı okudum ve dergimizde yayınlanması için uygunluğunu değerlendirdim. Dergimiz, doğrudan astrofizik sistemlere uygulanan astronomik gözlemler veya teori üzerine yeni sonuçlar sunan makaleler konusunda uzmanlaşmıştır. Ne yazık ki, bimerik göreliliğin temel yönlerini ele alan makalenizin konusu, Dergilerimizin konu alanının oldukça dışında kalmaktadır. Sonuç olarak, makalenizi yayınlamayacağımızı bildirmekten üzüntü duyuyorum. Bununla birlikte, gelecekteki araştırmalarınızda size en iyi dileklerimi sunuyorum.

Bu makalenin konusu, yerçekimi fiziği konusunda uzmanlaşmış bir derginin kapsamı dahilinde olacaktır. Genel bir politika olarak, belirli dergileri tavsiye etmiyorum. Sadece bu makalenin bir araştırma makalesi olarak iyi organize edilmediğini belirtmek isterim. Makalenin büyük bir kısmı önceki çalışmaları gözden geçiriyor ve yeni sonuçları ve bunların önemini ayırt etmek zor. Örneğin, özette her ikisinden de bahsedilmiyor.

Saygılarımla,

Ethan T. Vishniac

AAS Genel Yayın Yönetmeni

Johns Hopkins Üniversitesi

Bu, makalemizin "*bimerik göreliliğin*" (bimetrik anlamına gelir) temel yönlerini ele almasına rağmen, derginin astrofizik sistemlere uygulanan yeni astronomik sonuçlara ve teorilere odaklanmasıyla uyumlu olmadığı anlamına gelir. Bu nazik ve bilgilendirici yanıt, bilimsel

araştırmanın yerleşik çerçevesine uyan çalışmaları tercih etme yönündeki genel eğilimi yansıtmaktadır. Buna karşılık, *Physical Review D'nin* yanıtları çok daha kısa ve özdü ve genellikle "*Uygun değil*" ifadesiyle özetleniyordu. Bu kısa yanıt, teorik fizik ve kozmolojideki mevcut paradigmalardan önemli ölçüde ayrılan fikirlerin kabul görmesinin zorluğunu vurgulamaktadır.

Önde gelen dergilerle olan bu etkileşimler, yeni bilimsel teorilerin iletilmesinde karşılaşılan önemli bir zorluğun altını çizmektedir: araştırmanın bütünlüğünü ve yeniliğini korurken, yenilikçi çalışmaları bilimsel dergilerin yerleşik beklentileri ve standartlarıyla uyumlu hale getirme ihtiyacı.

Buna ek olarak, önde gelen bir yayın öncesi veri havuzu olan *arXiv'* deki son politika değişiklikleri ekstra bir karmaşıklık katmanı getirmiştir. Başvurulardan önce önemli bir hakemli dergide yayın yapılması yönündeki yeni gereklilik, özellikle geleneksel forumlarda başlangıçta dirençle karşılaşılabilecek öncü araştırmalar için paradoksal ve sezgisel görünebilir. Politikadaki bu değişiklik, ön sonuçları hızlı bir şekilde paylaşma ve bilim camiasıyla daha geniş çapta etkileşim kurma becerimizi önemli ölçüde engellemiştir.

Bu zorluklara rağmen, umut ışıkları ve tanınma oldu. İki dergi, Rus *Gravitation and Cosmology* (Pleiades Publishing) ve Alman *Astronomische Nachrichten*, çalışmalarımızı ciddiye almaya istekli olduklarını gösterdiler. Araştırmamıza olan bağlılıkları, umduğumuz kadar kapsamlı olmasa da, JCM'nin daha geniş kabul görmesi ve anlaşılması yönünde olumlu bir adımdır.

Bir sonraki bölümde, bu dergilerin yanıtlarını ve eleştirilerini analiz ederek, hem yapıcı yorumları hem de hakem değerlendirme sürecinin yenilikçi bilimsel teorileri barındıracak şekilde geliştirilebileceği alanları vurgulayacağız.

