

Model kosmologiczny Janus

Wszechświat bimetryczny: perspektywy i wyzwania

Hicham ZEJLI¹

¹ Inżynier absolwent ENSISA - hicham.zejli@manaty.net

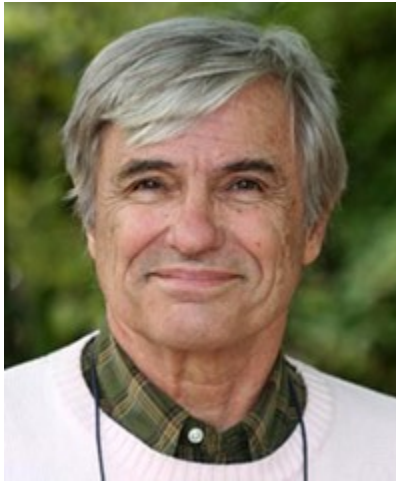
Spis treści

Słowo wstępne Jean-Pierre Petit (Francja).....	5
1 Wprowadzenie.....	13
1.1 Prezentacja kontekstu i celów książki.....	13
1.2 Krótkie wprowadzenie do modelu kosmologicznego Janus i jego znaczenie	13
2 Podstawy teoretyczne.....	15
2.1 Prawo grawitacji Newtona.....	15
2.2 Wprowadzenie do szczególnej teorii względności	15
2.2.1 Czasoprzestrzeń Minkowskiego i czas własny.....	15
2.2.2 Prędkość światła jako ograniczenie.....	17
2.2.3 Podstawowe pojęcia.....	17
2.2.4 Równoważność masy i energii.....	17
2.3 Wprowadzenie do ogólnej teorii względności	18
2.3.1 Rewolucja w fizyce.....	18
2.3.2 Obserwowalne efekty i potwierdzenia eksperymentalne.....	19
2.3.3 Geometria czasoprzestrzeni i równania geodezyjne.....	21
Układ inercjalny i współrzędne.....	21
Skoordynowana transformacja do przyspieszonych laboratoryjnych ram referencyjnych	22
2.3.4 Tensory metryczne.....	24
2.3.5 Symbole Christoffel	26
2.3.6 Zastosowanie równania geodezyjnego w granicy pola słabego	32
2.3.7 Rozwiązania Karła Schwarzschilda i Ludwiga Flamma	36
2.3.8 Konstrukcja geodezji dla zewnętrznej metryki Schwarzschilda	37
2.3.9 Rozwiązanie Roya Kerra.....	44
2.4 Praca Andrieja Sacharowa i Jean-Marie Souriau	45
2.5 Podejście bimetryczne wprowadzone przez hiperboliczną geometrię riemannowską	46
3 Model kosmologiczny Janus.....	48
3.1 Opis.....	48
3.2 Implikacje.....	49
3.3 Odrzutnik dipolowy	57
3.3.1 Wprowadzenie	57

3.3.2	Niektóre próby interpretacji.....	57
3.3.3	Interpretacja przez luki w ciemnej materii.....	58
3.3.4	Interpretacja przez model kosmologiczny Janus.....	59
3.3.5	Perspektywy na przyszłość.....	77
4	Wkład w kosmologię i fizykę cząstek elementarnych.....	78
4.1	Wprowadzenie do grup dynamicznych.....	78
4.2	Różne symetrie związane z każdym operatorem odwrócenia.....	81
4.3	Grupa Lorentz Dynamics.....	82
4.4	Ograniczona grupa dynamiki Poincarégo.....	82
4.5	Dynamiczne grupy z ograniczeniami Kaluzy i Janusa.....	82
4.6	Janus Dynamic Group.....	83
4.7	Implikacje.....	86
5	Alternatywna interpretacja modelu tunelu czasoprzestrzennego w połączeniu z białą fontanną jako <i>membraną jednokierunkową</i>	88
5.1	Rozwiązania równania Einsteina odzwierciedlające różne topologie.....	88
5.2	Hipoteza <i>statyczności</i> : brak terminu krzyżowego $dr dt$	92
5.3	Konstrukcja dwuarkuszowego geometrycznego nieskończonego rozwiązania lorentzowskiego.....	92
5.3.1	Symetria T.....	92
5.3.2	Symetria P.....	93
5.3.3	Identyfikacja dwóch arkuszy.....	94
5.4	Inna reprezentacja tej geometrii.....	95
5.5	Wnioski.....	96
5.6	Dodatek.....	97
6	Topologiczna interpretacja modelu.....	99
6.1	Definicja.....	99
6.2	Model tunelu czasoprzestrzennego.....	99
6.3	Model Wszechświata.....	100
7	Alternatywna interpretacja supermasywnych obiektów subkrytycznych M87 i Sagittarius A*.....	106
7.1	Wprowadzenie.....	106
7.2	Alternatywna interpretacja zjawiska.....	110
7.2.1	Porównanie fizycznych i geometrycznych czynników krytycznych.....	110
7.2.2	Grawitacyjny redshift bliski fizycznej krytyczności.....	111
7.2.3	Zmiana prędkości światła i ciśnienia w plazmie o stałej gęstości.....	114

7.3	Wnioski	115
8	Wyzwania i debaty	116
8.1	Wyzwania związane z komunikacją i akceptacją modelu.....	116
8.2	Omówienie krytyki i odpowiedzi.....	117
	Odpowiedź od <i>Grawitacja i kosmologia</i>	117
	Moja odpowiedź dla tego recenzenta.....	118
	Krytyczna analiza zwrotów z <i>Astronomische Nachrichten</i>	119
9	Podsumowanie i dyskusja	121
	Bibliografia.....	123

Słowo wstępne Jean-Pierre Petit (Francja)



Jest rok 2024. Policz sobie. Urodziłem się w 1937 roku. Kiedy będę pisał te słowa, będę miał 87 lat. Czas płynie tak szybko, że zanim to przeczytacie, mogę już nie żyć. Piszę te strony i myślę, że Hicham czuje to samo, jak wrzucanie butelki do morza, zawierającej wiadomość z apelem.

W chwili, gdy piszę te słowa, zespół Janusa składa się z trzech osób. Oprócz Hichama, urodzonego w 1979 roku, jest jeszcze młody matematyk David, urodzony w 1985 roku, i to wszystko. W 2022 roku byłem jedyną osobą, która kierowała projektem Janus przez czterdzieści lat. Ci dwaj dołączyli do mnie po wysłuchaniu wykładu, który wygłosiłem w styczniu 2023 roku w Paryżu.

Mam ochotę powiedzieć: Co się dzieje w świecie nauki?

Jak wiadomo, ponad sto lat temu świat nauki został wywrócony do góry nogami przez nagłe pojawienie się dwóch nowych dyscyplin: mechaniki kwantowej i kosmologii. Tak więc przez siedemdziesiąt lat postęp naukowy następował po sobie w fantastycznym tempie. Teoretycy albo dostarczali wyjaśnień dla znanych od dawna faktów, takich jak przyspieszenie peryhelium Merkurego, zjawiska, którego mechanika newtonowska okazała się niezdolna wyjaśnić. Albo była to kwestia nowych obserwacji, takich jak odkrycie ekspansji wszechświata, które Rosjanin Alexander Friedman szybko wyjaśnił, tworząc pierwsze niestabilne rozwiązanie równania wprowadzonego przez Einsteina w 1915 roku, które obecnie stanowi podstawę nowej wizji świata, ogólnej teorii względności.

Czasami teoretycy wymyślają nową wizję, proponując dziwne obiekty, których używają, aby ich obliczenia były bardziej zrównoważone. Przykładem może być antymateria, której istnienie zostało wysunięte przez Anglika Paula Diraca w 1928 roku.

Anegdotycznie, zacytujmy reakcję Duńczyka Nielsa Bohra po przeczytaniu tego artykułu:

"Ta teoria wydaje się idealna do łapania słoń w Afryce. Wieszasz artykuł Diraca na drzewie. Przychodzi słoń i czyta artykuł Diraca. Jest tak zdumiony, że łatwo go schwytać.

Natura okazała się jednak dobrym przyjacielem Diraca i w 1931 roku potwierdziła istnienie antyelektronów w promieniach kosmicznych. W tamtym czasie nie byliśmy w stanie odtworzyć tej antymaterii w zderzaczach cząstek. Dlatego to fotony gamma z głębi kosmosu zostały przekształcone w parę elektron-antyelektron, obiekt, który stał się znany jako pozyton.

Rewolucja ta, określana jako zmiana paradygmatu, rozpoczęła się w 1895 roku wraz z odkryciami dokonanymi przez Conrada Röntgena, Henri Becquerela i J.J. Thomsona, zwiastującymi dramatyczne wejście cząstek i zjawisk atomowych na scenę naukową. Przez dziesięciolecia teoretycy po jednej stronie, a eksperymetatorzy i obserwatorzy po drugiej, przypominali dwie grupy koni pełnej krwi galopujących obok siebie, niektóre w niewielkiej odległości przed innymi.

Wszystko to trwało przez kilka dekad po II wojnie światowej. Wśród tych najważniejszych odkryć było przypadkowe odkrycie w 1967 roku kosmicznego mikrofalowego tła, populacji niskoenergetycznych fotonów, które dostarczyły dowodu na to, że na początku wszechświata miała miejsce fantastyczna anihilacja par materia-antymateria.

Pod koniec lat sześćdziesiątych ubiegłego wieku przedmiotem zainteresowania tego, co obecnie nazywamy kosmologami, było po prostu określenie wartości średniej gęstości we wszechświecie. Jeśli była ona większa niż 10^{-29} gramów na centymetr sześcienny, wówczas wszechświat ewoluuje cyklicznie. Po fazie ekspansji zapada się na siebie, tworząc Wielki Chrupnięcie. Jeśli gęstość ta jest niższa, to w odległej przyszłości wszechświata galaktyki będą oddalać się od siebie w nieskończoność z prędkościami, które staną się stałe. A jeśli gęstość ta byłaby równa tej wartości, to powiedzmy, że ewolucja leży pomiędzy tymi dwoma skrajnościami.

Pamiętam to doskonale: to właśnie w tym czasie rozpocząłem swoją karierę naukową, pod koniec lat 60-tych.

Co będzie dalej?

Bardzo szybko mechanika poszła w rozsypkę i wszystko zmieniło się ze złego na gorsze. Teoretycy fizyki cząstek elementarnych, którzy pojawili się w tym stuleciu dzięki zwiększonym energiom wprowadzonym do gry w akceleratorach, przewidzieli pojawienie się nowych obiektów, które nazwali supercząstkami.

Ale nic się nie stało.

Na początku lat 80. XX wieku, aby wyjaśnić prędkość, z jaką gwiazdy obracają się w galaktykach i wyjaśnić, dlaczego siła odśrodkowa nie powoduje ich eksplozji, zaproponowano istnienie ciemnej materii, stanowiącej cztery piąte całkowitej masy wszechświata.

W 1989 roku obserwacje wykonane przez satelitę COBE ujawniły ekstremalną jednorodność wczesnego wszechświata. Aby to uzasadnić, młody Rosjanin, Andrei Linde, zaproponował swoją teorię inflacji, zgodnie z którą wszechświat, gdy miał zaledwie kilka sekund, przeszedł nagłą ekspansję o współczynnik jeden. 10^{-33} sekund, przeszedł nagłą ekspansję o współczynnik 10^{26} . Zostało to spowodowane przez nowe pole złożone z nowych cząstek, znanych jako inflatony. Obecnie istnieje tyle modeli inflatonów, ilu badaczy specjalizujących się w tej dziedzinie.

W 2011 roku Nagroda Nobla została przyznana za inne odkrycie: przyspieszenie kosmicznej ekspansji, przypisywane ciemnej energii. Tłumacząc jego znaczenie za pomocą wyrażenia Einsteina $E = mc^2$ tym razem 75% zawartości kosmosu wymyka się obserwacji.

W 2024 roku, kiedy piszę te słowa, nie istnieje żaden wiarygodny model ciemnej energii. Zwykła materia, którą można obserwować, stanowi obecnie zaledwie 4% kosmicznej zupy.

Zaproponowano różnych kandydatów na ciemną materię, z których głównym jest neutralino, przedstawiciel hipotetycznej rodziny supercząstek. Jednak oprócz tego, że nie jest możliwe jego pojawienie się w potężnych zderzaczach, wymyka się ono wszelkim próbom wykrycia go w kosztownych eksperymentach przeprowadzanych w tunelach i kopalniach, chronionych przed promieniowaniem kosmicznym grubą warstwą skał.

A jeśli chodzi o teorię?

Na przełomie lat 70-tych i 90-tych, kiedy brak wyników eksperymentów fizyki wysokich energii spowodował zmianę paradygmatu, grupa badaczy zaproponowała przedstawienie zarówno cząstek materialnych, jak i cząstek związanych z promieniowaniem za pomocą nowego modelu złożonego z wibrujących strun, otwartych lub zamkniętych. Większość teoretyków przyjęła to, co postrzegali jako nowy i obiecujący kierunek. W każdym kraju utworzono stanowiska badawcze i dydaktyczne. Powstawały zespoły. Ci, którzy znajdowali się w centrum tego ruchu, posunęli się nawet tak daleko, że marzyli o skonstruowaniu teorii wszystkiego. Ten prąd myślowy dał początek górom artykułów i prac doktorskich.

Jak wygląda sytuacja u progu trzeciego tysiąclecia?

Nic: Góra rodzi mysz.

Obecna sytuacja przypomina opowiadanie Hansa Christiana Andersena "Nowe szaty cesarza". Kiedy pod koniec opowieści dziecko pisze: "On jest nagi!".

Książka Hichama to historia zmiany paradygmatu, którą można podsumować jednym zdaniem: *Wszechświat składa się z mas dodatnich i ujemnych.*

W końcu dlaczego nie?

Ale ta idea jest jak wystająca nić. Jeśli pociągniesz za tę nić, pojawi się sznurek. Pociągasz za sznurek i pojawia się lina. Pociągasz za linę i pojawia się ciężki kabel, którego pociągnięcie wstrząsa budynkiem.

Który budynek?

Ogólna teoria względności Alberta Einsteina, której równanie jest wyryte w kamieniu w instytutach fizyki na całym świecie.

Czy to oznacza, że teoria jest błędna?

Nie. To tylko jedna strona medalu. Musi ona zostać zintegrowana z układem dwóch sprzężonych równań pola. Na stronach tej książki znajdziesz wszystko, co wyłoniło się z tego świętokradczego pomysłu.

W styczniu 2023 roku, będąc jedyną osobą, która przez czterdzieści lat realizowała ten duży projekt, wygłosiłem konferencję w Paryżu, w której uczestniczyli David i Hicham.

David jest młodym matematykiem. Mimo że napisał pracę doktorską, nie pociąga go presja badań i woli uczyć matematyki na uniwersytecie.

Czasami mówi się, że to naukowcy przejmują pomysły. W rzeczywistości jest odwrotnie. To idee przejmują badacze. Idea innej topologii wszechświata, będąca podstawą mojego modelu Janusa, zawładnęła Davidem. Przez ostatnie dziesięć miesięcy walczył o opublikowanie matematycznych podstaw tego modelu w czasopiśmie z dziedziny fizyki matematycznej. Być może do czasu, gdy przeczytasz te słowa, publikacja tej pracy w końcu trafi do tych czasopism na najwyższym poziomie. Jeśli tak, pułapka zostanie zastawiona w nadziei, że inni matematycy dadzą się na nią złapać.

Nowe pomysły przypominają pułapki używane w Afryce do łapania małych małp. W ich zasięgu umieszcza się wydrążoną muszlę z otworem. Wewnątrz muszli znajduje się kawałek owocu, który bardzo lubią, ale którego średnica jest dokładnie taka sama jak otwór. Kiedy małpa wsuwa rękę do otworu, nie jest w stanie wyciągnąć zarówno ręki, jak i owocu. Sam padłem ofiarą podobnej pułapki czterdzieści lat temu. Wpadłem na pomysł, który zawładnął moimi neuronami. Kiedy pomysł jest logiczny, funkcjonalny i owocny, bardzo trudno jest się go pozbyć. I wreszcie, jeśli ta idea jest zgodna z obserwacjami, odrzucenie jej staje się po prostu niemożliwe, co bardzo komplikuje twoje życie, czyniąc cię swego rodzaju mutantem, outsiderem w społeczności naukowej. Chyba że zdecydujesz się pozostać w labiryncie.

W 1959 roku Anglik Arthur Koestler napisał książkę zatytułowaną *Les somnambules* (Lunatycy). Opisał w niej naukowców jako ludzi, którzy podczas snu chodzą z zamkniętymi oczami i obiema rękami wyciągniętymi przed siebie, próbując znaleźć drogę. Nie wiedząc o tym, przechodzą przez labirynt. Nieświadomi tego, jak jest skonstruowany, czasami przechodzą obok szeroko otwartych drzwi, nie będąc w stanie ich zobaczyć, gdy wchodzą na ścieżkę, która okazuje się ślepym zaułkiem. Pomysł ten nie jest nowy. Podobny, bardziej statyczny pomysł można znaleźć w Platonijskim micie jaskini.

Chciałbym teraz opowiedzieć o tym, co przydarzyło się Hichamowi Zejli. W styczniu 2023 roku, pracując jako inżynier komputerowy we francuskiej firmie, był zaintrygowany treścią konferencji, którą prowadziłem w Paryżu na temat mojego modelu kosmologicznego Janus. Następnie obejrzał około trzydziestu filmów, które stworzyłem w 2017 roku i przeczytał wszystkie książki na ten temat, aby przedstawić główne cechy tego modelu. Powtórzył wszystkie obliczenia, które znalazł w plikach pdf, które umieściłem w Internecie, a które towarzyszą moim filmom. A potem pułapka się zamyka.

Jeśli czytasz jego książkę, uważaj! Sam możesz paść jej ofiarą. Te strony mogą doprowadzić cię do wspięcia się na jedną ze ścian labiryntu, otwierając ci oczy. Świat nauki wyda ci się wtedy inny. Tak jak w przypadku Hichama, nagle zobaczysz ludzi, czasem laureatów najbardziej prestiżowych nagród, błakających się jak lunatycy, kręcących się w kółko w pętli labiryntu. Modele, które zostały zaakceptowane przez tych, którzy tworzą tak zwaną społeczność naukową, wydadzą ci się oczywistą konsekwencją rażących błędów w obliczeniach. Zobaczysz, jak ci somnambulicy mijają w kółko nowe ścieżki, które są szeroko otwarte, wspaniale zgodne z masą obserwacji, nie mogąc ich dostrzec, trzymając się idei, które są niczym więcej niż deskami, zgniłymi, gorączkowo przybijanymi do wyłomów, które rafy surowej rzeczywistości spowodowały w Modelu Standardowym, który przecieka ze wszystkich stron. I będziesz chciał krzyknąć, jak bohater Andersena: "*Król jest nagi!*"

Praca, jaką Hicham wykonał w ciągu niecałego roku, jest znaczna, i to pomimo faktu, że zrobił to wszystko poza swoją działalnością zawodową, w czasie, który można by określić jako wolny. W ciągu dwunastu miesięcy zrozumiał i przyswoił dogłębnie, a nie powierzchownie, zdumiewającą masę rzeczy związanych z różnymi obszarami, na które ma wpływ mój model Janusa. Nigdy nie widziałem nikogo, kto przełknąłby i przetrawił tak wiele, tak złożonych rzeczy w tak krótkim czasie.

Stając się pierwszym kronikarzem tej fantastycznej przygody, jaką jest model Janus i wszystko, co się z nim wiąże, daje świadectwo w tej książce, która musiała zostać napisana. Już od miesięcy jest aktywnie zaangażowany w pisanie artykułów i nie chce przegapić niczego z tej przygody. Chce być kimś więcej niż tylko świadkiem, chce być jednym z graczy, a my chcemy, aby stał się jednym z nich, wnosząc swoje pomysły i osobisty wkład w ten gmach.

Aby zapewnić jak najszerszą dystrybucję, napisana przez niego książka jest dostępna jako darmowy plik PDF do pobrania we wszystkich językach i powinna być nadal rozwijana w tym duchu. Jest coś szczególnego w wiedzy: kiedy już ją oddasz, nie możesz jej odzyskać i do pewnego stopnia trudno jest uczynić ją swoją własną.

Obraz przedstawia trzech mężczyzn siedzących na prowizorycznej tratwie, wsuwających wiadomości do butelek w różnych językach, przekazujących je jeden po drugim przypadkowym prądom morskim. Być może nie będę już żył, gdy będziesz czytał te słowa. Czas płynie tak szybko. Co się z tym wszystkim stanie? Nie wiem.

Mam niejasne przeczucie, że ludzkość ma dziś spotkanie ze swoim przeznaczeniem, że poza tym modelem kosmologicznym kształtuje się inna, jeszcze bardziej rozległa wizja wszechświata. Aby to zilustrować, zacytuję zakończenie przemówienia Andrieja Sacharowa z

1975 roku, w którym odbierał on Pokojową Nagrodę Nobla. Słowa, które sam napisałem:

"Tysiące lat temu ludzkie plemiona doświadczały wielkich trudności w walce o byt. Ważna była wtedy nie tylko umiejętność władania pałką, ale także zdolność do inteligentnego myślenia, uwzględniania wiedzy i doświadczenia zgromadzonego przez plemię oraz rozwijania więzi, które położyłyby podwaliny pod współpracę z innymi plemionami. Dziś rasa ludzka stoi przed podobnym testem. W nieskończonej przestrzeni może istnieć kilka cywilizacji, w tym społeczeństwa, które mogą być mądrzejsze i bardziej "wydajne" niż nasze. Popieram hipotezę kosmologiczną, że rozwój wszechświata powtarza się nieskończoną liczbę razy, zgodnie z podstawowymi cechami. Inne cywilizacje, w tym niektóre z najbardziej "udanych", są zapisywane nieskończoną liczbę razy na "następnych" lub "poprzednich" stronach Księgi Wszechświata. Niemniej jednak nie powinniśmy minimalizować naszych świętych wysiłków na tym świecie, gdzie jak słabe światła w ciemności, wyłoniliśmy się na chwilę z nicości niejasnej nieświadomości do materialnej egzystencji. Musimy szanować wymagania rozumu i tworzyć życie, które jest godne nas samych i celów, które ledwo

dostrzegamy".

Jean-Pierre Petit, obywatel świata - jean-pierre.petit@manaty.net



Hicham ZEJLI - 22 września 1979 r. - obywatelstwo francuskie

1 Wprowadzenie

1.1 Przedstawienie kontekstu i celów książki

W obecnym krajobrazie kosmologii i fizyki teoretycznej odkrywanie nowych modeli wyjaśniających zjawiska obserwowane w naszym wszechświecie pozostaje żywym i kontrowersyjnym obszarem badań. Niniejsza książka proponuje zbadanie i przedstawienie innowacyjnego i rewolucyjnego modelu kosmologicznego, modelu kosmologicznego Janusa (JCM), opracowanego przez fizyka dr Jean-Pierre'a Petita.

Jako inżynier z zaawansowanym doświadczeniem w matematyce i fizyce, zidentyfikowałem w badaniu modelu kosmologicznego Janusa innowacyjne i intelektualnie satysfakcjonujące podejście do badania i interpretowania niektórych z najbardziej enigmatycznych zjawisk we wszechświecie. Podejście to toruje również drogę do rozwoju wielu praktycznych zastosowań w skali lokalnej, opartych na fundamentalnych zasadach wywodzących się z tego modelu.

Ta książka ma dwa główne cele:

Po pierwsze, dostarczenie szczegółowego wyjaśnienia Modelu Kosmologicznego Janusa, jego podstaw i implikacji poprzez określone badania, dostępne dla naukowców o wykształceniu podobnym do mojego, tj. o zaawansowanym poziomie matematyki i fizyki teoretycznej.

Po drugie, pomimo intensywnej, satysfakcjonującej i zróżnicowanej współpracy w naszym zespole, chciałbym podkreślić wyraźny kontrast spowodowany brakiem komunikacji z recenzentami konsultowanymi przez główne recenzowane czasopisma naukowe. Sytuacja ta uwypukla wyzwania, przed jakimi mogą stanąć innowacyjne pomysły powstające i rozwijające się bez znaczącego i konstruktywnego dialogu między badaczami.

1.2 Krótkie wprowadzenie do modelu kosmologicznego Janus i jego znaczenie

Model kosmologiczny Janusa wyróżnia się w krajobrazie fizyki teoretycznej swoją śmiałą propozycją: opisanie wszechświata jako różnicowości riemannowskiej z dwiema metrykami. Konstrukcja ta opiera się na ogólnej teorii względności Einsteina i zawiera elementy fizyki cząstek elementarnych oraz geometrii symplektycznej. Model ten ma swoje korzenie w pracach Andrieja Sacharowa i Jeana-Marie Souriau, które ustanowiły związek między inwersją czasu, inwersją energii i, w konsekwencji, inwersją masy.

Jednym z głównych wkładów modelu jest jego zdolność do rozwiązania problemu asymetrii barionowej wszechświata. Kwestia ta, stanowiąca sedno obecnych debat w kosmologii, dotyczy obserwowanej przewagi materii nad antymaterią, co jest sprzeczne z przewidywaniami modelu Wielkiego Wybuchu. Model kosmologiczny Janusa oferuje nowe spojrzenie na ten problem, postulując istnienie dwuwymiarowego wszechświata powstałego z tej samej osobliwości, zdominowanego przez materię i antymaterię.

Oryginalność tego modelu polega również na jego bimetrycznym podejściu do wszechświata, w którym dwie "warstwy" czasoprzestrzeni oddziałują na siebie grawitacyjnie, oferując alternatywne wyjaśnienia zjawisk takich jak ciemna energia i

ciemna materia oraz potencjalnie otwierając nowe rozumienie podróży międzygwiazdnych. Krótko mówiąc, niniejsza książka ma na celu przedstawienie tego modelu jako innowacyjnego podejścia, stanowiącego wyzwanie dla obecnych perspektyw w kosmologii i fizyce teoretycznej oraz zachęcającego do głębokiej refleksji nad niezbadanymi możliwościami naszego zrozumienia wszechświata.

2 Podstawy teoretyczne

2.1 Prawo grawitacji Newtona

Prawo Newtona, sformułowane w przestrzeni euklidesowej, stwierdza, że gdy masa m podlega wpływowi siły grawitacyjnej G generowanej przez inną masę M siła ta F jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości d dzielącej obie masy. Można to wyrazić następującym równaniem:

$$F = \frac{G \cdot m \cdot M}{d^2}$$

Im większa masa, tym większa siła, ale siła ta gwałtownie maleje wraz ze wzrostem odległości ze względu na człon d^2 w mianowniku. Prawo to ma zasadnicze znaczenie dla zrozumienia grawitacji i ruchów obiektów niebieskich.

W fizyce prawo grawitacji ma fundamentalne znaczenie dla zrozumienia oddziaływań grawitacyjnych między ciałami niebieskimi, od Ziemi po planety i gwiazdy. Pozostaje ono podstawowym prawem mechaniki klasycznej i odegrało kluczową rolę w rozwoju astronomii i astrofizyki. Zostało również potwierdzone przez liczne obserwacje i eksperymenty na przestrzeni wieków, wzmacniając jego ważność w naszym rozumieniu wszechświata.

Jednakże, chociaż prawo grawitacji Newtona okazało się niezwykle potężne i dokładne w wielu scenariuszach, zaczęło wykazywać swoje ograniczenia, gdy zastosowano je do sytuacji związanych z prędkościami zbliżonymi do prędkości światła lub zjawiskami na skale astronomicznej. Był to punkt wyjścia do powstania Szczególnej Teorii Względności Alberta Einsteina, oznaczającej zmianę paradygmatu w naszym rozumieniu podstawowych pojęć przestrzeni, czasu i grawitacji. W następnej sekcji zagłębimy się w podstawowe zasady Szczególnej Teorii Względności, która położy podwaliny pod naszą późniejszą eksplorację Ogólnej Teorii Względności. Doprowadzi nas to do głębszego zrozumienia złożoności kosmosu.

2.2 Wprowadzenie do szczególnej teorii względności

Na początku XX wieku fizyka przeszła rewolucję koncepcyjną, podważając fundamenty ustanowione przez Sir Isaaca Newtona w XVII wieku. W miarę jak obserwacje i eksperymenty stawały się coraz bardziej precyzyjne, zaczęły pojawiać się anomalie podczas badania prędkości bliskich prędkości światła i w ekstremalnych środowiskach kosmicznych. W tym kontekście pojawiła się Szczególna Teoria Względności Alberta Einsteina, która obaliła nasze tradycyjne rozumienie przestrzeni, czasu i grawitacji.

2.2.1 Czasoprzestrzeń Minkowskiego i czas własny

Szczególna Teoria Względności zachęca nas do porzucenia idei, że wszechświat ma miejsce w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej, w której czas jest odrębnym bytem. Zamiast tego proponuje model, w którym przebywamy w czterowymiarowej hiperpowierzchni, gdzie trzy wymiary przestrzeni są prostopadłe do jednego wymiaru czasu. To połączenie przestrzeni i czasu tworzy tak zwaną czasoprzestrzeń Minkowskiego z sygnaturą metryczną $(- + + +)$ Innymi słowy, sygnatura metryczna jest ważną cechą

czasoprzestrzeni, która wskazuje, w jaki sposób interwały czasu i przestrzeni są łączone w równaniach szczególnej teorii względności. W tej sygnaturze $(-+++)$ pierwszy człon odpowiada przedziałowi czasu, który jest odejmowany od kolejnych trzech członów odpowiadających przedziałom przestrzeni. Oznacza to, że czas ma znak ujemny w metryce, podczas gdy trzy wymiary przestrzenne mają znaki dodatnie. Ta specyficzna sygnatura jest kluczowa dla zrozumienia, w jaki sposób odległości i interwały czasowe są mierzone w szczególnej teorii względności.

Aby lepiej zrozumieć tę koncepcję, wyobraźmy sobie punkt M poruszający się w czasoprzestrzeni opisanej przez dwie współrzędne: czas (t) i położenie przestrzenne (x) . Gdy ten punkt się porusza, sąsiedni punkt M' odpowiada nieco zmodyfikowanym wartościom: $(t + dt, x + dx)$, gdzie dt i dx reprezentują małe przyrosty czasu i przestrzeni. Jeśli weźmiemy pod uwagę, że przyrost ten następuje wzdłuż trajektorii opisanej przez $x = ct$ (gdzie c jest prędkością światła), to $dx = c dt$.

W tym momencie wprowadzamy pojęcie *czystego czasu*. Wielkość sznana jako czas właściwy, jest miarą czasu, która rządzi życiem obiektu poruszającego się z prędkością v . Aby obliczyć sużywamy następującego równania:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2$$

Równanie to pokazuje, w jaki sposób czas właściwy (s) jest powiązany ze zmianami w czasie (dt) i przestrzeni (dx), gdy obiekt porusza się z prędkością v . Ujawnia ono również, że czas właściwy może zmieniać się jako funkcja prędkości i trajektorii obiektu, prowadząc do zjawisk takich jak dylatacja czasu.

W szczególnej teorii względności Einsteina czas nie jest absolutny, ale zależy od względnej prędkości obserwatora. Poniższe rozwinięcie matematyczne opisuje związek między czasem właściwym τ który jest czasem mierzonym przez poruszający się zegar (na pokładzie statku kosmicznego), a czasem koordynowanym t który jest czasem mierzonym przez zegar na ziemi (w spoczynku względem obserwatora):

$$\begin{aligned} s = c\tau &\Rightarrow ds = c d\tau && \Rightarrow c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \\ &\Rightarrow d\tau^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2} dx^2 && \Rightarrow \frac{d\tau^2}{dt^2} = 1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \\ &\Rightarrow \frac{d\tau}{dt} = 1 - \frac{v^2}{c^2} && \Rightarrow \tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{aligned}$$

Oznacza to, że w scenariuszu, w którym t reprezentuje czas zmierzony przez nieruchomego obserwatora wyposażonego w zegar na ziemi, a v jest prędkością obiektu wyposażonego w zegar pokładowy poruszającego się z tą prędkością względem tego założonego bezruchu, wówczas czas właściwy τ w tym obiekcie wpłynie dylatacja czasu opisana przez $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ znaną jako *współczynnik Lorentza*.

2.2.2 Prędkość światła jako ograniczenie

Należy zauważyć, że w tej czasoprzestrzeni prędkość światła jest ograniczona przez właściwości czasoprzestrzeni (i jej zawartości), w której się rozchodzi.

Jeśli założymy, że x jest współrzędną przestrzenną t jest współrzędną czasową, a c jest prędkością światła, wówczas możemy zdefiniować prędkość v używając wyrażenia $v = \frac{dx}{dt}$.

Zakładając, że zmiana czasu właściwego jest zawsze większa lub równa 0, tj. $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \geq 0$ wynika, że prędkość światła w próżni jest ostatecznym limitem prędkości dla poruszających się obiektów o dodatniej masie spoczynkowej, ponieważ $v \leq c$. Z drugiej strony fotony poruszają się po trajektoriach, dla których $v = c$ prowadzi do unikalnych właściwości związanych ze światłem.

Szczególne Teoria Względności jest teorią ograniczoną do badania inercjalnych układów odniesienia, w szczególności tych poruszających się ruchem jednostajnym prostoliniowym (w przestrzeniach bez krzywizny, poruszających się po linii prostej ze stałą prędkością).

2.2.3 Podstawowe pojęcia

Szczególne teoria względności opiera się głównie na trzech koncepcjach:

- **Postulat niezmienniczości prędkości światła:** Postulat ten stwierdza, że prędkość światła w próżni jest uniwersalną stałą i pozostaje taka sama dla wszystkich obserwatorów, niezależnie od ich względnego ruchu. Innymi słowy, prędkości światła nie można dodać ani odjąć od prędkości obserwatora. Ta fundamentalna idea została potwierdzona przez słynny eksperyment Michelsona-Morleya (Michelson i Morley 1887).
- **Zasada kosmologiczna:** Zasada kosmologiczna postuluje, że wszechświat jest jednorodny i izotropowy. Oznacza to, że jego właściwości są jednolite i identyczne we wszystkich kierunkach i skalach. Zasada ta pozwala nam rozszerzyć zastosowanie praw szczególnej teorii względności na skalę kosmiczną, rozważając wszechświat jako całość.
- **Zasada szczególnej względności:** Zasada szczególnej względności mówi, że prawa fizyki są spójne we wszystkich inercjalnych układach odniesienia. Układy inercjalne to takie, które poruszają się względem siebie ze stałą prędkością. Zasada ta uogólnia koncepcję względności Galileusza i kwestionuje pojęcie absolutnego układu odniesienia. Pokazuje, że prawa fizyki pozostają spójne i niezmiennie, niezależnie od względnych prędkości obserwatorów.

2.2.4 Równoważność masy i energii

Jednym z najbardziej emblematycznych równań w fizyce jest równanie równoważności masy i energii Alberta Einsteina. Równanie to oznacza głęboki związek między masą (m) i energią (E), ujawniając, że są one wymienne we wszechświecie.

Rewolucyjna intuicja Alberta Einsteina, która doprowadziła do sformułowania tej równoważności, wywodzi się z jego teorii szczególnej względności. W teorii tej Einstein postulował, że energia i masa są ze sobą nierozzerwalnie związane, a równanie to służy jako kamień węgielny tego związku.

Główna koncepcja tego równania jest prosta: stwierdza ono, że energia (E) obiektu jest wprost proporcjonalna do jego masy (m), z prędkością światła w próżni (c) jako stałą proporcjonalności. Matematycznie można to wyrazić następująco:

$$E = mc^2$$

Przeanalizujmy to równanie bardziej szczegółowo na prostym przykładzie. Załóżmy, że mamy mały obiekt o masie 1 grama (0,001 kilograma). Stosując równanie Einsteina, możemy obliczyć ekwiwalent energetyczny tej masy:

$$E = (0.001 \text{ kg}) \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 9 \times 10^{13} \text{ Joules}$$

Ta zadziwiająco duża ilość energii podkreśla głęboki wpływ równania (1). Pokazuje ono, że niewielka masa może wytworzyć ogromną ilość energii, gdy zostanie przekształcona za pomocą tego równania. Równanie to odgrywa kluczową rolę w zrozumieniu reakcji jądrowych, takich jak te zachodzące w gwiazdach i elektrowniach jądrowych, gdzie niewielkie zmiany masy powodują znaczne uwolnienie energii.

Równanie Einsteina, z jego zdolnością do łączenia masy i energii, pozostaje kamieniem węgielnym współczesnej fizyki, głęboko wpływając na nasze rozumienie tego, jak działa wszechświat.

Chociaż Szczególna Teoria Względności pozwoliła nam odkryć fascynujące aspekty kosmosu, prowadząc nas w podróże z prędkościami bliskimi prędkości światła i ujawniając, w jaki sposób czasoprzestrzeń zakrzywia się w odpowiedzi na nasz ruch, jest ona ograniczona do określonych ram, inercjalnych układów odniesienia i jednolitego ruchu prostoliniowego. Ale co się dzieje, gdy w grę wchodzi grawitacja? W jaki sposób struktura czasoprzestrzeni ewoluje w obecności masywnych obiektów lub znacznej krzywizny? W tym miejscu, w następnej sekcji, pojawia się Ogólna Teoria Względności Alberta Einsteina.

2.3 Wprowadzenie do ogólnej teorii względności

2.3.1 A rewolucja w fizyce

Prawo Newtona jest teorią, która działa dobrze w wielu sytuacjach, jak wyjaśniono w sekcji 2.1, ale nie może wyjaśnić pewnych zjawisk obserwowanych przy prędkościach bliskich prędkości światła lub w obecności intensywnych pól grawitacyjnych. Ogólna teoria względności (GR) Alberta Einsteina jest bardziej kompletną teorią, która obejmuje te efekty grawitacyjne. Ogólna teoria względności, będąca kamieniem węgielnym współczesnej fizyki, zrewolucjonizowała nasze rozumienie grawitacji i wszechświata. Teoria ta, zaproponowana przez Alberta Einsteina w 1915 roku, opiera się na zasadzie, że grawitacja jest przejawem zakrzywienia czasoprzestrzeni, wywołanego obecnością masy i energii. Równanie pola Einsteina, będące sercem tej teorii, opisuje, w jaki sposób materia i energia wpływają na geometrię czasoprzestrzeni i, z kolei, w jaki sposób ta zakrzywiona geometria

kieruje ruchem materii i energii.

Równanie pola Einsteina, opublikowane po raz pierwszy 25 listopada 1915 roku, jest głównym równaniem różniczkowym cząstkowym ogólnej teorii względności:

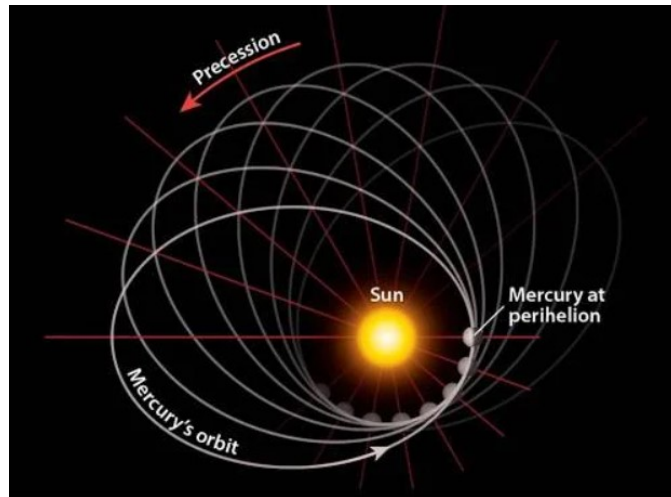
$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Ta krzywizna geometrii wokół źródła materii jest następnie interpretowana jako pole grawitacyjne tego źródła. Ruch obiektów w tym polu jest bardzo precyzyjnie opisany przez ich równanie geodezyjne. Metryka $g_{\mu\nu}$ tworzy rodzinę geodezyjną. Należy zauważyć, że cząstki o dodatniej lub ujemnej masie grawitacyjnej zachowywałyby się w ten sam sposób, podążając tymi samymi geodami, gdy są odchylane przez potencjał grawitacyjny wytworzony przez znaczną masę M na przykład w grawitacji ziemskiej lub słonecznej. Tak więc masywny obiekt, taki jak gwiazda, wpływa na czasoprzestrzeń nie tylko swoją masą, ale także emitowaną energią, taką jak promieniowanie. W ogólnej teorii względności energia obiektu - w tym energia jego masy spoczynkowej reprezentowana przez mc^2 oraz wszelkie dodatkowe formy energii, takie jak promieniowanie - przyczynia się do wytwarzanego przez niego pola grawitacyjnego. Ten połączony wkład energii i masy jest tym, co zakrzywia czasoprzestrzeń wokół obiektu. Drugi człon uwzględnia zawartość wszechświata w każdym punkcie czasoprzestrzeni:

- **Jeśli jest on niezerowy**, wówczas rozwiązanie geometryczne, które wyłania się z tego równania, będzie opisywać wnętrze bryły.
- **Jeśli wynosi ona zero**, rozwiązanie zaindukowane przez to równanie będzie odnosić się do całkowicie pustej części wszechświata wokół tej masy.

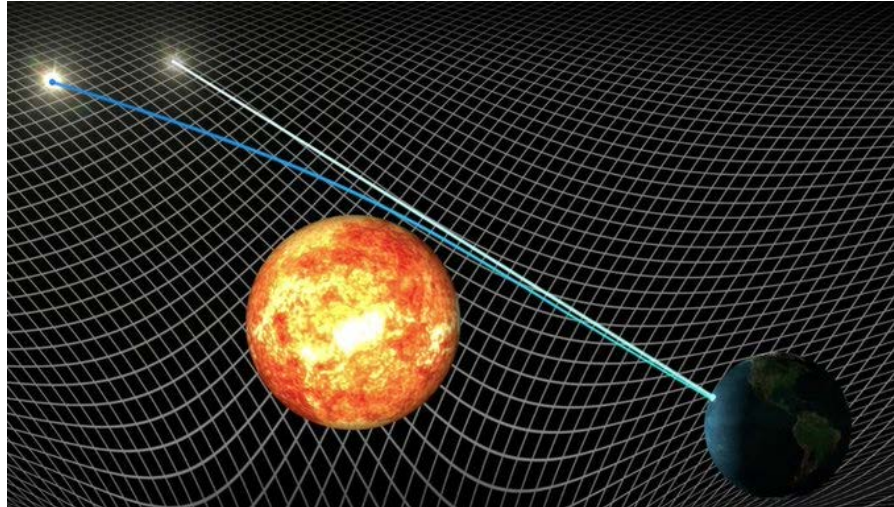
2.3.2 Obserwowalne efekty i potwierdzenie eksperymentalne

Wśród zjawisk wyjaśnionych przez GR jest odchylenie płaszczyzny obrotu planety Merkury, gdy znajduje się ona najbliżej Słońca, znane jako precesja peryhelium. Zjawisko to zostało zmierzone z dokładnością do 45 arcsekund na stulecie, wartości, której nie można wyjaśnić prawem Newtona.



Rysunek 2.1 - Precesja peryhelium Merkurego

Innym zaobserwowanym zjawiskiem jest pozorne zakrzywienie światła wokół Słońca. Podczas zaćmienia Słońca w 1919 r. Sir Arthur Eddington zauważył, że promienie światła wydają się zakrzywiać wokół Słońca. W rzeczywistości promienie te podążają najkrótszymi ścieżkami w zakrzywionej czasoprzestrzeni, zwanymi geodami. To pozorne zakrzywienie światła jest spowodowane deformacją czasoprzestrzeni spowodowaną obecnością masy, efektem, który GR dokładnie wyjaśniła ((Dyson, Eddington i Davidson 1920)).



