

# **Modelul cosmologic Janus**

*Universul bimetric: Perspective și provocări*

Hicham ZEJLI<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Inginer absolvent de la ENSISA - [hicham.zejli@manaty.net](mailto:hicham.zejli@manaty.net)

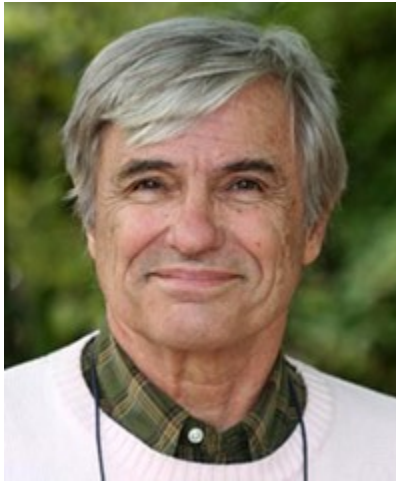
## Cuprins

|  |    |
|--|----|
| Prefață de Jean-Pierre Petit (Franța).....   | 5  |
| 1    Introducere.....  | 12 |
| 1.1    Prezentarea contextului și a obiectivelor cărții .....                        | 12 |
| 1.2    Scurtă introducere în modelul cosmologic Janus și importanța sa .....         | 12 |
| 2    Fundamente teoretice .....  | 14 |
| 2.1    Legea gravitațională a lui Newton.....  | 14 |
| 2.2    Introducere în relativitatea specială .....                                   | 14 |
| 2.2.1    Timpul-spațiu și timpul propriu al lui Minkowski.....                       | 14 |
| 2.2.2    Viteza luminii ca limită.....   | 16 |
| 2.2.3    Concepte fundamentale .....   | 16 |
| 2.2.4    Echivalența masă - energie.....   | 16 |
| 2.3    Introducere în relativitatea generală .....                                   | 17 |
| 2.3.1    O revoluție în fizică.....  | 17 |
| 2.3.2    Efecte observabile și confirmări experimentale .....                        | 18 |
| 2.3.3    Geometrie timp-spațiu și ecuații geodezice.....                             | 19 |
| Cadrul inerțial și coordonatele .....  | 20 |
| Coordonarea transformării către un cadru de referință accelerat pentru laboratoare . | 20 |
| 2.3.4    Tensori metrici.....  | 23 |
| 2.3.5    Simbolurile Christoffel .....   | 24 |
| 2.3.6    Aplicarea ecuației geodezice în limita câmpului slab.....                   | 30 |
| 2.3.7    Soluțiile lui Karl Schwarzschild și Ludwig Flamm.....                       | 34 |
| 2.3.8    Construcția geodezicilor pentru metrica exterioară Schwarzschild.....       | 36 |
| 2.3.9    Soluția Roy Kerr .....  | 42 |
| 2.4    Opera lui Andrei Saharov & Jean-Marie Souriau .....                           | 42 |
| 2.5    Abordarea bimetrică introdusă de geometria riemanniană hiperbolică .....      | 43 |
| 3    Modelul cosmologic Janus .....  | 46 |
| 3.1    Descriere .....   | 46 |
| 3.2    Implicații .....  | 47 |
| 3.3    Repelentul de dipol .....   | 55 |
| 3.3.1    Introducere.....  | 55 |
| 3.3.2    Câteva încercări de interpretare .....                                      | 56 |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 3.3.3 | Interpretarea prin lacunele de materie întunecată .....   | 56  |
| 3.3.4 | Interpretarea prin modelul cosmologic Janus .....   | 58  |
| 3.3.5 | Perspectivă viitoare.....   | 76  |
| 4     | Contribuție la cosmologie și fizica particulelor.....   | 76  |
| 4.1   | Introducere în grupurile dinamice.....  | 76  |
| 4.2   | Diferite simetrii asociate fiecărui operator de inversare .....   | 79  |
| 4.3   | Grupul de dinamică Lorentz .....  | 80  |
| 4.4   | Grupul dinamic Poincaré restricționat.....  | 81  |
| 4.5   | Grupuri dinamice Kaluza și Janus restricționate .....   | 81  |
| 4.6   | Janus Dynamic Group .....   | 81  |
| 4.7   | Implicații .....  | 84  |
| 5     | Interpretarea alternativă a modelului găurii de vierme cuplat cu o fântână albă ca<br><i>membrană unidirecțională</i> ..... | 86  |
| 5.1   | Soluții ale ecuației lui Einstein care reflectă diferite topologii .....  | 86  |
| 5.2   | Ipoteza <i>staticității</i> : absența termenului încrucișat $dr dt$ .....   | 89  |
| 5.3   | Construcția unei soluții infinite geometrice lorentziene cu două foi.....   | 90  |
| 5.3.1 | Simetrie T .....  | 90  |
| 5.3.2 | Simetrie P .....  | 91  |
| 5.3.3 | Identificarea celor două foi.....   | 92  |
| 5.4   | O altă reprezentare a acestei geometrii .....   | 92  |
| 5.5   | Concluzie .....   | 94  |
| 5.6   | Anexa .....   | 94  |
| 6     | Interpretarea topologică a modelului .....  | 96  |
| 6.1   | Definiție .....   | 96  |
| 6.2   | Modelul găurii de vierme .....  | 96  |
| 6.3   | Modelul universului .....   | 97  |
| 7     | Interpretarea alternativă a obiectelor subcritice supermasive M87 și Sagittarius A* .....                                   | 102 |
| 7.1   | Introducere.....  | 102 |
| 7.2   | Interpretarea alternativă a fenomenului .....   | 106 |
| 7.2.1 | Compararea criticii fizice și geometrice .....  | 106 |
| 7.2.2 | Deplasarea gravitațională spre roșu aproape de criticitatea fizică .....  | 107 |
| 7.2.3 | Variația vitezei luminii și a presiunii în plasmă de densitate constantă .....  | 110 |
| 7.3   | Concluzie .....   | 111 |
| 8     | Provocări și dezbateri .....  | 112 |

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 8.1 | Provocări în comunicarea și acceptarea modelului.....                | 112 |
| 8.2 | Discutarea criticilor și a răspunsurilor.....                        | 113 |
|     | Răspuns de la <i>Gravitation and Cosmology</i> .....                 | 113 |
|     | Răspunsul meu la acest recenzent .....                               | 114 |
|     | Analiza critică a revenirilor <i>Astronomische Nachrichten</i> ..... | 115 |
| 9   | Concluzii și discuții.....   | 117 |
|     | Bibliografie.....  | 119 |

## Prefață de Jean-Pierre Petit (Franța)



Anul este 2024. Faceți calculele. Eu m-am născut în 1937. În momentul în care scriu aceste rânduri, voi avea 87 de ani. Timpul trece atât de repede încât, până când veți citi aceste rânduri, s-ar putea să nu mai fiu în viață. Scriu aceste pagini și cred că și Hicham simte la fel, ca și cum aș arunca o sticlă în mare, care conține un mesaj de apel. În timp ce scriu aceste rânduri, echipa Janus a rămas în trei oameni. În afară de Hicham, născut în 1979, mai există un tânăr matematician, David, născut în 1985, și atât. În 2022, eu eram singurul care se ocupa de acest proiect Janus de patruzeci de ani. Acești doi mi s-au alăturat după ce au ascultat o conferință pe care am ținut-o în ianuarie 2023 la Paris.

Îmi vine să spun: Ce se întâmplă în lumea științei?

După cum știți, în urmă cu mai bine de un secol, lumea științifică a fost dată peste cap de apariția bruscă a două noi discipline: mecanica cuantică și cosmologia. Astfel, timp de șaptezeci de ani, progresele științifice s-au succedat una după alta într-un ritm fantastic. Teoreticienii fie ofereau o explicație pentru un fapt cunoscut de mult timp, cum ar fi avansul periheliului lui Mercur, un fenomen pe care mecanica newtoniană se dovedise incapabilă să îl explice. Fie era vorba de observații noi, cum ar fi descoperirea expansiunii universului, pe care rusul Alexander Friedman s-a grăbit să o explice prin producerea primei soluții instabile la ecuația introdusă de Einstein în 1915, care constituie acum baza acestei noi viziuni a lumii, relativitatea generală.

Uneori, teoreticienii vin cu o nouă viziune, propunând obiecte ciudate pe care le folosesc pentru a-și face calculele mai echilibrate. Un exemplu este antimateria, a cărei existență a fost presupusă de englezul Paul Dirac în 1928.

În mod anecdotic, să cităm reacția danezului Niels Bohr, după ce a citit acest articol:

*"Această teorie pare ideală pentru capturarea elefanților din Africa. Agățați articolul lui Dirac într-un copac. Un elefant vine și citește articolul lui Dirac. Este atât de uimit încât este ușor de capturat.*

Dar natura s-a dovedit a fi un bun prieten al lui Dirac și, în 1931, a confirmat existența antielectronilor în razele cosmice. La acea vreme, nu am reușit să recreăm această antimaterie în ciocnitori de particule. Prin urmare, fotonii gamma din adâncurile cosmosului au fost cei care s-au transformat într-o pereche electron-antielectron, un obiect care a ajuns să fie cunoscut sub numele de pozitron.

Această revoluție, descrisă ca o schimbare de paradigmă, a început în 1895, odată cu descoperirile făcute de Conrad Röntgen, Henri Becquerel și J.J. Thomson, anunțând intrarea dramatică a particulelor și a fenomenelor atomice pe scena științifică. Timp de zeci de ani, teoreticienii, pe de o parte, și experimenterii și observatorii, pe de altă parte, au semănat cu două grupuri de cai de rasă care galopau unul lângă altul, unii cu o mică distanță înaintea altora.

Toate acestea au continuat timp de câteva decenii după cel de-al Doilea Război Mondial. Printre aceste descoperiri majore s-a numărat descoperirea accidentală, în 1967, a fondului cosmic de microunde, o populație de fotoni de joasă energie care a furnizat dovada că la începutul universului a avut loc o anihilare fantastică a perechilor materie-antimaterie.

La sfârșitul anilor 1960, preocuparea celor pe care îi numim acum cosmologi era pur și simplu să determine valoarea densității medii din univers. Dacă aceasta era mai mare decât  $10^{-29}$  grame pe centimetru cub, atunci universul evoluează ciclic. După o fază de expansiune, el se prăbușește în sine, producând un Big Crunch. Dacă această densitate este mai mică, atunci, în viitorul îndepărtat al universului, galaxiile se vor îndepărta unele de altele, la nesfârșit, cu viteze care vor deveni constante. Iar dacă această densitate ar fi egală cu această valoare, atunci să spunem că evoluția se situează între aceste două extreme.

Îmi amintesc perfect: în acea perioadă mi-am început cariera de cercetător, la sfârșitul anilor 1960.

Ce se întâmplă în continuare?

Foarte repede, mecanica a luat-o razna și totul a mers din rău în mai rău. Teoreticienii fizicii particulelor, care au apărut odată cu secolul datorită energiilor crescute puse în joc în acceleratoare, au prezis apariția unor noi obiecte, pe care le-au numit superparticule.

Dar nu s-a întâmplat nimic.

La începutul anilor 1980, pentru a explica viteza cu care stelele se rotesc în galaxii și pentru a explica de ce forța centrifugă nu le face să explodeze, s-a propus existența materiei întunecate, care reprezintă patru cincimi din masa totală a universului.

În 1989, observațiile efectuate de satelitul COBE au dezvăluit omogenitatea extremă a universului timpuriu. Pentru a justifica acest lucru, un tânăr rus, Andrei Linde, a propus teoria inflației, conform căreia universul, în vârstă de doar câteva secunde, a suferit o expansiune bruscă de un factor de unu.  $10^{-33}$  secunde, a suferit o expansiune bruscă de un factor de unu.  $10^{26}$  Acest lucru a fost cauzat de un nou câmp format din noi particule, cunoscute sub numele de inflatoni.

În prezent, există tot atâtea modele de inflatoni câți cercetători sunt specializați în acest domeniu.

În 2011, a fost acordat Premiul Nobel pentru o altă descoperire: cea a accelerării expansiunii cosmice, atribuită energiei întunecate. Traducând importanța acesteia cu ajutorul expresiei lui Einstein  $E = mc^2$  de această dată, 75% din conținutul cosmic scapă observației.

În 2024, în momentul în care scriu aceste rânduri, nu există niciun model credibil al energiei întunecate.

Dacă faceți calculele, materia obișnuită care poate fi observată reprezintă în prezent doar 4% din supra cosmică.

Au fost propuși diverși candidați pentru materia întunecată, principalul fiind neutrino, un reprezentant al familiei ipotetice de superparticule. Cu toate acestea, în afară de faptul că este imposibil să apară în ciocnitori puternici, acesta scapă tuturor încercărilor de a-l detecta în cadrul unor experimente costisitoare efectuate în tuneluri și mine, protejate de radiațiile cosmice de un strat gros de rocă.

Și pe partea de teorie?

La începutul anilor '70, când lipsa de rezultate ale experimentelor de fizică de înaltă energie a determinat o nouă schimbare de paradigmă, un grup de cercetători a propus reprezentarea atât a particulelor materiale, cât și a particulelor asociate cu radiația, cu ajutorul unui nou model format din corzi vibrante, deschise sau închise. Majoritatea teoreticienilor au îmbrățișat ceea ce au considerat a fi o direcție nouă și promițătoare. Au fost create posturi de cercetare și de predare în fiecare țară. S-au format echipe. Cei care se

aflau în centrul acestei mișcări au ajuns chiar să viseze la construirea unei teorii a întregului. Acest curent de gândire a dat naștere la munți de articole și teze de doctorat.

Care este situația la începutul celui de-al treilea mileniu?

Nimic: Muntele dă naștere unui șoarece.

Situația actuală amintește de povestirea lui Hans Christian Andersen "*Hainele cele noi ale împăratului*". Când, la sfârșitul poveștii, un copil scrie: "*Este gol!*".

Cartea lui Hicham este povestea unei schimbări de paradigmă care poate fi rezumată într-o singură propoziție: *Universul este alcătuit din mase pozitive și negative.*

De ce nu, până la urmă?

Dar această idee este ca un fir de ață, care iese în afară. Dacă tragi de acest fir, urmează un șir. Trageți de ață: se atașează o frânghie. Trageți de frânghie și ceea ce urmează este un cablu greu, a cărui tragere zguduie clădirea.

Care clădire?

Sacrosancta relativitate generală a lui Albert Einstein, a cărei ecuație este gravată în piatră în instituturile de fizică din întreaga lume.

Înseamnă asta că teoria este greșită?

Nu. Este doar o parte a monedei. Ea trebuie integrată într-un sistem de două ecuații de câmp cuplate. În paginile acestei cărți, veți găsi tot ceea ce a rezultat din această idee sacrilegă.

În ianuarie 2023, după ce am fost singura persoană care a realizat acest proiect major timp de patruzeci de ani, am ținut o conferință la Paris, la care au participat David și Hicham.

David este un tânăr matematician. Deși are o teză de doctorat, nu este atras de presiunea cercetării și preferă să predea matematică la universitate.

Se spune uneori că cercetătorii sunt cei care preiau ideile. În realitate, este adevărat contrariul. Ideile sunt cele care pun stăpânire pe cercetători. Ideea unei topologii diferite a universului, care stă la baza modelului meu Janus, a pus stăpânire pe David. În ultimele zece luni, el s-a luptat pentru a publica baza matematică a acestui model în reviste de fizică



matematică. Poate că, până când veți citi aceste rânduri, publicarea acestei lucrări își va fi găsit, în sfârșit, drumul în aceste reviste de prim nivel. Dacă este așa, capcana va fi pusă la punct, în speranța că și alți matematicieni vor fi prinși.

Ideile noi sunt precum capcanele folosite în Africa pentru a prinde maimuțele mici. O cochilie goală cu o gaură în ea este plasată la îndemâna lor. În interiorul cochiliei se află o bucată de fruct, care le place foarte mult, dar al cărui diametru este exact același cu cel al găurii. Atunci când maimuța își introduce mâna în gaură, îi este imposibil să scoată atât mâna, cât și fructul. Eu însumi am căzut victimă unei capcane similare acum patruzeci de ani. Trecea pe lângă mine o idee care m-a prins și a pus stăpânire pe neuronii mei. Atunci când o idee este logică, funcțională și fructuoasă, este foarte greu să scapi de ea. Și, în cele din urmă, dacă acea idee este în concordanță cu observațiile, respingerea ei devine pur și simplu imposibilă, ceea ce îți complică foarte mult viața, făcând din tine un fel de mutant, un outsider în cadrul comunității tale științifice. Cu excepția cazului în care decizi să rămâi în labirint.

În 1959, un englez, Arthur Koestler, a scris o carte intitulată *Les somnambules* (Somnambuli). El i-a descris pe oamenii de știință ca fiind persoane care, în somn, merg cu ochii închiși și ambele mâini întinse în fața lor, încercând să găsească drumul. Fără să știe, ei merg printr-un labirint. Fără să știe cum este construit, uneori trec pe lângă o ușă larg deschisă, fără să o poată vedea, în timp ce se angajează pe o cale care se dovedește a fi o fundătură. Această idee nu este nouă. O idee similară, mai statică, poate fi găsită în mitul peșterii lui Platon.

Acum aș dori să vorbesc despre ceea ce i s-a întâmplat lui Hicham Zejli. În ianuarie 2023, în timp ce lucra ca inginer informatician într-o companie franceză, el a fost intrigat de conținutul conferinței pe care o țineam la Paris despre modelul meu cosmologic Janus. A urmărit apoi cele aproximativ treizeci de videoclipuri pe care le creasem în 2017 și a citit toate cărțile pe această temă, pentru a prezenta principalele caracteristici ale acestui model. El

reface toate calculele pe care le găsește în fișierele pdf pe care le pun pe internet, care însoțesc videoclipurile mele. Și apoi capcana se închide.

Dacă îi citiți cartea, aveți grijă! S-ar putea să îi cădeți și dumneavoastră victimă. Aceste pagini vă pot determina să escaladați unul dintre pereții labirintului, prin deschiderea ochilor. Lumea științei vă va apărea atunci altfel. La fel ca în cazul lui Hicham, veți vedea brusc oameni, uneori laureați ai celor mai prestigioase premii, rătăcind ca niște somnambuli, învârtindu-se într-o buclă a labirintului.

Modele care au fost acceptate de cei care alcătuiesc așa-numita comunitate științifică vă vor apărea apoi ca fiind consecința evidentă a unor erori flagrante de calcul. Veți vedea cum acești somnambuli trec iar și iar pe lângă noi drumuri larg deschise, magnific de conforme cu o masă de observații, incapabili să le vadă, agățându-se

de idei care nu sunt decât niște scânduri, putrede, bătute febril în cuie pe breșele pe care recifele realității dure le-au provocat într-un Model Standard care curge din toate părțile. Și-ți va veni să strigi, precum personajul lui Andersen: "Regele este gol!"

Munca pe care Hicham a realizat-o în mai puțin de un an este considerabilă, și asta în ciuda faptului că a făcut totul în afara activităților sale profesionale, în ceea ce s-ar putea descrie ca fiind timpul său liber. În douăsprezece luni, el a înțeles și a asimilat în profunzime, mai degrabă decât superficial, o masă uimitoare de lucruri legate de diferitele domenii afectate de modelul meu Janus. Nu am văzut niciodată pe cineva care să înghită și să digere atât de mult, atât de complex, în atât de puțin timp.

Devenind primul cronicar al acestei aventuri fantastice care este modelul Janus și a tot ceea ce vine cu el, el mărturisește în această carte, care trebuia scrisă. Deja de luni de zile s-a implicat activ în scrierea de articole și nu vrea să piardă nimic din această aventură. Mai mult decât un simplu martor, el vrea să fie unul dintre jucători, iar noi vrem ca el să devină unul dintre ei, aducând ideile și contribuțiile sale personale la edificiu. Pentru a asigura o difuzare cât mai largă, cartea pe care a scris-o este disponibilă în toate limbile sub formă de pdf descărcabil gratuit și ar trebui să continue să fie dezvoltată în acest spirit. Cunoașterea are ceva special: odată ce o dai, nu o mai poți lua înapoi și, într-o anumită măsură, este dificil să ți-o însușești.

Imaginea este cea a trei bărbați cocoțați pe o plută improvizată, introducând mesaje în sticle în diferite limbi, pe care le predau pe rând curenților aleatori ai mării. S-ar putea să nu mai fiu în viață când veți citi aceste rânduri. Timpul trece atât de repede. Ce se va întâmpla cu toate acestea? Nu știu.

Am o vagă senzație că omenirea are astăzi o întâlnire cu destinul său, că dincolo de acest model cosmologic se conturează o viziune diferită, chiar mai vastă a universului. Pentru a ilustra acest lucru, voi cita finalul discursului de acceptare a Premiului Nobel pentru Pace al lui Andréi Saharov din 1975. Cuvinte pe care mi le însușesc:

*"Cu mii de ani în urmă, triburile umane au suferit mari greutăți în lupta lor pentru existență. Atunci era important nu doar să fii capabil să mânuiești o bâță, ci să posezi capacitatea de a gândi inteligent, de a ține cont de cunoștințele și experiența acumulate de trib și de a dezvolta legăturile care să pună bazele cooperării cu alte triburi. Astăzi, rasa umană se confruntă cu un test similar. În spațiul infinit ar putea exista mai multe civilizații, inclusiv societăți care ar putea fi mai înțelepte și mai "eficiente" decât a noastră. Susțin ipoteza cosmologică potrivit căreia dezvoltarea universului se repetă de un număr infinit de ori, în funcție de caracteristici esențiale. Alte civilizații, inclusiv unele dintre cele mai "de succes", sunt înscrise de un număr infinit de ori pe paginile "următoare" sau "anterioare" ale Cărții Universului. Cu toate acestea, nu ar trebui să minimalizăm eforturile noastre sacre în această lume, unde, asemenea unor lumini slabe în întuneric, am ieșit pentru o clipă din neantul inconștientului obscur la existența materială. Trebuie să respectăm exigențele rațiunii și să ne creăm o viață demnă de noi înșine și de scopurile pe care abia le percepem. »*

Jean-Pierre Petit, cetățean al lumii - [jean-pierre.petit@manaty.net](mailto:jean-pierre.petit@manaty.net)



Hicham ZEJLI - 22 septembrie 1979 - naționalitate franceză

# 1 Introducere

## 1.1 Prezentarea contextului și a obiectivelor cărții

În peisajul actual al cosmologiei și al fizicii teoretice, explorarea de noi modele pentru a explica fenomenele observate în universul nostru rămâne un domeniu de cercetare viu și controversat. Această carte își propune să exploreze și să prezinte un model cosmologic inovator și revoluționar, modelul cosmologic Janus (JCM), dezvoltat de fizicianul Dr. Jean-Pierre Petit.

În calitate de inginer cu o pregătire avansată în matematică și fizică, am identificat în studiul modelului cosmologic Janus o abordare inovatoare și plină de satisfacții intelectuale pentru a explora și interpreta unele dintre cele mai enigmatice fenomene din univers. Această abordare deschide, de asemenea, calea pentru dezvoltarea a numeroase aplicații practice la scară locală, bazate pe principiile fundamentale derivate din acest model.

Această carte are două obiective principale:

În primul rând, pentru a oferi o explicație detaliată a modelului cosmologic Janus, a fundamentelor și implicațiilor sale prin anumite studii, accesibile oamenilor de știință cu o pregătire similară cu a mea, adică un nivel avansat în matematică și fizică teoretică.

În al doilea rând, în ciuda colaborării intense, satisfăcătoare și diverse din cadrul echipei noastre, aș dori să subliniez contrastul accentuat cauzat de lipsa de comunicare cu recenzorii consultați de marile reviste științifice cu evaluare colegială. Această situație evidențiază provocările cu care se pot confrunta ideile inovatoare în ceea ce privește apariția și dezvoltarea fără un dialog semnificativ și constructiv între cercetători.

## 1.2 O scurtă introducere în modelul cosmologic Janus și importanța sa

Modelul cosmologic Janus se remarcă în peisajul fizicii teoretice prin propunerea sa îndrăzneță: descrierea universului ca o varietate riemanniană cu două metrici. Această construcție se bazează pe teoria relativității generale a lui Einstein și încorporează elemente din fizica particulelor și din geometria simplectică. Modelul își are rădăcinile în lucrările lui Andrei Saharov și Jean-Marie Souriau, care au stabilit o legătură între inversiunea timpului, inversiunea energiei și, în consecință, inversiunea masei.

Una dintre contribuțiile majore ale modelului este capacitatea sa de a aborda problema asimetriei barionice a universului. Această problemă, care se află în centrul dezbaterilor actuale în cosmologie, se referă la predominanța observată a materiei asupra antimateriei, care sfidează predicțiile modelului Big Bang. Modelul cosmologic Janus oferă o nouă perspectivă asupra acestei probleme, postulând existența unui univers bidimensional care provine din aceeași singularitate, dominat de materie și antimaterie.

Originalitatea modelului constă, de asemenea, în abordarea bimetrică a universului, în care două "straturi" de spațiu-timp interacționează prin efect gravitațional, oferind explicații alternative pentru fenomene precum energia întunecată și materia întunecată și deschizând potențial noi perspective în ceea ce privește călătoriile interstelare.

Pe scurt, această carte își propune să prezinte acest model ca pe o abordare inovatoare,

provocând perspectivele actuale în cosmologie și în fizica teoretică și invitând la o reflecție profundă asupra unor posibilități neexplorate pentru înțelegerea noastră a universului.

## 2 Bazele teoretice

### 2.1 Legea gravitației a lui Newton

Legea lui Newton, formulată în spațiul euclidian, afirmă că atunci când o masă  $m$  este supusă influenței forței gravitaționale  $G$  generată de o altă masă  $M$  această forță  $F$  este invers proporțională cu pătratul distanței  $d$  care separă cele două mase. Ea poate fi exprimată prin următoarea ecuație:

$$F = \frac{G \cdot m \cdot M}{d^2}$$

Cu cât masa este mai mare, cu atât forța este mai mare, dar această forță scade rapid pe măsură ce distanța crește, datorită termenului  $d^2$  din numitor. Această lege este esențială pentru înțelegerea gravitației și a mișcărilor obiectelor cerești.

În fizică, această lege a gravitației a fost fundamentală pentru înțelegerea interacțiunilor gravitaționale dintre corpurile cerești, de la Pământ la planete și stele. Ea rămâne o lege fundamentală a mecanicii clasice și a jucat un rol crucial în dezvoltarea astronomiei și astrofizicii. De asemenea, a fost confirmată de numeroase observații și experimente de-a lungul secolelor, ceea ce i-a întărit validitatea în înțelegerea noastră a universului. Cu toate acestea

, deși legea gravitațională a lui Newton s-a dovedit a fi extrem de puternică și precisă în multe scenarii, ea a început să își arate limitele atunci când a fost aplicată în situații care implicau viteze apropiate de cea a luminii sau fenomene la scară astronomică. Acesta a fost punctul de plecare pentru apariția teoriei relativității speciale a lui Albert Einstein, marcând o schimbare de paradigmă în înțelegerea noastră a conceptelor fundamentale de spațiu, timp și gravitație. În secțiunea următoare, vom face o scufundare în profunzime în principiile fundamentale ale relativității restrânse, care vor pune bazele pentru explorarea ulterioară a relativității generale. Acest lucru ne va conduce la o înțelegere mai profundă a complexității cosmosului.

### 2.2 Introducere în relativitatea specială

La începutul secolului 20<sup>eme</sup>, fizica a suferit o revoluție conceptuală, punând la îndoială bazele puse de Sir Isaac Newton în secolul 17<sup>eme</sup>. Pe măsură ce observațiile și experimentele deveneau din ce în ce mai precise, au început să apară anomalii atunci când se studiază viteze apropiate de viteza luminii și în medii cosmice extreme. În acest context, relativitatea specială a lui Albert Einstein a intrat în scenă, răsturnând înțelegerea noastră tradițională a spațiului, timpului și gravitației.

#### 2.2.1 Timpul-spațiu și timpul propriu al lui Minkowski

Relativitatea specială ne invită să renunțăm la ideea că universul se desfășoară într-un spațiu euclidian tridimensional în care timpul este o entitate separată. În schimb, ea propune un model în care noi locuim într-o hipersuprafață cvadridimensională, în care cele trei dimensiuni ale spațiului sunt perpendiculare pe o dimensiune a timpului. Această fuziune a spațiului și timpului formează ceea ce este cunoscut sub numele de spațiu-timp Minkowski, cu o semnătură metrică  $(- + + +)$  Cu alte cuvinte, semnătura metrică este o

caracteristică importantă a spațiu-timpului care indică modul în care intervalele de timp și spațiu sunt combinate în ecuațiile relativității speciale. În această semnătură (– + +) primul termen corespunde intervalului de timp, care este sustras din următorii trei termeni care corespund intervalelor de spațiu. Aceasta înseamnă că timpul are un semn negativ în metrică, în timp ce cele trei dimensiuni spațiale au semne pozitive. Această semnătură specifică este crucială pentru a înțelege modul în care sunt măsurate distanțele și intervalele de timp în relativitatea specială.

Pentru a înțelege mai bine acest concept, imaginați-vă un punct  $M$  care se deplasează în acest spațiu-timp descris de două coordonate: timpul ( $t$ ) și poziția spațială ( $x$ ). Pe măsură ce acest punct se deplasează, un punct vecin  $M'$  corespunde unor valori ușor modificate:  $(t + dt, x + dx)$ , unde  $dt$  și  $dx$  reprezintă mici creșteri în timp și spațiu. Dacă considerăm că această creștere are loc de-a lungul unei traiectorii descrise de  $x = ct$  (unde  $c$  este viteza luminii), atunci  $dx = cdt$ .

În acest moment, introducem conceptul de *timp curat*. Cantitatea scunoscută sub numele de timp propriu, este o măsură de timp care guvernează viața unui obiect care se deplasează cu viteza  $v$ . Pentru a calcula folosim următoarea ecuație:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2$$

Această ecuație arată modul în care timpul propriu-zis ( $s$ ) este legat de schimbările de timp ( $dt$ ) și spațiu ( $dx$ ) atunci când un obiect se deplasează cu viteza  $v$ . De asemenea, arată că timpul propriu poate varia în funcție de viteza și de traiectoria obiectului, ceea ce duce la fenomene precum dilatarea timpului.

În teoria relativității speciale a lui Einstein, timpul nu este absolut, ci depinde de viteza relativă a observatorului. Următoarea dezvoltare matematică descrie relația dintre timpul propriu-zis  $\tau$  care este timpul măsurat de ceasul în mișcare (la bordul navei spațiale) și timpul coordonat  $t$  care este timpul măsurat de ceasul de la sol (în repaus în raport cu observatorul):

$$\begin{aligned} s = c\tau &\Rightarrow ds = c d\tau && \Rightarrow c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \\ &\Rightarrow d\tau^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2} dx^2 && \Rightarrow \frac{d\tau^2}{dt^2} = 1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \\ &\Rightarrow \frac{d\tau}{dt} = 1 - \frac{v^2}{c^2} && \Rightarrow \tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{aligned}$$

Acest lucru implică faptul că, într-un scenariu în care  $t$  reprezintă timpul măsurat de un observator staționar echipat cu un ceas la sol, iar  $v$  reprezintă viteza unui obiect echipat cu un ceas de bord care se deplasează cu această viteză în raport cu această imobilitate presupusă, atunci timpul propriu-zis  $\tau$  în acest obiect va fi afectat de dilatarea timpului

descrisă de  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  cunoscută sub numele de *factorul Lorentz*.

### 2.2.2. Viteza luminii ca limită

Este important de reținut că, în acest spațiu-timp, viteza luminii este constrânsă de proprietățile spațiului-timp (și de conținutul acestuia) în care se propagă.

Dacă presupunem că  $x$  este coordonata spațială  $t$  este coordonată temporală și  $c$  este viteza luminii, atunci putem defini o viteză  $v$  folosind expresia  $v = \frac{dx}{dt}$ .

Presupunând că variația timpului propriu este întotdeauna mai mare sau egală cu 0, adică,  $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \geq 0$  rezultă că viteza luminii în vid este limita ultimă a vitezei pentru obiectele în mișcare cu o masă în repaus pozitivă, deoarece  $v \leq c$ . Pe de altă parte, fotonii urmează traiectorii pentru care  $v = c$  ceea ce conduce la proprietăți unice asociate cu lumina.

Relativitatea specială este o teorie care se limitează la studiul cadrelor de referință inerțiale, mai precis a celor aflate în mișcare rectilinie uniformă (în spații fără curbura, care se deplasează în linie dreaptă cu viteză constantă).

### 2.2.3 Concepte fundamentale

Relativitatea specială se bazează în principal pe trei concepte:

- **Postulatul invarianței vitezei luminii:** Acest postulat afirmă că viteza luminii în vid este o constantă universală și rămâne aceeași pentru toți observatorii, indiferent de mișcarea lor relativă. Cu alte cuvinte, viteza luminii nu poate fi adăugată sau scăzută din viteza unui observator. Această idee fundamentală a fost confirmată de celebrul experiment Michelson-Morley (Michelson și Morley 1887).
- **Principiul cosmologic:** Principiul cosmologic postulează că universul este omogen și izotrop. Aceasta înseamnă că proprietățile sale sunt uniforme și identice în toate direcțiile și la toate scările. Acest principiu ne permite să extindem aplicarea legilor relativității restrânse la scara cosmică, considerând universul ca un întreg.
- **Principiul relativității restrânse:** Principiul relativității restrânse afirmă că legile fizicii sunt consecvente în toate cadrele inerțiale de referință. Cadrele inerțiale sunt cele care se deplasează cu o viteză constantă unul față de celălalt. Acest principiu generalizează conceptul de relativitate al lui Galileo și pune sub semnul întrebării noțiunea de cadru de referință absolut. Acesta demonstrează că legile fizicii rămân coerente și invariabile, indiferent de viteza relativă a observatorilor.

### 2.2.4. Echivalența masă - energie

Una dintre cele mai emblematice ecuații din fizică este ecuația de echivalență masă-energie a lui Albert Einstein. Această ecuație semnifică o legătură profundă între masă ( $m$ ) și energia ( $E$ ), dezvăluind faptul că acestea sunt interschimbabile în univers.

Intuiția revoluționară a lui Albert Einstein, care a dus la formularea acestei echivalențe, provine din teoria sa a relativității speciale. În această teorie, Einstein a postulat că energia



și masa sunt legate în mod intrinsec, iar ecuația servește drept piatră de temelie a acestei uniuni.

Conceptul central al ecuației este simplu: afirmă că energia ( $E$ ) a unui obiect este direct proporțională cu masa sa ( $m$ ), cu viteza luminii în vid ( $c$ ) ca și constantă de proporționalitate. Din punct de vedere matematic, acest lucru poate fi exprimat după cum urmează:

$$E = mc^2$$

Să explorăm această ecuație mai în detaliu, folosind un exemplu simplu. Să presupunem că avem un obiect mic cu o masă de 1 gram (0,001 kilograme). Aplicând ecuația lui Einstein, putem calcula echivalentul energetic al acestei mase:

$$E = (0.001 \text{ kg}) \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 9 \times 10^{13} \text{ Joules}$$

Această cantitate uimitor de mare de energie subliniază impactul profund al ecuației (1). Aceasta demonstrează că o masă mică poate produce o cantitate enormă de energie atunci când este convertită cu ajutorul acestei ecuații. Această ecuație joacă un rol esențial în înțelegerea reacțiilor nucleare, cum ar fi cele care au loc în stele și în centralele nucleare, în care mici modificări ale masei duc la eliberări substanțiale de energie.

Ecuația lui Einstein, cu abilitatea sa de a lega masa și energia, rămâne o piatră de temelie a fizicii moderne, influențând profund înțelegerea noastră despre cum funcționează universul.

Deși relativitatea specială ne-a permis să explorăm aspecte fascinante ale cosmosului, ghidându-ne în călătoriile la viteze apropiate de viteza luminii și dezvăluind modul în care spațiul-timp se curbează ca răspuns la mișcarea noastră, ea este limitată la un cadru specific, cel al cadrelor de referință inerțiale și al mișcării rectilinii uniforme. Dar ce se întâmplă atunci când intră în joc gravitația? Cum evoluează structura spațiu-timpului în prezența unor obiecte masive sau a unei curburi semnificative? Aici intervine relativitatea generală a lui Albert Einstein, în secțiunea următoare.

## 2.3 Introducere la relativitatea generală

### 2.3.1 A revoluția în fizică

Legea lui Newton este o teorie care funcționează bine în multe situații, așa cum s-a explicat în secțiunea 2.1, dar nu poate explica anumite fenomene observate la viteze apropiate de viteza luminii sau în prezența unor câmpuri gravitaționale intense. Relativitatea generală (RG) a lui Albert Einstein este o teorie mai completă care cuprinde aceste efecte gravitaționale. Piatra de temelie a fizicii moderne, relativitatea generală a revoluționat înțelegerea noastră a gravitației și a universului. Propusă de Albert Einstein în 1915, această teorie se bazează pe principiul conform căruia gravitația este o manifestare a curburii spațiului-timp, indusă de prezența masei și a energiei. Ecuația de câmp a lui Einstein, care se află în centrul acestei teorii, descrie modul în care materia și energia influențează geometria spațiului-timp și, la rândul său, modul în care această geometrie curbată ghidează mișcarea materiei și a energiei.

Într-adevăr, ecuația de câmp a lui Einstein, publicată pentru prima dată la 25 noiembrie 1915, este principala ecuație cu derivate parțiale a relativității generale:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Această curbura a geometriei în jurul unei surse de materie este interpretată ca fiind câmpul gravitațional al acestei surse. Mișcarea obiectelor în acest câmp este descrisă foarte precis prin ecuația geodezică a acestora. Metrica  $g_{\mu\nu}$  produce o familie de geodezice. Rețineți că particulele cu masă gravitațională pozitivă sau negativă se vor comporta în același mod, urmând aceleași geodezice atunci când sunt deviate de potențialul gravitațional creat de o masă semnificativă  $M$  de exemplu, în gravitația terestră sau solară. Așadar, un obiect masiv, cum ar fi o stea, influențează spațiul-timp nu numai prin masa sa, ci și prin energia pe care o emite, cum ar fi radiația. În relativitatea generală, energia unui obiect - inclusiv energia masei sale de repaus reprezentată de  $mc^2$  și orice formă suplimentară de energie, cum ar fi radiația - contribuie la câmpul gravitațional pe care îl produce. Această contribuție combinată a energiei și a masei este cea care curbează spațiul-timp în jurul obiectului. Cel de-al doilea termen ia în considerare conținutul universului în fiecare punct din spațiu-timp:

- **Dacă este diferită de zero**, atunci soluția geometrică care reiese din această ecuație va descrie interiorul unei mase.
- **Dacă este zero**, soluția indusă de această ecuație se va referi la o porțiune complet goală a universului din jurul acestei mase.

### 2.3.2. Efecte observabile și confirmare experimentală

Printre fenomenele explicate de GR se numără devierea planului de rotație al planetei Mercur atunci când aceasta se află cel mai aproape de Soare, cunoscută sub numele de precesia periheliului. Acest fenomen a fost măsurat cu o precizie de 45 de secunde de arc pe secol, o valoare care nu putea fi explicată prin legea lui Newton.

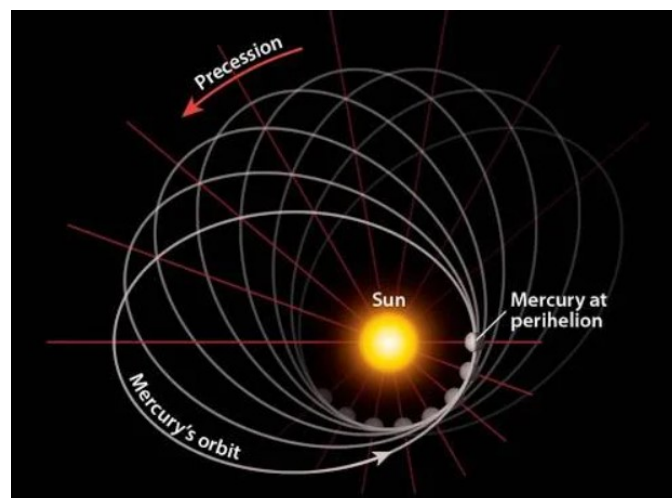


Figura 2.1 - Precesia periheliului lui Mercur

Un alt fenomen observat este curbura aparentă a luminii în jurul Soarelui. În timpul eclipsei de soare din 1919, Sir Arthur Eddington a observat că razele de lumină păreau să se curbeze în jurul Soarelui. În realitate, aceste raze de lumină urmează cele mai scurte căi în spațiul-timp curbat, cunoscute sub numele de geodezice. Această curbura aparentă a luminii se datorează deformării spațiu-timpului cauzată de prezența masei, un efect pe care RG l-a explicat cu precizie ((Dyson, Eddington și Davidson 1920)).

