

Kosmologisches Modell Janus

Das bimetrische Universum: Perspektiven & Herausforderungen

Hicham ZEJLI¹

¹ Diplom-Ingenieur der ENSISA - hicham.zejli@manaty.net

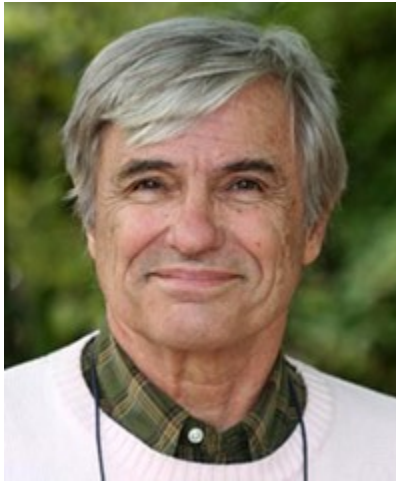
Inhaltsverzeichnis

Vorwort von Jean-Pierre Petit (Frankreich).....	5
1 Einführung.....	13
1.1 Vorstellung des Hintergrunds & der Ziele des Buches.....	13
1.2 Kurze Einführung in das Kosmologische Modell Janus & seine Bedeutung.....	13
2 Theoretische Grundlagen	15
2.1 Newtons Gesetz der Schwerkraft	15
2.2 Einführung in die Beschränkte Relativitätstheorie	15
2.2.1 Minkowskis Raum-Zeit & die Eigene Zeit.....	15
2.2.2 Die Geschwindigkeit des Lichts als Grenze	17
2.2.3 Grundlegende Konzepte	17
2.2.4 Die Äquivalenz von Masse und Energie.....	18
2.3 Einführung in die Allgemeine Relativitätstheorie.....	19
2.3.1 Eine Revolution in der Physik	19
2.3.2 Beobachtbare Effekte & experimentelle Bestätigungen	19
2.3.3 Raum-Zeit-Geometrie & Geodätische Gleichung.....	21
Trägheitsrahmen und Koordinaten.....	21
Transformation von Koordinaten in einen Accelerated Laboratory Reference Framework.....	22
2.3.4 Metrische Tensoren.....	25
2.3.5 Christoffels Symbole	26
2.3.6 Anwendung der Geodätischen Gleichung im Grenzbereich schwacher Felder	32
2.3.7 Die Lösungen von Karl Schwarzschild & Ludwig Flamm	37
2.3.8 Konstruktion der Geodäten für die Schwarzschild-Außenmetrik	38
2.3.9 Die Lösung von Roy Kerr.....	45
2.4 Die Arbeiten von Andrei Sacharow & Jean-Marie Souriau	46
2.5 Bimetrischer Ansatz Eingeführt durch die Hyperbolische Riemannsche Geometrie. 47	
3 Kosmologisches Modell Janus.....	50
3.1 Beschreibung.....	50
3.2 Implikationen	51
3.3 Der Repulsor des Dipols.....	59
3.3.1 Einführung.....	59

3.3.2	Einige Interpretationsversuche.....	60
3.3.3	Interpretation durch die Lücken der Schwarzen Materie.....	61
3.3.4	Interpretation durch das Kosmologische Janus-Modell.....	62
3.3.5	Ausblick auf die Zukunft.....	82
4	Beitrag zur Kosmologie & Teilchenphysik.....	83
4.1	Einführung in Dynamische Gruppen.....	83
4.2	Verschiedene Symmetrien, die mit jedem Umkehroperator verbunden sind.	86
4.3	Dynamische Gruppe von Lorentz.....	87
4.4	Eingeschränkte Poincaré-Dynamikgruppe.....	87
4.5	Dynamische Gruppen von Kaluza & Janus Eingeschränkt.....	87
4.6	Dynamische Gruppe Janus.....	88
4.7	Implikationen.....	91
5	Alternative Interpretation des Wurmlochmodells in Verbindung mit einer Weißen Fontäne als <i>Einwegmembran</i>	93
5.1	Lösungen der Einstein-Gleichung, die verschiedene Topologien widerspiegeln.	93
5.2	Die <i>Statikhypothese</i> : Fehlen des Kreuzterms $dr dt$	97
5.3	Konstruktion einer Lorentzschen Geometrischen Lösung mit zwei Blättern im Unendlichen.....	97
5.3.1	Symmetrie T.....	98
5.3.2	Symmetrie P.....	98
5.3.3	Identifikation der Zwei Blätter.....	100
5.4	Eine Andere Darstellung dieser Geometrie.....	100
5.5	Schlussfolgerung.....	102
5.6	Anhang.....	103
6	Topologische Interpretation des Modells.....	104
6.1	Definition.....	104
6.2	Modell des Wurmlochs.....	104
6.3	Modell des Universums.....	106
7	Alternative Deutung der subkritischen supermassiven Objekte M87 und Sagittarius A*. 111	
7.1	Einführung.....	111
7.2	Alternative Interpretation des Phänomens.....	115
7.2.1	Vergleich der Physikalischen & Geometrischen Kritikalität.....	115
7.2.2	Gravitationsredshift Nahe der physikalischen Kritikalität.....	116

7.2.3	Variation der Lichtgeschwindigkeit & des Drucks in Plasmen mit konstanter Dichte	119
7.3	Schlussfolgerung	120
8	Herausforderungen & Debatten	122
8.1	Herausforderungen bei der Kommunikation und Akzeptanz des Modells	122
8.2	Diskussion der Kritikpunkte & der eingebrachten Antworten	123
	Antwort von <i>Gravitation and Cosmology</i>	124
	Meine Antwort an diesen Bewerter	124
	Kritische Analyse der Retouren der Zeitschrift <i>Astronomische Nachrichten</i>	126
9	Schlussfolgerung & Diskussionen	128
	Bibliografie	130

Vorwort von Jean-Pierre Petit (Frankreich)



Wir befinden uns im Jahr 2024. Rechnen Sie nach. Ich bin im Jahr 1937 geboren. Während ich diese Zeilen schreibe, werde ich 87 Jahre alt. Die Zeit vergeht so schnell, dass ich, während Sie diese Zeilen lesen, vielleicht schon nicht mehr auf dieser Welt bin. Ich schreibe diese Seiten, und ich denke, Hicham geht es genauso, wie man eine Flasche ins Meer wirft, die eine Botschaft des Appells enthält. Während ich diese Zeilen schreibe, besteht das Janus-Team nur noch aus drei Männern. Außer Hicham, geboren 1979, gibt es noch einen jungen Mathematiker, David, geboren 1985, und das war's. Im Jahr 2022 war ich der einzige Träger des Janus-Projekts, und das seit vierzig Jahren. Die beiden schlossen sich mir an, nachdem sie einen Vortrag gehört hatten, den ich im Januar 2023 in Paris gehalten hatte.

Ich möchte fragen: Was ist in der Welt der Wissenschaft los?

Vor mehr als einem Jahrhundert erlebte die wissenschaftliche Welt, wie Sie wissen, einen Umbruch, der aus dem plötzlichen Aufkommen zweier neuer Disziplinen resultierte: der Quantenmechanik und der Kosmologie. So folgte siebzig Jahre lang ein wissenschaftlicher Fortschritt auf den anderen in einem fantastischen Tempo. Entweder lieferten Theoretiker die Erklärung für eine seit langem bekannte Tatsache, wie die Vorverlegung des Perihels des Merkur, ein Phänomen, das die Newtonsche Mechanik nicht zu erklären vermochte. Oder es handelte sich um neue Beobachtungen, wie die Entdeckung der Expansion des Universums, die der Russe Alexander Friedman bald mit der ersten instationären Lösung der von Einstein 1915 eingeführten Gleichung, der Allgemeinen Relativitätstheorie, darstellte.

Manchmal haben Theoretiker eine neue Vision und schlagen seltsame Objekte vor, auf die sie zurückgreifen, um die Berechnungen ausgeglichener zu gestalten. Ein Beispiel dafür ist die Antimaterie, deren Existenz der Engländer Paul Dirac im Jahr 1928 vermutete.