Rysunek 2.2 - Potwierdzenie tezy Einsteina o krzywiznie światła gwiazd podczas zaćmienia Słońca

Zjawiska te są uważane za nieliniowe, ponieważ można je wyjaśnić jedynie za pomocą teorii GR. Jednak w warunkach, w których efekty relatywistyczne są pomijalne, prawo Newtona może zapewnić prawidłowe przybliżenia. GR rozszerzyła zatem nasze rozumienie grawitacji poza granice prawa Newtona, torując drogę do lepszego zrozumienia oddziaływań grawitacyjnych w dużych skalach i przy dużych prędkościach.

2.3.3 Geometria czasoprzestrzeni i równania geodezyjne

Przypomnijmy sobie zasadę równoważności Einsteina dla układu inercjalnego w swobodnym spadku:

"W polu grawitacyjnym, w każdym punkcie czasoprzestrzeni zawsze możliwe jest wybranie lokalnie inercjalnego układu współrzędnych, tak że w wystarczająco małym obszarze prawa fizyki są identyczne z tymi, które obowiązują przy braku grawitacji".

W tym układzie odniesienia swobodnego spadania siła bezwładności odczuwana przez ciało w stanie swobodnego spadania znosi siłę grawitacji, co oznacza, że obiekt nie podlega żadnej sile (stan nieważkości). W związku z tym układ inercjalny jest podstawowym układem do badania oddziałujących obiektów (znanym jako szczególny układ względności) przed ich analizą w drugim układzie galileuszowym, znanym jako "układ laboratoryjny", w którym obiekty te podlegają działaniu grawitacji. Ta druga rama jest w rzeczywistości przyspieszona w górę ($a = -g$) w porównaniu z naturalnym układem inercjalnym (wyobraź sobie, że "ziemia na Ziemi przyspiesza cię w górę").

W teorii szczególnej teorii względności układ inercjalny jest opisywany przez metrykę Minkowskiego, która jest matematyczną reprezentacją płaskiej czasoprzestrzeni. Metryka ta ma zastosowanie w regionach, w których efekty grawitacji są nieobecne. W takim kontekście trajektorie obiektów są określane przez równania ruchu wyprowadzone z zasad szczególnej teorii względności. Podczas gdy termin "geodezyjny" jest używany w ogólnej teorii względności dla czasoprzestrzeni zakrzywionej przez grawitację, w metryce Minkowskiego szczególnej teorii względności trajektorie te są lepiej opisane jako linie proste reprezentujące ruch ze stałą prędkością. W tych ramach obiekty w inercjalnych ramach poruszają się po liniach prostych ze stałą prędkością, co jest szczególnym przypadkiem geodezji w płaskiej czasoprzestrzeni.

Układ inercjalny i współrzędne

Po pierwsze, umieścimy się w tych inercjalnych ramach i zdefiniujemy współrzędne masy punktowej w tych ramach: rozważamy współrzędne ξ^α z $\xi^0 = ct$, $\xi^1 = x$, $\xi^2 = y$, $\xi^3 = z$ dla celów naszej analizy. Ponieważ na ciało to nie działa żadna siła (stała prędkość), możemy wywnioskować, że :

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{d\tau^2} = 0$$

$$d\tau^2 = cdt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Gdzie τ odpowiada metryce lub przedziałowi w tej przestrzeni, który możemy również oznaczyć jako si należy zauważyć, że metryka ta jest niezmienna niezależnie od układu odniesienia.

Transformacja współrzędnych do przyspieszonego laboratoryjnego systemu referencyjnego

Zastosujmy teraz transformację współrzędnych w nowym galileuszowym laboratoryjnym układzie odniesienia "przyspieszonym w górę" w odniesieniu do poprzedniego inercjalnego układu odniesienia:

$$x^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Jednak każda współrzędna nowego układu Galileusza zależy od współrzędnych układu inercjalnego i odwrotnie:

$$x^\mu(\xi^0, \xi^1, \xi^2, \xi^3), \quad \xi^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

I pamiętaj, że ξ zależy od τ :

$$\xi^\mu(\tau)(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Każdy parametr ξ w nowej strukturze referencyjnej zależy również od τ . Możemy zatem wywnioskować, że :

$$\frac{d\xi^0}{d\tau} = \frac{dx^0}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^0} + \frac{dx^1}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^1} + \frac{dx^2}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^2} + \frac{dx^3}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^3}$$

Można to wyrazić za pomocą notacji sumarycznej dla powtarzających się indeksów:

$$\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} = \sum_{\mu=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{dx^\mu}{d\tau}$$

Uwaga: W matematyce zapis sumowania jest zwartym sposobem reprezentowania sumowania szeregu wyrażeń. Gdy indeks dolny i górny pojawia się w wyrażeniu, zazwyczaj oznacza to sumowanie nad tym indeksem, co oznacza, że wszystkie możliwe wartości tego indeksu są sumowane. Zapis ten jest powszechnie stosowany w różnych dziedzinach matematyki i fizyki w celu uproszczenia reprezentacji równań zawierających powtarzające się indeksy.

Teraz chcemy ponownie wyprowadzić to wyrażenie, aby wyprowadzić równanie geodezyjne (2), następnie :

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \left(\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} \right) &= \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{dx^\mu}{d\tau} + \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = 0 \\ \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} &= 0 \end{aligned}$$

Aby przeprowadzić sumowanie na powtarzających się indeksach w następujący sposób :

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \sum_{\alpha=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha}$$

Musimy wykonać tę operację:

$$\left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha}\right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha}\right) = 0$$

Jednakże, dla $\beta \neq \mu$ częściowe pochodne jednej współrzędnej względem innej współrzędnej w tym samym układzie współrzędnych wynoszą zero (na przykład, $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$), a dla $\beta = \mu$ pochodna cząstkowa jest równa 1. Odpowiada to symbolowi Kroneckera (δ_μ^β):

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \frac{\partial x^\beta}{\partial x^\mu} = \delta_\mu^\beta$$

Uwaga: Kiedy β i μ reprezentują różne współrzędne w tym samym układzie współrzędnych, częściowa pochodna β względem μ wynosi zero, ponieważ oznacza to, że współrzędne te są wzajemnie niezależne w układzie. Jednakże, gdy β i μ reprezentują tę samą współrzędną, pochodna cząstkowa jest równa 1, co wskazuje, że współrzędna zmienia się sama ze sobą, co jest reprezentowane przez symbol δ_μ^β .

To daje nam :

$$0 = \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha}\right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \delta_\mu^\beta \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2}$$

Jeśli jednak zastąpimy μ z β ($\beta = \mu$), to $\delta_\mu^\beta = \delta_\beta^\beta = 1$ wtedy $\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = \frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2}$. Daje to :

$$0 = \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha}\right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2}$$

Dlatego wprowadzając *symbole Christoffela* w następujący sposób:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu}$$

Możemy wyprowadzić następujące *równanie geodezyjne*:

$$\frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\beta \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$$

Stanowi to ogólne wyrażenie dla *symboli Christoffela* $\Gamma_{\mu\nu}^\beta$ w terminach pochodnych funkcji transformacji współrzędnych. Symbole Christoffela, jak zobaczymy później, są używane w matematyce ogólnej teorii względności i geometrii różniczkowej do opisanie, jak lokalnie zmieniają się układy współrzędnych.

Czego możemy się dowiedzieć z tego równania geodezyjnego?

- Druga pochodna współrzędnych w "przyspieszonym" galileuszowym układzie odniesienia nie jest już równa zero, ale jest równa ekwiwalentowi sił bezwładności stosowanych w ogólnej teorii względności (w tym przypadku grawitacji). Z (3), możemy wywnioskować :

$$\frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2} = -\Gamma_{\mu\nu}^\beta \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}$$

Jeśli μ i ν są współrzędnymi przestrzennymi, to ich pochodna względem τ odpowiada prędkości.

- Każdy obiekt poruszający się w "przyspieszonym" galileuszowym układzie odniesienia w laboratorium będzie przestrzegał tego równania, gdy zostanie poddany sile grawitacji Ziemi.
- Postać tego równania daje nam informacje o najkrótszych lub najdłuższych ścieżkach (ekstrema) na zakrzywionej powierzchni (różnorodność). Mówiąc dokładniej, geodezy odpowiadają stacjonarnym ścieżkom, których właściwości fizyczne pozostają stałe w czasie (brak przyłożonych sił zewnętrznych).
- Możemy opisać grawitację jako czysto geometryczny efekt związany z geodami pokonywanymi przez obiekty w zakrzywionej czasoprzestrzeni (sposób, w jaki czasoprzestrzeń jest zakrzywiona, opisują symbole Christoffela). Analogią byłoby rozważenie dwóch obiektów podróżujących równoległymi i identycznymi ścieżkami z tą samą prędkością z punktu na Ziemi w kierunku północnym; skończą one przecinając się na biegunie północnym z powodu krzywizny Ziemi. Skrzyżowanie to może być analizowane albo przez fakt, że siła je przyciągnęła (analogia do mechaniki newtonowskiej), albo przez czysto geometryczny efekt związany z krzywizną Ziemi (analogia do mechaniki relatywistycznej). Zgodnie z ogólną teorią względności, grawitacja jest zatem zakrzywieniem czasoprzestrzeni, które powoduje, że obiekty w lokalnym ruchu prostoliniowym podążają za tymi geodami. Ogólna teoria względności pozwala nam określić krzywiznę czasoprzestrzeni jako funkcję jej składników (materii, energii), a następnie opisać trajektorie cząstek poruszających się w tej czasoprzestrzeni.
- Symbole Christoffela są obliczane na podstawie metryki i jej pochodnych cząstkowych, przechwytyjąc informacje o krzywiznie czasoprzestrzeni. Pozwalają one obliczyć, w jaki sposób zakrzywienie czasoprzestrzeni wpływa na geodezje.

2.3.4 Tensory metryczne

Przyjrzymy się teraz tensorom metrycznym i ich związkom z ustalonymi wcześniej symbolami Christoffela.

Rozważmy metrykę Minkowskiego opisaną za pomocą współrzędnych czasoprzestrzennych poruszającego się obiektu w inercjalnym układzie odniesienia, jak pokazano w równaniu (4) i wyrażono w następujący sposób:

$$d\tau^2 = (d\xi^0)^2 - (d\xi^1)^2 - (d\xi^2)^2 - (d\xi^3)^2$$

Można go również zapisać w ten sposób, gdzie można go wyrazić jako sumę indeksów α oraz β :

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta$$

Równanie to wykorzystuje tensor metryczny $\eta_{\alpha\beta}$ przestrzeni Minkowskiego (który opisuje płaską czasoprzestrzeń w szczególnej teorii względności) do obliczenia przedziału czasoprzestrzeni $d\tau^2$ w kategoriach różnic współrzędnych $d\xi^\alpha$ oraz $d\xi^\beta$. Tensor metryczny Minkowskiego $\eta_{\alpha\beta}$ ma składowe, które wynoszą -1 dla przedziałów podobnych do czasu i +1 dla przedziałów podobnych do przestrzeni na przekątnej oraz 0 poza przekątną w następujący sposób :

$$\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Pamiętaj, że poniższe wyrażenia reprezentują reguły transformacji różnicowej między dwoma układami współrzędnych. Pokazują one, jak niewielka zmiana w zestawie współrzędnych x^μ i x^ν prowadzi do niewielkiej zmiany w innym układzie współrzędnych ξ^α oraz ξ^β .

$$d\xi^\alpha = \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} dx^\mu$$

$$d\xi^\beta = \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\nu$$

Teraz, jeśli podstawimy te dwie formy różnicowe do wyrażenia (5), możemy wyprowadzić następujące wyrażenie:

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Na tej podstawie możemy wyodrębnić następujący tensor metryczny:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu}$$

Tensor metryczny odgrywa fundamentalną rolę w ogólnej teorii względności, ponieważ określa geometrię czasoprzestrzeni i sposób działania grawitacji między dwoma obiektami znajdującymi się we współrzędnych x^μ i x^ν w tym samym układzie odniesienia. Pozwala on na przekształcenie współrzędnych tych obiektów w odległość między nimi, przy jednoczesnym uwzględnieniu lokalnej krzywizny czasoprzestrzeni, która może się zmieniać w zależności od rozkładu materii i energii. W przeciwieństwie do konwencjonalnej intuicji, odległość między dwoma punktami w zakrzywionej czasoprzestrzeni zależy od tej krzywizny i może się znacznie różnić. Tensor metryczny jest zatem kluczowym narzędziem matematycznym do obliczania odstępów czasu między dwoma zdarzeniami, co obejmuje również pomiar czasu, jaki upłynął między nimi w obecności pola grawitacyjnego.

Ponieważ indeksy μ i ν są nieme i powtarzają się, podlegają konwencji sumowania Einsteina i dlatego mogą być zamieniane w wyrażeniu tensora metrycznego. Oznacza to, że tensor metryczny $g_{\mu\nu}$ jest symetryczny, tzn. $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$.

Uwaga: Od teraz przyjmujemy $g^{\mu\nu}$ jako odwrotność $g_{\mu\nu}$, która jest wyrażona przez

następującą relację z sumowaniem nad powtarzającym się indeksem α tworząc symbol Kroneckera :

$$g^{\mu\alpha} g_{\alpha\nu} = \delta_{\nu}^{\mu}$$

gdzie δ_{ν}^{μ} jest symbolem Kroneckera, który, jak widzieliśmy wcześniej, jest równy 1, gdy $\mu = \nu$ i 0 w przeciwnym przypadku. Relacja ta definiuje naturę odwrotności tensora metrycznego w geometrii różniczkowej i ogólnej teorii względności.

2.3.5 Symbole Christoffela

Symbole Christoffela, oznaczane $\Gamma_{\mu\nu}^{\beta}$ pochodzą od tensora metrycznego i dostarczają istotnych informacji o geometrii czasoprzestrzeni. Same w sobie nie są tensorami, ale są pochodnymi tensora metrycznego, który jest tensorem rzeczywistym.

Aby obliczyć symbole Christoffela, bierzemy pochodne cząstkowe składników tensora metrycznego, a następnie stosujemy określoną kombinację tych pochodnych. Wzór na symbole Christoffela drugiego rodzaju jest dany przez :

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\beta} = \frac{1}{2} g^{\beta\alpha} \left(\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} \right)$$

Każdy wyraz zawiera częściową pochodną tensora metrycznego względem współrzędnych, a $g^{\beta\alpha}$ jest odwrotnością tensora metrycznego, zapewniając, że sumujemy odpowiednie indeksy. Jak zobaczymy później, symbole Christoffela odgrywają kluczową rolę w wyznaczaniu geodezji, które opisują trajektorię cząstek i światła w zakrzywionej czasoprzestrzeni i są wykorzystywane w równaniach ruchu w ogólnej teorii względności.

Dowód. Wyraźmy teraz symbole Christoffela w kategoriach tensora metrycznego $g_{\mu\nu}$. Aby to zrobić, rozważymy częściową pochodną $g_{\mu\nu}$ względem współrzędnych x^{λ} . Operacja ta wprowadza drugie pochodne funkcji transformacji współrzędnych ξ^{α} które można następnie włączyć do wyrażenia symboli Christoffela (6).

Zanim rozpoczniemy nasze obliczenia, oto kilka wstępnych wskazówek, aby je uprościć:

- Tensor metryczny jest symetryczny, więc $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$.
- Zastąpić ν z α musimy najpierw zastąpić istniejący niemy indeks α z σ .

Tensor metryczny otrzymujemy w następujący sposób:

$$g_{\alpha\mu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^{\sigma}}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial \xi^{\beta}}{\partial x^{\alpha}}$$

Stosując regułę iloczynu dla pochodnej i pamiętając, że $\eta_{\sigma\beta}$ jest stałą, otrzymujemy :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} = \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \left(\eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^{\sigma}}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial \xi^{\beta}}{\partial x^{\alpha}} \right)$$

Oczekiwane drugie pochodne cząstkowe pojawiają się po prawej stronie równania (dwukrotnie):

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\alpha \partial x^\nu}$$

Aby zintegrować wyrażenie symbolu Christoffela (6) z tą zależnością, musimy zastosować następującą transformację do obu stron, aby wyodrębnić pochodną cząstkową i wprowadzić sumę nad powtarzającym się indeksem β :

$$\frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \left(\frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \right)$$

Wiemy jednak, że :

$$\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} = \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial \xi^\lambda} = \delta_\lambda^\sigma$$

i zgodnie z (7) ten symbol Kroneckera jest równy 1, gdy $\sigma = \lambda$ wtedy :

$$\frac{\partial \xi^\lambda}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu}$$

Następnie możemy zastąpić je w wyrażeniu (8), dbając o przeformułowanie odpowiednich indeksów w nowym wyrażeniu w podobny sposób:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} &= \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho \\ \frac{\partial^2 x^\beta}{\partial x^\nu \partial x^\mu} &= \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho \end{aligned}$$

Uwaga: Nie umieszczamy β na symbolu Christoffela, ponieważ jest to niemy indeks sumowania w terminie, w którym chcemy go przypisać, więc wybierzemy inną literę, ρ :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\alpha \partial x^\nu}$$

Na koniec możemy wywnioskować z (8) :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

Zatem różniczkowanie tensora metrycznego można wyrazić na 3 różne sposoby (ostatnie 2 z nich obejmują nowe indeksy poprzez zamianę ν i μ i zastępując μ przez α) :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = g_{\rho\alpha} \Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\mu\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^\mu} = g_{\rho\alpha} \Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\nu\rho} \Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} = g_{\rho\mu}\Gamma_{\alpha\nu}^\rho + g_{\nu\rho}\Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

Te trzy sposoby wyrażenia tego różniczkowania pozwalają nam uzyskać uproszczony wynik poprzez dodanie dwóch pierwszych i odjęcie ostatniego: (9a) + (9b) - (9c) :

$$g_{\alpha\rho}\Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

$$g^{\beta\alpha} g_{\alpha\rho}\Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right) g^{\beta\alpha}$$

$$\delta_\rho^\beta \Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right) g^{\beta\alpha}$$

A więc w końcu:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{1}{2} g^{\beta\alpha} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

To wyrażenie symbolu Christoffela pozwala nam ustanowić związek między zakrzywieniem czasoprzestrzeni wywołanym przez siłę grawitacji a pochodnymi przestrzennymi tensora metrycznego. Jest to niezbędne do sformułowania równań rządzących geodezją w Ogólnej Teorii Względności. □

Przykład obliczenia symboli Christoffela dla metryki sferycznej :

We współrzędnych sferycznych element liniowy ds^2 dla przestrzeni trójwymiarowej jest wyrażony w następujący sposób:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

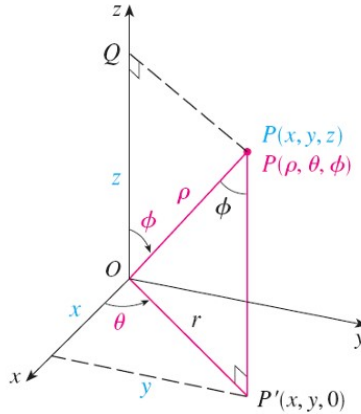
$$ds^2 = g_{11}(dx^1)^2 + 2g_{12}dx^1 dx^2 + 2g_{13}dx^1 dx^3 + g_{22}(dx^2)^2 + 2g_{23}dx^2 dx^3 + g_{33}(dx^3)^2$$

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2(\theta) d\phi^2$$

gdzie dr , $d\theta$ i $d\phi$ są różnicami współrzędnych promieniowych r kąta biegunowego θ i kąta azymutu ϕ odpowiednio. Odpowiedni tensor metryczny $g_{\mu\nu}$ we współrzędnych sferycznych jest diagonalny i jest dany przez :

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2(\theta) \end{bmatrix}$$

Dowód. Zależność między współrzędnymi kartezjańskimi i sferycznymi można wywnioskować z rysunku 2.3:



Rysunek 2.3 - Położenie punktu P jest zdefiniowane przez odległość ρ i kątów θ (szerokość geograficzna) i ϕ (długość geograficzna)

Jeśli rozważymy trójkąty OPQ i OPP' , to mamy : $z = \rho \cos \phi$, $r = \rho \sin \phi$ gdzie $x = r \cos \theta$ oraz $y = r \sin \theta$. Zatem :

$$\begin{aligned} x &= \rho \sin \phi \cos \theta \\ y &= \rho \sin \phi \sin \theta \\ z &= \rho \cos \phi \end{aligned}$$

Korzystając z notacji fizycznych na rysunku 2.6, przejście do współrzędnych kartezjańskich jest określone przez :

$$\begin{aligned} x &= r \sin \phi \cos \theta \\ y &= r \sin \phi \sin \theta \\ z &= r \cos \phi \end{aligned}$$

Jednak metryka we współrzędnych kartezjańskich jest określona przez :

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Aby wyrazić to we współrzędnych sferycznych, zastępujemy x , y i z przez ich odpowiedniki we współrzędnych sferycznych, co daje (11). □

Aby obliczyć symbole Christoffela $\Gamma_{\mu\nu}^{\beta}$ najpierw znajdujemy odwrotność tensora metryki, która dla metryki diagonalnej wynosi po prostu :

$$g^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)} \end{bmatrix}$$

Dla danego tensora metrycznego obliczamy pochodne cząstkowe wymagane dla symboli Christoffela:

$$\begin{aligned}\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} &= 2r, \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial r} &= 2r\sin^2(\theta), \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial \theta} &= 2r^2\sin(\theta)\cos(\theta).\end{aligned}$$

Wstawiając te pochodne cząstkowe do wzoru na symbol Christoffela (10), obliczamy je poprzez zsumowanie powtarzającego się indeksu α . Dla danego tensora metrycznego większość symboli Christoffela będzie równa zero, ponieważ jest on diagonalny i zależy tylko od r oraz θ . Niezerowe symbole Christoffela to :

$$\begin{aligned}\Gamma_{\theta\theta}^r &= -r \\ \Gamma_{\phi\phi}^r &= -r\sin^2(\theta) \\ \Gamma_{r\theta}^\theta &= \Gamma_{\theta r}^\theta = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\phi\phi}^\theta &= -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \Gamma_{r\phi}^\phi &= \Gamma_{\phi r}^\phi = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\theta\phi}^\phi &= \Gamma_{\phi\theta}^\phi = \cot(\theta)\end{aligned}$$

NB:

- Symbol Christoffela $\Gamma_{\theta\theta}^r$ jest obliczany w następujący sposób:

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2}g^{rr} \left(-\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} \right)$$

ponieważ jedyną niezerową pochodną $g_{\theta\theta}$ jest względem r . Podstawiając wartości, otrzymujemy :

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial(r^2)}{\partial r} \right) = -r.$$

- Innym przykładem jest symbol Christoffela $\Gamma_{r\theta}^\theta$ który jest obliczany w następujący sposób:

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2}g^{\theta\theta} \left(\frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^\theta} + \frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} - \frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^\theta} \right)$$

gdzie jedynym niezerowym wyrazem jest $\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r}$. To daje nam :

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2}g^{\theta\theta} \left(\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r^2} \right) (2r) = \frac{1}{r}.$$

Obliczanie tensora Riemanna, tensora Ricciego i skalar Ricciego

W tej sferycznej przestrzeni wszystkie składowe tensora Riemanna i tensora Ricciego, jak również skalar Ricciego, są równe zero, co ilustruje geometrię płaskiej przestrzeni.

Dowód. Tensor krzywizny Riemanna jest zdefiniowany przez wyrażenie :

$$R_{\sigma\mu\nu}^{\rho} = \partial_{\mu}\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho}\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$$

Weźmy na przykład symbole Christoffela dostarczone przez (12):

$$\begin{aligned}\Gamma_{\phi\phi}^{\theta} &= -\sin(\theta)\cos(\theta), \\ \Gamma_{r\theta}^{\theta} &= \Gamma_{\theta r}^{\theta} = \frac{1}{r}\end{aligned}$$

Możemy obliczyć składowe tensora Riemanna. Na przykład, możemy obliczyć $R_{r\theta r}^{\theta}$:

$$R_{r\theta r}^{\theta} = \partial_{\theta}\Gamma_{rr}^{\theta} - \partial_r\Gamma_{\theta r}^{\theta} + \Gamma_{\theta\lambda}^{\theta}\Gamma_{rr}^{\lambda} - \Gamma_{r\lambda}^{\theta}\Gamma_{\theta r}^{\lambda}$$

Tak więc, aby obliczyć składową tensora Riemanna $R_{r\theta r}^{\theta}$, mamy :

- Pierwszy człon $\partial_{\theta}\Gamma_{rr}^{\theta}$ wynosi zero, ponieważ Γ_{rr}^{θ} wynosi zero.
- Drugi człon $\partial_r\Gamma_{\theta r}^{\theta}$ implikuje częściową pochodną $\Gamma_{\theta r}^{\theta}$ względem r która wynosi $-\frac{1}{r^2}$.
- Trzeci człon jest sumą λ z $\Gamma_{\theta\lambda}^{\theta}\Gamma_{rr}^{\lambda}$ ale ponieważ Γ_{rr}^{λ} wynosi zero dla $\lambda \neq r$ ten człon wynosi zero.
- Czwarty człon jest sumą λ z $\Gamma_{r\lambda}^{\theta}\Gamma_{\theta r}^{\lambda}$ co dla $\lambda = \theta$ daje $\left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r^2}$.

Suma dwóch niezerowych wyrazów (wyrazy 2 i 4) wynosi :

$$-\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} = 0$$

Zatem $R_{r\theta r}^{\theta}$ tensora Riemanna wynosi zero.

Tensor Ricciego, otrzymany przez skurczenie tensora Riemanna na jego pierwszym i trzecim indeksie, jest dany przez :

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\lambda\nu}^{\lambda}$$

Wreszcie, skalar Ricciego, który jest śladem tensora Ricciego, jest obliczany w następujący sposób:

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$$

Ponieważ tensor Riemanna jest równy zero, wynika z tego, że tensor Ricciego i jego skalar również są równe zero. \square

Kod obliczeniowy programu Mathematica :

```
(*Import package*)
(*-----*)
Needs["OGR` "]
(*Definicja współrzędnych*)
TNewCoordinates["Spherical", {r, \[Theta], \[Phi]}]
(*Definicja tensora metrycznego*)TShow@
  TNewMetric["SphericalMetricTensor", "Spherical",
    DiagonalMatrix[{1, r^2, r^2 Sin[\[Theta]^2}]]]
(*LineElement*)
TLineElement["SphericalMetricTensor"]
(*Obliczanie symboli Christoffela*)
TList@TCalcChristoffel["SphericalMetricTensor"]
(*Obliczanie tensora Riemanna*)
TList@TCalcRiemannTensor["SphericalMetricTensor"]
(*Obliczanie tensora Ricciego*)
TList@TCalcRicciTensor["SphericalMetricTensor"]
(*obliczanie skalara Ricciego*)
TList@TCalcRicciScalar["SphericalMetricTensor"] (*obliczanie skalara
Ricciego*)
```

2.3.6 Zastosowanie równania geodezyjnego w granicy pola słabego

Wyrażenie symbolu Christoffela i równanie geodezyjne zapisujemy w następujący sposób (jeśli $v = 0$ współrzędna czasowa, w przeciwnym razie współrzędna przestrzenna x, y, z) :

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (g_{\mu\sigma,\nu} + g_{\nu\sigma,\mu} - g_{\mu\nu,\sigma})$$
$$\frac{d^2 x^{\lambda}}{ds^2} + \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \frac{dx^{\mu}}{ds} \frac{dx^{\nu}}{ds} = 0$$

gdzie

$$\frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^{\nu}} = g_{\mu\sigma,\nu}$$

NB:

- Równanie to reprezentuje pochodną cząstkową składnika tensora metrycznego $g_{\mu\sigma}$ względem współrzędnej x^{ν} i jest często zapisywane z przecinkiem, po którym następuje indeks różniczkowania, który w tym przypadku wynosi ν . Notacja przecinkowa $g_{\mu\sigma,\nu}$ jest powszechnie stosowanym skrótem w ogólnej teorii względności dla częściowych pochodnych składowych tensora.
- W kontekście szczególnej teorii względności powszechnie stosuje się system jednostek, w którym prędkość światła c jest zdefiniowana jako równa 1 ($c = 1$). Upraszcza to równania i ułatwia wyrażanie pewnych wielkości. W tym układzie jednostek, odległości są wyrażane w jednostkach czasu (na przykład w latach

światlnych zamiast w metrach) z powodu równoważności $c = 1$. Aby to zrobić, czas musi być wyrażony w sekundach, a jednostki długości stają się odległością przebytą przez światło w ciągu jednej sekundy, która jest wyrażona w sekundach świetlnych (odpowiednik "lat świetlnych"). Możemy zatem wyrazić metrykę w następujący sposób:

$$ds^2 = d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Niemniej jednak uznamy teraz, że czas t wyrażony do tej pory, będzie właściwym czasem τ w wyrażeniu metryki, aby wyrazić go w następujący sposób:

$$ds^2 = d\tau^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Pokażemy teraz, że równanie (13) redukuje się do newtonowskiego równania ruchu, gdy pola grawitacyjne są słabe i statyczne (tj. w szczególnej teorii względności, gdzie $g_{\mu\nu}$ jest bardzo bliskie $\eta_{\mu\nu}$ i niezależne od czasu) oraz gdy prędkości są znacznie mniejsze od prędkości światła, tj. $v/c \ll 1$ co można wyrazić następująco:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad \text{avec} \quad h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$$

Uwaga: W teorii zlinearyzowanej grawitacji zakładamy, że czasoprzestrzeń jest prawie płaska. W tym celu reprezentujemy całkowity tensor metryczny $g_{\mu\nu}$ jako sumę metryki Minkowskiego $\eta_{\mu\nu}$ metryki Minkowskiego, która opisuje płaską czasoprzestrzeń, jak widzieliśmy wcześniej, oraz małej "perturbacji" $h_{\mu\nu}$ która reprezentuje odchylenia od tej płaskości spowodowane obecnością masy lub energii. Zobaczymy to później w badaniu odpychacza dipolowego dla układu stacjonarnego (sekcja 3.3).

Włączając ten tensor metryczny

do wyrażenia (14), zdajemy sobie sprawę, że pochodne cząstkowe tensora metrycznego zależą tylko od $h_{\mu\nu}$ ponieważ $\eta_{\mu\nu}$ jest stała, a jej pochodne są równe zero. Tak więc, w zlinearyzowanej teorii grawitacji, symbole Christoffela mogą być przybliżone poprzez uwzględnienie tylko wkładu perturbacji $h_{\mu\nu}$. Dzieje się tak, ponieważ symbole Christoffela są zdefiniowane przez pierwsze pochodne tensora metrycznego, a w słabym polu grawitacyjnym, $h_{\mu\nu}$ jest mała w porównaniu z $\eta_{\mu\nu}$. Tak więc, gdy obliczamy symbole Christoffela dla słabego pola grawitacyjnego, zaniedbujemy pochodne tensora metrycznego $\eta_{\mu\nu}$ i bierzemy pod uwagę tylko pochodne $h_{\mu\nu}$. Otrzymujemy zatem:

$$g_{\mu\sigma,\nu} = h_{\mu\sigma,\nu} \quad \text{et} \quad g_{\mu\nu,\sigma} = h_{\mu\nu,\sigma} \quad \text{et} \quad g_{\nu\sigma,\mu} = h_{\nu\sigma,\mu}$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} (\eta^{\lambda\sigma} + h^{\lambda\sigma}) (h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Biorąc pod uwagę, że $h_{\mu\nu}$ jest mały, zdajemy sobie sprawę, że iloczyn $h^{\lambda\sigma}$ z jego pochodnymi cząstkowymi przyczyni się do wyrażen rzędu drugiego lub wyższego (na przykład, h^2 , h^3 itd.). Te wyrazy wyższego rzędu będą znacznie mniejsze niż wyrazy pierwszego rzędu, których szukamy. Dlatego przy obliczaniu symboli Christoffela zaniedbujemy iloczyny $h_{\mu\nu}$ i jego pochodne, co oznacza, że wkłady $h^{\lambda\sigma}$ są pomijalne w porównaniu do tych z $\eta^{\lambda\sigma}$. Otrzymujemy zatem:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \approx \frac{1}{2} \eta^{\lambda\sigma} (h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Przybliżenie to upraszcza proces obliczania krzywizny czasoprzestrzeni w słabych polach grawitacyjnych i ma fundamentalne znaczenie dla analizy fal grawitacyjnych, w których perturbacje $h_{\mu\nu}$ reprezentują falowanie krzywizny czasoprzestrzeni.

Rozważmy teraz dwa przypadki:

- Dla $\lambda = 0$ która odpowiada współrzędnej czasowej w ogólnej teorii względności, równanie symboli Christoffela pierwszego rodzaju staje się specyficzne dla współrzędnej czasowej. Używając tensora metrycznego Minkowskiego η tensora metrycznego i perturbacji h symbol Christoffela dla $\lambda = 0$ jest dany równaniem :

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2} \eta^{0\sigma} (h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Ponieważ $\eta^{0\sigma}$ nie jest zerem tylko wtedy, gdy $\sigma = 0$ co prowadzi do $\eta^{00} = 1$ otrzymujemy następującą zależność :

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2} (h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu} - h_{\mu\nu,0})$$

Ponieważ jednak pole grawitacyjne jest statyczne, tzn. metryka czasoprzestrzeni nie zmienia się w czasie, częściowa pochodna tensora metryki względem czasu ($\frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial t}$) wynosi zero. Pozwala nam to uznać układ za znajdujący się w stanie stacjonarnym względem metryki czasoprzestrzeni:

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2} (h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu})$$

- Dla współrzędnych przestrzennych oznaczonych przez $\lambda = i$ (gdzie i, j, k reprezentują indeksy przestrzenne), symbole Christoffela można obliczyć przy użyciu metryki perturbacji $h_{\mu\nu}$. Tensor metryczny Minkowskiego $\eta^{i\sigma}$ jest używany do podniesienia indeksu i jest równy -1 gdy indeksy są zgodne. Symbole Christoffela dla współrzędnych przestrzennych są zatem określone przez :

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = \frac{1}{2} \eta^{i\sigma} (h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Jednak biorąc pod uwagę ujemny znak składników przestrzennych równania $\eta^{i\sigma}$ równanie dla $\sigma = i$ upraszcza się do :

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = -\frac{1}{2} (h_{\mu i,\nu} + h_{\nu i,\mu} - h_{\mu\nu,i})$$

Ten ujemny znak odzwierciedla konwencję przeciwnego znaku dla składowych przestrzennych tensora metrycznego Minkowskiego w odniesieniu do składowej czasowej.

Zintegrujemy teraz te wyniki z równaniem geodezyjnym (13) dla każdego przypadku:

- Dla $\lambda = 0$ wiemy, że $x^\lambda = x^0 = ct$ wtedy :

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2} (h_{\mu 0, \nu} + h_{\nu 0, \mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0$$

Jednak następujący iloczyn wygeneruje sumę nad powtarzającymi się indeksami μ i ν o rzędach 0, 1 i 2:

$$(h_{\mu 0, \nu} + h_{\nu 0, \mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds}$$

Biorąc pod uwagę, że wielkości wyższego rzędu, w szczególności rzędu 1 i 2, są wysoce nieistotne, zwłaszcza że opierają się na i tak już małej wielkości $h_{\mu\nu}$ która jest znacznie mniejsza niż $\eta_{\mu\nu}$ zachowamy tylko wyrażenia rzędu zerowego. W tym kontekście rząd zerowy odnosi się do wyrażen, gdzie μ i ν są równe 0, co odpowiada składowym czasowym. To uproszczenie prowadzi nas do następującego równania:

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2} (h_{00,0} + h_{00,0}) c^2 \frac{dt}{ds} \frac{dt}{ds} = 0$$

W tym przybliżeniu tylko wyrażenia obejmujące współrzędną czasową wnoszą znaczący wkład do równania ruchu, upraszczając analizę geodezji czasoprzestrzeni w słabym polu grawitacyjnym.

Ponieważ jednak pole grawitacyjne jest statyczne, wielkości te wynoszą zero, więc :

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} = 0$$

Oznacza to, że t jest proporcjonalne do s oznacza :

$$s = ct$$

- Dla współrzędnych przestrzennych oznaczonych przez $\lambda = iz$ (15) otrzymujemy :

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} - \frac{1}{2} (h_{\mu i, \nu} + h_{\nu i, \mu} - h_{\mu\nu, i}) \frac{1}{c^2} \frac{dx^\mu}{dt} \frac{dx^\nu}{dt} = 0$$

Jednakże, jak wspomniano wcześniej, zachowamy tylko wielkości rzędu 0 dla μ i ν które są równe 0. Ze względu na statyczną naturę pól grawitacyjnych, otrzymujemy następujące równanie :

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} + \frac{1}{2} h_{00, i} = 0$$

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\frac{c^2}{2} h_{00, i}$$

Ponieważ i jest indeksem przestrzennym przyjmującym wartości 1, 2 lub 3, znajdujemy formę równoważności "Przyspieszenie - Siła", którą można przedstawić w postaci wektorowej:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\overrightarrow{\text{grad}} \phi$$

z

$$\phi = \frac{c^2 h_{00}}{2}$$

Związek między potencjałem grawitacyjnym a składową czasową tensora metrycznego można ustalić, wprowadzając (16) do (17):

$$g_{00} = 1 + \frac{2\phi}{c^2}$$

Potencjał grawitacyjny ϕ jest równoważny kwadratowi prędkości (c^2). Wiedząc, że $h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$ możemy sprawdzić lokalnie, że dla Ziemi, $h_{00} = \frac{2\phi}{c^2} = \frac{2G \cdot M_t}{R_t \cdot c^2} = 10^{-9} \ll \eta_{00} = 1$ używając dobrze znanego wyrażenia do obliczania potencjału grawitacyjnego :

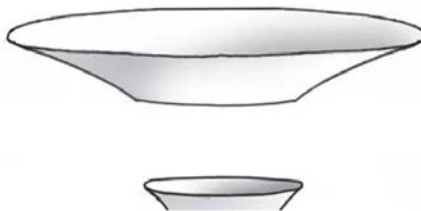
$$\phi = \frac{GM}{R}$$

2.3.7 Rozwiązania Karla Schwarzschilda i Ludwiga Flamma

Karl Schwarzschild opracował kompletne geometryczne rozwiązanie równania (18), składające się z dwóch metryk opublikowanych w dwóch oddzielnych artykułach ((Schwarzschild 1916b),(Schwarzschild 1916a)):

- **Pierwsze rozwiązanie** opisuje, przy użyciu poniższej metryki, zewnętrzną geometrię sferycznie symetrycznej masy, takiej jak gwiazda o promieniu r_n w próżni na zewnątrz obiektu, gdzie nie ma materii, tj. rysunek 2.4:

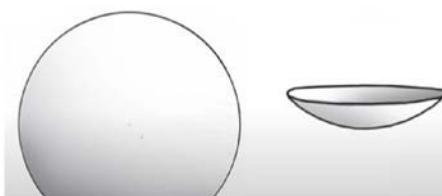
$$ds^2 = \left(1 - \frac{8\pi G \rho r_n^3}{3c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G \rho r_n^3}{3c^2 r}} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$



Rysunek 2.4 - Część hiperpowierzchni Flamm

- **Drugie rozwiązanie**, często określane jako wewnętrzne rozwiązanie Schwarzschilda, ma następującą strukturę metryczną, która opisuje geometrię czasoprzestrzeni wewnątrz statycznego, sferycznie symetrycznego ciała nieściśliwego płynu, takiego jak gwiazda o promieniu r_n Rysunek 2.5:

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G\rho r^2}{3c^2}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G\rho r_n^2}{3c^2}} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G\rho r^2}{3c^2}} \right]^2 c^2 dt^2$$



Rysunek 2.5 - Po rcja kuli

Podejście to polega na połączeniu dwóch segmentów rozwiązań czasoprzestrzennych, a konkretnie dwóch obszarów hiperpowierzchni, z których każdy charakteryzuje się odrębną metryką. Łączenie odbywa się na wspólnej granicy, zapewniając ciągłość geometrii czasoprzestrzeni i fizyczną spójność połączonego rozwiązania przez interfejs. W tym samym roku młody matematyk zaproponował własną interpretację pracy Schwarzschilda. Nazywał się Ludwig Flamm. Jego praca i nazwisko pozostały w dużej mierze nieznane specjalistom od kosmologii z jednego prostego powodu: jego artykuł został przetłumaczony na język angielski dopiero w 2012 roku. Doskonale znał geometrię obiektów takich jak trójwymiarowe hiperpowierzchnie Riemanniana ((Flamm 1916)). Opierając się na zewnętrznej metryce Schwarzschilda, Kruskal opracował swój słynny model, uważany za podstawę teorii czarnych dziur. Poprzez analityczne rozszerzenie zewnętrznego rozwiązania Schwarzschilda, "algebraicznie" wyeliminował osobliwość współrzędnych znaną na "horyzoncie zdarzeń" dla $r = R_s$ (promień Schwarzschilda), wprowadzając nowy układ współrzędnych. Układ ten został zaprojektowany tak, aby metryka była regularna wszędzie z wyjątkiem "centralnej osobliwości fizycznej" dla $r = 0$ ((Martin D. Kruskal 1960),(Jean-Marie Souriau 1965)). Ale czy ten model naprawdę ma fizyczny sens?

2.3.8 Konstrukcja geodezyjna dla zewnętrznej metryki Schwarzschilda

Rozważmy zewnętrzną metrykę Schwarzschilda (6.53) zaczerpniętą z (Adler, Bazin i Schiffer 1975) (strona 194):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) (dx^0)^2 - \left(\frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}}\right) - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

gdzie m jest prostą stałą całkowania (długość), x^0 jest znacznikiem chronologicznym (również długością), a s jest długością mierzoną na hiperpowierzchni 4D.

Autorzy piszą:

$$x^0 = ct$$

Geodezja to ścieżka wpisana w hiperpowierzchnię, odpowiadająca minimalnej długości :

$$\delta \int ds = 0$$

Oznacza to, że ta długość :

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right\}$$

ma minimalną wartość wzdłuż ścieżki sparametryzowanej w ten sposób: $t(s)$, $r(s)$, $\theta(s)$, $\phi(s)$.

Napiszmy :

$$\dot{t} = \frac{dt}{ds}, \quad \dot{r} = \frac{dr}{ds}, \quad \dot{\theta} = \frac{d\theta}{ds}, \quad \dot{\phi} = \frac{d\phi}{ds}$$

Oznacza to poszukiwanie ścieżek, które minimalizują :

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2) \right\} ds$$

Ilość w nawiasach kwadratowych to :

$$L = L(t, r, \theta, \phi, \dot{t}, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) \quad \text{ou} \quad L = L(x^i, \dot{x}^i)$$

Problem ten został rozwiązany przez francuskiego matematyka Lagrange'a, co doprowadziło do powstania tak zwanych równań Lagrange'a.