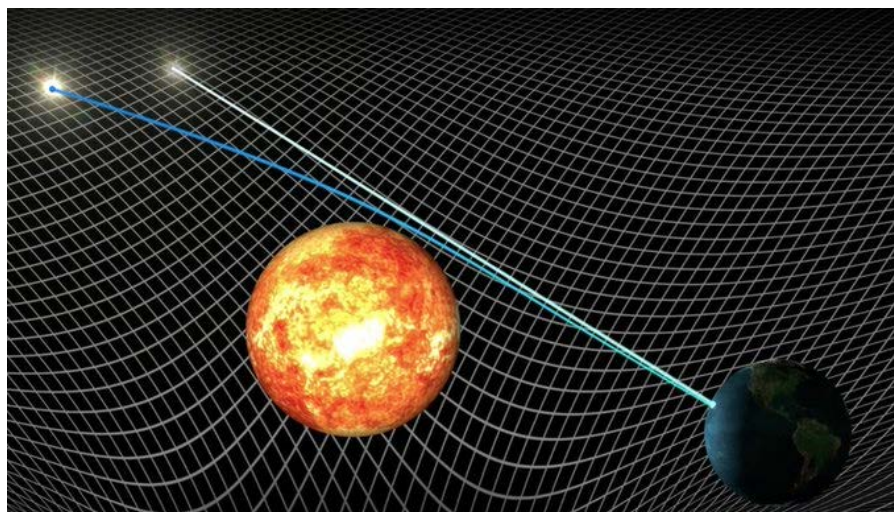


Figura 2.2 - Confirmarea teoriei lui Einstein oriei cu curbura luminii stelare în timpul eclipsei de soare

Aceste fenomene sunt considerate neliniare deoarece pot fi explicate doar prin teoria RG. Cu toate acestea, în condițiile în care efectele relativiste sunt neglijabile, legea lui Newton poate oferi aproximări valide. Astfel, RG a extins înțelegerea gravitației dincolo de limitele legii lui Newton, deschizând calea pentru o mai bună înțelegere a interacțiunilor gravitaționale la scări mari și la viteze mari.

### 2.3.3. Geometria spațiu-timp și ecuațiile geodezice

Reamintim principiul de echivalență al lui Einstein pentru un cadru inerțial în cădere liberă:

*"Într-un câmp gravitațional, în orice punct din spațiu-timp este întotdeauna posibil să se aleagă un sistem de coordonate local inerțial astfel încât, într-o regiune suficient de mică, legile fizicii să fie identice cu cele din absența gravitației".*

În acest cadru de referință de cădere liberă, forța inerțială resimțită de un corp în cădere liberă anulează forța gravitațională, ceea ce înseamnă că obiectul nu este supus niciunei forțe (stare de imponderabilitate). În consecință, cadrul inerțial este cadrul fundamental pentru studiul obiectelor în interacțiune (cunoscut sub numele de cadru al relativității speciale) înainte de a le analiza într-un al doilea cadru galileean, cunoscut sub numele de

"cadru de laborator", în care aceste obiecte sunt supuse efectelor gravitației. Acest din urmă cadru este, de fapt, accelerat în sus ( $a = -g$ ) în comparație cu cadrul inerțial natural (imaginați-vă că "solul de pe Pământ vă accelerează în sus").

În teoria relativității restrânse, un cadru inerțial este descris de metrica Minkowski, care este o reprezentare matematică a spațiului-timp plat. Această metrică se aplică în regiunile în care efectele gravitației sunt absente. Într-un astfel de context, traiectoriile obiectelor sunt determinate de ecuațiile de mișcare derivate din principiile relativității restrânse. În timp ce termenul "geodezică" este utilizat în relativitatea generală pentru spațiul-timp curbat de gravitație, în metrica Minkowski a relativității restrânse, aceste traiectorii sunt mai bine descrise ca linii drepte care reprezintă mișcarea la viteză constantă. În acest cadru, obiectele din cadrele inerțiale se deplasează în linii drepte cu viteză constantă, un caz special de geodezică în spațiu-timpul plat.

### Cadrul inerțial și coordonatele

În primul rând, să ne poziționăm în acest cadru inerțial și să definim coordonatele unei mase punctiforme în acest cadru: Considerăm coordonatele  $\xi^\alpha$  cu  $\xi^0 = ct$ ,  $\xi^1 = x$ ,  $\xi^2 = y$ ,  $\xi^3 = z$  în scopul analizei noastre. Deoarece acest corp nu este supus niciunei forțe (viteză constantă), putem deduce că :

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{d\tau^2} = 0$$

$$d\tau^2 = cdt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Unde  $\tau$  corespunde metricii sau intervalului din acest spațiu, pe care l-am putea nota și cu  $s$  și este important de menționat că această metrică este invariantă indiferent de cadrul de referință.

### Transformarea coordonatelor într-un cadru de referință accelerat pentru laboratoare

Să aplicăm acum o transformare de coordonate într-un nou cadru de referință galilean de laborator "accelerat în sus" față de cadrul de referință inerțial anterior:

$$x^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Cu toate acestea, fiecare coordonată a noului cadru galileean depinde de coordonatele cadrului inerțial și viceversa:

$$x^\mu(\xi^0, \xi^1, \xi^2, \xi^3), \quad \xi^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Și nu uitați că  $\xi$  depinde de  $\tau$  :

$$\xi^\mu(\tau)(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Fiecare parametru al  $\xi$  în noul cadru de referință depinde, de asemenea, de  $\tau$ . Prin urmare, putem deduce că :

$$\frac{d\xi^0}{d\tau} = \frac{dx^0}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^0} + \frac{dx^1}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^1} + \frac{dx^2}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^2} + \frac{dx^3}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^3}$$

Acest lucru poate fi exprimat folosind notația de adunare pentru indicii repetați :

$$\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} = \sum_{\mu=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{dx^\mu}{d\tau}$$

*NB:* În matematică, notația de adunare este o modalitate compactă de reprezentare a sumei unei serii de termeni. Atunci când un indice apare atât ca indice inferior, cât și ca indice superior într-o expresie, acest lucru implică, în general, însumarea asupra aceluși indice, ceea ce înseamnă că toate valorile posibile ale aceluși indice sunt adunate. Această notație este utilizată în mod obișnuit în diverse domenii ale matematicii și fizicii pentru a simplifica reprezentarea ecuațiilor care implică indici repetați.

Acum dorim să derivăm din nou această expresie pentru a obține ecuația geodezică (2), atunci :

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \left( \frac{d\xi^\alpha}{d\tau} \right) &= \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{dx^\mu}{d\tau} + \left( \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = 0 \\ \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} &= 0 \end{aligned}$$

Pentru a efectua însumarea indicilor repetați, după cum urmează :

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \sum_{\alpha=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha}$$

Trebuie să efectuăm această operațiune:

$$\left( \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} \left( \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) = 0$$

Cu toate acestea, pentru  $\beta \neq \mu$  derivatele parțiale ale unei coordonate în raport cu o altă coordonată din același sistem de coordonate sunt zero (de exemplu,  $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$ ), iar pentru  $\beta = \mu$ , derivata parțială este egală cu 1. Acest lucru corespunde simbolului Kronecker ( $\delta_\mu^\beta$ ) :

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \frac{\partial x^\beta}{\partial x^\mu} = \delta_\mu^\beta$$

*NB:* Atunci când  $\beta$  și  $\mu$  reprezintă coordonate diferite în același sistem de coordonate, derivata parțială a lui  $\beta$  în raport cu  $\mu$  este zero, deoarece aceasta înseamnă că aceste coordonate sunt reciproc independente în sistem. Cu toate acestea, atunci când  $\beta$  și  $\mu$  reprezintă aceeași coordonată, derivata parțială este egală cu 1, ceea ce indică faptul că această coordonată se modifică cu ea însăși, așa cum este reprezentat de simbolul  $\delta_\mu^\beta$ .

Acest lucru ne oferă :

$$0 = \left( \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \delta_\mu^\beta \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2}$$

Cu toate acestea, dacă înlocuim  $\mu$  cu  $\beta$  ( $\beta = \mu$ ), atunci  $\delta_\mu^\beta = \delta_\beta^\beta = 1$  atunci  $\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = \frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2}$ .

Rezultă :

$$0 = \left( \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2}$$

Prin urmare, prin introducerea *simbolurilor Christoffel*, după cum urmează:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu}$$

Putem deduce următoarea *ecuație geodezică*:

$$\frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\beta \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$$

Aceasta reprezintă o expresie generală pentru *simbolurile Christoffel*  $\Gamma_{\mu\nu}^\beta$  în termeni de derivate ale funcțiilor de transformare a coordonatelor. După cum vom vedea mai târziu, simbolurile Christoffel sunt utilizate în matematica relativității generale și a geometriei diferențiale pentru a descrie modul în care sistemele de coordonate se modifică la nivel local.

*Ce putem învăța din această ecuație geodezică?*

- Derivata a doua a coordonatelor în cadrul de referință galileean "*accelerat*" nu mai este zero, ci este egală cu echivalentul forțelor inerțiale aplicate în relativitatea generală (în acest caz, gravitația). Din (3), putem deduce :

$$\frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2} = -\Gamma_{\mu\nu}^\beta \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}$$

Dacă  $\mu$  și  $\nu$  sunt coordonate spațiale, atunci derivata lor în raport cu  $\tau$  corespunde unei viteze.

- Orice obiect care se mișcă în cadrul de referință galileean "*accelerat*" al laboratorului se va supune acestei ecuații atunci când este supus forței de gravitație a Pământului.
- Forma acestei ecuații ne oferă informații despre cele mai scurte sau cele mai lungi căi (extreme) pe o suprafață curbă (varietate). Mai exact, geodezicele corespund căilor staționare ale căror proprietăți fizice rămân constante în timp (absența forțelor externe aplicate).
- Putem descrie gravitația ca pe un efect pur geometric legat de geodezicele parcurse de obiecte în spațiul-timp curbat (modul în care este curbat spațiul-timp este descris de simbolurile lui Christoffel). O analogie ar fi aceea de a considera două obiecte care parcurg cu aceeași viteză trasee paralele și identice dintr-un punct de pe Pământ

spre nord; ele vor ajunge să se intersecteze la Polul Nord din cauza curburii Pământului. Această încrucișare poate fi analizată fie prin faptul că o forță le-a atras (analogie cu mecanica newtoniană), fie printr-un efect pur geometric legat de curbura Pământului (analogie cu mecanica relativistă). Conform relativității generale, gravitația este, prin urmare, o curbură a spațiului-timp care determină obiectele aflate în mișcare rectilinie locală să urmeze aceste geodezice. Relativitatea generală ne permite să determinăm curbura spațiului-timp în funcție de componentele sale (materie, energie) și apoi să descriem traiectoriile particulelor care se deplasează în acest spațiu-timp.

- Simbolurile Christoffel sunt calculate din metrică și din derivatele parțiale ale acesteia, captând informații despre curbura spațiu-timpului. Acestea ne permit să calculăm modul în care geodezicele sunt afectate de curbura spațiu-timpului.

#### 2.3.4. Tensori metrici

Ne vom uita acum la tensorii metrici și la modul în care aceștia se raportează la simbolurile Christoffel determinate anterior.

Considerăm metrica Minkowski descrisă folosind coordonatele spațiu-timp ale unui obiect în mișcare într-un cadru de referință inertial, așa cum se arată în ecuația (4), și exprimată după cum urmează:

$$d\tau^2 = (d\xi^0)^2 - (d\xi^1)^2 - (d\xi^2)^2 - (d\xi^3)^2$$

Se poate scrie și în acest fel, unde se poate exprima ca o sumă peste indicii  $\alpha$  și  $\beta$  :

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta$$

Această ecuație folosește tensorul metric  $\eta_{\alpha\beta}$  al spațiului Minkowski (care descrie spațiu-timp plat în relativitatea specială) pentru a calcula intervalul spațiu-timp  $d\tau^2$  în termeni de diferențiale de coordonate  $d\xi^\alpha$  și  $d\xi^\beta$ . Tensorul metric Minkowski  $\eta_{\alpha\beta}$  are componente care sunt -1 pentru intervale temporale și +1 pentru intervale spațiale pe diagonală și 0 în afara diagonalei, după cum urmează :

$$\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Rețineți că următoarele expresii reprezintă regulile de transformare diferențială între două sisteme de coordonate. Ele arată cum o mică schimbare în setul de coordonate  $x^\mu$  și  $x^\nu$  conduce la o mică modificare în alt set de coordonate  $\xi^\alpha$  și  $\xi^\beta$ .

$$d\xi^\alpha = \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} dx^\mu$$

$$d\xi^\beta = \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\nu$$



Acum, dacă înlocuim aceste două forme diferențiale în expresia (5), putem obține următoarea expresie:

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\mu dx^\nu$$

De aici putem extrage următorul tensor metric:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu}$$

Tensorul metric joacă un rol fundamental în relativitatea generală, deoarece determină geometria spațiului-timp și modul în care acționează gravitația între două obiecte situate la coordonatele  $x^\mu$  și  $x^\nu$  în același cadru de referință. Acesta permite transformarea coordonatelor acestor obiecte în distanța dintre ele, ținând cont de curbura locală a spațiului-timp, care poate varia în funcție de distribuția materiei și a energiei. Contrar intuiției convenționale, distanța dintre două puncte în spațiul-timp curbat depinde de această curbură și poate varia considerabil. Astfel, tensorul metric este un instrument matematic esențial pentru calcularea intervalului dintre două evenimente, care include și măsurarea timpului scurs între ele în prezența unui câmp gravitațional.

Deoarece indicii  $\mu$  și  $\nu$  sunt muți și se repetă, ei sunt supuși convenției de însumare a lui Einstein și, prin urmare, pot fi interșanjabili în expresia tensorului metric. Aceasta implică faptul că tensorul metric  $g_{\mu\nu}$  este simetric, adică  $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$ .

*NB:* De acum înainte, să luăm  $g^{\mu\nu}$  ca fiind inversul lui  $g_{\mu\nu}$  care se exprimă prin următoarea relație cu însumare pe indicele repetat  $\alpha$  producând simbolul Kronecker :

$$g^{\mu\alpha} g_{\alpha\nu} = \delta_\nu^\mu$$

unde  $\delta_\nu^\mu$  este simbolul Kronecker, care, după cum am văzut mai devreme, este egal cu 1 atunci când  $\mu = \nu$  și 0 în caz contrar. Această relație definește natura inversului tensorului metric în geometria diferențială și în relativitatea generală.

### 2.3.5 Simbolurile Christoffel

Simbolurile Christoffel, notate  $\Gamma_{\mu\nu}^\beta$ , sunt derivate din tensorul metric și oferă informații esențiale despre geometria spațiului-timp. Ele nu sunt ele însele tensori, ci sunt derivate din tensorul metric, care este un tensor real.

Pentru a calcula simbolurile Christoffel, luăm derivatele parțiale ale componentelor tensorului metric și apoi aplicăm o combinație specifică a acestor derivate. Formula pentru simbolurile Christoffel de tipul al doilea este dată de :

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{1}{2} g^{\beta\alpha} \left( \frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^\mu} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

Fiecare termen implică o derivată parțială a tensorului metric în raport cu coordonatele, iar  $g^{\beta\alpha}$  este inversul tensorului metric, ceea ce ne asigură că adunăm indicii corespunzători. După cum vom vedea mai târziu, simbolurile Christoffel joacă un rol central în



determinarea geodezicilor, care descriu traiectoria particulelor și a luminii în spațiu-timpul curbat și sunt utilizate în ecuațiile de mișcare din relativitatea generală.

*Dovada.* Vom exprima acum simbolurile Christoffel în termenii tensorului metric  $g_{\mu\nu}$ .

Pentru a face acest lucru, vom considera derivata parțială a  $g_{\mu\nu}$  în raport cu coordonatele  $x^\lambda$ . Această operație introduce derivatele secunde ale funcțiilor de transformare a coordonatelor  $\xi^\alpha$  care pot fi apoi integrate în expresia simbolurilor Christoffel (6).

Înainte de a începe calculele noastre, iată câteva sfaturi preliminare pentru a le simplifica:

- Tensorul metric este simetric, deci  $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$ .
- Pentru a înlocui  $\nu$  cu  $\alpha$  trebuie mai întâi să înlocuim indicele mut existent  $\alpha$  cu  $\sigma$ .

Se obține tensorul metric după cum urmează:

$$g_{\alpha\mu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha}$$

Aplicând regula produsului pentru derivare și reținând că  $\eta_{\sigma\beta}$  este o constantă, se obține :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left( \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} \right)$$

A doua derivată parțială așteptată apare în partea dreaptă a ecuației (de două ori):

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\alpha \partial x^\nu}$$

Pentru a integra expresia simbolurilor Christoffel (6) în această relație, trebuie să aplicăm următoarea transformare la ambele părți pentru a izola derivata parțială și a introduce o sumă pe indicele repetat  $\beta$  :

$$\frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \left( \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \right)$$

Cu toate acestea, știm că :

$$\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} = \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial \xi^\lambda} = \delta_\lambda^\sigma$$

și, conform (7), acest simbol Kronecker este egal cu 1 atunci când  $\sigma = \lambda$  atunci :

$$\frac{\partial \xi^\lambda}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu}$$

Apoi îl putem înlocui în expresia (8), având grijă să reformulăm indicii corespunzători în noua expresie într-un mod similar:

$$\frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} = \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho$$

$$\frac{\partial^2 x^\beta}{\partial x^\nu \partial x^\mu} = \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

NB: Nu plasăm  $\beta$  pe simbolul Christoffel, deoarece este un indice de însumare tăcut în termenul în care dorim să-l atribuim, așa că vom alege o altă literă,  $\rho$  :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\alpha \partial x^\nu}$$

În cele din urmă, putem deduce din (8) :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

Astfel, diferențierea tensorului metric poate fi exprimată în 3 moduri diferite (ultimele 2 implicând indici noi prin schimbarea indicilor  $\nu$  și  $\mu$  și înlocuirea  $\mu$  prin  $\alpha$ ) :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = g_{\rho\alpha} \Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\mu\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^\mu} = g_{\rho\alpha} \Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\nu\rho} \Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} = g_{\rho\mu} \Gamma_{\alpha\nu}^\rho + g_{\nu\rho} \Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

Aceste trei moduri de exprimare a acestei diferențieri ne permit să obținem un rezultat simplificat prin adunarea primelor două și scăderea ultimei: (9a) + (9b) - (9c) :

$$g_{\alpha\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

$$g^{\beta\alpha} g_{\alpha\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right) g^{\beta\alpha}$$

$$\delta_\rho^\beta \Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right) g^{\beta\alpha}$$

Deci, în cele din urmă :

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{1}{2} g^{\beta\alpha} \left( \frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

Această expresie a simbolului Christoffel ne permite să stabilim o legătură între curbura spațiu-timpului indusă de forța gravitațională și derivatele spațiale ale tensorului metric. Ea este esențială pentru formularea ecuațiilor care guvernează geodezicele în teoria relativității generale. □

*Exemplu de calcul al simbolurilor Christoffel pentru o metrică sferică :*

În coordonate sferice, elementul de linie  $ds^2$  pentru un spațiu tridimensional se exprimă după cum urmează:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

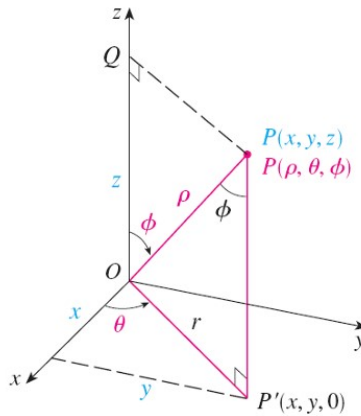
$$ds^2 = g_{11}(dx^1)^2 + 2g_{12}dx^1dx^2 + 2g_{13}dx^1dx^3 + g_{22}(dx^2)^2 + 2g_{23}dx^2dx^3 + g_{33}(dx^3)^2$$

$$ds^2 = dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2(\theta)d\phi^2$$

unde  $dr$ ,  $d\theta$  și  $d\phi$  sunt diferențialele ale coordonatelor radiale  $r$ , unghiul polar  $\theta$  și a unghiului azimutal  $\phi$  respectiv Tensorul metric corespunzător  $g_{\mu\nu}$  în coordonate sferice este diagonal și este dat de :

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2\sin^2(\theta) \end{bmatrix}$$

*Dovada.* Relația dintre coordonatele carteziene și cele sferice poate fi dedusă din figura 2.3 :



*Figura 2.3 - Poziția a punctului P este definită de distanța  $\rho$  și unghiurile  $\theta$  (colatitudine) și  $\phi$  (longitudine)*

Dacă luăm în considerare triunghiurile OPQ și OPP', avem :  $z = \rho\cos\phi$ ,  $r = \rho\sin\phi$  unde  $x = r\cos\theta$  și  $y = r\sin\theta$ . Prin urmare :

$$x = \rho\sin\phi\cos\theta$$

$$y = \rho\sin\phi\sin\theta$$

$$z = \rho\cos\phi$$

Utilizând notațiile fizice din figura 2.6, trecerea la coordonatele carteziene este dată de :

$$x = r\sin\phi\cos\theta$$

$$y = r\sin\phi\sin\theta$$

$$z = r\cos\phi$$

Cu toate acestea, metrica în coordonate carteziene este dată de :

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Pentru a exprima acest lucru în coordonate sferice, vom înlocui  $x$ ,  $y$  și  $z$  cu echivalentele lor în coordonate sferice, ceea ce dă (11). □

Pentru a calcula simbolurile Christoffel  $\Gamma_{\mu\nu}^{\beta}$  trebuie să găsim mai întâi inversul tensorului metric, care pentru o metrică diagonală este pur și simplu :

$$g^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)} \end{bmatrix}$$

Pentru tensorul metric dat, se calculează derivatele parțiale necesare pentru simbolurile Christoffel:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} &= 2r, \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial r} &= 2r \sin^2(\theta), \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial \theta} &= 2r^2 \sin(\theta) \cos(\theta). \end{aligned}$$

Introducând aceste derivate parțiale în formula simbolului lui Christoffel (10), le calculăm prin însumarea indicelui repetat  $\alpha$ . Pentru tensorul metric dat, majoritatea simbolurilor lui Christoffel vor fi zero, deoarece acesta este diagonal și depinde numai de  $r$  și  $\theta$ . Simbolurile Christoffel care nu sunt egale cu zero sunt :

$$\begin{aligned} \Gamma_{\theta\theta}^r &= -r \\ \Gamma_{\phi\phi}^r &= -r \sin^2(\theta) \\ \Gamma_{r\theta}^{\theta} &= \Gamma_{\theta r}^{\theta} = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\phi\phi}^{\theta} &= -\sin(\theta) \cos(\theta) \\ \Gamma_{r\phi}^{\phi} &= \Gamma_{\phi r}^{\phi} = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\theta\phi}^{\phi} &= \Gamma_{\phi\theta}^{\phi} = \cot(\theta) \end{aligned}$$

NB:

- Simbolul Christoffel  $\Gamma_{\theta\theta}^r$  se calculează după cum urmează:

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2} g^{rr} \left( -\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} \right)$$

deoarece singura derivată diferită de zero a  $g_{\theta\theta}$  este în raport cu  $r$ . Înlocuind valorile, se obține :

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2} \left( -\frac{\partial(r^2)}{\partial r} \right) = -r.$$

- Un alt exemplu este simbolul Christoffel  $\Gamma_{r\theta}^\theta$  care se calculează după cum urmează:

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2} g^{\theta\theta} \left( \frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^\theta} + \frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} - \frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^\theta} \right)$$

unde singurul termen diferit de zero este  $\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r}$ . Rezultă :

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2} g^{\theta\theta} \left( \frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r^2} \right) (2r) = \frac{1}{r}.$$

### Calculul tensorului Riemann, al tensorului Ricci și al scării Ricci

În acest spațiu sferic, toate componentele tensorului Riemann și ale tensorului Ricci, precum și ale scalarului Ricci sunt zero, ilustrând geometria unui spațiu plat.

*Dovada.* Tensorul de curbură Riemann este definit prin expresia :

$$R_{\sigma\mu\nu}^\rho = \partial_\mu \Gamma_{\nu\sigma}^\rho - \partial_\nu \Gamma_{\mu\sigma}^\rho + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda$$

Să luăm, de exemplu, simbolurile Christoffel furnizate de (12):

$$\begin{aligned} \Gamma_{\phi\phi}^\theta &= -\sin(\theta)\cos(\theta), \\ \Gamma_{r\theta}^\theta &= \Gamma_{\theta r}^\theta = \frac{1}{r} \end{aligned}$$

Putem calcula componentele tensorului Riemann. De exemplu, putem calcula  $R_{r\theta r}^\theta$  :

$$R_{r\theta r}^\theta = \partial_\theta \Gamma_{rr}^\theta - \partial_r \Gamma_{\theta r}^\theta + \Gamma_{\theta\lambda}^\theta \Gamma_{rr}^\lambda - \Gamma_{r\lambda}^\theta \Gamma_{\theta r}^\lambda$$

Astfel, pentru a calcula componenta tensorului Riemann  $R_{r\theta r}^\theta$  avem :

- Primul termen  $\partial_\theta \Gamma_{rr}^\theta$  este zero, deoarece  $\Gamma_{rr}^\theta$  este zero.
- Al doilea termen  $\partial_r \Gamma_{\theta r}^\theta$  implică derivata parțială a  $\Gamma_{\theta r}^\theta$  în raport cu  $r$  care este  $-\frac{1}{r^2}$ .
- Al treilea termen este suma dintre  $\lambda$  din  $\Gamma_{\theta\lambda}^\theta \Gamma_{rr}^\lambda$  dar cum  $\Gamma_{rr}^\lambda$  este zero pentru  $\lambda \neq r$  acest termen este zero.
- Al patrulea termen este suma peste  $\lambda$  a  $\Gamma_{r\lambda}^\theta \Gamma_{\theta r}^\lambda$  care pentru  $\lambda = \theta$  rezultă  $\left(\frac{1}{r}\right) \left(\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r^2}$ .

Suma celor doi termeni care nu sunt zero (termenii 2 și 4) este :

$$-\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} = 0$$

Prin urmare, se poate spune că  $R_{r\theta r}^\theta$  a tensorului Riemann este zero.  
 Tensorul Ricci, obținut prin contracția tensorului Riemann pe primul și al treilea indice al acestuia, este dat de :

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\lambda\nu}^\lambda$$

În cele din urmă, scalarul Ricci, care este urma tensorului Ricci, se calculează după cum urmează:

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$$

Deoarece tensorul Riemann este zero, rezultă că tensorul Ricci și scalarul său sunt de asemenea zero.  $\square$

### Codul de calcul Mathematica :

```
(*Importă pachetul*)
(*-----*)
Needs["OGRe` "]
(*Definiția coordonatelor*)
TNewCoordinates["Spherical", {r, \[Theta], \[Phi]}]
(*Definiția tensorului metric*)TShow@
  TNewMetric["SphericalMetricTensor", "Spherical",
    DiagonalMatrix[{1, r^2, r^2 Sin[\[Theta]]^2}]]]
(*LineElement*)
TLineElement["SphericalMetricTensor"]]]]
(*Calcularea simbolurilor Christoffel*)
TList@TCalcChristoffel["SphericalMetricTensor"]]]]
(*Calcularea tensorului Riemann*)
TList@TCalcRiemannTensor["SphericalMetricTensor"]]]]
(*Calcularea tensorului Ricci*)
TList@TCalcRicciTensor["SphericalMetricTensor"]]]]
(*Calcul scalar Ricci Scalar*)
TList@TCalcRicciScalar["SphericalMetricTensor"] (*Calcularea scalară Ricci
Scalar*)
```

### 2.3.6 Aplicarea ecuației geodezice în limita câmpului slab

Scriem expresia simbolului Christoffel și ecuația geodezică după cum urmează (dacă  $\nu = 0$  coordonată temporală, în caz contrar o coordonată spațială  $x, y, z$ ) :

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (g_{\mu\sigma,\nu} + g_{\nu\sigma,\mu} - g_{\mu\nu,\sigma})$$

$$\frac{d^2 x^\lambda}{ds^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0$$

unde

$$\frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^\nu} = g_{\mu\sigma,\nu}$$

NB:

- Această ecuație reprezintă derivata parțială a componentei tensorului metric  $g_{\mu\sigma}$  în raport cu coordonatele  $x^\nu$  și este adesea scrisă cu o virgulă urmată de indicele de diferențiere, care în acest caz este  $\nu$ . Notăția prin virgulă  $g_{\mu\sigma,\nu}$  este o prescurtare obișnuită în relativitatea generală pentru derivatele parțiale ale componentelor tensorului.
- În contextul relativității restrânse, se utilizează în mod obișnuit un sistem de unități în care viteza luminii  $c$  este definită ca fiind egală cu 1 ( $c = 1$ ). Acest lucru simplifică ecuațiile și facilitează exprimarea anumitor cantități. În acest sistem de unități, distanțele sunt exprimate în unități de timp (de exemplu, ani-lumină în loc de metri) datorită echivalenței  $c = 1$ . Pentru a face acest lucru, timpul trebuie exprimat în secunde, iar unitățile de lungime devin distanța parcursă de lumină într-o secundă, care se exprimă în secunde-lumină (echivalent cu "ani-lumină"). Astfel, putem exprima metrica în felul următor:

$$ds^2 = d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Cu toate acestea, vom considera acum că timpul  $t$  exprimat până acum, va fi momentul potrivit  $\tau$  în exprimarea metricii, pentru a o exprima în felul următor:

$$ds^2 = d\tau^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Vom arăta acum că ecuația (13) se reduce la ecuația newtoniană a mișcării atunci când câmpurile gravitaționale sunt slabe și statice (adică în relativitatea specială unde  $g_{\mu\nu}$  este foarte apropiată de  $\eta_{\mu\nu}$  și independent de timp) și atunci când vitezele sunt mult mai mici decât viteza luminii, adică  $v/c \ll 1$  care poate fi exprimată după cum urmează:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad \text{avec} \quad h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$$

NB: În teoria gravitației liniarizate, se presupune că spațiul-timp este aproape plat. În acest scop, reprezentăm tensorul metric total  $g_{\mu\nu}$  ca sumă a metricii Minkowski  $\eta_{\mu\nu}$  metrică, care descrie spațiul-timp plat, așa cum s-a văzut anterior, și o mică "perturbație"  $h_{\mu\nu}$  care reprezintă abaterile de la această planeitate datorate prezenței masei sau energiei. Vom vedea acest lucru mai târziu, în studiul respingerii dipolului pentru un sistem staționar (secțiunea 3.3

). Integrând acest tensor metric

în expresia (14), ne dăm seama că derivatele parțiale ale tensorului metric depind doar de  $h_{\mu\nu}$  deoarece  $\eta_{\mu\nu}$  este constantă și derivatele sale sunt zero. Astfel, în teoria liniarizată a gravitației, simbolurile Christoffel pot fi approximate prin considerarea doar a contribuțiilor perturbației  $h_{\mu\nu}$ . Acest lucru se datorează faptului că simbolurile Christoffel sunt definite de primele derivate ale tensorului metric, iar într-un câmp gravitațional slab,  $h_{\mu\nu}$  este mică în comparație cu  $\eta_{\mu\nu}$ . Prin urmare, atunci când calculăm simbolurile Christoffel pentru un

câmp gravitațional slab, neglijăm derivatele lui  $\eta_{\mu\nu}$  și luăm în considerare doar derivatele lui  $h_{\mu\nu}$ . Prin urmare, obținem:

$$g_{\mu\sigma,\nu} = h_{\mu\sigma,\nu} \quad \text{et} \quad g_{\mu\nu,\sigma} = h_{\mu\nu,\sigma} \quad \text{et} \quad g_{\nu\sigma,\mu} = h_{\nu\sigma,\mu}$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}(\eta^{\lambda\sigma} + h^{\lambda\sigma})(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Având în vedere că  $h_{\mu\nu}$  este mic, ne dăm seama că produsul dintre  $h^{\lambda\sigma}$  cu derivatele sale parțiale va contribui la termenii de ordinul doi sau mai mare (de exemplu,  $h^2$ ,  $h^3$  etc.). Acești termeni de ordin superior vor fi semnificativ mai mici decât termenii de ordinul întâi pe care îi căutăm. Prin urmare, atunci când calculăm simbolurile Christoffel, neglijăm produsele lui  $h_{\mu\nu}$  și derivatele sale, ceea ce implică faptul că contribuțiile lui  $h^{\lambda\sigma}$  sunt neglijabile în comparație cu cele ale  $\eta^{\lambda\sigma}$ . Astfel, obținem:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \approx \frac{1}{2}\eta^{\lambda\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Această aproximație simplifică procesul de calcul al curburii spațiu-timpului în câmpuri gravitaționale slabe și este fundamentală în analiza undelor gravitaționale, unde perturbațiile  $h_{\mu\nu}$  reprezintă ondulații în curbura spațiu-timpului.

Să luăm acum în considerare două cazuri:

- Pentru  $\lambda = 0$  care corespunde coordonatei de timp în relativitatea generală, ecuația simbolurilor Christoffel de primul tip devine specifică coordonatei de timp. Utilizând tensorul metric Minkowski  $\eta$  tensorul metric și perturbația  $h$  simbolul Christoffel pentru  $\lambda = 0$  este dat de ecuația :

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2}\eta^{0\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

De la  $\eta^{0\sigma}$  nu este zero decât atunci când  $\sigma = 0$  ceea ce duce la  $\eta^{00} = 1$  se obține următoarea relație :

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2}(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu} - h_{\mu\nu,0})$$

Cu toate acestea, deoarece câmpul gravitațional este static, adică metrica spațiu-timp nu variază cu timpul, derivata parțială a tensorului metric în raport cu timpul ( $\frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial t}$ ) este zero. Acest lucru ne permite să considerăm că sistemul se află într-un regim staționar în ceea ce privește metrica spațiu-timp :

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2}(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu})$$

- Pentru coordonatele spațiale notate cu  $\lambda = i$  (unde  $i, j, k$  reprezintă indici spațiali), simbolurile Christoffel pot fi calculate folosind metrica de perturbație  $h_{\mu\nu}$ . Tensorul metric Minkowski  $\eta^{i\sigma}$  este utilizat pentru a mări indicele și este egal cu  $-1$  atunci



când indicii se potrivesc. Astfel, simbolurile Christoffel pentru coordonatele spațiale sunt date de :

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = \frac{1}{2}\eta^{i\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Cu toate acestea, având în vedere semnul negativ al componentelor spațiale ale  $\eta^{i\sigma}$  ecuația pentru  $\sigma = i$  se simplifică la :

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = -\frac{1}{2}(h_{\mu i,\nu} + h_{\nu i,\mu} - h_{\mu\nu,i})$$

Acest semn negativ reflectă convenția de semn opus pentru componentele spațiale ale tensorului metric Minkowski în raport cu componenta temporală.

Să integrăm acum aceste rezultate în ecuația geodezică (13) pentru fiecare caz în parte:

- Pentru  $\lambda = 0$  știm că  $x^\lambda = x^0 = ct$  atunci :

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2}(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0$$

Cu toate acestea, următorul produs va genera o sumă peste indicii repetați  $\mu$  și  $\nu$  cantități de ordinele 0, 1 și 2 :

$$(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds}$$

Având în vedere că mărimile de ordin superior, în special cele de ordinul 1 și 2, sunt extrem de neglijabile, mai ales că se bazează pe cantitatea deja mică  $h_{\mu\nu}$  care este mult mai mică decât  $\eta_{\mu\nu}$  vom reține doar termenii de ordinul zero. În acest context, ordinul zero se referă la termenii în care  $\mu$  și  $\nu$  sunt ambele egale cu 0, ceea ce corespunde componentelor temporale. Această simplificare ne conduce la următoarea ecuație:

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2}(h_{00,0} + h_{00,0}) c^2 \frac{dt}{ds} \frac{dt}{ds} = 0$$

În această aproximație, numai termenii care implică coordonatele temporale contribuie semnificativ la ecuația mișcării, simplificând analiza geodezicelor spațiu-timp într-un câmp gravitațional slab.

Totuși, deoarece câmpul gravitațional este static, aceste mărimi sunt zero, deci :

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} = 0$$

Aceasta implică faptul că  $t$  este proporțională cu s ceea ce înseamnă că :

$$s = ct$$

- Pentru coordonatele spațiale notate cu  $\lambda = i$  din (15), se obține :

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} - \frac{1}{2} (h_{\mu i, \nu} + h_{\nu i, \mu} - h_{\mu \nu, i}) \frac{1}{c^2} \frac{dx^\mu}{dt} \frac{dx^\nu}{dt} = 0$$

Cu toate acestea, așa cum am menționat anterior, vom păstra doar cantitățile de ordinul 0 pentru  $\mu$  și  $\nu$  care sunt egale cu 0. Datorită naturii statice a câmpurilor gravitaționale, obținem următoarea ecuație :

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} + \frac{1}{2} h_{00, i} = 0$$

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\frac{c^2}{2} h_{00, i}$$

De la  $i$  este un indice spațial care ia valorile 1, 2 sau 3, găsim o formă de echivalență "acelație - forță" care poate fi reprezentată sub formă de vector:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\overrightarrow{grad\phi}$$

cu

$$\phi = \frac{c^2 h_{00}}{2}$$

Legătura dintre potențialul gravitațional și componenta temporală a tensorului metric poate fi stabilită prin introducerea lui (16) în (17):

$$g_{00} = 1 + \frac{2\phi}{c^2}$$

Potențialul gravitațional  $\phi$  este echivalent cu viteza la pătrat ( $c^2$ ). Știind că  $h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$  putem verifica local că pentru Pământ,  $h_{00} = \frac{2\phi}{c^2} = \frac{2G \cdot M_t}{R_t \cdot c^2} = 10^{-9} \ll \eta_{00} = 1$  folosind expresia bine cunoscută pentru calcularea potențialului gravitațional :

$$\phi = \frac{GM}{R}$$

### 2.3.7 Soluțiile Karl Schwarzschild și Ludwig Flamm

Karl Schwarzschild a dezvoltat o soluție geometrică completă a ecuației (18), constând în două metrice publicate în două lucrări separate ((Schwarzschild 1916b),(Schwarzschild 1916a)) :

- **Prima soluție** descrie, cu ajutorul metricii de mai jos, geometria exterioară a unei mase cu simetrie sferică, cum ar fi o stea de rază  $r_n$  în vidul din afara obiectului, unde nu există materie, adică în figura 2.4 :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{8\pi G\rho r_n^3}{3c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G\rho r_n^3}{3c^2 r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

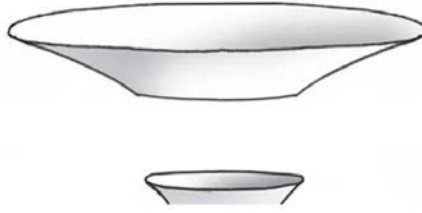


Figura 2.4 - Porțiune a unei hipersuprafețe Flamm

- **Cea de-a doua soluție, denumită** adesea soluția Schwarzschild interioară, este structurată prin următoarea metrică, care descrie geometria spațiu-timpului în interiorul unui corp static, cu simetrie sferică, cu fluid incompresibil, cum ar fi o stea cu raza  $r_n$  adică Figura 2.5 :

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G\rho r^2}{3c^2}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[ \frac{3}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G\rho r_n^2}{3c^2}} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G\rho r^2}{3c^2}} \right]^2 c^2 dt^2$$

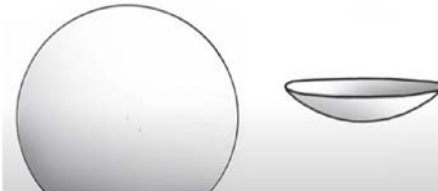


Figura 2.5 - Porție a unei sfere

Această abordare implică unirea a două segmente de soluții spațiu-timp, mai exact două regiuni de hipersuprafețe, fiecare caracterizată de metrici distincte. Unirea se realizează la o limită comună, asigurând continuitatea geometriei spațiu-timp și coerența fizică a soluției combinate de-a lungul interfeței.

În același an, un tânăr matematician a oferit propria sa interpretare a lucrărilor lui Schwarzschild. Numele său era Ludwig Flamm. Lucrarea și numele său au rămas în mare parte necunoscute specialiștilor în cosmologie dintr-un motiv simplu: articolul său nu a fost tradus în limba engleză până în 2012. El stăpânea perfect geometria obiectelor, cum ar fi hipersuprafețele Riemanniene tridimensionale ((Flamm 1916)).

Pe baza metricii exterioare Schwarzschild, Kruskal a dezvoltat renumitul său model, considerat a fi fundamentul teoriei găurilor negre. Prin extinderea analitică a soluției exterioare a lui Schwarzschild, el elimină "algebraic" singularitatea de coordonate întâlnită la "orizontul evenimentelor" pentru  $r = R_s$  (raza Schwarzschild), prin introducerea unui nou sistem de coordonate. Acest sistem este conceput pentru a face ca metrica să fie regulată peste tot, cu excepția "singularității fizice centrale" pentru  $r = 0$  ((Martin D. Kruskal

1960),(Jean-Marie Souriau 1965)). Dar acest model are cu adevărat sens din punct de vedere fizic?

### 2.3.8 Construcția geodezicilor pentru metrica exterioară Schwarzschild

Să considerăm metrica exterioară Schwarzschild (6.53) preluată din (Adler, Bazin și Schiffer 1975) (pagina 194) :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) (dx^0)^2 - \left(\frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}}\right) - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

unde  $m$  este o constantă de integrare simplă (o lungime),  $x^0$  este un marker cronologic (de asemenea, o lungime), și  $s$  este lungimea măsurată pe hipersuprafața 4D.

Autorii scriu:

$$x^0 = ct$$

O geodezică este o traiectorie înscrisă pe hipersuprafață, corespunzând unei lungimi minime :

$$\delta \int ds = 0$$

Aceasta înseamnă că această lungime :

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right\}$$

are o valoare minimă de-a lungul unui traseu parametrizat în acest mod :  $t(s), r(s), \theta(s), \phi(s)$ .