Als Anekdote sei die Reaktion des Dänen Niels Bohr zitiert, nachdem er diesen Artikel gelesen hatte:

"Diese Theorie scheint mir ideal, um in Afrika Elefanten einzufangen. Man hängt Diracs Artikel an einen Baum. Ein Elefant kommt und liest den Dirac-Artikel. Er ist so verblüfft, dass man ihn dann leicht einfangen kann".

Doch die Natur zeigt sich Dirac gegenüber mädchenhaft und bringt schon bald, 1931, die Bestätigung für die Existenz von Antielektronen in der kosmischen Strahlung. Damals war man noch nicht in der Lage, diese Antimaterie in Teilchenbeschleunigern nachzubilden. Es waren also Gamma-Photonen aus den Tiefen des Kosmos, die sich in ein Elektron-Anti-Elektron-Paar verwandelten, ein Objekt, das man Positron nannte.

Diese Revolution, die als Paradigmenwechsel bezeichnet wird, begann 1895 mit Entdeckungen von Conrad Röntgen, Henri Becquerel und J.J.Thomson, die den kometenhaften Eintritt von Teilchen und atomaren Phänomenen in die wissenschaftliche Szene ankündigten. Jahrzehntlang glichen die Theoretiker auf der einen Seite und die Experimentatoren und Beobachter auf der anderen Seite zwei Gruppen von Vollblütern, die nebeneinander hergaloppierten, wobei die einen den anderen manchmal nur einen kurzen Schritt voraus waren.

All dies setzte sich für eine sehr geringe Anzahl von Jahrzehnten nach dem Zweiten Weltkrieg fort. Zu den wichtigsten Entdeckungen gehörte 1967 die zufällige Entdeckung der kosmischen Hintergrundstrahlung, einer Population niederenergetischer Photonen, die den Beweis dafür lieferte, dass sich am Anfang des Universums eine fantastische Vernichtung von Materie-Antimaterie-Paaren ereignet hatte.

In den späten 1960er Jahren bestand das Anliegen der sogenannten Kosmologen darin, den Wert der mittleren Dichte im Universum zu bestimmen. Wenn diese größer ist als 10^{-29} Gramm pro Kubikzentimeter, dann entwickelt sich das Universum in zyklischer Weise. Nach einer Phase der Expansion kollabiert es in sich selbst und erzeugt dabei einen Big Crunch. Wenn die Dichte geringer ist, werden sich die Galaxien in der fernen Zukunft des Universums auf unbestimmte Zeit mit konstant gewordenen Geschwindigkeiten voneinander entfernen. Und wenn die Dichte gleich diesem Wert ist, dann liegt die Evolution zwischen diesen beiden Extremen.

Ich erinnere mich noch genau: Damals, in den späten 1960er Jahren, begann ich meine Karriere als Forscher.

Was passiert danach?

Schon bald gerät die Mechanik aus den Fugen und alles wird immer schlimmer. Die Theoretiker dieser Teilchenphysik, die mit dem Jahrhundert dank der höheren Energien in den Beschleunigern entstanden ist, sagen die Entstehung neuer Objekte voraus, die sie Superteilchen nennen.

Es passiert jedoch nichts.

Um die Rotationsgeschwindigkeit von Sternen in Galaxien zu erklären und zu ergründen, warum die Zentrifugalkraft sie nicht zum Platzen bringt, wurde Anfang der 1980er Jahre die Existenz von dunkler Materie vorgeschlagen, die allein vier Fünftel der Gesamtmasse des Universums ausmacht.

1989 machten Beobachtungen des COBE-Satelliten deutlich, dass das frühe Universum extrem homogen war. Um dies zu begründen, schlug der junge Russe Andrej Linde seine Inflationstheorie vor, nach der sich das Universum, als es nur eine Sekunde alt war, um ein Vielfaches ausdehnte. 10^{-33} Sekunden alt war, eine abrupte Expansion um einen Faktor 10^{26} . Dies wurde durch ein neues Feld verursacht, das aus neuen Teilchen bestand, die als Inflatons bezeichnet wurden. Heute gibt es so viele Inflationenmodelle wie Forscher, die sich auf dieses Gebiet spezialisiert haben.

Im Jahr 2011 wurde eine weitere Entdeckung mit dem Nobelpreis gewürdigt: die Beschleunigung der kosmischen Expansion, die auf eine dunkle Energie zurückgeführt wird. Übersetzt man ihre Bedeutung mit Hilfe von Einsteins Ausdruck $E = mc^2$ In diesem Fall entziehen sich 75% des kosmischen Inhalts der Beobachtung.

Im Jahr 2024, in dem ich diese Zeilen schreibe, gibt es kein glaubwürdiges Modell der Dunklen Energie. Wenn man alles zusammenzählt, macht die gewöhnliche Materie, die sich für Beobachtungen eignet, nur noch 4% der kosmischen Suppe aus.

Es gibt verschiedene Kandidaten für die dunkle Materie, von denen der wichtigste ein Vertreter der hypothetischen Familie der Superteilchen ist, das Neutralino. Doch abgesehen davon, dass es sich als unmöglich erweist, das Neutralino in den leistungsstarken Collidern erscheinen zu lassen, entzieht es sich dem Nachweis in teuren Experimenten, die in

Tunneln und Minen durchgeführt werden, um sich durch eine dicke Gesteinsschicht vor der kosmischen Strahlung zu schützen.

Und an der Theoriefront?

Um die Wende der 1970er Jahre, als die fehlenden Ergebnisse der Hochenergiephysik-Experimente zu einem Paradigmenwechsel führten, schlug eine Gruppe von Forschern vor, sowohl die materiellen Teilchen als auch die mit der Strahlung verbundenen Teilchen durch ein neues Modell darzustellen, das aus offenen oder geschlossenen schwingenden Saiten besteht. Die Mehrheit der Theoretiker stürzt sich auf diesen ihrer Meinung nach neuen und vielversprechenden Weg. In allen Ländern werden Stellen für Forscher und Lehrer geschaffen. Es werden Teams gebildet. Die Akteure im Zentrum dieser Bewegung gehen sogar so weit, dass sie den Traum in Betracht ziehen, die Theorie des Ganzen zu konstruieren. Diese Denkrichtung bringt Berge von Artikeln und Doktorarbeiten hervor.

Wie sieht es zu Beginn des dritten Jahrtausends aus?

Nichts: Der Berg gebärt eine Maus.

Die aktuelle Situation erinnert an die Erzählung von Hans Christian Andersen: *"Des Kaisers neue Kleider. Als am Ende der Geschichte ein Kind schreibt: Er ist nackt!"*.

Das Buch, das Hicham hier vorlegt, ist die Geschichte eines Paradigmenwechselprojekts, das man in einem Satz zusammenfassen kann: *Das Universum besteht aus positiven und negativen Massen.*

Warum nicht, nach allem?

Aber diese Idee ist wie ein Faden, der herausragt. Wenn man an diesem Faden zieht, folgt eine Schnur. Man zieht an der Schnur: Ein Seil ist daran befestigt. Man zieht an der Schnur und es folgt ein Kabel mit starkem Querschnitt, dessen Zug das Gebäude erschüttert.

Welches Gebäude?

Albert Einsteins heilige allgemeine Relativitätstheorie, deren Gleichung in den Physikinstytuten der Welt in Stein gemeißelt ist.

Bedeutet dies, dass diese Theorie falsch ist?

Nein. Sie ist nur eine Seite der Medaille. Wir müssen sie in ein System aus zwei gekoppelten Feldgleichungen integrieren. Auf den Seiten dieses Buches finden Sie alles, was aus dieser frevelhaften Idee hervorgegangen ist.

Im Januar 2023 halte ich in Paris eine Konferenz ab, an der auch David und Hicham teilnehmen.

David ist ein junger Mathematiker. Obwohl er bereits promoviert hat, ist er von den Spannungen in der Forschung nicht begeistert und zieht es vor, Mathematik an einer Universität zu unterrichten.