Obliczanie geodezji jest problemem typu "bound extremum". Dzieje się tak, ponieważ rozważamy wszystkie ścieżki łączące dwa punkty a i b i dlatego są one powiązane z tymi punktami. Geodezy są wtedy dane przez równania :

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} \right) = \frac{\partial L}{\partial x^i}$$

Z :

$$L = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta} = -2r^2 \sin\theta \cos\theta \dot{\phi}^2$$

Pierwsze trzy równania Lagrange'a (6.75), (6.76), (6.77) z (Adler, Bazin i Schiffer 1975), odpowiadające zmiennym θ , ϕ i t są następujące:

$$\frac{d}{ds}(r^2 \dot{\theta}) = r^2 \sin\theta \cos\theta \dot{\phi}^2$$

$$\frac{d}{ds}(r^2 \sin^2\theta \dot{\phi}) = 0$$

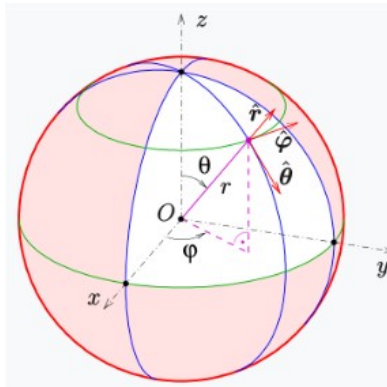
$$\frac{d}{ds}\left[\left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t}\right] = 0$$

Jeśli podzielimy każdy wyraz metryki (25) przez ds^2 :

$$1 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2)$$

W ogólnej teorii względności wykorzystanie symetrii sferycznej rozwiązania może uprościć analizę geodezyjną. W przypadku metryki Schwarzschilda, która rzeczywiście jest sferycznie symetryczna, symetrię tę można wykorzystać do zredukowania problemu do dwóch wymiarów.

Metryka Schwarzschilda we współrzędnych sferycznych zależy od zmiennych r , θ , ϕ i t . Symetria sferyczna oznacza, że metryka nie zmienia się przy obrocie wokół środka. Właściwość ta pozwala nam uprościć problem poprzez wybór geodezji, które pozostają w stałej płaszczyźnie. Powszechną praktyką jest wybór płaszczyzny równikowej w celu uproszczenia obliczeń, co odpowiada ustawieniu $\theta = \pi/2$. W tej płaszczyźnie θ nie zmienia się, co oznacza, że $d\theta = 0$ a zatem składowa metryki obejmująca $d\theta$ znika (patrz rysunek 2.6).



Rysunek 2.6 - Współrzędne Vec we współrzędnych sferycznych

Następnie, badając Lagrangian (który jest funkcją podsumowującą dynamikę układu) powiązany z tą metryką, możemy znaleźć równania ruchu dla geodezji. Dla obiektu poruszającego się w płaszczyźnie równikowej, azymutalna składowa jego momentu pędu, powiązana z równaniami geodezyjnymi, jest powiązana z równaniami geodezyjnymi. $\dot{\phi}$ Jest to konsekwencją osiowej symetrii metryki względem osi prostopadłej do płaszczyzny równika. Matematycznie jest to wyrażone równaniem :

$$r^2 \dot{\phi} = h = \text{constante}$$

gdzie h to stała ruchu (moment pędu na jednostkę masy), r jest współrzędną radialną, a $\dot{\phi}$ jest pochodną współrzędnej azymutu ϕ w odniesieniu do czasu właściwego s (czas mierzony przez zegar poruszający się wraz z obiektem).

To mówi nam, że wielkość $r^2 \dot{\phi}$ pozostaje stała wzdłuż geodezji.

Powyzsze równanie (19) można całkować, aby otrzymać :

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t} = l = \text{constante}$$

Przez podstawienie otrzymujemy równanie różniczkowe :

$$1 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} c^2 l^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - \frac{h^2}{r^2}$$

co daje r jako funkcję parametru s . Ale korzystając z równania przedstawionego wcześniej, możemy przejść do równania różniczkowego zawierającego pochodną :

$$r' = \frac{dr}{d\phi} = \frac{\dot{r}}{\dot{\phi}}$$

Z (20) i (21) otrzymujemy :

$$\dot{r} = \dot{\phi} r' = \frac{h}{r^2} r'$$

Następnie możemy otrzymać równanie różniczkowe łączące r oraz l :

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) = c^2 l^2 - \frac{h^2}{r^4} r'^2 - \frac{h^2}{r^2} \left(1 - \frac{2m}{r}\right)$$

Następnie możemy dokonać przejścia ze zmiennej r do zmiennej u np:

$$u = \frac{1}{r} \Rightarrow r' = -\frac{u'}{u^2}$$

Następnie z (22) możemy wywnioskować :

$$d\phi = \frac{dr}{r'} = \frac{du}{u'}$$

Co prowadzi nas do :

$$(1 - 2mu) = c^2 l^2 - h^2 u'^2 - h^2 u^2 (1 - 2mu)$$

co sprowadza się do:

$$u'^2 = \left(\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2} \right) + \frac{2m}{h^2} u - u^2 + 2mu^3$$

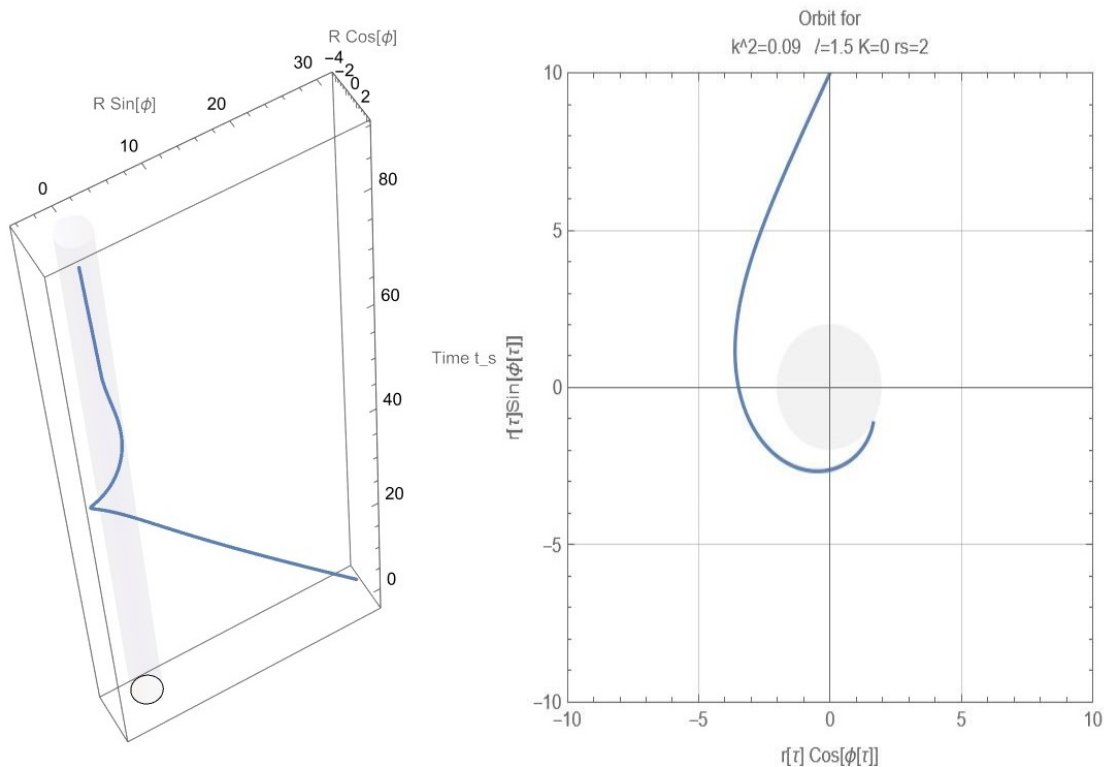
Tak więc, z (23), całkowanie daje :

$$\phi = \phi_0 + \int_{u_0}^u \frac{dv}{\sqrt{\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2} + \frac{2m}{h^2} v - v^2 + 2mv^3}}$$

Jest to dokładne rozwiązanie równania Einsteina, które wyraża kąt ϕ jako całkę z $u = \frac{1}{r}$ odwrotnie, daje nam to u jako (niejawną) funkcję odwrotną do ϕ i skutkuje "quasi-eliptycznymi" geodezjami, zależnymi od dwóch stałych całkowania l i h .

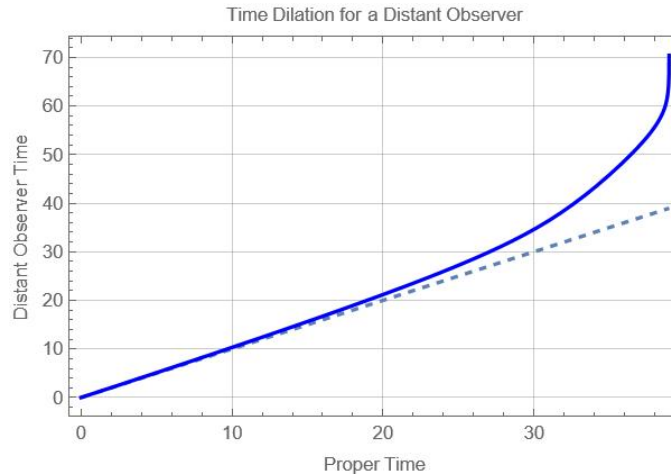
Jeśli h jest duża, oznacza to, że geodezja przebyta przez badaną cząstkę będzie odbiegać od trajektorii swobodnego spadku promieniowego, ponieważ będzie ona miała znaczną ilość specyficznego momentu pędu. W rezultacie na jej trajektorię będzie miała mniejszy wpływ siła grawitacji bezpośrednio w kierunku ciała centralnego, powodując odchylenie od bezpośredniego spadku promieniowego i podążanie bardziej zakrzywioną lub "quasi-eliptyczną" ścieżką.

Pomijając obszar wewnątrz sfery Schwarzschilda ($r < 2m$), możliwe jest przedstawienie w 3D płaskich geodezji związanych z tą stacjonarną metryką. Reprezentację sfery Schwarzschilda można traktować jako okrąg, który rzutuje się na czasoprzestrzeń wzdłuż wymiaru czasowego Schwarzschilda t_s . Jeśli weźmiemy pod uwagę gwiazdę neutronową o promieniu 10 km, pozostanie ona stabilna przy limicie Tolmana-Oppenheimera-Volkoffa (TOV) wynoszącym około 2 mas Słońca. Limit TOV reprezentuje maksymalną masę krytyczną, jaką może mieć gwiazda neutronowa, pozostając stabilną. Oznacza to, że *horyzont* równoważnej masy punktowej znajduje się w odległości około 6 km od jej środka ($r_s = \alpha$). Ponieważ promień gwiazdy jest ok. 3/2 razy r_s umieszczamy *horyzont* tego obiektu w odległości $r_s = 2$. Taka konfiguracja pozwoliła mi przedstawić, przy użyciu programu Mathematica, geodezę cząstki testowej podążającej po trajektorii spadania w kierunku tego obiektu, jak pokazano na rysunku 2.7.

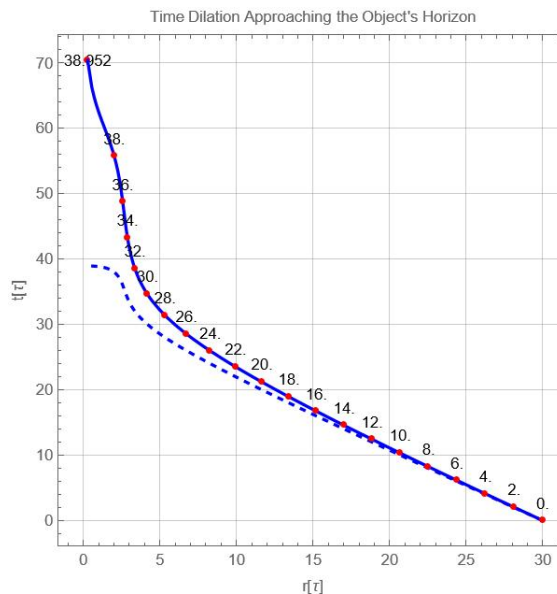


Rysunek 2.7 - Reprezentacja opadającej geodezyjnej w układzie współrzędnych (r, ϕ, t_s)

Niezależnie od kierunku ruchu geodezyjnego, w tym przypadku dośrodkowego, przy takim wyborze współrzędnej czasowej, zbliżenie się do sfery Schwarzschilda zajęłoby nieskończoną ilość czasu. Rzeczywiście, jak widać na rysunkach 2.8 i 2.9, dla odległego obserwatora każdy obiekt zbliżający się do horyzontu gwiazdy neutronowej bliskiej swojej fizycznej krytyczności lub supermasywnego obiektu, takiego jak te, których alternatywne podejście zostanie zbadane w rozdziale 7, uległby dylatacji czasu bliskiej tak zwanemu promieniowi Schwarzschilda. Jednak dla samego obiektu (lub obserwatora poruszającego się wraz z obiektem) czas nadal płynąłby normalnie (odpowiednio niebieska krzywa w porównaniu z krzywą przerywaną).



Rysunek 2.8 - Dylatacja czasu dla odległego obserwatora



Rysunek 2.9 - Dylatacja rzeczywista Tempo zbliżająca się do horyzontu obiektu

Z punktu widzenia tego odległego obserwatora, obiekt najwyraźniej potrzebowałby nieskończonej ilości czasu, aby dotrzeć do horyzontu. W rezultacie byłby on postrzegany jako stopniowo zwalnający, wydając się niemal zamrożony lub zamarzający w pobliżu horyzontu.

Zjawisko to jest konsekwencją ogólnej teorii względności, która przewiduje, że obecność znacznej masy zakrzywia czasoprzestrzeń. Zakrzywienie to wpływa na upływ czasu, prowadząc do dylatacji czasu w intensywnych polach grawitacyjnych.

Aspekt ten jest jednym z filarów teorii czarnych dziur. Ale czy istnieje inna alternatywa? Zbadamy to w dalszej części rozdziału 5.

2.3.9 Rozwiązanie Roya Kerra

W 1963 roku Roy Kerr, wybitny matematyk z Nowej Zelandii, zrewolucjonizował rozumienie ogólnej teorii względności w kontekście modelu czarnej dziury, proponując nowe rozwiązanie równania pola Einsteina. W przeciwieństwie do zewnętrznej metryki Schwarzschilda ((Schwarzschild 1916b)), która jest wykorzystywana jako podstawa statycznego, sferycznie symetrycznego modelu czarnej dziury, rozwiązanie Kerra jest osiowoosymetryczne, reprezentując obracającą się czarną dziurę ((Kerr 1963)). Odkrycie to było szczególnie istotne w tamtym czasie, ponieważ zapewniało bardziej realistyczny model dla wielu obiektów niebieskich.

Metryka Kerra jest wyrażona we współrzędnych Boyera-Lindquista (t, r, θ, ϕ) ((Chaskalovic 2009)), a jej element liniowy jest dany dla $c = 1$ przez :

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GMr}{\rho^2}\right) dt^2 - \frac{4GMarsin^2\theta}{\rho^2} dt d\phi + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2GMra^2 sin^2\theta}{\rho^2}\right) sin^2\theta d\phi^2$$

gdzie

$$\begin{aligned}\Delta &= r^2 - 2GMr + a^2, \\ \rho^2 &= r^2 + a^2 \cos^2\theta.\end{aligned}$$

M jest masą centralnego obracającego się obiektu, często czarnej dziury, wpływającego na otaczającą czasoprzestrzeń, a a jest specyficznym momentem pędu obracającego się obiektu. Ważnym terminem jest $-\frac{4GMarsin^2\theta}{\rho^2} dt d\phi$ który reprezentuje opór na

czasoprzestrzeń spowodowany rotacją obiektu, zazwyczaj czarnej dziury. Cecha ta może być interpretowana jako przejaw idei względności ruchu Ernsta Macha, w której czasoprzestrzeń wydaje się być pod wpływem obecności poruszającej się materii.

Znaczenie rozwiązania Kerra zostało dodatkowo podkreślone przez odkrycie pulsarów w 1967 roku, początkowo rozumianych jako gwiazdy neutronowe obracające się z niewiarygodnie wysokimi prędkościami, czasami osiągającymi tysiąc obrotów na sekundę. Chociaż metryka Kerra jest stosowana głównie w modelu czarnej dziury, jej implikacje dla zrozumienia innych zwartych obiektów astrofizycznych, takich jak gwiazdy neutronowe, są również znaczące.

Znany astrofizyk Subrahmanyan Chandrasekhar uznał rozwiązanie Kerra za znaczący postęp w stosowanych badaniach matematycznych w fizyce teoretycznej ((Chandrasekhar 1983)).

To, co należy podkreślić w podejściu Kerra, to możliwość zbadania innych właściwości reprezentacji, takich jak wprowadzenie, na przykład, terminu w zewnętrznym modelu Schwarzschilda. $drdt$ w zewnętrznej metryce Schwarzschilda, czego implikacje zostaną omówione w Rozdziale 5.

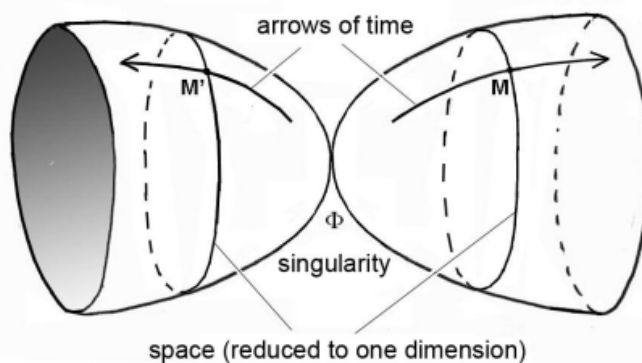
2.4 Praca Andrieja Sacharowa i Jean-Marie Souriau

Model kosmologiczny Janusa kompiluje teorię ogólnej teorii względności Alberta Einsteina, prace Andrieja Sacharowa z zakresu fizyki cząstek i kosmologii oraz prace Jeana-Marie Souriau z zakresu geometrii symplektycznej. Opierając się na teorii grup dynamicznych, wyjaśnia, w jaki sposób inwersja czasu implikuje inwersję energii, a tym samym masy.

Rzeczywiście, asymetria barionowa wszechświata jest uważana za jeden z najważniejszych problemów w obecnej fizyce. Dokładniej rzecz ujmując, odnosi się to do obserwacji, że we wszechświecie istnieje pewna ilość barionów (cząstek zbudowanych z trzech kwarków, takich jak protony i neutrony), ale prawie nie ma antybarionów (cząstek zbudowanych z trzech antykwarków). Wszechświat powinien zostać stworzony z równą ilością materii barionowej i antymaterii antybarionowej od czasu Wielkiego Wybuchu, co doprowadziłoby do ich wzajemnej anihilacji, a ich masa zostałaby przekształcona w fotony. Co jednak stało się z pierwotną antymaterią?

W latach sześćdziesiątych XX wieku naukowcy odkryli, że tempo produkcji materii (z połączenia pierwotnych kwarków) zachodzi nieco szybciej niż tempo produkcji antymaterii (z połączenia antykwarków), zjawisko znane jako "naruszenie CP" ((Cronin 1964)). Było to paradoksalne, ponieważ takie procesy łączenia były wcześniej uważane za symetryczne. Jednak w wyniku tego naruszenia CP, więcej materii zostało zsyntetyzowane w pierwotnym wszechświecie i przeważało nad antymaterią.

Rosyjski fizyk Andriej Sacharow jako pierwszy, poczynając od 1967 roku, przywrócił globalną symetrię, uznając, że wszechświat nie składał się z jednego bytu, ale z dwóch bliźniaczych wszechświatów emanujących z tej samej osobliwości Wielkiego Wybuchu, z dwiema przeciwnymi strzałkami czasu od momentu powstania. $t = 0$. Początkowa osobliwość Φ odwraca nie tylko czas (symetria T), ale także parzystość (symetria P , znana również jako "enancjomorfia") i koniugację ładunków (symetria C , która przekształca cząstkę w jej antycząstkę i odwrotnie), indukując pełną symetrię CPT ((Sacharow 1967),(Sacharow 1980),(Sacharow 1982)). Naruszenie symetrii CP jest również odwrócone w bliźniaczym wszechświecie, co oznacza, że antymateria przeważa nad materią. Należy zauważyć, że Sacharow skoncentrował się na opisie symetrii CPT tylko w kontekście fizyki cząstek elementarnych, a więc bez uwzględnienia grawitacji w swoim modelu, tak że bliźniacze wszechświaty nigdy nie oddziałują ze sobą, z wyjątkiem momentu ich narodzin, jak na rysunku 2.10:



2.5 Podejście bimetryczne wprowadzone przez hiperboliczną geometrię riemannowską

Hiperboliczna geometria riemiańska odgrywa kluczową rolę w kosmologicznym modelu Janusa. Ta gałąź geometrii bada zakrzywione przestrzenie o stałej ujemnej krzywiznie. Geometria ta umożliwia konceptualizację przestrzeni o zarówno dodatniej, jak i ujemnej krzywiznie. Należy jednak zauważyć, że obecnie nie ma bimetrycznej lub multimetrycznej teorii matematycznej wprowadzonej w hiperbolicznej geometrii riemannowskiej, na której można by oprzeć bimetryczny model kosmologiczny. Rzeczywiście, obecne modele teoretyczne pozostają heurystyczne. Na przykład, w 2002 i 2008 roku Thibault Damour ((Damour i Kogan 2002)) i Sabine Hossenfelder ((Hossenfelder 2008)) podjęli dwie próby. Jedno z nich opierało się na wprowadzeniu ciężkich i lekkich grawitonów do układu równań pola bimetrycznego, a drugie było mniej więcej podobne do naszego modelu.

Rzeczywiście, Damour i Kogan próbują skonstruować teorię "dwóch membran", obejmującą spektrum masywnych grawitonów, ale ten 40-stronicowy dokument zatrzymuje się z trzaskiem. Mimochodem pokazują oni, że taka bigrawitacja musi być zgodna z układem dwóch sprzężonych równań pola:

$$2M_L^2 \left(R_{\mu\nu}(g^L) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^L R(g^L) \right) + \Lambda_L g_{\mu\nu}^L = t_{\mu\nu}^L + T_{\mu\nu}^L$$

$$2M_R^2 \left(R_{\mu\nu}(g^R) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^R R(g^R) \right) + \Lambda_R g_{\mu\nu}^R = t_{\mu\nu}^R + T_{\mu\nu}^R$$

Następnie Sabine Hossenfelder zaproponowała udoskonalony model uwzględniający koncepcję ujemnej masy we wszechświecie. Jednak w 1957 roku Hermann Bondi próbował wprowadzić te masy do modelu Alberta Einsteina. Jednak tak zwane zjawisko wycieku ujawniło fizyczne sprzeczności, tak że model naruszał podstawowe zasady fizyki, takie jak zasada akcji-reakcji i równoważności ((Bondi 1957)). Hossenfelder poszedł dalej i sformułował parę nowych sprzężonych równań pola:

$$R_{\nu k} - \frac{1}{2} g_{\nu k}^{(g)} R = T_{k\nu} - \underline{V} \sqrt{\frac{h}{g}} a_{\nu}^v a_k^k \underline{T}_{\nu k}$$

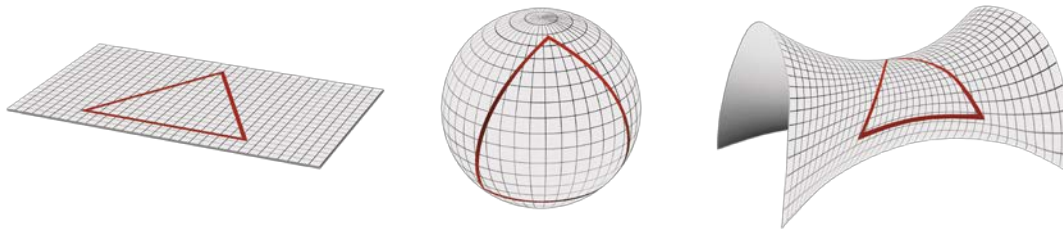
$$R_{\underline{\nu k}} - \frac{1}{2} h_{\underline{\nu k}}^{(h)} R = \underline{T}_{\nu k} - W \sqrt{\frac{g}{h}} a_k^k a_{\nu}^v T_{k\nu}$$

Następnie, ponieważ nie była w stanie rozwiązać niespójności z zasadami fizyki i wierzyła, że jest ona nierozzerwalnie związana z "grawitacją bimetryczną", poddała się. Wspólną cechą tych dwóch podejść jest to, że są one czysto teoretyczne i nie dostarczyły wyników potwierdzonych obserwacjami. Jediną zaletą, jaką można przypisać naszemu modelowi kosmologicznemu, w porównaniu z poprzednimi dwoma, jest to, że ma on wiele punktów zaczepienia z obserwacjami i kilka fizycznych przewidywań, które zobaczymy w

sekcji 3.2

Hiperboliczna geometria riemannowska jest gałęzią geometrii riemannowskiej, która bada zakrzywione przestrzenie o stałej ujemnej krzywiznie, odpowiadającej matematycznie hiperbolicznemu kształtowi często opisywanemu jako "siodłowy". Dokładniej, stałą ujemną krzywiznę przestrzeni hiperbolicznej można opisać jako asymptotyczne zachowanie hiperboli w obu kierunkach: gałęzie hiperboli rozchodzą się w nieskończoność, nigdy się nie zbiegając. Cecha ta jest ważną właściwością przestrzeni hiperbolicznej i może być wykorzystana do odróżnienia jej od geometrii euklidesowej i sferycznej geometrii riemannowskiej.

Na przykład na rysunku 2.11 czerwone linie rysujące trójkąty są *geodezami* powierzchni. Mówiąc prościej, *geodezja to* najkrótsza ścieżka między dwoma punktami w przestrzeni. Wyobraź sobie, że jesteś w płaskiej przestrzeni euklidesowej, jak na dużym arkuszu papieru; tutaj ta ścieżka jest po prostu linią prostą. Ale na zakrzywionych powierzchniach, zarówno zakrzywionych dodatnio (geometria sferyczna), jak i ujemnie (geometria hiperboliczna, taka jak siodło konia), *geodezę można* narysować za pomocą sznurka lub gumki rozciągniętej między dwoma punktami na tej powierzchni, reprezentując najkrótszą ścieżkę. Tak więc, w przeciwieństwie do geometrii euklidesowej, w której suma kątów trójkąta jest równa 180 stopni, suma ta przekracza 180 stopni w geometrii sferycznej (riemannowskiej) i jest mniejsza niż 180 stopni w geometrii hiperbolicznej (również rodzaj geometrii riemannowskiej).



Rysunek 2.1 1 - Rodzaje krzywizny przestrzennej

Należy zauważyć, że "płaska" przestrzeń euklidesowa, tj. przestrzeń o zerowej krzywiznie, niekoniecznie jest płaską płaszczyzną. Weźmy poprzedni przykład kartki papieru: nawet jeśli zostanie ona złożona kilka razy, jak żelazo faliste, jej krzywizna pozostaje wszędzie równa zero. Oznacza to, że *geodezyjny ślad* na jego powierzchni nie zmienia się, ponieważ arkusz się nie rozciąga. To samo dotyczy zamkniętych powierzchni euklidesowych, takich jak walec lub stożek: wbrew temu, co mogłoby się wydawać, nie mają one krzywizny. Zgodnie z geometrią euklidesową, choć wydają się zakrzywione, można je uznać za "płaskie", ponieważ ich powierzchnię można rozłożyć na płaszczyznę bez rozciągania. Koncepcja modelu kosmologicznego Janusa, która zostanie rozwinięta w następnym rozdziale, polega na powiązaniu go z "geometrią gemellarną" zdefiniowaną przez relację między przestrzeniami o dodatniej krzywiznie i przestrzeniami o ujemnej krzywiznie, zgodnie z układem dwóch sprzężonych równań pola.

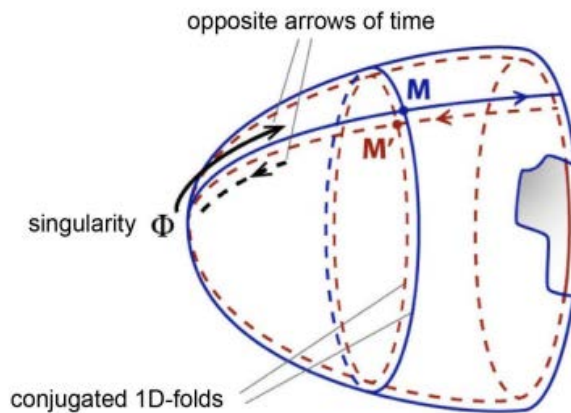
3. Model kosmologiczny 3Janus

3.1 Opis

Model kosmologiczny Janusa proponuje rewolucyjną wizję wszechświata, charakteryzującą się różnorodnością riemannowską z dwiema odrębnymi metrykami. Metryki te radzą sobie z dodatnimi i ujemnymi masami w unikalny sposób, oferując spójną interpretację w ramach ogólnej teorii względności, potwierdzoną obserwacjami, unikając jednocześnie tradycyjnych paradoksów.

Opierając się na modelu kosmologicznym Andrieja Sacharowa dwóch nie oddziałujących ze sobą

wszechświatów bimetrycznych, opracowano nowy model pojedynczego wszechświata składającego się z jednej rozmaitości riemannowskiej z dwiema metrykami, a mianowicie czterowymiarowej hiperpowierzchni z dwiema warstwami złożonymi jedna na drugiej w symetrii *CPT*, ale tym razem oddziałującymi ze sobą grawitacyjnie.



Rysunek 3.1 - Model kosmologiczny Janus

Pierwsza warstwa jest podzielona na siatki z pewną jednostką długości zapewniającą metrykę, przez którą materia o dodatniej energii i masie przechodzi między dwoma punktami w tej czasoprzestrzeni z prędkością ograniczoną przez teorię szczególnej względności (sekcja 2.2.2). I jego odpowiednik, złożony, ale podniesiony do kwadratu zgodnie z jednostką długości 100 razy krótszą i prędkością 10 razy większą dla materii o ujemnej energii i masie (fotony ewoluujące w tych samych proporcjach), co skutkuje czasem przejścia 1000 razy szybszym. Model ten oferuje zatem dwie rodziny geod przecinających czasoprzestrzeń na dwa różne sposoby i z różnymi prędkościami, umożliwiając podróże międzygwiazdne i wyjaśniając kilka zjawisk fizycznych, takich jak zanik pierwotnej antymaterii i uwięzienie galaktyk ((Petit i d'Agostini 2014),(Petit 2018)).

Pokazuje on również, że ujemne stany energetyczne są zgodne z mechaniką kwantową. Model ten opiera się na dwóch sprzężonych równaniach pola, które są rozszerzeniem równania pola Einsteina, oferując wiarygodną alternatywę dla obecności ciemnej

energii (odpychająca moc) i ciemnej materii (spłaszczenie krzywych rotacji galaktyk) w kosmosie, jednocześnie z powodzeniem integrując ujemne masy z Ogólną Teorią Względności. Opiera się ona na wyprowadzeniu równań z koncepcji zwanej "*Lagrangianem*". W fizyce często używamy zasad, aby wyjaśnić, w jaki sposób obiekty lub cząstki poruszają się i oddziałują ze sobą. W naszym przypadku używamy zasad zmienności, które są formułami matematycznymi opisującymi, w jaki sposób system fizyczny ewoluuje w czasie, minimalizując określoną wielkość zwaną "*działaniem*". Ta koncepcja zmienności musi być "*kowariantna*", co oznacza, że pozostaje taka sama niezależnie od wybranego inercjalnego układu odniesienia. Oznacza to, że ma ona zastosowanie do wszystkich obserwatorów, niezależnie od ich prędkości.

Logiczne wyprowadzenie tych zasad powinno doprowadzić nas do równań, które opisują ruchy i interakcje układu cząstek w taki sposób, aby były one ważne dla wszystkich obserwatorów, niezależnie od ich względnego ruchu. "*Działanie*" jest definiowane jako całka z "*Lagrangianu*" w pewnym okresie czasu, co pozwala nam opisać kinetykę i dynamikę układu fizycznego. *Lagrangian* jest funkcją obliczaną na podstawie energii kinetycznej i potencjalnej układu, a także innych czynników, które mogą wpływać na jego zachowanie. Korzystając z zasady najmniejszego działania, staramy się znaleźć trajektorię układu, która minimalizuje "*działanie*", co oznacza ścieżkę, dla której wartość "*działania*" jest jak najmniejsza. Równania ruchu uzyskuje się poprzez różniczkowanie tej trajektorii minimalnego działania względem czasu.

3.2 Wpływy

Kosmologia przeżywa kryzys. Pierwszym przykładem jest tempo rozszerzania się Wszechświata, który od 13,8 miliarda lat pęcznieje niczym gigantyczny balon. Kiedy astrofizycy użyli swoich teleskopów do zmierzenia obecnego tempa ekspansji, znanego jako stała Hubble'a (lub H_0), znaleźli wartość, która była niezgodna z przewidywaną przez Standardowy Model Kosmologii (Λ CDM), teorii, która obecnie najlepiej opisuje historię Wszechświata, od jego powstania (Wielki Wybuch) i pierwszych atomów do dnia dzisiejszego, poprzez pierwsze gwiazdy i galaktyki.

Stała Hubble'a (H_0) jest kluczowym parametrem w kosmologii, który mierzy prędkość rozszerzania się Wszechświata. Wskazuje ona, jak szybko galaktyki oddalają się od siebie w funkcji odległości. Ostatnio jednak dwie główne metody pomiarowe dały znacząco różne wyniki:

- Z jednej strony, lokalne pomiary wykorzystujące bezpośrednie obserwacje galaktyk i kosmologiczną skalę odległości opartą na standardowych świecach, takich jak cefeidy i supernowe typu Ia, dają wartość $H_0 = 73 \text{ km/s/Mpc}$. $H_0 = 73 \text{ km/s/Mpc}^2$. Pomiar ten pochodzi ze współpracy Shoes prowadzonej przez Amerykanina Adama Riessa.

² Jeden megaparsek odpowiada około 3,26 miliona lat świetlnych. Na każdy megaparsek odległości, ekspansja Wszechświata zwiększa prędkość separacji galaktyk o 73 kilometry na sekundę.

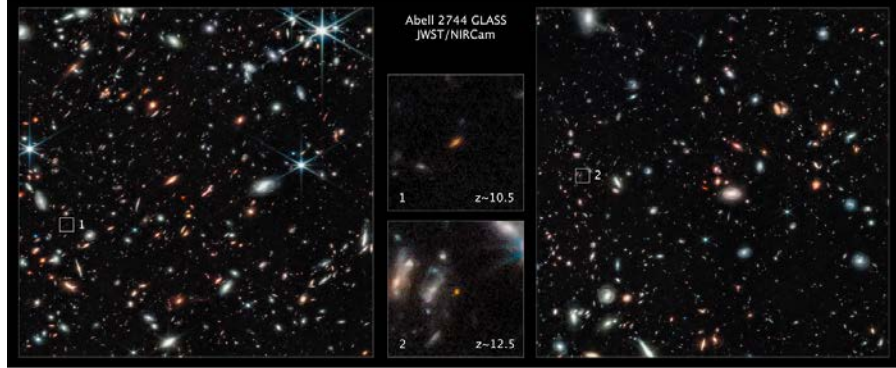
- Z drugiej strony, dane z Kosmicznego Mikrofalowego Tła³, analizowane jako część Modelu Standardowego kosmologii, sugerują niższą wartość 67,4 kilometrów na sekundę na megaparsek (km/s/Mpc). Metoda ta opiera się na danych z satelity Planck.

Rozbieżność ta, jeśli nie wynika z błędów pomiarowych, wymaga ponownej oceny pewnych fundamentalnych aspektów Modelu Standardowego, takich jak rola ciemnej energii w przyspieszaniu ekspansji kosmicznej. Model kosmologiczny Janusa przypisuje ten efekt antygravitacyjny masom ujemnym i określa ich naturę, co omówimy bardziej szczegółowo w dalszej części poświęconej temu zagadnieniu sekcji 3.3.

Innym przykładem jest Kosmiczny Teleskop Jamesa Webba (JWST), który dzięki zaawansowanym możliwościom obserwacji w podczerwieni został zaprojektowany do obserwacji Wszechświata na bardzo wczesnych etapach jego ewolucji, w tym formowania się pierwszych galaktyk. Ostatnie obserwacje z JWST ujawniają obiekty lub zachowania, które nie pasują do przewidywań Modelu Standardowego, co prowadzi do całkowitej rewizji jego podstaw. Zgodnie ze Standardowym Modelem Kosmologii, po Wielkim Wybuchu Wszechświat doświadczył ciemnego okresu, po którym kilkaset milionów lat później uformowały się pierwsze gwiazdy i proto-galaktyki. Te pierwsze struktury ewoluowały w duże galaktyki w ciągu pierwszego miliarda lat, a proces ten był kierowany przez grawitację ciemnej materii. Galaktyki rozwijały się i grupowały przez miliardy lat, tworząc różne typy obserwowane obecnie. Uważa się, że ciemna materia i ciemna energia odgrywają kluczową rolę w tym procesie, wpływając odpowiednio na tworzenie się struktur i ekspansję wszechświata. Ostatnie badanie opublikowane w czasopiśmie *Nature Astronomy* (Boylan-Kolchin 2023) odnosi się do odkrycia przez Mike'a Boylana-Kolchina, profesora nadzwyczajnego astronomii na Uniwersytecie Tekszańskim w Austin, wcześniejszego niż oczekiwano powstania kilku galaktyk z dużym przesunięciem ku czerwieni (między 500 a 700 milionów lat po Wielkim Wybuchu), które są znacznie masywniejsze niż nasza własna (10 miliardów mas Słońca).

Dla przykładu, *Abell 2744 Y1* to gromada galaktyk znajdująca się w gwiazdozbiore Rzeźbiarza, około 13,2 miliarda lat świetlnych od nas i wygląda tak, jak wtedy, gdy wszechświat miał zaledwie 650 milionów lat (rysunek 3.2).

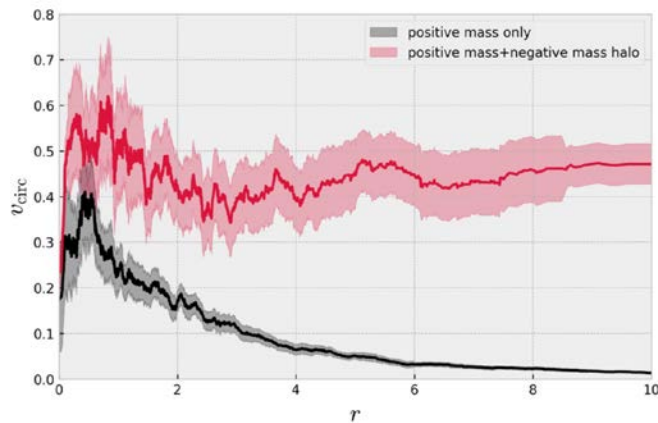
³ Kosmiczne mikrofalowe tło (CMB) to promieniowanie elektromagnetyczne emitowane około 380 000 lat po Wielkim Wybuchu, kiedy wszechświat ostygł na tyle, że elektrony i protony połączyły się w atomy.



Rysunek 3.2 - Zdjęcie z teleskopu Jamesa Webba - Abell 2744 Y1

Obserwacja dokonana przez Kosmiczny Teleskop Jamesa Webba po raz kolejny potwierdza jedno z przewidywań Modelu Kosmologicznego Janusa. Model kosmologiczny Janusa rzuca zatem nowe światło na kluczowe pytania kosmologiczne, na które odpowiedzi potwierdzają liczne obserwacje i przewidywania, w tym między innymi następujące:

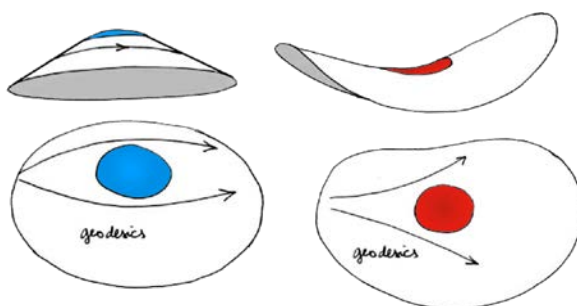
- Wyjaśnienie ograniczenia galaktyk przez szczeliny zajmowane przez masy ujemne przyczyniające się do ich stabilności, jak na rysunku 3.3 ((Farnes 2017)).



Rysunek 3.3 - Różnica między prędkością kołową co orbis galaktyki złożonej z cząstek o masie dodatniej w porównaniu z inną otoczoną halo cząstek o masie ujemnej.

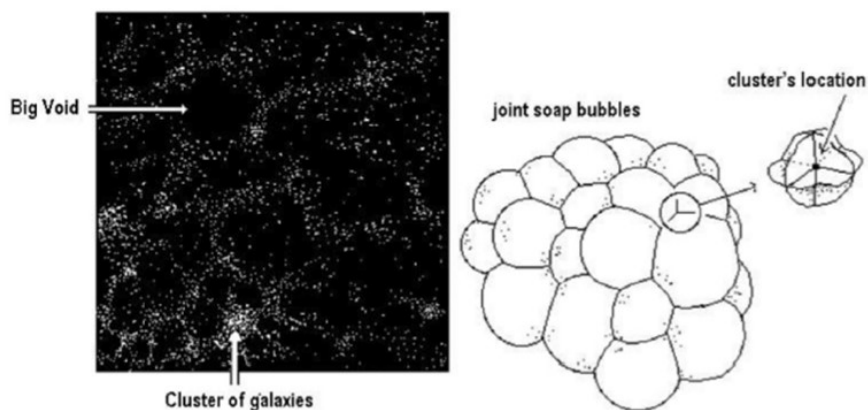
- Wyjaśnienie kształtu krzywych rotacji galaktyk (spłaszczenie)
- Model ten wyjaśnia wyższe niż oczekiwano przyspieszenie grawitacyjne gwiazd krążących na obrzeżach galaktyk ze względu na obecność ujemnych mas.
- Wyjaśnienie wysokiej prędkości galaktyk w gromadach ze względu na antygravitacyjny wkład mas ujemnych.

- Proponuje on matematycznie szczegółowy opis zachowania galaktyk oparty na wspólnym podejściu do równań Własowa i Poissona. Przewiduje on, że prędkości gwiazd w galaktyce są zorganizowane w elipsoidę zorientowaną w kierunku centrum galaktyki, co jest hipotezą potwierdzoną przez pomiary prędkości szczytowych gwiazd w pobliżu Układu Słonecznego.
- Wyjaśnia to efekty soczewkowania grawitacyjnego wokół galaktyk, jak w punkcie 3.4.



Rysunek 3.4 - Efekty soczewki grawitacyjnej

- Wyjaśnienie lakunarnej struktury wszechświata zajmowanej przez skupiska ujemnych mas w formie połączonych ze sobą bąbków mydlanych jak w 3.5.