8.2 Sunulan Eleştiriler ve Yanıtlar Üzerine Tartışma

Janus Kozmolojik Modeli'ni yayınlama çabalarımız sırasında bazı önemli zorluklarla karşılaştık; bunlardan biri de *Gravitasyon ve Kozmoloji* dergisinin uzun inceleme süreciydi. Sekiz ay süren ısrarlı takibin ardından, dergi nihayet çalışmamızın kalitesini değerlendirecek bir hakem buldu. Ancak sonuç umduğumuz gibi olmadı. İşte karşılaştığımız zorlukların özünü özetleyen yazışma.

Gravitasyon ve Kozmoloji'den Yanıt

Sayın Dr. Zejli,

Çok sayıda girişimden sonra, GC23-019 sayılı '*Dipol Kovucunun Doğası*' başlıklı makalenizle ilgili hakem raporu elimize ulaştı. Ne yazık ki, rapor bir dizi ciddi eleştiri içeriyor. Bu rapor ışığında, makalenizi dergimizde yayınlanmak üzere kabul edemiyoruz.

Saygılarımla,

Dr. Sergey V. Bolokhov

Gravitasyon ve Kozmoloji Yayın Kurulu

HAKEM RAPORU

Yazarlar, Dipol İtici olarak adlandırılan fenomeni, aslında bir tür bimetrik teori olan "Janus kozmolojik modeli" çerçevesinde açıklamaya çalışmaktadır. Modelin kendisi, negatif kütleli parçacıklar ve negatif enerjili fotonlar gibi doğada var olma olasılığı çok düşük olan bazı varlıklar içermektedir. Bu amaçla, son deneylerin antimadde parçacıklarının aynı kütledeki madde parçacıklarıyla aynı çekim gücüne tabi olduğunu gösterdiğini hatırlamak yerinde olacaktır. Bu durum, yazarların negatif kütle varsayımını daha da şüpheli hale getirmektedir. Dahası, söz konusu teorinin sadece bir olguyu açıklamak için ortaya atılması ve gözlemlenen diğer sistemler üzerinde hiçbir etkisinin olmaması garip görünüyor. Makalenin zayıf bir noktası da, iticinin gözlemlenen parametrelerini dikkate alan özel hesaplamalar olmaksızın yalnızca nitel argümanlar içermesidir.

Bu eleştirmene cevabım

Sayın Dr. Sergey V. Bolokhov,

"Nature of the Dipole Repeller" başlıklı makalemiz hakkındaki hakem raporunu ilettiğiniz için teşekkür ederiz. Çalışmamızı gözden geçirmek için harcadığınız zaman ve çabayı takdir ediyoruz. Bununla birlikte, araştırmamızın temel kavramlarına ilişkin bazı yanlış anlaşılmalardan olabileceğine inanıyoruz ve bunları açıklığa kavuşturmak istiyoruz.

1. Negatif Kütle ve Antimadde Üzerine: Hakemin antimadde ile yapılan son deneyler ışığında negatif kütlelerle ilgili endişesi, modelimizin gözden kaçmış olabilecek temel bir yönünü vurgulamaktadır. Makalemizin temelini oluşturan Janus kozmolojik modeli, iki farklı türde antimaddenin varlığını öngörmektedir. Dirac'ın laboratuvarlarda ürettiği antimaddeye benzeyen C Tipi antimadde, kütleçekim kuvvetlerine sıradan maddeye benzer şekilde tepki verir. Buna karşılık, Feynman'ın negatif kütle kavramına karşılık gelen PT Tipi antimaddenin, Dipol Kovucu gibi kozmik boşlukların merkezlerinde var olduğu öne sürülmektedir. Bu tür, modelimizin kritik bir bileşeni olan ve el yazmamızın 10. sayfasında açıkça detaylandırılan bir anti-yerçekimi etkisi uygular.

2. Gözlemsel Doğrulamalar ve Model Uygulamaları: Modelimizin geçerliliği Dipol Kovucu'yu açıklamanın ötesine geçmektedir. Hakemin makalemizde gözden kaçırmış olabileceği çeşitli astronomik fenomenlere ilişkin içgörüler sunmaktadır:

Galaksi Hapsi ve İstikrarı: Negatif kütlelerle dolu boşluklarla açıklanır.

Çekimsel Mercekleme Etkileri: Model, galaksilerin etrafındaki çekimsel mercekleme olaylarını açıklar.

Evrensel Yapı: Teorimiz, evrenin negatif kütle kümeleriyle dolu, birbirine bağlı sabun köpüğünü andıran laküner bir yapısını önermektedir.