Manchmal wird gesagt, dass es die Forscher sind, die die Ideen übernehmen. In Wahrheit ist es jedoch genau umgekehrt. Es sind die Ideen, die sich der Forscher bemächtigen. Die Idee einer anderen Topologie des Universums, die die Grundlage meines Janus-Modells bildet, hat David ergriffen. Seit zehn Monaten kämpft er darum, die mathematischen Grundlagen dieses Modells in Zeitschriften für mathematische Physik zu veröffentlichen. Vielleicht haben Sie, wenn Sie diese Zeilen lesen, die Veröffentlichung dieser Arbeit endlich in diesen hochrangigen Zeitschriften gefunden. In diesem Fall wäre die Falle aufgestellt, in der Hoffnung, dass andere Mathematiker in die Falle tappen.

Neue Ideen sind wie die Fallen, die man in Afrika benutzt, um kleine Affen zu fangen. Man stellt in ihrer Reichweite eine hohle Schale mit einem Loch auf. In die Schale wird eine Frucht gelegt, die sie sehr gerne mögen, deren Durchmesser aber genau dem des Lochs entspricht. Wenn der Affe seine Hand durch das Loch schiebt, ist es ihm unmöglich, sowohl die Hand als auch die Frucht wieder herauszuziehen. Vor vierzig Jahren wurde ich selbst Opfer einer ähnlichen Falle. Eine Idee kam vorbei, die sich meiner bemächtigte und von meinen Neuronen Besitz ergriff. Wenn eine Idee logisch, funktional und fruchtbar ist, ist es sehr schwer, sie wieder loszuwerden. Und schließlich, wenn diese Idee mit den Beobachtungen übereinstimmt, wird es einfach unmöglich, sie zu verwerfen, was Ihr Leben sehr kompliziert macht, indem es Sie zu einer Art Mutant, einem Außenseiter in Ihrer wissenschaftlichen Gemeinschaft macht. Es sei denn, Sie entscheiden sich dafür, im Labyrinth zu bleiben.

1959 schrieb ein Engländer, Arthur Koestler, ein Buch mit dem Titel: "Die Schlafwandler". Er beschreibt Wissenschaftler als jene Menschen, die im Schlaf mit geschlossenen Augen und zwei nach vorne gestreckten Händen herumlaufen, um ihren Weg zu finden. Sie gehen, ohne es zu wissen, durch ein Labyrinth. Da sie nicht verstehen, wie es aufgebaut ist, gehen sie manchmal an einer weit geöffneten Tür vorbei, ohne sie sehen zu können, während sie einen Weg einschlagen, der sich als Sackgasse herausstellt. Diese Idee ist nicht neu. Eine ähnliche, eher statische Idee findet sich bei Platon in seinem Höhlenmythos.

Ich möchte nun darauf eingehen, was Hicham Zejli passiert ist. Im Januar 2023, als er als Computeringenieur in einer französischen Firma arbeitet, ist er fasziniert vom Inhalt des

Vortrags, den ich in Paris über mein kosmologisches Janus-Modell halte. Er schaut sich daraufhin die rund 30 Videos an, die ich 2017 erstellt habe, und liest alle Bücher, die mit dem Thema zu tun haben, um die Grundzüge dieses Modells darzustellen. Er führt alle Berechnungen nach, die er in den pdf-Dateien findet, die ich ins Internet gestellt habe und die meinen Videos beigelegt sind. Und dann schnappt die Falle zu.

Wenn Sie sein Buch lesen, seien Sie vorsichtig! Es besteht die Gefahr, dass Sie ebenfalls Opfer werden. Diese Seiten können Sie dazu bringen, auf eine der Wände des Labyrinths zu steigen und die Augen zu öffnen. Dann wird Ihnen die Welt der Wissenschaft anders erscheinen. Wie im Fall von Hisham werden Sie plötzlich Menschen wahrnehmen, die wie Schlafwandler in einer Schleife des Labyrinths umherwandern und sich im Kreis drehen, und die mitunter mit den höchsten Preisen ausgezeichnet wurden. Modelle, die von der sogenannten wissenschaftlichen Gemeinschaft anerkannt wurden, erscheinen Ihnen als offensichtliche Folge von eklatanten Rechenfehlern. Sie werden sehen, wie diese Schlafwandler immer wieder an neuen, weit offenen Wegen vorbeigehen, die wunderbar mit einer Masse von Beobachtungen übereinstimmen, unfähig sind, sie zu erkennen, indem sie sich an Ideen klammern, die nur noch aus morschen Brettern bestehen, die fieberhaft auf die Lücken genagelt werden, die die Riffe der harten Realität in einem Standardmodell verursacht haben, das von allen Seiten überschwemmt wird. Und Sie werden wie Andersens Figur rufen wollen: "*Der König ist nackt!*".

Die Arbeit, die Hisham in weniger als einem Jahr geleistet hat, ist beachtlich, und das, obwohl er all das neben seiner beruflichen Tätigkeit in etwas getan hat, das man als Freizeit bezeichnen könnte. Innerhalb von zwölf Monaten hat er eine erstaunliche Menge an Dingen aus den verschiedenen Bereichen, die von meinem Janus-Modell betroffen sind, verstanden und tiefgehend, nicht oberflächlich, verinnerlicht. Ich habe noch nie jemanden gesehen, der in so kurzer Zeit so viele und so komplexe Dinge verschluckt und verdaut hat.

Als erster Chronist dieses fantastischen Abenteuers, das dieses Janus-Modell und alles, was damit zusammenhängt, darstellt, legt er in diesem Buch, das einfach geschrieben werden musste, Zeugnis darüber ab. Er beteiligt sich bereits seit Monaten aktiv am Verfassen von Artikeln und möchte nichts von diesem Abenteuer verpassen. Er will mehr als ein Zeuge sein, er will einer der Akteure sein, und wir wünschen uns, dass er es wird, indem er seine Ideen und persönlichen Beiträge zum Gebäude beisteuert. Das Buch, das er geschrieben hat, wird in allen Sprachen als PDF-Datei zum kostenlosen Download angeboten, um eine möglichst große Verbreitung zu erreichen, und soll in diesem Sinne weiterentwickelt werden. Das Besondere an Wissen ist, dass man es, wenn man es einmal gegeben hat, nicht mehr zurücknehmen kann und dass es in gewissem Maße schwierig ist, es sich vollständig anzueignen.

Das Bild zeigt drei Männer, die auf einem behelfsmäßigen Floß sitzen und Botschaften in verschiedenen Sprachen in Flaschen stecken, die sie eine nach der anderen der zufälligen Meeresströmung anvertrauen. Wenn Sie diese Zeilen lesen, werde ich vielleicht schon nicht mehr auf dieser Welt sein. Die Zeit vergeht so schnell. Was wird aus all dem werden? Ich weiß es nicht.

Ich denke verwirrt, dass die heutige Menschheit eine Verabredung mit ihrem Schicksal hat, dass sich jenseits dieses kosmologischen Modells eine andere, noch größere Vision des Universums abzeichnet. Um dies zu veranschaulichen, greife ich das Ende von Andrej Sacharows

Rede zum Empfang des Friedensnobelpreises aus dem Jahr 1975 auf. Worte, die ich mir zu eigen mache:

"Vor Tausenden von Jahren litten die Stämme der Menschen in ihrem Kampf ums Dasein unter großen Entbehrungen. Damals war es nicht nur wichtig, einen Knüppel schwingen zu können, sondern auch die Fähigkeit, intelligent zu denken, das Wissen und die Erfahrung des Stammes zu berücksichtigen und Verbindungen zu entwickeln, die die Grundlage für die Zusammenarbeit mit anderen Stämmen bilden würden. Heute steht die menschliche Rasse vor einer ähnlichen Prüfung. Im unendlichen Raum könnten mehrere Zivilisationen existieren, darunter auch Gesellschaften, die weiser und "erfolgreicher" sein könnten als die unsrige. Ich unterstütze die kosmologische Hypothese, dass sich die Entwicklung des Universums unendlich oft nach bestimmten Grundmustern wiederholt. Andere Zivilisationen, darunter auch einige "erfolgreichere", sind unendlich oft auf den "nächsten" oder "vorherigen" Seiten des Buches des Universums verzeichnet. Dennoch sollten wir unsere heiligen Bemühungen in dieser Welt, in der wir wie schwache Lichter in der Dunkelheit für einen Moment aus dem Nichts der dunklen Bewusstlosigkeit in die materielle Existenz aufgetaucht sind, nicht herunterspielen. Wir müssen die Forderungen der Vernunft respektieren und ein Leben schaffen, das unserer selbst und der Ziele, die wir kaum wahrnehmen, würdig ist."