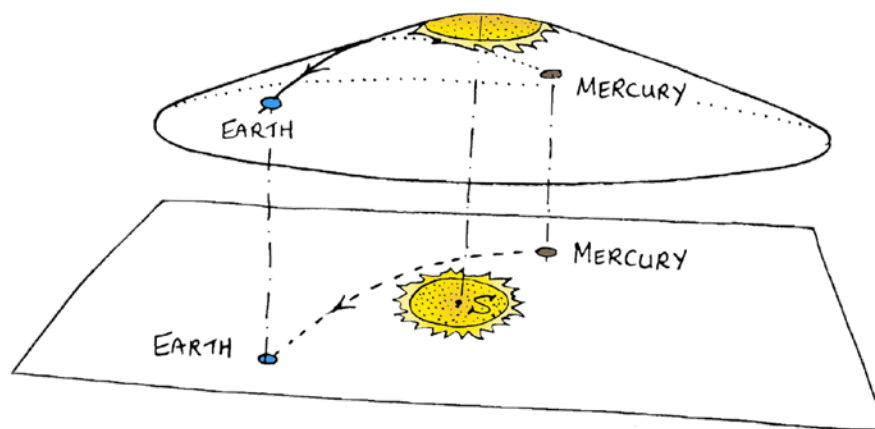


Rysunek 3.5 - Struktura luk

Struktura ta została również ustalona w 2018 roku przez Tsvi Pirana w jego artykule (Piran 2018), w którym podkreśla on rozmieszczenie galaktyk w tym, co nazywa "ścianami" z powodu antygrawitacyjnej kompresji sub-gęstych regionów o ujemnych masach skoncentrowanych w ciemnej materii pustych przestrzeni. Obserwacje pokazują, że te puste przestrzenie zajmują znaczną część objętości Wszechświata. Korelacja między pustkami w rozkładzie galaktyk a regionami o niskiej gęstości ciemnej materii wyraźnie wskazuje na grawitacyjne pochodzenie tych pustek. Pierwotne obszary o mniejszej gęstości, znane jako "ujemne pustki kosmologiczne", działają jako ujemne masy grawitacyjne i służą jako zalążek obserwowanych pustek. Centra tych subgęstych obszarów są efektywnymi masami grawitacyjnymi, które odpychają materię, ustawiając ją wzdłuż ścian między centrami. Pustki skupiają się wokół tych mas i są otoczone ścianami galaktyk. Ostatecznie ściany pękają,

powodując łączenie się pustek z innymi pustkami, tworząc szerszą sieć pustek, które ograniczają galaktyki.

- Przewidywanie i potwierdzenie wczesnego formowania się wszystkich galaktyk zaobserwowanych ostatnio przez Kosmiczny Teleskop Jamesa Webba ((Ferreira et al. 2022)). W rzeczywistości model sugeruje, że wszystkie galaktyki uformowały się razem w ciągu pierwszych 100 milionów lat historii (pierwotnego) wszechświata. Formacja ta miała miejsce, gdy dodatnia masa została gwałtownie ściśnięta między wieloma skupiskami masy ujemnej, tworząc wysokie ciśnienie. Silne kurczenie się materii i gazów spowodowane antygravitacyjnym działaniem mas ujemnych wywołało znaczne nagrzewanie, prowadzące do szybkiego chłodzenia ułatwionego przez strukturę przypominającą arkusz. Ten czas chłodzenia pozwolił na osiągnięcie temperatury wystarczającej do zainicjowania reakcji syntezy termojądrowej, umożliwiając narodziny pierwszych gwiazd i ich zgrupowanie w celu utworzenia galaktyk, które znamy dzisiaj.
- Wyjaśnienie odległych galaktyk przy wysokim przesunięciu ku czerwieni (> 7) pojawiających się jako karły (zmniejszona jasność). Dzieje się tak dlatego, że gromady o ujemnej masie (takie jak w regionie Dipole Repeller, który zbadamy w sekcji 3.3) tworzą ujemny efekt soczewkowania grawitacyjnego na swoich fotonach, co powoduje osłabienie ich jasności.
- Potwierdzono lokalne weryfikacje relatywistyczne, takie jak przyspieszenie peryhelium Merkurego lub ugięcie promieni świetlnych przez Słońce. Ponieważ dwa rodzaje masy odpychają się wzajemnie i biorąc pod uwagę, że ujemna gęstość masy jest prawie nieistotna w pobliżu Słońca, pierwsze równanie w układzie odpowiada równaniu pola Einsteina (patrz sekcja 3.3.4.2).

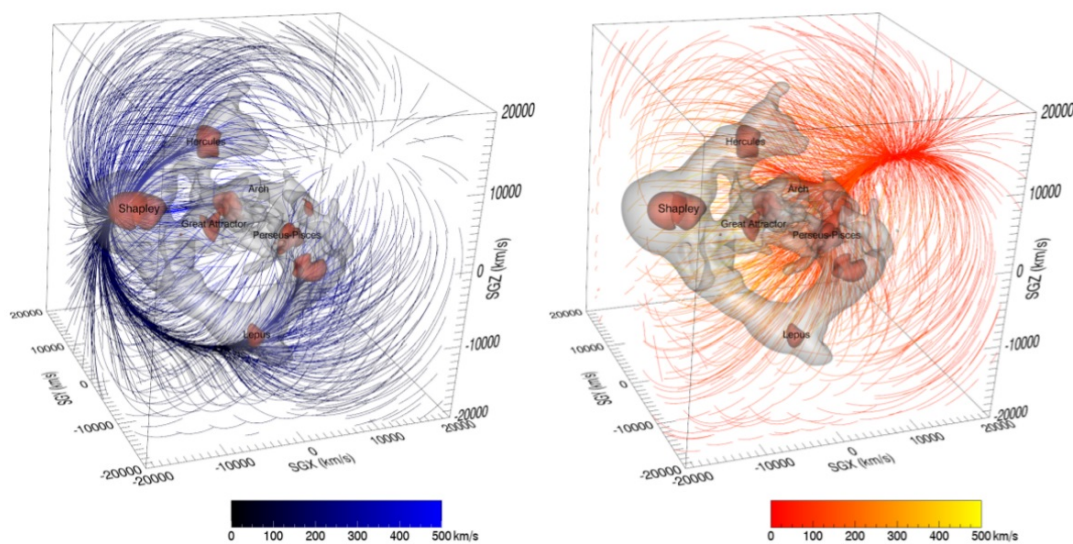
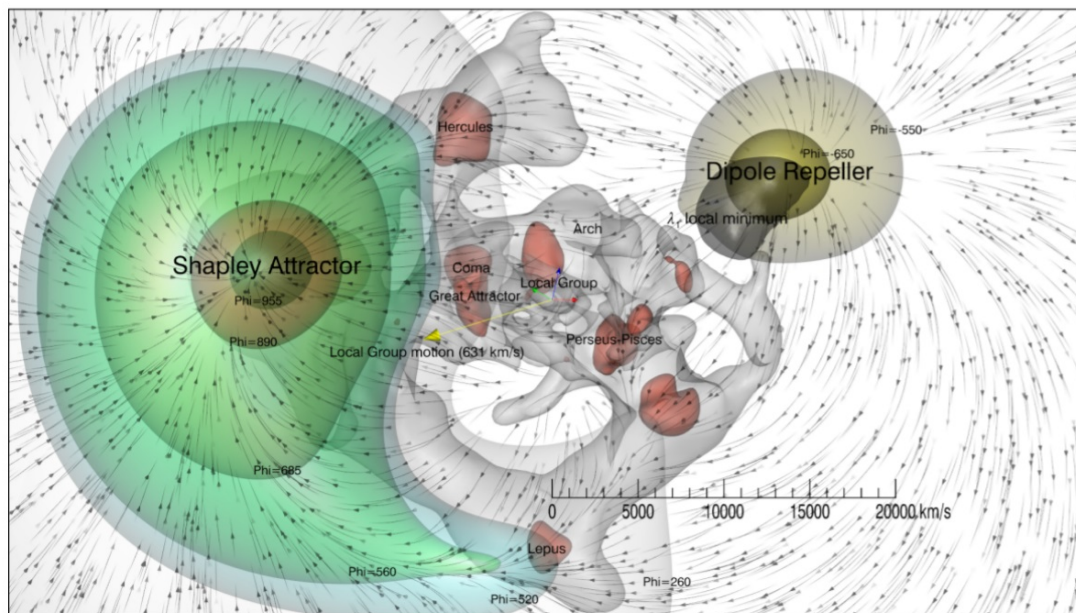


Rysunek 3.6 - Deformacja czasoprzestrzeni wywołana masą Słońca

- Wykorzystanie asymetrii między dwiema populacjami mas dodatnich i ujemnych doprowadziło do zgodności z danymi z obserwacji supernowych typu Ia. Obserwacja supernowych typu Ia była kluczowym narzędziem do określania odległości obiektów niebieskich i badania ekspansji wszechświata. Supernowe typu Ia to eksplozje supernowych, które występują w układach podwójnych gwiazd, w których gwiazda znana jako biały karzeł pochłania materiał z gwiazdy towarzyszącej, aż osiągnie

masę krytyczną, powodując eksplozję. Asymetria ta może być spowodowana procesami takimi jak rotacja lub pole magnetyczne gwiazdy towarzyszącej, które przenosi materię do białego karła. Jeśli asymetria istnieje, może to prowadzić do różnicy w jasności między supernowymi typu Ia, co mogłoby wyjaśnić obserwacje.

- Wyjaśnienie natury Wielkiego Odpychacza odkrytego w styczniu 2017 r. (patrz sekcja 3.3), w którym wykazano, że istnieje on w pozornie pustym obszarze wszechświata, przeciwnym do Atraktora Shapleya, który wydaje się odpychać całą materię.

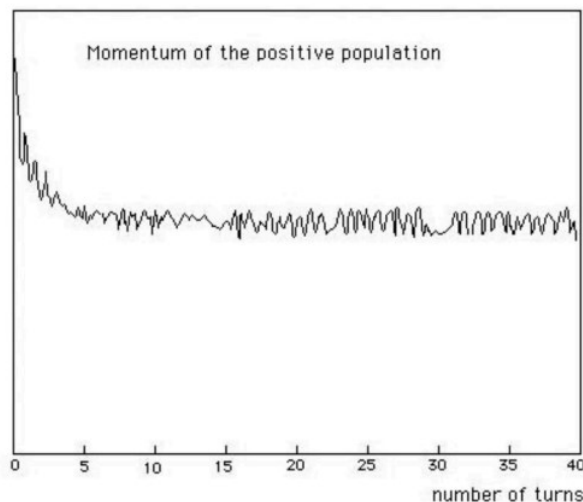


Rysunek 3.7 - Duży odrzutnik

- Model demonstruje trwałą galaktyczną strukturę spiralną napędzaną tarcieniem dynamicznym, które nieustannie przenosi pęd do mniej gęstego środowiska o ujemnej masie, umożliwiając ramionom spiralnym trwałą i stabilny obrót wokół galaktyki. Jak zilustrowano poniżej, gdy ramiona przechodzą przez regiony o wysokiej gęstości (dodatniej masie), zwalniają i tracą energię, podczas gdy przechodząc przez regiony o niskiej gęstości, przyspieszają i zyskują energię. Tworzy to fale gęstości, które rozprzestrzeniają się przez galaktykę, przenosząc pęd do środowiska o masie ujemnej.



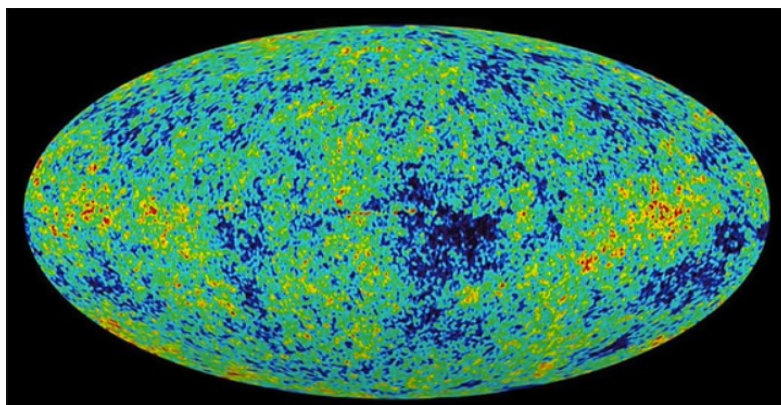
Rysunek 3.8 - Spirala słupkowa symulacji numerycznej (1992: 20 000 punktów)



Rysunek 3.9 - Ewolucja momentu kinetycznego (1992: 20 000 punktów)

- Wyjaśnienie, dlaczego kosmiczna antymateria nie została zaobserwowana, ponieważ emituje ona fotony o ujemnej energii.
- Wyjaśnienie natury niewidzialnych składników wszechświata: antyprotonów, antyneutronów, antyelektronów, antywodoru i antyhelu o masie ujemnej. Elementy te tworzą pierwotną antymaterię, której nie można zaobserwować, ponieważ emitują fotony o ujemnej energii.

- **Przypuszczenie to zostało niedawno potwierdzone we wrześniu 2023 r. (Anderson 2023):** C-symetryczna (symetryczna pod względem ładunku) antymateria, opracowana w laboratorium i emitująca fotony o dodatniej energii, jest grawitacyjnie spychana w dół tak samo jak zwykła materia.
- Model ten oferuje własną interpretację fluktuacji w kosmicznym tle mikrofalowym (CMB), przypisując je odpowiedzi zwykłej materii o masie dodatniej na fluktuacje gęstości w sąsiednich komórkach wszechświata wypełnionych rozkładem materii o masie ujemnej. Sytuacja ta jest związana z niestabilnością grawitacyjną, która występuje w tych komórkach. Analiza tych fluktuacji pozwala ocenić związek między współczynnikami skali dwóch rodzajów materii. Widzimy, że stosunek $\frac{a^{(+)}}{a^{(-)}}$ jest rzędu 100. Możemy zatem wywnioskować, że stosunek $\frac{c^{(-)}}{c^{(+)}}$ jest rzędu 10 ((Petit 2018)). Oznacza to, że ogólnym efektem byłoby skrócenie czasu wymaganego do podróży międzygwiazdnej o współczynnik tysiąca dla obiektów, które zdołają odwrócić swoją masę, umożliwiając im poruszanie się wzdłuż geodezyjnie opisanej metryki $h_{\mu\nu}$ drugiego równania pola (24), co przeanalizujemy w następnej sekcji.



Rysunek 3.10 - Kosmologiczne rozproszone źródło światła i

- Grawitacyjny redshift 3 wydedukowany z dwóch pierwszych obrazów supermasywnych obiektów znajdujących się w centrach galaktyk M87 i Drogi Mlecznej (patrz badanie przeprowadzone w sekcji 7).
- Obecnie nie ma odpowiedzi na pytanie: "Co było przed Wielkim Wybuchem?". Zgodnie z modelem kosmologicznym Janusa, topologiczna struktura wszechświata, "oddziałująca ze swoim antychronicznym odpowiednikiem", eliminuje to pytanie, unieważniając znaczenie przysłówka "przed". Rzeczywiście, jak zobaczymy później, w momencie Wielkiego Wybuchu strzałka czasu ulega odwróceniu.

3.3 Odrzutnik dipolowy

3.3.1 Wprowadzenie

W 2017 roku Yehudi Hoffman, B. Tully, H. Courtois i D. Pomarède opublikowali pierwszą bardzo szczegółową mapę wszechświata (Hoffman et al. 2017). Mapa ta opierała się nie tylko na pozycjach galaktyk, ale także integrowała ich pole prędkości, odejmując wpływ ekspansji Hubble'a od surowych pomiarów ich przesunięcia ku czerwieni. Wyniki były niezwykle imponujące i są uważane za jedno z najważniejszych odkryć obserwacyjnych w dzisiejszej kosmologii, porównywalne pod względem znaczenia z odkryciem Edwina Hubble'a sprzed stu lat. Przed tym badaniem wiadomo było, że niektóre galaktyki wykazywały zbieżne ruchy w kierunku regionu zwanego Wielkim Przyciągaczem. Analiza z 2017 roku ujawniła wpływ innej, większej struktury poza Wielkim Atraktozem, zwanej Atraktozem Shapleya. Jednak najbardziej niezwykłym odkryciem było zidentyfikowanie regionu niemal naprzeciwko tych dwóch formacji, w którym nie wykryto żadnych galaktyk. Zamiast tego istniała znaczna pustka otoczona przez sąsiednie galaktyki wykazujące ruch z dala od tego regionu, tworząc "nieszczęlny" wzór skupiony na tej pustce. Zjawisko to, początkowo nazywane Odpychaczem Dipolowym, zostało później nazwane Przyciągaczem Dipolarnym, gdy stało się jasne, że jest ono powiązane z atrakcyjnymi formacjami. Zrozumienie tego zjawiska, którego nie można przypisać artefaktom pomiarowym, niewątpliwie wymaga znacznego postępu w naszym rozumieniu kosmicznej dynamiki.

3.3.2 Niektóre próby interpretacji

Cztery lata po pierwszym odkryciu podjęto niewiele prób modelowania zjawiska odpychania dipolowego. W swoim ostatnim artykule (Neiser 2020) Neiser nie skupia się na tym pytaniu, ale zamiast tego proponuje hipotezy dotyczące natury Wielkiego Wybuchu, próżni kwantowej i pochodzenia wszechświata. Neiser spekuluje, że antymateria może mieć odpychający efekt grawitacyjny, co prowadzi do powstawania gwiazd neutrinowych i antyneutrinowych, które odpychają się nawzajem. Podobne aspekty pierwotnego odpychania antymaterii zostały wspomniane przez Benoit-Lévy'ego i in. w 2012 roku ((Benoit-Lévy i Chardin 2012)), ale bez dalszego uzasadnienia. Heald w swoim artykule (Heald 2020) wspomina o sytuacji Laniakei, która jest odpychana przez Repulsor Dipolowy i przyciągana przez Atraktor Shapleya. Po raz kolejny idea odpychania materii i antymaterii jest sugerowana jako możliwe wyjaśnienie wielkoskalowej struktury wszechświata i organizacji pustek. Nie podano jednak konkretnego modelu centralnego obiektu w dużej pustce, a brak emitowanego światła pozostaje niewyjaśniony. W 2018 roku Vuyk zasugerował w swoim artykule (Vuyk 2018) istnienie hipotetycznej piątej siły, podczas gdy Hoffman i in. wykorzystali symulacje numeryczne do zrekonstruowania rozkładu ciemnej materii zgodnego z danymi obserwacyjnymi ((Hoffman i in. 2018)). Z tych badań wyłaniają się dwa schematy wyjaśniające: jeden obejmujący hipotetyczne obiekty złożone z odpychającej antymaterii, które są nieobserwowalne, a drugi sugerujący rozbieżność w rozkładzie ciemnej materii. Obserwacje wykazały, że ekspansja wszechświata przyspiesza, co wskazuje na obecność składnika o ujemnym ciśnieniu ((Perlmutter et al. 1999), (Riess et al. 2004), (Schmidt et al. 1998)). Model zaproponowany w celu wyjaśnienia tego zjawiska sugeruje istnienie ujemnych mas, które mogą przyczyniać się do tych efektów antygravitacyjnych, łącząc odpychające wpływy ciemnej materii i ciemnej energii na

składniki o dodatniej masie. Hipoteza ta znajduje się w centrum prac odpowiadających referencjom (Petit 1995) (Petit i D'Agostini 2014a) (Petit i D'Agostini 2014b) (Petit, D'Agostini i Debergh 2018) (Petit, D'Agostini i Debergh 2019) (Petit i D'Agostini 2021a) (Petit i D'Agostini 2021b).

3.3.3 Interpretacja luk w ciemnej materii

Zbadajmy możliwość, że próżnia ciemnej materii mogłaby wytworzyć obserwowany efekt odpychania. Możemy zacząć od rozważenia sferycznej próżni w jednorodnym rozkładzie ciemnej materii i wykorzystać równanie Poissona do analizy tego układu:

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} = 4\pi G \rho_{dm}$$

Równanie to jest liniowe i opisuje potencjał grawitacyjny jako funkcję gęstości. Nakładając na siebie dwa rozkłady gęstości ρ_1 i ρ_2 wynikowy potencjał grawitacyjny jest sumą potencjałów związanych z tymi dwoma rozkładami: $\psi = \psi_1 + \psi_2$.

Biorąc pod uwagę równomierny rozkład gęstości ρ_{dm}^{unif} otrzymujemy potencjał ψ_1 który jest rozwiązaniem równania Poissona :

$$\psi_1 = \frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3} \quad \text{et} \quad \vec{g}_1 = -\frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

Teraz, wprowadzając objętość o przeciwnej gęstości równej $-\rho_{dm}^{unif}$ tworzymy potencjał ψ_2 który jest rozwiązaniem następującego równania Poissona:

$$\frac{d^2\psi_2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi_2}{dr} = -4\pi G \rho_{dm}^{unif}$$

To rozwiązanie jest :

$$\psi_2 = -\frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3}, \quad \vec{g}_2 = \frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

W ten sposób otrzymujemy to samo pole grawitacyjne, ale o przeciwnym znaku. Jest ono zatem odpychające i proporcjonalne do odległości od środka kuli.

Następnie, obliczając potencjały grawitacyjne związane z tymi dwoma rozkładami, możemy zaobserwować, że wynikowy potencjał grawitacyjny wynosi zero wewnątrz próżni. Innymi słowy, siła grawitacji wywierana przez jednorodny rozkład ciemnej materii jest dokładnie zrównoważona przez siłę grawitacji wywieraną przez przeciwną gęstość tworzącą próżnię:

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

Jednakże, niezależnie od pozycji wybranej jako początek współrzędnych, pole grawitacyjne pozostaje niezerowe wewnątrz próżni. Oznacza to, że siła grawitacji nie jest idealnie zrównoważona, co wydaje się zaprzeczać idei próżni tworzącej odpychające pole grawitacyjne.

Aby rozwiązać ten paradoks, równanie Poissona musi być traktowane jako zlinearyzowana wersja równania Einsteina w sytuacji stacjonarnej, która definiuje potencjał grawitacyjny w kategoriach perturbacji metryki Lorentza:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}$$

Klasyczne obliczenia dają dla gęstości właściwej ρ_0 ((Adler, Bazin i Schiffer 1975)) :

$$\varepsilon \sum_{i=0}^3 \gamma_{00|i|i} = -\chi\rho_0$$

Uwaga: W kontekście granicy słabego pola badanej w sekcji 2.3.6, równanie (26) wiąże przestrzenne drugie pochodne składowej czasowej tensora metrycznego ze źródłami grawitacyjnymi reprezentowanymi przez lokalną gęstość masy i energii. γ_{00} tensora metrycznego do źródeł grawitacyjnych, reprezentowanych przez lokalną gęstość masy i energii ρ_0 . Pomaga nam to zrozumieć, w jaki sposób krzywizna czasoprzestrzeni reaguje na rozkład masy i energii, zachowując precyzyjny związek między tymi dwoma aspektami.

Zatem potencjał grawitacyjny jest zdefiniowany jako (27) przez :

$$\psi = -\frac{c^2}{2} \varepsilon\gamma_{00}$$

Wówczas (26) można utożsamić z równaniem Poissona. Podejścia tego nie można jednak zastosować do nieskończonego jednorodnego rozkładu ciemnej materii. Wniosek jest taki, że zdefiniowanie potencjału grawitacyjnego w jednorodnym rozkładzie materii jest po prostu niemożliwe, ponieważ niestabilność grawitacyjna prowadzi do powstawania skupisk, a nie próżni, i nie ma jasnych ram dla tworzenia takich próżni.

3.3.4 Interpretacja przy użyciu modelu kosmologicznego Janus

Rozważmy teraz interakcję między dwoma bytami: zwykłą materią o dodatniej masie oddziałującą z masą ujemną poprzez efekty grawitacyjne. Ten model obejmujący masę ujemną uwzględnia wpływ zarówno ciemnej materii, jak i ciemnej energii.

Możemy opisać ten układ dwóch bytów za pomocą metryk g i h . Niech G i H są odpowiadającymi im skalarami Ricciego. Następnie rozważamy następujące działanie dwuwarstwowe:

$$A = \int_{\varepsilon} \left(\frac{1}{2\Gamma(g)} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\varepsilon} \left(\frac{\kappa}{2\Gamma(h)} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x$$

Warunki $S_{(g)}$ i $S_{(h)}$ podadzą terminy źródłowe związane z populacjami dwóch podmiotów, podczas gdy terminy $S_{(h,g)}$ i $S_{(g,h)}$ wygenerują tensory interakcji. $\Gamma^{(g)}$ i $\Gamma^{(h)}$ są stałymi Einsteina dla każdej jednostki. Dla $\kappa = \pm 1$ stosujemy zasadę najmniejszego działania. Lagrangowskie wyprowadzenie tego działania daje nam :

$$\begin{aligned}
0 &= \delta A \\
&= \int_{\varepsilon} \delta \left(\frac{1}{2\Gamma^{(g)}} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\varepsilon} \delta \left(\frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x \\
&= \int_{\varepsilon} \delta \left[\frac{1}{2\Gamma^{(g)}} \left(\frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta \sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} \right] \delta g^{\mu\nu} \sqrt{|g|} d^4x \\
&\quad + \int_{\varepsilon} \delta \left[\frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} \left(\frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta \sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} \right] \delta h^{\mu\nu} \sqrt{|h|} d^4x
\end{aligned}$$

Dla każdej odmiany $\delta g^{\mu\nu}$ i wszystkich wariacji $\delta h^{\mu\nu}$ otrzymujemy lokalnie :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\Gamma^{(g)}} \left(\frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta \sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} &= 0 \\
\frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} \left(\frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta \sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} &= 0
\end{aligned}$$

Wprowadźmy następujące tensory:

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{(g,g)} &= -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu} S_{(g)} \\
T_{\mu\nu}^{(h,h)} &= -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu} S_{(h)} \\
T_{\mu\nu}^{(h,g)} &= -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} \\
T_{\mu\nu}^{(g,h)} &= -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}}
\end{aligned}$$

W ogólnej teorii względności pochodna kowariantna jest sposobem na uogólnienie pojęcia pochodnej cząstkowej na zakrzywione przestrzenie. W przeciwieństwie do zwykłej pochodnej cząstkowej, pochodna kowariantna uwzględnia krzywiznę czasoprzestrzeni.

Następnie, dla tensora $A_{\nu\sigma}^{\rho}$ jego kowariantna pochodna wzdłuż indeksu μ jest dana przez wyrażenie :

$$\nabla_{\mu} A_{\nu\sigma}^{\rho} = \partial_{\mu} A_{\nu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} A_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} A_{\lambda\sigma}^{\rho} - \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} A_{\nu\lambda}^{\rho}$$

Możemy zatem wyprowadzić następujące dwa wyrażenia:

$$\nabla_{\mu} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} = \partial_{\mu} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \delta \Gamma_{\lambda\sigma}^{\rho} - \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} \delta \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho}$$

$$\nabla_{\nu} \delta \Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} = \partial_{\nu} \delta \Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho} \delta \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\mu}^{\lambda} \delta \Gamma_{\lambda\sigma}^{\rho} - \Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} \delta \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}$$

NB:

- (28b) otrzymuje się z (28a) przez prostą zamianę μ i ν .
- Termin $\partial_\mu A_{\nu\sigma}^\rho$ jest zwykłą pochodną cząstkową tensora. Gdyby czasoprzestrzeń była płaska (jak w fizyce newtonowskiej), wystarczyłoby to do opisanja zmienności tensora.
- Terminy z symbolami Christoffel $\Gamma_{\mu\lambda}^\rho$, $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ i $\Gamma_{\mu\sigma}^\lambda$ reprezentują poprawkę wynikającą z połączenia czasoprzestrzennego, które uwzględnia zakrzywienie czasoprzestrzeni. W rzeczywistości, w zakrzywionej przestrzeni, połączenie (reprezentowane przez symbole Christoffela Γ) wprowadza poprawkę. Korekta ta jest konieczna, ponieważ podstawy przestrzeni stycznej (przestrzeni, w której znajduje się tensor) zmieniają się z jednego punktu czasoprzestrzeni do drugiego. Zatem, $\Gamma_{\mu\lambda}^\rho A_{\nu\sigma}^\lambda$ jest terminem, który koryguje zmianę w tensorze $A_{\nu\sigma}^\lambda$ podczas ruchu w kierunku μ dla wyższego indeksu ρ . $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda A_{\lambda\sigma}^\rho$ i $\Gamma_{\mu\sigma}^\lambda A_{\nu\lambda}^\rho$ to wyrażenia, które odejmują wkład wynikający ze zmiany niższych indeksów ν i σ . Terminy te zapewniają, że pochodna kowariantna jest zgodna z regułami transformacji tensora.
Podsumowując, pochodna kowariantna ∇_μ tensora jest kombinacją jego zwykłej pochodnej cząstkowej i członów kompensujących zmiany w geometrii czasoprzestrzeni. Jest ona skonstruowana w taki sposób, że pochodna tensora jest sama w sobie tensorem, co nie ma miejsca w przypadku zwykłej pochodnej cząstkowej.

Następnie tensor Riemanna jest powiązany z symbolami Christoffela następującym równaniem:

$$R_{\sigma\mu\nu}^\rho = \partial_\mu \Gamma_{\nu\sigma}^\rho - \partial_\nu \Gamma_{\mu\sigma}^\rho + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda$$

Uwaga: Tensor Riemanna $R_{\sigma\mu\nu}^\rho$ jest wielkością matematyczną w ogólnej teorii względności, która opisuje wewnętrzną krzywiznę czasoprzestrzeni. Definiuje się go jako różnicę między pochodnymi cząstkowymi symboli Christoffela a sumą iloczynów samych symboli Christoffela. Termin $\partial_\mu \Gamma_{\nu\sigma}^\rho$ jest pochodną cząstkową symbolu Christoffela $\Gamma_{\nu\sigma}^\rho$ w odniesieniu do współrzędnej x^μ . Termin ten mierzy, jak symbol Christoffela zmienia się, gdy porusza się w kierunku μ . Termin $\partial_\nu \Gamma_{\mu\sigma}^\rho$ jest podobny do pierwszego członu, ale pochodna cząstkowa jest pobierana w innym kierunku, x^ν . Terminy $\Gamma_{\mu\lambda}^\rho \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda$ i $\Gamma_{\nu\lambda}^\rho \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda$ opisują iloczyn dwóch symboli Christoffela, które reprezentują interakcję między dwoma połączeniami czasoprzestrzennymi. Mierzy on, jak krzywizna w jednym kierunku wpływa na krzywiznę w innym kierunku.

Następnie otrzymujemy:

$$\delta R_{\sigma\mu\nu}^\rho = \partial_\mu \delta \Gamma_{\nu\sigma}^\rho - \partial_\nu \delta \Gamma_{\mu\sigma}^\rho + \delta \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \delta \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda - \delta \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \delta \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda$$

To daje nam:

$$\delta R_{\sigma\mu\nu}^{\rho} = \nabla_{\mu}\delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} - \nabla_{\nu}\delta\Gamma_{\mu\sigma}^{\rho}$$

Kontraktując indeksy ρ i σ w poprzedniej relacji przy użyciu konwencji sumowania Einsteina, która mówi, że powtarzający się indeks implikuje niejawne sumowanie nad tym indeksem, możemy wyrazić wariację tensora krzywizny Ricciego, który spełnia tożsamość Palatiniego ((Tsamparlis 1978), (Palatini 1919)):

$$\delta R_{\sigma\nu} = \delta R_{\sigma\rho\nu}^{\rho} = \nabla_{\rho}(\delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho}) - \nabla_{\nu}(\delta\Gamma_{\rho\sigma}^{\rho})$$

Uwaga: W ogólnej teorii względności geometria czasoprzestrzeni jest opisywana przez wielkość zwaną tensorem metrycznym, oznaczaną przez $g_{\mu\nu}$. Tensor ten zawiera wszystkie informacje o odległościach i kątach w czasoprzestrzeni.

Skalar Ricciego, oznaczany R jest miarą krzywizny czasoprzestrzeni w danym punkcie. Jest on obliczany przez dodanie (lub skurczenie) składników tensora Ricciego $R_{\sigma\nu}$ z tensorem metrycznym $g^{\sigma\nu}$. Z matematycznego punktu widzenia jest to mnożenie macierzy tensora Ricciego i tensora metrycznego, a następnie dodawanie wyrazów wzdłuż przekątnej.

Ponadto musimy mieć kowariantną pochodną tensora metrycznego równą zero, tj. $\nabla_{\sigma}g^{\mu\nu} = 0$. Innymi słowy, podczas przemieszczania się w czasoprzestrzeni sposób pomiaru odległości i kątów nie ulega zmianie. Jest to fundamentalna własność czasoprzestrzeni w ogólnej teorii względności, która wskazuje, że lokalna geometria nie zmienia się podczas ruchu, niezależnie od globalnej krzywizny.

Podsumowując, skalar Ricciego R daje nam wyobrażenie o zakrzywieniu czasoprzestrzeni w danym punkcie, a fakt, że $\nabla_{\sigma}g^{\mu\nu} = 0$ gwarantuje, że kształt czasoprzestrzeni pozostaje spójny, gdy się poruszamy, niezależnie od ogólnej krzywizny, tj. spójność ta jest zapewniona przez zgodność metryki z połączeniem Leviiego-Civity, co gwarantuje, że pojęcia geometryczne, takie jak długości i kąty, pozostają stałe, gdy są przenoszone przez czasoprzestrzeń.

Następnie możemy wywnioskować:

$$\begin{aligned} \delta R &= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu}\delta R_{\sigma\nu} \\ &= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu}\left(\nabla_{\rho}(\delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho}) - \nabla_{\nu}(\delta\Gamma_{\rho\sigma}^{\rho})\right) \\ &= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + \nabla_{\rho}(g^{\sigma\nu}\delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho}) - g^{\sigma\nu}\nabla_{\nu}\delta\Gamma_{\rho\sigma}^{\rho} \\ &= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + \nabla_{\rho}(g^{\sigma\nu}\delta\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} - g^{\sigma\rho}\delta\Gamma_{\mu\sigma}^{\mu}) \\ &= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + \nabla_{\rho}B^{\rho} \end{aligned}$$

Uwaga: W powyższych obliczeniach musimy wziąć pod uwagę dwie zasady:

- Właściwości pochodnej kowariantnej i reguła Leibniza (reguła iloczynu pochodnych). Reguła Leibniza dla pochodnej kowariantnej jest podobna do tej dla zwykłej pochodnej i jest zapisana następująco:

$$\nabla_{\rho}(AB) = (\nabla_{\rho}A)B + A(\nabla_{\rho}B)$$

gdzie A i B mogą być polami skalarnymi, wektorowymi lub tensorowymi.

- Jak wspomniano wcześniej, powtarzające się indeksy są nazywane *cichymi* indeksami zgodnie z konwencją sumowania Einsteina. Rzeczywiście, warto pamiętać, że gdy indeks zmiennej pojawia się dwukrotnie w wyrażeniu, raz w górnej pozycji i raz w dolnej pozycji, oznacza to sumowanie wszystkich możliwych wartości, jakie może przyjąć indeks. Na przykład $A^\mu B_\mu$ oznacza $\sum_\mu A^\mu B_\mu$. Rozważmy symbole Christoffela $\Gamma_{\mu\sigma}^\mu$ i $\Gamma_{\rho\sigma}^\rho$. W tych wyrażeniach indeksy μ i ρ są przykładami indeksów niemych zgodnie z konwencją sumowania Einsteina. Oznacza to, że wyrażenie $\Gamma_{\mu\sigma}^\mu$ gdzie suma jest wykonywana dla wszystkich możliwych wartości μ jest identyczne z wyrażeniem $\Gamma_{\rho\sigma}^\rho$ gdzie suma jest wykonywana dla wszystkich możliwych wartości ρ . Możemy więc zastosować indeksy sumowania $(\rho, \nu) \rightarrow (\mu, \rho)$ w ostatnim wyrażeniu.

Obliczone na dwa różne sposoby, otrzymujemy :

$$\begin{aligned}\nabla_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu) &= \nabla_\mu (\sqrt{|g|}) B^\mu + \sqrt{|g|} \nabla_\mu (\delta B^\mu) = \sqrt{|g|} \nabla_\mu \delta B^\mu + 0 = \sqrt{|g|} \nabla_\mu \delta B^\mu \\ \nabla_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu) &= \partial_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu) + \Gamma_{\mu\nu}^\mu \sqrt{|g|} \delta B^\nu = \partial_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu) + 0 = \partial_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu)\end{aligned}$$

Uwaga: Podobnie, pochodna wyznacznika tensora metrycznego, reprezentowana przez $\sqrt{|g|}$ jest również równa zero, gdy jest brana kowariantnie, tj. $\nabla_\mu \sqrt{|g|} = 0$. Ta ostatnia własność upraszcza wyrażanie całek objętościowych i ma fundamentalne znaczenie dla zastosowania twierdzenia o dywergencji w zakrzywionej czasoprzestrzeni.

Następnie możemy wywnioskować:

$$\sqrt{|g|} \nabla_\mu \delta B^\mu = \partial_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu)$$

Rozważmy teraz udział $\sqrt{|g|} \nabla_\mu \delta B^\mu$ w akcji. Niech n^μ będzie wektorem jednostkowym normalnym do $\partial\mathcal{E}$, $\varepsilon = n^\mu n_\mu$ i y^a reprezentujący współrzędne dostosowane do granicy $\partial\mathcal{E}$ i h_{ab} metryka indukowana przez g_{ab} na granicy. Mamy $|\varepsilon| = 1$ i $\sqrt{|h|} d^3 y$ jest formą objętościową o wymiarze $(n - 1)$ na granicy, z $h = \det(h_{ab})$. Z twierdzenia Stokesa wynika, że :

$$\begin{aligned}\int_{\mathcal{E}} \sqrt{|g|} \nabla_\mu \delta B^\mu \sqrt{-g} d^4 x &= \int_{\mathcal{E}} \partial_\mu (\sqrt{|g|} \delta B^\mu) d^4 x \\ &= \int_{\partial\mathcal{E}} \varepsilon \delta B^\mu n_\mu \sqrt{|h|} d^3 y\end{aligned}$$

Zakładamy, że metryka nie zmienia się na granicy (lub że nie ma granicy). W tym przypadku wyrażenie $\nabla_\mu \delta B^\mu \sqrt{-g}$ nie przyczynia się do działania, więc mamy :

$$\frac{\delta R}{\delta g^{\mu\nu}} = R_{\mu\nu} + \frac{\nabla_\rho B^\rho}{\delta g^{\mu\nu}} \approx R_{\mu\nu}$$

Jednakże, zgodnie z następstwem z $a = \frac{1}{2}$ mamy :

$$\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}$$

Możemy więc wywnioskować:

$$\frac{R \delta\sqrt{-g}}{\sqrt{-g} \delta g^{\mu\nu}} = -\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$$

Uwaga: W przypadku powyższych obliczeń musimy wyjaśnić dwie rzeczy:

- Zmienność wyznacznika tensora metrycznego, oznaczonego jako δg jest związana ze zmiennością samego tensora metrycznego, $\delta g_{\mu\nu}$ poprzez zależność $\delta g = g g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu}$ gdzie g jest wyznacznikiem tensora metrycznego, a $g^{\mu\nu}$ jest jego odwrotnością. Związek ten wynika z matematycznej własności wyznaczników, gdzie pochodna wyznacznika może być wyrażona jako wyznacznik pomnożony przez ślad iloczynu odwrotności macierzy i pochodnej macierzy. W przypadku małej wariacji, wariacja pierwiastka kwadratowego ujemnego wyznacznika tensora metrycznego, $\delta\sqrt{-g}$ jest dana przez $\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu}$. Wzór ten jest niezbędny do wyprowadzenia równań pola Einsteina z działania Einsteina-Hilberta, ponieważ pozwala na całkowanie działania w czterowymiarowej czasoprzestrzeni.
- W naszym badaniu wykorzystujemy twierdzenie Stokesa do uproszczenia kluczowych obliczeń. Twierdzenie to ustanawia interesujący związek między całką z pochodnej pola wektorowego w trójwymiarowym obszarze a całką z tego samego pola wektorowego wzdłuż granicy tego obszaru. Rozważmy prosty przykład: wyobraźmy sobie zamkniętą powierzchnię w przestrzeni (taką jak powierzchnia kuli). Jeśli chcemy obliczyć coś wewnątrz tej powierzchni (na przykład sumę wartości pola), twierdzenie Stokesa pozwala nam to zrobić, po prostu sprawdzając, co dzieje się na samej powierzchni. Równanie (29), które przedstawiliśmy w naszych obliczeniach, jest zgodne z tą ideą. Mówi nam ono, że całka z pochodnej pola ($\nabla_\mu \delta B^\mu$) nad czterowymiarowym obszarem (\mathcal{E}) może być równoważna całce z dywergencji innego pola ($\sqrt{|g|}\delta B^\mu$) nad tym samym obszarem (\mathcal{E}). Równoważność ta jest osiągnięta poprzez metrykę i czterowymiarowy element objętości (d^4x). Następnie równanie (30) dodatkowo upraszcza wyrażenie, przenosząc je na granicę obszaru ($\delta\mathcal{E}$). To pokazuje nam, że równoważność ta może być wyrażona jako całka wzdłuż granicy ($\delta\mathcal{E}$), używając wektorów normalnych (n_μ) do tej granicy i indukowanej na niej metryki ($\sqrt{|h|}d^3y$). Innymi słowy, równanie to pozwala nam zrozumieć, co dzieje się na powierzchni naszego regionu bez konieczności obliczania

tego, co dzieje się wewnątrz.

Krótko mówiąc, twierdzenie Stokesa pozwala nam zracjonalizować nasze obliczenia, pokazując nam, jak zjawiska wewnątrz regionu można zrozumieć, po prostu badając to, co dzieje się na granicy tego regionu. Ta matematyczna sztuczka jest niezbędna do rozwiązywania złożonych problemów.

Z równań (31a) i (31b) otrzymujemy :

$$\sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} \frac{-2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(h,g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu} S_{(h,g)}$$

$$\sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} \frac{-2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(g,h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu} S_{(g,h)}$$

Wprowadzone w (32a) i (32b), biorąc pod uwagę (33), możemy zatem wyprowadzić sprzężone równania pola opisujące układ dwóch podmiotów:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = \kappa \Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

Gdzie $T_{\mu\nu}^{(h,g)}$ i $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$ są tensorami oddziaływania układu dwóch bytów odpowiadającymi "geometrii indukowanej", tj. sposobowi, w jaki każdy rozkład materii na jednej warstwie wszechświata przyczynia się do geometrii drugiej (oddziaływanie między populacjami mas dodatnich i ujemnych). Układ ten musi spełniać warunki Bianchi, które są wyrażone następującą zależnością :

$$\nabla_{\mu}^{(g)} T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \nabla_{\mu}^{(h)} T_{\mu\nu}^{(g,h)} = 0$$

Założmy, że płyny wewnątrz jednostek g i h są doskonałe, z gęstościami energii odpowiadającymi następującym tensorom źródła :

$$T_{\mu\nu}^{(g,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(h,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h)} \end{pmatrix}$$

Weźmiemy $\{\alpha^{(g)} > 0, \beta^{(g)} > 0\}$ i $\{\alpha^{(h)} < 0, \beta^{(h)} < 0\}$. Upewnimy się, że prawa interakcji są takie, że dwie cząstki należące do tego samego bytu przyciągają się, podczas gdy odpychają się, gdy należą do różnych bytów.

Przedstawmy ich tensory interakcji:

$$T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h,g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h,g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h,g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h,g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g,h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g,h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g,h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g,h)} \end{pmatrix}$$

Aby uzyskać pożądane prawa interakcji w przybliżeniu Newtona, musimy wybrać $\kappa = -1$. Układ równań staje się wtedy:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right) = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right) = -\Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

3.3.4.1 Weryfikacja dla niestacjonarnego, jednorodnego i izotropowego systemu

Jeśli założymy, że bimetryczny wszechświat, zbudowany przez sprzężone równania pola (34a) i (34b), jest jednorodny i izotropowy, metryka Robertsona-Walkera staje się, zgodnie z (Adler, Bazin i Schiffer 1975) :

$$(ds^{(f)})^2 = (c^{(f)})^2 dt^2 - (a^{(f)})^2 \left[\frac{dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)}{\left(1 + k^{(f)} \frac{r^2}{4}\right)^2} \right] \quad \text{où } f \in \{g, h\}$$

Należy zauważyć, że $a^{(f)}$ jest współczynnikiem skalowania, $k^{(f)}$, $c^{(f)}$ i $\Gamma^{(f)}$ są odpowiednio indeksem krzywizny, prędkością światła i stałą Einsteina dla każdej jednostki.