Galaksi Dönüş Eğrileri ve Yerçekimsel Anomaliler: Dönme eğrilerinin düzleşmesini ve galaksi sınırlarındaki yıldızların beklenmedik hızlanmasını açıklıyoruz.

Erken Galaksi Oluşumu: James Webb Teleskobu'ndan gelen son gözlemlerle desteklenen modelimiz, evrenin ilk 100 milyon yılında galaksilerin eşzamanlı oluşumunu önermektedir.

Yüksek Kırmızıya Kayma Galaksileri: Negatif kütleli kümelerin negatif kütleçekimsel mercekleme etkisi nedeniyle uzak galaksilerin (kırmızıya kayma > 7) sönük parlaklığını ele alıyoruz.

Yerel Relativistik Doğrulamalar: Model, Merkür'ün perihelion presesyonu ve Güneş'in ışık sapması gibi fenomenlerle uyumludur.

Süpernova Gözlemleri: Pozitif ve negatif kütle popülasyonları arasındaki asimetri Tip Ia süpernova gözlemleri ile uyumludur.

3. Modelin Kapsamının Yanlış Yorumlanması: Son olarak, teorimizin sadece tek bir olguyu açıklamak için kullanıldığı iddiası, modelimizin geniş uygulama alanını göz ardı etmektedir. Modelimiz diğerlerinin yanı sıra spiral galaksi yapıları, negatif enerjili fotonlar nedeniyle kozmik antimadde görünmezliği ve evrenin görünmez bileşenlerinin doğası için açıklamalar sunmaktadır.

Bu ek bilgi ve açıklamanın hakem raporunda dile getirilen endişelerin giderilmesine yardımcı olacağına inanıyoruz. Gerekirse daha fazla ayrıntı veya revizyon sağlamaya hazırız.

Yanıtımızı dikkate aldığınız için teşekkür eder, dergiye katkıda bulunma fırsatını sabırsızlıkla bekleriz.

Saygılarımla

Ne yazık ki, hakemin endişelerinin her birini ele alan ayrıntılı yanıtımızdan sonra, başka bir iletişim alamadık. Yayıncı ve hakem, akademik yayıncılığın yerleşik çerçevesi içinde yeni bilimsel teorilerin tanıtılmasında karşılaşılan zorlukları ve zaman zaman aşılmaz görünen engelleri göstererek diyalogdan çekilmiş gibi görünüyordu.

Astronomische Nachrichten dergisinin geri dönüşlerinin eleştirel analizi

Astronomische Nachrichten ile etkileşimlerimiz de zorluklar yarattı, ancak kozmolojide yeni fikirlerin kabulünde temel bir konunun daha derinlemesine araştırılmasını sağladı. İki aylık bir araştırmanın ardından bulunan tek hakem, yaygın bir sorunun altını çizen bir diyalog başlattı: ünlü fizikçiler tarafından oluşturulan varsayımlara bağımlılık, daha sonra çoğu kozmologun içinde çalıştığı paradigmaları şekillendirir ve sağlamlaştırır.

Çalışmamızın amacı, Schwarzschild

dış çözümünün iki ana varsayımına dayanan

yeni bir geometrik ve kozmolojik yorumunu sağlamaktır:

- **İzotropi:** $SO(3)$ etkisi altında değişmezlik, yani 3B dönüşler ve uzamsal ötelemeler grubu.
- **Durağanlık:** Metrik terimlerinin zaman koordinatına göre bağımsızlığı, yani zaman ötelemesine göre değişmezlik.

İlk olarak Schwarzschild tarafından tanımlanan genel çözüm, genellikle yeterli gerekçe gösterilmeden sunulmaktadır. Tolman 1934'te ((Tolman 1934)) en genel formun bir çapraz terim içerdiğini belirtmiştir. $drdt$. Ancak, bu terim daha sonra kolaylık sağlamak için ihmal edilmiştir. Schwarzschild'inki de dahil olmak üzere bu yaklaşım, Bölüm 5'te ayrıntılı olarak tartışıldığı üzere, birçok araştırmacı tarafından takip edilmiştir.