Jean-Pierre Petit, Weltbürger - jean-pierre.petit@manaty.net



Hicham ZEJLI - 22. September 1979 - Französischer Staatsbürger

1 Einleitung

1.1 Überblick über den Hintergrund & die Ziele des Buches

In der heutigen Landschaft der Kosmologie und der theoretischen Physik bleibt die Erforschung neuer Modelle zur Erklärung der in unserem Universum beobachteten Phänomene ein lebendiges und kontroverses Forschungsgebiet. In diesem Buch wird ein innovatives und revolutionäres kosmologisches Modell, das Janus Cosmological Model (JCM), das von dem Physiker Dr. Jean-Pierre Petit entwickelt wurde, erforscht und vorgestellt.

Als Ingenieur mit einer fortgeschrittenen Ausbildung in Mathematik und Physik habe ich in der Untersuchung des Kosmologischen Janusmodells einen innovativen und intellektuell bereichernden Ansatz zur Erforschung und Interpretation einiger der rätselhaftesten Phänomene des Universums erkannt. Dieser Ansatz ebnet auch den Weg für die Entwicklung zahlreicher praktischer Anwendungen auf lokalen Skalen, die auf den Grundprinzipien dieses Modells aufbauen.

Mit diesem Buch sollen zwei Hauptziele erreicht werden:

Erstens: Bereitstellung einer detaillierten Erklärung des kosmologischen Janus-Modells, seiner Grundlagen und seiner Implikationen durch bestimmte Studien, die für Wissenschaftler mit einem ähnlichen Hintergrund wie meinem, d. h. einem fortgeschrittenen Niveau in Mathematik und theoretischer Physik, zugänglich ist.

Zweitens möchte ich trotz der intensiven, bereichernden und vielfältigen Zusammenarbeit in unserem Team den deutlichen Kontrast hervorheben, der durch den Mangel an Kommunikation mit den Gutachtern verursacht wird, die von den großen wissenschaftlichen Zeitschriften mit Peer-Review-Verfahren konsultiert werden. Diese Situation verdeutlicht die Herausforderungen, vor denen innovative Ideen stehen können, wenn sie ohne einen sinnvollen und konstruktiven Dialog unter den Forschern entstehen und sich entwickeln sollen.

1.2 Kurze Einführung in das Kosmologische Modell Janus & seine Bedeutung

Das Kosmologische Modell Janus sticht in der Landschaft der theoretischen Physik durch seinen kühnen Vorschlag hervor: das Universum als eine riemannsche Varietät mit zwei Metriken zu beschreiben. Diese Konstruktion basiert auf Einsteins allgemeiner Relativitätstheorie und integriert Elemente aus der Teilchenphysik und der symplektischen Geometrie. Das Modell hat seine Wurzeln in den Arbeiten von Andrei Sacharow und Jean-Marie Souriau, die eine Verbindung zwischen der Umkehrung der Zeit, der Umkehrung der Energie und folglich der Umkehrung der Masse herstellten.

Einer der wichtigsten Beiträge des Modells ist seine Fähigkeit, das Problem der baryonischen Asymmetrie des Universums anzugehen. Dieses Problem, das im Mittelpunkt der aktuellen Debatten in der Kosmologie steht, betrifft die beobachtete Dominanz von Materie über Antimaterie, die den Vorhersagen des Urknallmodells widerspricht. Das kosmologische Janus-Modell bietet eine neue Perspektive auf dieses Problem, indem es die Existenz eines zweidimensionalen

Universums postuliert, das aus derselben Singularität hervorgegangen ist und von Materie und Antimaterie dominiert wird.

Die Originalität des Modells liegt auch in seinem bimetrischen

Ansatz des Universums, bei dem zwei "*Schichten*" der Raumzeit durch Gravitationseffekte interagieren, was alternative Erklärungen für Phänomene wie dunkle Energie und dunkle Materie bietet und potenziell neue Verständnismöglichkeiten für interstellare Reisen eröffnet.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass dieses Buch darauf abzielt, das Modell als einen innovativen Ansatz vorzustellen, der die derzeitigen Perspektiven der Kosmologie und der theoretischen Physik in Frage stellt und zu einer intensiven Auseinandersetzung mit den unerforschten Möglichkeiten unseres Verständnisses des Universums einlädt.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Newtons Gesetz der Schwerkraft

Das Newtonsche Gesetz, formuliert im euklidischen Raum, besagt, dass wenn eine Masse m dem Einfluss der Gravitationskraft ausgesetzt ist G die von einer anderen Masse erzeugt wird M , so ist diese Kraft F umgekehrt proportional zum Quadrat der Entfernung ist. d zwischen den beiden Massen. Sie kann durch die folgende Gleichung ausgedrückt werden:

$$F = \frac{G \cdot m \cdot M}{d^2}$$

Je größer die Massen, desto größer ist die Kraft, aber die Kraft nimmt mit zunehmender Entfernung schnell ab, aufgrund des Terms d^2 im Nenner. Dieses Gesetz ist entscheidend für das Verständnis der Schwerkraft und der Bewegungen von Himmelsobjekten.

In der Physik war dieses Gravitationsgesetz grundlegend für das Verständnis der gravitativen Wechselwirkungen zwischen Himmelskörpern, von der Erde über die Planeten bis hin zu den Sternen. Es bleibt ein Gründungsgesetz der klassischen Mechanik und hat eine entscheidende Rolle bei der Entwicklung der Astronomie und Astrophysik gespielt. Außerdem wurde es im Laufe der Jahrhunderte durch zahlreiche Beobachtungen und Experimente bestätigt, wodurch seine Gültigkeit für das Verständnis des Universums gestärkt wurde.

Doch obwohl sich Newtons Gravitationsgesetz in vielen Szenarien als äußerst leistungsfähig und präzise erwies, stieß es bei der Anwendung auf Situationen mit annähernder Lichtgeschwindigkeit oder auf Phänomene im astronomischen Maßstab allmählich an seine Grenzen. Dies war der Ausgangspunkt für die Entstehung von Albert Einsteins Theorie der beschränkten Relativität und markierte einen Paradigmenwechsel in unserem Verständnis der grundlegenden Konzepte von Raum, Zeit und Gravitation. Im nächsten Abschnitt tauchen wir minutiös in die Grundprinzipien der Kleinen Relativitätstheorie ein, die den Grundstein für unsere spätere Erforschung der Allgemeinen Relativitätstheorie legen werden. Dies wird uns zu einem tieferen Verständnis der komplexen Zusammenhänge des Kosmos führen.

2.2 Einführung in die Beschränkte Relativitätstheorie

Zu Beginn des 20^{ème} Jahrhunderts erlebte die Physik eine konzeptionelle Revolution, die die von Sir Isaac Newton im 17^{ème} Jahrhundert geschaffenen Grundlagen in Frage stellte. Mit immer genaueren Beobachtungen und Experimenten traten Anomalien bei der Untersuchung von Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit und in extremen kosmischen Umgebungen auf. In diesem Zusammenhang hielt Albert Einsteins Beschränkte Relativitätstheorie Einzug, die unser traditionelles Verständnis von Raum, Zeit und Schwerkraft auf den Kopf stellte.