Jeśli wprowadzimy te metryki do układu równań (34a) i (34b) z ciśnieniami $p^{(g)} \approx 0$ i $p^{(h)} \approx 0$ otrzymamy następujący klasyczny układ równań:

$$\frac{3}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} \left(\frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(g)}}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} = -\Gamma^{(g)} \left[\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\frac{2}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} \left(\frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(g)}}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} = 0$$

$$\frac{3}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} \left(\frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(h)}}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} = \Gamma^{(h)} \left[\Phi \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\frac{2}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} \left(\frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(h)}}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} = 0$$

Stosując klasyczne metody matematyczne (Adler, Bazin i Schiffer 1975), warunki zgodności równań (35a), (35b), (35c) i (35d) dają :

$$3 \frac{d a^{(g)}}{a^{(g)}} + \frac{d [\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2]}{[\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2]} = 0$$

$$3 \frac{d a^{(h)}}{a^{(h)}} + \frac{d [\phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2]}{[\phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2]} = 0$$

Tak więc energia (i masa) jest zachowana dla wszechświata pyłu:

$$E = \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^3 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^3$$

Jeśli mamy :

$$\Phi = \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3, \quad \phi = \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3, \quad \phi = \Phi^{-1}$$

Równania pola sprzężonego mają postać :

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left[T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3 T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right]$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \left[T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3 T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right]$$

Jeśli obie jednostki są zdominowane przez promieniowanie. Tensor interakcji w trybie mieszanym wyniesie :

$$T_{\mu}^{\nu(f)} = \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_r^{(f)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p_r^{(f)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p_r^{(f)} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \text{si } \rho_r^{(f)} > 0 \text{ alors } p_r^{(f)} > 0 \text{ pour } f = g \\ \text{si } \rho_r^{(f)} < 0 \text{ alors } p_r^{(f)} < 0 \text{ pour } f = h \end{cases}$$

NB:

- W kontekście kosmologicznym tensor energia-impuls $T_\mu^{\nu(f)}$ jest używany do opisu dystrybucji i interakcji materii i energii we wszechświecie. Dla określonego pola f składnik czasowy $T_0^{0(f)}$ reprezentuje gęstość energii, która jest kluczowym wyznacznikiem krzywizny czasoprzestrzeni. Składowe przestrzenne $T_i^{i(f)}$ z drugiej strony, reprezentują ciśnienie wywierane w kierunkach przestrzennych, co również wpływa na strukturę czasoprzestrzeni. W modelu bimetrycznym, w którym rozważane są dwa odrębne pola - po jednym dla każdej warstwy wszechświata - powiązane warunki opisują relacje między gęstościami energii i ciśnieniami dla każdego pola, odzwierciedlając sposób, w jaki te jednostki oddziałują na siebie i wspólnie wpływają na kosmiczną dynamikę.
- Tensor energii-impulsu jest wyrażony w postaci diagonalnej, gdy wszechświat jest uważany za izotropowy i jednorodny, co oznacza, że jego właściwości fizyczne są niezależne od kierunku i lokalizacji. Założenie to, fundamentalne dla standardowego modelu kosmologicznego, znane jest jako zasada kosmologiczna (rozdział 2.2.3). Izotropia oznacza, że wszechświat wydaje się identyczny we wszystkich kierunkach; nie ma preferowanego kierunku, w którym rozkład materii lub energii różni się. Jednorodność oznacza, że na dużą skalę każdy region wszechświata przypomina każdy inny region. W konsekwencji, poprzeczne przepływy energii i pędu, które byłyby reprezentowane przez niediagonalne wyrazy w tensorze, są nieobecne, ponieważ nie ma uprzywilejowanego ruchu lub przepływu energii w określonym kierunku. Tylko gęstości energii i ciśnienia w kierunkach przestrzennych, które są jednolite i nie zmieniają się w zależności od kierunku, pojawiają się w macierzy tensora energii-impulsu, wyjaśniając jego diagonalny kształt.

Następnie, wprowadzając ciśnienie radiacyjne indukowane przez każdą jednostkę :

$$p_r^{(g)} = \frac{\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2}{3}, \quad p_r^{(h)} = \frac{\rho_r^{(h)}(c^{(h)})^2}{3}$$

Możemy wtedy rozważyć, że jednostka przenoszona przez metrykę h zwana ciemną energią i ciemną materią, mogłaby być przypisana masom ujemnym, które w fazie radiacyjnej byłyby zgodne z tym samym równaniem stanu:

$$\beta^{(h)} = \frac{\alpha^{(h)}}{3}$$

W tych warunkach relacja zachowania jest zawsze wyrażana, w formie promienistej, przez zachowanie sumy dwóch energii, energii gazu fotonów i energii mas ujemnych:

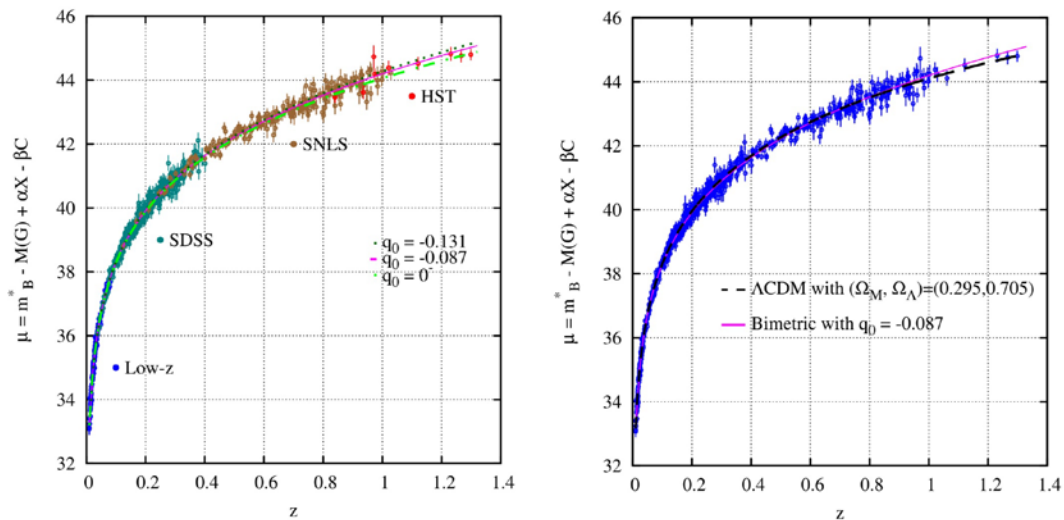
$$\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 + \alpha^{(h)}(a^{(h)})^4 = \rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 = \text{Constante}$$

Dokładne rozwiązanie układu, dla indeksów krzywizny $k^{(g)} = k^{(h)} = -1$ oraz $\Gamma^{(f)} = -\frac{8\pi G}{c^4}$ gdzie $f \in \{g, h\}$ staje się rozwiązaniem następujących równań :

$$a^{(g)^2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} = \frac{\Gamma^{(g)}}{2} E$$

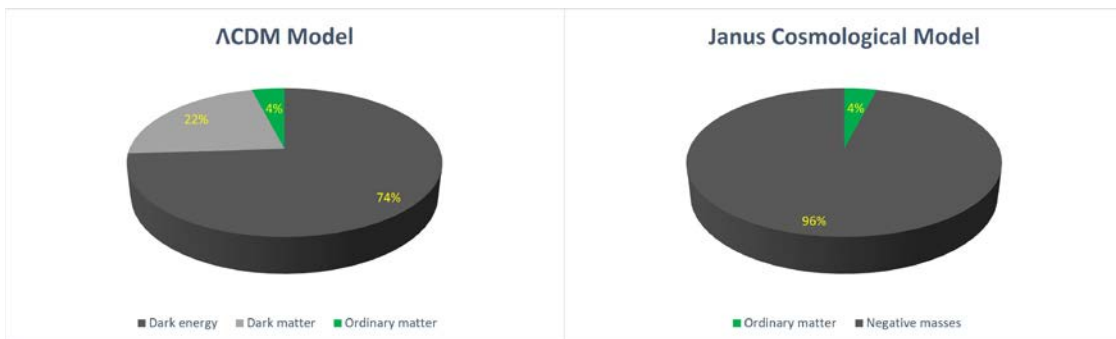
$$a^{(h)^2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} = -\frac{\Gamma^{(h)}}{2} E$$

Jeśli założymy, że $E < 0$ to $a^{(g)} > 0$ oraz $a^{(h)} < 0$. Możemy więc stwierdzić, że widzialna część naszego wszechświata przyspiesza, podczas gdy gatunki negatywne zwalniają. Tutaj obserwujemy efekt dominującego negatywnego gatunku, który prowadzi do zjawiska przyspieszenia kosmicznej ekspansji, ponieważ prawa strona pierwszego równania staje się dodatnia ((Petit i D'Agostini 2021b)):



Rysunek 3.11 - Diagram Hubble'a dwóch modeli (liniowe przesunięcie ku czerwieni)

Ten dwugatunkowy system umożliwi konsolidację efektów przypisywanych ciemnej materii i ciemnej energii w jedną całość złożoną z mas ujemnych, która łączy oba działania, co ilustruje poniższy schemat:



Rysunek 3.12 - Modele Wszechświata

3.3.4.2 Lokalna weryfikacja systemu stacjonarnego

Badając wszechświat, często upraszczamy modele, aby uczynić je bardziej przystępnymi. Powszechnym uproszczeniem jest rozważenie małego obszaru przestrzeni jako efektywnie pustego i odizolowanego od ogromnej złożoności kosmosu. Takie podejście jest szczególnie przydatne, gdy interesują nas zjawiska zachodzące w krótkich okresach czasu, znacznie krótszych niż skale czasowe, w których zmienia się sam wszechświat. W takich przypadkach możemy użyć metryk "niezależnych od czasu", co oznacza, że zakładamy, że struktura przestrzeni nie zmienia się w czasie podczas naszej obserwacji.

Aby dodać nieco złożoności, czasami wprowadzamy do modelu

tak zwane "perturbacje". Perturbacje te są niewielkimi zmianami w prostej przestrzeni, którą rozważamy. Pozwalają nam one zbadać, jak małe zmiany lub perturbacje mogą wpływać na system. W naszym przypadku perturbacje te są reprezentowane przez takie wyrażenia jak $\gamma_{\mu\nu}^{(g)}$ i $\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$ które oznaczają niewielkie odchylenia w geometrycznej strukturze przestrzeni, potencjalnie reprezentujące różne aspekty lub składniki wszechświata.

$$g_{\mu\nu}^{(g)} = \eta_{\mu\nu}^{(g)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(g)}, \quad g_{\mu\nu}^{(h)} = \eta_{\mu\nu}^{(h)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$$

W przypadku metryk mamy :

$$(ds^{(g)})^2 = (c^{(g)})^2 dt^2 - (a^{(g)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

$$(ds^{(h)})^2 = (c^{(h)})^2 dt^2 - (a^{(h)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

W kosmologii, gdy mówimy o "warunkach quasi-stacjonarnych", odnosimy się do sytuacji, w której zakłada się, że pewne aspekty wszechświata są względnie stałe w badanym okresie. Mówiąc dokładniej, w tym kontekście zakłada się, że "czynniki skali" wszechświata, które opisują, jak rozmiar wszechświata zmienia się w czasie, są stałe. Jest to przydatne przybliżenie do badania pewnych krótkoterminowych zjawisk.

Aby zbadać fizykę takiego scenariusza, używamy tak zwanego "szeregowego rozwinięcia" równań pola. Jest to technika matematyczna polegająca na rozbijaniu złożonych równań na prostsze, łatwiejsze w zarządzaniu części. Skupiamy się jednak tylko na najważniejszych częściach - w tym przypadku ignorujemy wyrazy rzędu drugiego i wyższego, ponieważ mają one minimalny wpływ na wyniki dla scenariuszy na małą skalę lub krótkoterminowych.

Wynikowe dwa uproszczone równania opisują zachowanie perturbacji w tym quasi-stacjonarnym wszechświecie. Równania te zawierają wyrażenia takie jak $\varepsilon\gamma_{00}$ i $\delta\rho$ które reprezentują niewielkie zmiany odpowiednio w geometrii przestrzeni i gęstości materii.

$$\varepsilon\gamma_{00|\beta|\beta}^{(g)} = -\Gamma^{(g)} \left[\delta\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3 \delta\rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\varepsilon\gamma_{00|\beta|\beta}^{(h)} = \Gamma^{(h)} \left[\delta\rho^{(h)}(c^{(h)})^2 + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}}\right)^3 \delta\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 \right]$$

Ponadto definiujemy "potencjały grawitacyjne" dla każdego składnika wszechświata, oznaczane przez $\psi^{(g)}$ oraz $\psi^{(h)}$. Potencjały te są związane ze zmianami w geometrii przestrzeni i są kluczem do zrozumienia efektów grawitacyjnych w różnych regionach lub składnikach wszechświata (takich jak (36)).

$$\psi^{(g)} = \frac{(c^{(g)})^2}{2} \varepsilon\gamma_{00}^{(g)}, \quad \psi^{(h)} = \frac{(c^{(h)})^2}{2} \varepsilon\gamma_{00}^{(h)}$$

Otrzymujemy :

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(g)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = -\Gamma^{(g)} \frac{(a^{(g)})^2}{2} \left[\delta\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}}\right)^3 \delta\rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]$$

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(h)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = \Gamma^{(h)} \frac{(a^{(h)})^2}{2} \left[\delta\rho^{(h)}(c^{(h)})^2 + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}}\right)^3 \delta\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 \right]$$

W fizyce, szczególnie w badaniach przestrzeni i wszechświata, jak widzieliśmy w sekcji 2.3.8, "równania geodezyjne" opisują, w jaki sposób obiekty poruszają się pod wpływem grawitacji. Mówiąc prościej, równania te mówią nam, jaką drogę obierze obiekt poruszający się wyłącznie pod wpływem grawitacji. Na przykład, jak planety krążą wokół gwiazd lub jak obiekty spadają na Ziemię.

W naszym scenariuszu mamy do czynienia z dwiema różnymi warstwami (lub arkuszami) wszechświata, z których każda ma swoje własne właściwości. Pierwsza warstwa, o której możemy myśleć jako o wszechświecie zwykłej materii, podlega jednemu zestawowi reguł. Druga warstwa ujemnych mas, związana z ciemną materią i ciemną energią, podlega innemu zestawowi reguł.

Poniższe dwa równania są sposobem matematycznego wyrażenia, w jaki sposób obiekty poruszałyby się w tych dwóch różnych warstwach (odpowiednio warstwie zwykłej materii i warstwie mas ujemnych). Równania te przypominają klasyczne równanie Poissona stosowane w fizyce do opisu pól grawitacyjnych. Równania te mają jednak jedną szczególną cechę - uwzględniają różne "prędkości światła" w każdej warstwie. Ta modyfikacja ma kluczowe znaczenie dla badania teorii, które wykraczają poza nasze standardowe rozumienie fizyki.

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{(a^{(g)})^2} \frac{\partial \psi^{(g)}}{\partial \xi_\alpha}$$

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{(a^{(h)})^2} \frac{\partial \psi^{(h)}}{\partial \xi_\alpha}$$

Wybrane przez nas prawa interakcji gwarantują, że jednostki z warstw ustrukturyzowanych przez metryki g i h wzajemnie się wykluczają (3.13).



Rysunek 3.13 - Prawa oddziaływań między masami

W rezultacie możemy rozważyć region, w którym obecny jest tylko jeden z dwóch podmiotów. Skupiając się na układzie odniesienia zorganizowanym przez metrykę g który jest wypełniony zwykłą materią, tak jak w Układzie Słonecznym, układ sprzężonych równań pola upraszcza się do :

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}G = \Gamma^{(g)}T_{\mu\nu}^{(g,g)}$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2}h_{\mu\nu}H = -\Gamma^{(h)}\sqrt{\frac{|g|}{|h|}}T_{\mu\nu}^{(g,h)}$$

Pierwsze równanie można utożsamić z równaniem Einsteina bez stałej kosmologicznej Λ . Równanie to reprezentuje Model Standardowy grawitacji dla zwykłej materii. Drugie równanie ujmuje to, co możemy nazwać "efektem geometrii indukowanej". Opisuje ono, w jaki sposób geometria przestrzeni, pod wpływem obecności zwykłej materii w kuli o promieniu r i gęstości $\rho^{(g)} = \rho$ wpływa na geodezję warstwy masy ujemnej. W rezultacie możemy wywnioskować, że ten model bimetryczny, w którym zwykła materia w jednej warstwie oddziałuje z masami ujemnymi znajdującymi się w drugiej, jest zgodny ze standardowymi testami ogólnej teorii względności na poziomie lokalnym. Niemniej jednak kluczowe pozostaje zweryfikowanie spójności tego układu w warunkach stacjonarnych i niejednorodnych.

3.3.4.3 Natura pierwotnej antymaterii

Podążając za propozycjami Sacharowa w (Sacharow 1967), (Sacharow 1980) i (Sacharow 1979), założmy, że para materia/antymateria w pierwszej warstwie naszego wszechświata składa się z kwarków i antykwarków o dodatniej energii. W tym samym czasie para materia/antymateria w drugiej warstwie składałaby się z kwarków i antykwarków o ujemnej energii. Jeśli synteza materii w pierwszej warstwie (pierwsza para) byłaby szybsza, podczas gdy synteza antymaterii w drugiej warstwie (druga para) byłaby wolniejsza, mogłoby to prowadzić do hipotezy, że obiekty znajdujące się w centrum dużych pustek w wielkoskalowej strukturze wszechświata, jak wskazuje zjawisko odpychania dipolowego, składają się z antymaterii. Antymateria ta obejmuje antyprotony, antyneutrony i antyelektrony o ujemnej energii, tj. ujemnej masie ((J. M. Souriau 1997)). Te ostatnie mogą tworzyć sferoidalne obiekty złożone z anty-wodoru (lekkich pierwiastków) o odpychających właściwościach podobnych do ogromnych protogwiazd powstałych podczas pierwotnej fazy radiacyjnej (na początku Wszechświata).

Sieć lakunarna dodatniej masy ogranicza tę przestrzeń ujemnej gęstości, zapobiegając ich fuzji. I odwrotnie, te konglomeraty masy ujemnej działają jako punkty zaczepienia dla tej porowatej sieci we wszechświecie mas dodatnich, zapewniając ogólną stabilność.

Gwiazdy o masie dodatniej początkowo przypominają sferoidalne skupiska gazu, rozgrzane do temperatury pomiędzy 1000 a 2000°C. Protogwiazdy te stopniowo stygną, emitując promieniowanie głównie w zakresie czerwonym i podczerwonym. Aby przekształcić się w pełne gwiazdy, materia i gazy muszą ulec skurczowi grawitacyjnemu, osiągając temperatury i gęstości wystarczająco wysokie, aby zainicjować reakcje syntezy termojądrowej. Ten proces kurczenia się uwalnia energię cieplną, która jest wypromieniowywana na powierzchnię gwiazdy w postaci elektromagnetycznej, w tym światła widzialnego. Uwalniana energia jest proporcjonalna do kwadratu promienia gwiazdy. Większe gwiazdy mają większe powierzchnie i mogą rozpraszać więcej ciepła. Jednak ilość wytwarzanego ciepła jest proporcjonalna do sześcienu promienia gwiazdy, związanego z jej objętością. Tak więc, w przypadku bardzo masywnych gwiazd, tempo chłodzenia może być stosunkowo powolne i może upłynąć sporo czasu, zanim temperatura osiągnie próg niezbędny do uruchomienia reakcji syntezy termojądrowej, które pozwalają gwiazdzie świecić.

W naszym pozytywnym świecie uważa się, że reakcje fuzji jądrowej mogą rozpocząć się w sercu protogwiazdy, gdy temperatura osiągnie optimum około 10 milionów stopni Celsjusza. To właśnie w tej temperaturze jądra wodoru, które stanowią większość materii w protogwieździe, uzyskują wystarczającą energię kinetyczną, aby pokonać barierę elektrostatyczną wynikającą z ich dodatniego ładunku. Gdy bariera ta zostanie pokonana, jądra wodoru mogą ulec fuzji, tworząc hel, uwalniając znaczną ilość energii promienistej i cieplnej. Ta optymalna temperatura umożliwia bardziej wydajną reakcję syntezy jądrowej, wytwarzając charakterystyczny blask gwiazd.

Na przykład, bardzo masywna i bardzo gorąca protogwiazda o ujemnej masie może potrzebować dużo czasu, aby ostygnąć na tyle, aby mogły rozpocząć się reakcje termojądrowe, ponieważ proces kurczenia się protogwiazdy musi wygenerować wystarczającą ilość ciepła, aby zrekompensować utratę ciepła na powierzchni.

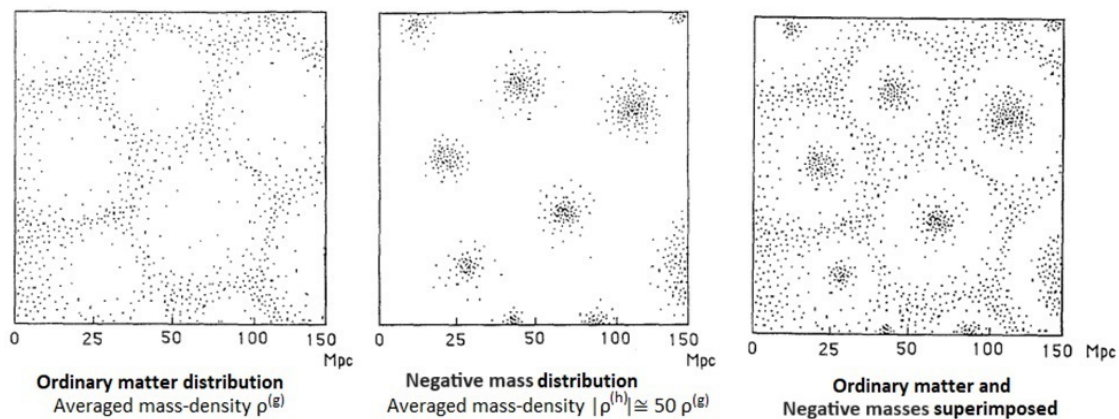
W rezultacie te bardzo masywne protogwiazdy o ujemnej masie mają tak długi czas stygnięcia, że nigdy się nie zapalą (przekraczając wiek wszechświata). W rezultacie nie może powstać żadna galaktyka, żaden ciężki pierwiastek, żadna cząsteczka ani żadna inna forma materii niezbędna do rozwoju życia w negatywnym świecie.

3.3.4.4 Symulacje cyfrowe 2D

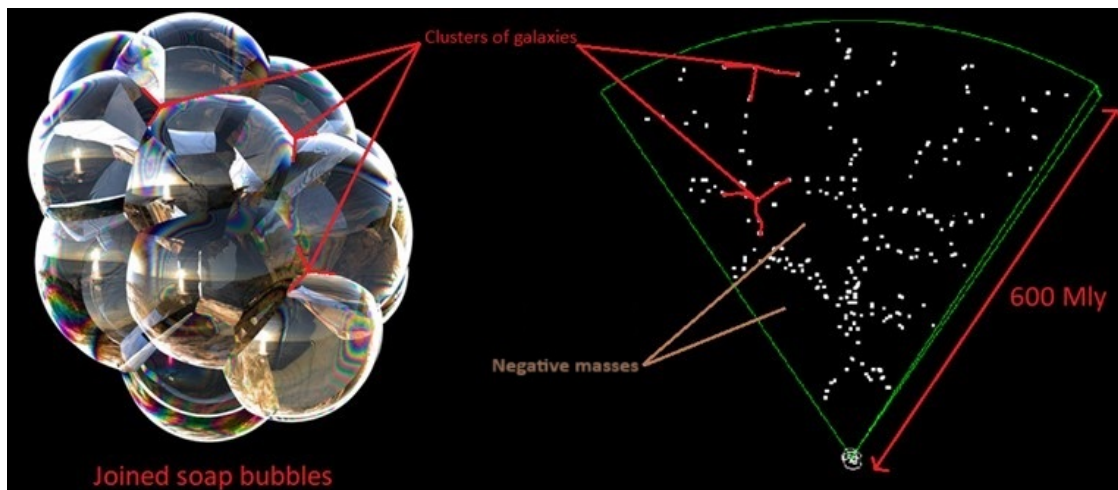
Dwuwymiarowe symulacje numeryczne przeprowadzono przy użyciu dwóch zestawów 5000 punktów masy, reprezentujących skupiska zwykłej materii (gęstość zaludnienia $\rho^{(g)}$) i masy ujemne (gęstość populacji $\rho^{(h)}$).

Utrzymano znaczącą asymetrię między dwiema populacjami, przy czym $|\rho^{(h)}|$ jest znacznie większa niż $\rho^{(g)}$. Ponadto do obu zestawów zastosowano Maxwellowskie rozkłady prędkości termicznej 2D, przy czym średnia prędkość rozkładu masy ujemnej była czterokrotnie wyższa niż zwykłej materii.

Symulacje te ujawniły lakunarną strukturę mas ujemnych w centrach dużych pustek w wielkoskalowej strukturze wszechświata. Ponieważ czas Jeansa zmienia się odwrotnie proporcjonalnie do pierwiastka kwadratowego z gęstości, czas rozwoju ujemnego rozkładu masy jest krótszy. Prowadzi to do powstania regularnej sieci sferoidalnych konglomeratów. Zwykły rozkład materii jest zatem zmuszony do zajęcia pozostałej przestrzeni, co prowadzi do struktury lakunarnej podobnej do zestawu połączonych bąbków mydlanych w trójwymiarowych symulacjach. Model ten został również zaobserwowany przez Brennena w 1995 roku (Brennen 1995) (rysunki 3.14 i 3.15), cytowany przez El-Ad w 1997 roku ((El-Ad, Piran i Costa 1997)).



Rysunek 3.14 - Rozkład zwykłej materii i masy ujemnej, gdy $|\rho^{(h)}| \gg \rho^{(g)}$



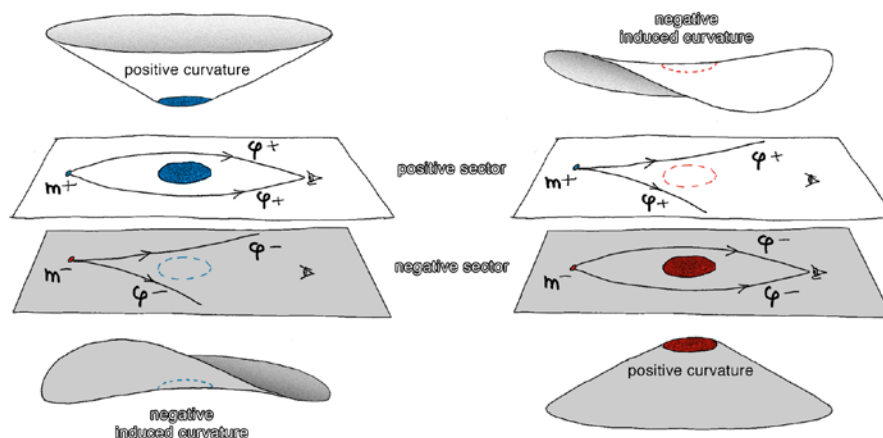
Rysunek 3.15 - Sferoidalna struktura lakunarna ture

Ważne jest, aby wziąć pod uwagę, że w ramach masy ujemnej brakuje nam danych obserwacyjnych do porównania z potencjalnymi przewidywaniami numerycznymi, z

wyjątkiem efektów geometrycznych wywołanych przez ten układ odniesienia (o masie ujemnej) poprzez zjawiska soczewkowania grawitacyjnego, zgodnie ze strukturą metryki $g_{\mu\nu}$.

W konsekwencji ciśnienie wyprowadzone z równania różniczkowego TOV (Tolman - Oppenheimer - Volkoff) ((Adler, Bazin i Schiffer 1975)) w czasoprzestrzeni zorganizowanej przez metrykę $h_{\mu\nu}$ zawsze pozostanie hipotetyczne. W związku z tym nie jest praktyczne próbowanie strukturyzacji tensora oddziaływania $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$ drugiego równania pola (34b). W rzeczy samej, nigdy nie będziemy w stanie porównać wyników uzyskanych przez obliczenie geodezyjnego tensora oddziaływania $h_{\mu\nu}$ z danymi obserwacyjnymi związanymi z ruchem cząstek o masie ujemnej. Zamiast tego musimy pracować z funkcją $\beta(r)$ (niezwiązaną z ujemnym ciśnieniem), aby zagwarantować istnienie rozwiązania w tym układzie odniesienia. Najważniejszym aspektem jest zapewnienie, że pochodna kowariantna tensora interakcji jest równa zero (37).

Aby w pełni zrozumieć ten efekt indukowanej geometrii, musimy umieścić się w kontekście układu z dwoma sprzężonymi równaniami pola modelu. Ważne jest, aby pamiętać, że strukturyzuje to hiperpowierzchnię 4D zgodnie z 2 metrykami związanymi z 2 różnymi warstwami czasoprzestrzeni. Każdy rodzaj masy jest powiązany z własną metryką, co oznacza, że masa zawsze tworzy dodatnią krzywiznę w czasoprzestrzeni zgodnie z własną metryką (gdzie masa emituje fotony energii widzialnej) i zawsze ujemną krzywiznę w metryce sprzężonej (gdzie masa emituje fotony energii niewidzialnej), jak widać na poniższym rysunku 3.16.



Rysunek 3. 16 - Efekt wymuszonej geometrii

Po lewej stronie rysunku 3.16 masywny niebieski obiekt należący do dodatniego wszechświata tworzy dodatnią krzywiznę. W rezultacie wytwarza on pozytywny efekt soczewkowania grawitacyjnego na obrazie małej dodatniej masy m^+ powodując powstawanie fotonów o dodatniej energii ϕ^+ wokół masywnego niebieskiego obiektu. Jednak ten masywny obiekt wywołuje ujemną krzywiznę w negatywnym wszechświecie. W związku z tym, mimo że jest niewidoczny, jego pozorna masa we wszechświecie ujemnym jest odczuwana jako ujemna.

I odwrotnie, po prawej stronie rysunku 3.16, masywny czerwony obiekt należy do

wszechświata negatywnego. Tworzy on dodatnią krzywiznę w odniesieniu do własnego układu odniesienia (a nie krzywiznę ujemną). Ten masywny obiekt wywołuje ujemną krzywiznę, która jest postrzegana w naszym wszechświecie, mimo że jego fotony energii są niewidoczne. Wnioskujemy zatem, że jego pozorna masa jest ujemna. Dzieje się tak, ponieważ wytwarza on ujemny efekt soczewkowania grawitacyjnego na obrazie małej masy m^+ powodując fotony dodatniej energii ϕ^+ wokół niewidzialnego masywnego negatywnego obiektu, którego efekt grawitacyjny jest zawsze obecny.

Z koncepcji masy ujemnej możemy wyprowadzić kilka wniosków:

- Zasadniczo nie ma ujemnej masy (a zatem nie ma ujemnej energii). Przynajmniej "ujemność masy" (i "ujemność energii", ponieważ te dwa są oczywiście ze sobą powiązane) nie jest nieodłączną fizyczną właściwością "cząstki o ujemnej masie". W rzeczywistości "ujemność" lub "dodatniość" masy jest po prostu wielkością krzywizny mierzoną lokalnie w czasoprzestrzeni przez obserwatora. Znak tej krzywizny odnosi się do układu odniesienia hiperpowierzchni lub metryki, w której mierzona jest masa. W rzeczywistości jest to pozorna masa, której obecność jest ujawniana jedynie przez zakrzywienie, jakie wywołuje w czasoprzestrzeni.

Innymi słowy, wszystkie cząstki posiadające masę we wszechświecie mają wyłącznie dodatnią masę inercyjną, ale ich masa grawitacyjna jest względna. Znak ich masy grawitacyjnej jest przeciwny (dodatni lub ujemny) w zależności od przyjętej perspektywy: masa zniekształca czasoprzestrzeń w swojej własnej metryce, wywołując pewną krzywiznę, która jest zawsze dodatnia. Będzie ona jednak postrzegana jako pozorna masa w przeciwnym wszechświecie, z którego obserwator będzie postrzegał tę krzywiznę jako ujemną. Wynika to ze sprzężonej natury równań pola i skutkuje efektem zwanym *sprzężonymi krzywiznami*. Można to nazwać "tą samą masą wywołującą dwie przeciwne krzywizny".

Na przykład Ziemia, widziana z naszego układu odniesienia, ma dodatnią masę. Wyobraź sobie, że w wyniku jakiegoś nieznanego procesu mógłbyś odwrócić swoją energię (odwrócić swoją masę). Ziemia (i wszystkie gwiazdy na niebie) zniknęłyby, ponieważ nie byłbyś już w stanie postrzegać fotonów dodatniej energii. Jednak nadal możesz postrzegać i mierzyć zakrzywienie, które nadal wywołuje w czasoprzestrzeni. W ten sposób można wykryć, że niewidzialna Ziemia ma ujemną masę.

Nie ma jednak odrębnych wszechświatów energii pozytywnych i wszechświatów energii negatywnych. Jest to po prostu arbitralny wybór nomenklatury. Oba są równoważne. Konwencjonalnie nazywamy sektor, w którym żyjemy, pozytywnym wszechświatem. Odwrócenie strzałki czasu nie oznacza, że zaczynamy żyć "do góry nogami" i stajemy się młodszy. Jest to fizycznie manifestowane przez inwersję energii cząstek. Po raz kolejny inwersja ta jest względną obserwacją. W praktyce przekłada się na przejście do przeciwnego wszechświata.

- Ważne jest, aby pamiętać, że cząstki o ujemnej energii (i ich fotony) nie mogą być wykryte przez instrumenty optyczne, ponieważ podążają za geodezami własnej

metryki $h_{\mu\nu}$ odmiennej od geodezyjnej naszej metryki $g_{\mu\nu}$. Istnieją zatem dwa zestawy geodezyjne, które nigdy się nie "przecinają". Ponieważ gatunki o dodatniej i ujemnej energii nie widzą się nawzajem i ewoluują wzdłuż dwóch różnych rodzin geodezyjnych, dwa czasoprzestrzenne układy odniesienia, w których przebywają, nazywane są odpowiednio układem odniesienia masy dodatniej i układem odniesienia masy ujemnej. Są to zatem dwa układy odniesienia w tej samej hiperpowierzchni 4D, zbudowane przez dwa sprzężone równania pola, a nie jedno. Jednakże, nawet jeśli masy ujemne są dla nas niewidoczne, ponieważ nie oddziałują elektromagnetycznie z naszym wszechświatem i nie wymieniają fotonów, ujawniają swoją obecność jedynie poprzez efekt antygravitacyjny, ponieważ indukują przeciwne zakrzywienia czasoprzestrzeni.

- Masy ujemne są szeroko rozpowszechnione we wszechświecie, ale ich proporcje różnią się w zależności od regionu przestrzeni, w którym się znajdujemy, i istnieją wyłącznie po to, aby przyczynić się do jego stabilności poprzez efekt antygravitacyjny. Wszechświat jest zdefiniowany przez pojedynczą czasoprzestrzeń ustrukturyzowaną przez dwie metryki, które pozwalają nam mierzyć długość lub odległość między dwoma punktami w tej czasoprzestrzeni na dwa różne sposoby, przy użyciu dwóch różnych zestawów punktów odniesienia (trzy przestrzenne punkty odniesienia i jeden czasowy punkt odniesienia). Dla celów dydaktycznych możemy myśleć o tej czasoprzestrzeni jak o kartce papieru z dwiema różnymi siatkami na każdej z dwóch stron.

3.3.5 Perspektywy na przyszłość

Naukowe podejście do zrozumienia zjawiska można podsumować zdolnością do jego odtworzenia i zmierzenia. Należy zauważyć, że całkiem możliwe jest zademonstrowanie zjawiska inwersji masy w laboratorium poprzez inwersję nieskończenie małej ilości materii, pod warunkiem, że możliwe jest wywołanie znaczącego zaburzenia w tej materii poprzez wytworzenie parametrów elektromagnetycznych rzędu kilkudziesięciu milionów tesli w bardzo krótkim czasie, na przykład przy użyciu materiałów wybuchowych. Związek Radziecki wyprodukował już 100 milionów amperów poprzez kompresję strumienia magnetycznego za pomocą materiałów wybuchowych w latach 50-tych, używając generatora magneto-kumulacyjnego ((Pavlovskii 1994)). Następnie możliwe byłoby zademonstrowanie tej inwersji masy poprzez pomiar fal grawitacyjnych emitowanych i wykrywanych przez interferometry laserowe Virgo i Ligo.

Ujednolicenie teorii względności z mechaniką kwantową byłoby możliwe tylko poprzez kwantyzację grawitacji. Jednak w Teorii Względności nie ma koncepcji kwantowania energii, z wyjątkiem równoważności masy i energii, ponieważ równanie pola Einsteina nie opisuje zasadniczo cząstek. Właśnie dlatego teoria strun jest jedynym akceptowalnym współczesnym podejściem do wypełnienia luki między teorią względności a mechaniką kwantową. Unifikacja ta jest jednak niemożliwa przy takim podejściu, ponieważ mechanika kwantowa rozpatruje siły w kategoriach pól, a cząstka jest potrzebna w tych polach do przenoszenia interakcji. Na przykład foton jest cząstką elementarną, która przenosi pole elektromagnetyczne, a jego kwantyfikacja jest możliwa dzięki uwzględnieniu dodatnich i

ujemnych ładunków elektrycznych. Z drugiej strony, jedyną cząstką, która wyłania się z teorii strun do przenoszenia grawitacji, jest grawiton, ale ta pseudocząstka nigdy nie została zaobserwowana eksperymentalnie. Rzeczywiście, koncepcja kwantowej grawitacji pozostaje w tym modelu spekulatywna. Alternatywnym przypuszczeniem dla kwantyfikacji grawitacji w skali kwantowej byłoby rozważenie istnienia mas o przeciwnych znakach, które wykazują właściwości odpychające w modelu obliczeniowym, podobnym do modelu fotonów z ładunkami elektrycznymi o przeciwnych znakach do przenoszenia interakcji.

4 Wkład w kosmologię i fizykę cząstek elementarnych

4.1 Wprowadzenie do grup dynamicznych

Teoria układów dynamicznych to gałąź matematyki, która koncentruje się na badaniu ruchu i zmian w czasie. Jej celem jest zrozumienie, w jaki sposób systemy ewoluują w zależności od ich warunków początkowych i działających na nie sił zewnętrznych. *Geometria symplektyczna* to połączenie teorii układów dynamicznych i geometrii różniczkowej, która bada kształty i właściwości zakrzywionych przestrzeni, w szczególności sposób, w jaki przestrzenie te odkształcają się i wyginają pod wpływem sił zewnętrznych. Dziedzina ta, zakorzeniona w mechanice hamiltonowskiej, bada obiekty matematyczne znane jako *"odmiany symplektyczne"*, które posiadają unikalną strukturę umożliwiającą pomiar rozmiarów. W przeciwieństwie do geometrii riemannowskiej, która wykorzystuje tensor metryczny do pomiaru długości i kątów, geometria symplektyczna wykorzystuje formę matematyczną zwaną *"formą symplektyczną"* do pomiaru powierzchni.

Jean-Marc Souriau był wiodącym pionierem symplektycznej geometrii topologicznej. Opracował on koncepcję kwantyzacji geometrycznej, przekształcając podstawowe wielkości fizyczne, takie jak energia i pęd, w obiekty czysto geometryczne. Prace Souriau nadały fizyczne znaczenie odwróceniu strzałki czasu w naszym modelu kosmologicznym ((Bergmann i Einstein 1938), (Kaluza 1921)).

Czym jest grupa?

W kategoriach matematycznych odnosi się to do pewnych macierzy oddziałujących na inne macierze. Ale fizycznie, co to reprezentuje?

Według J-M Souriau grupa jest tworzona do transportu, a metoda transportu jest ważniejsza niż transportowana jednostka: *"Powiedz mi, jak się poruszasz, a powiem ci, kim jesteś"*.

Skupiamy się głównie na grupach Lie (patrz (Bourbaki 2006)), które są zarówno grupami, jak i rozmaitościami różniczkowymi (lokalnie rzutowanymi *"zakrzywionymi przestrzeniami"* na n-wymiarową przestrzeń euklidesową). Są one niezbędne do opisywania ruchów i przekształceń w przestrzeni. Dwie kluczowe grupy to grupa ortogonalna $O(3)$ i grupa euklidesowa $E(3)$:

- **Grupa ortogonalna $O(3)$ jest używana** do opisywania obrotów i symetrii w trzech wymiarach, zachowując odległości w przestrzeni. Obejmuje ona kluczową podgrupę zwaną $SO(3)$, grupę rotacji, która obsługuje obroty wokół osi.
- **Grupa euklidesowa $E(3)$ opisuje** ruchy trójwymiarowe, takie jak obroty, symetrie i translacje. Opierając się na grupie ortogonalnej $O(3)$, można ją rozłożyć na siłę i moment obrotowy przyłożone do obiektu w mechanice ciała stałego. Jest to grupa, w której twierdzenie Pitagorasa można wykorzystać do obliczenia odległości między dwoma punktami. Grupa ta przekształca punkt o współrzędnych x, y, z w nowy punkt o współrzędnych x', y', z' . Unikalną cechą tej dynamicznej grupy jest jej zdolność do generowania rodziny niezmiennych obiektów geometrycznych w obrębie grupy. Na przykład linia poddana translacji pozostaje linią, co czyni ją jednowymiarowym niezmiennym obiektem geometrycznym. Kula jest doskonałym przykładem trójwymiarowego obiektu symetrycznego. Jej unikalną właściwością jest to, że pozostaje niezmienną pod wpływem obrotów wokół jej środka, wykazując symetrię obrotową. W kategoriach geometrycznych oznacza to, że kula przechodzi przez siebie podczas dowolnego ruchu obrotowego, zachowując swoje właściwości geometryczne konsekwentnie w każdym punkcie. W fizyce, w szczególności w badaniu czasoprzestrzeni w ogólnej teorii względności, rozwiązanie Schwarzschilda jest ważną koncepcją. Opisuje ono pole grawitacyjne na zewnątrz sferycznie symetrycznej, nieobracającej się masy, takiej jak czarna dziura. Metryka Schwarzschilda, będąca rozwiązaniem równań pola Einsteina, jest niezmiennicza względem obrotów i translacji w czasie i przestrzeni, przypominając niezmienniczość obserwowaną w geometrii euklidesowej, ale zastosowaną do zakrzywionej czasoprzestrzeni ogólnej teorii względności. W czasoprzestrzeni Schwarzschilda geodezy są określone przez krzywiznę czasoprzestrzeni, która jest opisana przez metrykę Schwarzschilda. Dla obiektu poruszającego się wzdłuż geodezyjnej krzywizny czasoprzestrzeni pewne wielkości, takie jak jego moment pędu i energia względem masy powodującej zakrzywienie czasoprzestrzeni, są zachowane. Zachowanie to jest wynikiem symetrii czasoprzestrzeni, analogicznych do praw zachowania w mechanice klasycznej.