Să scriem :

$$\dot{t} = \frac{dt}{ds}, \quad \dot{r} = \frac{dr}{ds}, \quad \dot{\theta} = \frac{d\theta}{ds}, \quad \dot{\phi} = \frac{d\phi}{ds}$$

Acest lucru înseamnă că trebuie să căutăm căi care să minimizeze :

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2) \right\} ds$$

Cantitatea între paranteze pătrate este :

$$L = L(t, r, \theta, \phi, \dot{t}, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) \quad \text{ou} \quad L = L(x^i, \dot{x}^i)$$

Această problemă a fost rezolvată de matematicianul francez Lagrange, ceea ce a dus la ceea ce este cunoscut astăzi sub numele de ecuațiile lui Lagrange.

Calculul geodezicilor este o problemă de "extremitate limitată". Acest lucru se datorează faptului că se iau în considerare toate căile care leagă două puncte  $a$  și  $b$ , și, prin urmare, suntem legați de aceste puncte. Geodezicele sunt date atunci de ecuațiile :

$$\frac{d}{ds} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} \right) = \frac{\partial L}{\partial x^i}$$

Cu :

$$L = \left( 1 - \frac{2m}{r} \right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2 (\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta} = -2r^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2$$

Primele trei ecuații Lagrange (6.75), (6.76), (6.77) din (Adler, Bazin și Schiffer 1975), corespunzătoare variabilelor  $\theta$ ,  $\phi$  și  $t$  sunt după cum urmează:

$$\frac{d}{ds} (r^2 \dot{\theta}) = r^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2$$

$$\frac{d}{ds} (r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}) = 0$$

$$\frac{d}{ds} \left[ \left( 1 - \frac{2m}{r} \right) \dot{t} \right] = 0$$

Dacă împărțim fiecare termen din metrica (25) cu  $ds^2$  :

$$1 = \left( 1 - \frac{2m}{r} \right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2 (\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2)$$

În relativitatea generală, exploatarea simetriei sferice a unei soluții poate simplifica analiza geodezicilor. În cazul metricii Schwarzschild, care este într-adevăr sferic simetrică, această simetrie poate fi exploatată pentru a reduce problema la două dimensiuni.

Metrica Schwarzschild, în coordonate sferice, depinde de variabilele  $r$ ,  $\theta$ ,  $\phi$  și  $t$ . Simetria sferică înseamnă că metrica nu se modifică atunci când se efectuează rotații în jurul centrului. Această proprietate ne permite să simplificăm problema prin alegerea geodezicilor care rămân într-un plan constant. Este o practică obișnuită să se aleagă planul ecuatorial pentru a simplifica calculele, ceea ce corespunde la stabilirea  $\theta = \pi/2$ . În acest plan, se poate observa că  $\theta$  nu se modifică, ceea ce înseamnă că  $d\theta = 0$  și deci componenta metrică care implică  $d\theta$  dispăre (a se vedea figura 2.6).

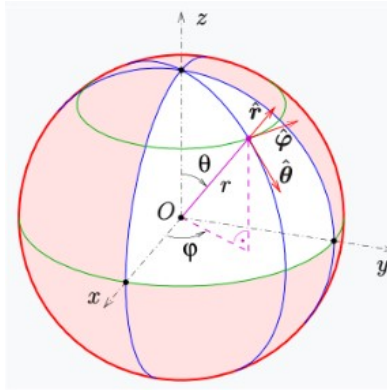


Figura 2.6 - Vec tors în coordonate sferice

Apoi, examinând lagrangianul (care este o funcție ce rezumă dinamica unui sistem) asociat cu această metrică, putem găsi ecuațiile de mișcare pentru geodezice. Pentru un obiect care se mișcă în planul ecuatorial, componenta azimutală a momentului său unghiular, legată de  $\phi$  Aceasta este o consecință a simetriei axiale a metricii în raport cu axa perpendiculară pe planul ecuatorial. Din punct de vedere matematic, aceasta se exprimă prin ecuația :

$$r^2 \dot{\phi} = h = \text{constante}$$

unde  $h$  este o constantă de mișcare (momentul unghiular pe unitate de masă),  $r$  este coordonata radială și  $\dot{\phi}$  este derivata coordonatei azimutale  $\phi$  în raport cu timpul propriu- $s$  (timpul măsurat de un ceas care se deplasează odată cu obiectul).

Acest lucru ne spune că cantitatea  $r^2 \dot{\phi}$  rămâne constantă de-a lungul geodezicii.

Ecuația (19) de mai sus poate fi integrată pentru a obține :

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t} = l = \text{constante}$$

Prin substituție, se obține ecuația diferențială :

$$1 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} c^2 \dot{t}^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - \frac{h^2}{r^2}$$

cea ce dă  $r$  în funcție de parametrul  $s$ . Dar, folosind o ecuație prezentată anterior, putem trece la o ecuație diferențială care prezintă derivata :

$$r' = \frac{dr}{d\phi} = \frac{\dot{r}}{\dot{\phi}}$$

Din (20) și (21), obținem :

$$\dot{r} = \dot{\phi} r' = \frac{h}{r^2} r'$$

Putem obține apoi ecuația diferențială care leagă  $r$  și  $l$  :

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) = c^2 l^2 - \frac{h^2}{r^4} r'^2 - \frac{h^2}{r^2} \left(1 - \frac{2m}{r}\right)$$

Putem face apoi trecerea de la variabila  $r$  la o variabilă  $u$  cum ar fi:

$$u = \frac{1}{r} \quad \Rightarrow \quad r' = -\frac{u'}{u^2}$$

Apoi, din (22), putem deduce :

$$d\phi = \frac{dr}{r'} = \frac{du}{u'}$$

Ceea ce ne duce la :

$$(1 - 2mu) = c^2 l^2 - h^2 u'^2 - h^2 u^2 (1 - 2mu)$$

care se reduce la:

$$u'^2 = \left(\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2}\right) + \frac{2m}{h^2} u - u^2 + 2mu^3$$

Astfel, din (23), prin integrare rezultă :

$$\phi = \phi_0 + \int_{u_0}^u \frac{dv}{\sqrt{\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2} + \frac{2m}{h^2} v - v^2 + 2mv^3}}$$

Aceasta este o soluție exactă a ecuației lui Einstein, care exprimă unghiul  $\phi$  ca o integrală a  $u = \frac{1}{r}$  și, invers, aceasta ne dă  $u$  ca funcție inversă (implicită) a lui  $\phi$  și rezultă geodezice "cvasi-eliptice", în funcție de cele două constante de integrare  $l$  și  $h$ .

Dacă  $h$  este mare, aceasta înseamnă că geodezica parcursă de o particulă de testare va devia de la o traiectorie radială de cădere liberă, deoarece va avea o cantitate semnificativă de moment unghiular specific. Prin urmare, traiectoria sa va fi mai puțin afectată de forța de gravitație direct spre corpul central, ceea ce o va face să devieze de la o cădere radială directă și să urmeze o traiectorie mai curbă sau "cvasi-eliptică".

Ignorând regiunea din interiorul sferei Schwarzschild ( $r < 2m$ ), este posibilă reprezentarea geodezicelor plane asociate cu această metrică staționară în 3D. Reprezentarea sferei Schwarzschild poate fi considerată ca un cerc care se proiectează în spațiu-timp de-a lungul dimensiunii temporale Schwarzschild  $t_s$ . Dacă luăm în considerare o stea neutronică cu o rază de 10 km, aceasta va rămâne stabilă la limita Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) de aproximativ 2 mase solare. Limita TOV reprezintă masa critică maximă pe care o stea neutronică o poate avea în timp ce rămâne stabilă. Aceasta plasează *orizontul* unei mase punctiforme echivalente la o distanță de la centrul său de aproximativ 6 km ( $r_s = \alpha$ ). Deoarece raza stelei este de aproximativ 3/2 ori  $r_s$  noi poziționăm *orizontul* acestui obiect la  $r_s = 2$  pentru o rază de 3. Această configurație mi-a permis să reprezint, folosind Mathematica, geodezicele unei particule de test care urmează o traiectorie de cădere spre acest obiect, așa cum se arată în figura 2.7.

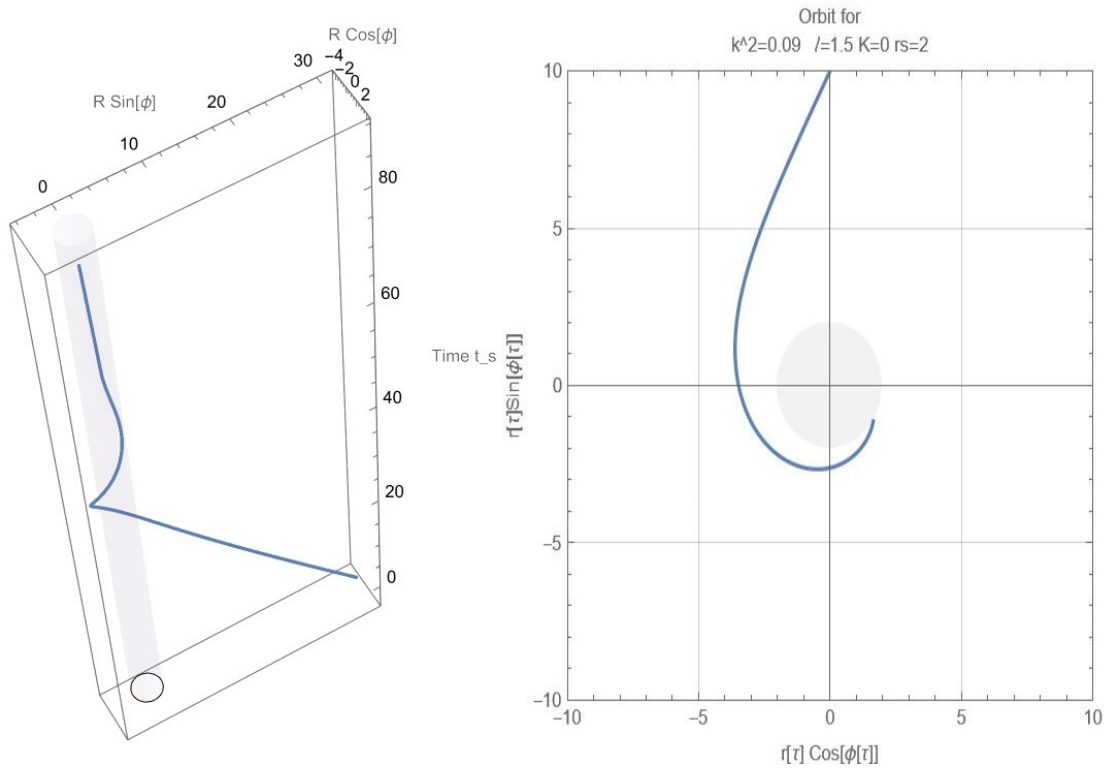


Figura 2.7 - Reprezentarea unei geodezice în cădere în sistemul de coordonate  $(r, \phi, t_s)$

Oricare ar fi direcția de mișcare a geodezicii, în acest caz centripetă, cu această alegere a coordonatelor de timp, ar fi nevoie de o cantitate infinită de timp pentru a se apropia de sfera Schwarzschild. Într-adevăr, după cum se poate observa din figurile 2.8 și 2.9, pentru un observator îndepărtat, orice obiect care se apropie de orizontul unei stele neutronice aproape de criticitatea sa fizică sau de un obiect supermasiv, cum ar fi cele a căror abordare alternativă va fi studiată în capitolul 7, ar suferi o dilatare a timpului aproape de cea ce este cunoscut sub numele de raza Schwarzschild. Cu toate acestea, pentru obiectul în sine (sau pentru un observator care se deplasează odată cu obiectul), timpul ar continua să progreseze în mod normal (curba albastră în comparație cu curba punctată, respectiv).



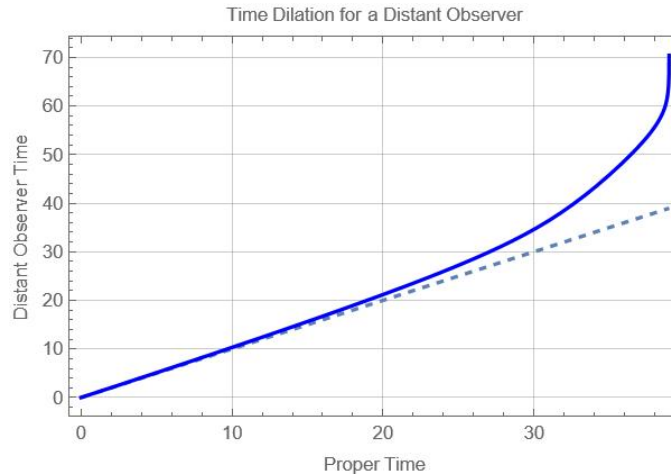


Figura 2.8 - Dilatarea timpului aște pentru un observator îndepărtat

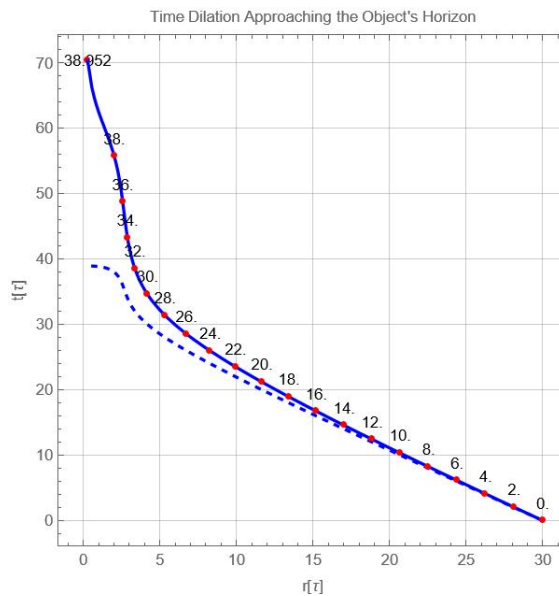


Figura 2.9 - Tempo dilatare reală în apropierea orizontului obiectului

Din punctul de vedere al acestui observator îndepărtat, obiectul ar avea nevoie de un timp infinit pentru a ajunge la orizont. Ca urmare, ar fi perceput ca încetinind treptat, părând aproape înghețat sau înghețând în apropierea orizontului.

Acest fenomen este o consecință a relativității generale, care prevede că prezența unei mase semnificative curbează spațiul-timp. Această curbura afectează trecerea timpului, ducând la dilatarea timpului în câmpuri gravitaționale intense.

Acest aspect este unul dintre pilonii teoriei găurilor negre. Există însă o altă alternativă? Vom explora acest aspect mai târziu, în capitolul 5.

### 2.3.9. Soluția Roy Kerr

În 1963, Roy Kerr, un eminent matematician din Noua Zeelandă, a revoluționat înțelegerea relativității generale în contextul modelului găurilor negre, propunând o nouă soluție la ecuația de câmp a lui Einstein. Spre deosebire de metrica exterioară a lui Schwarzschild ((Schwarzschild 1916b)), care este folosită ca bază pentru modelul static și sferic simetric al găurilor negre, soluția lui Kerr este axi-simetrică, reprezentând o gaură neagră în rotație ((Kerr 1963)). Această descoperire a fost deosebit de importantă la vremea respectivă, deoarece a oferit un model mai realist pentru multe obiecte cerești.

Metrica Kerr este exprimată în coordonate Boyer-Lindquist  $(t, r, \theta, \phi)$  ((Chaskalovic 2009)), iar elementul său de linie este dat pentru  $c = 1$  prin :

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GMr}{\rho^2}\right) dt^2 - \frac{4GMarsin^2\theta}{\rho^2} dt d\phi + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2GMra^2 sin^2\theta}{\rho^2}\right) sin^2\theta d\phi^2$$

unde

$$\begin{aligned}\Delta &= r^2 - 2GMr + a^2, \\ \rho^2 &= r^2 + a^2 \cos^2\theta.\end{aligned}$$

$M$  este masa obiectului central în rotație, adesea o gaură neagră, care influențează spațiul-timp înconjurător, și  $a$  este momentul unghiular specific al obiectului în rotație. Termenul important de reținut aici este  $-\frac{4GMarsin^2\theta}{\rho^2} dt d\phi$  care reprezintă forța de atracție asupra spațiu-timpului datorată rotației obiectului, de obicei o gaură neagră. Această caracteristică poate fi interpretată ca o manifestare a ideii lui Ernst Mach privind relativitatea mișcării, în care spațiul-timp pare să fie el însuși influențat de prezența materiei în mișcare.

Relevanța soluției lui Kerr a fost subliniată și mai mult de descoperirea pulsarilor în 1967, înțelegându-se inițial ca fiind stele neutronice care se rotesc la viteze incredibil de mari, atingând uneori o mie de rotații pe secundă. Deși metrica lui Kerr este aplicată în principal modelului găurilor negre, implicațiile sale pentru înțelegerea altor obiecte astrofizice compacte, cum ar fi stelele neutronice, sunt, de asemenea, semnificative.

Renumitul astrofizician Subrahmanyan Chandrasekhar a salutat soluția lui Kerr ca fiind un progres major în cercetarea matematică aplicată în fizica teoretică ((Chandrasekhar 1983)).

Ceea ce este important de subliniat în legătură cu abordarea lui Kerr este posibilitatea de a explora alte proprietăți de reprezentare, cum ar fi introducerea, de exemplu, a unui termen  $drdt$  termen în metrica exterioară Schwarzschild, ale cărei implicații vor fi explorate în capitolul 5.

## 2.4 Lucrările lui Andrei Saharov și Jean-Marie Souriau

Modelul cosmologic Janus reunește teoria relativității generale a lui Albert Einstein, lucrările lui Andrei Saharov în domeniul fizicii particulelor și cosmologiei și lucrările lui Jean-Marie Souriau în domeniul geometriei simplectice. În conformitate cu teoria grupurilor

dinamice, el explică modul în care inversarea timpului implică o inversare a energiei și, prin urmare, a masei.

Într-adevăr, asimetria barionică a universului este considerată a fi una dintre cele mai importante probleme ale fizicii actuale. Mai exact, aceasta se referă la observația că în univers există o cantitate netă de barioni (particule formate din trei quarci, cum ar fi protonii și neutronii), dar aproape deloc de antibarioni (particule formate din trei antiquarci). Universul ar fi trebuit să fie creat cu o cantitate egală de materie barionică și antimaterie antibarionică încă de la Big Bang, ceea ce ar fi dus la anihilarea reciprocă a acestora, masa lor fiind transformată în fotoni. Dar ce s-a întâmplat cu această antimaterie primordială?

În anii 1960, oamenii de știință au descoperit că rata de producere a materiei (din combinația de quarcuri primordiale) se produce puțin mai repede decât rata de producere a antimateriei (din combinația de antiquarcuri), fenomen cunoscut sub numele de "încălcarea CP" ((Cronin 1964)). Acest lucru era paradoxal, deoarece astfel de procese de combinare fuseseră considerate anterior simetrice. Cu toate acestea, ca urmare a acestei încălcări CP, în universul primordial s-a sintetizat mai multă materie și a prevalat asupra antimateriei.

Fizicianul rus Andrei Saharov a fost primul, începând din 1967, care a restabilit simetria globală, considerând că universul nu era alcătuit dintr-o singură entitate, ci din două universuri gemene emanate din aceeași singularitate Big Bang, cu două săgeți opuse ale timpului din momentul  $t = 0$ . Singularitatea inițială  $\Phi$  inversează nu numai timpul (simetria  $T$ ), ci și paritatea (simetria  $P$ , numită și "enantiomorfie") și conjugarea sarcinilor (simetria  $C$ , care transformă o particulă în antiparticula sa și invers), inducând o simetrie  $CPT$  completă ((Saharov 1967),(Saharov 1980),(Saharov 1982)). Încălcarea simetriei CP este, de asemenea, inversată în universul gemăn, ceea ce înseamnă că antimateria a prevalat asupra materiei. Trebuie remarcat faptul că Saharov s-a concentrat pe descrierea simetriei  $CPT$  doar în contextul fizicii particulelor, deci fără a implica gravitația în modelul său, astfel încât universurile gemene nu interacționează niciodată decât în momentul nașterii lor, așa cum se vede în figura 2.10:

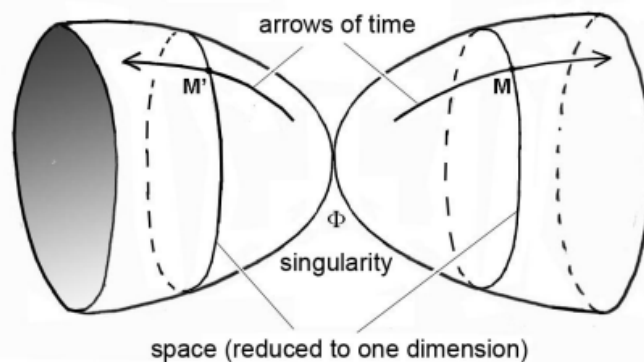


Figura 2.10 - Modelul cosmologic Sakharov

## 2.5 Abordarea bimetrică introdusă de geometria riemanniană hiperbolică

Geometria riemanniană hiperbolică joacă un rol crucial în modelul cosmologic Janus. Această ramură a geometriei studiază spațiile curbe cu curbura negativă constantă. Această

geometrie face posibilă conceptualizarea spațiilor cu curbura pozitivă și negativă. Cu toate acestea, este important de remarcat că, în prezent, nu există o teorie matematică bimetrică sau multimetrică introdusă în geometria riemanniană hiperbolică pe care să se poată baza un model cosmologic bimetric. Într-adevăr, modelele teoretice actuale rămân euristice. De exemplu, două abordări au fost încercate în 2002 și 2008 de către Thibault Damour ((Damour și Kogan 2002)) și, respectiv, Sabine Hossenfelder ((Hossenfelder 2008)). Una dintre ele s-a bazat pe introducerea gravitonilor grei și ușori într-un sistem de ecuații de câmp bimetric, iar cealaltă a fost mai mult sau mai puțin similară modelului nostru.

Într-adevăr, Damour și Kogan încearcă să construiască o teorie cu "*două membrane*", implicând un spectru de gravitoni masivi, dar acest document de 40 de pagini se oprește brusc. În treacăt fie spus, ei arată că o astfel de bigravitație trebuie să se supună unui sistem de două ecuații de câmp cuplate:

$$2M_L^2 \left( R_{\mu\nu}(g^L) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^L R(g^L) \right) + \Lambda_L g_{\mu\nu}^L = t_{\mu\nu}^L + T_{\mu\nu}^L$$

$$2M_R^2 \left( R_{\mu\nu}(g^R) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^R R(g^R) \right) + \Lambda_R g_{\mu\nu}^R = t_{\mu\nu}^R + T_{\mu\nu}^R$$

Ulterior, Sabine Hossenfelder a propus un model rafinat care abordează conceptul de masă negativă în univers. Cu toate acestea, în 1957, Hermann Bondi a încercat să introducă aceste mase în modelul lui Albert Einstein. Însă așa-numitul fenomen de scurgere a scos la iveală contradicții fizice, astfel încât modelul încălca principiile fundamentale ale fizicii, cum ar fi principiul acțiune-reacție și echivalența ((Bondi 1957)). Hossenfelder a mers mai departe și a formulat o pereche de noi ecuații de câmp cuplate:

$$R_{vk} - \frac{1}{2} g_{vk}^{(g)} R = T_{kv} - \underline{V} \sqrt{\frac{h}{g}} a_v^k a_k^{\underline{v}} T_{\underline{v}k}$$

$$R_{\underline{v}k} - \frac{1}{2} h_{\underline{v}k}^{(h)} R = \underline{T}_{\underline{v}k} - W \sqrt{\frac{g}{h}} a_k^{\underline{v}} a_v^k T_{kv}$$

Apoi, întrucât nu a putut rezolva neconcordanța cu principiile fizice și credea că aceasta era legată în mod inextricabil de "*gravitația bimetrică*", a renunțat.

Ceea ce au în comun aceste două abordări este faptul că sunt pur teoretice și nu au furnizat rezultate validate prin observații. Singurul merit care poate fi acordat modelului nostru cosmologic, în comparație cu cele două anterioare, este că are multe puncte de ancorare cu observațiile și mai multe predicții fizice pe care le vom vedea în secțiunea 3.2.

Geometria riemanniană hiperbolică este o ramură a geometriei riemanniene care studiază spațiile curbe cu curbura negativă constantă, corespunzând matematic unei forme hiperbolice descrise adesea ca fiind "*în formă de șa*". Mai precis, curbura negativă constantă a spațiului hiperbolic poate fi descrisă ca fiind comportamentul asimptotic al hiperbolei în ambele direcții: ramurile hiperbolei diverge la infinit fără a converge vreodată. Această caracteristică este o proprietate importantă a spațiului hiperbolic și poate fi utilizată pentru a-l distinge de geometria euclidiană și de geometria sferică riemanniană.

De exemplu, în figura 2.11, liniile roșii care desenează triunghiurile sunt *geodezicele* suprafeței. În termeni simpli, o *geodezică este cea mai scurtă cale* între două puncte din spațiu. Imaginați-vă că vă aflați într-un spațiu euclidian plat, ca pe o foaie mare de hârtie; aici, această cale este doar o linie dreaptă. Dar pe suprafețe curbe, fie că sunt curbate pozitiv (geometrie sferică) sau negativ (geometrie hiperbolică, cum ar fi șaua unui cal), o *geodezică* poate fi trasată cu ajutorul unei sfori sau a unui elastic întins între două puncte de pe suprafața respectivă, reprezentând cea mai scurtă cale. Astfel, spre deosebire de geometria euclidiană, unde suma unghiurilor unui triunghi este egală cu 180 de grade, această sumă depășește 180 de grade în geometria sferică (riemanniană) și este mai mică de 180 de grade în geometria hiperbolică (de asemenea, un tip de geometrie riemanniană).

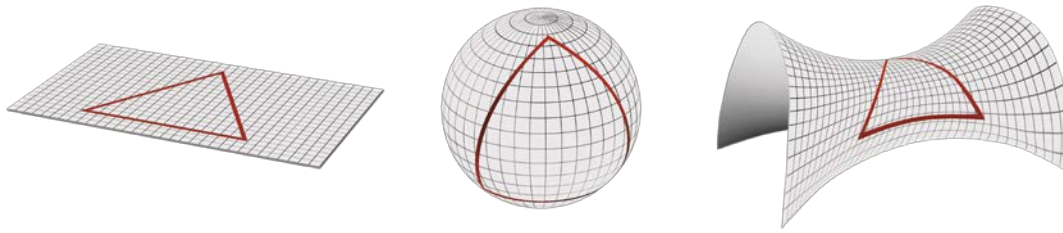


Figura 2.1 1 - Tipuri de curbura spațială

Este important de remarcat că un spațiu euclidian "*plat*", adică un spațiu cu curbura zero, nu este neapărat un plan plat. Să luăm exemplul anterior al unei foi de hârtie: chiar dacă este pliată de mai multe ori, ca o tablă ondulată, curbura sa rămâne zero peste tot. Aceasta înseamnă că *geodezica* trasată pe suprafața sa nu se modifică, deoarece foaia nu se întinde. Același lucru este valabil și pentru suprafețele euclidiene închise, cum ar fi un cilindru sau un con: contrar a ceea ce s-ar putea crede, acestea nu au curbura. Conform geometriei euclidiene, deși par curbate, ele pot fi considerate "*plate*", deoarece suprafața lor poate fi desfășurată într-un plan fără a se întinde.

Conceptul modelului cosmologic Janus, care va fi dezvoltat în capitolul următor, constă în asocierea acestuia cu o "*geometrie gemelară*" definită de o relație între spațiile cu curbura pozitivă și spațiile cu curbura negativă, conform unui sistem de două ecuații de câmp cuplate.

## 3 Modelul cosmologic 3Janus

### 3.1 Descriere

Modelul cosmologic Janus propune o viziune revoluționară asupra universului, caracterizat de o varietate Riemanniană cu două metrice distincte. Aceste metrice tratează masele pozitive și negative într-un mod unic, oferind o interpretare coerentă în cadrul relativității generale, confirmată de observații, evitând în același timp paradoxurile tradiționale.

Pe baza modelului cosmologic al lui Andrei Saharov, care constă în două universuri bimetrice care nu interacționează, a fost dezvoltat un nou model ca un singur univers alcătuit dintr-o singură varietate Riemanniană cu două metrice, și anume o hipersuprafață cvadridimensională cu două straturi pliate unul peste celălalt în *simetrie CPT*, dar care interacționează de data aceasta prin efect gravitațional.

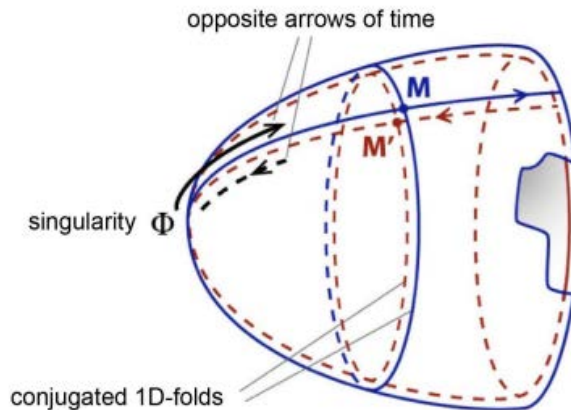


Figura 3.1 - Modelul cosmologic Janus

Primul strat are o grilă cu o anumită unitate de lungime care oferă o metrică prin care materia cu energie și masă pozitivă trece între două puncte din acest spațiu-timp cu o viteză climitată de teoria relativității restrânse ([punctul 2.2.2](#)). Și omologul său, pliat, dar cu o unitate de lungime de 100 de ori mai scurtă și o viteză de 10 ori mai mare pentru materia cu energie și masă negative (fotoni care evoluează în aceleași proporții), rezultând un timp de trecere de 1000 de ori mai rapid. Acest model oferă astfel două familii de geodezice care traversează spațiul-timp în două moduri diferite și cu viteze diferite, făcând posibilă călătoria interstelară și explicând mai multe fenomene fizice, cum ar fi dispariția antimateriei primordiale și confinarea galaxiilor ((Petit și d'Agostini 2014),(Petit 2018)).

De asemenea, demonstrează că stările de energie negativă sunt compatibile cu mecanica cuantică.

Acest model este construit pe două ecuații de câmp cuplate care reprezintă o extensie a ecuației de câmp a lui Einstein, oferind o alternativă credibilă la prezența energiei întunecate (putere de respingere) și a materiei întunecate (aplatizarea curbilor de rotație galactică) în cosmos, integrând în același timp cu succes masele negative în relativitatea generală.

Ea se bazează pe derivarea ecuațiilor dintr-un concept numit "*Lagrangian*". În fizică, folosim adesea principii pentru a explica modul în care obiectele sau particulele se mișcă și interacționează între ele. În cazul nostru, folosim principii de variație, care sunt formule matematice care descriu modul în care un sistem fizic evoluează în timp prin minimizarea unei anumite cantități specifice numite "*acțiune*". Acest concept de variație trebuie să fie "*covariant*", ceea ce înseamnă că rămâne același indiferent de cadrul de referință inerțial ales. Aceasta implică faptul că se aplică tuturor observatorilor, indiferent de viteza acestora.

Derivarea logică a acestor principii ar trebui să ne conducă la ecuații care să descrie mișcările și interacțiunile unui sistem de particule astfel încât să fie valabile pentru toți observatorii, indiferent de mișcarea lor relativă. "*Acțiunea*" este definită ca integrala "*lagrangianului*" pe o anumită perioadă de timp, ceea ce ne permite să descriem cinetica și dinamica unui sistem fizic. *Lagrangianul este* o funcție calculată din energia cinetică și potențială a sistemului, precum și din alți factori care îi pot influența comportamentul. Utilizând principiul celei mai mici acțiuni, încercăm să găsim traiectoria sistemului care minimizează "*acțiunea*", adică traiectoria pentru care valoarea "*acțiunii*" este cât mai mică posibil. Ecuațiile de mișcare se obțin prin diferențierea acestei traiectorii de acțiune minimă în funcție de timp.

### 3.2 Implicații

Cosmologia este în criză. Primul exemplu este rata de expansiune a Universului, care se umflă ca un balon gigantic de 13,8 miliarde de ani. Atunci când astrofizicienii și-au folosit telescoapele pentru a măsura rata actuală de expansiune, cunoscută sub numele de constanta lui Hubble (sau  $H_0$ ), au descoperit o valoare incompatibilă cu cea prezisă de modelul standard al cosmologiei ( $\Lambda$ CDM), teoria care, în prezent, descrie cel mai bine istoria Universului, de la originea sa (Big Bang) și primii atomi până în prezent, trecând prin primele stele și galaxii.

Constanta lui Hubble ( $H_0$ ) este un parametru-cheie în cosmologie care măsoară viteza de expansiune a Universului. Ea indică viteza cu care galaxiile se îndepărtează unele de altele în funcție de distanța lor. Recent, însă, două metode principale de măsurare au produs rezultate semnificativ diferite:

- Pe de o parte, măsurătorile locale folosind observarea directă a galaxiilor și scara distanței cosmologice bazate pe lumânări standard, cum ar fi cefeidele și supernovele de tip Ia, dau o valoare de  $H_0$  de 73 km/s/Mpc<sup>2</sup>. Această măsurătoare provine din colaborarea *Shoes*, condusă de americanul Adam Riess.

---

<sup>2</sup> Un megaparsec este echivalent cu aproximativ 3,26 milioane de ani-lumină. Pentru fiecare megaparsec de distanță, expansiunea Universului crește viteza de separare a galaxiilor cu 73 de kilometri pe secundă.



- Pe de altă parte, datele provenite de la Cosmic Microwave Background<sup>3</sup>, analizate în cadrul modelului standard al cosmologiei, sugerează o valoare mai mică, de 67,4 kilometri pe secundă pe megaparsec (km/s/Mpc). Această metodă se bazează pe datele furnizate de satelitul Planck.

Această discrepanță, dacă nu se poate atribui erorilor de măsurare, necesită o reevaluare a anumitor aspecte fundamentale ale modelului standard, cum ar fi rolul energiei întunecate în accelerarea expansiunii cosmice. Modelul cosmologic Janus atribuie acest efect antigraitațional maselor negative și precizează natura acestora, un subiect pe care îl vom explora mai în profunzime mai târziu, în secțiunea dedicată 3.3.

Ca un alt exemplu, Telescopul spațial James Webb (JWST), cu capacitățile sale avansate de observare în infraroșu, este proiectat pentru a observa Universul în stadiile foarte timpurii ale evoluției sale, inclusiv formarea primelor galaxii. Observațiile recente ale JWST au scos la iveală obiecte sau comportamente care nu corespund previziunilor modelului standard, ceea ce a dus la o revizuire completă a fundamentelor acestuia. Conform modelului standard al cosmologiei, universul a cunoscut o perioadă întunecată după Big Bang, urmată de formarea primelor stele și protogalaxii câteva sute de milioane de ani mai târziu. Aceste prime structuri au evoluat în galaxii mari pe parcursul primului miliard de ani, un proces ghidat de gravitația materiei întunecate. Galaxiile au continuat să se dezvolte și să se grupeze timp de miliarde de ani, formând diferitele tipuri observate astăzi. Se crede că materia întunecată și energia întunecată joacă un rol crucial în acest proces, influențând formarea structurilor și, respectiv, expansiunea universului.

Studiul recent publicat în revista *Nature Astronomy* (Boylan-Kolchin 2023) se referă la descoperirea de către Mike Boylan-Kolchin, profesor asociat de astronomie la Universitatea Texas din Austin, a formării mai devreme decât se aștepta a mai multor galaxii cu deplasare mare la roșu (între 500 și 700 de milioane de ani de la Big Bang), mult mai masive decât galaxiile noastre (10 miliarde de mase solare). De exemplu, *Abell 2744 Y1* este un roi de galaxii situat în constelația Sculptorul, la aproximativ 13,2 miliarde de ani-lumină depărtare, și ne apare la fel ca atunci când universul avea doar 650 de milioane de ani vechime (Figura 3.2).

---

<sup>3</sup> Fondul cosmic de microunde (Cosmic Microwave Background - CMB) este radiația electromagnetică emisă la aproximativ 380.000 de ani după Big Bang, când universul s-a răcit suficient pentru ca electronii și protonii să se combine și să formeze atomi.



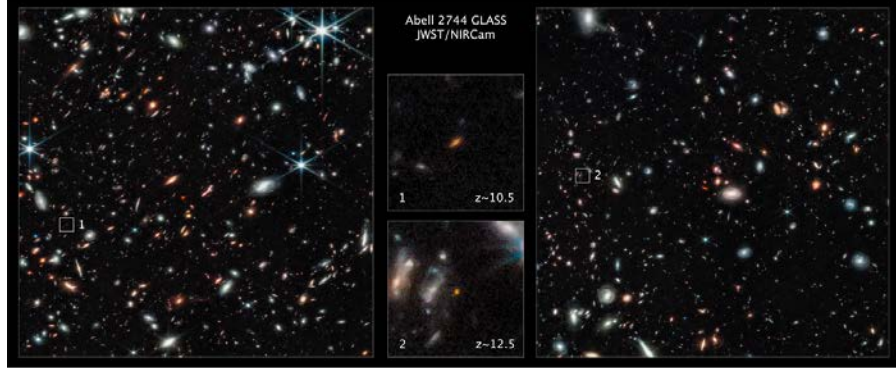


Figura 3.2 - Imaginea Telescopului James Webb - Abell 2744 Y1

Această observație a telescopului spațial James Webb confirmă încă o dată una dintre predicțiile modelului cosmologic Janus.

Modelul cosmologic Janus aruncă, prin urmare, o nouă lumină asupra unor întrebări cosmologice cheie, ale căror răspunsuri sunt confirmate de numeroase observații și predicții, inclusiv, dar fără a se limita la acestea, la următoarele:

- Explicarea confinării galaxiilor prin spațiile lacunare ocupate de masele negative care contribuie la stabilitatea lor, ca în figura 3.3 ((Farnes 2017)).

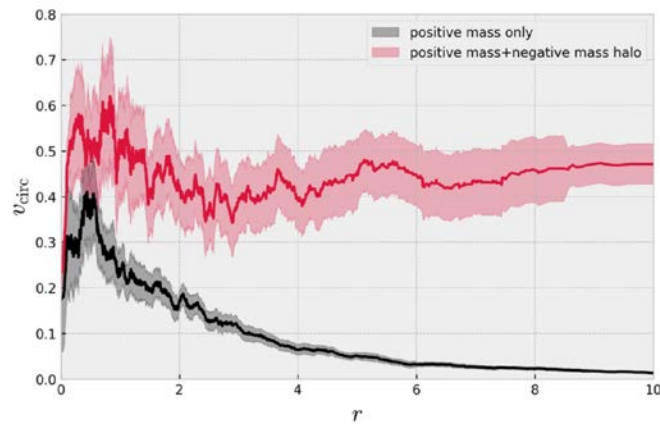


Figura 3.3 - Diferența dintre viteza circulară  $v_{circ}$  a unei galaxii compusă din particule de masă pozitivă în comparație cu o alta înconjurată de un halo de particule de masă negativă.

- Explicația formei curbilor de rotație a galaxiilor (aplatizarea)

- Acest model explică accelerația gravitațională mai mare decât se aștepta a stelelor care orbitează la marginile galaxiilor datorită prezenței maselor negative.
- Explicarea vitezei ridicate a galaxiilor din roiuri datorită contribuției antigravitaționale a maselor negative.
- El propune o descriere detaliată din punct de vedere matematic a comportamentului galaxiilor, bazată pe o abordare comună a ecuațiilor Vlasov și Poisson. El prezice că vitezele stelelor din cadrul unei galaxii sunt organizate într-un elipsoid orientat spre centrul galactic, ipoteză confirmată de măsurătorile vitezelor reziduale ale stelelor din apropierea sistemului solar.
- Aceasta explică efectele de lentilă gravitațională din jurul galaxiilor, așa cum se arată la [punctul 3.4](#).

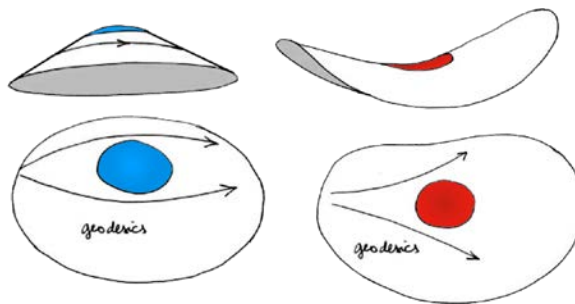


Figura 3.4 - Efectele lentilelor gravitaționale

- Explicarea structurii lacunare a universului ocupat de aglomerări de mase negative sub forma unor bule de săpun interconectate, ca la [punctul 3.5](#).

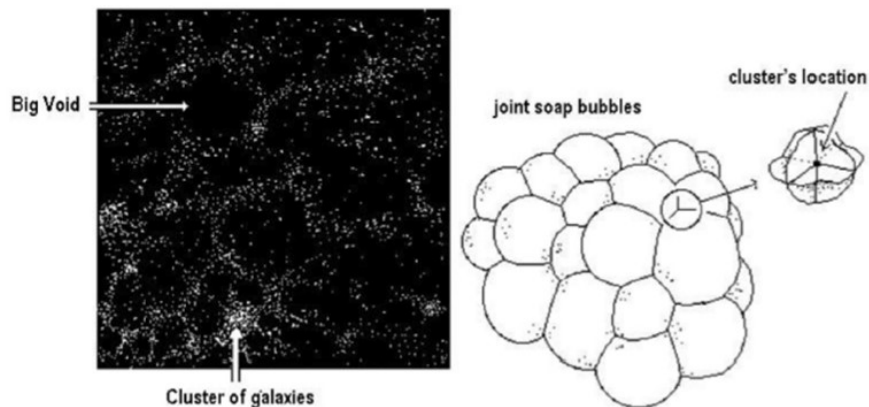


Figura 3.5 - Structura lacunelor

Această structură a fost stabilită și în 2018 de Tsvi Piran în articolul său (Piran 2018), în care evidențiază distribuția galaxiilor în ceea ce el numește "ziduri" datorate comprimării antigravitaționale a regiunilor subdense de mase negative concentrate în materia întunecată din spațiile goale. Observațiile arată că aceste spații goale ocupă o parte semnificativă din volumul Universului. Corelația dintre golurile din distribuția galaxiilor și regiunile cu densitate scăzută a materiei întunecate demonstrează în mod clar originea gravitațională a acestor goluri.