2.2.1 Minkowskis Raumzeit & Eigene Zeit

Die Beschränkte Relativitätstheorie fordert uns auf, die Vorstellung aufzugeben, dass das Universum in einem dreidimensionalen euklidischen Raum stattfindet, in dem die Zeit eine separate Entität ist. Stattdessen schlägt sie ein Modell vor, in dem wir uns in einer

vierdimensionalen Hyperfläche aufhalten, in der die drei Dimensionen des Raums senkrecht zu einer Zeitdimension stehen. Diese Verschmelzung von Raum und Zeit bildet die sogenannte Minkowski-Raumzeit mit einer metrischen Signatur. $(-+++)$ Die metrische Signatur ist eine wichtige Eigenschaft der Raumzeit, die angibt, wie Raum- und Zeitintervalle in den Gleichungen der speziellen Relativitätstheorie kombiniert werden. In dieser Signatur $(-+++)$ entspricht der erste Term dem Zeitintervall, der von den drei folgenden Termen, die den Raumintervallen entsprechen, abgezogen wird. Das bedeutet, dass die Zeit in der Metrik ein negatives Vorzeichen hat, während die drei Raumdimensionen positive Vorzeichen haben. Diese spezifische Signatur ist entscheidend für das Verständnis, wie Entfernungen und Zeitintervalle im Rahmen der speziellen Relativitätstheorie gemessen werden.

Um dieses Konzept besser zu verstehen, stellen Sie sich einen Punkt vor M der sich in dieser Raumzeit bewegt, die durch zwei Koordinaten beschrieben wird: die Zeit (t) und der räumlichen Position (x). Während dieser Punkt sich weiterentwickelt, wird ein benachbarter Punkt M' leicht veränderten Werten entspricht: $(t + dt, x + dx)$, wobei dt und dx kleine Inkremente in Zeit und Raum darstellen. Wenn wir davon ausgehen, dass dieses Inkrement entlang einer Bahn auftritt, die beschrieben wird durch $x = ct$ (wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist), dann $dx = cdt$.

An dieser Stelle führen wir das Konzept der *Eigenzeit ein*. Die Größe s , bekannt als Eigenzeit, ist ein Maß für die Zeit, die das Leben eines Objekts regelt, das sich mit einer Geschwindigkeit von v . Um zu berechnen verwenden wir die folgende Gleichung:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2$$

Diese Gleichung zeigt, wie die Eigenzeit (s) mit den Veränderungen in der Zeit (dt) und Raum (dx), wenn sich ein Objekt mit einer Geschwindigkeit von v . Sie zeigt auch, dass sich die Eigenzeit in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit und der Flugbahn des Objekts ändern kann, was zu Phänomenen wie der Zeitdilatation führt.

In Einsteins spezieller Relativitätstheorie ist die Zeit nicht absolut, sondern hängt von der relativen Geschwindigkeit des Beobachters ab. Die folgende mathematische Entwicklung beschreibt die Beziehung zwischen der Eigenzeit τ , das ist die von der sich bewegenden Uhr (an Bord des Raumschiffs) gemessene Zeit, und der koordinierten Zeit t Die Eigenzeit ist die Zeit, die von der Uhr am Boden (in Ruhe relativ zum Beobachter) gemessen wird:

$$\begin{aligned} s = c\tau &\Rightarrow ds = c d\tau && \Rightarrow c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \\ &\Rightarrow d\tau^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2} dx^2 && \Rightarrow \frac{d\tau^2}{dt^2} = 1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \\ &\Rightarrow \frac{d\tau^2}{dt^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} && \Rightarrow \tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{aligned}$$

Dies bedeutet, dass in einem Szenario, in dem t die von einem stationären, mit einer Bodenuhr ausgestatteten Beobachter gemessene Zeit darstellt und v die Geschwindigkeit eines mit einer Borduhr ausgestatteten Objekts ist, das sich mit dieser Geschwindigkeit relativ zu diesem angenommenen Stillstand bewegt, dann wird die Eigenzeit τ die in diesem

Objekt ablaufen wird, von der Zeitdilatation beeinflusst, die von beschrieben wird. $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ bekannt als "Lorentz-Faktor".

2.2.2 Die Geschwindigkeit des Lichts als Grenze

Es ist wichtig zu beachten, dass in dieser Raumzeit die Lichtgeschwindigkeit durch die Eigenschaften der Raumzeit (und ihres Inhalts), in der sie sich ausbreitet, eingeschränkt wird.

Wenn wir nämlich annehmen, dass x die Raumkoordinate darstellt, t die zeitliche Koordinate ist und c die Lichtgeschwindigkeit ist, dann können wir eine Geschwindigkeit definieren v mithilfe des Ausdrucks $v = \frac{dx}{dt}$.

Ausgehend von der Annahme, dass die Variation der Eigenzeit immer größer oder gleich 0 ist, d. h. $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \geq 0$ folgt daraus, dass die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum die ultimative Geschwindigkeitsgrenze für bewegte Objekte mit einer positiven Ruhemasse ist, denn $v \leq c$. Photonen hingegen folgen Bahnen, für die $v = c$, die zu einzigartigen Eigenschaften führen, die mit Licht assoziiert werden.

Die Beschränkte Relativitätstheorie ist eine Theorie, die auf die Untersuchung von Inertialbezugsrahmen beschränkt ist, speziell auf solche, die sich gleichförmig geradlinig bewegen (in Räumen ohne Krümmung, die sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit bewegen).

2.2.3 Grundlegende Konzepte

Die spezielle Relativitätstheorie beruht hauptsächlich auf drei Konzepten:

- **Postulat der Invarianz der Lichtgeschwindigkeit:** Dieses Postulat besagt, dass die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum eine universelle Konstante ist und für alle Beobachter unabhängig von ihrer relativen Bewegung gleich bleibt. Mit anderen Worten: Die Lichtgeschwindigkeit kann weder zur Geschwindigkeit eines Beobachters addiert noch von dieser subtrahiert werden. Diese grundlegende Idee wurde durch das berühmte Michelson-Morley-Experiment ((Michelson and Morley 1887)) bestätigt.
- **Kosmologisches Prinzip:** Das kosmologische Prinzip postuliert, dass das Universum homogen und isotrop ist. Das bedeutet, dass seine Eigenschaften in allen Richtungen und auf allen Skalen gleichförmig und identisch sind. Dieses Prinzip ermöglicht es uns, die Anwendung der Gesetze der speziellen Relativitätstheorie auf die kosmische Ebene auszudehnen, indem wir das Universum als Ganzes betrachten.
- **Prinzip der beschränkten Relativitätstheorie :** Das Prinzip der eingeschränkten Relativitätstheorie besagt, dass die Gesetze der Physik in allen Trägheitsbezugsrahmen kohärent sind. Inertialrahmen sind solche, die sich mit konstanter Geschwindigkeit relativ zueinander bewegen. Dieses Prinzip

verallgemeinert Galileos Konzept der Relativitätstheorie und stellt die Vorstellung eines absoluten Bezugsrahmens in Frage. Es zeigt, dass die Gesetze der Physik unabhängig von den Relativgeschwindigkeiten der Beobachter kohärent und invariant bleiben.

2.2.4 Die Äquivalenz von Masse und Energie

Eine der symbolträchtigsten Gleichungen im Bereich der Physik ist die Masse-Energie-Äquivalenzgleichung von Albert Einstein. Diese Gleichung bedeutet eine tiefe Verbindung zwischen Masse (m) und Energie (E) und enthüllt, dass sie im Universum austauschbar sind.

Albert Einsteins revolutionäre Einsicht, die zur Formulierung dieser Äquivalenz führte, entstammt seiner speziellen Relativitätstheorie. In dieser Theorie postulierte Einstein, dass Energie und Masse intrinsisch miteinander verbunden sind, und die Gleichung dient als Grundstein für diese Verbindung.

Das zentrale Konzept der Gleichung ist einfach: Es besagt, dass die Energie (E) eines Objekts direkt proportional zu seiner Masse (m), mit der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum (c) als Proportionalitätskonstante. Mathematisch lässt sich dies wie folgt ausdrücken:

$$E = mc^2$$

Lassen Sie uns diese Gleichung anhand eines einfachen Beispiels genauer erforschen. Nehmen wir an, wir haben einen kleinen Gegenstand mit einer Masse von 1 Gramm (0,001 Kilogramm). Durch Anwendung der Einsteinschen Gleichung können wir das Energieäquivalent dieser Masse berechnen :

$$E = (0.001 \text{ kg}) \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 9 \times 10^{13} \text{ Joules}$$

Diese überraschend große Energiemenge unterstreicht die tiefgreifende Wirkung von Gleichung (1). Sie zeigt, dass eine kleine Masse eine enorme Energiemenge erzeugen kann, wenn sie mithilfe dieser Gleichung umgewandelt wird. Diese Gleichung spielt eine zentrale Rolle für das Verständnis von Kernreaktionen, wie sie in Sternen und Kernkraftwerken vorkommen, wo winzige Massenänderungen zu erheblichen Energiefreisetzungen führen.