Grupy Lie opisują zatem ruchy w przestrzeni przy zachowaniu odległości i długości. Są to grupy izometrii, gdy geometryczne właściwości poruszających się obiektów pozostają niezmiennione (odległości i kąty) w przestrzeni podczas transformacji. Obroty są przykładami symetrii w przestrzeni trójwymiarowej, ponieważ nie zmieniają geometrycznych właściwości przestrzeni. Na przykład obrót sześcianu nie zmienia odległości między jego wierzchołkami. Innymi słowy, geometryczne właściwości obiektu pozostają niezmiennione, nawet jeśli jego położenie zostało zmienione.

Zgodnie z teorią szczególnej teorii względności, zamiast żyć w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej $[x, y, z]$ z sygnaturą $(+ + +)$ w której czas jest odrębnym bytem, w rzeczywistości istniejemy w czterowymiarowej czasoprzestrzeni, w której trzy wymiary przestrzenne są prostopadłe do jednego wymiaru czasowego $[t, x, y, z]$ zwanej przestrzenią Minkowskiego, której sygnatura to $(- + + +)$.

Grupą dynamiczną związaną z tą przestrzenią jest grupa Poincarégo. Pozwala ona na

generowanie określonych ruchów, takich jak ruch cząstek bezmasowych, takich jak fotony (które nigdy nie są w spoczynku, ale zawsze poruszają się z prędkością światła, nie podlegają wpływowi grawitacji pod względem prędkości, a jedynie modyfikowalnej energii) oraz rodziny cząstek o niezerowej masie. Ta dynamiczna grupa, zastosowana do szczególnej teorii względności, obejmuje ruch mas lub fotonów z możliwym odwróceniem strzałki czasu, tj. z przeszłości do przyszłości i odwrotnie, i może być przedstawiona w postaci macierzy w następujący sposób:

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

gdzie L to macierz grupy Lorentza, która opisuje sposób, w jaki współrzędne czasoprzestrzenne zmieniają się między różnymi inercjalnymi układami odniesienia. Transformacje te obejmują obroty w przestrzeni, a także transformacje Lorentza (wzmocnienia), które są zmianami układów odniesienia poruszających się ze stałą prędkością względem siebie. C jest wektorem odpowiadającym translacji czasoprzestrzeni w $\mathbb{R}^{1,3}$.

W rzeczywistości połowa elementów w grupie dynamicznej odwraca czas, co oznacza, że jeśli rozważymy element czasoprzestrzeni, taki jak masa lub foton, i zastosujemy ruch czasowy z przeszłości do przyszłości, możemy wykonać ten sam ruch w przeciwnym kierunku za pomocą grupy Poincarégo. Dlatego też, zgodnie z teorią Souriau z jego pracy "*Struktura układów dynamicznych*" ((Kaluza 1921)), jeśli grupa dynamiczna może sprawić, że fotony lub masy poruszają się ze strzałką czasu w przeciwnym kierunku, wówczas ich energia, a tym samym ich masa, może również zostać odwrócona.

N.B.: Ograniczona grupa Poincarégo zajmuje się wyłącznie "*ortochronicznym*" ruchem relatywistycznym w czterech wymiarach przestrzeni Minkowskiego, przechodząc od przeszłości do przyszłości. Jej postać macierzowa zawiera podmacierz Lorentza L_0 w następujący sposób:

$$\begin{pmatrix} L_0 & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Czy możemy teraz uznać te ruchy z ujemną energią i masą oraz przeciwną strzałką czasu za część fizyki? Czy można je zmierzyć lub zaobserwować?

Cząstki o ujemnej energii emitują fotony o ujemnej energii, więc nie można ich obserwować ani mierzyć optycznie. Jednakże zaobserwowano i zmierzono, że ekspansja wszechświata przyspiesza z powodu ujemnego ciśnienia związanego z ciemną energią ((Perlmutter et al. 1999)). Ciśnienie to gęstość energii na jednostkę objętości.

Tak więc ekspansja wszechświata jest bezpośrednio związana z ujemną energią. Sugeruje to, że znaczna część wszechświata, obecnie definiowana jako ciemna materia z ciemną energią, wpływa na tę ekspansję poprzez efekt grawitacyjny. To dynamiczne i geometryczne podejście dostarcza zatem odpowiedzi na pytanie o jej pochodzenie i naturę. Może ona zawierać masy lub fotony naładowane ujemną energią.

4.2 Różne symetrie związane z każdym operatorem odwrócenia

Ograniczona grupa Poincarégo obsługuje ruch relatywistyczny w czterech wymiarach przestrzeni Minkowskiego. Grupa Poincarégo jest grupą według następującej macierzy :

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

gdzie C jest wektorem odpowiadającym przesunięciom czasoprzestrzennym w $\mathbb{R}^{1,3}$:

$$C = \begin{pmatrix} \Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

Działa na punkty w przestrzeni Minkowskiego:

$$\xi = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Ta 10-wymiarowa grupa jest grupą izometrii tej przestrzeni, zdefiniowaną przez jej metrykę:

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Grupa Lorentza według jej podmacierzy L należącej do przestrzeni \mathcal{L} ma cztery połączone składniki:

- \mathcal{L}_n składnik neutralny, nie odwraca ani przestrzeni, ani czasu.
- \mathcal{L}_s odwraca przestrzeń.
- \mathcal{L}_t odwraca czas, ale nie przestrzeń.
- \mathcal{L}_{st} odwraca zarówno przestrzeń, jak i czas.

Pierwsze dwa składniki są zgrupowane razem, tworząc podgrupę znaną jako "ortochroniczna" lub ograniczona grupa Lorentza:

$$\mathcal{L}_o = \mathcal{L}_n \cup \mathcal{L}_s$$

Dwa ostatnie składniki tworzą zestaw "antichrone", którego składniki odwracają czas:

$$\mathcal{L}_a = \mathcal{L}_t \cup \mathcal{L}_{st}$$

Należy zauważyć, że :

$$\mathcal{L}_t = -\mathcal{L}_s \quad \mathcal{L}_{st} = -\mathcal{L}_n$$

$$\mathcal{L}_{st} = -\mathcal{L}_n \quad \mathcal{L}_t = -\mathcal{L}_s$$

4.3 G Grupa dynamiki Lorentza

Zapoczątkowane przez matematyka Jean-Marie Souriau zastosowanie wspólnego działania grupy dynamicznej do dualnej algebry Lie rzuciło światło na pewne aspekty podejścia stosowanego w fizyce. Ograniczona grupa dynamiczna Lorentza, ograniczona do dwóch ortochronicznych komponentów, tłumaczy aspekty szczególnej teorii względności poprzez wynikające z niej własności niezmienniczości. W 1970 roku J-M Souriau ustalił, że analiza składowych jej momentu podkreśla geometryczną naturę (niekwantowego) spinu ((J. M. Souriau 1964) (J. M. Souriau 1997)). Grupa Lorentza ma dwie połączone składowe ortochroniczne, a mianowicie jej pierwszą składową neutralną, zawierającą element neutralny grupy, oraz jej drugą składową enancjomorficzną, odwracającą przestrzeń utożsamianą z symetrią P . W teorii grup dynamicznych grupa Lorentza ma dwie składowe ortochroniczne. W teorii grup dynamicznych oczywista staje się klasyfikacja pod względem ruchów. Na tym etapie działanie tych elementów odwracających przestrzeń jest zilustrowane w zjawisku polaryzacji światła, w którym każdy "prawy" foton może zostać przekształcony w "lewy" foton. Grupa ta może być reprezentowana przez rodzinę macierzy 4×4 L zdefiniowanych aksjomatycznie jako $L^T G L = G$ gdzie L^T jest transpozycją macierzy Lorentza L i G jest macierzą metryczną Minkowskiego, często nazywaną w tym kontekście macierzą Grama. W szczególnej teorii względności jest ona zwykle reprezentowana przez macierz diagonalną z elementami $\text{diag}(1, -1, -1, -1)$. Równanie to oznacza, że transformacja Lorentza zachowuje iloczyn skalarny Minkowskiego, kluczowy warunek spójności szczególnej teorii względności.

4.4 Zastrzeżona dynamiczna grupa Poincarégo

Iloczyn grupy Lorentza z grupą translacji czasoprzestrzennych pozwala nam skonstruować ograniczoną grupę dynamiczną Poincarégo, zawsze ograniczoną do dwóch składowych ortochronicznych. W tym momencie najpierw znajdujemy energię związaną z podgrupą translacji czasowych. Następnie impuls, powiązany z translacjami przestrzennymi, przy czym oba są powiązane przez niezmienniczość modułu wektora kwadratowego energii-impulsu pod działaniem grupy Lorentza. Macierz związana z tą grupą musi zawierać "ortochroniczną" podmacierz Lorentza L_0 o wymiarze 3×3 jak również wektor translacji C oraz dodatkowe składowe uzupełniające jej strukturę (patrz (45)).

4.5 Ograniczone grupy dynamiczne Kaluzy i Janusa

Dodając translację wzdłuż piątego wymiaru do ograniczonej grupy Poincarégo, tworzymy grupę Lie, której nadajemy nazwę *ograniczonej grupy Kaluzy* ((Bargmann, Bergmann i Einstein 1941), (Bergmann 1942), (Bergmann i Einstein 1938), (Kaluza 1921), (Klein 1926)). Grupa ta nie jest 15-wymiarową grupą Kaluzy związaną z 5-wymiarową rozmaitością Lorentza, ale nową 5-wymiarową grupą liczącą tylko translacje. Ten nowy wymiar nadaje impulsowi dodatkowy skalar, który można utożsamić z ładunkiem elektrycznym q który jest dodatni, ujemny lub zerowy i który wciąż nie został określony. Następnie zademonstrujemy geometryczną translację według skalaru ϕ poprzez nadanie masom niezmiennego ładunku elektrycznego. Następnie, wprowadzając nową symetrię

odzwierciedlającą inwersję piątego wymiaru, równoznaczną z inwersją skalara od q à $-q$ podwajamy liczbę połączonych komponentów z 2 do 4. Działanie na moment łączy tę nową symetrię z inwersją ładunku elektrycznego q . W ten sposób otrzymujemy geometryczny model koniugacji ładunków lub *symetrię C*, która tłumaczy symetrię materia-antymateria wprowadzoną przez Diraca. Logiczne jest zatem nazwanie tego nowego rozszerzenia *Ograniczoną Grupą Janusa*.

4.6 Dynamic Janus Group

Wprowadzając nową symetrię do poprzedniej grupy, którą opisujemy jako *Symetrię T* i która przekształca materię w antymaterię o ujemnej masie - koncepcję, którą moglibyśmy nazwać *antymaterią w sensie Feynmana* - konstruujemy *Dynamiczną Grupę Janusa*. W ten sposób podwajamy liczbę połączonych komponentów z czterech do ośmiu, pogrupowanych w dwa podzbiory: "*ortochroniczny*", zachowujący właściwości czasu i energii, oraz "*antychroniczny*", odwracający czas i energię. W rezultacie podkreślamy geometryczną translację, która polega na nadaniu masom niezmiennego ładunku elektrycznego. Jak wykazał Jean-Marie Souriau, pionier teorii grup dynamicznych, już w 1970 roku ((J. M. Souriau 1964), (J. M. Souriau 1997)), podejście to umożliwiło nadanie czysto geometrycznego charakteru kluczowym elementom, które wyznaczyły postęp fizyki relatywistycznej.

Oto macierz związana z dynamiczną grupą Janusa, z której można zrekonstruować wszystkie grupy symetrii:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} (-1)^\mu & 0 & \phi \\ 0 & T^\lambda S^\nu L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in \{0,1\}, \phi \in \mathbb{R}, L \in \mathcal{L}, C \in \mathbb{R}^{1,3} \right\}$$

- **Symetria P:**

Musimy zastosować $\mu = 0, \lambda = 0$ i $\nu = 1$ wtedy otrzymamy :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Ten operator symetrii odpowiada inwersji przestrzeni, w której rozważany jest element drugiej połączonej składowej grupy ortochronicznej. To właśnie ta symetria odwraca helikalność fotonu, przekształcając "*prawy foton*" w "*lewy foton*", co odpowiada zjawisku polaryzacji światła.

- **Symetria C:**

Musimy zastosować $\mu = 1, \lambda = 0$ i $\nu = 0$.

Zaczynając od elementu L_n ortochronicznej ograniczonej grupy Lorentza, odwracając piąty wymiar przenoszący ładunek elektryczny q otrzymujemy operator "*symetrii C*" lub "*koniugacji ładunku*" (kwantowej) :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

To właśnie ta symetria reprezentuje transformację "materia-antymateria".

- **Symetria T:**

Musimy zastosować $\mu = 0, \lambda = 1$ i $\nu = 0$.

Ta operacja usuwa symetrię C ($Jan_{11} = 1$) i symetrię P ($Jan_{22} = -L_s$) w następujący sposób:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_t & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Symetria CP:**

Musimy zastosować $\mu = 1, \lambda = 0$ i $\nu = 1$.

Ta operacja dodaje symetrię C ($Jan_{11} = -1$) i symetrię P ($Jan_{22} = L_s$) w następujący sposób:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Uwaga: Można to również wywnioskować poprzez usunięcie symetrii T ($Jan_{22} = L_s$) z symetrii CPT za pomocą tej operacji: **CP = T · CPT**

- **Symetria CPT:**

Musimy zastosować $\mu = 1, \lambda = 1$ i $\nu = 1$.

Wiemy, że element L_n grupy neutralnej nie odwraca ani czasu, ani przestrzeni, więc element $Jan_{22} = -L_n$ odwraca zarówno przestrzeń, jak i czas, tworząc operator symetrii PT . Jeśli jednak dodamy symetrię C ($Jan_{11} = -1$), utworzymy grupę Janusa CPT z symetrią ładunku w następujący sposób:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Symetria PT:**

Musimy zastosować $\mu = 0, \lambda = 1$ i $\nu = 1$.

Usuając symetrię C ($Jan_{11} = 1$) z symetrii CPT za pomocą tej operacji: **PT = C · CPT** otrzymujemy:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Symetria CT:**

Musimy zastosować $\mu = 1, \lambda = 1$ i $\nu = 0$.

Usuwać symetrię P ($Jan_{22} = -L_s$) z symetrii CPT po tej operacji : $\mathbf{CT} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{CPT}$ otrzymujemy :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Neutralny operator:**

Musimy zastosować $\mu = 0, \lambda = 0$ i $\nu = 0$.

Obiekt porusza się w pięciu wymiarach bez zmiany swojej natury. Rozważany jest tylko neutralny element podgrupy "ortochronicznej" ($Jan_{22} = L_n$) :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Należy zauważyć, że Feynman uważa, iż zastosowanie symetrii PT do ruchu cząstek prowadzi do stworzenia antymaterii poprzez zastosowanie symetrii C . W konsekwencji symetria PT jest równoważna symetrii C , co oznacza, że cząstka materii "widziana w lustrze" poruszająca się wstecz w czasie jest antymateriaią. W konsekwencji symetria PT jest równoważna symetrii C , co oznacza, że cząstka materii "widziana w lustrze" i poruszająca się wstecz w czasie jest antymateriaią.

Perspektywa ta wynika z pracy Weinberga "Quantum Field Theory" w sekcji 2.6, zatytułowanej "Inversion of Space and Reversal of Time" ((Weinberg 2000)). W efekcie stosuje się dowolny wybór operatora inwersji T , który powoduje, że operator CPT staje się tożsamością.

Tak więc, biorąc pod uwagę, że $\mathbf{CPT} = \mathbf{I}$ wynika, że $\mathbf{PT} = \mathbf{PT} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{PT} \cdot \mathbf{CPT} = \mathbf{C}$. Dlatego pogląd Feynmana opiera się głównie na mechanice kwantowej, w której teoretycy kwantowi dokonują całkowicie arbitralnych wyborów a priori dotyczących operatorów P i T , ograniczonych "potrzebą uniknięcia pojawienia się stanów o ujemnej energii (uważanych za niefizyczne)". W konsekwencji operator P musi być liniowy i unitarny, a operator T antyliniowy i antyunitarny. I na zakończenie dodając na stronie 104, że: "Nie są znane żadne przykłady cząstek zapewniających niekonwencjonalne reprezentacje inwersji, więc te możliwości nie będą tutaj dalej badane. Odtąd zakłada się, że inwersje mają konwencjonalne działanie opisane w sekcji 2.6".

Ujemne stany energetyczne (związane z ujemnym ciśnieniem) istnieją, ponieważ są odpowiedzialne za przyspieszenie kosmicznej ekspansji, o czym świadczy nagrodzona Nagrodą Nobla w 2011 roku

praca Perlmuttera ((Perlmutter et al. 1999)). Jednak w momencie powstania kwantowej teorii pola zjawisko to nie było jeszcze znane.

W konsekwencji, dla Feynmana obecność operatora odwrócenia czasu T w jego globalnej symetrii PT nie prowadzi do inwersji masy, ale przekształca materię w antymaterię o masie dodatniej poprzez inwersję ładunku za pomocą symetrii C .

Z perspektywy grupy Janusa, zaczynając od ruchu cząstki o dodatniej masie w pięciowymiarowej przestrzeni, symetria C (przenoszona przez inwersję piątego wymiaru) przekształca tę cząstkę (ten ruch) w antycząstkę o dodatniej masie, którą możemy nazwać "antycząstką typu Diraca". Z drugiej strony PT zastosowane do cząstki wytwarza antycząstkę o ujemnej energii i masie, ze względu na symetrię T , którą można nazwać "antycząstką typu Feynmana". Równoważność $PT = C$ według Feynmana nie ma już zastosowania.

4.7 Wnioski

Znaczący wkład tego badania dotyczy głównie dziedzin mechaniki kwantowej i kosmologii:

- Jednym z godnych uwagi aspektów **mechaniki kwantowej** jest inwersja energii i masy niektórych obiektów. Prowadzi to do badania dwóch kategorii antymaterii: jeden rodzaj antymaterii o dodatniej masie wynikającej z symetrii C , znany jako *antymateria w sensie Diraca*, jest wytwarzany w laboratorium i niedawno wykazano, że zachowuje się w taki sam sposób jak zwykła materia pod wpływem grawitacji ((Anderson 2023)). Druga, pochodząca z symetrii PT z ujemną masą, znana jako *antymateria w sensie Feynmana*, odpowiada pierwotnej antymaterii znajdującej się między galaktykami i występuje w szczególności w postaci konglomeratów w *Wielkim Deflektorze* ((Hoffman et al. 2017)). Powstaje intrygujące pytanie o możliwość istnienia w fizyce obiektów o ujemnej masie i energii. Takie byty sugerowałyby obecność ujemnych stanów energetycznych w mechanice kwantowej. Gdy mamy do czynienia z symetrią T , fizycy kwantowi tradycyjnie przyjmują antyliniową i antyunitarną perspektywę dla operatora T , aby wykluczyć ujemne stany energetyczne, które są ogólnie uważane za nieintuicyjne dla fizyki. Podobnie, operator P jest wybierany jako unitarny i liniowy z podobnych powodów (patrz (Weinberg 2000)). Te wybory stanowią podstawę twierdzenia CPT, wzmacniając ideę, że symetria PT jest zgodna z symetrią C . Z drugiej strony, przyjęcie liniowego i unitarnego operatora T ujawnia, że stany o ujemnej energii są naturalnym wynikiem równań Schrödingera i Diraca (patrz (Debergh et al. 2018)), torując drogę dla nowych obszarów badań. Ponadto obserwacje kosmologiczne potwierdziły, że ekspansja wszechświata przyspiesza, co przypisuje się ujemnemu ciśnieniu związanemu z ciemną energią, o czym świadczy praca Perlmuttera nagrodzona Nagrodą Nobla w 2011 roku. Biorąc pod uwagę, że ciśnienie reprezentuje gęstość energii na jednostkę objętości, zjawisko to jest bezpośrednio związane z ujemną energią wpływającą na ekspansję wszechświata.
- **W dziedzinie kosmologii** ogólna teoria względności zdecydowanie odrzuca koncepcję mas ujemnych, powołując się na pojawienie się zjawiska ucieczki i

konflikty z zasadami akcji-reakcji i równoważności (patrz (Bondi 1957)). W związku z tym każdy nowy model proponujący integrację ujemnych stanów energii i masy wymagałby rozszerzenia podstawowych ram geometrycznych teorii względności. Dynamiczna teoria grup, skupiona wokół różnych grup, takich jak Lorentz, Poincaré i Kaluza, zapewnia ramy do opisu wszechświata wolnego od sił, charakteryzującego się płaską, nie zakrzywioną strukturą. W takim wszechświecie cząstki podążają za geodezami przestrzeni Minkowskiego w metryce Lorentza lub poruszają się w przestrzeni włóknistej pod wpływem piątego wymiaru, otwartego lub zamkniętego. To teoretyczne podejście sugeruje współistnienie dwóch różnych rodzajów materii, istniejących w izolacji bez wzajemnej interakcji. Cząstki w tych przestrzeniach nie oddziałują ze sobą. Ta innowacyjna perspektywa otwiera nowe sposoby rozumienia interakcji między cząstkami, przestrzenią i czasem.

5 Alternatywna interpretacja modelu tunelu czasoprzestrzennego w połączeniu z białą fontanną jako jednokierunkową membranę

Badanie metryki zewnętrznej opracowanej przez K. Schwarzschilda w 1916 roku, jako rozwiązanie równania Einsteina w próżni, ujawniło wprowadzenie hipotezy: niezmienniczości przez symetrię czasową, powszechnie znanej jako "statyczność". $t \rightarrow -t$ powszechnie znanej jako "statyczność". Założenie to, które w tamtym czasie nie miało udowodnionych podstaw fizycznych, doprowadziło do wyeliminowania w metryce członu krzyżowego $dr dt$. W ten sposób dokonano arbitralnego wyboru współrzędnych, naznaczonego w szczególności brakiem tego członu krzyżowego $dr dt$. Celem niniejszej pracy jest zbadanie fizycznych możliwości nowego podejścia opartego na wprowadzeniu członu krzyżowego $dr dt$ w metryce i zademonstrowanie możliwości skonstruowania tunelu czasoprzestrzennego i białej fontanny jako jednokierunkowej membrany, łączącej dwie PT -symetryczne przestrzenie pół-Riemanniana za pomocą "mostu", który można przekroczyć tylko w jednym kierunku.

5.1 Rozwiązania równania Einsteina odzwierciedlające różne topologie

W 1916 roku Karl Schwarzschild opublikował dwa kolejne artykuły ((Schwarzschild 1916b),(Schwarzschild 1916a)). Pierwszy z nich przedstawiał konstrukcję rozwiązania równania Einsteina w próżni, opartą na następujących założeniach:

- *Stacjonarność*: Niezależność warunków metryki w odniesieniu do współrzędnej czasowej, tj. niezmienniczość przez translację czasową.
- *Izotropia* i symetria sferyczna, tj. niezmienniczość przez $SO(3)$.
- Brak terminu krzyżowego $dr dt$.
- Lorentza do nieskończoności.

Szybko uzupełnił to rozwiązanie, zwane zewnętrzną metryką Schwarzschilda, o metrykę wewnętrzną (Schwarzschild 1916a) opisującą geometrię wewnątrz kuli wypełnionej płynem o stałej gęstości. ρ_0 oraz rozwiązanie równania Einsteina z drugim członem. Warunki połączenia obu metryk (ciągłość geodezyjna) zostały spełnione. Zjawiska przyspieszenia peryhelium Merkurego i ugięcia promieni świetlnych potwierdzają to rozwiązanie (rysunek 3.4). K. Schwarzschild pracował nad tym, aby warunki rządzące tymi dwiema metrykami były zgodne z rzeczywistością fizyczną.

Przykładowo, dzisiejsze gwiazdy neutronowe, ze względu na ich oszałamiającą gęstość i ogromną masę, służą jako naturalne kosmiczne laboratoria, badające obszary gęstości i grawitacji niedostępne w ziemskich laboratoriach. Rozważmy dwa różne sposoby, w jakie gwiazda neutronowa może osiągnąć stan fizycznego krytycyzmu.

W scenariuszu, w którym gęstość gwiazdy, ρ_0 pozostaje stała, można zdefiniować charakterystyczny promień \hat{r} można zdefiniować. Krytyczność fizyczną osiąga się wtedy, gdy promień gwiazdy wynosi :

$$R_{\text{cr}\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}\hat{r}} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G\rho_0}}$$

z

$$\hat{r} = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G\rho_0}}$$

I tak,

- Dla metryki zewnętrznej promień gwiazdy musiał być mniejszy niż \hat{r} .
- Jeśli chodzi o metrykę wewnętrzną, promień gwiazdy musiał być mniejszy niż $R_{\text{cr}\phi}$ ponieważ większy promień prowadzi do wzrostu ciśnienia do nieskończoności w centrum gwiazdy.

Po drugie, w przypadku masywnych gwiazd implodująca żelazna kula może stanowić złożony scenariusz. Zakładając, że masa kuli M jest zachowana podczas implozji, musimy wziąć pod uwagę dwa ważne promienie krytyczne:

- W centralnej części geometryczny promień krytyczny jest określony przez *promień Schwarzschilda*, który wynosi :

$$R_{\text{cr}\gamma} = R_s = 2 \frac{GM}{c^2}$$

- Poza tą masą, fizyczny promień krytyczny jest określony przez (38)

Z zachowaniem masy wyrażonym jako $M = \frac{4}{3}\pi R^3\rho_0$ możemy zbadać, jak zmieniająca się gęstość ρ_0 podczas implozji wpływa na te promienie krytyczne.

Rzeczywiście, jeśli fizyczna krytyczność zostanie osiągnięta podczas implozji, mamy $R = R_{\text{cr}\phi}$.

Następnie, podstawiając równanie zachowania masy do (38), otrzymujemy :

$$R = R_{\text{cr}\phi} = 2,25 \frac{GM}{c^2} > R_{\text{cr}\gamma}$$

Możemy z tego wywnioskować, że jeśli fizyczna krytyczność zostanie osiągnięta dla masy M występuje przed pojawieniem się krytyczności geometrycznej.

K. Schwarzschild zwrócił również uwagę, że pomiary dotyczyły warunków znacznie wykraczających poza to, co było rozumiane w ramach rzeczywistości astrofizycznej jego czasów. Należy

również zauważyć, że topologia tego geometrycznego rozwiązania jest skonstruowana

przez połączenie dwóch ograniczonych rozmaitości wzdłuż ich wspólnej granicy, sfery S^2 o powierzchni $4\pi R_0^2$ (*promień gwiazdy*).

W 1916 roku Ludwig Flamm uznał rozwiązanie zewnętrzne za potencjalnie opisujące obiekt geometryczny. Chodziło wówczas o próbę opisaną masy jako obszaru przestrzeni niekurczliwej ((Flamm 1916)).

W 1934 roku Richard Tolman jako pierwszy rozważył możliwość manipulacji najbardziej ogólnym rozwiązaniem metrycznym poprzez wprowadzenie wyrażenia krzyżowego $dr dt$. Jednakże, w celu uproszczenia, natychmiast wyeliminował go, stosując prostą zmianę zmiennej ((Tolman 1934)).

W 1935 roku Einstein i Rosen zaproponowali niekurczliwą strukturę geometryczną w kontekście geometrycznego modelu cząstek, dzięki następującej zmianie współrzędnych ((Einstein i Rosen 1935)):

$$u^2 = r - 2m$$

Rozwiązaniem metrycznym jest wtedy :

$$ds^2 = \frac{u^2}{u^2 + 2m} dt^2 - 4u^2(u^2 + 2m) du^2 - (u^2 + 2m)^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Autorzy uzyskują w ten sposób niekurczliwą strukturę geometryczną, zwaną "*mostem przestrzennym*", w której zamknięta powierzchnia o powierzchni $4\pi\alpha^2$ odpowiadająca wartości $u = 0$ łączy dwa "*liście*": jeden odpowiadający wartościom u od 0 do $+\infty$ a drugi od $-\infty$. Zauważmy, że metryka ta nie jest lorentzowska w nieskończoności. Chociaż metryka ta, wyrażona w tym nowym układzie współrzędnych, jest regularna, autorzy wskazują, że na powierzchni wąwozu jej wyznacznik staje się zerowy. W tej strukturze geometrycznej wyróżnia się dwie ograniczone półprzestrzenie Riemanna, z których pierwsza odpowiada $u > 0$ a drugi do $u < 0$. Odpowiada to ich połączeniu wzdłuż wspólnej granicy. Globalna czasoprzestrzeń nie pasuje do standardowych ram geometrii pół-Riemiańskiej, ponieważ nie spełnia warunku $\det(g_{\mu\nu}) \neq 0$ w gardle. Jak stwierdzono w (Stoica 2014), pasuje ona do bardziej ogólnych ram osobliwej geometrii pół-Riemianina, która pozwala na zdegenerowane tensory metryczne.

W 1939 roku Oppenheimer i Snyder, wykorzystując całkowite rozłączenie między czasem właściwym a czasem doświadczanym przez odległego obserwatora, przy braku członu krzyżowego w $dr dt$, zasugerowali użycie zewnętrznego rozwiązania metrycznego do opisaną "*zamrożonej klatki*" implozji masywnej gwiazdy pod koniec jej życia. Biorąc pod uwagę, że zmienna t jest utożsamiana z czasem właściwym odległego obserwatora, tworzy to motyw "*zamrożonej klatki*", taki jak zjawisko kurczenia się, którego czas trwania w czasie właściwym, mierzony w dniach, wydaje się odległemu obserwatorowi odbywać w

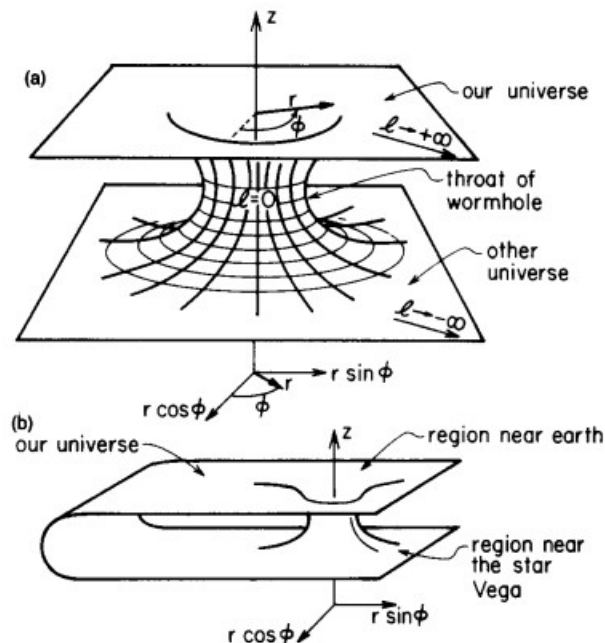
nieskończonym czasie ((Oppenheimer i Snyder 1939)). Dokument ten jest uważany za podstawę modelu czarnej dziury (patrz sekcja 2.3.8).

W 1960 roku Kruskal rozszerzył rozwiązanie geometryczne na czasoprzestrzeń kurczliwą, zorganizowaną wokół centralnej osobliwości odpowiadającej $r = 0$. Geodezy są rozszerzone dla $r < \alpha$. Model czarnej dziury (z symetrią sferyczną⁴) przyjmuje wtedy swoją ostateczną formę jako implozja masy, w krótkiej chwili, postrzegana jako "stop-klatka" przez odległego obserwatora ((M. D. Kruskal 1960)). Sfera Schwarzschilda nazywana jest wówczas "horyzontem zdarzeń".

W 1988 roku M. Morris i K. S. Thorne powrócili do tej geometrycznej interpretacji, porzucając umowność, nie w celu uzyskania geometrycznego modelu rozwiązania, ale w celu zbadania możliwości podróży międzygwiazdnych przez "tunele czasoprzestrzenne" przy użyciu następującej metryki ((Morris i Thorne 1988)):

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dl^2 + (b_0^2 + l^2)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Koncentrując się na badaniu wykonalności podróży międzygwiazdnych, autorzy podkreślają ogromne ograniczenia związane z taką geometrią, a także jej niestabilną i przejściową naturę.



⁴ W 1963 roku Roy Kerr skonstruował osiowosymetryczne stacjonarne rozwiązanie równania Einsteina w próżni. W niniejszym opracowaniu ograniczamy się jednak do interpretacji rozwiązania stacjonarnego z symetrią sferyczną (2.3.9).

5.2 Hipoteza statyczności: brak terminu krzyżowego $dr dt$

Pojęcie "statyczności" w ogólnej teorii względności odnosi się do metryki, która jest stacjonarna, co oznacza niezmienniczość w ramach translacji czasu $t \rightarrow t + \text{const}$ "niezależnie od czasu" i statyczna, co oznacza niezmienniczość w ramach symetrii "odbicia czasu" $t \rightarrow -t$, co naturalnie prowadzi do braku członu krzyżowego $dr dt$. Rzeczywiście, gdy metryka ma człon krzyżowy $dr dt$, oznacza to, że istnieje mieszana zależność między współrzędnymi czasu i przestrzeni. Ta mieszana zależność łamie niezmienniczość przez czasową symetrię odbicia, ponieważ metryka nie pozostaje taka sama pod wpływem transformacji $t \rightarrow -t$. R. Wald wspomina o tej osobliwości w 1984 roku w swojej książce "Ogólna teoria względności" na stronie 120 (Wald 1984).

Możemy również zauważyć, że na stronie 186 (Adler, Bazin i Schiffer 1975), wymóg symetrii odbicia czasowego dla linii dx^0 która może być prześlędzona "wstecz" do $-dx^0$ (zwany "statycznością") jest ustalony jako założenie początkowe.

W rzeczywistości pojęcie statyczności w sensie R. Walda odnosi się do niezmienniczości przez symetrię odbicia w czasie, która jest czysto matematyczną hipotezą bez znaczenia fizycznego. $t \rightarrow -t$ która jest czysto matematyczną hipotezą bez znaczenia fizycznego. Nasze badanie oferuje jednak inne podejście do tego założenia.

5.3 Konstrukcja dwuarkuszowego nieskończonego geometrycznego rozwiązania lorentzowskiego

Rozważmy zewnętrzną metrykę Schwarzschilda w jej klasycznej postaci z sygnaturą $(+ - - -)$:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

5.3.1 Symetria T

Metryka ta skonstruowana w 1916 roku ((Schwarzschild 1916b)), jako rozwiązanie równania Einsteina w próżni, została wyposażona w dodatkowe założenie, o którym jej autor nie wspomniał, a mianowicie o niezmienniczości przez symetrię czasową. Należy zauważyć, że założenie to nie ma podstaw fizycznych i prowadzi do eliminacji członu krzyżowego $dr dt$ w metryce, co Tolman przewidział już w 1934 roku (strona 239 w (Tolman 1934)). I

odwrotnie, A. Eddington wprowadził ją w celu wyeliminowania osobliwości współrzędnych na powierzchni Schwarzschilda w metryce. $r = \alpha$ za pomocą zmiany zmiennej ((Eddington 1925),(Koiran 2021)):

$$t_E^\pm = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

Metryka staje się wtedy :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^2 - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Wiemy, że w tych warunkach, z punktu widzenia odległego obserwatora, czas swobodnego spadania staje się skończony (39), podczas gdy czas ucieczki pozostaje nieskończony. Metryka, dla której czas ucieczki jest skończony, zostanie uzyskana poprzez zmianę zmiennej:

$$t_E^- = -t - \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

Metryka staje się zatem :

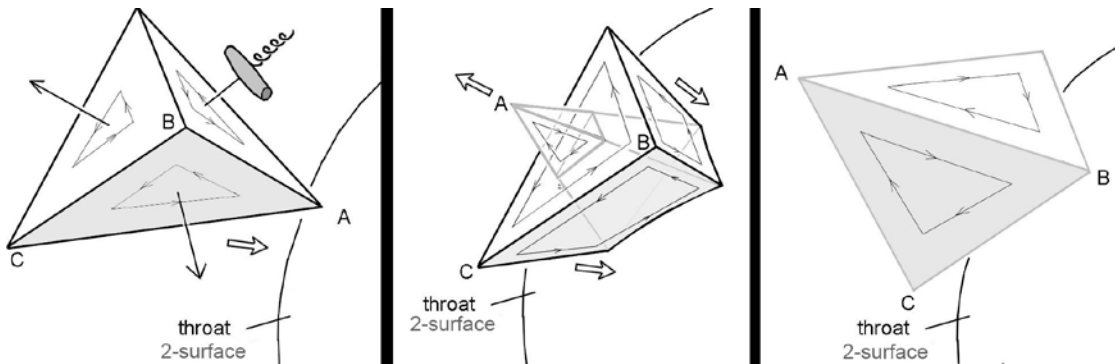
$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{-2} - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Jest to równoważne odwróceniu współrzędnej czasu w (40). Tak więc, wybór skojarzenia dwóch metryk opisujących dwie przestrzenie pół-Riemannskie prowadzi nas do rozważenia globalnego rozwiązania geometrycznego z dwoma *T-symetrycznymi* arkuszami połączonymi "mostem" w tym konkretnym układzie współrzędnych, jak również w układzie współrzędnych Einsteina i Rosena ((Einstein i Rosen 1935)).

Pokażmy teraz, że przekształceniom tym towarzyszy również *symetria P*.

5.3.2 Symetria P

W tym przedstawieniu geodezyjne linie radialne pierwszego arkusza są ortogonalne do stycznej płaszczyzny "mostu kosmicznego", gdy do niej docierają. Te same geodezyjne, gdy pojawiają się w drugim arkuszu, są również ortogonalne do tej samej płaszczyzny stycznej. Rozważmy teraz cztery punkty tworzące czworościan, które zbiegają się w kierunku "mostu kosmicznego" wzdłuż trajektorii promieniowych. Możemy zdefiniować orientację 3D, definiując kierunek przecinania się punktów na każdym z trójkątów równobocznych tworzących czworościan. W odniesieniu do *r* wydaje się, że punkty te odbijają się od sztywnej powierzchni, powodując odwrócenie orientacji czworościanu. Czworosciany w górę i w dół stają się *enancjomorficzne* (rysunek 5.2).



Rysunek 5.2 - Inwersja przestrzeni podczas przekraczania "kosmicznego mostu"

Zmiana orientacji jest już widoczna w uproszczonej dwuwymiarowej reprezentacji tunelu czasoprzestrzennego na rysunku 5.1. Spójrzmy na ten rysunek z góry i wyobraźmy sobie trójkąt przesuwaną się po powierzchni górnego arkusza w kierunku rowka. Po przekroczeniu rowka trójkąt zaczyna przesuwać się po dolnym arkuszu i widzimy go teraz do góry nogami z naszej pozycji nad górnym arkuszem. Z naszego punktu widzenia jego orientacja uległa zatem zmianie. Fizyczne znaczenie tej zmiany orientacji zostanie omówione w sekcji 5.3.3.

Struktura geometryczna pary metryk (41) i (42) reprezentuje zatem "most" łączący dwie *PT-symetryczne* przestrzenie pół-Riemanniana.

Element tej powierzchni 2D jest wtedy dany przez :

$$\sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} = \sqrt{|g_{\theta\theta}g_{\phi\phi}|} = \alpha^2 \sin(\theta)$$

Ponieważ metryka ta opisuje sferyczną powierzchnię 2D (taką jak kula o stałym promieniu w czasoprzestrzeni 4D), element różniczkowy powierzchni jest dany przez :

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

Aby znaleźć minimalną powierzchnię tego "mostu kosmicznego", musimy zintegrować ten element powierzchni pod wszystkimi możliwymi kątami:

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

W związku z tym jest on niekurczliwy, a jego minimalna powierzchnia wynosi $4\pi\alpha^2$.

5.3.3 Identyfikacja dwóch arkuszy

W sekcji 5.3.2 opisaliśmy zmianę orientacji czworościanu przecinającego rowek tunelu czasoprzestrzennego na rysunku 5.2 oraz trójkąta przecinającego rowek na rysunku 5.1. Zmiana orientacji trójkąta jest widoczna tylko dla osoby patrzącej na rysunek 5.1 jako całość. W związku z tym nie odpowiada to żadnemu fizycznie obserwowalnemu zjawisku, ponieważ każdy fizyczny obserwator musi znajdować się na jednym z dwóch liści i nie może bezpośrednio zobaczyć drugiego liścia. Sytuacja jest taka sama na rysunku 5.2: zdjęcie w środku przedstawia sytuację z punktu widzenia, w którym moglibyśmy spojrzeć na obie strony tunelu jednocześnie (B i C nie dotarły jeszcze do wąwozu, podczas gdy A już go przekroczył i wyłania się po drugiej stronie). Ponownie, jest to niemożliwe dla fizycznego obserwatora: wydaje się, że *symetria P* opisana do tej pory nie odpowiada żadnemu fizycznie obserwowalnemu zjawisku. Możemy jednak nadać jej prawdziwe fizyczne znaczenie dzięki dodatkowemu składnikowi wprowadzonemu przez Einsteina i Rosena (Einstein i Rosen 1935).

Należy pamiętać, że ich motywacją nie było badanie podróży międzygwiazdnych, jak na rysunku 5.1, ale opisanie cząstek elementarnych za pomocą rozwiązań równań ogólnej teorii względności. Cytując streszczenie ich pracy: "Rozwiązania te obejmują matematyczną reprezentację przestrzeni fizycznej przez przestrzeń dwóch identycznych arkuszy, przy czym

cząstka jest reprezentowana przez "most" łączący te arkusze". Einstein i Rosen sugerują również, że problem wielu cząstek może być badany podobnymi metodami, ale praca ta nie została przeprowadzona w ich artykule.

Zacytujmy ponownie (Einstein i Rosen 1935): "Jeśli obecnych jest kilka cząstek, przypadek ten odpowiada poszukiwaniu rozwiązania bez osobliwości zmodyfikowanych równań (3a), rozwiązania reprezentującego przestrzeń z dwoma przystającymi arkuszami połączonymi kilkoma dyskretnymi 'mostami'". Z ich punktu widzenia, dwa punkty w reprezentacji matematycznej (41) o identycznych wartościach θ, ϕ ale przeciwnych wartościach u odpowiadają zatem dwóm punktom w przestrzeni fizycznej o tej samej wartości r ($r = u^2 + m$). Jeśli dokonamy tej samej identyfikacji punktów o przeciwnych wartościach u sytuacja przedstawiona na środkowym zdjęciu na rysunku 5.2 może być widziana przez fizycznego obserwatora. Symetria P opisana w sekcji 5.3.2 ma teraz rzeczywiste znaczenie fizyczne. Interpretację połączonej symetrii PT rozwinie w następnej sekcji.

5.4 Inna reprezentacja tej geometrii

Stosując następującą zmianę zmiennej do równań (40) i (43) :

$$r = \alpha(1 + \text{Log ch}(\rho))$$

Otrzymujemy następujące dwie metryki:

$$ds^2 = \left(\frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{+2} - \left(\frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 - 2c\alpha \left(\frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^+ - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

$$ds^2 = \left(\frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{-2} - \left(\frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 + 2c\alpha \left(\frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^- - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Aby uzyskać metrykę strukturyzującą drugi arkusz dla $\rho < 0$ w celu zagwarantowania ciągłości geodezji tłumaczącej przejście materii przez "most" ze skończonym czasem ucieczki na tym arkuszu, musimy zastosować symetrię T , w której współrzędna czasu jest odwrócona podczas przejścia, tj. $t_E^+ = -t_E^-$

Te metryki, które są lorentzowskie do nieskończoności, tworzą zatem dwa arkusze odpowiadające wartościom ρ zmieniającym się odpowiednio od 0 do $+\infty$ i od $-\infty$ do 0. Na "moście kosmicznym" dla $\rho = 0$ składowe g_{tt} i $g_{\rho\rho}$ tensora metrycznego znikają, pozostawiając tylko dwie ostatnie składowe przestrzenne $g_{\theta\theta}$ i $g_{\phi\phi}$ którymi są :

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha^2 \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

W tym konkretnym układzie współrzędnych możemy wywnioskować, że jego wyznacznik wynosi zero. *P-symetria* wynika z faktu, że sąsiednie punkty, tym razem wyraźnie różniczkowane, są wnioskowane przez $\rho \rightarrow -\rho$. Przekształcenie to odgrywa taką samą rolę jak $u \rightarrow -u$ w (41).