Hakem, böyle bir çapraz terimin bulunmamasının varsayılan simetri varsayımlarından kaynaklandığına işaret etmiştir. Temel bir simetri varsayımını ihmal etmekle suçlanıyoruz: çözüm şu durumlarda değişmez olmalıdır t olarak değiştirilir $-t$ (diğerlerinin yanı sıra Wald'ın kitabında (Wald 1984) belirtildiği gibi). Sonuç olarak, çapraz terimli bir çözüm $drdt$ bu değişmezlik koşulunu sağlamayacaktır, çünkü t için $-t$ çapraz terimin işaretini değiştirir. Ancak zaman değişkenine ilişkin bu simetri varsayımının fiziksel temeli nedir? Hiçbiri yoktur. Ne Schwarzschild ne de haleflerinin çoğu tarafından dile getirilmiştir.

Gerçekten de akıl yürütme (eğer böyle adlandırılabilirse), çapraz terimin bulunmadığı "modern form" etrafında merkezlenen "kara delik modeline" dayanmaktadır (42). Bu tamamen matematiksel bir hipotezdir ve kendisini somut gözlemsel gerçekliklerle değil, kara deliklerin varlığına dair genel inançla uyumlu hale getirmek üzere tasarlanmıştır. Dolayısıyla kozmologlar için bu hipotez "doğal" görünebilir.

Astronomische Nachrichten

ile yaşadığımız deneyim, yerleşik paradigmanın kozmolojideki yenilikçi fikirlerin alımlanmasını nasıl etkileyebileceğini göstermekte ve yeni teorik gelişmeler ışığında açık fikirliliğe ve temel varsayımların yeniden değerlendirilmesine duyulan ihtiyacın altını çizmektedir.

9 Sonuç ve Tartışma

Gözlemsel verilerle en tutarlı olan en basit teoriyi tercih eden Occam'ın usturası ilkesi göz önüne alındığında, Janus Modelinin Standart Modelden daha iyi performans gösterdiği sonucuna varmak mantıklıdır. Janus Kozmolojik Modeli, birçok astrofiziksel fenomeni açıklamak için tutarlı bir yaklaşım sağlarken, mevcut gözlemsel verilerin net bir yorumunu da sunmaktadır. Standart Model ise gözlemsel verilerle tutarsızlıklar ortaya koymakta ve bu tutarsızlıkları aşmak için geçici yapılar gerektirmektedir.

Gerçekten de Janus modeli, kozmik genişlemenin hızlanması, galaksilerin hapsedilmesi, belirgin kütleçekimsel mercekleme etkileri ve Kozmik Mikrodalga Arka Planının (CMB) mükemmel yakın homojenliği gibi genellikle karanlık madde ve karanlık enerjiye atfedilen fenomenlere alternatifler sunmanın ötesine geçmektedir. Evrenin görünmez bileşenlerinin doğası ve kimliği hakkında ayrıntılı açıklamalar sağlar. Model, ilkel antimaddenin gözlemlenememesi paradoksunu çözmekte ve Dipol İtici için bir açıklama sunarak onu negatif kütleli bir kümesi olarak görmektedir. Bu bakış açısı, Janus Kozmolojik Modeli'nin evrenin büyük ölçekli yapısını oluşturmadaki güvenilirliğini pekiştirirken, negatif kütleli optik gözlem araçlarıyla tespit edilmesindeki güçlüğün nedenlerini de açıklamaktadır. Ayrıca, kütleçekimsel kırmızıya kayması 7'den büyük olan astronomik nesnelere düşük büyüklüğünü açıklamakta ve Dipol Kovucu'nun dikkate değer bir örnek olduğu negatif kütleli kümelerin varlığı gibi belirli gözlemsel testleri şart koşarak çürütülebilirlik ilkesine bağlı kalmaktadır. Buna ek olarak, zayıf kütleçekimsel mercekleme etkisinin farklı bir yorumuna dayanan alternatif bir evren haritası önermektedir.

Ayrıca Janus modeli, özellikle James Webb Uzay Teleskobu'ndan elde edilenler olmak üzere en son gözlemsel verilerde, evrenin yaşının ilk 100 milyon yılı boyunca galaksilerin şu anki formlarında oluşumunu öngörerek onay bulmaktadır. Buna ek olarak, dinamik grubunun yapısı, geometrisine *CPT simetrisi kazandırmaktadır ve* 2017'de yapılan belirli bir tahmin Eylül 2023'te doğrulanmıştır. Bu öngörü, laboratuvarla sentezlenen ve gözlemlere göre tıpkı sıradan madde gibi aşağı doğru yerçekimsel bir çekime maruz kalan pozitif enerjili fotonlar yayan C-simetrik (yük simetrik) antimadde ile ilgilidir.