Regiunile subdense primordiale, cunoscute sub numele de "*goluri cosmologice negative*", acționează ca mase gravitaționale negative și servesc drept semințe pentru golurile observate. Centrele acestor regiuni subdense sunt mase gravitaționale efective care resping materia, aliniind-o de-a lungul pereților dintre centre. Golurile sunt centrate în jurul acestor mase și sunt înconjurate de pereți de galaxii. În cele din urmă, pereții se fisurează, ceea ce face ca golurile să fuzioneze cu alte goluri, creând o rețea mai largă de goluri care limitează galaxiile.

- Predicția și confirmarea formării timpurii a tuturor galaxiilor observate recent de către telescopul spațial James Webb ((Ferreira et al. 2022)). De fapt, modelul sugerează că toate galaxiile s-au format împreună în timpul primelor 100 de milioane de ani din istoria universului (primordial). Această formare a avut loc atunci când masa pozitivă a fost comprimată violent între mai multe aglomerări de masă negativă, creând o presiune ridicată. Con tracția puternică a materiei și a gazelor datorită efectului antigravitațional al maselor negative a indus o încălzire semnificativă, ceea ce a dus la o răcire rapidă facilitată de o structură în formă de foaie. Acest timp de răcire a permis atingerea unei temperaturi suficiente pentru a iniția reacții de fuziune termonucleară, permițând nașterea primelor stele și gruparea lor pentru a forma galaxiile pe care le cunoaștem astăzi.
- Explicarea galaxiilor îndepărtate la distanțe mari de deplasare spre roșu ( $> 7$ ) care apar ca pitice (luminozitate redusă). Acest lucru se datorează faptului că roiurile cu masă negativă (cum ar fi cele din regiunea Dipole Repeller pe care o vom studia în secțiunea 3.3) creează un efect de lentilă gravitațională negativă asupra fotonilor lor, ceea ce are ca efect atenuarea luminozității lor.
- Verificări relativiste locale confirmate, cum ar fi avansarea periheliului lui Mercur sau devierea razelor de lumină de către Soare. Deoarece cele două tipuri de masă se resping reciproc și având în vedere că densitatea negativă a masei este aproape neglijabilă în apropierea Soarelui, prima ecuație din sistem corespunde ecuației de câmp a lui Einstein (a se vedea secțiunea 3.3.4.2).

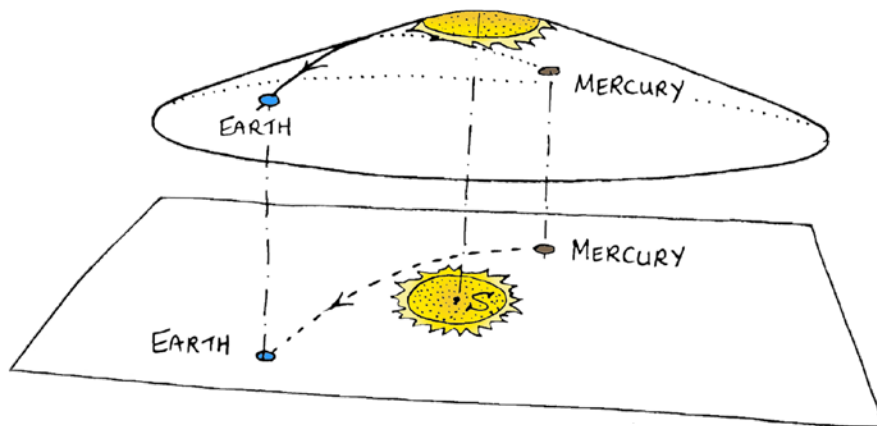


Figura 3.6 - Deformația țării spațiu-timpului indusă de masa Soarelui

- Exploatarea asimetriei dintre cele două populații de mase pozitive și negative a condus la o coerență cu datele obținute din observațiile supernovelor de tip Ia.

Observarea supernovelor de tip Ia a fost un instrument crucial pentru determinarea distanțelor obiectelor cerești și pentru studierea expansiunii universului. Supernovele de tip Ia sunt explozii de supernove care au loc în sistemele stelare binare în care o stea cunoscută sub numele de pitică albă absoarbe material de la o stea companion până când aceasta atinge o masă critică, ceea ce o face să explodeze. Această asimetrie ar putea fi cauzată de procese precum rotația sau câmpul magnetic al stelei însoțitoare, care transferă materie către pitica albă. În cazul în care asimetria există, aceasta ar putea duce la o diferență de luminozitate între supernovele de tip Ia, ceea ce ar putea explica observațiile.

- Explicarea naturii Marelui Repelent descoperit în ianuarie 2017 (a se vedea secțiunea 3.3), unde s-a demonstrat că acesta există într-o regiune aparent goală a universului, opusă celei a Atractorului Shapley, care părea să respingă toată materia.

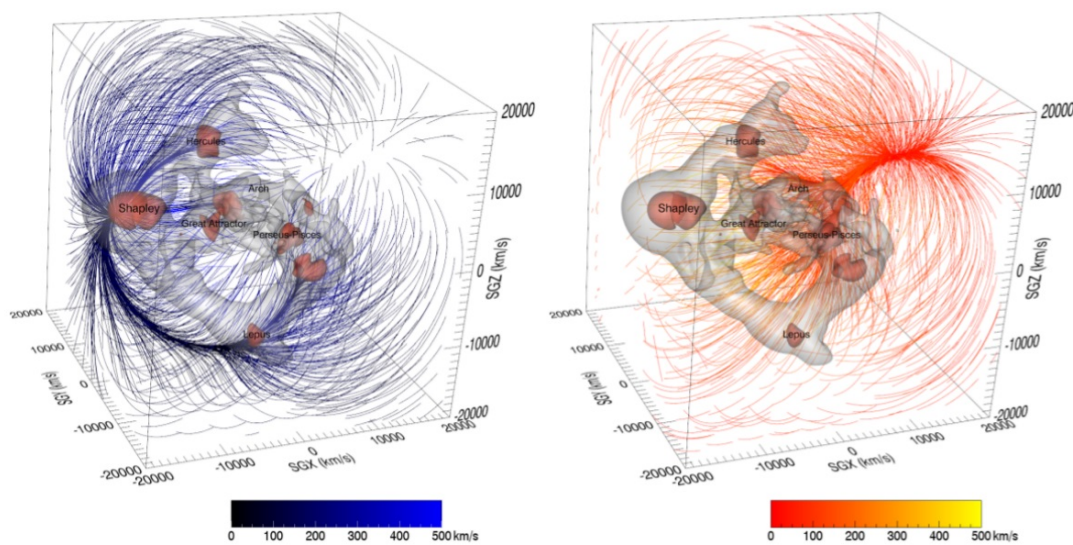
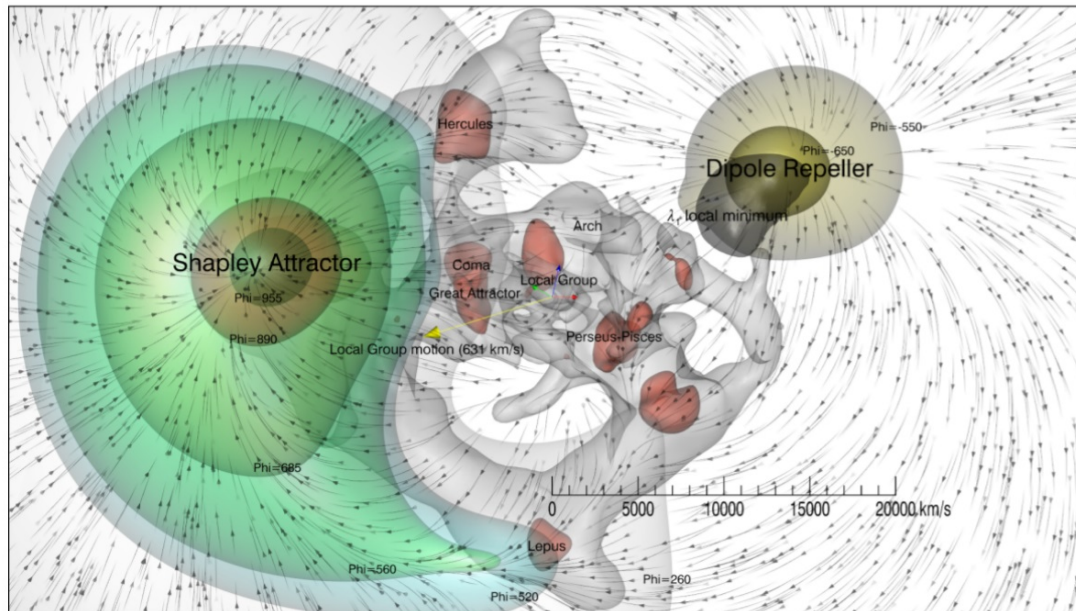


Figura 3.7 - Repulsorul mare

- Modelul demonstrează o structură spirală galactică durabilă, determinată de o fricțiune dinamică care transferă continuu impulsul către mediul mai puțin dens cu masă negativă, permițând brațelor spirale să se rotească în mod persistent și stabil în jurul galaxiei. După cum este ilustrat mai jos, atunci când brațele trec prin regiuni cu densitate mare (masă pozitivă), acestea încetinesc și pierd energie, în timp ce atunci când trec prin regiuni cu densitate mică, ele accelerează și câștigă energie. Acest lucru creează unde de densitate care se propagă prin galaxie, transferând impulsul către mediul cu masă negativă.

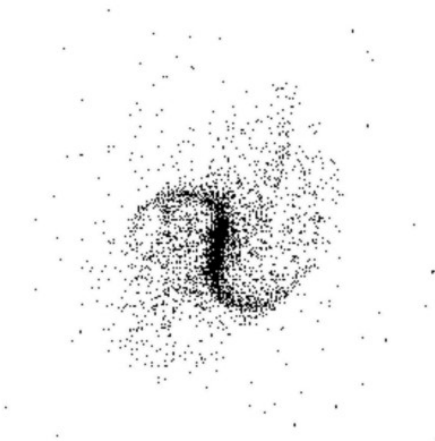


Figura 3.8 - Spirala barată a unei simulări numerice ație (1992: 20.000 de puncte)

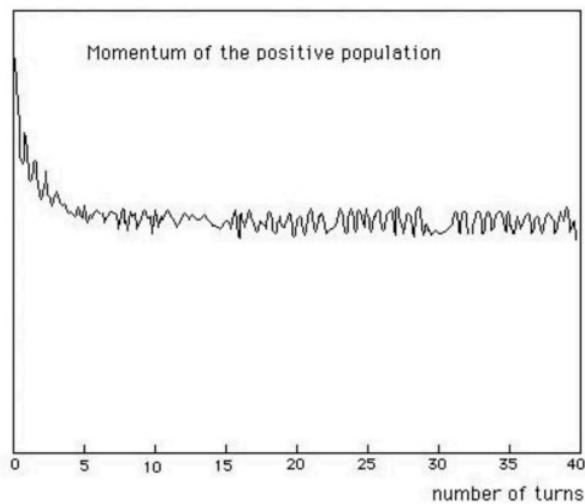


Figura 3.9 - Evoluția mișcării cinetice ment (1992: 20.000 de puncte)

- Explicarea motivului pentru care antimateria cosmică nu a fost observată, deoarece aceasta emite fotoni cu energie negativă.
- Explicarea naturii componentelor invizibile ale universului: antiprotoni, antineutroni, antielectroni, antihidrogen și antiheliu cu masă negativă. Aceste elemente alcătuiesc antimateria primordială, care nu poate fi observată, deoarece emit fotoni cu energie negativă.
- **Conjectură confirmată recent în septembrie 2023 (Anderson 2023):** Antimateria C-simetrică (cu simetrie de sarcină), dezvoltată în laborator și care emite fotoni de energie pozitivă, este împinsă gravitațional în jos la fel ca materia obișnuită.
- Modelul oferă o interpretare proprie a fluctuațiilor din fondul cosmic de microunde (CMB), atribuindu-le răspunsului materiei obișnuite cu masă pozitivă la fluctuațiile de densitate din celulele adiacente ale universului populate de o distribuție de materie cu masă negativă. Această situație este legată de instabilitatea gravitațională



care apare în interiorul acestor celule. Analiza acestor fluctuații oferă un mijloc de evaluare a relației dintre factorii de scară ai celor două tipuri de materie. Se poate observa că raportul  $\frac{a^{(+)}}{a^{(-)}}$  este de ordinul a 100. Prin urmare, putem deduce că raportul  $\frac{c^{(-)}}{c^{(+)}}$  este de ordinul lui 10 ((Petit 2018)). Acest lucru implică faptul că efectul global ar fi reducerea timpului necesar pentru călătoria interstelară de o mie de ori pentru obiectele care reușesc să își inverseze masa, permițându-le să se deplaseze de-a lungul geodezicilor descrise de metrica  $h_{\mu\nu}$  a celei de-a doua ecuații de câmp (24), așa cum vom studia în secțiunea următoare.

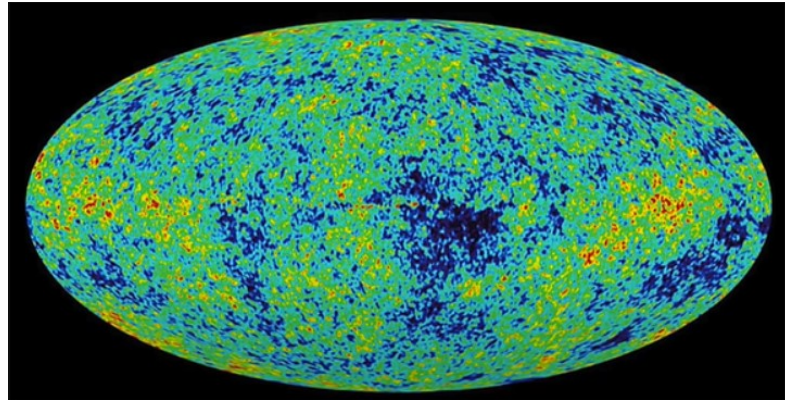


Figura 3.10 - Foaia difuză cosmologică nd

- Deplasarea gravitațională spre roșu de 3 dedusă din primele două imagini ale obiectelor supermasive situate în centrele galaxiilor M87 și Calea Lactee (a se vedea studiul efectuat în secțiunea 7).
- În prezent nu există un răspuns la întrebarea "Ce a existat înainte de Big Bang?". Conform modelului cosmologic Janus, o structură topologică a universului, "care interacționează cu omologul său anticronic", elimină această întrebare prin invalidarea sensului adverbului "înainte". Într-adevăr, după cum vom vedea mai târziu, în momentul Big Bang-ului, săgeata timpului se inversează.

### 3.3. Repellerul de dipol

#### 3.3.1. Introducere

În 2017, Yehudi Hoffman, B. Tully, H. Courtois și D. Pomarède au publicat prima hartă foarte detaliată a universului (Hoffman et al. 2017). Această hartă s-a bazat nu numai pe pozițiile galaxiilor, ci a integrat și câmpul de viteze al acestora, scăzând influența expansiunii Hubble din măsurătorile brute ale deplasării spre roșu a acestora. Rezultatele au fost incredibil de impresionante și sunt considerate a fi una dintre cele mai importante descoperiri observaționale din cosmologia actuală, comparabilă ca importanță cu descoperirea lui Edwin Hubble de acum un secol. Înainte de acest studiu, se știa că unele galaxii prezentau mișcări convergente spre o regiune numită Marele Atracțor. Analiza din 2017 a scos la iveală influența unei alte structuri mai mari, dincolo de Marele Atracțor, numită Atracțorul

Shapley. Cu toate acestea, cea mai remarcabilă descoperire a fost identificarea unei regiuni aproape opuse acestor două formațiuni, în care nu a fost detectată nicio galaxie. În schimb, a existat un gol semnificativ înconjurat de galaxii vecine care prezentau o mișcare de îndepărtare de această regiune, formând un model de "scurgere" centrat pe acest gol. Denumit inițial Dipole Repeller, acesta a fost numit mai târziu Dipolar Attractor când a devenit clar că era legat de formațiunile atractive. Înțelegerea acestui fenomen, care nu poate fi atribuit unor artefacte de măsurare, necesită, fără îndoială, un progres semnificativ în înțelegerea noastră a dinamicii cosmice.

### 3.3.2. Câteva încercări de interpretare

La patru ani de la descoperirea inițială, au existat puține încercări de modelare a fenomenului de respingere a dipolilor. În lucrarea sa recentă (Neiser 2020), Neiser nu se concentrează asupra acestei întrebări, ci propune în schimb ipoteze privind natura Big Bang-ului, vidul cuantic și originea universului. Neiser speculează că antimateria ar putea avea un efect gravitațional de respingere, ceea ce ar duce la formarea de stele neutrino și stele antineutrino care se resping reciproc. Aspecte similare ale repulsiei antimateriei primordiale sunt menționate de Benoit-Lévy et al. în 2012 ((Benoit-Lévy și Chardin 2012)), dar fără o justificare suplimentară. Heald, în lucrarea sa (Heald 2020), menționează situația lui Laniakea, care este împinsă de Repulsorul de Dipoli și atrasă de Atractorul Shapley. Încă o dată, ideea unei repulsii între materie și antimaterie este sugerată ca o posibilă explicație pentru structura la scară largă a universului și pentru organizarea golurilor. Cu toate acestea, nu se oferă niciun model concret pentru obiectul central din marele vid, iar absența luminii emise rămâne neexplicată. În 2018, Vuyk sugerează în lucrarea sa (Vuyk 2018) existența unei ipotetice a cincea forțe, în timp ce Hoffman et al. utilizează simulări numerice pentru a reconstrui o distribuție a materiei întunecată în concordanță cu datele observaționale ((Hoffman et al. 2018)). Din aceste explorări reies două scheme explicative: una care implică obiecte ipotetice compuse din antimaterie repulsivă, care sunt neobservabile, iar cealaltă care sugerează o discrepanță în distribuția materiei întunecate. Observațiile au arătat că expansiunea universului se accelerează, ceea ce indică prezența unei componente cu presiune negativă ((Perlmutter et al. 1999), (Riess et al. 2004), (Schmidt et al. 1998)). Un model propus pentru a explica acest fenomen sugerează existența unor mase negative care pot contribui la aceste efecte antigravitaționale, combinând influențele repulsive ale materiei întunecate și energiei întunecate asupra componentelor cu masă pozitivă. Această ipoteză se află în centrul lucrărilor corespunzătoare referințelor (Petit 1995) (Petit și D'Agostini 2014a) (Petit și D'Agostini 2014b) (Petit, D'Agostini și Debergh 2018) (Petit, D'Agostini și Debergh 2019) (Petit și D'Agostini 2021a) (Petit și D'Agostini 2021b).

### 3.3.3. Interpretarea prin lacunele de materie întunecată

Să analizăm posibilitatea ca un vid de materie întunecată să producă efectul de respingere observat. Putem începe prin a lua în considerare un vid sferic în interiorul unei distribuții uniforme de materie întunecată și putem folosi ecuația lui Poisson pentru a analiza acest sistem:



$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} = 4\pi G \rho_{dm}$$

Această ecuație este liniară și descrie potențialul gravitațional în funcție de densitate. Prin suprapunerea a două distribuții de densitate  $\rho_1$  și  $\rho_2$  potențialul gravitațional rezultat este suma potențialelor asociate cu aceste două distribuții:  $\psi = \psi_1 + \psi_2$ .

Considerând o distribuție uniformă de densitate  $\rho_{dm}^{unif}$  se obține un potențial  $\psi_1$  care este soluția ecuației lui Poisson :

$$\psi_1 = \frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3} \quad \text{et} \quad \vec{g}_1 = -\frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

Acum, prin introducerea unui volum cu densitate opusă egală cu  $-\rho_{dm}^{unif}$  se creează un potențial  $\psi_2$  care este soluția următoarei ecuații Poisson :

$$\frac{d^2\psi_2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi_2}{dr} = -4\pi G \rho_{dm}^{unif}$$

Această soluție este :

$$\psi_2 = -\frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3}, \quad \vec{g}_2 = \frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

În acest fel, obținem același câmp gravitațional, dar cu semn opus. Prin urmare, acesta este respingător și proporțional cu distanța față de centrul sferei.

Apoi, prin calcularea potențialelor gravitaționale asociate cu aceste două distribuții, putem observa că potențialul gravitațional rezultat este zero în interiorul vidului. Cu alte cuvinte, forța gravitațională exercitată de distribuția uniformă a materiei întunecate este exact echilibrată de forța gravitațională exercitată de densitatea opusă care creează vidul:

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

Cu toate acestea, indiferent de poziția aleasă ca origine a coordonatelor, câmpul gravitațional rămâne diferit de zero în interiorul vidului. Acest lucru înseamnă că forța gravitațională nu este perfect echilibrată, ceea ce pare să contrazică ideea că vidul creează un câmp gravitațional repulsiv.

Pentru a rezolva acest paradox, ecuația Poisson trebuie considerată ca fiind versiunea liniarizată a ecuației lui Einstein într-o situație staționară, care definește potențialul gravitațional în termeni de perturbare a metricii Lorentz:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \epsilon \gamma_{\mu\nu}$$

Calculul clasic dă pentru densitatea proprie  $\rho_0$  ((Adler, Bazin și Schiffer 1975)) :

$$\epsilon \sum_{i=0}^3 \gamma_{00|i|i} = -\chi \rho_0$$

*NB:* În contextul limitei de câmp slab studiat în secțiunea 2.3.6, ecuația (26) pune în relație derivatele secunde spațiale ale componenteii de timp  $\gamma_{00}$  a tensorului metric cu sursele gravitaționale, reprezentate prin densitatea locală de masă-energie  $\rho_0$ . Aceasta ne ajută să înțelegem modul în care reacționează curbura spațiu-timpului la distribuția masă-energie, menținând în același timp o relație precisă între aceste două aspecte.

Astfel, potențialul gravitațional este definit ca (27) prin :

$$\psi = -\frac{c^2}{2} \epsilon \gamma_{00}$$

Apoi, (26) poate fi identificată cu ecuația Poisson. Cu toate acestea, această abordare nu poate fi aplicată la o distribuție uniformă infinită a materiei întunecate. Concluzia este că este pur și simplu imposibil să se definească un potențial gravitațional în cadrul unei distribuții uniforme de materie, deoarece instabilitatea gravitațională tinde să ducă la formarea de clustere, nu de vacua, și nu există un cadru clar pentru formarea unor astfel de vacua.

### 3.3.4 Interpretare cu ajutorul modelului cosmologic Janus

Să luăm acum în considerare interacțiunea dintre două entități: materia obișnuită cu masă pozitivă care interacționează cu masa negativă prin efecte gravitaționale. Acest model care implică masa negativă ia în considerare atât influența materiei întunecate, cât și a energiei întunecate.

Putem descrie acest sistem format din două entități cu metrice de tipul  $g$  și  $h$ . Fie  $G$  și  $H$  să fie scalarii Ricci corespunzători. Considerăm apoi următoarea acțiune cu două straturi:

$$A = \int_{\mathcal{E}} \left( \frac{1}{2\Gamma^{(g)}} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\mathcal{E}} \left( \frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x$$

Termenii  $S_{(g)}$  și  $S_{(h)}$  vor oferi termenii sursă legați de populațiile celor două entități, în timp ce termenii  $S_{(h,g)}$  și  $S_{(g,h)}$  vor genera tensorii de interacțiune.  $\Gamma^{(g)}$  și  $\Gamma^{(h)}$  sunt constantele lui Einstein pentru fiecare entitate. Pentru  $\kappa = \pm 1$  se aplică principiul celei mai mici acțiuni. Derivarea lagrangiană a acestei acțiuni ne dă :

$$\begin{aligned} 0 &= \delta A \\ &= \int_{\mathcal{E}} \delta \left( \frac{1}{2\Gamma^{(g)}} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\mathcal{E}} \delta \left( \frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x \\ &= \int_{\mathcal{E}} \delta \left[ \frac{1}{2\Gamma^{(g)}} \left( \frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta \sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} \right] \delta g^{\mu\nu} \sqrt{|g|} d^4x \\ &\quad + \int_{\mathcal{E}} \delta \left[ \frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} \left( \frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta \sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} \right] \delta h^{\mu\nu} \sqrt{|h|} d^4x \end{aligned}$$

Pentru orice variație  $\delta g^{\mu\nu}$  și toate variațiile  $\delta h^{\mu\nu}$  se obține local :

$$\frac{1}{2\Gamma^{(g)}} \left( \frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta\sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = 0$$

$$\frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} \left( \frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta\sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = 0$$

Să introducem următorii tensori:

$$T_{\mu\nu}^{(g,g)} = -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu} S_{(g)}$$

$$T_{\mu\nu}^{(h,h)} = -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu} S_{(h)}$$

$$T_{\mu\nu}^{(h,g)} = -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}}$$

$$T_{\mu\nu}^{(g,h)} = -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}}$$

În relativitatea generală, derivata covariantă este o modalitate de a generaliza noțiunea de derivată parțială la spațiile curbe. Spre deosebire de o derivată parțială obișnuită, derivata covariantă ia în considerare curbura spațiu-timpului.

Atunci, pentru un tensor  $A_{\nu\sigma}^{\rho}$  derivata sa covariantă de-a lungul unui indice  $\mu$  este dată de expresia :

$$\nabla_{\mu} A_{\nu\sigma}^{\rho} = \partial_{\mu} A_{\nu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} A_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} A_{\lambda\sigma}^{\rho} - \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} A_{\nu\lambda}^{\rho}$$

Prin urmare, putem deduce următoarele două expresii:

$$\nabla_{\mu} \delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} = \partial_{\mu} \delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} \delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \delta\Gamma_{\lambda\sigma}^{\rho} - \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} \delta\Gamma_{\nu\lambda}^{\rho}$$

$$\nabla_{\nu} \delta\Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} = \partial_{\nu} \delta\Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho} \delta\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\mu}^{\lambda} \delta\Gamma_{\lambda\sigma}^{\rho} - \Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} \delta\Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}$$

**NB:**

- (28b) se obține din (28a) prin simpla schimbare a formulei  $\mu$  și  $\nu$ .
- Termenul  $\partial_{\mu} A_{\nu\sigma}^{\rho}$  este derivata parțială ordinară a tensorului. Dacă spațiul-timp ar fi plat (ca în fizica newtoniană), acest lucru ar fi suficient pentru a descrie variația tensorului.
- Termeni cu simboluri Christoffel  $\Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}$ ,  $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}$  și  $\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$  reprezintă corecția datorată conexiunii spațiu-timp, care ține seama de curbura spațiu-timpului. De fapt, în spațiul curbat, conexiunea (reprezentată prin simbolul Christoffel  $\Gamma$ ) introduce o

corecție. Această corecție este necesară deoarece bazele spațiului tangent (spațiul în care trăiește tensorul) se schimbă de la un punct în spațiu-timp la altul. Așadar,  $\Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} A_{\nu\sigma}^{\lambda}$  este termenul care corectează schimbarea în  $A_{\nu\sigma}^{\lambda}$  atunci când se deplasează în direcția  $\mu$  pentru indicii superiori  $\rho$ .  $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} A_{\lambda\sigma}^{\rho}$  și  $\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} A_{\nu\lambda}^{\rho}$  sunt termeni care scad contribuția datorată modificării indicilor inferiori  $\nu$  și  $\sigma$ . Acești termeni asigură faptul că derivata covariantă respectă regulile de transformare tensorială.

În concluzie, derivata covariantă  $\nabla_{\mu}$  a unui tensor este o combinație între derivata sa parțială ordinară și termenii care compensează modificările în geometria spațiului-timp. Ea este construită în așa fel încât derivata tensorului este ea însăși un tensor, ceea ce nu este cazul derivatei parțiale ordinare.

Apoi, tensorul Riemann este legat de simbolurile Christoffel prin următoarea ecuație :

$$R_{\sigma\mu\nu}^{\rho} = \partial_{\mu}\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$$

*NB:* Tensorul Riemann  $R_{\sigma\mu\nu}^{\rho}$  este o mărime matematică din relativitatea generală care descrie curbura intrinsecă a spațiu-timpului. Se definește ca fiind diferența dintre derivatele parțiale ale simbolurilor Christoffel și suma produselor simbolurilor Christoffel înseși. Termenul  $\partial_{\mu}\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho}$  este derivata parțială a simbolului Christoffel  $\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho}$  în raport cu coordonata  $x^{\mu}$ . Acest termen măsoară modul în care simbolul Christoffel variază pe măsură ce se deplasează în direcția  $\mu$ . Termenul  $\partial_{\nu}\Gamma_{\mu\sigma}^{\rho}$  este similar cu primul termen, dar cu derivata parțială luată într-o direcție diferită,  $x^{\nu}$ . Termenii  $\Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda}$  și  $\Gamma_{\nu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$  descriu produsul a două simboluri Christoffel care reprezintă interacțiunea dintre două conexiuni spațiu-timp. Acesta măsoară modul în care curbura într-o direcție influențează curbura în altă direcție.

Apoi obținem:

$$\delta R_{\sigma\mu\nu}^{\rho} = \partial_{\mu}\delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} - \partial_{\nu}\delta\Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} + \delta\Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}\delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} - \delta\Gamma_{\nu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho}\delta\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$$

Acest lucru ne oferă:

$$\delta R_{\sigma\mu\nu}^{\rho} = \nabla_{\mu}\delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} - \nabla_{\nu}\delta\Gamma_{\mu\sigma}^{\rho}$$

Prin contractarea indicilor  $\rho$  și  $\sigma$  în relația anterioară folosind convenția de sumare a lui Einstein, care afirmă că un indice repetat implică o însumare implicită asupra aceluși indice, putem exprima variația tensorului de curbura Ricci care satisface identitatea lui Palatini ((Tsamparlis 1978), (Palatini 1919)) :

$$\delta R_{\sigma\nu} = \delta R_{\sigma\rho\nu}^{\rho} = \nabla_{\rho}(\delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho}) - \nabla_{\nu}(\delta\Gamma_{\rho\sigma}^{\rho})$$

*NB:* În relativitatea generală, geometria spațiului-timp este descrisă de o mărime numită tensor metric, notată cu  $g_{\mu\nu}$ . Acest tensor conține toate informațiile despre distanțele și unghiurile din spațiu-timp.

Scalarul Ricci, notat  $R$  este o măsură a curburii spațiu-timpului într-un anumit punct. Acesta se calculează prin adăugarea (sau contracția) componentelor tensorului Ricci  $R_{\sigma\nu}$  cu

tensorul metric  $g^{\sigma\nu}$ . Din punct de vedere matematic, este ca și cum ai înmulți matricile tensorului Ricci și tensorului metric, apoi ai adăuga termenii de-a lungul diagonalei.

În plus, trebuie să avem derivata covariantă a tensorului metric egală cu zero, adică  $\nabla_{\sigma}g^{\mu\nu} = 0$ . Cu alte cuvinte, pe măsură ce vă deplasați prin spațiu-timp, modul în care măsurați distanțele și unghiurile nu se schimbă. Aceasta este o proprietate fundamentală a spațiu-timpului în relativitatea generală, care indică faptul că geometria locală nu se schimbă atunci când vă deplasați, indiferent de curbura globală.

În concluzie, scalarul Ricci  $R$  scalar ne dă o idee despre curbura spațiu-timpului într-un punct, iar faptul că  $\nabla_{\sigma}g^{\mu\nu} = 0$  garantează faptul că forma spațiu-timpului rămâne consecventă pe măsură ce ne deplasăm, indiferent de curbura generală, adică această consecvență este asigurată de compatibilitatea metricii cu conexiunea Levi-Civita, care garantează faptul că conceptele geometrice, cum ar fi lungimile și unghiurile, rămân constante pe măsură ce sunt transportate prin spațiu-timp.

Atunci putem deduce:

$$\begin{aligned}\delta R &= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu}\delta R_{\sigma\nu} \\ &= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu}\left(\nabla_{\rho}(\delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho}) - \nabla_{\nu}(\delta\Gamma_{\rho\sigma}^{\rho})\right) \\ &= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + \nabla_{\rho}(g^{\sigma\nu}\delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho}) - g^{\sigma\nu}\nabla_{\nu}\delta\Gamma_{\rho\sigma}^{\rho} \\ &= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + \nabla_{\rho}(g^{\sigma\nu}\delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} - g^{\sigma\rho}\delta\Gamma_{\mu\sigma}^{\mu}) \\ &= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + \nabla_{\rho}B^{\rho}\end{aligned}$$

**NB:** Pentru calculul de mai sus, trebuie să luăm în considerare două reguli:

- Proprietățile derivatei covariante și regula lui Leibniz (regula pentru produsul derivatei). Regula lui Leibniz pentru derivata covariantă este similară cu cea pentru derivata ordinară și se scrie după cum urmează:

$$\nabla_{\rho}(AB) = (\nabla_{\rho}A)B + A(\nabla_{\rho}B)$$

unde  $A$  și  $B$  pot fi câmpuri scalare, vectoriale sau tensoriale.

- După cum s-a menționat anterior, indicii repetați se numesc indici  *silențioși*  în conformitate cu convenția de însumare a lui Einstein. Într-adevăr, este util să ne amintim că atunci când indicele unei variabile apare de două ori într-un termen, o dată în poziția superioară și o dată în poziția inferioară, aceasta implică o însumare peste toate valorile posibile pe care le poate lua indicele. De exemplu  $A^{\mu}B_{\mu}$  implică  $\sum_{\mu} A^{\mu} B_{\mu}$ . Luați în considerare simbolurile Christoffel  $\Gamma_{\mu\sigma}^{\mu}$  și  $\Gamma_{\rho\sigma}^{\rho}$ . În aceste expresii, indicii  $\mu$  și  $\rho$  sunt exemple de indici muți conform convenției de însumare a lui Einstein. Aceasta înseamnă că expresia  $\Gamma_{\mu\sigma}^{\mu}$  în care suma se efectuează peste toate valorile posibile ale lui  $\mu$  este identică cu  $\Gamma_{\rho\sigma}^{\rho}$  în care suma se efectuează peste toate valorile posibile ale lui  $\rho$ . Astfel, putem aplica indicii de adunare  $(\rho, \nu) \rightarrow (\mu, \rho)$  în ultimul termen.

Calculat în două moduri diferite, se obține :

$$\begin{aligned}\nabla_{\mu}(\sqrt{|g|}\delta B^{\mu}) &= \nabla_{\mu}(\sqrt{|g|})B^{\mu} + \sqrt{|g|}\nabla_{\mu}(\delta B^{\mu}) = \sqrt{|g|}\nabla_{\mu}\delta B^{\mu} + 0 = \sqrt{|g|}\nabla_{\mu}\delta B^{\mu} \\ \nabla_{\mu}(\sqrt{|g|}\delta B^{\mu}) &= \partial_{\mu}(\sqrt{|g|}\delta B^{\mu}) + \Gamma_{\mu\nu}^{\mu}\sqrt{|g|}\delta B^{\nu} = \partial_{\mu}(\sqrt{|g|}\delta B^{\mu}) + 0 = \partial_{\mu}(\sqrt{|g|}\delta B^{\mu})\end{aligned}$$

*NB:* În mod similar, derivata determinantului tensorului metric, reprezentată prin  $\sqrt{|g|}$  este, de asemenea, egală cu zero atunci când este luată în covarianță, adică  $\nabla_{\mu}\sqrt{|g|} = 0$ . Această ultimă proprietate simplifică exprimarea integralelor de volum și este fundamentală pentru aplicarea teoremei divergenței în spațiul-timp curbat.

În continuare, putem deduce:

$$\sqrt{|g|}\nabla_{\mu}\delta B^{\mu} = \partial_{\mu}(\sqrt{|g|}\delta B^{\mu})$$

Să luăm acum în considerare contribuția  $\sqrt{|g|}\nabla_{\mu}\delta B^{\mu}$  în acțiune. Fie  $n^{\mu}$  să fie un vector unitar normal la  $\partial\mathcal{E}$ ,  $\varepsilon = n^{\mu}n_{\mu}$  și  $y^a$  reprezentând coordonatele adaptate la limita  $\partial\mathcal{E}$  și  $h_{ab}$  metrica indusă de  $g_{ab}$  pe frontieră. Avem  $|\varepsilon| = 1$  și  $\sqrt{|h|}d^3y$  este o formă de volum de dimensiune  $(n-1)$  pe frontieră, cu  $h = \det(h_{ab})$ . Prin teorema lui Stokes, avem :

$$\begin{aligned}\int_{\varepsilon}\sqrt{|g|}\nabla_{\mu}\delta B^{\mu}\sqrt{-g}d^4x &= \int_{\varepsilon}\partial_{\mu}(\sqrt{|g|}\delta B^{\mu})d^4x \\ &= \int_{\delta\mathcal{E}}\varepsilon\delta B^{\mu}n_{\mu}\sqrt{|h|}d^3y\end{aligned}$$

Vom presupune că metrica nu variază la limită (sau că nu există limită). În acest caz, termenul  $\nabla_{\mu}\delta B^{\mu}\sqrt{-g}$  nu contribuie la acțiune, deci avem :

$$\frac{\delta R}{\delta g^{\mu\nu}} = R_{\mu\nu} + \frac{\nabla_{\rho}B^{\rho}}{\delta g^{\mu\nu}} \approx R_{\mu\nu}$$

Cu toate acestea, conform corolarului cu  $a = \frac{1}{2}$  avem :

$$\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}$$

Deci, putem deduce:

$$\frac{R\delta\sqrt{-g}}{\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu}} = -\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$$

*NB:* Pentru calculele de mai sus, trebuie să explicăm două lucruri:

- Variația determinantului tensorului metric, notat cu  $\delta g$  este legată de variația tensorului metric însuși,  $\delta g_{\mu\nu}$  prin relația  $\delta g = g g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu}$  unde  $g$  este determinantul

tensorului metric și  $g^{\mu\nu}$  este inversul acestuia. Această relație rezultă din proprietatea matematică a determinantilor, unde derivata unui determinant poate fi exprimată ca fiind determinantul înmulțit cu urma produsului dintre inversa matricei și derivata matricei. În cazul unei variații mici, variația rădăcinii pătrate a determinantului negativ al tensorului metric,  $\delta\sqrt{-g}$  este dată de  $\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu}$ . Această formulă este esențială pentru derivarea ecuațiilor de câmp ale lui Einstein din acțiunea Einstein-Hilbert, deoarece permite ca acțiunea să fie integrată în varietatea spațiu-timp cvadridimensională.

- În studiul nostru, folosim teorema lui Stokes pentru a simplifica un calcul crucial. Această teoremă stabilește o relație interesantă între integrala derivată a unui câmp vectorial pe o regiune tridimensională și integrala aceluiași câmp vectorial de-a lungul limitei acestei regiuni.

Luați în considerare un exemplu simplu: imaginați-vă o suprafață închisă în spațiu (cum ar fi suprafața unei sfere). Dacă dorim să calculăm ceva în interiorul acestei suprafețe (de exemplu, suma valorilor unui câmp), teorema lui Stokes ne permite să facem acest lucru prin simpla examinare a ceea ce se întâmplă pe suprafața însăși. Ecuația (29), pe care am prezentat-o în calculele noastre, urmează această idee. Ea ne spune că integrala derivatei unui câmp ( $\nabla_\mu \delta B^\mu$ ) pe o regiune cvadridimensională ( $\mathcal{E}$ ) poate fi echivalentă cu integrala divergenței unui alt câmp ( $\sqrt{|g|}\delta B^\mu$ ) pe aceeași regiune ( $\mathcal{E}$ ). Această echivalență se realizează prin intermediul metricii și al unui element de volum cvadridimensional ( $d^4x$ ).

În continuare, ecuația (30) simplifică și mai mult expresia prin ducerea acesteia la limita regiunii ( $\delta\mathcal{E}$ ). Aceasta ne arată că această echivalență poate fi exprimată ca o integrală de-a lungul limitei ( $\delta\mathcal{E}$ ), utilizând vectorii normali ( $n_\mu$ ) la această limită și metrica indusă pe aceasta ( $\sqrt{|h|}d^3y$ ). Cu alte cuvinte, această ecuație ne permite să înțelegem ce se întâmplă la suprafața regiunii noastre fără a fi nevoie să calculăm ce se întâmplă în interior.

Pe scurt, teorema lui Stokes ne permite să ne raționalizăm calculele, arătându-ne cum fenomenele din interiorul unei regiuni pot fi înțelese prin simpla examinare a ceea ce se întâmplă la granița regiunii respective. Acest truc matematic este esențial pentru rezolvarea acestor probleme complexe.