Łącząc te rozwiązania metryczne pod tymi dwoma warunkami, otrzymujemy *Wormhole* i *Białą Fontannę* jako *Jednokierunkową Membranę*, łączącą dwie przestrzenie pół-Riemannian poprzez "most", który można przekroczyć tylko w jednym kierunku. Załóżmy dalej, że tunel czasoprzestrzenny nie prowadzi do innego wszechświata, jak na rysunku 5.1.a, lub do odległego punktu w tym samym wszechświecie, jak na rysunku 5.1.b; ale że dwa przystające liście odpowiadają tym samym punktom we wszechświecie fizycznym poprzez transformację $u \rightarrow -u$ transformacji (lub $\rho \rightarrow -\rho$), jak zasugerowano w (Einstein i Rosen 1935) oraz w sekcji 5.3.3. Możemy zatem stwierdzić, że dwa arkusze są *PT-symetryczne*.

W literaturze inwersja współrzędnych czasowych była analizowana na różne sposoby. W szczególności:

- Przez teorię grup dynamicznych J-M Souriau ((J. M. Souriau 1964),(J. M. Souriau 1997)), gdzie wykazano, że wywołuje ona inwersję energii. W konsekwencji, symetria odwrócenia czasu przekształca dowolny ruch cząstki o masie m w ruch cząstki o masie $-m$ ((Oppenheimer i Volkoff 1939), strona 191). Na stronie 192 tej samej książki, autor oferuje alternatywną analizę, która unika mas ujemnych. Souriau podkreśla, że te alternatywy muszą być oceniane według ich zdolności do potwierdzenia przez eksperymenty.
- Feynman zaproponował interpretację antymaterii jako zwykłej materii poruszającej się *wstecz* w czasie.
- Z analiz teoretycznych (twierdzenie *CPT*) i eksperymentów wiadomo, że cząstki elementarne przestrzegają praw fizycznych, które są niezmiennie w *symetrii CPT*.

Symetria PT odkryta w sekcji 5.3 może być uważana za *symetrię CPT*, po której następuje *symetria C* (odwrócenie ładunku elektrycznego). Otrzymalibyśmy zatem antymaterię na drugim arkuszu. Jeśli drugi arkusz zawiera już zwykłą materię, mogłaby ona oddziaływać z antymaterią z pierwszego arkusza, stanowiąc w ten sposób źródło energii.

5.5 Wnioski

Przedstawiamy nową konstrukcję geometryczną opartą na sferycznie symetrycznym stacjonarnym rozwiązaniu równania Einsteina w próżni, z tylko dwoma założeniami inspirowanymi fizyką: *izotropią* (*niezmienniczością* przez $SO(3)$) i *stacjonarności* (*niezmienniczość* przez translację w czasie). W ten sposób nie dodajemy, jak to zrobiono

wcześniej bez żadnego fizycznego uzasadnienia, niezmienniczości przez *czasową* symetrię *odwracającą* $t \rightarrow -t$ ("statyczne" rozwiązanie). Ten nowy zestaw mniej restrykcyjnych założeń wprowadza obecność członu krzyżowego $dr dt$, którego wcześniej zabraniało założenie *statyczności*. Ten nowy obiekt geometryczny zachowuje się jak "jednokierunkowa membrana", połączenie *tunelu czasoprzestrzennego* i *białej fontanny* przez "most". Z metryką Lorentza w nieskończoności, struktura ta łączy dwie enancjomorficzne *PT-symetryczne* przestrzenie pół-Riemanniana z przeciwnymi strzałkami czasu. W konsekwencji, obiekt ten odpowiada pokryciu dwóch arkuszy czterowymiarowej czasoprzestrzeni, prezentujących się jako *PT-symetryczne*, połączonych wzdłuż "mostu". Zainspirowani Einsteinem i Rosenem, zaproponowaliśmy reprezentację punktu w przestrzeni fizycznej przez parę przystających punktów, po jednym na każdym z dwóch arkuszy. Pokazaliśmy, że taka identyfikacja przystających punktów powinna prowadzić do obserwowalnych efektów fizycznych, gdy obiekt przekracza most kosmiczny między dwoma arkuszami.

5.6 Dodatek

Przyjrzyjmy się teraz przypadkowi transferu materii do drugiej warstwy wszechświata, gdzie możemy dowolnie zdefiniować metrykę wychodzącą do drugiego arkusza. Stosując następującą nową zmianę zmiennej do metryki Schwarzschilda (42), odwracając znak stałej całkowania $\alpha \rightarrow -\alpha$ możemy zatem skonstruować "odpychającą" metrykę na drugim arkuszu:

$$t_E^+ = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} + 1 \right|$$

Zapewnia ona ciągłość geodezji z pierwszego arkusza do drugiego ze skończonym czasem swobodnego spadania na pierwszym i skończonym czasem ucieczki na drugim.

Przychodząca metryka strukturyzująca pierwszy arkusz staje się :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{+2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^+ - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Metryka wychodząca strukturyzująca drugi arkusz staje się :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{-2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Przyjmując ogólną postać :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \delta \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

gdzie $\delta = -1$ dla metryki strukturyzującej pierwszy liść i $\delta = +1$ dla metryki wychodzącej strukturyzującej drugi liść. Tak więc, ponieważ dwie metryki są symetryczne przez inwersję czasu $t \rightarrow -t$ ciągłość geodezji jest zapewniona od jednego arkusza do drugiego ze skończonym czasem swobodnego spadania na pierwszym i skończonym czasem ucieczki na drugim.

Oznacza to, że zwykła materia mogłaby potencjalnie zostać przekształcona w antymaterię o masie ujemnej, która następnie zostałaby przeniesiona do oddzielnej warstwy

wszechświata. Proces ten zasadniczo obejmuje transformację materii w antymaterię o masie ujemnej. Łącząc to rozwiązanie geometryczne z rozwiązaniem opracowanym wcześniej w sekcji 5.3, możemy zbadać wykonalność podróży międzygwiazdnych, wykorzystując właściwości metryczne tej drugiej warstwy.

6 Topologiczna interpretacja modelu

6.1 Definicja

W kosmologii topologia odnosi się do badania podstawowych właściwości przestrzennych wszechświata, które pozostają niezmiennie pod wpływem ciągłych transformacji. W przeciwieństwie do geometrii, która koncentruje się na dokładnych odległościach i kątach, topologia jest bardziej zainteresowana tym, jak przestrzeń jest połączona i ustrukturyzowana na dużą skalę. Bada ona takie aspekty jak łączność, ciągłość i granice przestrzeni kosmicznej, niezależnie od jej dokładnego kształtu i rozmiaru.

W kontekście kosmologicznym topologia pomaga zrozumieć ogólną strukturę wszechświata, w tym kwestie takie jak to, czy wszechświat jest skończony, czy nieskończony, czy ma "krawędzie", czy jest nieograniczony i czy może być połączony na nietrywialne sposoby (jak w modelach wszechświatów z wieloma połączeniami). Obejmuje to badanie wielkoskalowego kształtu i struktury wszechświata, określonego przez rozmieszczenie galaktyk, kosmiczne promieniowanie tła i inne obserwacje astrofizyczne. Topologia jest szczególnie istotna dla zaawansowanych modeli kosmologicznych, takich jak model kosmologiczny Janusa, ponieważ zapewnia ramy do badania koncepcji takich jak wielowarstwowy wszechświat, łączność między różnymi regionami czasoprzestrzeni i inne nieintuicyjne właściwości, które mogą wynikać z zaawansowanej fizyki teoretycznej.

Krótko mówiąc, topologia w kosmologii jest potężnym narzędziem do badania i zrozumienia fundamentalnej struktury i natury naszego wszechświata, poza ograniczeniami klasycznej geometrii.

Przed kontynuowaniem tego rozdziału, kluczowe jest przeczytanie i pełne zrozumienie komiksu *Topologicon* (Petit 1985), napisanego przez dr Jean-Pierre Petit, który jest swobodnie dostępny na tej stronie <http://www.savoir-sans-frontieres.com/>. Praca ta popularyzuje pojęcia topologii w odniesieniu do kosmologii i ogólnej teorii względności. Rzeczywiście, ten rozdział dotyczy głównie narzędzi pojęciowych, które są raczej sprzeczne z intuicją. Dlatego też zdecydowanie zaleca się wcześniejsze przeczytanie tego komiksu w celu lepszego zrozumienia.

6.2 Model tunelu czasoprzestrzennego

Rozwijając nową interpretację modelu tuneli czasoprzestrzennych omówioną w poprzednim rozdziale 5, proponujemy głębszą perspektywę topologiczną w odniesieniu do ogólnej teorii względności. Rozważmy na przykład sferę wąwozu S^2 która łączy dwie warstwy czasoprzestrzeni poprzez symetrię PT . Czy ta konfiguracja może być analogiczna do płaszczyzny rzutowej? W topologii płaszczyzna rzutowa jest nieorientowalną powierzchnią o unikalnych właściwościach, takich jak linie, które rozchodzą się w jednym punkcie, ale spotykają się w drugim. Sugeruje to, że połączenie między warstwami czasoprzestrzeni przez wąwóz tunelu czasoprzestrzennego może przeczyć tradycyjnej orientacji przestrzeni, przywołując płaszczyznę rzutową.

Nasze przypuszczenie opiera się na zerowym wyznaczniku metrycznym na tej powierzchni, co może wskazywać na nieorientowalną naturę 2D. Jeśli ta sfera wąwozu jest zamknięta i ma ograniczoną powierzchnię, można ją utożsamić z płaszczyzną rzutową P^2 . Chociaż

pomysł ten może wydawać się sprzeczny z intuicją, wynika on bezpośrednio z topologii obiektu opisanej przez zewnętrzne rozwiązanie Schwarzschilda (42).

W kontekście ogólnej teorii względności pojęcie elementarnej objętości w zakrzywionej czasoprzestrzeni jest kluczowe. Elementarna objętość w wymiarach n zdefiniowana przez metrykę riemannowską, jest dana przez $dV = \sqrt{|\det(g)|} d^n x$ gdzie g jest tensorem metrycznym, a $\det(g)$ jego wyznacznik. Ta elementarna objętość nie jest po prostu iloczynem różnic współrzędnych, jak w przestrzeni euklidesowej, ale jest modyfikowana przez zakrzywioną strukturę czasoprzestrzeni. Czynnikiem $\sqrt{|\det(g)|}$ odzwierciedla sposób, w jaki czasoprzestrzeń jest zniekształcana przez obecność masy i energii, zgodnie z równaniami Einsteina. W regionach o wysokiej krzywiznie ta elementarna objętość może zachowywać się w sposób sprzeczny z intuicją, ujawniając fascynujące i czasami zaskakujące topologiczne cechy czasoprzestrzeni.

Przypomnijmy, że sfera S^2 ma metrykę zdefiniowaną przez wyrażenie :

$$ds^2 = \alpha^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Metryka sfery jest funkcją matematyczną opisującą odległości między punktami na powierzchni sfery. Ponieważ metryka ta opisuje sferę 2D (taką jak sfera o stałym promieniu w czasoprzestrzeni 4D), różniczkowy element powierzchni jest dany przez :

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

W rzeczywistości jest to element powierzchniowy, ponieważ kula jest dwuwymiarową powierzchnią w przestrzeni trójwymiarowej. Kiedy całkujemy ten element powierzchniowy, otrzymujemy powierzchnię opisaną wyrażeniem :

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

Odpowiada to powierzchni kuli o promieniu α . Widzimy również, że powierzchnia ta jest analogiczna do powierzchni płaszczyzny rzutowej P^2 pojęcia rzadko omawianego w standardowej geometrii.

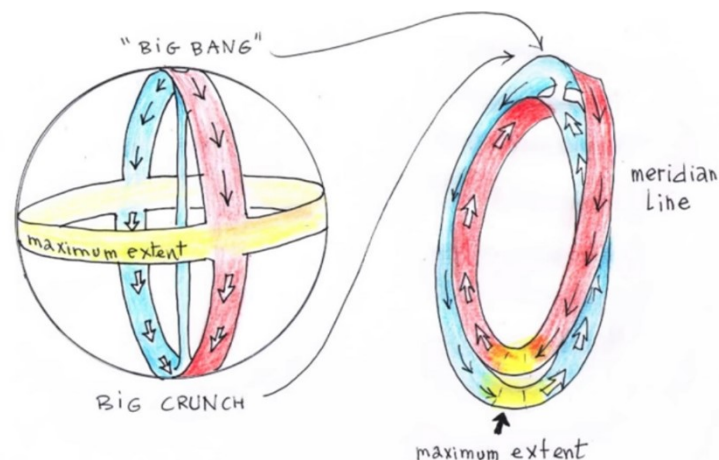
6.3 Model Wszechświata

W geometrii kula S^2 można łatwo zwizualizować, ponieważ możemy *zanurzyć* ją w znanej nam trójwymiarowej przestrzeni R^3 . Jednak płaszczyzny rzutowej, takiej jak P^2 nie może być *zanurzona* w ten sam sposób. Płaszczyzna rzutowa jest nieorientowalnym rodzajem powierzchni, co oznacza, że nie można jej ułożyć płasko w przestrzeni trójwymiarowej bez samoprzecinania się. Aby zwizualizować płaszczyznę rzutową, musimy użyć "*zanurzenia*", metody, w której powierzchnia *przecina się* zgodnie z zestawem *przecięć*. Koncepcja ta stanowi wyzwanie dla naszego tradycyjnego rozumienia kształtów i przestrzeni.

Aby zrozumieć wyżej wymiarowe płaszczyzny rzutowe, takie jak P^3 lub P^n musimy porzucić reprezentacje wizualne i przyjąć myślenie abstrakcyjne. Ta mentalna zmiana jest niezbędna do zbadania złożonych struktur topologicznych, które wykraczają poza nasze własne wymiary.

Na przykład kulę można obrócić, jeśli uznamy, że każdy pasek tworzący południki, które ją pokrywają, może się przecinać przez "zanurzenie", tworząc dwuwarstwowe pokrycie paska Möbiusa z trzema półobrotami ((Morin i Petit 1978)). Ten efekt "samoprzecinania się" jest związany tylko z zanurzeniem tej powłoki w naszej trójwymiarowej przestrzeni reprezentacji R^3 .

Możemy wtedy utworzyć biegun M arkusza tej kuli S^2 z przeciwległym biegunem M' przeciwległego bieguna innego arkusza tej samej powłoki. Nazywa się to "koniunkcją punktów antypodalnych". Ta transformacja pozwala strzałkom czasu, przenoszonym przez południki tej kuli, spotkać się, ale w opozycji na każdym arkuszu tego samego pokrycia, jak na rysunku 6.1.



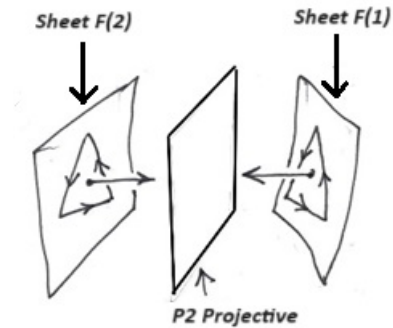
Rysunek 6.1 - Odwracanie sfery poprzez łączenie punktów antypodalnych

Uwaga: Pasek Möbiusa to powierzchnia z jednym bokiem i jedną krawędzią. Jest to klasyczny obiekt matematyczny w topologii, gałęzi matematyki, która bada właściwości przestrzeni, które pozostają niezmiennie w ciągłych przekształceniach. Pasek Möbiusa można utworzyć, biorąc pasek papieru, skręcając go w połowie, a następnie łącząc dwa końce paska. Ta konfiguracja tworzy powierzchnię, która, jeśli zaczniesz rysować wzdłuż niej linię, powróci do punktu początkowego po przekroczeniu obu "stron" paska bez podnoszenia pióra.

To, co sprawia, że pas Möbiusa jest fascynujący, to jego nieorientowalna natura. W normalnej przestrzeni, takiej jak kartka papieru, istnieje wyraźne rozróżnienie między "powyżej" i "poniżej". Na pasku Möbiusa nie ma jednak takiego rozróżnienia: gdy poruszasz się po powierzchni, przechodzisz płynnie z góry na dół i odwrotnie. Pasek Möbiusa jest często używany do zilustrowania ważnych pojęć w topologii i geometrii, takich jak idea jednostronnej powierzchni i granice naszej intuicji przestrzennej. W fizyce

teoretycznej i kosmologii pas Möbiusa może być również wykorzystywany jako model do badania złożonych struktur przestrzennych i zjawisk, takich jak skręcanie czasoprzestrzeni lub połączenie między różnymi wymiarami.

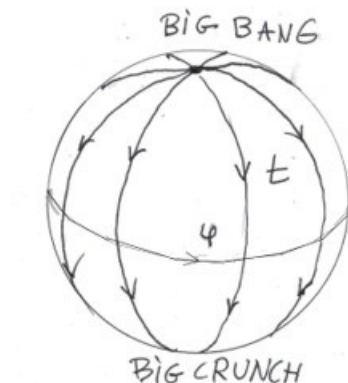
Na przykład symetria PT może być interpretowana jako ścieżka płaszczyzny rzutowej od jednego arkusza okładziny do drugiego (rysunek 6.2).



Rysunek 6.2 - P^2 Projektor

Aby obiekt geometryczny mógł być wyposażony w funkcjonalny układ współrzędnych, niezbędna jest nieujemność wyznacznika jego metryki. W szczególności, w kontekście "współrzędnych gaussowskich", zasada ta ma kluczowe znaczenie. W przestrzeni czterowymiarowej wymóg ten pozwala na foliowanie przestrzeni przez zbiór trójwymiarowych hiperpowierzchni. Te hiperpowierzchnie są "ortogonalne" do geodezji, co oznacza prostopadłość do ścieżek, którymi podążałby obiekt w ruchu swobodnym, i są charakteryzowane wyłącznie przez współrzędną czasu. Rozróżnienie między "strzałką czasu" a "czasem właściwym" jest tutaj ważne: strzałka czasu odnosi się do jednokierunkowego wymiaru czasowego, podczas gdy czas właściwy jest miarą czasu specyficzną dla obserwatora.

W kontekście dwuwymiarowej czasoprzestrzeni, którą badamy, foliacja jest wykonywana przy użyciu serii okręgów. Każdy punkt na tych okręgach może być powiązany z "wektorem czasu", który jest ortogonalny do okręgów. Ortogonalność w tym przypadku oznacza, że wektor czasu jest ustawiony prostopadle do powierzchni każdego okręgu, tworząc odrębny czasowy składnik czasoprzestrzeni (rysunek 6.3).



Rysunek 6.3 - Ilustracja "wektora czasu" ortogonalnego do okręgu w rodzinie okręgów wypełniających sferę S^2

Mimo to ten "obiekt" ma dwa osobliwe punkty, a mianowicie bieguny, w których azymut jest niezdefiniowany. Te bieguny reprezentują nieuniknione "osobliwości siatki". Są one dwa, ponieważ charakterystyka Eulera-Poincarégo tego obiektu jest równa 2. Na przykład, jeśli weźmiemy pod uwagę prosty wielościan, taki jak czworościan, który reprezentuje przybliżenie kuli, która jest ostrosłupem o podstawie trójkąta, jego charakterystyka Eulera-Poincarégo wynosi 4 (wierzchołki) $- 6$ (krawędzie) $+ 4$ (ściany) $= 2$. Cecha Eulera-Poincarégo kuli S^n jest równa 2 , jeśli n jest parzysta i zero, jeśli n jest nieparzysta (5.3.3).

Z naszego punktu widzenia wszechświat byłby kulą S^4 z dwoma osobliwościami, Wielkim Wybuchem i Wielkim Chrupnięciem. Czterowymiarowa kula S^4 jest analogiczna do zwykłej kuli, rozszerzając tę koncepcję na wyższe wymiary. Jeśli weźmiemy pod uwagę tę sferę z jej dwoma biegunami, Wielkim Wybuchem i Wielkim Chrupnięciem, można ją odwzorować za pomocą "równoległości" (podobnych do równoległych okręgów na powierzchni 2D). S^2). Ten proces foliacji obejmuje tworzenie warstw lub "plasterków" w poprzek kuli, które są analogiczne do linii reprezentujących szerokości geograficzne na Ziemi. Orientacja przeszłość-przyszłość staje się wtedy wszędzie jednolita. W tym kontekście orientacja przeszłość-przyszłość odnosi się do kierunku czasu od Wielkiego Wybuchu do Wielkiego Chrupnięcia, który staje się spójny w całej tej pofałdowanej strukturze. W odniesieniu do tej normalnej do równoległych powierzchni, czasoprzestrzeń jest orientowalna, co oznacza, że istnieje dobrze zdefiniowane pojęcie "w górę" i "w dół" w strukturze czasoprzestrzeni.

Jednak poprzez "złożenie" tej powierzchni (albo S^2 lub S^4), tworzymy sytuację, w której dwie równoległości nakładają się na siebie. Składanie w tym sensie oznacza manipulowanie strukturą kuli w taki sposób, że różne części powierzchni stykają się ze sobą. Ich wektory czasu stają się wtedy antyrównoległe lub przeciwne, jak wspomniano wcześniej. Wektor czasu jest sposobem reprezentowania kierunku czasu w każdym punkcie czasoprzestrzeni. Gdy wektory te stają się antyrównoległe, oznacza to, że kierunek czasu jest odwrócony w punktach styku. Prowadzi to do tego, co możemy nazwać "indukowaną orientacją". Indukowana orientacja odnosi się tutaj do nowej orientacji wektorów czasu wynikającej z procesu składania. W każdym punkcie tej czasoprzestrzeni, zorganizowanej jako dwuwarstwowe pokrycie paska Möbiusa z trzema półobrotami (dwukrotne pokrycie), "materia antypodalna" (zarówno przestrzenna, jak i czasowa) pojawia się "retrochronicznie". Pasek Möbiusa z trzema półobrotami jest jednostronną powierzchnią, którą można zwizualizować poprzez trzykrotne skrócenie paska papieru przed połączeniem jego końców.

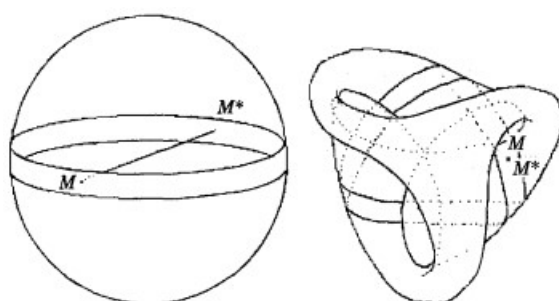
W artykule Jean-Pierre'a Petita (Petit 1994) rozważa on oddziaływanie wszechświata z polem grawitacyjnym wytworzonym przez jego antypodę, zakładając, że prawa oddziaływania są :

1. Według Newtona zwykłe masy przyciągają się wzajemnie.

2. Według Newtona "antypodyczne" masy przyciągają się wzajemnie.
3. Zwykle masy i masy "antypodalne" odpychają się wzajemnie zgodnie z prawem "anty-Newtona".

Hipoteza ta doprowadziła go do "złożenia" wszechświata poprzez nadanie mu topologii "dwuwarstwowego pokrycia" powierzchni 2D.

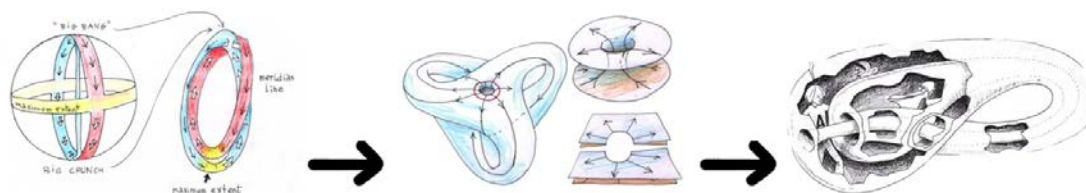
W ten sposób "złożona" kula S^2 (powierzchnia zamknięta) staje się pokryciem innej powierzchni zamkniętej, powierzchni Boya, która ma pojedynczy biegun i której charakterystyka Eulera-Poincarégo jest równa 1, jak na rysunku 6.4. Powierzchnia Boya jest unikalną nieorientowalną powierzchnią 3D z pojedynczą powierzchnią i pojedynczą krawędzią, posiadającą punkt osobliwy, w którym zbiegają się wszystkie punkty antypodalne. Powierzchnia Boya jest przykładem nieorientowalnej powierzchni 3D z pojedynczą powierzchnią i krawędzią. Jest ona intrygująca, ponieważ w przeciwieństwie do klasycznej sfery, posiada pojedynczy punkt, w którym zbiegają się wszystkie antypody. Oznacza to, że jeśli zaczniesz rysować linię na powierzchni Boya, ostatecznie powrócisz do punktu początkowego bez przekraczania krawędzi lub korzystania z drugiej strony, ponieważ nie ma żadnej.



Rysunek 6.4 - Sąsiedztwo równika 2-sfery i jego położenie na powierzchni Boya.

Na tym etapie Wielki Wybuch i Wielki Chrupnięcie "zbiegają się".

W miejsce tej biegunowej osobliwości można przewidzieć "rurkę" łączącą te dwie osobliwości siatki:



Rysunek 6.5 - Powierzchnia Boya w środku po foliacji sfery S^2 i butelka Kleina K^2 po prawej

Osobliwy charakter znika, a obiekt staje się podszewką butelki Kleina K^2 . Butelka Kleina to nieorientowalna powierzchnia bez wyraźnej granicy lub wnętrza, której charakterystyka Eulera-Poincarégo wynosi zero, jak pokazano na rysunku 6.5. Butelka Kleina to kolejna nieorientowalna powierzchnia, która nie ma wyraźnej granicy ani wnętrza. Wyobraźmy

sobie pasek Möbiusa, którego krawędzie również są połączone. W przeciwieństwie do powierzchni Boya, butelka Kleina nie może być reprezentowana w naszej trójwymiarowej przestrzeni bez samoprzecięcia. Interesujące jest jej topologiczne zachowanie, w którym pojęcia "wewnątrz" i "na zewnątrz" nie są rozdzielone, zapewniając użyteczną reprezentację dla pewnych idei w topologii i kosmologii teoretycznej.

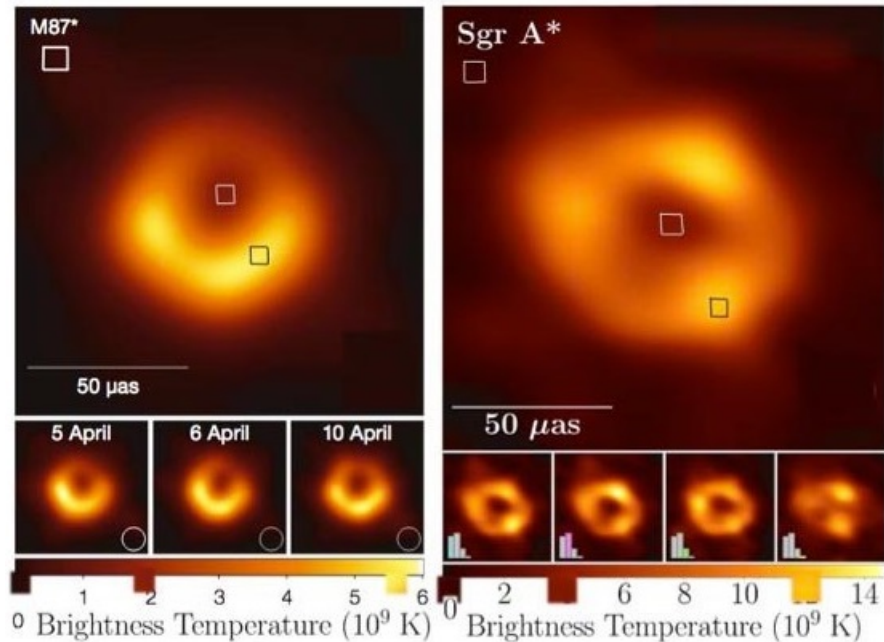
Uważam, że ograniczenia fizyki teoretycznej i kosmologii w latach pięćdziesiątych XX wieku można przypisać opóźnieniu tej dziedziny w przyjęciu topologii. Topologia, badanie właściwości zachowywanych przez ciągłe deformacje, mogła zaoferować nowe sposoby zrozumienia struktury wszechświata i jego złożonych struktur.

7 Alternatywna interpretacja supermasywnych obiektów subkrytycznych M87 i Sagittarius A* .

Pierwsze zdjęcia supermasywnych obiektów znajdujących się w centrum galaktyk, opublikowane w *Astrophysical Journal*, zostały zinterpretowane głównie jako gigantyczne czarne dziury. Interpretacja ta opiera się na braku powszechnie akceptowanych alternatywnych wyjaśnień. Niniejsze badanie ponownie analizuje te obrazy, w szczególności te dotyczące obiektów w centrum galaktyki M87 i Drogi Mlecznej. Podkreśla ono możliwość istnienia podkrytycznych supermasyw, których promień jest tylko o 5,72% krótszy od promienia Schwarzschilda obliczonego na podstawie ich masy. Zobaczymy również, że centralne części tych obiektów są przyciemnione przez efekt grawitacyjnego przesunięcia ku czerwieni, reprezentowany przez $z + 1$. Przesunięcie to jest obliczane jako stosunek długości fali światła odbieranego przez odległego obserwatora do światła emitowanego z powierzchni, odpowiadający stosunkowi maksymalnej i minimalnej obserwowanej temperatury centrum do korony tych obiektów, wartość niezwykle bliska 3. Przeanalizujemy pomysł, że ich stabilność może wynikać z równowagi między grawitacyjnym zapadaniem się, spowodowanym fizyczną krytycznością występującą na długo przed krytycznością geometryczną, a niezwykle wysokim ciśnieniem radiacyjnym o stałej gęstości emanującym z ich centrów, proporcjonalnym do kwadratu prędkości światła - zjawisko po raz pierwszy rozważone przez Karla Schwarzschilda w jego drugiej pracy opublikowanej w lutym 1916 roku. Nasza analiza ma na celu wzbogacenie naszego rozumienia supermasywnych obiektów w centrach galaktyk poprzez zaproponowanie alternatywnej interpretacji.

7.1 Wprowadzenie

Obrazy dwóch supermasywnych obiektów znajdujących się w centrum galaktyki M87 i Drogi Mlecznej wzbudziły duże zainteresowanie mediów, które natychmiast określiły je jako "*pierwsze obrazy gigantycznych czarnych dziur*". Zdjęcia te zostały opublikowane w prestiżowym czasopiśmie *Astrophysical Journal* (M87 (Akiyama 2019) i Sagittarius A w centrum Drogi Mlecznej (Akiyama 2022)). Poniżej znajduje się pasek łączący odcień koloru z tak zwaną "*temperaturą jasności*":



Rysunek 7.1 - Obrazy obiektów M87 i Sagittarius A

Na rysunku 7.1, po lewej stronie, pierwszy obraz obiektu w centrum galaktyki M87 został opublikowany w 1999 roku, pokazując minimalną temperaturę jasności 1,8 miliarda stopni i maksymalną temperaturę 5,7 miliarda stopni, ze stosunkiem bliskim 3. Trzy lata później, w 2022 roku, opublikowano drugi obraz po prawej stronie, pokazujący minimalne temperatury 4 miliardów stopni i maksymalne temperatury 12 miliardów stopni, również ze stosunkiem bliskim 3. Te dwa obiekty mają bardzo różne masy, pierwszy jest 1625 razy bardziej masywny niż drugi. Wydaje się dziwne, że w tych okolicznościach, dla obu obiektów, obłok gorącego gazu na pierwszym planie ma takie właściwości, że stosunek maksymalnych i minimalnych temperatur jest tak bliski 3 w obu przypadkach. Jeśli obraz trzeciego obiektu doprowadziłby do takiej samej obserwacji, rozsądnie byłoby zakwestionować prawdziwą naturę tych obiektów.

Pierwsze obrazy supermasywnych obiektów znajdujących się w centrum galaktyk były związane z gigantycznymi czarnymi dziurami, a centralna część, która nie jest idealnie czarna, wydaje się być spowodowana światłem emanującym z dysku gorącego gazu krążącego wokół czarnej dziury. Jednak, jak zobaczymy w dalszej części tego opracowania, gwiazda neutronowa może osiągnąć stan krytyczny w dwóch scenariuszach:

- W gwałtowny sposób, obejmujący nagłe zapadnięcie się supermasywnej gwiazdy na jej żelazne jądro przed przekształceniem się w supernową.
- W układach podwójnych podkrytyczna gwiazda neutronowa powoli gromadzi masę poprzez pochłanianie gazu emitowanego przez towarzyszącą jej gwiazdę za pośrednictwem "wiatru gwiazdowego". Masa krytyczna, do której może potencjalnie ulec dalszej transformacji, zależy od równania stanu materii wewnątrz gwiazdy

neutronowej i może się różnić. Zazwyczaj obecne modele szacują, że masa krytyczna wymagana do dalszej transformacji jest w przybliżeniu w zakresie od 2 do 3 razy większa od masy Słońca, blisko granicy Tolmana-Oppenheimera-Volkoffa.

Szczególną cechą takiego modelu jest to, że masywny obiekt musi mieć stosunek temperatury jasności 3 między koroną a centrum (temperatura maksymalna i minimalna). Jak pokażemy później, bardziej spójną alternatywną interpretacją byłoby przypisanie pociemnienia centralnej części tych obiektów efektowi grawitacyjnego przesunięcia ku czerwieni, który rozszerza lub spowalnia czas w pobliżu ich horyzontu.

Dzieje się tak, ponieważ masywny obiekt zakrzywia czasoprzestrzeń wokół siebie, wpływając na trajektorię nie tylko masywnych obiektów, ale także światła. Kiedy foton przechodzi w pobliżu takiego obiektu, jego tor jest zakrzywiony z powodu tego zakrzywienia czasoprzestrzeni, zjawiska znanego jako soczewkowanie grawitacyjne (patrz rysunek 3.4). Jednak nie tylko tor fotonu ulega zmianie: w miarę oddalania się od masywnego obiektu foton traci energię, aby uciec przed silnym polem grawitacyjnym. Ta utrata energii skutkuje zmniejszeniem jego częstotliwości, co wydłuża jego długość fali w kierunku czerwonego końca widma światła, zjawisko znane jako grawitacyjne przesunięcie ku czerwieni.

Aby obliczyć energię utraconą przez foton w wyniku przesunięcia ku czerwieni, konieczne jest zrozumienie, że energia fotonu jest bezpośrednio związana z jego częstotliwością f poprzez równanie $E = hf$ gdzie h jest stałą Plancka.

Jeśli rozważymy foton emitowany z częstotliwością f_e i obserwowany ze zmniejszoną częstotliwością f_r z powodu grawitacyjnego przesunięcia ku czerwieni, energia utracona przez foton może być wyrażona jako różnica między energią początkową i końcową:

$$\Delta E = h(f_e - f_r)$$

Wykorzystując zależność między częstotliwością a długością fali ($f = \frac{c}{\lambda}$), gdzie c jest prędkością światła, równanie to można przepisać w postaci długości fali:

$$\Delta E = hc \left(\frac{1}{\lambda_r} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

Korzystając z definicji przesunięcia ku czerwieni grawitacyjnej $z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e}$ możemy przekształcić, aby uzyskać wyrażenie w kategoriach z :

$$\Delta E = hc \left(\frac{1}{\lambda_e(1+z)} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

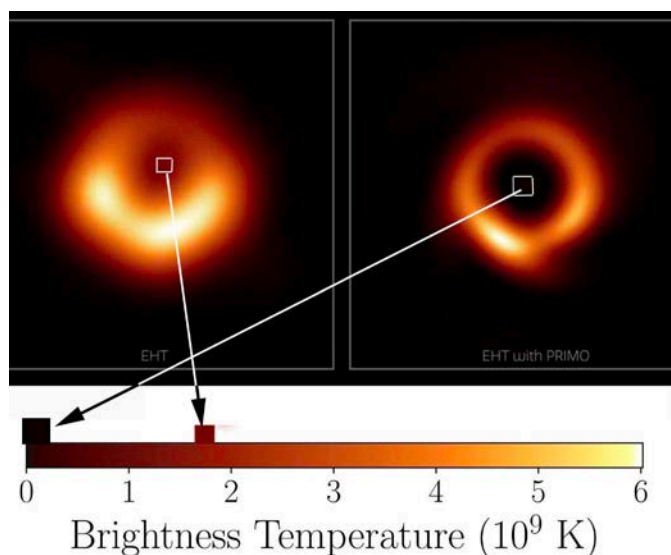
$$\Delta E = -\frac{hc}{\lambda_e} \left(\frac{z}{1+z} \right)$$

Równanie to pokazuje, że energia utracona przez foton w wyniku przesunięcia grawitacyjnego zależy od długości fali, przy której został on wyemitowany i wartości przesunięcia grawitacyjnego. Znak ujemny oznacza utratę energii.

Ta utrata energii nie jest tylko pozorna. Na przykład kosmiczne mikrofalowe promieniowanie tła jest promieniowaniem, które uległo największemu grawitacyjnemu przesunięciu ku czerwieni, ze współczynnikiem z około 1100, co odpowiada bardzo niskiej temperaturze i energii około 3 kelwinów (-270°C), znacznie poniżej pierwotnej energii (patrz rysunek 3.10).

Należy również zauważyć, że bardzo drobne, skolimowane dzęty obserwowane w pobliżu supermasywnych obiektów wskazują na obecność silnego pola magnetycznego, które przeciwstawia się zapadaniu się obiektu pod wpływem grawitacji, wywierając intensywne przeciwstawne ciśnienie magnetyczne. Obiekty te, podobnie jak gwiazdy neutronowe o maksymalnej masie, są podkrytyczne, co skutkuje efektem przesunięcia ku czerwieni grawitacyjnej ograniczonym do 3. Sugeruje to, że obiekty te mogą być masywnymi obiektami podkrytycznymi.

W nauce, gdy obserwacja nie zgadza się z teorią, zwykle to teoria jest kwestionowana. Jednak w najnowszej pracy opublikowanej w *Astrophysical Journal* (Medeiros 2023) naukowcy zmodyfikowali obserwacje, aby dostosować je do modelu czarnej dziury. Wygenerowali syntetyczne obrazy czarnych dziur, manipulując różnymi parametrami, takimi jak masa, moment pędu itp. i wybierając ten, który najlepiej pasował do obserwowanych danych za pomocą oprogramowania PRIMO, jak pokazano na rysunku 7.2.



Rysunek 7.2 - Syntetyczny obraz czarnej dziury M87 przetworzony przez PRIMO po prawej stronie w porównaniu z oryginalnym obrazem po lewej stronie.

Wynik potwierdził teorię, ale wzbudził wątpliwości co do rygoru naukowego i obiektywności badań.

7.2 Alternatywna interpretacja zjawiska

Alternatywną interpretacją jest przypisanie tej zmiany koloru od środka do krawędzi grawitacyjnemu przesunięciu ku czerwieni, z $z = 2$ prowadzącym do wydłużenia długości fali o czynnik $1 + z = 3$. Co możemy powiedzieć o takich obiektach?

7.2.1 Porównanie fizycznych i geometrycznych czynników krytycznych

W sekcji 5.1 zbadaliśmy rozwiązania Schwarzschilda dla równań Einsteina, podkreślając zewnętrzną metrykę Schwarzschilda i odpowiadającą jej metrykę wewnętrzną dla płynu o stałej gęstości. ρ_0 . Rozwiązania te zostały potwierdzone przez zjawiska takie jak przesunięcie perihelium Merkurego i zjawisko soczewkowania grawitacyjnego (rysunek 3.4). Karl Schwarzschild starał się upewnić, że warunki rządzące tymi dwiema metrykami są zgodne z rzeczywistością fizyczną.

W scenariuszu, w którym gęstość gwiazdy, ρ_0 pozostaje stała, można zdefiniować charakterystyczny promień \hat{r} może być zdefiniowany. Rzeczywiście, jeśli weźmiemy pod uwagę wewnętrzną metrykę opublikowaną przez Schwarzschilda w jego drugim artykule z lutego 1916 roku (Schwarzschild 1916a):

$$ds^2 = \left(\frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \frac{3}{\kappa\rho_0} (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

Schwarzschild uznał prędkość światła c jako równą jeden. Zatem wyrażenie $\frac{3}{\kappa\rho_0}$ powinno być zapisane jako $\frac{3c^2}{\kappa\rho_0}$. Następnie K. Schwarzschild zdefiniował stałą κ jako równą $8\pi k^2$ "gdzie k^2 jest stałą grawitacyjną Gaussa", co następnie pozwoliło mu na wprowadzenie promienia charakterystycznego \hat{r}^2 równy $\frac{3}{\kappa\rho_0}$ który jest również promieniem okręgu tworzącego część południka powierzchni Flamm ((Oppenheimer i Snyder 1939)). W ten sposób poprzednie równanie prowadzi nas do:

$$ds^2 = \left(\frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \hat{r}^2 (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

Następnie, gdy K. Schwarzschild używa kąta χ do lokalizacji punktów wewnątrz sfery, przełącza się na zmienną r poprzez zastosowanie zmiany zmiennej $r = \hat{r} \sin\chi$ W ten sposób otrzymujemy współczesną postać metryki. Tolman dostarczył precyzyjne stwierdzenie w 1934 roku, podając następujące ((Tolman 1934)):

$$ds^2 = - \frac{dr^2}{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2} \right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_n^2}{\hat{r}^2} \right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2} \right)} \right]^2 c^2 dt^2$$

Gdzie r_n jest promieniem gwiazdy, a \hat{r} jest stałą gwiazdną w funkcji jej gęstości ρ_0 . Zauważmy, że formułuje ona kolejność wyrazów w metryce zgodnie z sygnaturą $(- - - +)$ ale zachowuje znaki odpowiednich wyrazów.

Rozważmy stacjonarnego obserwatora ($dr = d\theta = d\phi = 0$) znajdującego się wewnątrz gwiazdy. Metryka przyjmuje postać :

$$ds = cd\tau = \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_n^2}{\hat{r}^2}\right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right)} \right] cdt = f(r)dt$$

gdzie τ to czas właściwy obserwowany przez stacjonarnego obserwatora wewnątrz gwiazdy, a $f(r)$ jest współczynnikiem czasu.