Einsteins Gleichung mit ihrer Fähigkeit, Masse und Energie miteinander zu verbinden, ist nach wie vor ein Eckpfeiler der modernen Physik und beeinflusst unser Verständnis der Funktionsweise des Universums tiefgreifend.

Obwohl die Beschränkte Relativitätstheorie es uns ermöglicht hat, faszinierende Aspekte des Kosmos zu erforschen, indem sie uns durch Reisen mit Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit geführt und enthüllt hat, wie sich die Raumzeit als Reaktion auf unsere Bewegung krümmt, ist sie auf einen bestimmten Rahmen beschränkt, nämlich den der Trägheitsbezugsrahmen und der gleichförmigen geradlinigen Bewegungen. Was passiert jedoch, wenn die Schwerkraft ins Spiel kommt? Wie verändert sich die Struktur der Raumzeit, wenn massive Objekte oder Objekte mit einer signifikanten Krümmung vorhanden sind? Hier kommt die Allgemeine Relativitätstheorie von Albert Einstein im nächsten Abschnitt ins Spiel.

2.3 Einführung in die Allgemeine Relativitätstheorie

2.3.1 Eine Revolution in der Physik

Das Newtonsche Gesetz ist eine Theorie, die in vielen Situationen gut funktioniert, wie in Abschnitt 2.1 erläutert, aber sie kann einige Phänomene nicht erklären, die bei Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit oder in Gegenwart starker Gravitationsfelder beobachtet werden. Albert Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie (AR) ist eine umfassendere Theorie, die diese Gravitationseffekte mit einbezieht. Als Eckpfeiler der modernen Physik hat die Allgemeine Relativitätstheorie unser Verständnis der Schwerkraft und des Universums revolutioniert. Die von Albert Einstein 1915 vorgeschlagene Theorie beruht auf dem Prinzip, dass die Schwerkraft eine Erscheinungsform der Raumzeitkrümmung ist, die durch die Anwesenheit von Masse und Energie induziert wird. Die Einsteinsche Feldgleichung, die das Herzstück dieser Theorie bildet, beschreibt, wie Materie und Energie die Geometrie der Raumzeit beeinflussen und wie diese gekrümmte Geometrie wiederum die Bewegung von Materie und Energie lenkt. In der Tat ist Einsteins Feldgleichung, die erstmals am 25. November 1915 veröffentlicht wurde, die wichtigste partielle Differentialgleichung der allgemeinen Relativitätstheorie :

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Diese Krümmung der Geometrie um eine Materiequelle wird dann als das Gravitationsfeld dieser Quelle interpretiert. Die Bewegung von Objekten in diesem Feld wird sehr genau durch ihre geodätische Gleichung beschrieben. Die Metrik $g_{\mu\nu}$ erzeugt eine Familie von Geodäten. Es sei darauf hingewiesen, dass sich Teilchen mit einer positiven oder negativen Gravitationsmasse genauso verhalten würden, indem sie denselben Geodäten folgen, wenn sie durch das Gravitationspotenzial abgelenkt werden, das von einer signifikanten Masse erzeugt wird. Dies ist z. B. bei der Erd- oder Sonnengravitation der Fall. So beeinflusst ein massives Objekt wie ein Stern die Raumzeit nicht nur durch seine Masse, sondern auch durch die Energie, die es abgibt, wie z. B. Strahlung. In der allgemeinen Relativitätstheorie wird die Energie eines Objekts - einschließlich seiner Ruhemassenergie, dargestellt durch mc^2 und jede zusätzliche Form von Energie wie Strahlung - zu dem von ihm erzeugten Gravitationsfeld beiträgt. Dieser kombinierte Beitrag von Energie und Masse ist das, was die Raumzeit um das Objekt herum krümmt. Sein zweiter Term berücksichtigt den Inhalt des Universums an jedem Punkt der Raumzeit :

- **Wenn sie ungleich Null ist**, dann beschreibt die geometrische Lösung, die aus dieser Gleichung hervorgeht, das Innere einer Masse.
- **Wenn sie Null ist**, bezieht sich die Lösung, die durch diese Gleichung induziert wird, auf einen völlig leeren Teil des Universums um diese Masse herum.

2.3.2 Beobachtbare Effekte & Experimentelle Bestätigungen

Zu den Phänomenen, die durch die RG erklärt werden, gehört die Abweichung der Rotationsebene des Planeten Merkur, wenn er sich am nächsten zur Sonne befindet, die als

Perihelpräzession bekannt ist. Dieses Phänomen wurde mit einer Genauigkeit von 45 Bogensekunden pro Jahrhundert gemessen, ein Wert, der mit dem Newtonschen Gesetz nicht erklärt werden konnte.

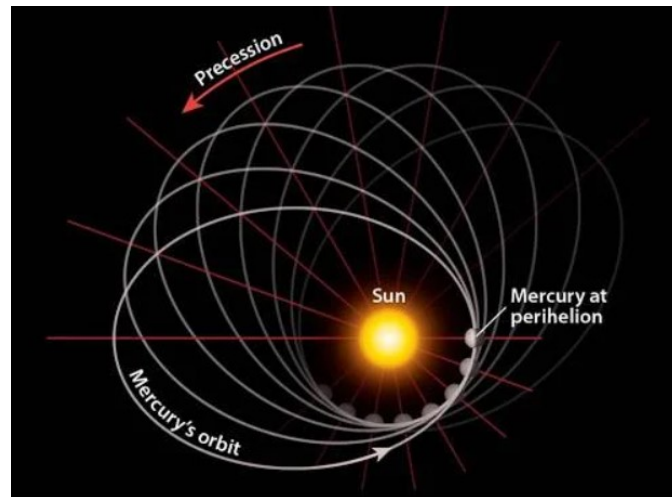


Abbildung 2.1 - Präzession des Perihels von Merkur

Ein weiteres beobachtetes Phänomen ist die scheinbare Krümmung des Lichts um die Sonne. Während der Sonnenfinsternis von 1919 bemerkte Sir Arthur Eddington, dass die Lichtstrahlen scheinbar um die Sonne gekrümmt waren. In Wirklichkeit folgen diese Lichtstrahlen den kürzesten Wegen in der gekrümmten Raumzeit, die als Geodäten bekannt sind. Diese scheinbare Krümmung des Lichts ist auf die durch die Anwesenheit von Masse verursachte Verformung der Raumzeit zurückzuführen, ein Effekt, den die RG genau erklärt hat ((Dyson, Eddington, and Davidson 1920)).

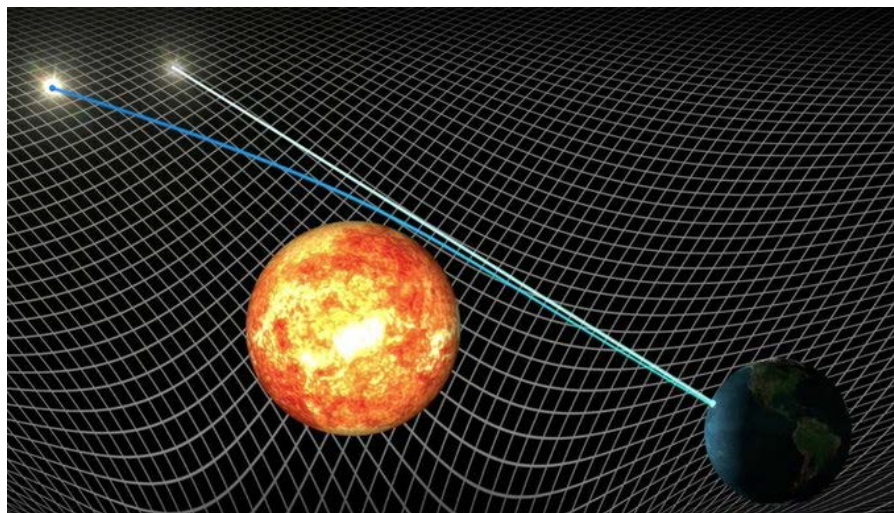


Abbildung 2.2 - Bestätigung von Einsteins Theorie mit der Krümmung des Sternenlichts während der Sonnenfinsternis

Diese Phänomene gelten als nichtlinear, da sie nur mit der RG-Theorie erklärt werden können. Unter Bedingungen, unter denen relativistische Effekte vernachlässigbar sind, kann das Newtonsche Gesetz jedoch brauchbare Näherungen liefern. So hat die RG unser Verständnis der Schwerkraft über die Grenzen des Newtonschen Gesetzes hinaus erweitert und damit den Weg für ein besseres Verständnis der gravitativen Wechselwirkungen auf großer Skala und bei hohen Geschwindigkeiten geebnet.