Din ecuațiile (31a) și (31b) se obține :

$$\sqrt{\frac{|h|}{|g|}}T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \sqrt{\frac{|h|}{|g|}}\frac{-2}{\sqrt{|h|}}\frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|g|}}\frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2\frac{\delta S_{(h,g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu}S_{(h,g)}$$

$$\sqrt{\frac{|g|}{|h|}}T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \sqrt{\frac{|g|}{|h|}}\frac{-2}{\sqrt{|g|}}\frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|h|}}\frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2\frac{\delta S_{(g,h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu}S_{(g,h)}$$

Introduse în (32a) și (32b), ținând cont de (33), putem astfel deduce ecuațiile de câmp cuplate care descriu sistemul celor două entități:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}G = \Gamma^{(g)} \left( T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2}h_{\mu\nu}H = \kappa\Gamma^{(h)} \left( T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

Unde  $T_{\mu\nu}^{(h,g)}$  și  $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$  sunt tensorii de interacțiune ai sistemului format din două entități care corespund "geometriei induse", adică modul în care fiecare distribuție de materie pe un strat al universului contribuie la geometria celuilalt (interacțiunea dintre populațiile de mase pozitive și negative). Acest sistem trebuie să se supună condițiilor Bianchi, care se exprimă prin următoarea relație :

$$\nabla_{\mu}^{(g)} T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \nabla_{\mu}^{(h)} T_{\mu\nu}^{(g,h)} = 0$$

Să presupunem că fluidele din interiorul entităților  $g$  și  $h$  sunt perfecte, cu densități de energie care corespund următorilor tensori sursă :

$$T_{\mu\nu}^{(g,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(h,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h)} \end{pmatrix}$$

Vom lua  $\{\alpha^{(g)} > 0, \beta^{(g)} > 0\}$  și  $\{\alpha^{(h)} < 0, \beta^{(h)} < 0\}$ . Ne vom asigura că legile interacțiunii sunt astfel încât două particule care aparțin aceleiași entități se atrag reciproc, în timp ce se resping atunci când aparțin unor entități diferite.

Să prezentăm tensorii de interacțiune ai acestora:

$$T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h,g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h,g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h,g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h,g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g,h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g,h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g,h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g,h)} \end{pmatrix}$$

Pentru a obține legile de interacțiune dorite în cadrul aproximației newtoniene, trebuie să alegem  $\kappa = -1$ . Sistemul de ecuații devine atunci:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}G = \Gamma^{(g)} \left( T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right) = \Gamma^{(g)} \left( T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$



$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2}h_{\mu\nu}H = -\Gamma^{(h)} \left( T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right) = -\Gamma^{(h)} \left( T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

### 3.3.4.1 Verificare pentru un sistem netaționar, omogen și izotrop

Dacă presupunem că universul bimetric, structurat de ecuațiile de câmp cuplate (34a) și (34b), este omogen și izotrop, metrica Robertson-Walker devine, conform lui (Adler, Bazin și Schiffer 1975) :

$$(ds^{(f)})^2 = (c^{(f)})^2 dt^2 - (a^{(f)})^2 \left[ \frac{dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)}{\left(1 + k^{(f)} \frac{r^2}{4}\right)^2} \right] \quad \text{ou } f \in \{g, h\}$$

Rețineți că  $a^{(f)}$  este factorul de scalare,  $k^{(f)}$ ,  $c^{(f)}$  și  $\Gamma^{(f)}$  sunt indicele de curbură, viteza luminii și, respectiv, constanta lui Einstein pentru fiecare entitate.

Dacă introducem aceste metrice în sistemul de ecuații (34a) și (34b) cu presiunile  $p^{(g)} \approx 0$  și  $p^{(h)} \approx 0$  obținem următorul sistem clasic de ecuații:

$$\frac{3}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} \left( \frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(g)}}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} = -\Gamma^{(g)} \left[ \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]$$

$$\frac{2}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} \left( \frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(g)}}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} = 0$$

$$\frac{3}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} \left( \frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(h)}}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} = \Gamma^{(h)} \left[ \Phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]$$

$$\frac{2}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} \left( \frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(h)}}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} = 0$$

Aplicând metodele matematice clasice ale lui (Adler, Bazin și Schiffer 1975), condițiile de compatibilitate ale ecuațiilor (35a), (35b), (35c) și (35d) dau :

$$3 \frac{da^{(g)}}{a^{(g)}} + \frac{d \left[ \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]}{\left[ \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]} = 0$$

$$3 \frac{da^{(h)}}{a^{(h)}} + \frac{d \left[ \Phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]}{\left[ \Phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]} = 0$$

Așadar, energia (și masa) se conservă pentru un univers de praf:

$$E = \rho^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^3 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2(a^{(h)})^3$$

Dacă avem :

$$\Phi = \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}}\right)^3, \quad \phi = \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}}\right)^3, \quad \phi = \Phi^{-1}$$

Ecuțiile de câmp cuplate devin :

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}G = \Gamma^{(g)} \left[ T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}}\right)^3 T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right]$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2}h_{\mu\nu}H = -\Gamma^{(h)} \left[ T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}}\right)^3 T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right]$$

În cazul în care ambele entități sunt dominate de radiații. Tensorul de interacțiune în mod mixt va fi :

$$T_{\mu}^{\nu(f)} = \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_r^{(f)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p_r^{(f)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p_r^{(f)} \end{pmatrix}$$

cu

$$\begin{cases} \text{si } \rho_r^{(f)} > 0 \text{ alors } p_r^{(f)} > 0 \text{ pour } f = g \\ \text{si } \rho_r^{(f)} < 0 \text{ alors } p_r^{(f)} < 0 \text{ pour } f = h \end{cases}$$

**NB:**

- Într-un context cosmologic, tensorul energie-impuls  $T_{\mu}^{\nu(f)}$  este utilizat pentru a descrie distribuția și interacțiunea materiei și energiei în univers. Pentru un câmp specific  $f$  componenta temporală  $T_0^{(f)}$  reprezintă densitatea de energie, care este un determinant cheie al curburii spațiu-timpului. Componentele spațiale  $T_i^{(f)}$  pe de altă parte, reprezintă presiunea exercitată în direcțiile spațiale, care influențează, de asemenea, structura spațiu-timpului. Într-un model bimetric, în care sunt luate în considerare două câmpuri distincte - câte unul pentru fiecare strat al universului -, condițiile asociate descriu relațiile dintre densitățile de energie și presiunile pentru

fiecare câmp, reflectând modul în care aceste entități interacționează și influențează în mod colectiv dinamica cosmică.

- Tensorul energie-impuls este exprimat în formă diagonală atunci când universul este considerat izotrop și omogen, ceea ce înseamnă că proprietățile sale fizice sunt independente de direcție și locație. Această ipoteză, fundamentală pentru modelul cosmologic standard, este cunoscută sub numele de principiul cosmologic (secțiunea 2.2.3). Izotropia implică faptul că universul pare identic în toate direcțiile; nu există o direcție preferată în care distribuția materiei sau a energiei să difere. Omogenitatea înseamnă că, la scară largă, fiecare regiune a universului seamănă cu orice altă regiune. În consecință, fluxurile transversale de energie și de impuls, care ar fi reprezentate de termeni non-diagonali în tensor, sunt absente, deoarece nu există o mișcare sau un flux de energie privilegiat într-o anumită direcție. În matricea tensorului energie-impuls apar doar densitățile de energie și presiunile din direcțiile spațiale, care sunt uniforme și nu variază în funcție de direcție, ceea ce explică forma diagonală a acestuia.

Apoi, prin introducerea presiunii radiative induse de fiecare entitate :

$$p_r^{(g)} = \frac{\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2}{3}, \quad p_r^{(h)} = \frac{\rho_r^{(h)}(c^{(h)})^2}{3}$$

Putem considera atunci că entitatea purtată de metrică  $h$  numită energie întunecată și materie întunecată, ar putea fi atribuită unor mase negative care, în faza radiativă, s-ar supune aceleiași ecuații de stare :

$$\beta^{(h)} = \frac{\alpha^{(h)}}{3}$$

În aceste condiții, relația de conservare se exprimă întotdeauna, în forma sa radiativă, prin conservarea sumei celor două energii, cea a gazului de fotoni și cea a maselor negative :

$$\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 + \alpha^{(h)}(a^{(h)})^4 = \rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 = \text{Constante}$$

Soluția exactă a sistemului, pentru indicii de curbură  $k^{(g)} = k^{(h)} = -1$  și  $\Gamma^{(f)} = -\frac{8\pi G}{c^4}$  unde  $f \in \{g, h\}$  devine o soluție a următoarelor ecuații :

$$a^{(g)2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} = \frac{\Gamma^{(g)}}{2} E$$

$$a^{(h)2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} = -\frac{\Gamma^{(h)}}{2} E$$

Dacă presupunem că  $E < 0$  atunci  $a^{(g)} > 0$  și  $a^{(h)} < 0$ . Deci putem concluziona că partea vizibilă a universului nostru accelerează, în timp ce speciile negative decelera. Aici observăm efectul speciei negative dominante, care conduce la fenomenul de accelerare a

expansiunii cosmice, deoarece partea dreaptă a primei ecuații devine pozitivă ((Petit și D'Agostini 2021b)) :

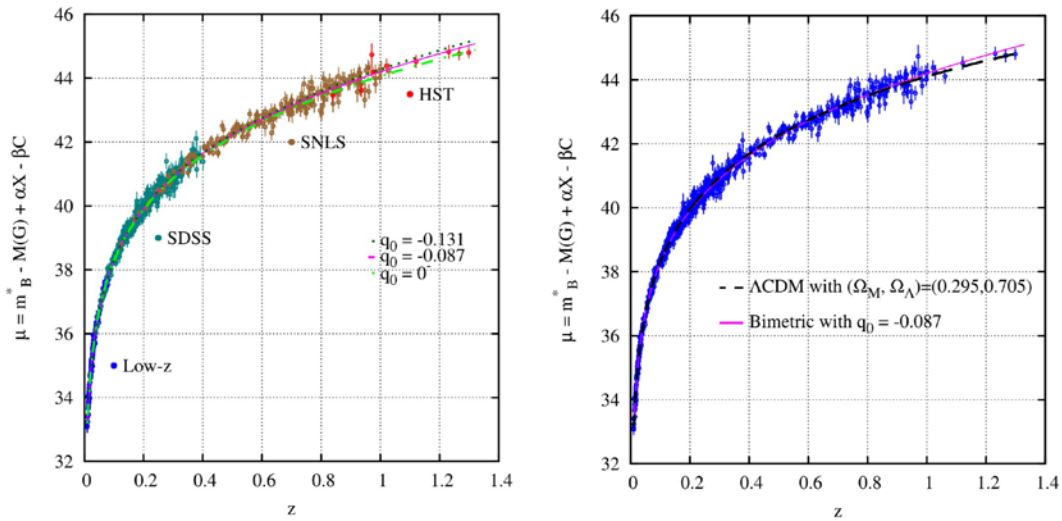


Figura 3.11 - Diagrama Hubble a celor două modele (deplasare spre roșu liniară)

Acest sistem cu două specii face posibilă consolidarea efectelor atribuite materiei și energiei întunecate într-o singură entitate compusă din mase negative care combină cele două acțiuni, așa cum este ilustrat de următoarea diagramă:

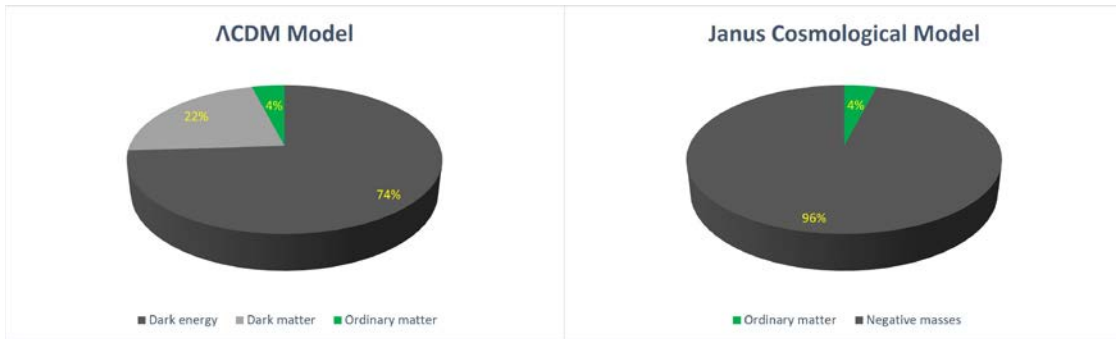


Figura 3.12 - Modeluri ale Universului

### 3.3.4.2 Verificarea locală a unui sistem staționar

În studiul universului, simplificăm adesea modelele pentru a le face mai ușor de gestionat. O simplificare obișnuită este aceea de a considera o mică regiune a spațiului ca fiind efectiv goală și izolată de complexitatea vastă a cosmosului. Această abordare este deosebit de utilă atunci când suntem interesați de fenomene care se produc în perioade scurte de timp, mult mai scurte decât scările de timp în care universul însuși se schimbă. În astfel de cazuri, putem utiliza metrici "independente de timp", ceea ce înseamnă că presupunem că structura spațiului nu se modifică în timp în timpul observației noastre.

Pentru a adăuga un pic de complexitate, introducem uneori în model

cea ce se numește "*perturbații*". Aceste perturbații sunt mici modificări ale spațiului, de altfel simplu, pe care îl luăm în considerare. Ele ne permit să studiem modul în care mici modificări sau perturbații pot afecta sistemul. În cazul nostru, aceste perturbații sunt reprezentate de termeni precum  $\gamma_{\mu\nu}^{(g)}$  și  $\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$  care semnifică mici deviații în structura geometrică a spațiului, reprezentând potențial diferite aspecte sau componente ale universului.

$$g_{\mu\nu}^{(g)} = \eta_{\mu\nu}^{(g)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(g)}, \quad g_{\mu\nu}^{(h)} = \eta_{\mu\nu}^{(h)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$$

Pentru metrice, avem :

$$(ds^{(g)})^2 = (c^{(g)})^2 dt^2 - (a^{(g)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

$$(ds^{(h)})^2 = (c^{(h)})^2 dt^2 - (a^{(h)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

În cosmologie, atunci când vorbim de "*condiții cvasi-staționare*", ne referim la o situație în care se presupune că anumite aspecte ale universului sunt relativ constante în perioada pe care o studiem. Mai exact, în acest context, se presupune că "*factorii de scară*" ai universului, care descriu modul în care dimensiunea universului se modifică în timp, sunt constanți. Aceasta este o aproximație utilă pentru studierea anumitor fenomene pe termen scurt.

Pentru a investiga fizica unui astfel de scenariu, folosim ceea ce se numește o "*expansiune în serie*" a ecuațiilor de câmp. Aceasta este o tehnică matematică prin care împărțim ecuațiile complexe în părți mai simple, mai ușor de gestionat. Cu toate acestea, ne concentrăm doar pe părțile cele mai semnificative - în acest caz, ignorăm termenii de ordinul doi și mai mare, deoarece aceștia au un impact minim asupra rezultatelor pentru scenariile la scară mică sau pe termen scurt.

Cele două ecuații simplificate care rezultă descriu comportamentul perturbațiilor în acest univers cvasi-staționar. Aceste ecuații implică termeni precum  $\varepsilon\gamma_{00}$  și  $\delta\rho$  care reprezintă mici modificări ale geometriei spațiului și, respectiv, ale densității materiei.

$$\varepsilon\gamma_{00|\beta|\beta}^{(g)} = -\Gamma^{(g)} \left[ \delta\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \left( \frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3 \delta\rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\varepsilon\gamma_{00|\beta|\beta}^{(h)} = \Gamma^{(h)} \left[ \delta\rho^{(h)} (c^{(h)})^2 + \left( \frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3 \delta\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 \right]$$

În plus, definim "*potențiale gravitaționale*" pentru fiecare componentă a universului, notate cu  $\psi^{(g)}$  și  $\psi^{(h)}$ . Aceste potențiale sunt legate de schimbările în geometria spațiului și sunt esențiale pentru înțelegerea efectelor gravitaționale în diferite regiuni sau componente ale universului (cum ar fi (36)).

$$\psi^{(g)} = \frac{(c^{(g)})^2}{2} \varepsilon\gamma_{00}^{(g)}, \quad \psi^{(h)} = \frac{(c^{(h)})^2}{2} \varepsilon\gamma_{00}^{(h)}$$

Se obține :

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(g)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = -\Gamma^{(g)} \frac{(a^{(g)})^2}{2} \left[ \delta \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \left( \frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3 \delta \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(h)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = \Gamma^{(h)} \frac{(a^{(h)})^2}{2} \left[ \delta \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 + \left( \frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3 \delta \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 \right]$$

În fizică, în special în studiul spațiului și al universului, așa cum am văzut în această secțiune 2.3.8, "ecuațiile geodezice" descriu modul în care obiectele se deplasează sub influența gravitației. În termeni simpli, aceste ecuații ne spun calea pe care o va urma un obiect atunci când se deplasează exclusiv sub influența gravitației. De exemplu, cum orbitează planetele în jurul stelelor sau cum cad obiectele pe Pământ.

În scenariul nostru, avem de-a face cu două straturi (sau straturi) diferite ale universului, fiecare cu propriile sale proprietăți. Primul strat, pe care îl putem considera ca fiind universul materiei obișnuite, urmează un set de reguli. Al doilea strat de mase negative, asociat cu materia întunecată și energia întunecată, urmează un alt set de reguli.

Următoarele două ecuații reprezintă modul de exprimare matematică a mișcării obiectelor în aceste două straturi diferite (stratul de materie obișnuită și, respectiv, cel de mase negative). Aceste ecuații se aseamănă cu ecuația Poisson clasică din fizică, care este utilizată pentru a descrie câmpurile gravitaționale. Cu toate acestea, ecuațiile au o caracteristică specială - ele iau în considerare "vitezele luminii" diferite în fiecare strat. Această modificare este crucială pentru explorarea teoriilor care depășesc înțelegerea noastră standard a fizicii.

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{(a^{(g)})^2} \frac{\partial \psi^{(g)}}{\partial \xi_\alpha}$$

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{(a^{(h)})^2} \frac{\partial \psi^{(h)}}{\partial \xi_\alpha}$$

Legile de interacțiune pe care le-am ales garantează că entitățile din straturile structurate prin metricile  $g$  și  $h$  se exclud reciproc (3.13).



Figura 3.13 - Legile de acțiune inter între mase

În consecință, putem considera o regiune în care este prezentă doar una dintre cele două entități. Concentrându-ne asupra cadrului de referință structurat de metrica  $g$  care este populat de materie obișnuită ca în sistemul solar, sistemul de ecuații de câmp cuplate se simplifică la :

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}G = \Gamma^{(g)}T_{\mu\nu}^{(g,g)}$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2}h_{\mu\nu}H = -\Gamma^{(h)}\sqrt{\frac{|g|}{|h|}}T_{\mu\nu}^{(g,h)}$$

Prima ecuație poate fi identificată cu ecuația lui Einstein fără constanta cosmologică  $\Lambda$ . Această ecuație reprezintă modelul standard al gravitației pentru materia obișnuită. A doua ecuație surprinde ceea ce am putea numi "*efectul geometriei induse*". Aceasta descrie modul în care geometria spațiului, influențată de prezența materiei obișnuite într-o sferă de rază  $r$  și densitate  $\rho^{(g)} = \rho$  afectează geodezicile stratului de masă negativă. În consecință, putem deduce că acest model bimetric, în care materia obișnuită dintr-un strat interacționează cu masele negative situate într-un al doilea strat, este în concordanță cu testele standard ale relativității generale la nivel local. Cu toate acestea, rămâne esențial să se verifice coerența acestui sistem în condiții staționare și neomogene.

### 3.3.4.3 Natura antimateriei primordiale

Urmând propunerile lui Saharov din (Saharov 1967), (Saharov 1980) și (Saharov 1979), să presupunem că perechea materie/antimaterie din primul strat al universului nostru este alcătuită din quarci și antiquarci de energie pozitivă. În același timp, perechea materie/antimaterie din al doilea strat ar fi alcătuită din quarcuri și antiquarcuri de energie negativă. Dacă sinteza materiei în primul strat (prima pereche) a fost mai rapidă, în timp ce sinteza antimateriei în al doilea strat (a doua pereche) a fost mai lentă, acest lucru ar putea conduce la ipoteza că obiectele situate în centrul marilor goluri din structura la scară largă a universului, așa cum indică fenomenul de respingere a dipolilor, sunt compuse din antimaterie. Această antimaterie include antiprotoni, antineutroni și antielectroni cu energie negativă, adică mase negative ((J. M. Souriau 1997)). Aceștia din urmă ar putea forma obiecte sferoidale compuse din antihidrogen (elemente ușoare) cu proprietăți de respingere similare unor protostele imense formate în timpul fazei radiative primordiale (la începutul universului).

Rețeaua lacunară de masă pozitivă confinează acest spațiu de densitate negativă, împiedicând fuziunea lor. În schimb, aceste conglomerate de masă negativă acționează ca puncte de ancorare pentru această rețea lacunară în universul de mase pozitive, asigurând stabilitatea globală.

Stelele cu masă pozitivă seamănă inițial cu niște aglomerări sferoidale de gaz, încălzite la temperaturi cuprinse între 1000 și 2000°C. Aceste protostele se răcesc treptat, emițând radiații în special în spectrele roșu și infraroșu. Pentru a se transforma în stele complete, materia și gazele trebuie să sufere contracția gravitațională, atingând temperaturi și densități suficient de mari pentru a iniția reacții de fuziune termonucleară. Acest proces de contracție eliberează energie termică, care este radiată la suprafața stelei sub formă electromagnetică, inclusiv lumină vizibilă. Această eliberare de energie este proporțională cu pătratul razei stelei. Stelele mai mari au suprafețe mai mari și pot disipa mai multă

căldură. Cu toate acestea, cantitatea de căldură produsă este proporțională cu cubul razei stelei, legată de volumul acesteia. Astfel, în cazul stelelor foarte masive, rata de răcire poate fi relativ lentă și poate dura mult timp până când temperatura atinge pragul necesar pentru a declanșa reacțiile de fuziune termonucleară care permit stelei să strălucească.

În lumea noastră pozitivă, se consideră că reacțiile de fuziune nucleară pot începe în inima unei protostele, atunci când temperatura atinge un nivel optim de aproximativ 10 milioane de grade Celsius. La această temperatură, nucleele de hidrogen, care constituie majoritatea materiei din protostar, dobândesc suficientă energie cinetică pentru a depăși bariera electrostatică datorată sarcinii lor pozitive. Atunci când această barieră este depășită, nucleele de hidrogen pot fuziona pentru a forma heliu, eliberând o cantitate considerabilă de energie radiantă și termică. Această temperatură optimă permite o reacție de fuziune nucleară mai eficientă, producând strălucirea caracteristică stelelor.

De exemplu, o protostea foarte masivă și foarte fierbinte cu masă negativă poate avea nevoie de mult timp pentru a se răci suficient pentru a începe reacțiile de fuziune, deoarece procesul de contracție al protostelei trebuie să genereze suficientă căldură pentru a compensa pierderea de căldură de la suprafață.

Ca urmare, aceste protostele foarte masive cu masă negativă au timpi de răcire atât de lungi încât nu se vor aprinde niciodată (depășind vârsta universului). Ca urmare, nu se poate forma nicio galaxie, niciun element greu, nicio moleculă sau orice altă formă de materie necesară pentru dezvoltarea vieții în lumea negativă.

#### 3.3.4.4. Simulări digitale 2D

Simulările numerice bidimensionale au fost efectuate folosind două seturi de 5000 de puncte de masă, reprezentând clustere de materie obișnuită (densitatea populației  $\rho^{(g)}$ ) și mase negative (densitatea populației  $\rho^{(h)}$ ).

S-a menținut o asimetrie semnificativă între cele două populații, cu  $|\rho^{(h)}|$  fiind mult mai mare decât  $\rho^{(g)}$ . În plus, pentru ambele seturi au fost aplicate distribuții de viteze termice Maxwelliene 2D, viteza medie a distribuției de masă negativă fiind de patru ori mai mare decât cea a materiei obișnuite.

Aceste simulări au evidențiat o structură lacunară de mase negative în centrele marilor goluri din structura la scară largă a universului. Deoarece timpii Jeans variază invers cu rădăcina pătrată a densității, timpul de dezvoltare a distribuției de masă negativă este mai scurt. Acest lucru duce la formarea unei rețele regulate de conglomerate sferoidale. Prin urmare, distribuția de materie obișnuită este forțată să ocupe spațiul rămas, ceea ce duce la o structură lacunară similară unui set de bule de săpun unite în simulări tridimensionale. Acest model a fost observat și de Brennen în 1995 (Brennen 1995) (figurile 3.14 și 3.15), citat de El-Ad în 1997 ((El-Ad, Piran și Costa 1997)).



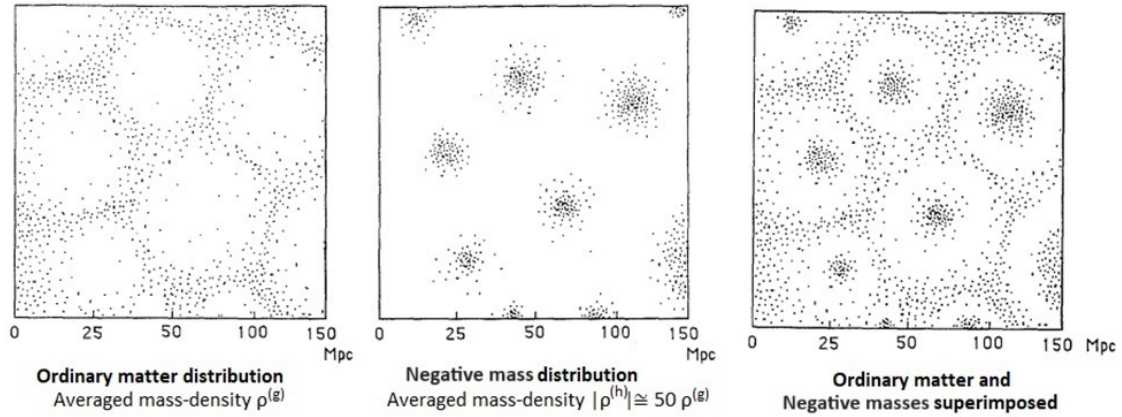


Figura 3.14 - Distribuția a materiei obișnuite și a masei negative atunci când  $|\rho^{(h)}| \gg \rho^{(g)}$

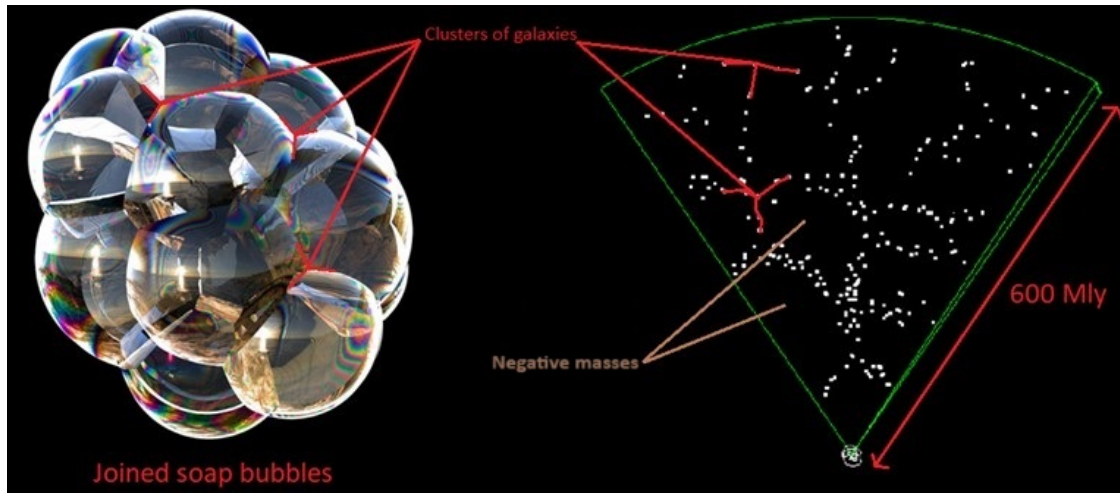


Figura 3.15 - Structura lacunară sferică tură

Este important de luat în considerare faptul că în cadrul masei negative nu avem date observaționale care să fie comparate cu predicțiile numerice potențiale, cu excepția efectelor geometrice induse de acest cadru de referință (cel al masei negative) prin fenomenele de lentilă gravitațională, așa cum sunt structurate de metrica  $g_{\mu\nu}$ . În consecință, presiunea derivată din ecuația diferențială TOV (Tolman - Oppenheimer - Volkoff) ((Adler, Bazin și Schiffer 1975)) în spațiul-timp structurat de metrica  $h_{\mu\nu}$  va rămâne întotdeauna ipotetică. În consecință, nu este practic să încercăm să structurăm tensorul de interacțiune  $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$  al celei de-a doua ecuații de câmp (34b). Într-adevăr, nu vom putea niciodată să comparăm rezultatele obținute prin calcularea geodezicilor lui  $h_{\mu\nu}$  cu datele observaționale legate de mișcarea particulelor cu masă negativă. În schimb, va trebui să lucrăm cu o funcție  $\beta(r)$  funcție (care nu este legată de presiunea negativă) doar pentru a garanta existența unei soluții în acest cadru de referință. Cel mai important aspect este să ne asigurăm că derivata covariantă a tensorului său de interacțiune este zero (37). Pentru a înțelege pe deplin acest efect al geometriei induse, trebuie să ne plasăm în contextul sistemului cu două ecuații de câmp cuplate ale modelului. Este important să ne

amintim că acesta structurează o hipersuprafață 4D în funcție de 2 metrice asociate cu 2 straturi distincte de spațiu-timp. Fiecare tip de masă este asociat cu propria metrică, ceea ce implică faptul că o masă creează întotdeauna o curbura pozitivă în spațiu-timp conform propriei sale metrici (în care masa emite fotoni de energie vizibilă) și întotdeauna o curbura negativă în metrica conjugată (în care masa emite fotoni de energie invizibilă), după cum se poate observa în figura 3.16 următoare.

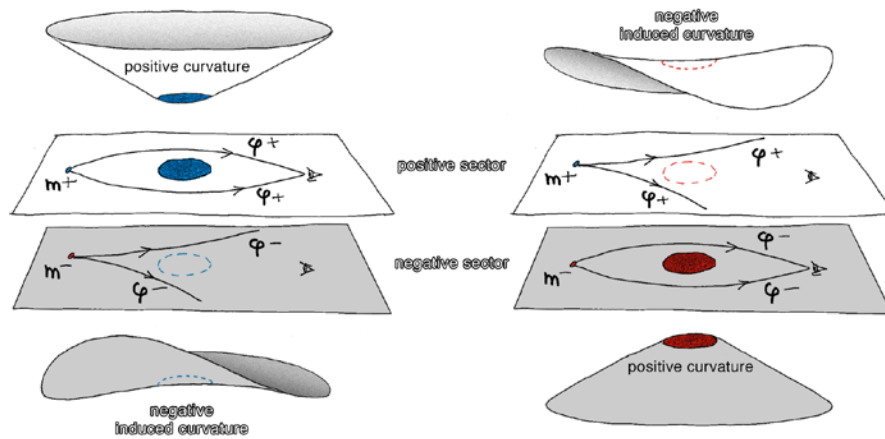


Figura 3. 16 - Efectul geometriei induse

În partea stângă a figurii 3.16, obiectul albastru masiv aparținând universului pozitiv creează o curbura pozitivă. Ca urmare, acesta produce un efect de lentilă gravitațională pozitivă asupra imaginii unei mase pozitive mici  $m^+$  provocând fotoni de energie pozitivă  $\phi^+$  în jurul obiectului albastru masiv. Cu toate acestea, acest obiect masiv induce o curbura negativă în universul negativ. În consecință, chiar dacă este invizibil, masa sa aparentă în universul negativ este resimțită ca fiind negativă.

În schimb, în partea dreaptă a figurii 3.16, obiectul masiv roșu aparține universului negativ. Acesta creează o curbura pozitivă în raport cu propriul său cadru de referință (și nu o curbura negativă). Acest obiect masiv induce o curbura negativă care este percepută în universul nostru, chiar dacă fotonii săi de energie sunt invizibili. Prin urmare, concluzionăm că masa sa aparentă este negativă. Acest lucru se datorează faptului că el produce un efect de lentilă gravitațională negativă asupra imaginii unei mase mici  $m^+$  provocând fotoni de energie pozitivă  $\phi^+$  în jurul obiectului masiv negativ invizibil, al cărui efect gravitațional este întotdeauna prezent.

Putem deduce mai multe corolare din conceptul de masă negativă:

- Practic, nu există masă negativă (și, prin urmare, nu există energie negativă). Cel puțin, "negativitatea masei" (și "negativitatea energiei", deoarece cele două sunt evident legate) nu este o proprietate fizică intrinsecă a unei "particule cu masă negativă". De fapt, "negativitatea" sau "pozitivitatea" masei este pur și simplu o cantitate de curbura măsurată local în spațiu-timp de către un observator. Semnul acestei curbură este relativ la cadrul de referință al hipersuprafeței sau al metricii în

care este măsurată această masă. Este, de fapt, o masă aparentă a cărei prezență este dezvăluită doar de curbura pe care o induce în spațiu-timp.

Cu alte cuvinte, toate particulele cu masă din univers au o masă inerțială exclusiv pozitivă, dar masa lor gravitațională este relativă. Semnul masei lor gravitaționale este opus (pozitiv sau negativ) în funcție de perspectiva adoptată: o masă distorsionează spațiul-timp în metrica proprie, inducând o anumită curbură care este întotdeauna pozitivă. Cu toate acestea, ea va fi percepută ca masă aparentă în universul opus, din care un observator va percepe această curbură ca fiind negativă. Acest lucru se datorează naturii cuplate a ecuațiilor de câmp și are ca rezultat un efect numit *curbură conjugată*. Acesta ar putea fi descris ca fiind "*aceeași masă care induce două curburi opuse*".

De exemplu, Pământul, așa cum este văzut din cadrul nostru de referință, are o masă pozitivă. Printr-un proces necunoscut, imaginați-vă că ați putea să vă inversați energia (să vă inversați masa). Pământul (și toate stelele de pe cer) ar dispărea, deoarece nu ați mai putea percepe fotoni de energie pozitivă. Cu toate acestea, puteți încă percepe și măsura curbura pe care aceasta continuă să o inducă în spațiu-timp. Făcând această măsurătoare, ați detecta că Pământul, acum invizibil, are o masă negativă.

Cu toate acestea, nu există universuri distincte de energii pozitive și universuri de energii negative. Este pur și simplu o alegere arbitrară de nomenclatură. Cele două sunt echivalente. Prin convenție, numim universul pozitiv sectorul în care trăim. Inversarea săgeții timpului nu înseamnă că începem să trăim "*cu susul în jos*" și că devenim mai tineri. Ea se manifestă fizic prin inversarea energiilor particulelor. Încă o dată, această inversare este o observație relativă. În practică, ea se traduce printr-o deplasare în universul opus.

- Este important de menționat că particulele de energie negativă (și fotonii lor) nu pot fi detectate de instrumentele optice, deoarece ele urmează geodezice proprii.  $h_{\mu\nu}$  distincte de geodezicele metricii noastre  $g_{\mu\nu}$ . Prin urmare, există două seturi de geodezice care nu se "*intersectează*" niciodată. Deoarece speciile cu energie pozitivă și cele cu energie negativă nu se pot vedea reciproc și evoluează de-a lungul a două familii distincte de geodezice, cele două cadre de referință spațio-temporale în care acestea se află se numesc cadru de referință cu masă pozitivă și, respectiv, cadru de referință cu masă negativă. Prin urmare, acestea sunt două cadre de referință în cadrul aceleiași hipersuprafețe 4D, structurate de două ecuații de câmp cuplate, mai degrabă decât de una singură. Cu toate acestea, chiar dacă masele negative sunt invizibile pentru noi, deoarece nu interacționează electromagnetic cu universul nostru și nu fac schimb de fotoni, ele își dezvăluie prezența doar printr-un efect antigravitațional, deoarece induc curburi opuse în spațiu-timp.
- Masele negative sunt foarte răspândite în univers, dar proporțiile lor variază în funcție de regiunea spațială în care ne aflăm și ele există doar pentru a contribui la stabilitatea acestuia printr-un efect antigravitațional. Universul este definit de un spațiu-timp unic, structurat prin două metrici care ne permit să măsurăm lungimea

sau distanța dintre două puncte din acest spațiu-timp în două moduri diferite, utilizând două seturi distincte de puncte de referință (trei puncte de referință spațiale și un punct de referință temporal). În scopuri didactice, ne putem gândi la acest spațiu-timp ca la o foaie de hârtie cu două grile diferite pe fiecare dintre cele două pagini.

### 3.3.5 Perspective pentru viitor

Abordarea științifică a înțelegerii unui fenomen poate fi rezumată la capacitatea de a-l reproduce și măsura. Este important de reținut că este perfect posibil să se demonstreze în laborator fenomenul de inversare a masei prin inversarea unei cantități infinitezimale de materie, cu condiția să se poată induce o perturbare semnificativă a acestei materii prin producerea unor parametri electromagnetici de ordinul a câteva zeci de milioane de teslas pe o perioadă foarte scurtă de timp, folosind, de exemplu, explozibili. Uniunea Sovietică a produs deja 100 de milioane de amperi prin comprimarea unui flux magnetic cu ajutorul unor explozibili în anii 1950, folosind un generator magneto-cumulativ ((Pavlovskii 1994)). Ar fi apoi posibil să se demonstreze această inversiune de masă prin măsurarea undelor gravitaționale emise și detectate de interferometrele laser Virgo și Ligo.

O unificare a teoriei relativității cu mecanica cuantică ar fi posibilă numai prin cuantificarea gravitației. Cu toate acestea, în Teoria Relativității nu există niciun concept de cuantificare a energiei, cu excepția echivalenței masă-energie, deoarece ecuația de câmp a lui Einstein nu descrie în mod fundamental particulele. Acesta este motivul pentru care teoria corzilor este singura abordare contemporană acceptată și acceptabilă pentru a reduce decalajul dintre Relativitate și mecanica cuantică. Cu toate acestea, unificarea este imposibilă în urma acestei abordări, deoarece mecanica cuantică consideră forțele în termeni de câmpuri, iar în aceste câmpuri este nevoie de o particulă pentru a transmite interacțiunea. De exemplu, fotonul este particula elementară care transmite câmpul electromagnetic, iar cuantificarea sa este posibilă datorită includerii sarcinilor electrice pozitive și negative. Pe de altă parte, singura particulă care reiese din teoria corzilor pentru a transmite gravitația este gravitonul, dar această pseudo-particulă nu a fost niciodată observată experimental. Într-adevăr, conceptul de gravitație cuantică rămâne speculativ în acest model. O conjectură alternativă pentru cuantificarea gravitației la scară cuantică ar fi să se ia în considerare existența unor mase de semne opuse care prezintă proprietăți de respingere în modelul de calcul, similar modelului fotonilor cu sarcini electrice de semne opuse pentru a transmite interacțiunea.

## 4 Contribuție la cosmologie și fizica particulelor

### 4.1 Introducere la grupurile dinamice

*Teoria sistemelor dinamice este o ramură a matematicii care se concentrează pe studiul mișcării și al schimbărilor în timp. Aceasta urmărește să înțeleagă modul în care sistemele evoluează în funcție de condițiile inițiale și de forțele externe care acționează asupra lor. Geometria simplctică este o integrare a teoriei sistemelor dinamice și a geometriei*

diferențiale, care studiază formele și proprietățile spațiilor curbe, în special modul în care aceste spații se deformează și se îndoaie sub influența forțelor externe. Acest domeniu, care își are rădăcinile în mecanica hamiltoniană, examinează obiecte matematice numite "*varietăți simplectice*", care au o structură unică ce permite măsurarea mărimilor. Spre deosebire de geometria Riemanniană, care utilizează un tensor metric pentru a măsura lungimi și unghiuri, geometria simplectică utilizează o formă matematică numită "*formă simplectică*" pentru a măsura suprafețele.

Jean-Marc Souriau a fost un pionier de frunte al geometriei topologice simplectice. El a dezvoltat conceptul de cuantificare geometrică, transformând cantitățile fizice fundamentale, cum ar fi energia și impulsul, în obiecte pur geometrice. Activitatea lui Souriau a dat un sens fizic inversării săgeții timpului în modelul nostru cosmologic ((Bergmann și Einstein 1938), (Kaluza 1921)).

## Ce este un grup?

În termeni matematici, se referă la anumite matrici care acționează asupra altor matrici. Dar, din punct de vedere fizic, ce reprezintă?

Potriviți lui J-M Souriau, un grup este creat pentru a fi transportat, iar metoda de transport este mai importantă decât entitatea transportată: "*Spune-mi cum te miști și îți voi spune cine ești*".