Ayrıca kuantum mekaniğinde umut verici araştırma yolları açmakta, negatif enerji ve kütle durumlarının entegrasyonunun kütle çekiminin nicelleştirilmesi için çok önemli olabileceğini öne sürmektedir. Janus modeli bu nedenle doğaya mükemmel bir şekilde uymakta ve hiçbir büyük çelişki sunmamaktadır.

Bu kitap boyunca, modelin karmaşıklıklarını, nüanslarını ve kozmologları ve fizikçileri uzun süredir şaşırtan gizemlere ışık tutma potansiyelini ortaya çıkardık.

İleri matematik, teorik fizik ve kozmoloji alanlarında yapılan bu yolculuk, modelin geleneksel bakış açılarına meydan okuma ve mevcut modellerin tam olarak açıklamakta zorlandığı olgular için alternatif açıklamalar sunma yeteneğini göstermektedir. Sunulan

tartışmalar ve analizler okuyucunun anlayışını zenginleştirmeyi ve bilimsel bilgimizin sınırlarını daha fazla keşfetmek ve sorgulamak için merak uyandırmayı amaçlamaktadır.

Teorik fizik ve kozmolojideki sınırlamaların, 1950'lerden bu yana alanın topolojiyi benimsemesindeki gecikmeye atfedilebileceğine inanıyorum. Sürekli deformasyonlarla korunan özelliklerin incelenmesi olan topoloji, evrenin dokusunu ve karmaşık yapılarını anlamak için yeni yollar sunabilirdi.

Sonuç olarak, bu kitabın yalnızca genel göreliliğin sağlam bir teorik temeline dayanan model için kapsamlı bir rehber olarak değil, aynı zamanda kozmolojinin keşfedilmemiş bölgelerini cesaretle keşfetmeye cesaret edecek yeni nesil düşünürler için ilham ve motivasyon olarak hizmet etmesini umuyorum. Evrenimizin karmaşık güzelliğinin ve bilim insanları ve insanlar olarak bizi harekete geçiren sürekli anlayış arayışının daha derin bir takdirini teşvik etsin.

Dinamik ve sürekli gelişen Kozmoloji alanında bu model, keşfedilmemiş bölgelere ve yeni bakış açılarına giden yolu aydınlatan temel bir yol gösterici ışık olarak ortaya çıkmaktadır. Bu yolculuk sona ermekten çok uzaktır; daha ziyade, daha fazla keşif ve keşif için devam eden bir çağrıyı temsil etmektedir.

Bibliyografya

Adler, R., R. Bazin, ve M. Schiffer. 1975. *Genel Göreliliğe Giriş*. McGraw-Hill.

Akiyama, K. ve diğerleri. 2019. "İlk M87 Olay Ufku Teleskop Sonuçları. I. Süper Kütleli Kara Deliğin Gölgesi." *The Astrophysical Journal*.

Akiyama, K. ve ark. 2022. "İlk Sagittarius a* Olay Ufku Teleskobu Sonuçları. I. Samanyolu'nun Merkezindeki Süper Kütleli Kara Deliğin Gölgesi."

Anderson, E. K. ve diğerleri. 2023. "Yerçekiminin Antimaddenin Hareketi Üzerindeki Etkisinin Gözlemi." *Nature*.

Bargmann, V., P. G. Bergmann, ve A. Einstein. 1941. "Çekim ve Elektrik Beş Boyutlu Gösterimi Üzerine." *Theodore von Karman Anniversary Volume*, 212.

Benoit-Lévy, A., ve G. Chardin. 2012. "Dirac-Milne Evrenine Giriş." *Astronomi ve Astrofizik* 537: A78.

Bergmann, P. 1942. *Görelilik Teorisine Giriş*. Prentice-Hall.

Bergmann, P., ve A. Einstein. 1938. "Kaluza'nın Elektrik Teorisinin Genelleştirilmesi Üzerine." *Annals of Mathematics* 39: 683.