2.3.3 Raum-Zeit-Geometrie & Geodätische Gleichung

Erinnern wir uns an Einsteins Äquivalenzprinzip in Bezug auf einen frei fallenden Inertialrahmen:

"In einem Gravitationsfeld ist es an jedem Punkt der Raumzeit immer möglich, ein lokal inertiales Koordinatensystem so zu wählen, dass in einem ausreichend kleinen Bereich die Gesetze der Physik mit denen in Abwesenheit der Gravitation identisch sind."

In diesem Bezugsrahmen im freien Fall hebt die Trägheitskraft, die von einem frei fallenden Körper empfunden wird, die Gravitationskraft auf, was bedeutet, dass das Objekt keiner Kraft unterliegt (Zustand der Schwerelosigkeit). Daher ist der Trägheitsrahmen der grundlegende Rahmen für die Untersuchung von interagierenden Objekten (genannt spezieller Relativitätsrahmen), bevor sie in einem zweiten galileischen Rahmen analysiert werden, der als "Laborrahmen" bekannt ist und in dem diese Objekte den Auswirkungen der Schwerkraft ausgesetzt sind. Dieser letztere Rahmen ist in der Tat nach oben beschleunigt ($a = -g$) im Vergleich zum natürlichen Inertialrahmen (stellen Sie sich vor, dass "der Boden auf der Erde Sie nach oben beschleunigt").

In der speziellen Relativitätstheorie wird ein Inertialrahmen durch die Minkowski-Metrik beschrieben, die eine mathematische Darstellung der flachen Raumzeit ist. Diese Metrik gilt in Regionen, in denen die Auswirkungen der Schwerkraft nicht vorhanden sind. In einem solchen Kontext werden die Bahnen von Objekten durch die Bewegungsgleichungen bestimmt, die aus den Prinzipien der speziellen Relativitätstheorie abgeleitet werden. Während der Begriff "geodätisch" in der Allgemeinen Relativitätstheorie für die unter dem Einfluss der Schwerkraft gekrümmte Raumzeit verwendet wird, werden diese Bahnen in der Minkowski-Metrik der Speziellen Relativitätstheorie am besten als gerade Linien beschrieben, die eine Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit darstellen. In diesem Rahmen bewegen sich Objekte in Inertialrahmen auf einer geraden Linie mit konstanter Geschwindigkeit, ein Spezialfall einer Geodäsie in der flachen Raumzeit.

Trägheitsrahmen und Koordinaten

Zunächst positionieren wir uns in diesem Inertialrahmen und definieren die Koordinaten einer Punktmasse in diesem Rahmen: Wir betrachten die Koordinaten ξ^α mit $\xi^0 = ct$, $\xi^1 = x$, $\xi^2 = y$, $\xi^3 = z$ im Rahmen unserer Analyse. Da dieser Körper keiner Kraft ausgesetzt ist (konstante Geschwindigkeit), können wir daraus folgern, dass :

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{d\tau^2} = 0$$

$$d\tau^2 = cdt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Wobei τ entspricht der Metrik oder dem Intervall in diesem Raum, die wir auch als sEs ist wichtig zu beachten, dass diese Metrik unabhängig vom Bezugsrahmen invariant ist.

Transformation von Koordinaten zu einem Accelerated Laboratory Reference Framework

Wenden wir nun eine Koordinatentransformation in einem neuen galileischen Laborbezugsrahmen an, der im Vergleich zum vorherigen Inertialbezugsrahmen "nach oben beschleunigt" ist :

$$x^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Allerdings hängt jede Koordinate des neuen galileischen Rahmens von den Koordinaten des Inertialrahmens ab und umgekehrt :

$$x^\mu(\xi^0, \xi^1, \xi^2, \xi^3), \quad \xi^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Und man darf nicht vergessen, dass ξ hängt ab von τ :

$$\xi^\mu(\tau)(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

So ist jeder Parameter von ξ im neuen Bezugsrahmen hängt auch von τ . Folglich können wir ableiten, dass :

$$\frac{d\xi^0}{d\tau} = \frac{dx^0}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^0} + \frac{dx^1}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^1} + \frac{dx^2}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^2} + \frac{dx^3}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^3}$$

Dies kann durch die Verwendung der Summationsnotation für wiederholte Indizes ausgedrückt werden :

$$\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} = \sum_{\mu=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{dx^\mu}{d\tau}$$

NB: In der Mathematik ist die Summenschreibweise eine Möglichkeit, die Summierung einer Reihe von Termen kompakt darzustellen. Wenn ein Index in einem Ausdruck sowohl als unterer als auch als oberer Index erscheint, bedeutet dies in der Regel eine Summation über diesen Index, was bedeutet, dass alle möglichen Werte dieses Indexes addiert werden. Diese Notation wird häufig in verschiedenen Bereichen der Mathematik und Physik verwendet, um die Darstellung von Gleichungen, die wiederholte Indizes beinhalten, zu vereinfachen.

Nun möchten wir diesen Ausdruck erneut herleiten, um die Gleichung für Geodäten (2), abzuleiten, dann :

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \left(\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} \right) &= \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{dx^\mu}{d\tau} + \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = 0 \\ \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} &= 0 \end{aligned}$$

So führen Sie die Summation über wiederholte Indizes wie folgt durch:

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \sum_{\alpha=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha}$$

Wir müssen diese Operation durchführen:

$$\left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) = 0$$

Allerdings gilt für $\beta \neq \mu$ sind die partiellen Ableitungen einer Koordinate nach einer anderen Koordinate in demselben Koordinatensystem null (z. B., $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$), und für $\beta = \mu$ ist die partielle Ableitung gleich 1. Dies entspricht dem Kronecker-Symbol (δ_μ^β):

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \frac{\partial x^\beta}{\partial x^\mu} = \delta_\mu^\beta$$

NB: Wenn β und μ unterschiedliche Koordinaten in demselben Koordinatensystem darstellen, wird die partielle Ableitung von β in Bezug auf μ ist null, denn das bedeutet, dass diese Koordinaten in dem System voneinander unabhängig sind. Wenn jedoch β und μ dieselbe Koordinate darstellen, ist die partielle Ableitung gleich 1, was bedeutet, dass sich die Koordinate mit sich selbst ändert, was durch das Symbol δ_μ^β .

So erhalten wir :

$$0 = \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \delta_\mu^\beta \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2}$$

Wenn wir jedoch μ durch β ($\beta = \mu$), dann $\delta_\mu^\beta = \delta_\beta^\beta = 1$, und $\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = \frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2}$. So erhalten wir :

$$0 = \left(\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2}$$

Wenn wir also die *Christoffel-Symbole* wie folgt einführen:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu}$$

Wir können die folgende *Gleichung für Geodäten* ableiten:

$$\frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\beta \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$$

Dies stellt einen allgemeinen Ausdruck für Christoffels *Symbole* dar. $\Gamma_{\mu\nu}^\beta$ in Bezug auf die Ableitungen von Funktionen zur Koordinatentransformation. Christoffel-Symbole werden, wie wir später sehen werden, in der allgemeinen Relativitätsmathematik und der

Differentialgeometrie verwendet, um zu beschreiben, wie sich Koordinatensysteme lokal verändern.