Ne concentrăm în principal pe grupurile Lie (a se vedea (Bourbaki 2006)), care sunt atât grupuri, cât și varietăți diferențiale (*spații curbe* proiectate local pe un spațiu euclidian  $n$ -dimensional). Acestea sunt esențiale pentru descrierea mișcărilor și transformărilor în spațiu. Două grupuri cheie sunt grupul ortogonal  $O(3)$  și grupul euclidian  $E(3)$  :

- **Grupul ortogonal  $O(3)$**  este utilizat pentru a descrie rotațiile și simetriile în trei dimensiuni, păstrând distanțele în spațiu. Acesta include un subgrup esențial numit  $SO(3)$ , grupul de rotație, care se ocupă de rotațiile în jurul unei axe.
- **Grupul euclidian  $E(3)$**  descrie mișcările tridimensionale, cum ar fi rotațiile, simetriile și translațiile. Pe baza grupului ortogonal  $O(3)$ , acesta poate fi descompus într-o forță și un cuplu aplicat unui obiect în mecanica solidă. Acesta este un grup în care teorema lui Pitagora poate fi utilizată pentru a calcula distanța dintre două puncte. Acest grup transformă un punct cu coordonate  $x, y, z$  într-un nou punct cu coordonatele  $x', y', z'$ . Caracteristica unică a acestui grup dinamic este capacitatea sa de a genera o familie de obiecte geometrice invariante în cadrul grupului. De exemplu, o linie supusă translației rămâne o linie, ceea ce o face un obiect geometric unidimensional invariant. O sferă este un exemplu perfect de obiect simetric tridimensional. Proprietatea sa unică este că rămâne neschimbată în cazul rotațiilor în jurul centrului său, demonstrând simetria rotațională. În termeni geometrici, acest lucru înseamnă că o sferă trece prin ea însăși în timpul oricărei mișcări de rotație, păstrându-și proprietățile geometrice în mod constant în fiecare punct. În fizică, în special în studiul spațiului-timp în relativitatea generală, soluția Schwarzschild este

un concept important. Aceasta descrie câmpul gravitațional din exteriorul unei mase sferice simetrice, care nu se rotește, cum ar fi o gaură neagră. Metrica Schwarzschild, o soluție a ecuațiilor de câmp ale lui Einstein, este invariantă la rotații și translații în timp și spațiu, asemănătoare invarianței observate în geometria euclidiană, dar aplicată la spațiu-timpul curbat al relativității generale. În spațiu-timpul Schwarzschild, geodezicele sunt determinate de curbura spațiu-timpului, care este descrisă de metrica Schwarzschild. Pentru un obiect care se deplasează de-a lungul unei geodezice, anumite mărimi, cum ar fi momentul său unghiular și energia sa în raport cu masa care determină curbura spațiu-timpului, sunt conservate. Această conservare este rezultatul simetriilor spațiului-timp, analogă cu legile de conservare din mecanica clasică.

Prin urmare, grupurile Lie descriu mișcările în spațiu, păstrând distanțele și lungimile. Ele sunt grupuri izometrice atunci când proprietățile geometrice ale obiectelor în mișcare rămân neschimbate (distanțe și unghiuri) în spațiu în timpul unei transformări. Rotațiile sunt exemple de simetrii în spațiul tridimensional, deoarece nu modifică proprietățile geometrice ale spațiului. De exemplu, rotirea unui cub nu modifică distanțele dintre vârfurile sale. Cu alte cuvinte, proprietățile geometrice ale obiectului rămân neschimbate, chiar dacă poziția acestuia a fost modificată.

Conform teoriei relativității speciale, în loc să trăim într-un spațiu euclidian tridimensional  $[x, y, z]$  cu o semnătură  $(+++)$  în care timpul este o entitate separată, noi existăm de fapt într-un spațiu-timp cvadridimensional în care cele trei dimensiuni spațiale sunt perpendiculare pe o dimensiune temporală  $[t, x, y, z]$  numită spațiu Minkowski, a cărei semnătură este  $(-+++)$ .

Grupul dinamic asociat cu acest spațiu este grupul Poincaré. Acesta permite generarea unor mișcări particulare, cum ar fi mișcarea particulelor fără masă, cum ar fi fotonii (care nu sunt niciodată în repaus, ci se deplasează întotdeauna cu viteza luminii, nefiind afectate de gravitație în ceea ce privește viteza, ci doar modificabile în ceea ce privește energia) și o familie de particule cu masă diferită de zero. Acest grup dinamic, aplicat relativității restrânse, include mișcarea maselor sau a fotonilor cu o posibilă inversare a săgeții timpului, adică dinspre trecut spre viitor și invers, și poate fi reprezentat sub formă de matrice după cum urmează:

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Unde  $L$  este matricea grupului Lorentz care descrie modul în care se modifică coordonatele spațiu-timp între diferite cadre de referință inerțiale. Aceste transformări includ rotații în spațiu, precum și transformări Lorentz (boost-uri), care sunt modificări ale cadrelor de referință care se deplasează cu o viteză constantă una față de cealaltă.  $C$  este un vector care corespunde translațiilor spațiu-timp în  $\mathbb{R}^{1,3}$ .

De fapt, jumătate din elementele grupului dinamic inversează timpul, ceea ce înseamnă că, dacă luăm în considerare un element spațiu-timp, cum ar fi o masă sau un foton, și aplicăm o mișcare temporală din trecut în viitor, putem efectua aceeași mișcare în sens opus folosind grupul Poincaré. Prin urmare, conform teoriei lui Souriau din lucrarea sa "*Structura sistemelor dinamice*" ((Kaluza 1921)),

dacă grupul dinamic poate face ca fotonii sau masele să se deplaseze cu o săgeată a timpului în direcția opusă, atunci energia lor și, prin urmare, masa lor, pot fi, de asemenea, inversate. *N.B.*: Grupul Poincaré restrâns se ocupă exclusiv de mișcarea relativistă "ortocronă" în patru dimensiuni ale spațiului Minkowski, trecând din trecut spre viitor. Forma sa matriceală include submatricea Lorentz  $L_0$  după cum urmează:

$$\begin{pmatrix} L_0 & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Putem considera acum aceste mișcări cu energie și masă negative și o săgeată a timpului opusă ca făcând parte din fizică? Pot fi ele măsurate sau observate?

Particulele cu energie negativă emit fotoni de energie negativă, deci nu pot fi observate sau măsurate optic. Cu toate acestea, a fost observat și măsurat faptul că expansiunea universului se accelerează din cauza presiunii negative legate de energia întunecată ((Perlmutter et al. 1999)). Presiunea este o densitate de energie pe unitatea de volum.

Așadar, expansiunea universului este direct legată de energia negativă. Acest lucru sugerează că o parte substanțială a universului, definită în prezent ca materie întunecată cu energie întunecată, afectează această expansiune prin efectul gravitațional. Prin urmare, această abordare dinamică și geometrică oferă un răspuns la originea și natura sa. Aceasta ar putea conține mase sau fotoni încărcăți cu energie negativă.

## 4.2 Diverse simetrii asociate fiecărui operator de inversare

Grupul Poincaré restrâns tratează mișcarea relativistă în patru dimensiuni ale spațiului Minkowski. Grupul Poincaré este grupul conform următoarei matrice :

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

unde  $C$  este vectorul care corespunde translațiilor spațiu-timp în  $\mathbb{R}^{1,3}$  :

$$C = \begin{pmatrix} \Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

Ea acționează asupra punctelor din spațiul Minkowski:

$$\xi = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Acest grup cu 10 dimensiuni este grupul de izometrie al acestui spațiu, definit de metrica sa :

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Grupul Lorentz în funcție de sub-matricea sa  $L$  aparținând spațiului  $\mathcal{L}$  are patru componente conectate:

- $\mathcal{L}_n$  componenta neutră, nu inversează nici spațiul, nici timpul.
- $\mathcal{L}_s$  inversează spațiul.
- $\mathcal{L}_t$  inversează timpul, dar nu și spațiul.
- $\mathcal{L}_{st}$  inversează atât spațiul, cât și timpul.

Primele două componente sunt grupate împreună pentru a forma subgrupul cunoscut sub numele de grup "ortocron" sau grup Lorentz restrâns:

$$\mathcal{L}_o = \mathcal{L}_n \cup \mathcal{L}_s$$

Ultimele două componente formează setul "anticron", ale cărui componente inversează timpul:

$$\mathcal{L}_a = \mathcal{L}_t \cup \mathcal{L}_{st}$$

Rețineți că :

$$\mathcal{L}_t = -\mathcal{L}_s \quad \mathcal{L}_{st} = -\mathcal{L}_n$$

$$\mathcal{L}_{st} = -\mathcal{L}_n \quad \mathcal{L}_t = -\mathcal{L}_s$$

### 4.3 Grupul de dinamică Lorentz

Aplicarea acțiunii coadjuncte a unui grup dinamic la dublul algebrei sale Lie, inițiată de matematicianul Jean-Marie Souriau, a pus în lumină anumite aspecte ale abordării urmate în fizică. Grupul dinamic Lorentz restrâns, limitat la cele două componente ortocronice ale sale, transpune aspecte ale relativității speciale prin proprietățile de invarianță rezultate. În 1970, J-M Souriau a stabilit că analiza componentelor momentului său evidențiază natura geometrică a unui spin (necuantificat) ((J. M. Souriau 1964) (J. M. Souriau 1997)). Grupul Lorentz are două componente ortocronice conectate, și anume prima componentă neutră, care conține elementul neutru al grupului, și a doua componentă enantiomorfă, care inversează spațiul sinonim cu *simetria P*. În teoria grupurilor dinamice, devine evidentă o clasificare în termeni de mișcări. În acest stadiu, acțiunea acestor elemente de inversare a spațiului este ilustrată în fenomenul polarizării luminii, unde orice foton "drept" poate fi transformat într-un foton "stâng". Acest grup poate fi reprezentat printr-o familie de matrici  $4 \times 4$   $L$  definite axiomatice sub forma  $L^T G L = G$  unde  $L^T$  este transpunerea matricii Lorentz  $L$  și  $G$  este matricea metrică Minkowski, numită adesea matrice Gram în acest context. În relativitatea specială, aceasta este reprezentată în general printr-o matrice diagonală cu elemente  $\text{diag}(1, -1, -1, -1)$ . Această ecuație înseamnă că transformarea Lorentz păstrează produsul scalar Minkowski, o condiție esențială pentru coerența teoriei relativității restrânse.



#### 4.4 Grupul dinamic Poincaré restrâns

Produsul grupului Lorentz cu grupul de translație spațiu-timp ne permite să construim grupul dinamic Poincaré restrâns, limitat întotdeauna la cele două componente ortocronale ale sale. În momentul său, găsim mai întâi energia legată de subgrupul de translații temporale. Apoi impulsul, legat de translațiile spațiale, cele două fiind legate prin invarianța modului cvadri-veicului energie-impuls sub acțiunea grupului Lorentz. Matricea asociată cu acest grup trebuie să includă submatricea Lorentz "ortocronă"  $L_o$  de dimensiune  $3 \times 3$  precum și vectorul de translație  $C$  și componente suplimentare pentru a completa structura sa (a se vedea (45)).

#### 4.5 Grupuri dinamice restrânse Kaluza și Janus

Prin adăugarea unei translații de-a lungul unei a cincea dimensiuni la grupul Poincaré restrâns, formăm un grup Lie pe care îl numim *Grupul Kaluza restrâns* ((Bergmann, Bergmann și Einstein 1941), (Bergmann 1942), (Bergmann și Einstein 1938), (Kaluza 1921), (Klein 1926)). Acest grup nu este grupul Kaluza cu 15 dimensiuni asociat unei varietăți lorentziene cu 5 dimensiuni, ci un nou grup cu 5 dimensiuni care numără doar translațiile. Această nouă dimensiune conferă impulsului un scalar suplimentar care poate fi identificat cu sarcina electrică  $q$  care este pozitivă, negativă sau zero, și care este încă necuantificată. Demonstrăm apoi translația geometrică în funcție de un scalar  $\phi$  dând maselor o sarcină electrică invariantă. Apoi, prin introducerea unei noi simetrii care reflectă inversarea celei de-a cincea dimensiuni, sinonimă cu inversarea scalarului de la  $q$  la  $-q$  dublăm numărul de componente conectate de la 2 la 4. Acțiunea asupra momentului leagă apoi această nouă simetrie de inversiunea sarcinii electrice  $q$ . Se obține astfel modelul geometric de conjugare a sarcinilor sau *simetria C*, care traduce simetria materie-antimaterie introdusă de Dirac. Prin urmare, este logic să numim această nouă extensie *Grupul Janus restrâns*.

#### 4.6 Dynamic Janus Group

Prin introducerea unei noi simetrii în grupul anterior, pe care o descriem ca fiind *simetria T* și care transformă materia în antimaterie cu masă negativă - un concept pe care l-am putea numi *antimaterie în sensul lui Feynman* - construim *grupul dinamic Janus*. În acest fel, dublăm numărul de componente conectate de la patru la opt, grupate în două subansambluri: "ortocronă", care păstrează proprietățile de timp și energie, și "anticronă", care inversează timpul și energia. Ca urmare, punem în evidență translația geometrică care constă în înzestrarea maselor cu o sarcină electrică invariantă. După cum a demonstrat Jean-Marie Souriau, un pionier al teoriei grupurilor dinamice, încă din 1970 ((J. M. Souriau 1964), (J. M. Souriau 1997)), această abordare a permis conferirea unei naturi pur geometrice unor elemente-cheie care au marcat progresul fizicii relativiste.

Iată matricea asociată grupului dinamic Janus, din care este posibilă reconstituirea tuturor grupurilor de simetrie:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} (-1)^\mu & 0 & \phi \\ 0 & T^\lambda S^\nu L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in \{0,1\}, \phi \in \mathbb{R}, L \in \mathcal{L}, C \in \mathbb{R}^{1,3} \right\}$$

- **Simetrie P:**

Trebuie să aplicăm  $\mu = 0, \lambda = 0$  și  $\nu = 1$  apoi obținem :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Acest operator de simetrie corespunde inversiunii spațiului, unde se consideră un element al celei de-a doua componente conectate a grupului ortocron. Această simetrie este cea care inversează elicitatea unui foton, transformând un "foton de dreapta" într-un "foton de stânga", ceea ce corespunde fenomenului de polarizare a luminii.

- **Simetria C:**

Trebuie să aplicăm  $\mu = 1, \lambda = 0$  și  $\nu = 0$ .

Pornind de la elementul  $L_n$  al grupului Lorentz restrâns ortocronic, inversând a cincea dimensiune care poartă sarcina electrică  $q$  obținem operatorul "simetrie C" sau "conjugare de sarcină" (cuantică) :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Această simetrie este cea care reprezintă transformarea "Materie-Antimaterie".

- **Simetrie T:**

Trebuie să aplicăm  $\mu = 0, \lambda = 1$  și  $\nu = 0$ .

Această operație înlătură simetria C ( $Jan_{11} = 1$ ) și simetria P ( $Jan_{22} = -L_s$ ) după cum urmează:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_t & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Simetria CP:**

Trebuie să aplicăm  $\mu = 1, \lambda = 0$  și  $\nu = 1$ .

Această operație adaugă simetria C ( $Jan_{11} = -1$ ) și simetria P ( $Jan_{22} = L_s$ ) după cum urmează:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

*NB: Se poate deduce și prin eliminarea simetriei T ( $Jan_{22} = L_s$ ) din simetria CPT folosind această operație :  $CP = T \cdot CPT$*

- **Simetria CPT:**

Trebuie să aplicăm  $\mu = 1, \lambda = 1$  și  $\nu = 1$ .

Știm că elementul  $L_n$  al grupului neutru nu inversează nici timpul, nici spațiul, deci elementul  $Jan_{22} = -L_n$  element inversează atât spațiul, cât și timpul pentru a forma operatorul de simetrie PT. Cu toate acestea, dacă adăugăm simetria C ( $Jan_{11} = -1$ ), formăm grupul Janus CPT cu simetrie de sarcină, după cum urmează:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Simetria PT:**

Trebuie să aplicăm  $\mu = 0, \lambda = 1$  și  $\nu = 1$ .

Prin eliminarea simetriei C ( $Jan_{11} = 1$ ) din simetria CPT folosind această operație :  $PT = C \cdot CPT$  se obține :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Simetria CT:**

Trebuie să aplicăm  $\mu = 1, \lambda = 1$  și  $\nu = 0$ .

Prin eliminarea simetriei P ( $Jan_{22} = -L_s$ ) din simetria CPT în urma acestei operații :  $CT = P \cdot CPT$  se obține :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Operator neutru:**

Trebuie să aplicăm  $\mu = 0, \lambda = 0$  și  $\nu = 0$ .

Obiectul se deplasează prin cele cinci dimensiuni fără a-și schimba natura. Se ia în considerare

numai elementul neutru al subgrupului "ortocron" ( $Jan_{22} = L_n$ ) :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Este important de menționat că Feynman consideră că aplicarea simetriei  $PT$  la mișcarea particulelor duce la crearea antimateriei prin aplicarea *simetriei C*. În consecință, simetria  $PT$  este echivalentă cu *simetria C*, ceea ce înseamnă că o particulă de materie "văzută într-o oglindă" și care se mișcă înapoi în timp este antimaterie.

Această perspectivă rezultă din lucrarea lui Weinberg, "*Teoria cuantică a câmpurilor*", în secțiunea 2.6, intitulată "*Inversarea spațiului și inversarea timpului*" ((Weinberg 2000)). De fapt, se aplică o alegere arbitrară pentru operatorul de inversiune  $T$ , ceea ce face ca operatorul  $CPT$  să devină identitate.

Astfel, având în vedere că  $CPT = I$  rezultă că  $PT = PT \cdot I = PT \cdot CPT = C$ . Prin urmare, punctul de vedere al lui Feynman se bazează în primul rând pe mecanica cuantică, unde teoreticienii cuantici fac alegeri a priori complet arbitrare cu privire la operatorii  $P$  și  $T$ , constrânși de "*necesitatea de a evita apariția stărilor de energie negativă (considerate nefizice)*". În consecință, operatorul  $P$  trebuie să fie liniar și unitar, iar operatorul  $T$  antiliniar și antiunitar. Și pentru a încheia adăugând la pagina 104 că: "*Nu se cunosc exemple de particule care să furnizeze reprezentări neconvenționale ale inversiunilor, astfel încât aceste posibilități nu vor fi explorate în continuare aici. De acum înainte, se va presupune că inversiunile au acțiunea convențională descrisă în secțiunea 2.6*".

Stările de energie negativă (asociate cu presiunea negativă) există pentru că sunt responsabile de accelerarea expansiunii cosmice, așa cum reiese din lucrarea lui Perlmutter, laureat al Premiului Nobel în 2011 ((Perlmutter et al. 1999)). Cu toate acestea, la momentul apariției teoriei cuantice a câmpurilor, acest fenomen nu era încă cunoscut. În consecință, pentru Feynman, prezența operatorului de inversare a timpului  $T$  în *simetria* sa globală  $PT$  nu duce la inversarea masei, ci transformă materia în antimaterie cu masă pozitivă prin inversarea sarcinii prin *simetria C*.

Din perspectiva grupului Janus, pornind de la mișcarea unei particule cu masă pozitivă în spațiul cu 5 dimensiuni, *simetria C* (purtată de inversarea celei de-a cincea dimensiuni) transformă această particulă (această mișcare) într-o antiparticulă cu masă pozitivă pe care o putem numi "*antiparticulă de tip Dirac*". Pe de altă parte  $PT$  aplicată unei particule produce o *antiparticulă* cu energie și masă negative, datorită *simetriei T*, care poate fi numită "*antiparticulă de tip Feynman*". Echivalența  $PT = C$  conform lui Feynman nu mai este aplicabilă.

## 4.7 Implicații

Contribuțiile semnificative ale acestui studiu afectează în principal domeniile mecanicii cuantice și cosmologiei:

- Un aspect notabil **al mecanicii cuantice** este inversarea energiei și a masei anumitor obiecte. Acest lucru conduce la explorarea a două categorii de antimaterie:

un tip de antimaterie cu masă pozitivă rezultată din *simetria C*, cunoscută sub numele de *antimaterie în sensul lui Dirac*, este cea produsă în laborator și s-a demonstrat recent că se comportă în același mod ca și materia obișnuită sub influența gravitației ((Anderson 2023)). Cealaltă, provenită din *simetria PT* cu masă negativă, cunoscută sub numele de *antimaterie în sensul Feynman*, corespunde antimateriei primordiale situate între galaxii și se găsește în special sub formă de conglomerate în *Marele Deflector* ((Hoffman et al. 2017))). Se ridică o întrebare intrigantă cu privire la posibilitatea existenței în fizică a obiectelor cu masă și energie negative. Astfel de entități ar sugera prezența unor stări de energie negativă în mecanica cuantică. Atunci când au de-a face cu *simetria T*, fizicienii cuantici adoptă în mod tradițional o perspectivă antiliniară și antiunitară pentru operatorul  $T$ , pentru a exclude stările de energie negativă, care sunt în general considerate a fi non-intrinsecă în fizică. În mod similar, un operator  $P$  este ales ca fiind unitar și liniar din motive similare (a se vedea (Weinberg 2000)). Aceste alegeri stau la baza teoremei CPT, consolidând ideea că *simetria PT* se aliază cu *simetria C*. Pe de altă parte, adoptarea unui operator  $T$  liniar și unitar relevă faptul că stările de energie negativă sunt un rezultat natural în ecuațiile Schrödinger și Dirac [a se vedea (Debergh et al. 2018)], deschizând calea pentru noi domenii de cercetare. În plus, observațiile cosmologice au confirmat faptul că expansiunea universului se accelerează, atribuită presiunii negative asociate energiei întunecate, după cum a evidențiat lucrarea lui Perlmutter, câștigătoare a Premiului Nobel în 2011. Având în vedere că presiunea reprezintă o densitate de energie pe unitatea de volum, acest fenomen este direct legat de energia negativă care influențează expansiunea universului.

- **În domeniul cosmologiei**, relativitatea generală respinge cu fermitate conceptul de mase negative, invocând apariția fenomenului de evadare și intră în conflict cu principiile de acțiune-reacție și echivalență (a se vedea (Bondi 1957)). În consecință, orice nou model care propune integrarea stărilor de energie și masă negative ar necesita o extindere a cadrului geometric fundamental al relativității. Teoria grupurilor dinamice, axată pe diverse grupuri, cum ar fi Lorentz, Poincaré și Kaluza, oferă un cadru pentru descrierea unui univers fără forțe, caracterizat printr-o structură plană și necurbată. Într-un astfel de univers, particulele urmează geodezicile spațiului Minkowski într-o metrică lorentziană sau navighează într-un spațiu fibrat influențat de o a cincea dimensiune, fie că este deschis sau închis. Această abordare teoretică sugerează coexistența a două tipuri distincte de materie, care există în mod izolat, fără interacțiune reciprocă. Particulele din aceste spații nu interacționează între ele. Această perspectivă inovatoare deschide noi căi de înțelegere a interacțiunilor dintre particule, spațiu și timp.

## 5 Interpretare alternativă a modelului găurii de vierme cuplat cu o fântână albă ca membrană unidirecțională

Studiul metricii exterioare dezvoltat de K. Schwarzschild în 1916, ca soluție la ecuația lui Einstein în vid, relevă introducerea unei ipoteze: invarianța prin simetrie temporală a  $t \rightarrow -t$  cunoscută în mod obișnuit sub numele de "staticitate". Această ipoteză, care nu avea la vremea respectivă o bază fizică dovedită, a dus la eliminarea unui termen încrucișat  $dr dt$  în metrică. Astfel, a fost făcută o alegere arbitrară a coordonatelor, marcată în special de absența acestui termen încrucișat  $dr dt$ . Scopul acestui studiu este de a explora posibilitățile fizice ale unei noi abordări bazate pe introducerea unui termen încrucișat  $dr dt$  în metrică și de a demonstra posibilitatea construirii unei găurii de vierme și a unei fântâni albe ca membrană unidirecțională, care să conecteze două spații semi-remaniene semi-simetrice PT-simetrice prin intermediul unui "pod" care poate fi traversat doar într-o singură direcție.

### 5.1 Soluții ale ecuației lui Einstein care reflectă diferite topologii

În 1916, Karl Schwarzschild a publicat două articole succesive ((Schwarzschild 1916b),(Schwarzschild 1916a)). Primul prezenta construcția soluției ecuației lui Einstein în vid, bazată pe următoarele ipoteze:

- *Staționaritate*: Independența termenilor metricii în raport cu coordonatele de timp, adică invarianța prin translație în timp.
- *Izotropie* și simetrie sferică, adică invarianță prin  $SO(3)$ .
- Fără termen încrucișat  $dr dt$ .
- Lorentzian la infinit.

El a completat rapid această soluție, numită metrica exterioară Schwarzschild, cu o metrică interioară (Schwarzschild 1916a) care descrie geometria din interiorul unei sfere umplute cu un fluid de densitate constantă.  $\rho_o$  și o soluție a ecuației lui Einstein cu un al doilea membru. Condițiile pentru a lega cele două metrici (continuitatea geodezicilor) au fost îndeplinite. Fenomenele de avansare a periheliului lui Mercur și de deviere a razelor de lumină confirmă această soluție (figura 3.4). K. Schwarzschild a lucrat pentru a se asigura că condițiile care guvernează aceste două metrici sunt conforme cu realitatea fizică.

Spre exemplu, astăzi, stelele neutronice, datorită densității lor uluitoare și masei formidabile, servesc drept laboratoare cosmice naturale, explorând regiuni de densitate și gravitație inaccesibile în laboratoarele terestre. Să luăm în considerare două moduri distincte în care o stea neutronică ar putea atinge o stare de criticitate fizică.

Într-un scenariu în care densitatea stelei,  $\rho_o$  rămâne constantă, o rază caracteristică  $\hat{r}$  poate fi definită. Apoi, criticitatea fizică este atinsă atunci când raza stelei este :

$$R_{cr\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}} \hat{r} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G \rho_o}}$$

cu

$$\hat{r} = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G \rho_o}}$$

Și așa,

- Pentru metrica externă, raza stelei trebuia să fie mai mică decât  $\hat{r}$ .
- În ceea ce privește metrica interioară, raza stelei trebuia să fie mai mică decât  $R_{cr_\phi}$  deoarece o rază mai mare duce la o creștere a presiunii până la infinit în centrul stelei.

În al doilea rând, în cazul stelelor masive, o sferă de fier în implozie poate prezenta un scenariu complex. Presupunând că masa sferei  $M$  se conservă în timpul imploziei, trebuie să luăm în considerare două raze critice importante:

- În partea centrală, raza critică geometrică este dată de *raza Schwarzschild*, care este :

$$R_{cr_\gamma} = R_s = 2 \frac{GM}{c^2}$$

- În afara acestei mase, raza critică fizică este dată de (38)

Cu conservarea masei exprimată prin  $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_o$  putem explora modul în care variația densității  $\rho_o$  în timpul imploziei afectează aceste raze critice.

Într-adevăr, dacă se atinge criticitatea fizică în timpul imploziei, avem  $R = R_{cr_\phi}$ .

Apoi, prin înlocuirea ecuației de conservare a masei în (38), obținem :

$$R = R_{cr_\phi} = 2,25 \frac{GM}{c^2} > R_{cr_\gamma}$$

Putem deduce de aici că, dacă se atinge criticitatea fizică pentru o masă  $M$  aceasta are loc înainte de apariția criticii geometrice.

K. Schwarzschild a subliniat, de asemenea, faptul că măsurătorile se refereau la condiții care depășeau cu mult ceea ce era înțeles în cadrul realității astrofizice din vremea sa. De asemenea, este important de remarcat că topologia acestei soluții geometrice este construită prin conectarea a două varietăți delimitate de-a lungul limitei lor comune, o sferă  $S^2$  cu o arie de  $4\pi R_o^2$  (*raza stelei*).

În 1916, Ludwig Flamm a considerat că soluția externă poate descrie un obiect geometric. Preocuparea de atunci a fost de a încerca să descrie masele ca o regiune de spațiu necontractil ((Flamm 1916)).

În 1934, Richard Tolman a fost primul care a luat în considerare o posibilă manipulare a

cele mai generale soluții metrice prin introducerea unui termen încrucișat  $dr dt$ . Cu toate acestea, în interesul simplificării, el l-a eliminat imediat prin utilizarea unei simple schimbări de variabilă ((Tolman 1934)).

În 1935, Einstein și Rosen au propus o structură geometrică necontractilă în contextul unui model geometric al particulelor, grație următoarei schimbări de coordonate ((Einstein și Rosen 1935)):

$$u^2 = r - 2m$$

Soluția metrică devine atunci :

$$ds^2 = \frac{u^2}{u^2 + 2m} dt^2 - 4u^2(u^2 + 2m)du^2 - (u^2 + 2m)^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Autorii obțin astfel o structură geometrică necontractilă, numită "*punte spațială*", în care o suprafață închisă de arie  $4\pi\alpha^2$  corespunzătoare valorii  $u = 0$  conectează două "*frunze*": una care corespunde valorilor lui  $u$  de la 0 la  $+\infty$  și cealaltă de la  $-\infty$  la 0. De remarcat că această metrică nu este lorentziană la infinit. Deși această metrică, exprimată în acest nou sistem de coordonate, este regulată, autorii subliniază că la suprafața Gorge, determinantul său devine zero. În această structură geometrică, se disting două foi semi-Riemanniene delimitate, prima corespunzând la  $u > 0$  iar cea de-a doua la  $u < 0$ . Aceasta corespunde joncțiunii lor de-a lungul limitei lor comune. Spațiu-timpul global nu se încadrează în cadrul standard al geometriei semi-Riemanniene, deoarece nu satisface condiția  $\det(g_{\mu\nu}) \neq 0$  la gât. După cum se menționează în (Stoica 2014), se încadrează în cadrul mai general al geometriei semi-Riemanniene singulare, care permite tensori metrici degenerați.

În 1939, Oppenheimer și Snyder, profitând de decuplarea completă dintre timpul propriu și timpul trăit de un observator îndepărtat, în absența unui termen încrucișat în  $dr dt$ , au sugerat utilizarea soluției metrice externe pentru a descrie "*cadru de îngheț*" al imploziei unei stele masive la sfârșitul vieții sale. Având în vedere că variabila  $t$  este identificată cu timpul propriu al unui observator îndepărtat, aceasta creează un motiv de "*cadru de îngheț*", cum ar fi un fenomen de contracție a cărui durată, în timp propriu, măsurată în zile, pare pentru un observator îndepărtat că are loc într-un timp infinit ((Oppenheimer și Snyder 1939)). Acest document este considerat a fi la baza modelului găurii negre (a se vedea secțiunea 2.3.8).

În 1960, Kruskal a extins soluția geometrică pentru a cuprinde un spațiu-timp contractil, organizat în jurul unei singularități centrale corespunzătoare lui  $r = 0$ . Geodezicele sunt extinse pentru  $r < \alpha$ . Modelul găurii negre (cu simetrie sferică<sup>4</sup>) ia apoi forma definitivă ca

---

<sup>4</sup> În 1963, Roy Kerr a construit soluția staționară axisimetrică a ecuației lui Einstein în vid. Cu toate acestea, în acest studiu ne limităm la interpretări ale soluției staționare cu simetrie sferică (2.3.9).



implozie a unei mase, într-o scurtă clipă, percepută ca un "freeze-frame" de către un observator îndepărtat ((M. D. Kruskal 1960)). Sfera Schwarzschild este numită atunci "orizontul evenimentului".

În 1988, M. Morris și K. S. Thorne au revizuit această interpretare geometrică, renunțând la contractibilitate, nu în încercarea de a obține un model geometric al soluției, ci pentru a studia posibilitatea călătoriilor interstelare, prin "găuri de vierme", folosind următoarea metrică ((Morris și Thorne 1988)):

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dl^2 + (b_0^2 + l^2)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Concentrându-se pe studiul fezabilității călătoriilor interstelare, autorii subliniază constrângerile enorme asociate unei astfel de geometrii, precum și natura sa instabilă și tranzitorie.

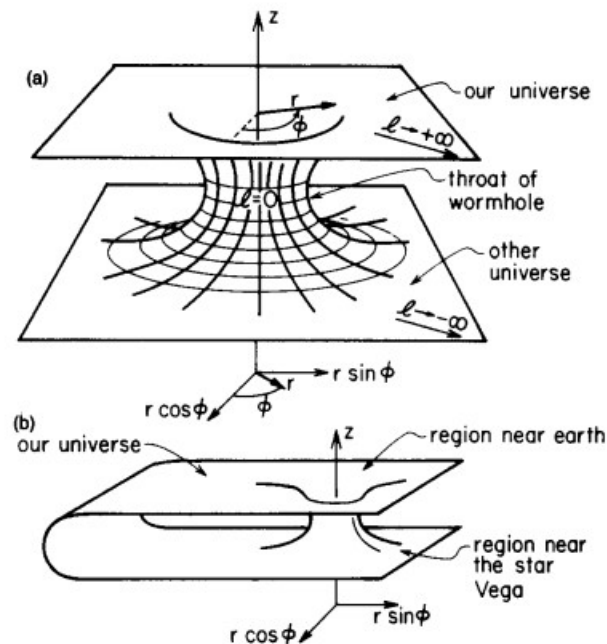


Figura 5.1 - Pagina 396 din articolul lui M. Morris și K.S. Thorne (1988)

## 5.2 Ipoteza staticii: absența termenului încrucișat $dr dt$

Conceptul de "staticitate" în relativitatea generală se referă la o metrică care este staționară, adică invariantă sub translația temporală  $t \rightarrow t + t$  "independentă de timp" și statică, adică invariantă sub simetria de "reflexie temporală"  $t \rightarrow -t$ , ceea ce conduce în mod natural la absența termenului încrucișat  $dr dt$ . Într-adevăr, atunci când o metrică are un termen încrucișat  $dr dt$ , înseamnă că există o dependență mixtă între coordonatele spațiale și cele temporale. Această dependență mixtă încalcă invarianța prin simetrie de reflexie temporală, deoarece metrica nu rămâne aceeași sub transformarea  $t \rightarrow -t$ . R. Wald menționează această particularitate în 1984 în cartea sa "General Relativity" la pagina 120 (Wald 1984).

Putem observa, de asemenea, că la pagina 186 din (Adler, Bazin și Schiffer 1975), cerința de simetrie a *reflexiei temporale* pentru o linie  $dx^0$  care poate fi trasată "înapoi" până la  $-dx^0$  (numită "staticitate") este stabilită ca ipoteză inițială.

De fapt, noțiunea de *staticitate* în sensul lui R. Wald se referă la invarianța prin *simetria de reflexie în timp* a  $t \rightarrow -t$  care este o ipoteză pur matematică fără semnificație fizică. Cu toate acestea, studiul nostru oferă o abordare diferită a acestei ipoteze.

### 5.3 Construirea unei soluții infinite geometrice lorentziene cu două foițe

Considerăm metrica exterioară Schwarzschild în forma sa clasică sub semnătura (+ - - -) :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

#### 5.3.1 Simetrie T

Această metrică construită în 1916 ((Schwarzschild 1916b)), ca soluție a ecuației lui Einstein în vid, era înzestrată cu o ipoteză suplimentară, pe care autorul ei nu a menționat-o, aceea a invarianței prin simetrie temporală. Este important de menționat că această ipoteză nu are niciun fundament fizic și conduce la eliminarea unui termen încrucișat  $dr dt$  în metrică, așa cum Tolman preconizase încă din 1934 (pagina 239 din (Tolman 1934)). În schimb, A. Eddington a introdus-o pentru a elimina singularitatea de coordonate de pe suprafața Schwarzschild din  $r = \alpha$  folosind schimbarea de variabilă ((Eddington 1925),(Koiran 2021)):

$$t_E^+ = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

Metrica devine atunci :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{+2} - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^+ - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Știm că, în aceste condiții, din punctul de vedere al unui observator îndepărtat, timpul de cădere liberă devine finit (39), în timp ce timpul de evadare rămâne infinit. Metrica pentru care timpul de evadare este finit va fi obținută prin această schimbare de variabilă :

$$t_E^- = -t - \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

Metrica devine astfel :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{-2} - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Acest lucru este echivalent cu inversarea coordonatei temporale din (40). Astfel, această alegere de a asocia două metrice care descriu două spații semi-Riemanniene ne conduce la considerarea unei soluții geometrice globale cu două foi *simetrice T* conectate printr-o

"punte" în acest sistem de coordonate particular, precum și în sistemul de coordonate al lui Einstein și Rosen ((Einstein și Rosen 1935)).

Să arătăm acum că aceste transformări sunt însoțite și de o *simetrie P*.

### 5.3.2 Simetrie P

În această reprezentare, geodezicele radiale ale primei foi sunt ortogonale la planul tangent la planul tangent al "podului spațial" atunci când îl ating. Aceleași geodezice, atunci când apar în cea de-a doua foaie, sunt, de asemenea, ortogonale la același plan tangent. Să considerăm acum patru puncte care formează un tetraedru, care converg spre "podul spațial" de-a lungul unor traiectorii radiale. Putem defini o orientare 3D prin definirea unei direcții de intersecție pentru punctele de pe fiecare dintre triunghiurile echilaterale care formează tetraedrul. În raport cu  $r$  se pare că aceste puncte ricoșează pe o suprafață rigidă, determinând inversarea orientării tetraedrului. Tetraedrele din amonte și din aval devin atunci *enantiomorfe* (figura 5.2).

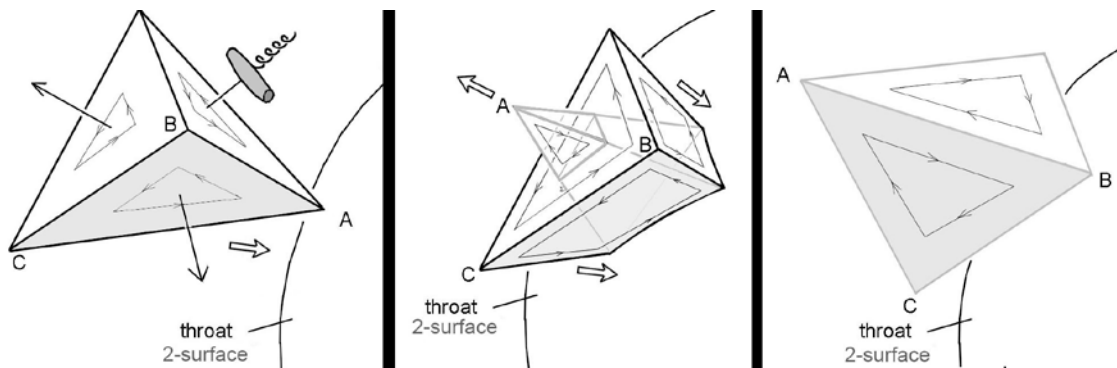


Figura 5.2 - Inversarea spațiului la traversarea "podului spațial".

Schimbarea orientării este deja vizibilă în reprezentarea 2D simplificată a unei găuri de vierme din figura 5.1. Să privim această figură de sus și să ne imaginăm un triunghi care alunecă de-a lungul suprafeței foi superioare spre canelură. După ce traversează canelura, triunghiul începe să alunecă pe foaia de jos și acum îl vedem cu susul în jos din poziția noastră de deasupra foi de sus. Din punctul nostru de vedere, orientarea sa s-a schimbat. Semnificația fizică a acestei schimbări de orientare va fi discutată în secțiunea 5.3.3. Structura geometrică a perechii de metrice (41) și (42) reprezintă astfel o "punte" care conectează două spații semi-riemane *semi-simetrice PT-simetrice*. Elementul acestei suprafețe 2D este atunci dat de :

$$\sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} = \sqrt{|g_{\theta\theta}g_{\phi\phi}|} = \alpha^2 \sin(\theta)$$

Deoarece această metrică descrie o suprafață sferică 2D (cum ar fi o sferă de rază constantă într-un spațiu-timp 4D), elementul diferențial de suprafață este dat de :

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

Pentru a găsi suprafața minimă a acestei "punți spațiale", trebuie să integrăm acest element de suprafață în toate unghiurile posibile:

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

Prin urmare, este necontractilă, cu o suprafață minimă de  $4\pi\alpha^2$ .

### 5.3.3 Identificarea celor două foi

În secțiunea 5.3.2, am descris schimbarea de orientare a unui tetraedru care traversează canelura găurii de vierme în figura 5.2 și a unui triunghi care traversează canelura în figura 5.1. Schimbarea de orientare a triunghiului este vizibilă doar pentru o persoană care privește figura 5.1 ca întreg. În consecință, ea nu corespunde niciunui fenomen observabil din punct de vedere fizic, deoarece orice observator fizic trebuie să se afle pe una dintre cele două frunze și nu poate vedea direct cealaltă frunză. Situația este aceeași în figura 5.2: fotografia din mijloc reprezintă situația dintr-un punct de vedere în care am putea privi simultan ambele părți ale găurii de vierme (B și C nu au ajuns încă în defileu, în timp ce A l-a traversat deja și iese pe partea cealaltă). Din nou, acest lucru este imposibil pentru un observator fizic: se pare că *simetria P*, așa cum a fost descrisă până acum, nu corespunde niciunui fenomen observabil din punct de vedere fizic. Cu toate acestea, putem să-i dăm o semnificație fizică reală cu un ingredient suplimentar introdus de Einstein și Rosen (Einstein și Rosen 1935).

Trebuie reamintit că motivația lor nu a fost aceea de a studia călătoriile interstelare, ca în figura 5.1, ci de a descrie particulele elementare folosind soluții la ecuațiile relativității generale. Pentru a cita rezumatul lucrării lor: "*Aceste soluții implică reprezentarea matematică a spațiului fizic printr-un spațiu format din două foi identice, o particulă fiind reprezentată de o "punte" care leagă aceste foi.*" Einstein și Rosen sugerează, de asemenea, că problema numărului mare de particule ar putea fi studiată prin metode similare, dar această lucrare nu este realizată în lucrarea lor.

Să cităm din nou (Einstein și Rosen 1935): "*Dacă sunt prezente mai multe particule, acest caz corespunde căutării unei soluții fără singularități a ecuațiilor modificate (3a), soluția reprezentând un spațiu cu două foi congruente conectate prin mai multe "punți" discrete*". Din punctul lor de vedere, două puncte din reprezentarea matematică (41) cu valori identice ale  $\theta, \phi$  dar valori opuse ale  $u$  corespund, prin urmare, la două puncte din spațiul fizic cu aceeași valoare a lui  $r$  ( $r = u^2 + m$ ). Dacă facem aceeași identificare a punctelor cu valori opuse ale lui  $u$  situația reprezentată în fotografia din mijloc din figura 5.2 poate fi văzută de un observator fizic. *Simetria P* descrisă în secțiunea 5.3.2 are acum o semnificație fizică reală. Vom dezvolta interpretarea *simetriei PT* combinate în secțiunea următoare.