Bondi, H. 1957. "Genel Görelilikte Negatif Kütle." *Modern Fizik İncelemeleri* 29 (3).

Bourbaki, N. 2006. *Eléments de Mathématique: Groupes Et Algèbres de Lie*. Springer.

Boylan-Kolchin, Michael. 2023. "Stres Testi. Yüksek Kırmızıya Kaydırılmış Galaksi Adayları ile CDM." *Doğa*.

Brennen, C. E. 1995. *Kavitasyon ve Kabarcık Dinamiği*. Oxford Üniversitesi Yayınları.

Chandrasekhar, S. 1983. *Kara Deliklerin Matematiksel Teorisi*. Clarendon Press.

Chaskalovic, Joël. 2009. "Coğrafi Pazarlamada Matematiksel Modelleme için Çekim Teorisi." *Journal of Interdisciplinary Mathematics* 12 (3): 417.

Cronin, J. W. 1964. "CP İhlalinin Deneysel Keşfi." *Amerikan Fizik Derneği*.

Damour, T., ve Ian I. Kogan. 2002. "Etkin Lagrangianlar ve Doğrusal Olmayan Büyükçekimin Evrensellik Sınıfları." *Phys. Rev. D*.

Debergh, N. ve ark. 2018. "Dirac Denklemindeki Negatif Enerjiler ve Kütleler İçin Üniter Zaman-Tersine Çevirme Operatörü Aracılığıyla Kanıtlar Üzerine."

Dyson, F. W., A. S. Eddington, ve C. Davidson. 1920. "29 Mayıs 1919 Tam Tutulmasında Yapılan Gözlemlerden Işığın Güneş'in Çekim Alanı Tarafından Saptırılmasının Belirlenmesi."

Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Matematiksel veya Fiziksel Karakterli Makaleleri İçeren A Serisi, 291-333.

Eddington, A. 1925. "Whitehead'in ve Einstein'ın Formülleri ile Bir Karşılaştırma." *Nature*.

Einstein, A., ve N. Rosen. 1935. "Genel Görelilik Kuramında Parçacık Problemi." *Phys. Rev.* 48: 73.

El-Ad, H., T. Piran, ve L. N. da Costa. 1997. "Mon. Not. R. Astro. Soc."

Farnes, J. S. 2017. "A Proposal for a Unifying Theory of Dark Energy and Dark Matter." *arXiv Physics.gen-Ph*.

Ferreira, Leonardo ve diğerleri. 2022. "Panik! Disklerde: SMACS0723 Alanında JWST ile $z>3$ 'te Galaksi Yapısının İlk Rest-Frame Optik Gözlemleri." *Astrophysical Journal Letters*.

Flamm, L. 1916. "Einstein'ın Kütle Çekim Teorisine Katkıları."

Heald, G. 2020. "Madde ve Antimadde Arasındaki Kütleçekimsel İtme İçin Daha Güçlü Durum." *Research Gate Publication*, no. 339339776.

Hoffman, Y. ve ark. 2018. "Yarı Doğrusal Yakın Evren." *Doğa Astronomisi*.

Hoffman, Y., D. Pomarède, R. B. Tully ve H. Courtois. 2017. "Dipol Kovucu." *Doğa Astronomisi* 1: 0036.

Hossenfelder, S. 2008. "Değişim Simetrisine Sahip Bir Bi-Metrik Teori." *arXiv*.

Kaluza, Th. 1921. "Fizikte Birleşme Problemi Üzerine." *Sitzungsberichte Pruss. Acad. Sci.* 966.

Kerr, Roy P. 1963. "Cebirsel Olarak Özel Metriklerin Bir Örneği Olarak Dönen Bir Kütle Çekim Alanı." *Physical Letters* 11: 237.

Klein, O. 1926. "Kuantum Teorisi ve Beş Boyutlu Görelilik Teorisi." *Z.Phys.* 37: 895.

Koiran, P. 2021. "Einstein-Rosen Köprülerine Uygulama ile Eddington-Finkelstein Metriğinde Düşme Zamanı." *Inter. Jr. of Mod. Phys. D* 14.

Kruskal, M. D. 1960. "Schwarzschild Metriğinin Maksimal Uzantısı." *Physical Review* 119 (5).