Następnie, jak pokazano w sekcji 5.1, gdy czynnik czasu wynosi zero w centrum gwiazdy, fizyczna krytyczność zostaje osiągnięta przed pojawieniem się krytyczności geometrycznej, gdy promień gwiazdy jest tylko o 5,72% mniejszy niż promień krytyczny. \hat{r} wydedukowany z jej gęstości:

$$r_n = R_{cr\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}} \hat{r} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G \rho_0}}$$

7.2.2 Przesunięcie ku czerwieni grawitacyjnej bliskie krytyczności fizycznej

Rozwiązanie Schwarzschilda zostało następnie podjęte, w innej formie, przez Tolmana ((Tolman 1934)), Oppenheimera ((Oppenheimer i Snyder 1939)) i innych ((Adler, Bazin i Schiffer 1975)), prowadząc do równania stanu, znanego jako równanie Tolmana-Oppenheimera-Volkoffa (TOV), przedstawionego w postaci różniczkowej:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\rho c^2 + p}{r^2} \left(\frac{4\pi G}{c^4} p r^3 + \frac{Gm(r)}{c^2} \right) \left(1 - \frac{2Gm(r)}{c^2 r} \right)^{-1}$$

Zintegrowana wartość została podana przez Karla Schwarzschilda sto lat wcześniej (patrz rysunek 7.3), gdzie w swoim drugim artykule (Schwarzschild 1916a) opublikowanym w lutym 1916 roku, opisuje on geometrię wewnątrz kuli wypełnionej nieściśliwym płynem o stałej gęstości ρ_0 :

$$f_2 = \frac{3}{\alpha \rho_0} \sin^2 \chi, \quad f_4 = \left(\frac{3 \cos \chi_a - \cos \chi}{2} \right)^2, \quad f_1 f_2 f_4 = 1. \quad (29)$$

$$\longrightarrow \rho_0 + p = \rho_0 \frac{2 \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \quad (30)$$

$$3x = r^3 = \left(\frac{\alpha \rho_0}{3} \right)^{-3/2} \left[\frac{9}{4} \cos \chi_a \left(\chi - \frac{1}{2} \sin 2\chi \right) - \frac{1}{2} \sin^3 \chi \right]. \quad (31)$$

Rysunek 7.3 - Prawo ciśnienia uzyskane w 1916 roku przez Karla Schwarzschilda.

We wzorze tym prędkość światła jest zawsze dostosowywana do wartości jednostkowej. W związku z tym wzór ten jest równoważny:

$$p = \rho_0 c^2 \left(\frac{\cos\chi - \cos\chi_a}{3\cos\chi_a - \cos\chi} \right)$$

Następnie, jak pokazano w Sekcji 7.2.1, K. Schwarzschild zmienił na zmienną r przez następującą prostą zmianę zmiennej :

$$r = \hat{r} \sin\chi$$

Ciśnienie staje się zerowe na powierzchni gwiazdy dla $\chi = \chi_a$ o promieniu określonym przez :

$$r_a = \hat{r} \sin\chi_a$$

Środek gwiazdy odpowiada $\chi = 0$ więc ciśnienie wynosi :

$$p = \rho_0 c^2 \left(\frac{1 - \cos\chi_a}{3\cos\chi_a - 1} \right)$$

Nakłada to maksymalny limit na ten promień dla $\cos\chi_a = \frac{1}{3}$ znaczenie :

$$r_a = R_{cr\phi} = \hat{r} \sqrt{\frac{8}{9}} \approx 0,9428\hat{r}$$

Jeśli jednak weźmiemy pod uwagę masę odpowiadającą fizycznej krytyczności :

$$M_{cr\phi} = \frac{4}{3} \pi \hat{r}^3 \rho_0$$

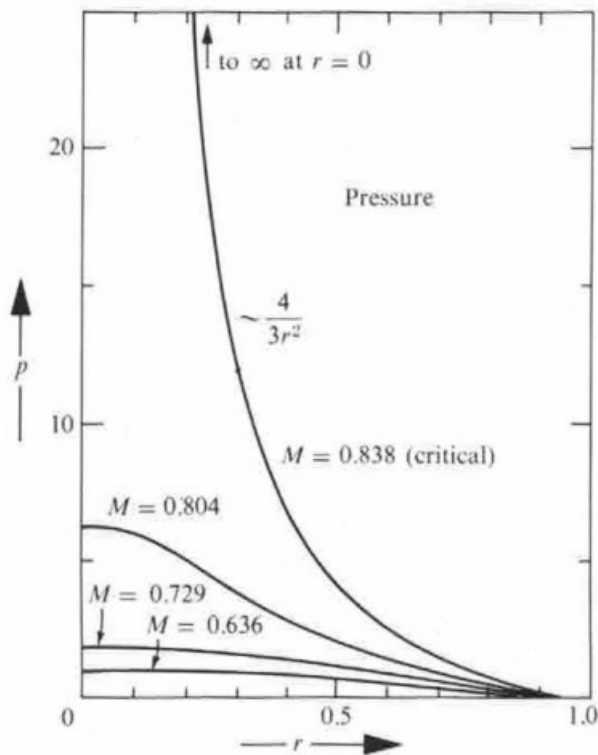
i ten odpowiadający krytyczności geometrycznej:

$$M_{cr\gamma} = \frac{4}{3} \pi r_a^3 \rho_0$$

otrzymujemy następującą zależność:

$$M_{cr\phi} = \left(\frac{8}{9} \right)^{\frac{3}{2}} M_{cr\gamma} = 8.838 M_{cr\gamma} = 2.5 M_{solar}$$

Wartość ta jest zgodna z masami niektórych gwiazd neutronowych, które byliśmy w stanie wywnioskować bezpośrednio z dostępnych obserwacji i dla których Thorne, Wheeler i Misner oszacowali w swojej książce (strona 611 (Thorne, Wheeler, and Misner 1973)) jako masę krytyczną, po przekroczeniu której ciśnienie spada do nieskończoności, jak pokazano na rysunku 7.4:



Rysunek 7.4 - Zmiana ciśnienia wewnątrz gwiazdy neutronowej o stałej gęstości

Oczywiście nigdy nie będziemy mieć obrazów gwiazd neutronowych porównywalnych z tymi, które przedstawiają obiekty w centrum M87 i Drogi Mlecznej. Obliczmy więc grawitacyjny efekt przesunięcia ku czerwieni $z + 1$ (odpowiadający masywnym ciałom niebieskim w pobliżu tej fizycznej krytyczności. Efekt ten wpływa na światło emitowane z ich powierzchni w kierunku radialnym do odległego obserwatora, który odbiera je z rozciągniętą długością fali (redshift). λ_r długość fali (przesunięcie ku czerwieni). Jest ona dana przez:

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R_s}{r_a}}}$$

Jednak w centralnej części geometryczny promień krytyczności jest zdefiniowany przez promień Schwarzschilda, który wynosi :

$$R_s = \frac{2GM_{cr}}{c^2} = \frac{2G}{c^2} \left(\frac{4}{3} \pi r_a^3 \rho_0 \right) = \frac{8\pi G \rho_0}{3c^2} r_a^3 = \frac{r_a^3}{\hat{r}^2}$$

Wtedy przesunięcie ku czerwieni grawitacyjnej daje :

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r_a^2}{\hat{r}^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{r_a c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{8}{9}}} = 3$$

Jest to dokładnie wartość wydedukowana ze stosunku między maksymalną i minimalną temperaturą wydedukowaną z dwóch pierwszych obrazów czarnych dziur znajdujących się w centrum galaktyk M87 i Drogi Mlecznej. Tak więc obrazy tych supermasywnych obiektów mogą również odpowiadać subkrytycznym jednostkom, w których ciśnienie w ich centrum - zdefiniowane jako gęstość energii na jednostkę objętości - byłoby albo nieskończone, albo przynajmniej bardzo wysokie.

7.2.3 Zmiany prędkości światła i ciśnienia w plazmach o stałej gęstości

Rozważmy teraz płyn (plazmę wodorową) o założonej stałej gęstości. W temperaturze poniżej 3000° ciśnienie wewnątrz jest określone przez :

$$p = \frac{\rho_0 v^2}{3}$$

gdzie v jest średnią prędkością mieszania termicznego cząstek tworzących plazmę. Zatem rozumowanie, że "jeśli ciśnienie p dąży do nieskończoności, to prędkość ta powinna również dążyć do nieskończoności, co jest sprzeczne z centralną zasadą szczególnej teorii względności, "zasadą przyczynowości", zgodnie z którą żaden efekt fizyczny nie może rozprzestrzeniać się z prędkością $v > c$ " ((Thorne, Wheeler i Misner 1973)), prowadziłoby do fizycznej aberracji. Niemniej jednak, w tym obszarze czasoprzestrzeni, ciśnienie wewnątrz plazmy staje się promieniotwórcze:

$$p_r = \frac{\rho_0 c^2}{3}$$

Jeśli przewidujemy zwiększenie tego ciśnienia radiacyjnego przy stałej gęstości, można to osiągnąć jedynie poprzez rozważenie zmiany prędkości światła w ośrodku, co jako pierwszy przewidział Karl Schwarzschild (Schwarzschild 1916a):

Die Lichtgeschwindigkeit in unserer Kugel wird:

$$v = \frac{2}{3 \cos \chi_a - \cos \chi_s}, \quad (44)$$

Rysunek 7.5 - Zmiana prędkości światła w kuli o stałej gęstości

Tak więc, jak wskazał w swoim artykule, wzrost prędkości światła podąża za wzrostem ciśnienia. Co się dzieje, gdy ciśnienie wzrasta, podobnie jak wartość prędkości światła? Po prostu, jest jasne od Karla Schwarzschilda (strona 433 z (Schwarzschild 1916a)), że te dwie wielkości stają się nieskończone dla $\cos \chi_a = \frac{1}{3} \cos \chi_s$ co odpowiada $r = R_{cr\phi}$ (44), jak pokazano w sekcji 7.2.2.

Z badań Karla Schwarzschilda możemy wywnioskować, że stabilność tych supermasywnych obiektów podkrytycznych wynika z faktu, że zapadanie grawitacyjne, spowodowane fizyczną krytycznością występującą na długo przed krytycznością geometryczną, jest kompensowane przez niezwykle wysokie ciśnienie radiacyjne o stałej gęstości z ich centrów, proporcjonalne do kwadratu prędkości światła.

7.3 Wnioski

Przeanalizowaliśmy obrazy supermasywnych obiektów znajdujących się w centrum galaktyk, które początkowo zostały zaprezentowane w *Astrophysical Journal* jako pierwsze obrazy gigantycznych czarnych dziur. Dzięki naszym dogłębnym badaniom proponujemy alternatywną interpretację tych obiektów, które mogą odpowiadać podkrytycznym supermasywnym cechom, wykazującym stosunek maksymalnej do minimalnej temperatury bliski 3. Rzeczywiście, ich promień jest tylko o 5,72% krótszy niż długość Schwarzschilda wydedukowana z ich masy. Obserwacja ta dobrze pasuje do efektu grawitacyjnego przesunięcia ku czerwieni, potencjalnie charakterystycznego dla gwiazd neutronowych zbliżających się do fizycznego stanu krytycznego, jak sugeruje wewnętrzne rozwiązanie geometryczne Schwarzschilda opublikowane w jego drugiej pracy z lutego 1916 roku. Rozwiązanie to, w dużej mierze nieznanie większości powojennych kosmologów i przetłumaczone na język angielski dopiero w 1999 roku, oferuje unikalną perspektywę obserwacji tych zjawisk. Badając takie aspekty jak ciśnienie, prędkość światła i czynnik czasu w tych obiektach, staramy się wzbogacić istniejący opis złożonych zjawisk astrofizycznych w sercu galaktyk. Obejmuje to badanie ich stabilności, która może być utrzymywana przez równowagę między zapadaniem grawitacyjnym, wynikającym z fizycznej krytyczności występującej na długo przed krytycznością geometryczną, a niezwykle wysokim ciśnieniem radiacyjnym o stałej gęstości pochodzącym z ich centrów, proporcjonalnym do kwadratu prędkości światła. Stuletnia praca Karla Schwarzschilda przypomina nam, że wciąż istnieją tajemnice, które należy rozwikłać w ramach dobrze ugruntowanych teorii. Postawione przez nas pytania, w szczególności dotyczące ewolucji czynnika czasu i jego głębokich implikacji dla samej koncepcji czasu, są kluczowe i zachęcają do dalszych badań. Jeśli przyszłe obserwacje potwierdzą nasze hipotezy, zwłaszcza jeśli zostanie odkryty obraz trzeciego supermasywnego obiektu o podobnym stosunku temperatur, zachęci to do ponownej oceny niektórych z naszych obecnych modeli astrofizycznych. Wszechświat, w całym swoim ogromie i złożoności, nadal stymuluje nas w naszym nienasyconym dążeniu do wiedzy.

8 Wyzwania i debaty

8.1 Wyzwania napotkane w komunikacji i akceptacji modelu

W naszych wysiłkach na rzecz rozpowszechniania i walidacji modelu kosmologicznego Janus napotkaliśmy ogromne wyzwania, szczególnie w dziedzinie publikacji naukowych. Ta sekcja ma na celu wyszczególnienie tych trudności, podkreślając złożoność i stroniczość nieodłącznie związaną z dominującym międzynarodowym systemem publikacji.

Jedną z najważniejszych przeszkód, jakie napotkaliśmy, był proces recenzowania w renomowanych czasopismach. Odkryliśmy, że system ten, w obecnej formie, jest często sztywny i nieprzepuszczalny dla nowych pomysłów, szczególnie tych, które podważają ugruntowane podstawy fizyki i kosmologii. Nasze próby publikacji w prestiżowych czasopismach, takich jak między innymi *Physical Review D*, *Modern Physics Letters A*, *Astrophysical Journal* i *Astrophysics and Space Science*, spotkały się z oporem i sceptycyzmem. Wydaje się, że opór ten nie wynika z braku rygoru naukowego z naszej strony, ale raczej z ogólnej tendencji społeczności naukowej do utrzymywania status quo.

Podczas naszych prób publikacji otrzymaliśmy odpowiedzi, które ilustrują wyzwania, przed którymi stoimy. Na przykład list od dr Ethana T. Vishniaca, redaktora *The Astrophysical Journal*, podkreślał niekonwencjonalny charakter naszej pracy w kontekście ich publikacji:

Drogi Doktorze Zejli,

Piszę do Pana w związku z cytowanym powyżej manuskrytem, który niedawno przesłał Pan do The Astrophysical Journal.

Przeczytałem Pański manuskrypt i rozważyłem jego stosowność do publikacji w naszym czasopiśmie. Nasze czasopismo specjalizuje się w publikowaniu manuskryptów przedstawiających nowe wyniki obserwacji astronomicznych lub teorię zastosowaną bezpośrednio do systemów astrofizycznych. Niestety, temat manuskryptu, który dotyczy fundamentalnych aspektów teorii względności bimerycznej, nie mieści się w zakresie tematycznym naszego czasopisma. W związku z tym z przykrością informuję, że nie będziemy w stanie opublikować Pańskiego manuskryptu. Niemniej jednak, składam najlepsze życzenia w przyszłych badaniach.

Temat tego artykułu mieściłby się w zakresie czasopisma specjalizującego się w fizyce grawitacji. Z zasady nie polecam konkretnych czasopism. Zauważę tylko, że ten manuskrypt nie jest dobrze zorganizowany jako artykuł badawczy. Większa część artykułu stanowi przegląd wcześniejszych prac, a nowe wyniki i ich znaczenie są trudne do rozróżnienia. Na przykład w abstrakcie nie ma żadnej wzmianki na ten temat.

Pozdrawiam,

Ethan T. Vishniac

Redaktor naczelny AAS

Uniwersytet Johnsa Hopkinsa

Oznacza to, że chociaż nasz manuskrypt dotyczył fundamentalnych aspektów "bimerycznej teorii względności" (czyli bimetrii), to nie był on zgodny z założeniami czasopisma, które

koncentruje się na nowych wynikach astronomicznych i teoriach stosowanych w układach astrofizycznych. Ta uprzejma i pouczająca odpowiedź odzwierciedla ogólną tendencję do faworyzowania prac, które mieszczą się w ustalonych ramach badań naukowych. W przeciwieństwie do tego, odpowiedzi *Physical Review D* były znacznie bardziej zwięzłe, często podsumowywane zwrotem "Nie nadaje się". Ta krótka odpowiedź podkreśla trudności w uzyskaniu akceptacji dla pomysłów, które znacząco odbiegają od istniejących paradygmatów w fizyce teoretycznej i kosmologii.

Te interakcje z wiodącymi czasopismami podkreślają istotne wyzwanie w komunikowaniu nowych teorii naukowych: potrzebę dostosowania innowacyjnych prac do ustalonych oczekiwań i standardów czasopism naukowych, przy jednoczesnym zachowaniu integralności i nowości badań.

Ponadto, ostatnie zmiany w polityce *arXiv*, wiodącego repozytorium pre-publicacji, wprowadziły dodatkową warstwę złożoności. Nowy wymóg, aby zgłoszenia były początkowo poprzedzone publikacją w głównym recenzowanym czasopiśmie, może wydawać się paradoksalny i sprzeczny z intuicją, szczególnie w przypadku pionierskich badań, które mogą napotkać początkowy opór na tradycyjnych forach. Ta zmiana w polityce znacznie utrudniła naszą zdolność do szybkiego udostępniania wstępnych wyników i szerszej interakcji ze społecznością naukową.

Pomimo tych wyzwań pojawiły się przebłyski nadziei i uznania. Dwa czasopisma, rosyjskie *Gravitation and Cosmology* (Pleiades Publishing) i niemieckie *Astronomische Nachrichten*, wykazały chęć poważnego potraktowania naszej pracy. Ich zaangażowanie w nasze badania, choć nie tak duże, jak byśmy tego oczekiwali, jest pozytywnym krokiem w kierunku szerszej akceptacji i zrozumienia JCM.

W poniższej sekcji przeanalizujemy odpowiedzi i krytykę tych czasopism, podkreślając zarówno konstruktywne komentarze, jak i obszary, w których proces wzajemnej oceny mógłby zostać ulepszony, aby uwzględnić innowacyjne teorie naukowe.

8.2 Dyskusja na temat przedstawionych krytycznych uwag i odpowiedzi

W trakcie naszych wysiłków zmierzających do opublikowania modelu kosmologicznego Janus stanęliśmy przed kilkoma znaczącymi wyzwaniami, z których jednym był długi proces recenzowania przez czasopismo *Gravitation and Cosmology*. Po ośmiu miesiącach wytrwałych działań, czasopismo w końcu znalazło recenzenta, który ocenił jakość naszej pracy. Wynik nie był jednak tym, na co liczyliśmy. Oto korespondencja, która zawiera esencję wyzwań, przed którymi stanęliśmy.

Odpowiedź od *Grawitacja i kosmologia*

Drogi doktorze Zejli,

Po wielu próbach otrzymaliśmy raport recenzenta dotyczący artykułu GC23-019 "Nature of the Dipole Repeller". Niestety, raport zawiera szereg poważnych uwag krytycznych. W

związku z tym raportem nie możemy zaakceptować artykułu do publikacji w naszym czasopiśmie.

Z poważaniem,
Dr Sergey V. Bolokhov
Redakcja Grawitacji i Kosmologii

SPRAWOZDANIE REFERENTA

Autorzy starają się wyjaśnić fenomen tzw. odpychacza dipolowego w ramach "modelu kosmologicznego Janusa", który jest w rzeczywistości rodzajem teorii bimetrycznej. Sam model zawiera pewne byty, których istnienie w naturze jest bardzo mało prawdopodobne, takie jak cząstki o ujemnej masie i fotony o ujemnej energii. W tym celu należy przypomnieć, że ostatnie eksperymenty wykazały, że cząstki antymaterii podlegają tym samym siłom grawitacji, co cząstki materii o tej samej masie. To sprawia, że założenie autorów o ujemnych masach jest jeszcze bardziej wątpliwe. Co więcej, wydaje się dziwne, że teoria, o której mowa, jest przywoływana w celu wyjaśnienia tylko jednego zjawiska i nie ma wpływu na inne obserwowane układy. Słabą stroną artykułu jest to, że zawiera on jedynie argumenty jakościowe bez konkretnych obliczeń uwzględniających obserwowane parametry odpychacza.

Moja odpowiedź dla tego recenzenta

Szanowny dr Sergey V. Bolokhov,

Dziękujemy za przesłanie raportu recenzenta dotyczącego naszego manuskryptu "Nature of the Dipole Repeller". Doceniamy czas i wysiłek włożony w recenzję naszej pracy. Uważamy jednak, że mogą istnieć pewne nieporozumienia dotyczące podstawowych koncepcji naszych badań, które chcielibyśmy wyjaśnić.

1. O masie ujemnej i antymaterii: Obawy sędziego dotyczące masy ujemnej w świetle ostatnich eksperymentów z antymaterią podkreślają fundamentalny aspekt naszego modelu, który mógł zostać przeoczony. Model kosmologiczny Janusa, który stanowi podstawę naszego artykułu, przewiduje istnienie dwóch różnych rodzajów antymaterii. Antymateria typu C, podobna do antymaterii Diraca produkowanej w laboratoriach, reaguje na siły grawitacyjne podobnie do zwykłej materii. Z kolei antymateria typu PT, odpowiadająca koncepcji masy ujemnej Feynmana, ma istnieć w centrach kosmicznych pustek, takich jak odpychacz dipolowy. Ten typ wywiera efekt antygravitacyjny, który jest krytycznym elementem naszego modelu i jest wyraźnie opisany na stronie 10 naszego manuskryptu.

2. Potwierdzenia obserwacyjne i zastosowania modelu: Ważność naszego modelu wykracza poza wyjaśnianie zjawiska odpychania dipolowego. Oferuje on wgląd w różne zjawiska astronomiczne, które sędzia mógł przeoczyć w naszym artykule:

Ograniczenie i stabilność galaktyk: Wyjaśnione przez przestrzenie lakunarne wypełnione masami ujemnymi.

Efekty soczewkowania grawitacyjnego: Model wyjaśnia zjawiska soczewkowania

grawitacyjnego wokół galaktyk.

Struktura wszechświata: Nasza teoria proponuje lakunarną strukturę wszechświata wypełnioną skupiskami ujemnych mas, przypominającymi połączone ze sobą bańki mydlane.

Krzywe rotacji galaktyk i anomalie grawitacyjne: Wyjaśniamy spłaszczenie krzywych rotacji i nieoczekiwane przyspieszenie gwiazd na granicach galaktyk.

Wczesne formowanie się galaktyk: Wspierany przez ostatnie obserwacje z teleskopu Jamesa Webba, nasz model sugeruje jednoczesne formowanie się galaktyk w ciągu pierwszych 100 milionów lat istnienia Wszechświata.

Galaktyki z przesunięciem ku czerwieni: Zajmujemy się kwestią przyciemnionej jasności odległych galaktyk (przesunięcie ku czerwieni > 7) z powodu negatywnego efektu soczewkowania grawitacyjnego gromad o ujemnej masie.

Lokalne weryfikacje relatywistyczne: Model jest zgodny ze zjawiskami takimi jak precesja peryhelium Merkurego i odchylenie światła przez Słońce.

Obserwacje supernowych: Asymetria między populacjami o masie dodatniej i ujemnej koreluje z obserwacjami supernowych typu Ia.

3. Błędna interpretacja zakresu modelu: Wreszcie, twierdzenie, że nasza teoria jest przywoływana tylko w celu wyjaśnienia pojedynczego zjawiska, pomija jej szeroki zakres zastosowania. Nasz model oferuje wyjaśnienia m.in. dla spiralnych struktur galaktyk, niewidzialności kosmicznej antymaterii z powodu fotonów o ujemnej energii oraz natury niewidzialnych składników wszechświata.

Wierzmy, że te dodatkowe informacje i wyjaśnienia pomogą rozwiązać obawy wyrażone w raporcie recenzenta. W razie potrzeby jesteśmy gotowi dostarczyć dalsze szczegóły lub poprawki.

Dziękujemy za rozważenie naszej odpowiedzi i cieszymy się na możliwość współtworzenia czasopisma.

Z poważaniem

Niestety, po naszej szczegółowej odpowiedzi odnoszącej się do każdej z obaw recenzenta, nie otrzymaliśmy żadnej dalszej komunikacji. Wydawca i recenzent najwyraźniej wycofali się z dialogu, ilustrując wyzwania i, czasami, pozornie nie do pokonania bariery napotykaną w promowaniu nowych teorii naukowych w ustalonych ramach publikacji akademickich.

Krytyczna analiza zwrotów z czasopisma *Astronomische Nachrichten*

Nasze interakcje z *Astronomische Nachrichten* również stanowiły wyzwanie, ale umożliwiły głębsze zbadanie fundamentalnej kwestii związanej z akceptacją nowych idei w kosmologii. Jedyny recenzent, znaleziony po dwumiesięcznych poszukiwaniach, zainicjował dialog, który uwypuklił wszechobecny problem: zależność od założeń ustalonych przez znanych fizyków, którzy następnie kształtują i utrwalają paradygmaty, w ramach których działa większość kosmologów.

Celem naszej pracy jest przedstawienie nowej geometrycznej i kosmologicznej interpretacji zewnętrznego rozwiązania Schwarzschilda, opartej na dwóch głównych założeniach:

- **Izotropia:** niezmienniczość pod działaniem $SO(3)$, tj. grupy obrotów 3D i translacji przestrzennych.
- **Stacjonarność:** Niezależność warunków metryki w odniesieniu do współrzędnej czasowej, tj. niezmienniczość przez translację czasową.

Ogólne rozwiązanie, pierwotnie opisane przez Schwarzschilda, jest często przedstawiane bez odpowiedniego uzasadnienia. Tolman zauważył w 1934 r. ((Tolman 1934)), że najbardziej ogólna forma zawiera wyrażenie krzyżowe w postaci $drdt$. Termin ten został jednak później pominięty dla wygody. Takie podejście, w tym podejście Schwarzschilda, było stosowane przez wielu badaczy, co zostało szczegółowo omówione w Rozdziale 5. Recenzent wskazał, że nieistnienie takiego członu krzyżowego wynika z przyjętych założeń symetrii. Zarzuca się nam zaniedbanie istotnego założenia symetrii: rozwiązanie powinno być niezmienne, gdy t zostanie zmienione na $-t$ (jak zauważono między innymi w książce Walda (Wald 1984)). W konsekwencji, rozwiązanie ze skrzyżowanym członem $drdt$ nie spełniałoby tego warunku niezmienniczości, ponieważ zmiana t na $-t$ zmienia znak wyrażenia krzyżowego. Ale jaka jest fizyczna podstawa tego założenia symetrii dotyczącego zmiennej czasowej? Nie ma żadnej. Nie zostało ono wspomniane ani przez Schwarzschilda, ani przez wielu jego następców.

Rzeczywiście, rozumowanie (jeśli można to tak nazwać) opiera się na "modelu czarnej dziury" skupionym wokół "nowoczesnej formy", w której nie występuje człon krzyżowy (42). Jest to czysto matematyczna hipoteza, zaprojektowana tak, aby nie była zgodna z namacalną rzeczywistością obserwacyjną, ale z ogólnym przekonaniem o istnieniu czarnych dziur. Dla kosmologów hipoteza ta może zatem wydawać się "naturalna".

Nasze doświadczenia z *Astronomische Nachrichten* ilustrują, jak ugruntowane paradygmaty mogą wpływać na odbiór innowacyjnych pomysłów w kosmologii, podkreślając potrzebę otwartości umysłu i ponownej oceny podstawowych założeń w świetle nowych osiągnięć teoretycznych.

9 Wnioski i dyskusja

Biorąc pod uwagę zasadę brzytwy Occama, która faworyzuje najprostszą teorię, która jest najbardziej spójna z danymi obserwacyjnymi, można stwierdzić, że model Janusa przewyższa Model Standardowy. Model kosmologiczny Janusa zapewnia spójne podejście do wyjaśnienia wielu zjawisk astrofizycznych, oferując jednocześnie jasną interpretację dostępnych danych obserwacyjnych. Podczas gdy Model Standardowy przedstawia niespójności z danymi obserwacyjnymi, wymagając konstrukcji ad hoc, aby obejść te niespójności.

Rzeczywiście, model Janusa wykracza poza zwykłe proponowanie alternatyw dla zjawisk zwykle przypisywanych ciemnej materii i ciemnej energii, takich jak przyspieszenie kosmicznej ekspansji, zamknięcie galaktyk, wyraźne efekty soczewkowania grawitacyjnego i niemal idealna jednorodność kosmicznego tła mikrofalowego (CMB), między innymi. Dostarcza on szczegółowych wyjaśnień na temat natury i tożsamości niewidzialnych składników wszechświata. Model ten rozwiązuje paradoks braku obserwacji pierwotnej antymaterii i oferuje wyjaśnienie odpychacza dipolowego, postrzegając go jako konglomerat masy ujemnej. Ta perspektywa wzmacnia wiarygodność modelu kosmologicznego Janusa w ustalaniu wielkoskalowej struktury wszechświata, jednocześnie wyjaśniając przyczyny trudności w wykrywaniu ujemnej masy za pomocą optycznych instrumentów obserwacyjnych. Wyjaśnia również niską wielkość obiektów astronomicznych z przesunięciem ku czerwieni grawitacyjnej większym niż 7 i przestrzega zasady obalalności, określając konkretne testy obserwacyjne, takie jak obecność konglomeratów o ujemnej masie, z odpychaczem dipolowym jako godnym uwagi przykładem. Ponadto proponuje alternatywne mapowanie wszechświata w oparciu o inną interpretację słabego efektu soczewkowania grawitacyjnego.

Ponadto model Janusa znajduje potwierdzenie w najnowszych danych obserwacyjnych, w szczególności tych uzyskanych z Kosmicznego Teleskopu Jamesa Webba, przewidując formowanie się galaktyk w ich obecnych formach w ciągu pierwszych 100 milionów lat wieku wszechświata. Ponadto

, struktura jej grupy dynamicznej nadaje jej geometrii *symetrię CPT*, dla której konkretne przewidywanie dokonane w 2017 roku zostało potwierdzone we wrześniu 2023 roku. Przewidywanie to dotyczy C-symetrycznej (symetrycznej ładunkowo) antymaterii, syntetyzowanej w laboratorium i emitującej fotony o dodatniej energii, która zgodnie z obserwacjami podlega przyciąganiu grawitacyjnemu w dół, podobnie jak zwykła materia.

Otwiera również obiecujące kierunki badań w mechanice kwantowej, sugerując, że integracja ujemnych stanów energii i masy może mieć kluczowe znaczenie dla kwantyfikacji grawitacji. Model Janusa doskonale pasuje zatem do natury, nie przedstawiając żadnych większych sprzeczności.

W tej książce zagłębiliśmy się w zawiłości tego modelu, odkrywając jego niuanse i potencjał rzucenia światła na tajemnice, które od dawna zaskakują kosmologów i fizyków.

Ta podróż przez dziedziny zaawansowanej matematyki, fizyki teoretycznej i kosmologii demonstruje zdolność modelu do kwestionowania konwencjonalnych perspektyw i oferowania alternatywnych wyjaśnień zjawisk, które obecne modele mają trudności z pełnym wyjaśnieniem. Przedstawione dyskusje i analizy mają na celu wzbogacenie zrozumienia czytelnika i pobudzenie ciekawości do dalszego odkrywania i kwestionowania granic naszej wiedzy naukowej.

Uważam, że ograniczenia w fizyce teoretycznej i kosmologii można przypisać opóźnieniu, z jakim ta dziedzina przyjęła topologię od lat pięćdziesiątych XX wieku. Topologia, badanie właściwości zachowywanych przez ciągłe deformacje, mogła zaoferować nowe sposoby zrozumienia struktury wszechświata i jego złożonych struktur.

Podsumowując, mam nadzieję, że ta książka posłuży nie tylko jako kompleksowy przewodnik po modelu zakotwiczonym w solidnych podstawach teoretycznych ogólnej teorii względności, ale także jako inspiracja i motywacja dla nowego pokolenia myślicieli, którzy odważnie odważą się eksplorować niezbadane terytoria kosmologii. Oby sprzyjało to głębszemu docenieniu złożonego piękna naszego wszechświata i ciągłego dążenia do zrozumienia, które napędza nas jako naukowców i ludzi.

W dynamicznej i stale ewoluującej dziedzinie kosmologii, model ten wyłania się jako istotne światło przewodnie, oświetlające ścieżkę w kierunku niezbadanych terytoriów i nowych perspektyw. Ta podróż jest daleka od zakończenia; stanowi raczej ciągłe wezwanie do dalszych poszukiwań i odkryć.

Bibliografia

- Adler, R., R. Bazin, and M. Schiffer. 1975. *Introduction to General Relativity*. McGraw-Hill.
- Akiyama, K. et al. 2019. "Pierwsze wyniki teleskopu horyzontu zdarzeń M87. I. Cień supermasywnej czarnej dziury". *The Astrophysical Journal*.
- Akiyama, K. et al. 2022. "Pierwsze wyniki teleskopu horyzontu zdarzeń Sagittarius a*. I. Cień supermasywnej czarnej dziury w centrum Drogi Mlecznej".
- Anderson, E. K. et al. 2023. "Obserwacja wpływu grawitacji na ruch antymaterii". *Nature*.
- Bargmann, V., P. G. Bergmann i A. Einstein. 1941. "On the Five-Dimensional Representation of Gravitation and Electricity". *Theodore von Karman Anniversary Volume*, 212.
- Benoit-Lévy, A., i G. Chardin. 2012. "Introducing the Dirac-Milne Universe". *Astronomy and Astrophysics* 537: A78.
- Bergmann, P. 1942. *Wprowadzenie do teorii względności*. Prentice-Hall.
- Bergmann, P. i A. Einstein. 1938. "On a Generalization of Kaluza's Theory of Electricity". *Annals of Mathematics* 39: 683.
- Bondi, H. 1957. "Masa ujemna w ogólnej teorii względności". *Reviews of Modern Physics* 29 (3).
- Bourbaki, N. 2006. *Eléments de Mathématique: Groupes Et Algèbres de Lie*. Springer.
- Boylan-Kolchin, Michael. 2023. "Stress Testing. Λ CDM z kandydatami na galaktyki z dużym przesunięciem ku czerwieni". *Nature*.
- Brennen, C. E. 1995. *Cavitation and Bubble Dynamics*. Oxford University Press.
- Chandrasekhar, S. 1983. *The Mathematical Theory of Black Holes*. Clarendon Press.
- Chaskalovic, Joël. 2009. "Teoria grawitacji dla modelowania matematycznego w geomarketingu". *Journal of Interdisciplinary Mathematics* 12 (3): 417.
- Cronin, J. W. 1964. "Eksperymentalne odkrycie naruszenia CP". *American Physical Society*.
- Damour, T., i Ian I. Kogan. 2002. "Effective Lagrangians and Universality Classes of Nonlinear Bigravity". *Phys. Rev. D*.
- Debergh, N. et al. 2018. "On Evidence for Negative Energies and Masses in the Dirac Equation Through a Unitary Time-Reversal Operator".
- Dyson, F. W., A. S. Eddington i C. Davidson. 1920. "A Determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational Field, from Observations Made at the Total Eclipse of May 29,

1919". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 291-333.

Eddington, A. 1925. "Porównanie z formułami Whiteheada i Einsteina". *Nature*.

Einstein, A. i N. Rosen. 1935. "The Particle Problem in the General Theory of Relativity". *Phys. Rev.* 48: 73.

El-Ad, H., T. Piran i L. N. da Costa. 1997. "Mon. Not. R. Astro. Soc."

Farnes, J. S. 2017. "A Proposal for a Unifying Theory of Dark Energy and Dark Matter." *arXiv Physics.gen-Ph*.

Ferreira, Leonardo et al. 2022. "Panic! At the Disks: First Rest-Frame Optical Observations of Galaxy Structure at $z>3$ with JWST in the SMACS0723 Field." *The Astrophysical Journal Letters*.

Flamm, L. 1916. "Wkład do teorii grawitacji Einsteina".

Heald, G. 2020. "Silniejszy argument za odpychaniem grawitacyjnym między materią a antymaterią". *Publikacja Research Gate*, nr 339339776.

Hoffman, Y. et al. 2018. "Quasi-Linear Nearby Universe". *Nature Astronomy*.

Hoffman, Y., D. Pomarède, R. B. Tully i H. Courtois. 2017. "The Dipole Repeller." *Nature Astronomy* 1: 0036.

Hossenfelder, S. 2008. "A Bi-Metric Theory with Exchange Symmetry." *arXiv*.

Kaluza, Th. 1921. "On the Unification Problem in Physics". *Sitzungsberichte Pruss. Acad. Sci.* 966.

Kerr, Roy P. 1963. "Pole grawitacyjne wirującej masy jako przykład algebraicznie szczególnej metryki". *Physical Letters* 11: 237.

Klein, O. 1926. "Teoria kwantowa i pięciowymiarowa teoria względności". *Z.Phys.* 37: 895.

Koiran, P. 2021. "Infall Time in the Eddington-Finkelstein Metric, with Application to Einstein-Rosen Bridges". *Inter. Jr. of Mod. Phys. D* 14.

Kruskal, M. D. 1960. "Maksymalne rozszerzenie metryki Schwarzschilda". *Physical Review* 119 (5).

Kruskal, Martin D. 1960. "Maximal Extension of Schwarzschild Metric." *Physical Review* 119: 1743-45.

Medeiros, L. et al. 2023. "Principal-Component Interferometric Modeling (PRIMO), algorytm dla danych EHT. I. Rekonstrukcja obrazów z symulowanych obserwacji EHT".

Michelson, A. A. i E. W. Morley. 1887. "On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether." *American Journal of Science* 34: 333-45.

- Morin, Bernard i Jean-Pierre Petit. 1978. "Le Retournement de La Sphère". HAL.
- Morris, M. i K. S. Thorne. 1988. "Wormholes in Spacetime and Their Use for Interstellar Travel: A Tool for Teaching General Relativity". *Am. J. Phys.* 56: 395.
- Neiser, T. F. 2020. "Fermi Degenerate Antineutrino Star Model of Dark Energy". *Postępy w astronomii 2020*: ID artykułu 8654307.
- Oppenheimer, J. R. i H. Snyder. 1939. "On Continued Gravitational Contraction". *Phys. Rev.* 56: 455-59.
- Oppenheimer, J. R., i G. M. Volkoff. 1939. "On Massive Neutron Cores." *Physical Review* 55 (4): 374-81.
- Palatini, A. 1919. "Deduzione Invariantiva Delle Equazioni Gravitazionali Dal Principio Di Hamilton." *Rend. Circ. Matem. Palermo* 43: 203-12. <https://doi.org/10.1007/BF03014670>.
- Pavlovskii, A. I. 1994. "Kumulacja magnetyczna - wspomnienie dla Andrieja Sacharowa". W *Megagauss Magnetic Field Generation and Pulsed Power Applications*, pod redakcją M. Cowana i R. B. Spielman, 9-22. New York: Nova Science Publishers.
- Perlmutter, S. et al. 1999. "Pomiary Ω i Λ z 42 supernowych z dużym przesunięciem ku czerwieni". *Astrophysical Journal* 517 (2).
- Petit, Jean-Pierre . 1985. *Le Topologicon*. Wydanie Belin.
- Petit, Jean-Pierre. 1994. "The Missing-Mass Problem. *IL NUOVO CIMENTO*.
- Petit, Jean-Pierre. 1995. "Kosmologia bliźniaczych wszechświatów". *Astrophysics and Space Science* 226: 273-307.
- Petit, Jean-Pierre. 2018. "Model kosmologiczny Janusa i fluktuacje CMB". *Progress in Physics*.
- Petit, Jean-Pierre i G. D'Agostini . 2021a. "Modele bimetryczne. Kiedy ujemna masa zastępuje zarówno ciemną materię, jak i ciemną energię. Doskonała zgodność z danymi obserwacyjnymi. Rozwiązanie problemu pierwotnej antymaterii". *Baza danych Francuskiego Centrum Narodowego*, 2021a.
- Petit, Jean-Pierre i G. D'Agostini. 2021b. "Constraints on Janus Cosmological Model from Recent Observations of Supernovae Type Ia". *Astrophysics and Space Science*, 2021b.
- Petit, Jean-Pierre, and G. D'Agostini. 2014a. "Cosmological Bimetric Model with Interacting Positive and Negative Masses and Two Different Speeds of Light, in Agreement with the Observed Acceleration of the Universe". *Modern Physics Letters A* 29 (34).
- Petit, Jean-Pierre, and G. D'Agostini. 2014b. "Hipoteza ujemnej masy w kosmologii i natura ciemnej energii". *Astrophysics And Space Science* 354 (2014b): 611-15.

- Petit, Jean-Pierre, and G. d'Agostini. 2014. "Cosmological Bimetric Model with Interacting Positive and Negative Masses and Two Different Speeds of Light, in Agreement with the Observed Acceleration of the Universe". *Modern Physics Letters A*.
- Petit, Jean-Pierre, G. D'Agostini i N. Debergh . 2018. "Dowód na ujemne energie i masy w równaniu Diraca poprzez unitarny operator odwrócenia czasu". *J. Phys. Comm.* 2 (115012).
- Petit, Jean-Pierre, G. D'Agostini i N. Debergh. 2019. "Fizyczna i matematyczna spójność modelu kosmologicznego Janusa (JCM)". *Progress in Physics* 15.
- Piran, Tsvi. 2018. "On Gravitational Repulsion." *arXiv*. <https://arxiv.org/abs/9706049>.
- Riess, A. et al. 2004. "Type Ia Supernova Discoveries at $z > 1$ from the Hubble Space Telescope, Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution". *Astrophysical Journal* 607 (2).
- Sacharow, A. D. 1967 . "Naruszenie niezmienniczości CP, asymetrii C i asymetrii barionowej Wszechświata". *Pi'sma ZhÉTF* 5 (1): 32-35.
- Sacharow, A. D. 1979. "ZhETF Pis'ma." *JETP* 49: 594.
- Sacharow, A. D. 1980. "Modele kosmologiczne Wszechświata z odwróceniem strzałki czasu". *Pi'sma ZhÉTF* 79 (3): 689-93.
- Sakharov, A. D. 1982. "Multisheet Models of the Universe." *Pi'sma ZhÉTF* 82 (3): 1233-40.
- Schmidt, B. P. et al. 1998. "The High- z Supernova Search. Measuring Cosmic Deceleration and Global Curvature of the Universe Using Type Ia Supernovae." *Astrophysical Journal* 507 (1).
- Schwarzschild, K. 1916a. "Über Das Gravitationsfeld Einer Kugel Aus Inkompressibler Flüssigkeit Nach Der Einsteinschen Theorie". *Sitzungsberichte Der Königlich Preussischen Akademie Der Wissenschaften*.
- Schwarzschild, K. 1916b. "Über Das Gravitationsfeld Eines Massenpunktes Nach Der Einsteinschen Theorie." *Sitzungsberichte Der Königlich Preussischen Akademie Der Wissenschaften*.
- Souriau, J. M. 1964. *Geometry And Relativity*. Hermann.
- Souriau, J. M. 1997. *Structure of Dynamical Systems, a Symplectic View of Physics*. Birkhäuser Verlag.
- Souriau, Jean-Marie. 1965. "Prolongements Du Champ de Schwarzschild." *Bulletin de La Société Mathématique de France* 93: 193-207.
- Stoica, O. C. 2014. "On Singular Semi-Riemannian Manifolds". *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics* 11.
- Thorne, K. S., J. A. Wheeler i C. W. Misner. 1973. *Gravitation*.

Tolman, R. 1934. *Relativity, Thermodynamics and Cosmology (Względność, termodynamika i kosmologia)*. Oxford at the Clarendon Press.

Tsamparlis, Michael. 1978. "On the Palatini Method of Variation." *Journal of Mathematical Physics* 19 (3): 555-57.

Vuyk, V. 2018. "A Fifth Force Vacuum Dipole Repeller, Needed to Create All Attraction Forces Even Around Black Holes in Quantum FFF Theory". *Research Gate Publication*, nr 325995732.

Wald, R. 1984. *Ogólna teoria względności*.

Weinberg, S. 2000. *The Quantum Theory of Fields: Volume 1, Foundations. Tom 2, Nowoczesne zastosowania. Tom 3, Supersymetria*. Vol. 1-3. Cambridge University Press.