### 5.4 O altă reprezentare a acestei geometrii

Prin aplicarea următoarei schimbări de variabilă la ecuațiile (40) și (43) :

$$r = \alpha(1 + \text{Log ch}(\rho))$$

Obținem următoarele două metrice:

$$ds^2 = \left( \frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{+2} - \left( \frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 \\ - 2c\alpha \left( \frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^+ - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

$$ds^2 = \left( \frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{-2} - \left( \frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 \\ + 2c\alpha \left( \frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^- - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Pentru a obține metrica care structurează cea de-a doua foaie pentru  $\rho < 0$  pentru a garanta continuitatea geodezicilor care traduc trecerea materiei peste "podul" cu timp de evadare finit pe această foaie, trebuie să aplicăm *simetria T* în care coordonata de timp este inversată în timpul traversării, adică  $t_E^+ = -t_E^-$

Aceste metrice, care sunt lorentziene la infinit, structurează deci două foi care corespund valorilor lui  $\rho$  care variază de la 0 la  $+\infty$  și de la  $-\infty$  la 0. Pe "puntea spațială" pentru  $\rho = 0$  componentele  $g_{tt}$  și  $g_{\rho\rho}$  componente ale tensorului metric dispar, rămânând doar ultimele două componente spațiale  $g_{\theta\theta}$  și  $g_{\phi\phi}$  care sunt :

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha^2 \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

În acest sistem particular de coordonate, putem deduce că determinantul său este zero. *Simetria P* rezultă din faptul că punctele adiacente, de data aceasta diferențiate explicit, sunt deduse de către  $\rho \rightarrow -\rho$ . Această transformare joacă același rol ca și  $u \rightarrow -u$  în (41).

Combinând aceste soluții metrice în aceste două condiții, obținem o *gaură de vierme* și o *fântână albă* ca *membrană unidirecțională*, care conectează două spații semi-remaniene printr-un "pod" care poate fi traversat doar într-o singură direcție. Să presupunem, în continuare, că Gaura de vierme nu duce către un alt univers, ca în figura 5.1.a, sau către un punct îndepărtat din același univers, ca în figura 5.1.b; ci că cele două frunze congruente corespund aceluiași puncte din universul fizic prin transformarea  $u \rightarrow -u$  transformare (sau  $\rho \rightarrow -\rho$ ), așa cum se sugerează în (Einstein și Rosen 1935) și în secțiunea 5.3.3. Putem concluziona atunci că cele două foi sunt *PT-simetrice*.

În literatura de specialitate, inversarea coordonatelor temporale a fost analizată în diferite moduri. În special:

- Prin teoria grupurilor dinamice a lui J-M Souriau ((J. M. Souriau 1964),(J. M. Souriau 1997)), unde s-a demonstrat că induce o inversiune de energie. În consecință, simetria de inversare a timpului transformă orice mișcare a unei particule de masă  $m$  într-o mișcare a unei particule de masă  $-m$  ((Oppenheimer și Volkoff 1939), pagina 191). La pagina 192 din aceeași carte, autorul oferă o analiză alternativă care evită masele negative. Souriau subliniază că aceste alternative trebuie evaluate în funcție de capacitatea lor de a fi confirmate prin experimente.
- Feynman a propus o interpretare a antimateriei ca materie obișnuită care se deplasează *înapoi* în timp.
- Din analizele teoretice (teorema *CPT*) și din experimente știm că particulele elementare se supun unor legi fizice care sunt invariante sub *simetria CPT*.

*Simetria PT* descoperită în secțiunea 5.3 poate fi considerată ca o simetrie *CPT* urmată de o *simetrie C* (inversarea sarcinii electrice). Prin urmare, am obține antimaterie pe cea de-a doua foaie. În cazul în care cea de-a doua foaie conține deja materie obișnuită, aceasta ar putea interacționa cu antimateria din prima foaie, constituind astfel o sursă de energie.

## 5.5 Concluzie

Introducem o nouă construcție geometrică bazată pe soluția staționară sferic simetrică a ecuației lui Einstein în vid, cu doar două ipoteze inspirate din fizică: *izotropie* (invarianță prin  $SO(3)$ ) și *staționaritatea* (invarianță prin translație în timp). În acest fel, nu adăugăm, așa cum s-a făcut anterior fără o justificare fizică reală, invarianța prin simetria *inversă în timp* a  $t \rightarrow -t$  (soluție "*statică*"). Acest nou set de ipoteze mai puțin restrictive introduce prezența unui termen încrucișat  $dr dt$ , pe care ipoteza de *staticitate* îl interzicea anterior. Acest nou obiect geometric se comportă ca o "*membrană unidirecțională*", o combinație între o *gaură de vierme* și o *fântână albă* peste un "*pod*". Cu o metrică lorentziană la infinit, această structură conectează două spații semi-Riemanniene *semi-simetrice PT-simetrice* enantiomorfe cu săgeți temporale opuse. În consecință, acest obiect corespunde acoperirii a două foi ale unui spațiu-timp cvadridimensional, care se prezintă ca fiind *PT-simetrice*, conectate de-a lungul unui "*pod*". Inspirați de Einstein și Rosen, am sugerat reprezentarea unui punct din spațiul fizic printr-o pereche de puncte congruente, câte unul pe fiecare dintre cele două foi. Am arătat că această identificare a punctelor congruente ar trebui să conducă la efecte fizice observabile atunci când un obiect traversează puntea spațială dintre cele două foi.

## 5.6 Anexe

Să analizăm acum cazul transferului de materie către un al doilea strat al universului, unde suntem liberi să definim metrica de ieșire către cea de-a doua foaie. Aplicând următoarea nouă schimbare de variabilă la metrica Schwarzschild (42), inversând semnul constantei de integrare  $\alpha \rightarrow -\alpha$  putem astfel construi o metrică "*repulsivă*" pe cea de-a doua foaie :

$$t_E^+ = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} + 1 \right|$$

Aceasta asigură continuitatea geodezicilor de la prima foaie la cea de-a doua, cu un timp finit de cădere liberă pe prima foaie și un timp finit de evacuare pe cea de-a doua. Metrica de intrare care structurează prima foaie devine :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{+2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^+ - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Iar metrica de ieșire care structurează cea de-a doua foaie devine :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{-2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Luând forma generală :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \delta \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

unde  $\delta = -1$  pentru metrica care structurează prima frunză și  $\delta = +1$  pentru metrica de ieșire care structurează a doua frunză. Astfel, întrucât cele două metrice sunt simetrice prin inversiune temporală  $t \rightarrow -t$  continuitatea geodezicilor este asigurată de la o foaie la alta cu un timp finit de cădere liberă pe prima și un timp finit de evadare pe a doua.

Acest lucru implică faptul că materia obișnuită ar putea fi convertită în antimaterie cu masă negativă, care ar fi apoi transferată într-un strat separat al universului. Acest proces implică, în esență, transformarea materiei în antimaterie cu masă negativă. Combinând această soluție geometrică cu soluția dezvoltată anterior în secțiunea 5.3, putem explora fezabilitatea călătoriilor interstelare prin exploatarea proprietăților metrice ale acestui al doilea strat.



## 6 Interpretarea topologică a modelului

### 6.1. Definiție

În cosmologie, topologia se referă la studiul proprietăților spațiale fundamentale ale universului care rămân invariante sub transformări continue. Spre deosebire de geometrie, care se concentrează pe distanțe și unghiuri precise, topologia este mai interesată de modul în care spațiul este conectat și structurat la scară largă. Ea examinează aspecte precum conectivitatea, continuitatea și limitele spațiului cosmic, indiferent de forma și dimensiunea exactă a acestuia.

Într-un context cosmologic, topologia ajută la înțelegerea structurii generale a universului, inclusiv întrebări precum dacă universul este finit sau infinit, dacă are "*marginii*" sau este nelimitat și dacă ar putea fi conectat în moduri non-triviale (ca în modelele de universuri cu conexiuni multiple). Aceasta include examinarea formei și structurii universului la scară largă, așa cum sunt determinate de distribuția galaxiilor, de fondul de radiații cosmice și de alte observații astrofizice.

Topologia este deosebit de relevantă pentru modele cosmologice avansate, cum ar fi modelul cosmologic Janus, deoarece oferă un cadru pentru explorarea unor concepte precum universul multistrat, conectivitatea între diferite regiuni ale spațiu-timpului și alte proprietăți neintuitive care pot apărea din fizica teoretică avansată.

Pe scurt, topologia în cosmologie este un instrument puternic pentru explorarea și înțelegerea structurii și naturii fundamentale a universului nostru, dincolo de constrângerile geometriei clasice.

Înainte de a continua cu acest capitol, este esențial să citiți și să înțelegeți pe deplin banda desenată *Topologicon* (Petit 1985), scrisă de Dr. Jean-Pierre Petit, care este disponibilă gratuit pe acest site <http://www.savoir-sans-frontieres.com/>. Această lucrare popularizează conceptele de topologie în legătură cu cosmologia și relativitatea generală. Într-adevăr, acest capitol se ocupă în principal de instrumente conceptuale care sunt mai degrabă contra-intuitive. Prin urmare, se recomandă cu insistență să citiți în prealabil această bandă desenată pentru o mai bună înțelegere.

### 6.2 Modelul găurii de vierme

Prin dezvoltarea noii interpretări a modelului găurilor de vierme, discutată în capitolul 5 anterior, propunem o perspectivă topologică mai profundă în legătură cu relativitatea generală. De exemplu, să considerăm sfera golașă  $S^2$  care conectează două straturi de spațiu-timp prin *simetria PT*. Ar putea această configurație să fie analogă unui plan proiectiv? În topologie, un plan proiectiv este o suprafață neorientabilă cu proprietăți unice, cum ar fi liniile care diferă într-un punct, dar se întâlnesc în celălalt. Acest lucru sugerează că legătura dintre straturile de spațiu-timp prin defileul găurii de vierme ar putea sfida orientarea tradițională a spațiului, evocând planul proiectiv.

Conjectura noastră se bazează pe nulitatea determinantului metric pe această suprafață, ceea ce ar putea indica o natură neorientabilă 2D. Dacă această sferă a defileului este închisă și are o suprafață delimitată, ea ar putea fi identificată cu un plan proiectiv.  $P^2$ . Deși această idee poate părea contra-intuitivă, ea rezultă direct din topologia obiectului, așa cum este descrisă de soluția exterioară a lui Schwarzschild (42).



În contextul relativității generale, conceptul de volum elementar în spațiul-timp curbat este crucial. Volumul elementar în dimensiunile  $n$  definit de o metrică riemanniană, este dat de formula  $dV = \sqrt{|\det(g)|} d^n x$  unde  $g$  este tensorul metric și  $\det(g)$  este determinantul său. Acest volum elementar nu este pur și simplu produsul diferențialelor de coordonate, ca în spațiul euclidian, ci este modificat de structura curbată a spațiu-timpului. Factorul  $\sqrt{|\det(g)|}$  factor reflectă modul în care spațiul-timp este distorsionat de prezența masei și a energiei, în conformitate cu ecuațiile lui Einstein. În regiunile cu curbura mare, acest volum elementar se poate comporta în moduri contraintuitive, dezvăluind caracteristici topologice fascinante și uneori surprinzătoare ale spațiului-timp.

Reamintim că sfera  $S^2$  are o metrică definită prin expresia :

$$ds^2 = \alpha^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Metrica unei sfere este o funcție matematică ce descrie distanțele dintre punctele de pe suprafața sferei. Deoarece această metrică descrie o sferă 2D (cum ar fi o sferă de rază constantă într-un spațiu-timp 4D), elementul diferențial de suprafață este dat de :

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

Și este de fapt un element de suprafață, deoarece o sferă este o suprafață bidimensională în spațiul tridimensional. Când integrăm acest element de suprafață, obținem suprafața descrisă de expresia :

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

Aceasta corespunde suprafeței unei sfere de rază  $\alpha$ . De asemenea, putem observa că această suprafață este analogă cu cea a unui plan proiectiv  $P^2$  un concept rar abordat în geometria standard.

### 6.3 Modelul Universului

În geometrie, o sferă  $S^2$  poate fi ușor de vizualizat, deoarece o putem *imersa în spațiul nostru familiar tridimensional  $R^3$* . Cu toate acestea, un plan proiectiv, cum ar fi  $P^2$  nu poate fi *scufundat în același mod*. Planul proiectiv este un tip de suprafață neorientabilă, ceea ce înseamnă că nu poate fi așezat plat în spațiul tridimensional fără auto-intersecție. Pentru a vizualiza un plan proiectiv, trebuie să folosim "*imersiunea*", o metodă prin care suprafața se *intersectează pe sine în funcție de un set de auto-intersecții*. Acest concept pune în discuție înțelegerea noastră tradițională a formelor și a spațiilor.

Pentru a înțelege planurile proiective cu dimensiuni mai mari, cum ar fi  $P^3$  sau  $P^n$  trebuie să renunțăm la reprezentările vizuale și să adoptăm o gândire abstractă. Această schimbare mentală este necesară pentru a explora structuri topologice complexe care depășesc propriile noastre dimensiuni.

De exemplu, o sferă poate fi răsturnată dacă considerăm că fiecare bandă care formează meridianele care o acoperă este capabilă să se încrucișeze prin "imersiune" pentru a forma o acoperire în două foițe a unei benzi Möbius cu trei jumătăți de rotație ((Morin și Petit 1978)). Acest efect de "auto-intersecție" este legat doar de imersiunea acestui înveliș în spațiul nostru de reprezentare tridimensională  $R^3$ .

Putem face atunci polul  $M$  al unei foi din această sferă  $S^2$  cu polul opus  $M'$  al celeilalte foi a aceluiași strat. Acest lucru se numește "conjunția punctelor antipodiale". Această transformare permite ca săgețile timpului, purtate de meridianele acestei sfere, să se întâlnească, dar în opoziție, pe fiecare foaie a aceluiași înveliș, ca în figura 6.1.

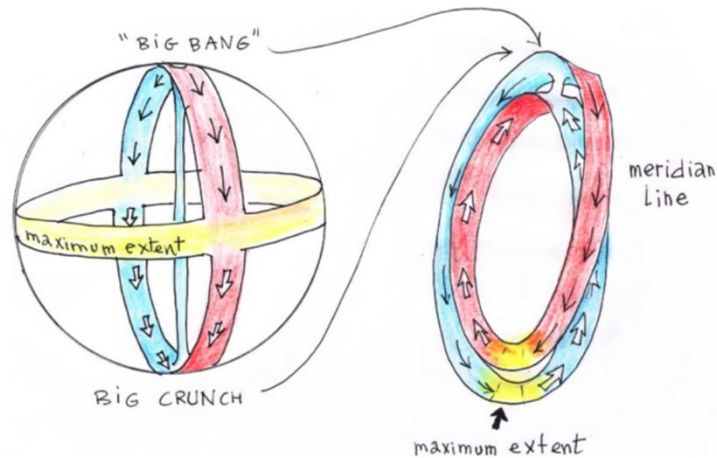


Figura 6.1 - Răsturnarea unei sfere prin unirea punctelor antipodiale

**NB:** Banda lui Möbius este o suprafață cu o singură latură și o singură muchie. Este un obiect matematic clasic în topologie, o ramură a matematicii care studiază proprietățile spațiilor care rămân invariabile sub transformări continue. Banda lui Möbius poate fi creată luând o bandă de hârtie, răsucind-o pe jumătate și apoi unind cele două capete ale benzii. Această configurație produce o suprafață care, dacă începeți să trasați o linie de-a lungul ei, se va întoarce la punctul de plecare după ce a traversat ambele "părți" ale benzii fără a ridica vreodată pixul.

Ceea ce face ca banda lui Möbius să fie fascinantă este natura sa neorientabilă. Într-un spațiu normal, cum ar fi o foaie de hârtie, există o distincție clară între "sus" și "jos". Pe o bandă Möbius, însă, nu există o astfel de distincție: pe măsură ce vă deplasați pe suprafață, vă deplasați fără întrerupere de sus în jos și invers.

Banda lui Möbius este adesea folosită pentru a ilustra concepte importante în topologie și geometrie, cum ar fi ideea de suprafață unilaterală și limitele intuiției noastre spațiale. În fizica teoretică și în cosmologie, banda lui Möbius poate fi utilizată, de asemenea, ca model pentru a explora structuri și fenomene spațiale complexe, cum ar fi torsiunea spațiului-timp sau conexiunea dintre diferite dimensiuni.

De exemplu, simetria PT poate fi interpretată ca fiind traiectoria unui plan proiectiv de la o foaie de înveliș la alta (figura 6.2).

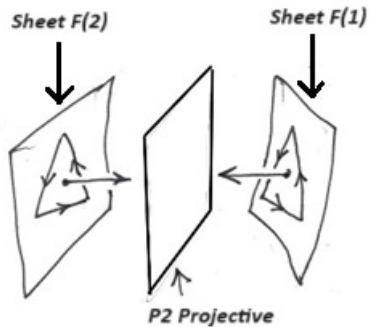


Figura 6.2 -  $P^2$  Proiector

Pentru ca un obiect geometric să fie dotat cu un sistem de coordonate funcțional, este esențială non-nulitatea determinantului metricii sale. În special, în contextul "coordonatelor gaussiene", acest principiu este crucial. Într-un spațiu cvadridimensional, această cerință permite ca spațiul să fie pliat de un set de hipersuprafețe tridimensionale. Aceste hipersuprafețe sunt "ortogonale" la geodezice, adică perpendiculare pe traiectoriile pe care le-ar urma un obiect în mișcare liberă, și sunt caracterizate exclusiv de coordonatele temporale. Distincția dintre "săgeata timpului" și "timpul propriu-zis" este importantă aici: săgeata timpului se referă la o dimensiune temporală unidirecțională, în timp ce timpul propriu-zis este o măsură a timpului specifică observatorului.

În contextul spațiului-timp bidimensional pe care îl examinăm, folierea se realizează cu ajutorul unei serii de cercuri. Fiecare punct de pe aceste cercuri poate fi asociat cu un "vector de timp", care este ortogonal la cercuri. În acest caz, ortogonalitatea înseamnă că vectorul timp este poziționat astfel încât să fie perpendicular pe suprafața fiecărui cerc, formând o componentă temporală distinctă a spațiului-timp (figura 6.3).

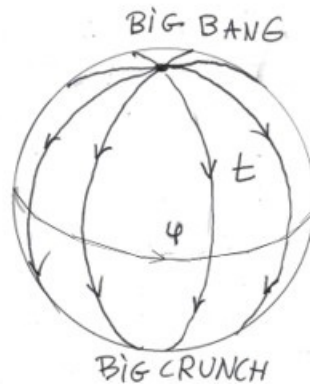


Figura 6.3 - Ilustrația "vectorului timp" ortogonal la un cerc într-o familie de cercuri care formează o sferă  $S^2$

Chiar și așa, acest "obiect" are două puncte singulare, și anume polii săi, unde azimutul este nedefinit. Acești poli reprezintă "singularități de plasă" inevitabile. Există două, deoarece caracteristica Euler-Poincaré a acestui obiect este egală cu 2. De exemplu, dacă luăm în considerare un poliedru simplu, cum ar fi un tetraedru, pentru a reprezenta o aproximare a sferei, care este o piramidă cu baza triunghiulară, caracteristica sa Euler-Poincaré este 4

(vârfuri) - 6 (muchii) + 4 (fețe) = 2. Caracteristica Euler-Poincaré a unei sfere  $S^n$  este egală cu 2 dacă  $n$  este pară și zero dacă  $n$  este impară (5.3.3).

Din punctul nostru de vedere, universul ar fi o sferă.  $S^4$  cu două singularități, Big Bang și Big Crunch. O sferă cvadridimensională  $S^4$  este analogă cu o sferă regulată, extinzând conceptul la dimensiuni mai mari. Dacă luăm în considerare această sferă cu cei doi poli, Big Bang și Big Crunch, ea poate fi cartografiată prin "*paralele*" (similar cercurilor paralele pe o suprafață 2D  $S^2$ ). Acest proces de foliație implică crearea de straturi sau "*felii*" de-a lungul sferei, care sunt analoage cu liniile care reprezintă latitudinile pe Pământ. Orientarea trecut-future devine astfel uniformă peste tot. În acest context, orientarea trecut-future se referă la direcția timpului de la Big Bang la Big Crunch, care devine coerentă în toată această structură foliată. În raport cu această normală la suprafețele paralele, spațiul-timp este orientabil, ceea ce înseamnă că există o noțiune bine definită de "*sus*" și "*jos*" în structura spațiu-timp.

Cu toate acestea, prin "*plierea*" acestei suprafețe (fie  $S^2$  fie  $S^4$ ), creăm o situație în care se suprapun două paralele. Plierea, în acest sens, înseamnă manipularea structurii sferei în așa fel încât diferite părți ale suprafeței să intre în contact. Vectorii lor temporali devin atunci antiparalele sau opuse, așa cum am menționat anterior. Vectorul de timp este un mod de a reprezenta direcția timpului în fiecare punct din spațiu-timp. Atunci când acești vectori devin antiparalele, înseamnă că direcția timpului este inversată în punctele de contact. Acest lucru duce la ceea ce am putea numi o "*orientare indusă*". Orientarea indusă se referă aici la noua orientare a vectorilor temporali care rezultă în urma procesului de pliere. În fiecare punct din acest spațiu-timp, structurat ca o *acoperire cu două foițe* a unei benzi Möbius cu trei jumătăți de răsucire (*acoperire cu două pliuri*), "*materia antipodală*" (atât spațială, cât și temporală) apare "*retrocronică*". O bandă Möbius cu trei jumătăți de răsucire este o suprafață cu o singură față care poate fi vizualizată prin răsucirea unei benzi de hârtie de trei ori înainte de a uni capetele.

În articolul lui Jean-Pierre Petit (Petit 1994), acesta ia în considerare interacțiunea universului cu câmpul gravitațional creat de antipodul său, presupunând că legile de interacțiune sunt :

1. Masele obișnuite se atrag reciproc, conform lui Newton.
2. Conform lui Newton, masele "*antipodale*" se atrag reciproc.
3. Masele obișnuite și masele "*antipodale*" se resping reciproc în conformitate cu o lege "*anti-Newton*".

Această ipoteză l-a determinat să "*plieze*" universul, dându-i topologia unei "*acoperiri cu două foi*" a unei suprafețe 2D.

Astfel "*pliată*", sfera  $S^2$  (suprafață închisă) devine acoperirea unei alte suprafețe închise,

suprafața Boy, care are un singur pol și a cărei caracteristică Euler-Poincaré este egală cu 1, ca în figura 6.4. Suprafața Boy este o suprafață unică 3D neorientabilă cu o singură față și o singură muchie, având un punct singular în care converg toate punctele antipodiale. Suprafața Boy este un exemplu de suprafață neorientabilă în 3D cu o singură față și o singură muchie. Este interesantă deoarece, spre deosebire de sfera clasică, are un punct singular în care converg toate punctele antipodiale. Acest lucru înseamnă că, dacă începeți să trasați o linie pe suprafața Boy, veți reveni în cele din urmă la punctul de plecare fără să fi traversat vreodată o muchie sau să fi folosit cealaltă față, deoarece nu există niciuna.

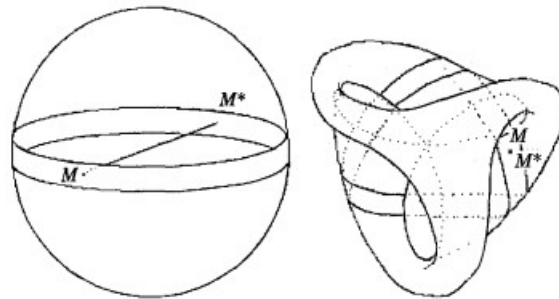


Figura 6.4 - Vecinătatea a ecuatorului unei sfere  $S^2$  și poziția sa pe o suprafață Boy

În acest stadiu, Big Bang-ul și Big Crunch-ul "coincid".

În locul acestei singularități polare ar putea fi prevăzut un "tub" care să facă legătura între aceste două singularități de plasă:

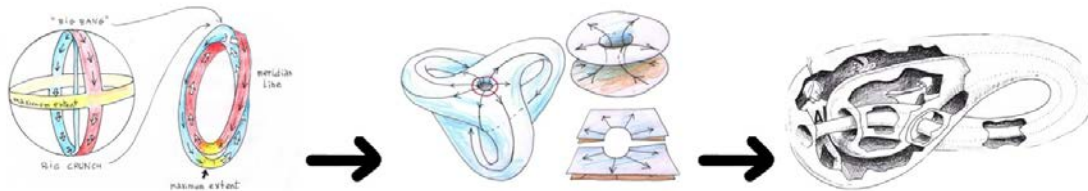


Figura 6.5 - Suprafața băiatului din mijloc după plierea sferei  $S^2$  și sticla Klein  $K^2$  în dreapta

Natura singulară dispare, iar obiectul devine atunci căptușeala unei sticle Klein.  $K^2$  sticlă, o suprafață neorientabilă fără limită sau interior distinct, a cărei caracteristică Euler-Poincaré este zero, așa cum se arată în figura 6.5. Sticla Klein este o altă suprafață neorientabilă fără limite sau interior distinct. Imaginați-vă o bandă Möbius ale cărei muchii sunt de asemenea unite. Spre deosebire de suprafața Boy, sticla Klein nu poate fi reprezentată în spațiul nostru tridimensional fără auto-intersecție. Interesul său constă în comportamentul său topologic, în care conceptele de "interior" și "exterior" nu sunt separate, oferind o reprezentare utilă pentru anumite idei din topologie și cosmologie teoretică.

Cred că limitările fizicii teoretice și ale cosmologiei din anii 1950 pot fi atribuite întârzierii cu care acest domeniu a îmbrățișat topologia. Topologia, studiul proprietăților păstrate prin deformări continue, ar fi putut oferi noi modalități de înțelegere a structurii universului și a structurilor sale complexe.

## 7 Interpretări alternative ale obiectelor supermasive subcritice M87 și Sagittarius A\*.

Primele imagini ale unor obiecte supermasive situate în centrul galaxiilor, publicate în *Astrophysical Journal*, au fost interpretate în principal ca fiind găuri negre gigantice. Această interpretare se bazează pe absența unor explicații alternative larg acceptate. Acest studiu reexaminează aceste imagini, în special cele ale obiectelor din centrul galaxiei M87 și al Căii Lactee. El evidențiază posibilitatea existenței unor supermasive subcritice, a căror rază este cu doar 5,72% mai mică decât raza Schwarzschild calculată pe baza masei lor. Vom vedea, de asemenea, că părțile centrale ale acestor caracteristici sunt întunecate de efectul de deplasare spre roșu gravitațional, reprezentat de  $z + 1$ . Această deplasare este calculată ca fiind raportul dintre lungimea de undă a luminii recepționate de un observator îndepărtat și cea emisă de la suprafață, corespunzând raportului dintre temperaturile maxime și minime observate din centrul și coroana acestor obiecte, o valoare remarcabil de apropiată de 3. Vom explora ideea că stabilitatea lor ar putea rezulta dintr-un echilibru între colapsul gravitațional, datorat unei critici fizice care apare cu mult timp înainte de criticitatea geometrică, și o presiune radiativă extrem de mare la densitate constantă care emană din centrul lor, proporțională cu pătratul vitezei luminii - un fenomen luat în considerare pentru prima dată de Karl Schwarzschild în a doua sa lucrare publicată în februarie 1916. Analiza noastră urmărește să ne îmbogățească înțelegerea obiectelor supermasive din centrul galaxiilor, propunând o interpretare alternativă.

### 7.1 Introducere

Imaginile celor două obiecte supermasive situate în centrul galaxiei M87 și al Căii Lactee au atras un mare interes din partea presei, fiind imediat descrise ca fiind "*primele imagini ale găurilor negre gigantice*". Aceste imagini au fost publicate în prestigioasa revistă *Astrophysical Journal* (M87 (Akiyama 2019) și Sagittarius A în centrul Căii Lactee (Akiyama 2022)). Mai jos, o bară leagă nuanța de culoare de ceea ce se numește "*temperatura de strălucire*":



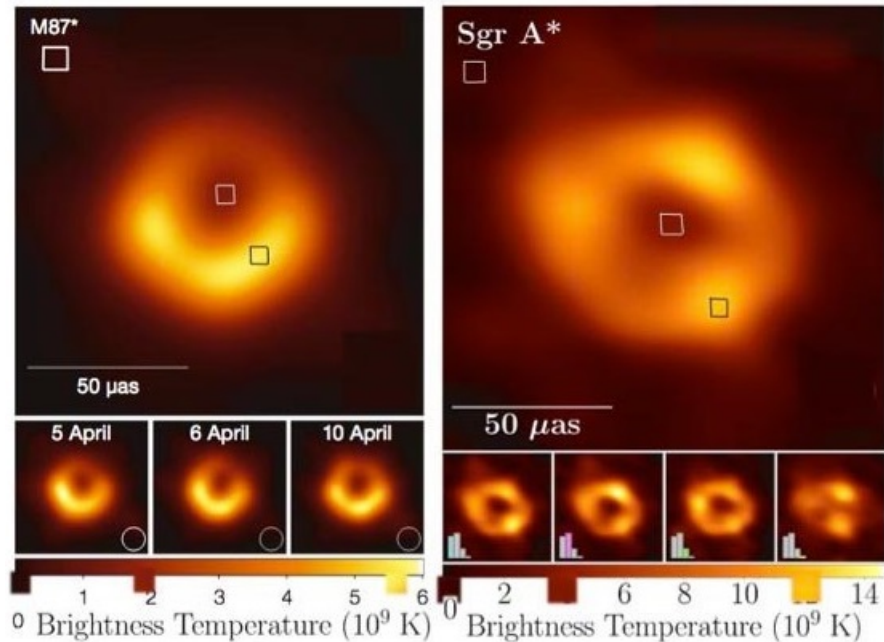


Figura 7.1 - Imagini ale obiectelor M87 și Sagittarius A

În figura 7.1, în stânga, prima imagine a obiectului din centrul galaxiei M87 a fost publicată în 1999, arătând temperaturi minime de luminozitate de 1,8 miliarde de grade și temperaturi maxime de 5,7 miliarde de grade, cu un raport apropiat de 3. Trei ani mai târziu, în 2022, a fost publicată o a doua imagine din dreapta, care arată temperaturi minime de 4 miliarde de grade și temperaturi maxime de 12 miliarde de grade, tot cu un raport apropiat de 3. Aceste două obiecte au mase foarte diferite, primul fiind de 1.625 de ori mai masiv decât al doilea. Pare curios faptul că, în aceste condiții, pentru ambele obiecte, un nor de gaz fierbinte din prim-plan are caracteristici astfel încât raportul dintre temperaturile maxime și minime să fie atât de apropiat de 3 în ambele cazuri. Dacă imaginea unui al treilea obiect ar duce la aceeași observație, ar fi prudent să ne punem întrebări cu privire la adevărata natură a acestor obiecte.

Primele imagini ale obiectelor supermasive situate în centrul galaxiilor au fost asociate cu găuri negre gigantice, iar partea centrală care nu este perfect neagră pare să se datoreze luminii emantate de un disc de gaz fierbinte care orbitează în jurul găurii negre. Cu toate acestea, după cum vom vedea mai târziu în acest studiu, o stea neutronică poate atinge starea critică în două scenarii:

- Într-un mod abrupt, care implică prăbușirea bruscă a unei stele supermasive pe nucleul său de fier înainte de a se transforma într-o supernovă.
- În mod progresiv, în sistemele binare, o stea neutronică subcritică acumulează lent masă prin absorbția gazului emis de o stea companion prin intermediul unui "vânt stelar". Masa critică până la care ar putea suferi o transformare suplimentară depinde de ecuația de stare a materiei din interiorul stelei neutronice și poate varia.

În mod obișnuit, modelele actuale estimează că masa critică necesară pentru o transformare ulterioară se situează aproximativ între 2 și 3 ori masa solară, aproape de limita Tolman-Oppenheimer-Volkoff.

Particularitatea unui astfel de model constă în faptul că obiectul masiv trebuie să aibă un raport de 3 între temperatura de strălucire a coroanei și cea a centrului său (temperaturi maxime și minime). După cum vom demonstra mai târziu, o interpretare alternativă mai coerentă ar fi aceea de a atribui întunecarea părții centrale a acestor obiecte unui efect gravitațional de deplasare spre roșu, care dilată sau încetinește timpul în apropierea orizontului lor.

Acest lucru se datorează faptului că un obiect masiv curbează spațiul-timp în jurul său, afectând traiectoria nu numai a obiectelor masive, ci și a luminii. Atunci când un foton trece prin apropierea unui astfel de obiect, traiectoria sa este curbată din cauza acestei curburi a spațiu-timpului, fenomen cunoscut sub numele de lentilă gravitațională (a se vedea figura 3.4). Cu toate acestea, nu doar traiectoria fotonului se modifică: pe măsură ce se îndepărtează de obiectul masiv, fotonul pierde energie pentru a scăpa de câmpul gravitațional puternic. Această pierdere de energie are ca rezultat o scădere a frecvenței sale, ceea ce îi extinde lungimea de undă spre capătul roșu al spectrului luminos, fenomen cunoscut sub numele de deplasare gravitațională spre roșu.

Pentru a calcula energia pierdută de un foton din cauza deplasării gravitaționale spre roșu, este esențial să înțelegem că energia unui foton este direct legată de frecvența sa  $f$  prin intermediul ecuației  $E = hf$  unde  $h$  este constanta lui Planck.

Dacă se consideră un foton emis cu o frecvență  $f_e$  și observat la o frecvență redusă  $f_r$  din cauza deplasării gravitaționale spre roșu, energia pierdută de foton poate fi exprimată ca diferența dintre energia inițială și cea finală :

$$\Delta E = h(f_e - f_r)$$

Folosind relația dintre frecvență și lungimea de undă ( $f = \frac{c}{\lambda}$ ), unde  $c$  este viteza luminii, această ecuație poate fi rescrisă în termeni de lungimi de undă :

$$\Delta E = hc \left( \frac{1}{\lambda_r} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

Și folosind definiția deplasării gravitaționale spre roșu  $z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e}$  o putem rearanja pentru a obține o expresie în termeni de  $z$  :

$$\Delta E = hc \left( \frac{1}{\lambda_e(1+z)} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

$$\Delta E = -\frac{hc}{\lambda_e} \left( \frac{z}{1+z} \right)$$



Această ecuație arată că energia pierdută de un foton din cauza deplasării gravitaționale spre roșu depinde de lungimea de undă la care a fost emis și de valoarea deplasării gravitaționale spre roșu zsemnul negativ indică o pierdere de energie.

Această pierdere de energie nu este doar aparentă. De exemplu, fondul cosmic de microunde este radiația care a suferit cea mai mare deplasare gravitațională spre roșu, cu un factor  $z$  de aproximativ 1.100, ceea ce corespunde unei temperaturi foarte scăzute și unei energii de aproximativ 3 Kelvin ( $-270^{\circ}\text{C}$ ), cu mult sub energia inițială (a se vedea figura 3.10).

De asemenea, este important de remarcat că jeturile foarte fine și colimate observate în apropierea obiectelor supermasive indică prezența unui câmp magnetic puternic care se opune colapsului obiectului sub efectul gravitației, exercitând o presiune magnetică intensă și opusă. Aceste obiecte, ca și stelele neutronice la masa lor maximă, sunt subcritice, ceea ce determină un efect de deplasare gravitațională spre roșu limitat la 3. Acest lucru sugerează că aceste obiecte ar putea fi obiecte masive subcritice.

În știință, atunci când o observație nu se potrivește cu teoria, de obicei teoria este pusă sub semnul întrebării. Cu toate acestea, în această lucrare foarte recentă publicată în *Astrophysical Journal* (Medeiros 2023), cercetătorii au modificat observațiile pentru a le aduce în concordanță cu modelul găurii negre. Ei au generat imagini sintetice ale găurilor negre prin manipularea diferiților parametri, cum ar fi masa, momentul unghiular etc., și prin selectarea celei care se potrivea cel mai bine cu datele observate, folosind software-ul PRIMO, așa cum se arată în figura 7.2.

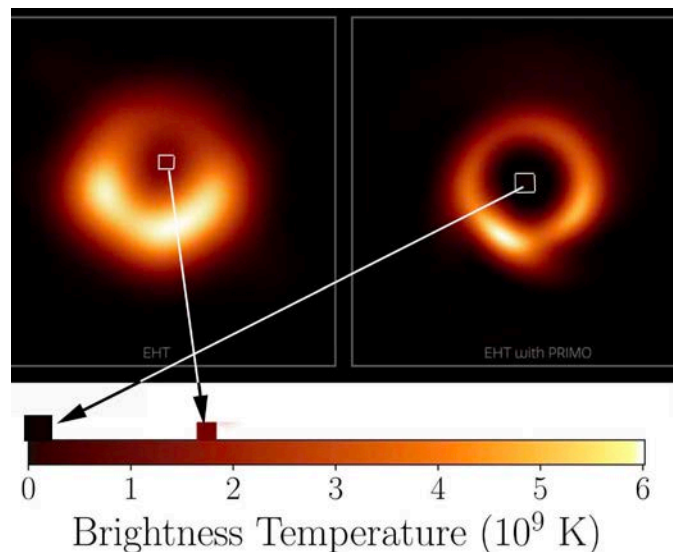


Figura 7.2 - Imagine sintetică a găurii negre M87 procesată de PRIMO în dreapta, comparată cu imaginea originală în stânga.

Rezultatul a confirmat teoria, dar a ridicat semne de întrebare cu privire la rigoarea științifică și obiectivitatea cercetării.

## 7.2 Interpretări alternative ale fenomenului

O interpretare alternativă este aceea de a atribui această variație de culoare de la centru spre margine unei deplasări gravitaționale spre roșu, cu  $z = 2$  ceea ce duce la o prelungire a lungimii de undă cu un factor de  $1 + z = 3$ . Ce putem spune despre astfel de obiecte?

### 7.2.1 Compararea criticilor fizici și geometrici

În secțiunea 5.1, am examinat soluțiile Schwarzschild la ecuațiile lui Einstein, evidențiind metrica exterioară Schwarzschild și metrica interioară corespunzătoare pentru un fluid de densitate constantă  $\rho_0$ . Aceste soluții au fost confirmate de fenomene precum avansul periheliului lui Mercur și fenomenul de lentilă gravitațională (Figura 3.4). Karl Schwarzschild a căutat să se asigure că condițiile care guvernează aceste două metrice sunt în concordanță cu realitatea fizică.

Într-un scenariu în care densitatea stelei,  $\rho_0$  rămâne constantă, o rază caracteristică  $\hat{r}$  poate fi definită. Într-adevăr, dacă luăm în considerare metrica interioară publicată de Schwarzschild în cea de-a doua sa lucrare din februarie 1916 (Schwarzschild 1916a) :

$$ds^2 = \left( \frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \frac{3}{\kappa\rho_0} (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

Schwarzschild a considerat viteza luminii  $c$  ca fiind egală cu unu. Astfel, expresia  $\frac{3}{\kappa\rho_0}$  ar trebui să fie scrisă sub forma  $\frac{3c^2}{\kappa\rho_0}$ . În continuare, K. Schwarzschild a definit o constantă  $\kappa$  ca fiind egală cu  $8\pi k^2$  "unde  $k^2$  este constanta gravitațională a lui Gauss", ceea ce i-a permis apoi să introducă raza caracteristică  $\hat{r}^2$  egală cu  $\frac{3}{\kappa\rho_0}$  care este, de asemenea, raza cercului care face parte din meridianul suprafeței Flamm ((Oppenheimer și Snyder 1939)). Astfel, ecuația precedentă ne conduce la:

$$ds^2 = \left( \frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \hat{r}^2 (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

Apoi, așa cum K. Schwarzschild folosește unghiul  $\chi$  pentru a localiza punctele din interiorul sferei, el trece la variabila  $r$  aplicând schimbarea de variabilă  $r = \hat{r} \sin\chi$ . Acest lucru ne dă forma modernă a metricii. Tolman a oferit o declarație precisă în 1934, dând următoarele ((Tolman 1934)) :

$$ds^2 = - \frac{dr^2}{1 - \left( \frac{r^2}{\hat{r}^2} \right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[ \frac{3}{2} \sqrt{1 - \left( \frac{r_n^2}{\hat{r}^2} \right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left( \frac{r^2}{\hat{r}^2} \right)} \right]^2 c^2 dt^2$$

Unde  $r_n$  este raza stelei și  $\hat{r}$  este o constantă stelară în funcție de densitatea sa  $\rho_0$ . Observați că se formulează ordinea termenilor, în metrică, în conformitate cu semnătura  $(- - - +)$  dar păstrează semnele termenilor respectivi.

Să considerăm un observator staționar ( $dr = d\theta = d\phi = 0$ ) situat în interiorul unei stele. Metrica devine :

$$ds = cd\tau = \left[ \frac{3}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_n^2}{\hat{r}^2}\right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right)} \right] cdt = f(r)dt$$

unde  $\tau$  este timpul propriu observat de observatorul staționar din interiorul stelei și  $f(r)$  este factorul timp.