Kruskal, Martin D. 1960. "Schwarzschild Metriğinin Maksimal Uzantısı." *Physical Review* 119: 1743-45.

Medeiros, L. ve ark. 2023. "Temel Bileşenli İnterferometrik Modelleme (PRIMO), EHT Verileri için bir Algoritma. I. Simüle Edilmiş EHT Gözlemlerinden Görüntülerin Yeniden Yapılandırılması."

Michelson, A. A. ve E. W. Morley. 1887. "Dünyanın ve Işık Saçan Eterin Göreceli Hareketi Üzerine." *American Journal of Science* 34: 333-45.

Morin, Bernard, ve Jean-Pierre Petit. 1978. "Le Retourneement de La Sphère." HAL.

Morris, M., ve K. S. Thorne. 1988. "Uzayzamanda Solucan Delikleri ve Yıldızlararası Seyahat İçin Kullanımları: Genel Göreliliği Öğretmek İçin Bir Araç." *Am. J. Phys.* 56: 395.

Neiser, T. F. 2020. "Karanlık Enerjinin Fermi Dejenere Antinötrino Yıldız Modeli." *Astronomi 2020'deki Gelişmeler: Makale Kimliği 8654307.*

Oppenheimer, J. R. ve H. Snyder. 1939. "Sürekli Kütleçekimsel Kasılma Üzerine." *Phys. Rev.* 56: 455-59.

Oppenheimer, J. R., ve G. M. Volkoff. 1939. "Büyük Nötron Çekirdekleri Üzerine." *Physical Review* 55 (4): 374-81.

Palatini, A. 1919. "Deduzione Invariantiva Delle Equazioni Gravitazionali Dal Principio Di Hamilton." *Rend. Circ. Matem. Palermo* 43: 203-12. <https://doi.org/10.1007/BF03014670>.

Pavlovskii, A. I. 1994. "Manyetik Kümülyasyon - Andrei Sakharov için bir Anı." *Megagauss Manyetik Alan Üretimi ve Darbeli Güç Uygulamaları* içinde, M. Cowan ve R. B. Spielman, 9-22. New York: Nova Science Publishers.

Perlmutter, S. ve ark. 1999. "Ölçümler Ω ve Λ 42 Yüksek Kırmızıya Kaydırılmış Süpernovadan." *Astrophysical Journal* 517 (2).

Petit, Jean-Pierre . 1985. *Le Topologicon*. Belin baskısı.

Petit, Jean-Pierre. 1994. "Kayıp Kütle Problemi. *IL NUOVO CIMENTO*.

Petit, Jean-Pierre. 1995. "İkiz Evren Kozmolojisi." *Astrofizik ve Uzay Bilimi* 226: 273-307.

Petit, Jean-Pierre. 2018. "Janus Kozmolojik Modeli ve CMB'nin Dalgalanmaları." *Fizikte İlerleme*.

Petit, Jean-Pierre, ve G. D'Agostini . 2021a. "Bimetrik Modeller. Negatif Kütle Hem Karanlık Maddenin Hem de Karanlık Enerjinin Yerini Aldığında. Gözlemsel Verilerle Mükemmel Uyum. İlkel Antimadde Sorununun Çözümü." *Fransız Ulusal Merkezi Veritabanı*, 2021a.

Petit, Jean-Pierre, ve G. D'Agostini. 2021b. "Tip Ia Süpernovalarının Son Gözlemlerinden Janus Kozmolojik Modeli Üzerine Kısıtlamalar." *Astrofizik ve Uzay Bilimleri*, 2021b.

Petit, Jean-Pierre, ve G. D'Agostini. 2014a. "Pozitif ve Negatif Kütlelerin Etkileşimi ve İki Farklı Işık Hızına Sahip Kozmolojik Bimetrik Model, Evrenin Gözlemlenen İvmesi ile Uyumlu." *Modern Fizik Mektupları A* 29 (34).

Petit, Jean-Pierre, ve G. D'Agostini. 2014b. "Kozmolojide Negatif Kütle Hipotezi ve Karanlık Enerjinin Doğası." *Astrofizik ve Uzay Bilimleri* 354 (2014b): 611-15.

Petit, Jean-Pierre, ve G. d'Agostini. 2014. "Pozitif ve Negatif Kütlelerin Etkileşimi ve İki Farklı Işık Hızına Sahip Kozmolojik Bimetrik Model, Evrenin Gözlemlenen İvmesi ile Uyumlu." *Modern Fizik Mektupları A*.

- Petit, Jean-Pierre, G. D'Agostini ve N. Debergh . 2018. "Dirac Denklemindeki Negatif Enerjilerin ve Kütlelerin Üniter Bir Zaman-Tersine Çevirme Operatörü Aracılığıyla Kanıtlanması." *J. Phys. Comm.* 2 (115012).
- Petit, Jean-Pierre, G. D'Agostini ve N. Debergh. 2019. "Janus Kozmolojik Modelinin (JCM) Fiziksel ve Matematiksel Tutarlılığı." *Fizikte İlerleme* 15.
- Piran, Tsvi. 2018. "On Gravitational Repulsion." *arXiv*. <https://arxiv.org/abs/9706049>.
- Riess, A. ve ark. 2004. "Hubble Uzay Teleskobu'ndan $z > 1$ 'de Tip Ia Süpernova Keşifleri, Geçmiş Yavaşlama için Kanıtlar ve Karanlık Enerji Evrimi Üzerine Kısıtlamalar." *Astrophysical Journal* 607 (2).
- Sakharov, A. D. 1967 . "CP Değişmezliğinin İhlali, C Asimetrisi ve Evrenin Baryon Asimetrisi." *Pi'sma ZhÉTF* 5 (1): 32-35.
- Sakharov, A. D. 1979. "ZhETF Pis'ma." *JETP* 49: 594.
- Sakharov, A. D. 1980. "Zamanın Okunun Tersine Döndüğü Evrenin Kozmolojik Modelleri." *Pi'sma ZhÉTF* 79 (3): 689-93.
- Sakharov, A. D. 1982. "Evrenin Çok Tabakalı Modelleri." *Pi'sma ZhÉTF* 82 (3): 1233-40.
- Schmidt, B. P. ve ark. 1998. "Yüksek-z Süpernova Araştırması. Tip Ia Süpernovaları Kullanarak Kozmik Yavaşlama ve Evrenin Küresel Eğriliğinin Ölçülmesi." *Astrophysical Journal* 507 (1).
- Schwarzschild, K. 1916a. "Über Das Gravitationsfeld Einer Kugel Aus Inkompressibler Flüssigkeit Nach Der Einsteinschen Theorie." *Sitzungsberichte Der Königlich Preussischen Akademie Der Wissenschaften*.
- Schwarzschild, K. 1916b. "Über Das Gravitationsfeld Eines Massenpunktes Nach Der Einsteinschen Theorie." *Sitzungsberichte Der Königlich Preussischen Akademie Der Wissenschaften*.
- Souriau, J. M. 1964. *Geometri ve Görelilik*. Hermann.
- Souriau, J. M. 1997. *Dinamik Sistemlerin Yapısı, Fiziğe Semplektik Bir Bakış*. Birkhäuser Verlag.
- Souriau, Jean-Marie. 1965. "Prolongements Du Champ de Schwarzschild." *Bulletin de La Société Mathématique de France* 93: 193-207.
- Stoica, O. C. 2014. "Tekil Yarı-Riemannian Manifoldlar Üzerine." *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics* 11.
- Thorne, K. S., J. A. Wheeler, ve C. W. Misner. 1973. *Yerçekimi*.
- Tolman, R. 1934. *Görelilik, Termodinamik ve Kozmoloji*. Oxford, Clarendon Press.

Tsamparlis, Michael. 1978. "Palatini Varyasyon Yöntemi Üzerine." *Journal of Mathematical Physics* 19 (3): 555-57.

Vuyk, V. 2018. "Kuantum FFF Teorisinde Kara Deliklerin Etrafında Bile Tüm Çekim Kuvvetlerini Oluşturmak İçin Gerekli Olan Beşinci Kuvvet Vakum Dipol İtici." *Araştırma Kapısı Yayını*, no. 325995732.

Wald, R. 1984. *Genel Görelilik*.

Weinberg, S. 2000. *Alanların Kuantum Teorisi: Cilt 1, Temeller. Cilt 2, Modern Uygulamalar. Cilt 3, Süpersimetri*. Cilt 1-3. Cambridge Üniversitesi Yayınları.