Apoi, după cum s-a văzut în secțiunea 5.1, atunci când factorul timp este zero în centrul stelei, criticitatea fizică este atinsă înaintea apariției criticității geometrice, când raza stelei este cu numai 5,72% mai mică decât raza critică  $\hat{r}$  dedusă din densitatea sa:

$$r_n = R_{cr\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}} \hat{r} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G \rho_0}}$$

### 7.2.2.2. Deplasarea spre roșu gravitațională aproape de criticitatea fizică

Soluția lui Schwarzschild a fost apoi preluată, într-o formă diferită, de Tolman ((Tolman 1934)), Oppenheimer ((Oppenheimer și Snyder 1939)) și alții ((Adler, Bazin și Schiffer 1975)), ceea ce a condus la ecuația de stare, cunoscută sub numele de ecuația Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV), prezentată în forma sa diferențială:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\rho c^2 + p}{r^2} \left( \frac{4\pi G}{c^4} p r^3 + \frac{Gm(r)}{c^2} \right) \left( 1 - \frac{2Gm(r)}{c^2 r} \right)^{-1}$$

A cărei valoare integrată a fost dată de Karl Schwarzschild cu un secol mai devreme (vezi figura 7.3), unde în cel de-al doilea articol al său (Schwarzschild 1916a) publicat în februarie 1916, descrie geometria din interiorul unei sfere umplute cu un fluid incompresibil de densitate constantă  $\rho_0$  :

$$f_2 = \frac{3}{x\rho_0} \sin^2 \chi, \quad f_4 = \left( \frac{3 \cos \chi_a - \cos \chi}{2} \right)^2, \quad f_1 f_2 f_4 = 1. \quad (29)$$

$$\longrightarrow \rho_0 + p = \rho_0 \frac{2 \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \quad (30)$$

$$3x = r^3 = \left( \frac{x\rho_0}{3} \right)^{-3/2} \left[ \frac{9}{4} \cos \chi_a \left( \chi - \frac{1}{2} \sin 2\chi \right) - \frac{1}{2} \sin^3 \chi \right]. \quad (31)$$

Figura 7.3 - Legea presiunii obținută în 1916 de Karl Schwarzschild

În această formulă, viteza luminii este întotdeauna ajustată la o valoare unitară. În consecință, această formulă este echivalentă cu:

$$p = \rho_0 c^2 \left( \frac{\cos \chi - \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \right)$$

Apoi, așa cum s-a văzut în secțiunea 7.2.1, K. Schwarzschild a schimbat variabila  $r$  prin următoarea schimbare simplă de variabilă :

$$r = \hat{r} \sin \chi$$

Presiunea devine zero la suprafața steii pentru  $\chi = \chi_a$  cu o rază dată de :

$$r_a = \hat{r} \sin \chi_a$$

Centrul steii corespunde la  $\chi = 0$  astfel încât presiunea devine :

$$p = \rho_0 c^2 \left( \frac{1 - \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - 1} \right)$$

Acest lucru impune o limită maximă a acestei raze pentru  $\cos \chi_a = \frac{1}{3}$  sensul :

$$r_a = R_{cr\phi} = \hat{r} \sqrt{\frac{8}{9}} \approx 0,9428 \hat{r}$$

Cu toate acestea, dacă luăm în considerare masa corespunzătoare unei criticitate fizice :

$$M_{cr\phi} = \frac{4}{3} \pi \hat{r}^3 \rho_0$$

și cea corespunzătoare criticii geometrice :

$$M_{cr\gamma} = \frac{4}{3} \pi r_a^3 \rho_0$$

se obține următoarea relație :

$$M_{cr\phi} = \left( \frac{8}{9} \right)^{\frac{3}{2}} M_{cr\gamma} = 8.838 M_{cr\gamma} = 2.5 M_{solar}$$

Această valoare este compatibilă cu masele unor stele neutronice pe care am putut să le deducem direct din observațiile disponibile și pentru care Thorne, Wheeler și Misner au estimat în cartea lor (pagina 611 din (Thorne, Wheeler și Misner 1973)) ca fiind masa critică dincolo de care presiunea zboară la infinit, așa cum se arată în figura 7.4 :

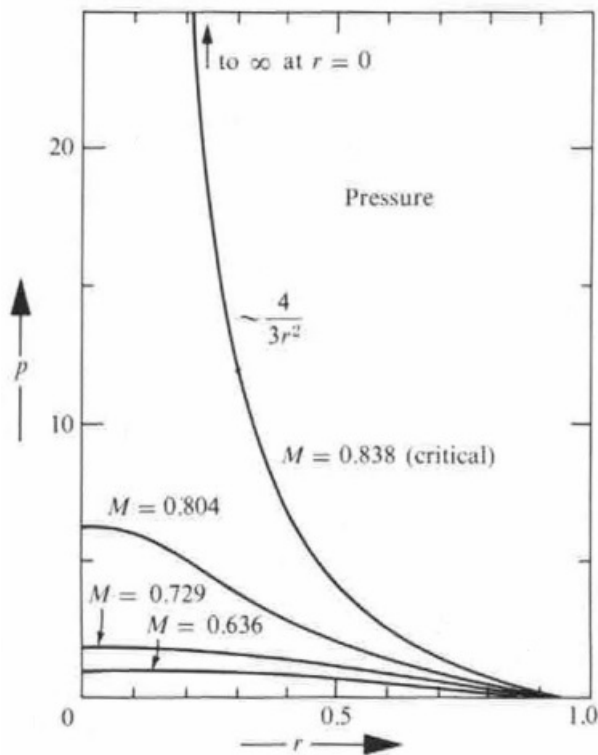


Figura 7.4 - Variația presiunii în interiorul unei stele neutronice de densitate constantă

Bineînțeles, nu vom avea niciodată imagini ale stelelor neutronice comparabile cu cele ale obiectelor din centrul lui M87 și al Căii Lactee. Să calculăm deci efectul gravitațional de deplasare spre roșu  $z + 1$  (corespunzător corpurilor cerești masive apropiate de această criticitate fizică. Acest efect influențează lumina emisă de pe suprafața lor în direcție radială spre un observator îndepărtat, care o va percepe cu o lungime de undă întinsă (deplasare spre roșu).  $\lambda_r$  lungime de undă (deplasată spre roșu). Ea este dată de:

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R_s}{r_a}}}$$

Cu toate acestea, în partea centrală, raza de criticitate geometrică este definită de *raza Schwarzschild*, care este :

$$R_s = \frac{2GM_{cr\gamma}}{c^2} = \frac{2G}{c^2} \left( \frac{4}{3} \pi r_a^3 \rho_0 \right) = \frac{8\pi G \rho_0}{3c^2} r_a^3 = \frac{r_a^3}{\hat{r}^2}$$

Deci, deplasarea gravitațională spre roșu va da :

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r_a^2}{\hat{r}^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{r_a c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{8}{9}}} = 3$$

Aceasta este exact valoarea dedusă din raportul dintre temperaturile maxime și minime deduse din primele două imagini ale găurilor negre situate în centrul galaxiilor M87 și Calea

Lactee. Așadar, imaginile acestor obiecte supermasive ar putea corespunde, de asemenea, unor entități subcritice, unde presiunea din centrul lor - definită ca densitate de energie pe unitatea de volum - ar fi fie infinită, fie cel puțin extrem de mare.

### 7.2.3 Variația vitezei luminii și a presiunii în plasmă de densitate constantă

Să considerăm acum un fluid (plasmă de hidrogen) cu o densitate presupusă constantă. La o temperatură mai mică de 3000° presiunea din interior este dată de :

$$p = \frac{\rho_0 v^2}{3}$$

unde  $v$  este viteza medie de agitație termică a particulelor care alcătuiesc plasma. Astfel, nu este valabil raționamentul conform căruia "dacă presiunea  $p$  tinde spre infinit, atunci și această viteză ar trebui să tindă spre infinit, ceea ce contrazice un principiu central al relativității restrânse, "principiul cauzalității", conform căruia niciun efect fizic nu se poate propaga cu o viteză  $v > c$ " ((Thorne, Wheeler și Misner 1973)), ar conduce la o aberație fizică.

Cu toate acestea, în această regiune a spațiu-timpului, presiunea din interiorul acestei plasmă devine radiativă:

$$p_r = \frac{\rho_0 c^2}{3}$$

Dacă avem în vedere creșterea acestei presiuni radiative la o densitate constantă, acest lucru poate fi realizat doar prin luarea în considerare a unei variații a vitezei luminii în mediu, pe care Karl Schwarzschild a fost primul care a avut-o în vedere (Schwarzschild 1916a):

Die Lichtgeschwindigkeit in unserer Kugel wird:

$$v = \frac{2}{3 \cos \chi_a - \cos \chi_s}, \quad (44)$$

Figura 7.5 - Variația vitezei luminii într-o sferă de densitate constantă

Așadar, așa cum a subliniat în articolul său, creșterea vitezei luminii urmează creșterea presiunii. Ce se întâmplă atunci când această presiune crește, la fel ca și valoarea vitezei luminii? Pur și simplu, este clar de la Karl Schwarzschild (pagina 433 din (Schwarzschild 1916a)) că aceste două mărimi devin infinite pentru  $\cos \chi_a = \frac{1}{3}$  corespunzând la  $r = R_{cr,\phi}$  (44), după cum s-a văzut în secțiunea 7.2.2.

Putem deduce din studiul lui Karl Schwarzschild că stabilitatea acestor obiecte supermasive subcritice se datorează faptului că colapsul gravitațional, datorat criticii fizice care se produce cu mult înainte de criticitatea geometrică, este compensat de o presiune radiativă extrem de mare la densitate constantă din centrul lor, proporțională cu pătratul vitezei luminii.

### 7.3 Concluzie

Am analizat imagini ale unor obiecte supermasive situate în centrul galaxiilor, care au fost prezentate inițial în *Astrophysical Journal* ca fiind primele imagini ale găurilor negre gigantice. Prin studiul nostru aprofundat, propunem o interpretare alternativă a acestor obiecte, care ar putea corespunde unor caracteristici supermasive subcritice, care prezintă un raport între temperatura maximă și cea minimă apropiat de 3. Într-adevăr, raza lor este cu numai 5,72% mai mică decât lungimile Schwarzschild deduse din masa lor. Această observație se aliniază bine cu efectul de deplasare gravitațională spre roșu, potențial caracteristic stelelor neutronice care se apropie de criticitatea fizică, așa cum sugerează soluția geometrică interioară a lui Schwarzschild publicată în cea de-a doua lucrare a sa în februarie 1916. Această soluție, în mare parte necunoscută de majoritatea cosmologilor de după război și tradusă în limba engleză abia în 1999, oferă o perspectivă unică pentru observarea acestor fenomene. Prin examinarea unor aspecte precum presiunea, viteza luminii și factorul timp în interiorul acestor obiecte, ne propunem să îmbogățim descrierea existentă a fenomenelor astrofizice complexe din inima galaxiilor. Aceasta include o explorare a stabilității lor, care ar putea fi menținută printr-un echilibru între colapsul gravitațional, care rezultă din criticitatea fizică ce apare cu mult timp înainte de criticitatea geometrică, și presiunea radiativă extrem de mare la densitate constantă care provine din centrele lor, proporțională cu pătratul vitezei luminii. Lucrarea de un secol a lui Karl Schwarzschild ne reamintește că există încă mistere care trebuie dezlegate în cadrul unor teorii bine stabilite. Întrebările pe care le ridicăm, în special în ceea ce privește evoluția factorului de timp și implicațiile sale profunde asupra conceptului de timp, sunt cruciale și invită la continuarea cercetărilor. Dacă observațiile viitoare vor confirma ipotezele noastre, în special dacă se va descoperi imaginea unui al treilea obiect supermasiv cu un raport de temperatură similar, acest lucru ar încuraja o reevaluare a unora dintre modelele noastre astrofizice actuale. În cele din urmă, universul, în toată vastitatea și complexitatea sa, continuă să ne stimuleze în căutarea noastră insașiabilă de cunoaștere.

## 8 Provocări și dezbateri

### 8.1 Provocări întâlnite în comunicarea și acceptarea modelului

În eforturile noastre de diseminare și validare a modelului cosmologic Janus, am întâmpinat provocări formidabile, în special în domeniul publicării științifice. Această secțiune își propune să detalieze aceste dificultăți, subliniind complexitatea și prejudecățile inerente sistemului internațional dominant de publicare.

Unul dintre cele mai importante obstacole pe care le-am întâlnit a fost procesul de evaluare inter pares în reviste de renume. Am constatat că sistemul, așa cum există în prezent, este adesea rigid și insensibil la ideile noi, în special la cele care contestă fundamentele stabilite ale fizicii și cosmologiei. Încercările noastre de a publica în reviste de prestigiu precum *Physical Review D*, *Modern Physics Letters A*, *Astrophysical Journal* și *Astrophysics and Space Science*, printre altele, s-au lovit de rezistență și scepticism. Această rezistență pare să provină nu din cauza unei lipse de rigoare științifică din partea noastră, ci mai degrabă dintr-o tendință generală a comunității științifice de a menține status quo-ul.

În încercările noastre de a publica, am primit răspunsuri care ilustrează provocările cu care ne confruntăm. De exemplu, o scrisoare din partea Dr. Ethan T. Vishniac, editorul revistei *The Astrophysical Journal*, a subliniat natura neconvențională a muncii noastre în contextul publicației lor:

*Dragă Dr. Zejli,*

*Vă scriu în legătură cu manuscrisul dvs. citat mai sus, pe care l-ați trimis recent la The Astrophysical Journal.*

*Am citit manuscrisul dvs. și am considerat că este adecvat pentru a fi publicat în revista noastră. Revista noastră este specializată în manuscrisele care prezintă noi rezultate privind observațiile astronomice sau teoria aplicată direct la sistemele astrofizice. Din nefericire, subiectul manuscrisului dumneavoastră, care se referă la aspecte fundamentale ale relativității bimerice, se încadrează cu mult în afara domeniului de activitate al revistei noastre. În consecință, regret să vă informez că nu vom putea publica manuscrisul dumneavoastră. Cu toate acestea, vă adresez cele mai bune urări pentru viitoarele dumneavoastră cercetări.*

*Subiectul acestei lucrări s-ar încadra foarte bine în domeniul de activitate al unei reviste specializate în fizica gravitației. Ca o politică generală, nu recomand reviste specifice. Voi remarca doar că acest manuscris nu este bine organizat ca o lucrare de cercetare. Cea mai mare parte a lucrării trece în revistă lucrările anterioare, iar noile rezultate și semnificația lor sunt greu de distins. De exemplu, nu există nicio mențiune în rezumat.*

*Salutări,*

*Ethan T. Vishniac*

*Redactor-șef al AAS*

*Universitatea Johns Hopkins*

Acest lucru înseamnă că, deși manuscrisul nostru se referea la aspecte fundamentale ale "relativității bimerice" (adică bimetrică), nu se alinia cu accentul pus de revistă pe noile



rezultate și teorii astronomice aplicate la sistemele astrofizice. Acest răspuns politic și informativ reflectă o tendință generală de a favoriza lucrările care se încadrează în cadrul stabilit al cercetării științifice. În schimb, răspunsurile de la *Physical Review D* au fost mult mai succinte, adesea rezumându-se la fraza "Nu se potrivește". Acest răspuns scurt evidențiază dificultatea de a obține acceptarea ideilor care se îndepărtează semnificativ de paradigmele existente în fizica teoretică și cosmologie.

Aceste interacțiuni cu reviste de top evidențiază o provocare semnificativă în comunicarea noilor teorii științifice: necesitatea de a alinia lucrările inovatoare la așteptările și standardele stabilite ale revistelor științifice, păstrând în același timp integritatea și noutatea cercetării.

În plus, recente schimbări de politică de la *arXiv*, unul dintre cele mai importante depozite de pre-publicații, au introdus un nivel suplimentar de complexitate. Noua cerință conform căreia propunerile trebuie să fie precedate inițial de publicarea într-o revistă importantă cu evaluare inter pares poate părea paradoxală și contra-intuitivă, în special pentru cercetările de pionierat care ar putea întâmpina rezistență inițială în forumurile tradiționale. Această schimbare de politică a îngreunat considerabil capacitatea noastră de a împărtăși rapid rezultatele preliminare și de a interacționa pe scară mai largă cu comunitatea științifică.

În pofida acestor provocări, au existat și străluciri de speranță și recunoaștere. Două reviste, *Gravitation and Cosmology* din Rusia (Editura Pleiade) și *Astronomische Nachrichten* din Germania, au arătat dorința de a lua în serios munca noastră. Angajamentul lor față de cercetările noastre, deși nu atât de extins pe cât am fi sperat, reprezintă un pas pozitiv către o acceptare și o înțelegere mai largă a JCM.

În secțiunea următoare, vom analiza răspunsurile și criticile acestor reviste, evidențiind atât comentariile constructive, cât și domeniile în care procesul de evaluare inter pares ar putea fi îmbunătățit pentru a acomoda teoriile științifice inovatoare.

## 8.2 Discuție privind criticile și răspunsurile prezentate

În cursul eforturilor noastre de a publica modelul cosmologic Janus, ne-am confruntat cu câteva provocări semnificative, una dintre acestea fiind procesul lung de revizuire de către revista *Gravitation and Cosmology*. După opt luni de urmărire insistentă, revista a găsit în cele din urmă un recenzent care să evalueze calitatea lucrării noastre. Cu toate acestea, rezultatul nu a fost cel pe care îl speram. Iată corespondența care rezumă esența provocărilor cu care ne-am confruntat.

### Răspuns de la *Gravitation and Cosmology*

Dragă Dr. Zejli,

După numeroase încercări, am primit un raport de referent pentru lucrarea dumneavoastră GC23-019 "Nature of the Dipole Repeller". Din păcate, raportul conține o serie de observații

*critice serioase. Având în vedere acest raport, nu putem accepta publicarea lucrării dvs. în revista noastră.*

*Cu deosebită considerație,  
Dr. Serghei V. Bolokhov  
Comitetul editorial al revistei Gravitation and Cosmology*

## **RAPORT DE REFERINȚĂ**

*Autorii încearcă să explice fenomenul așa-numitului Dipole Repeller în cadrul "modelului cosmologic Janus", care este de fapt un fel de teorie bimetrică. Modelul în sine conține unele entități care este foarte puțin probabil să existe în natură, cum ar fi particulele cu masă negativă și fotonii cu energie negativă. În acest scop, este oportun să amintim că experimente recente au arătat că particulele de antimaterie sunt supuse acelorași forțe de gravitație ca și particulele de materie cu aceeași masă. Acest lucru face ca ipoteza autorilor privind masele negative să fie și mai îndoielnică. În plus, pare ciudat că teoria în cauză este invocată pentru a explica un singur fenomen și nu are niciun impact asupra altor sisteme observate. Un punct slab al lucrării este faptul că aceasta conține doar argumente calitative, fără calcule specifice care să ia în considerare parametrii observați ai respingătorului.*

### **Răspunsul meu la acest recenzent**

*Stimate domnule Dr. Sergey V. Bolokhov,*

*Vă mulțumim pentru transmiterea raportului arbitrului asupra manuscrisului nostru, "Natura respingerii dipolului". Apreciem timpul și efortul investit în revizuirea lucrării noastre. Cu toate acestea, credem că ar putea exista unele neînțelegeri cu privire la conceptele de bază ale cercetării noastre, pe care am dori să le clarificăm.*

*1. Cu privire la masa negativă și antimaterie: Preocuparea arbitrului cu privire la masele negative în lumina experimentelor recente cu antimaterie evidențiază un aspect fundamental al modelului nostru care ar putea fi trecut cu vederea. Modelul cosmologic Janus, care stă la baza lucrării noastre, prezice existența a două tipuri distincte de antimaterie. Antimateria de tip C, asemănătoare antimateriei lui Dirac produsă în laboratoare, răspunde la forțele gravitaționale în mod similar cu materia obișnuită. În schimb, antimateria de tip PT, care corespunde conceptului de masă negativă al lui Feynman, se propune să existe în centrele golurilor cosmice, cum ar fi Repelentul de Dipoli. Acest tip exercită un efect antigravitațional, care este o componentă critică a modelului nostru și care este detaliat în mod clar la pagina 10 a manuscrisului nostru.*

*2. Confirmări observaționale și aplicații ale modelului: Valabilitatea modelului nostru se extinde dincolo de explicarea respingerii dipolului. Acesta oferă informații despre diverse fenomene astronomice, pe care arbitrul ar fi putut să le omită în lucrarea noastră:*

*Confinarea și stabilitatea galaxiei: Explicate prin spații lacunare umplute cu mase negative.  
Efecte de lentilă gravitațională: Modelul explică fenomenele de lentilă gravitațională din jurul*

galaxiilor.

*Structura universală: Teoria noastră propune o structură lacunară a universului plină de aglomerări de mase negative, asemănătoare unor bule de săpun interconectate.*

*Curbele de rotație ale galaxiilor și anomalii gravitaționale: Explicăm aplatizarea curbilor de rotație și accelerarea neașteptată a stelelor la granițele galaxiilor.*

*Formarea timpurie a galaxiilor: Sprijinit de observații recente ale telescopului James Webb, modelul nostru sugerează formarea simultană a galaxiilor în primele 100 de milioane de ani ale universului.*

*Galaxii cu deplasare mare spre roșu: Abordăm luminozitatea diminuată a galaxiilor îndepărtate (deplasare spre roșu  $> 7$ ) din cauza efectului de lentilă gravitațională negativă a roiurilor cu masă negativă.*

*Verificări relativiste locale: Modelul se aliniază cu fenomene precum precesia periheliului lui Mercur și devierea luminii de către Soare.*

*Observații privind supernovele: Asimetria dintre populațiile de masă pozitivă și negativă se corelează cu observațiile privind supernovele de tip Ia.*

*3. Interpretarea eronată a domeniului de aplicare a modelului: În cele din urmă, afirmația conform căreia teoria noastră este invocată doar pentru a explica un singur fenomen trece cu vederea domeniul său larg de aplicare. Modelul nostru oferă explicații pentru structurile galaxiilor spiralate, pentru invizibilitatea antimateriei cosmice datorată fotonilor de energie negativă și pentru natura componentelor invizibile ale universului, printre altele.*

*Considerăm că aceste informații și clarificări suplimentare vor contribui la soluționarea preocupărilor exprimate în raportul arbitrului. Suntem pregătiți să furnizăm detalii suplimentare sau revizuri, dacă este necesar.*

*Vă mulțumim pentru că ați luat în considerare răspunsul nostru și așteptăm cu nerăbdare ocazia de a contribui la această revistă.*

*Cu deosebită considerație*

Din nefericire, după ce am răspuns detaliat la fiecare dintre preocupările evaluatorului, nu am mai primit nicio altă comunicare. Editorul și recenzentul păreau să se fi retras din dialog, ilustrând provocările și, uneori, barierele aparent insurmontabile întâlnite în promovarea noilor teorii științifice în cadrul stabilit al publicațiilor academice.

### **Analiza critică a revenirilor revistei *Astronomische Nachrichten***

Interacțiunile noastre cu *Astronomische Nachrichten* au reprezentat, de asemenea, o provocare, dar au permis o explorare mai profundă a unei probleme fundamentale în acceptarea noilor idei în cosmologie. Singurul recenzent, găsit după o căutare de două luni, a inițiat un dialog care a evidențiat o problemă omniprezentă: dependența de ipotezele stabilite de fizicieni renumiți, care apoi modelează și solidifică paradigmele în cadrul cărora operează majoritatea cosmologilor.

Scopul lucrării noastre este de a oferi o interpretare geometrică și cosmologică nouă a soluției exterioare Schwarzschild, bazată pe două ipoteze principale:

- **Izotropie:** Invarianță sub acțiunea  $SO(3)$ , adică grupul de rotații 3D și translații spațiale.
- **Staționaritate:** Independența termenilor metricii în raport cu coordonatele de timp, adică invarianța prin translație în timp.

Soluția generală, așa cum a fost descrisă inițial de Schwarzschild, este adesea prezentată fără o justificare adecvată. Tolman a observat în 1934 ((Tolman 1934)) că forma cea mai generală include un termen încrucișat în  $drdt$ . Cu toate acestea, acest termen a fost neglijat ulterior din motive de comoditate. Această abordare, inclusiv cea a lui Schwarzschild, a fost urmată de mulți cercetători, așa cum se discută în detaliu în capitolul 5.

Recenzentul a subliniat faptul că inexistența unui astfel de termen încrucișat provine din ipotezele de simetrie asumate. Suntem acuzați că neglijăm o ipoteză de simetrie esențială: soluția ar trebui să fie invariantă atunci când  $t$  se schimbă în  $-t$  (așa cum se menționează în cartea lui Wald (Wald 1984), printre altele). În consecință, o soluție cu un termen încrucișat  $drdt$  nu ar satisface această condiție de invarianță, deoarece schimbarea  $t$  în  $-t$  modifică semnul termenului încrucișat. Dar care este baza fizică pentru această ipoteză de simetrie în ceea ce privește variabila timp? Nu există. Ea nu a fost menționată nici de Schwarzschild și nici de mulți dintre succesorii săi.

Într-adevăr, raționamentul (dacă se poate numi astfel) se bazează pe "*modelul găurii negre*" centrat pe "*forma modernă*", în care termenul încrucișat este absent (42). Aceasta este o ipoteză pur matematică, concepută pentru a se alinia nu la realitățile observaționale tangibile, ci la credința generală în existența găurilor negre. Prin urmare, pentru cosmologi, această ipoteză poate părea "*naturală*".

Experiența noastră cu *Astronomische Nachrichten* ilustrează modul în care paradigmele bine stabilite pot influența receptarea ideilor inovatoare în cosmologie, subliniind nevoia de deschidere și de reevaluare a ipotezelor fundamentale în lumina noilor dezvoltări teoretice.

## 9 Concluzie și discuții

Având în vedere principiul briciului lui Occam, care favorizează cea mai simplă teorie care este cea mai coerentă cu datele observaționale, este rezonabil să se concluzioneze că modelul Janus este mai performant decât modelul standard. Modelul cosmologic Janus oferă o abordare coerentă pentru a explica multe fenomene astrofizice, oferind în același timp o interpretare clară a datelor observaționale disponibile. În timp ce modelul standard prezintă neconcordanțe cu datele observaționale, necesitând construcții ad-hoc pentru a rezolva aceste neconcordanțe.

Într-adevăr, modelul Janus merge dincolo de simpla propunere de alternative la fenomenele atribuite de obicei materiei și energiei întunecate, cum ar fi accelerarea expansiunii cosmice, izolarea galaxiilor, efectele pronunțate ale lentilelor gravitaționale și omogenitatea aproape perfectă a fondului cosmic de microunde (CMB), printre altele. Oferă clarificări detaliate cu privire la natura și identitatea componentelor invizibile ale universului. Modelul rezolvă paradoxul lipsei de observare a antimateriei primordiale și oferă o explicație pentru Dipole Repeller, văzându-l ca pe un conglomerat de masă negativă. Această perspectivă consolidează credibilitatea modelului cosmologic Janus în stabilirea structurii la scară largă a universului, explicând în același timp motivele dificultății de detectare a masei negative cu ajutorul instrumentelor de observare optică. De asemenea, explică magnitudinea scăzută a obiectelor astronomice cu o deplasare gravitațională spre roșu mai mare de 7 și aderă la principiul refutabilității prin stipularea unor teste observaționale specifice, cum ar fi prezența conglomeratelor de masă negativă, cu Repelența de Dipoli ca exemplu notabil. În plus, propune o cartografiere alternativă a universului bazată pe o interpretare diferită a efectului de lentilă gravitațională slabă. În plus, modelul Janus își găsește confirmarea în cele mai recente date observaționale, în special cele obținute de la telescopul spațial James Webb, prin prezicerea formării galaxiilor în formele lor actuale în timpul primelor 100 de milioane de ani din vârsta universului. În plus, structura grupului său dinamic conferă *simetrie CPT* geometriei sale, pentru care o predicție specifică făcută în 2017 a fost confirmată în septembrie 2023. Această predicție se referă la antimateria simetrică C (simetrie de sarcină), sintetizată în laborator și care emite fotoni de energie pozitivă, care, conform observațiilor, este supusă unei atracții gravitaționale descendente, la fel ca materia obișnuită.

De asemenea, deschide căi promițătoare de cercetare în mecanica cuantică, sugerând că integrarea stărilor negative de energie și masă ar putea fi crucială pentru cuantificarea gravitației. Prin urmare, modelul Janus se potrivește perfect cu natura, fără a prezenta contradicții majore.

De-a lungul acestei cărți, am aprofundat complexitatea modelului, dezvăluindu-i nuanțele și potențialul de a face lumină asupra misterelor care i-au nedumerit mult timp pe cosmologi și fizicieni.

Această călătorie prin domeniile matematicii avansate, fizicii teoretice și cosmologiei demonstrează capacitatea modelului de a contesta perspectivele convenționale și de a oferi explicații alternative pentru fenomene pe care modelele actuale nu reușesc să le elucideze pe deplin. Discuțiile și analizele prezentate sunt menite să îmbogățească înțelegerea cititorului și să stimuleze curiozitatea de a continua să exploreze și să pună la îndoială limitele cunoștințelor noastre științifice.

Cred că limitările din fizica teoretică și cosmologie pot fi atribuite întârzierii cu care acest domeniu a îmbrățișat topologia începând cu anii 1950. Topologia, studiul proprietăților păstrate prin deformări continue, ar fi putut oferi noi modalități de înțelegere a structurii universului și a structurilor sale complexe.

În concluzie, sper ca această carte să servească nu numai ca un ghid cuprinzător al modelului ancorat într-o bază teoretică solidă a relativității generale, ci și ca inspirație și motivație pentru o nouă generație de gânditori care vor îndrăzni cu curaj să exploreze teritoriile neexplorate ale cosmologiei. Fie ca această carte să favorizeze o apreciere mai profundă a frumuseții complexe a universului nostru și a căutării continue a înțelegerii care ne motivează ca oameni de știință și ca ființe umane.

În domeniul dinamic și în continuă evoluție al cosmologiei, acest model apare ca o lumină călăuzitoare esențială, luminând calea spre teritorii neexplorate și noi perspective. Această călătorie este departe de a se fi încheiat; mai degrabă, reprezintă un apel continuu la explorare și descoperire în continuare.

## Bibliografie

- Adler, R., R. Bazin și M. Schiffer. 1975. *Introducere în relativitatea generală*. McGraw-Hill.
- Akiyama, K. et al. 2019. "Primele rezultate ale telescopului M87 Event Horizon. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole (Umbra găurii negre supermasive)". *The Astrophysical Journal*.
- Akiyama, K. et al. 2022. "First Sagittarius a\* Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole in the Center of the Milky Way (Umbra găurii negre supermasive din centrul Căii Lactee)".
- Anderson, E. K. et al. 2023. "Observarea efectului gravitației asupra mișcării antimateriei". *Nature*.
- Bargmann, V., P. G. Bergmann și A. Einstein. 1941. "On the Five-Dimensional Representation of Gravitation and Electricity". *Volumul aniversar Theodore von Karman*, 212.
- Benoit-Lévy, A. și G. Chardin. 2012. "Introducere în universul Dirac-Milne". *Astronomy and Astrophysics* 537: A78.
- Bergmann, P. 1942. *O introducere în teoria relativității*. Prentice-Hall.
- Bergmann, P., și A. Einstein. 1938. "On a Generalization of Kaluza's Theory of Electricity". *Annals of Mathematics* 39: 683.
- Bondi, H. 1957. "Masa negativă în relativitatea generală". *Recenzii ale fizicii moderne* 29 (3).
- Bourbaki, N. 2006. *Eléments de Mathématique: Groupes et Algèbres de Lie*. Springer.
- Boylan-Kolchin, Michael. 2023. "Testarea la stres.  $\Lambda$ CDM cu galaxii candidate cu deplasare mare spre roșu". *Nature*.
- Brennen, C. E. 1995. *Cavitația și dinamica bulelor*. Oxford University Press.
- Chandrasekhar, S. 1983. *The Mathematical Theory of Black Holes (Teoria matematică a găurilor negre)*. Clarendon Press.
- Chaskalovic, Joël. 2009. "Teoria gravitației pentru modelarea matematică în geomarketing". *Journal of Interdisciplinary Mathematics* 12 (3): 417.
- Cronin, J. W. 1964. "Descoperirea experimentală a încălcării CP". *Societatea Americană de Fizică*.
- Damour, T., și Ian I. Kogan. 2002. "Lagrangians effective and Universality Classes of Nonlinear Bigravity". *Phys. Rev. D*.
- Debergh, N. et al. 2018. "On Evidence for Negative Energies and Masses in the Dirac Equation Through a Unitary Time-Reversal Operator" (Despre dovezi pentru energii și

mase negative în ecuația Dirac prin intermediul unui operator unitar de inversare a timpului).

Dyson, F. W., A. S. Eddington și C. Davidson. 1920. "A Determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational Field, from Observations Made at the Total Eclipse of May 29, 1919". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 291-333.

Eddington, A. 1925. "O comparație cu formulele lui Whitehead și Einstein". *Nature*.

Einstein, A. și N. Rosen. 1935. "The Particle Problem in the General Theory of Relativity". *Phys. Rev.* 48: 73.

El-Ad, H., T. Piran și L. N. da Costa. 1997. "Mon. Not. R. Astro. Soc."

Farnes, J. S. 2017. "A Proposal for a Unifying Theory of Dark Energy and Dark Matter". *arXiv Physics.gen-Ph*.

Ferreira, Leonardo et al. 2022. "Panică! At the Disks: First Rest-Frame Optical Observations of Galaxy Structure at  $z>3$  with JWST in the SMACS0723 Field". *The Astrophysical Journal Letters*.

Flamm, L. 1916. "Contribuții la teoria gravitațională a lui Einstein".

Heald, G. 2020. "The Stronger Case for Gravitational Repulsion Between Matter and Antimatter". *Research Gate Publication*, nr. 339339776.

Hoffman, Y. et al. 2018. "Universul apropiat cvasi-liniar". *Nature Astronomy*.

Hoffman, Y., D. Pomarède, R. B. Tully, și H. Courtois. 2017. "The Dipole Repeller". *Nature Astronomy* 1: 0036.

Hossenfelder, S. 2008. "A Bi-Metric Theory with Exchange Symmetry". *arXiv*.

Kaluza, Th. 1921. "On the Unification Problem in Physics". *Sitzungsberichte Pruss. Acad. Sci.* 966.

Kerr, Roy P. 1963. "Câmpul gravitațional al unei mase care se învâрте ca exemplu de metrică specială algebrică". *Physical Letters* 11: 237.

Klein, O. 1926. "Teoria cuantică și teoria relativității în cinci dimensiuni". *Z.Phys.* 37: 895.

Koiran, P. 2021. "Infall Time in the Eddington-Finkelstein Metric, with Application to Einstein-Rosen Bridges". *Inter. Jr. of Mod. Phys. D* 14.

Kruskal, M. D. 1960. "Extinderea maximă a metricii Schwarzschild". *Physical Review* 119 (5).

Kruskal, Martin D. 1960. "Extinderea maximă a metricii Schwarzschild". *Physical Review* 119: 1743-45.



Medeiros, L. et al. 2023. "Principal-Component Interferometric Modeling (PRIMO), an Algorithm for EHT Data" (Modelarea interferometrică a componentelor principale (PRIMO), un algoritm pentru datele EHT). I. Reconstrucția imaginilor din observații EHT simulate".

Michelson, A. A., și E. W. Morley. 1887. "On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether" (Despre mișcarea relativă a Pământului și a eterului luminos). *American Journal of Science* 34: 333-45.

Morin, Bernard, și Jean-Pierre Petit. 1978. "Le Retournement de La Sphère". HAL.

Morris, M., și K. S. Thorne. 1988. "Găurile de vierme în spațiu-timp și utilizarea lor pentru călătoria interstelare: un instrument pentru predarea relativității generale". *Am. J. Phys.* 56: 395.

Neiser, T. F. 2020. "Fermi Degenerate Antineutrino Star Model of Dark Energy". *Advances in Astronomy* 2020: Article ID 8654307.

Oppenheimer, J. R., și H. Snyder. 1939. "On Continued Gravitational Contraction". *Phys. Rev.* 56: 455-59.

Oppenheimer, J. R., și G. M. Volkoff. 1939. "On Massive Neutron Cores". *Physical Review* 55 (4): 374-81.

Palatini, A. 1919. "Deduzione Invariantiva Delle Equazioni Gravitazionali Dal Principio Di Hamilton". *Rend. Circ. Matem. Palermo* 43: 203-12. <https://doi.org/10.1007/BF03014670>.

Pavlovskii, A. I. 1994. "Magnetic Cumulation-a Memoir for Andrei Sakharov". În *Megagauss Magnetic Field Generation and Pulsed Power Applications*, editat de M. Cowan și R. Cowan. B. Spielman, 9-22. New York: Nova Science Publishers.

Perlmutter, S. et al. 1999. "Măsurătorile de  $\Omega$  și  $\Lambda$  from 42 High-Redshift Supernovae". *Astrophysical Journal* 517 (2).

Petit, Jean-Pierre . 1985. *Le Topologicon*. Ediția Belin.

Petit, Jean-Pierre. 1994. "The Missing-Mass Problem. *IL NUOVO CIMENTO*.

Petit, Jean-Pierre. 1995. "Cosmologia universurilor gemene". *Astrophysics and Space Science* 226: 273-307.

Petit, Jean-Pierre. 2018. "The Janus Cosmological Model and the Fluctuations of the CMB" (Modelul cosmologic Janus și fluctuațiile CMB). *Progresul în fizică*.

Petit, Jean-Pierre, și G. D'Agostini . 2021a. "Modele bimetrice. Când masa negativă înlocuiește atât materia întunecată, cât și energia întunecată. Acord excelent cu datele observaționale. Rezolvarea problemei antimateriei primordiale". *Baza de date a Centrului Național Francez*, 2021a.

Petit, Jean-Pierre, și G. D'Agostini. 2021b. "Constraints on Janus Cosmological Model from Recent Observations of Supernovae Type Ia". *Astrophysics and Space Science*, 2021b.

Petit, Jean-Pierre, și G. D'Agostini. 2014a. "Cosmological Bimetric Model with Interacting Positive and Negative Masses and Two Different Speeds of Light, in Agreement with the Observed Acceleration of the Universe". *Modern Physics Letters A* 29 (34).

Petit, Jean-Pierre, și G. D'Agostini. 2014b. "Negative Mass Hypothesis in Cosmology and the Nature of Dark Energy" (Ipoteza masei negative în cosmologie și natura energiei întunecate). *Astrophysics And Space Science* 354 (2014b): 611-15.

Petit, Jean-Pierre, și G. d'Agostini. 2014. "Cosmological Bimetric Model with Interacting Positive and Negative Masses and Two Different Speeds of Light, in Agreement with the Observed Acceleration of the Universe". *Modern Physics Letters A*.

Petit, Jean-Pierre, G. D'Agostini și N. Debergh . 2018. "Dovezi ale energiilor și maselor negative în ecuația Dirac prin intermediul unui operator unitar de inversare a timpului". *J. Phys. Comm.* 2 (115012).

Petit, Jean-Pierre, G. D'Agostini și N. Debergh. 2019. "Physical and Mathematical Consistency of the Janus Cosmological Model (JCM)" (Consistența fizică și matematică a modelului cosmologic Janus (JCM)). *Progress in Physics* 15.

Piran, Tsvi. 2018. "On Gravitational Repulsion". *arXiv*. <https://arxiv.org/abs/9706049>.

Riess, A. et al. 2004. "Type Ia Supernova Discoveries at  $z > 1$  from the Hubble Space Telescope, Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution". *Astrophysical Journal* 607 (2).

Saharov, A. D. 1967 . "Încălcarea invarianței CP, a asimetriei C și a asimetriei barionice a universului". *Pi'sma ZhÉTF* 5 (1): 32-35.

Saharov, A. D. 1979. "ZhETF Pis'ma". *JETP* 49: 594.

Saharov, A. D. 1980. "Modele cosmologice ale universului cu inversarea săgeții timpului". *Pi'sma ZhÉTF* 79 (3): 689-93.

Saharov, A. D. 1982. "Multisheet Models of the Universe". *Pi'sma ZhÉTF* 82 (3): 1233-40.

Schmidt, B. P. et al. 1998. "The High- $z$  Supernova Search. Measuring Cosmic Deceleration and Global Curvature of the Universe Using Type Ia Supernovae". *Astrophysical Journal* 507 (1).

Schwarzschild, K. 1916a. "Über Das Gravitationsfeld Einer Kugel Aus Inkompressibler Flüssigkeit Nach Der Einsteinschen Theorie". *Sitzungsberichte Der Königlich Preussischen Akademie Der Wissenschaften*.

Schwarzschild, K. 1916b. "Über Das Gravitationsfeld Eines Massenpunktes Nach Der Einsteinschen Theorie". *Sitzungsberichte Der Königlich Preussischen Akademie Der Wissenschaften*.

Souriau, J. M. 1964. *Geometrie și relativitate*. Hermann.

Souriau, J. M. 1997. *Structura sistemelor dinamice, o viziune symplectică a fizicii*. Birkhäuser Verlag.

Souriau, Jean-Marie. 1965. "Prolongements Du Champ de Schwarzschild". *Bulletin de La Société Mathématique de France* 93: 193-207.

Stoica, O. C. 2014. "On Singular Semi-Riemannian Manifolds". *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics* 11.

Thorne, K. S., J. A. Wheeler și C. W. Misner. 1973. *Gravitation*.

Tolman, R. 1934. *Relativitate, termodinamică și cosmologie*. Oxford, la Clarendon Press.

Tsamparlis, Michael. 1978. "On the Palatini Method of Variation". *Journal of Mathematical Physics* 19 (3): 555-57.

Vuyk, V. 2018. "O a cincea forță de respingere a dipolului vidului, necesară pentru a crea toate forțele de atracție chiar și în jurul găurilor negre în teoria cuantică FFF". *Research Gate Publication*, nr. 325995732.

Wald, R. 1984. *Relativitatea generală*.

Weinberg, S. 2000. *Teoria cuantică a câmpurilor: Volumul 1, Fundamente. Volumul 2, Aplicații moderne. Volumul 3, Supersimetria*. Vol. 1-3. Cambridge University Press.