Was sagt uns diese Gleichung der Geodäten?

- Die zweite Ableitung der Koordinaten im "beschleunigten" Galileischen Bezugssystem ist nicht mehr Null, sondern entspricht dem Äquivalent der in der allgemeinen Relativitätstheorie angewandten Trägheitskräfte (in diesem Fall der Schwerkraft). Aus (3), können wir ableiten:

$$\frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2} = -\Gamma_{\mu\nu}^\beta \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}$$

In der Tat, wenn μ und ν Raumkoordinaten sind, dann ist ihre Ableitung nach τ einer Geschwindigkeit entspricht.

- Jedes Objekt, das sich in dem "beschleunigten" Galileischen Laborbezugssystem bewegt, gehorcht dieser Gleichung, wenn es der Erdanziehungskraft ausgesetzt ist.
- Die Form dieser Gleichung informiert uns über die kürzesten oder längsten Wege (Extrema) auf einer gekrümmten Oberfläche (Varietät). Genauer gesagt entsprechen Geodäten stationären Pfaden, deren physikalische Eigenschaften im Laufe der Zeit konstant bleiben (keine angelegten äußeren Kräfte).
- Wir können die Schwerkraft als einen rein geometrischen Effekt beschreiben, der mit den Geodäten zusammenhängt, die Objekte in der gekrümmten Raumzeit durchlaufen (die Art und Weise, wie die Raumzeit gekrümmt ist, wird durch die Christoffel-Symbole beschrieben). Eine Analogie wäre, zwei Objekte zu betrachten, die parallele und identische Wege mit der gleichen Geschwindigkeit von einem Punkt auf der Erde nach Norden zurücklegen; sie werden sich aufgrund der Erdkrümmung schließlich am Nordpol kreuzen. Diese Kreuzung kann entweder dadurch analysiert werden, dass eine Kraft sie angezogen hat (Analogie zur Newtonschen Mechanik) oder durch einen rein geometrischen Effekt, der mit der Erdkrümmung zusammenhängt (Analogie zur relativistischen Mechanik). Gemäß der allgemeinen Relativitätstheorie ist die Schwerkraft also eine Krümmung der Raumzeit, die bewirkt, dass lokal geradlinig bewegte Objekte diesen Geodäten folgen. Die allgemeine Relativitätstheorie ermöglicht es uns, die Krümmung der Raumzeit in Abhängigkeit von ihren Komponenten (Materie, Energie) zu bestimmen und dann die Bahnen von Teilchen zu beschreiben, die sich in dieser Raumzeit bewegen.
- Christoffel-Symbole werden aus der Metrik und ihren partiellen Ableitungen berechnet und fangen Informationen über die Raumzeitkrümmung ein. Mit ihnen können wir berechnen, wie Geodäten von der Raumzeitkrümmung beeinflusst werden.

2.3.4 Metrische Tensoren

Wir werden uns nun mit den metrischen Tensoren und ihrer Verbindung zu den zuvor bestimmten Christoffel-Symbolen befassen.

Betrachten wir die Minkowski-Metrik, die mithilfe der Raum-Zeit-Koordinaten eines sich bewegenden Objekts in einem Inertialsystem beschrieben wird, wie in Gleichung (4) gezeigt, und wie folgt ausgedrückt wird:

$$d\tau^2 = (d\xi^0)^2 - (d\xi^1)^2 - (d\xi^2)^2 - (d\xi^3)^2$$

Sie kann auch auf diese Weise geschrieben werden, wo man sie als Summation über die Indizes ausdrücken kann α und β :

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta$$

Diese Gleichung verwendet den metrischen Tensor $\eta_{\alpha\beta}$ des Minkowski-Raums (der die flache Raumzeit in der speziellen Relativitätstheorie beschreibt) zur Berechnung des Raumzeitintervalls $d\tau^2$ in Bezug auf die Differentiale der Koordinaten $d\xi^\alpha$ und $d\xi^\beta$. Der metrische Tensor von Minkowski $\eta_{\alpha\beta}$ hat Komponenten, die -1 für zeitartige Intervalle und +1 für raumartige Intervalle auf der Diagonale und 0 außerhalb der Diagonale wie folgt sind :

$$\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Erinnern wir uns daran, dass die folgenden Ausdrücke die Regeln für die differentielle Transformation zwischen zwei Koordinatensystemen darstellen. Sie zeigen, wie eine kleine Änderung in der Menge der Koordinaten x^μ und x^ν eine kleine Änderung in einem anderen Koordinatensatz bewirkt ξ^α und ξ^β .

$$d\xi^\alpha = \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} dx^\mu$$

$$d\xi^\beta = \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\nu$$

Wenn wir nun diese beiden Differentialformen in Ausdruck (5) einsetzen, können wir den folgenden Ausdruck ableiten:

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Daraus lässt sich der folgende metrische Tensor extrahieren:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu}$$

Der metrische Tensor spielt eine grundlegende Rolle in der Allgemeinen Relativitätstheorie, da er die Geometrie der Raumzeit bestimmt und festlegt, wie die Schwerkraft zwischen zwei Objekten wirkt, die sich an den Koordinaten x^μ und x^ν im selben Bezugsrahmen liegen. Er ermöglicht die Transformation der Koordinaten dieser Objekte in die Entfernung zwischen ihnen und berücksichtigt dabei die lokale Krümmung der Raumzeit, die je nach Verteilung von Materie und Energie variieren kann. Entgegen der klassischen Intuition hängt die Entfernung zwischen zwei Punkten in der gekrümmten Raumzeit von dieser Krümmung ab und kann stark variieren. Daher ist der metrische Tensor ein entscheidendes mathematisches Werkzeug, um den Abstand zwischen zwei Ereignissen zu berechnen, was auch die Messung der dazwischen verstrichenen Zeit in Gegenwart eines Gravitationsfeldes einschließt.

Da die Indizes μ und ν stumm und wiederholt sind, unterliegen sie der Einsteinschen Summationskonvention und können daher im Ausdruck des metrischen Tensors ausgetauscht werden. Dies impliziert, dass der metrische Tensor $g_{\mu\nu}$ symmetrisch ist, d. h.

$$g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}.$$

NB: Von nun an bezeichnen wir $g^{\mu\nu}$ als die Umkehrung von $g_{\mu\nu}$, das durch die folgende Beziehung mit einer Summierung über den wiederholten Index ausgedrückt wird. α , wodurch das Kronecker-Symbol entsteht:

$$g^{\mu\alpha} g_{\alpha\nu} = \delta_\nu^\mu$$

wobei δ_ν^μ das Kronecker-Symbol ist, das, wie wir bereits gesehen haben, gleich 1 ist, wenn $\mu = \nu$ und sonst 0. Diese Beziehung definiert die Natur des Inversen des metrischen Tensors in der Differentialgeometrie und der allgemeinen Relativitätstheorie.

2.3.5 Christoffel-Symbole

Die Christoffel-Symbole, bezeichnet als $\Gamma_{\mu\nu}^\beta$ werden vom metrischen Tensor abgeleitet und liefern wichtige Informationen über die Geometrie der Raumzeit. Sie sind selbst keine Tensoren, sondern werden vom metrischen Tensor abgeleitet, der ein echter Tensor ist.

Um Christoffels Symbole zu berechnen, nehmen wir die partiellen Ableitungen der Komponenten des metrischen Tensors und wenden dann eine bestimmte Kombination dieser Ableitungen an. Die Formel für Christoffel-Symbole der zweiten Art ist gegeben durch :

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{1}{2} g^{\beta\alpha} \left(\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^\mu} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

Jeder Term impliziert eine partielle Ableitung des metrischen Tensors nach den Koordinaten, und $g^{\beta\alpha}$ ist die Umkehrung des metrischen Tensors, wodurch sichergestellt wird, dass wir über die entsprechenden Indizes summieren. Wie wir später sehen werden, spielen die Christoffel-Symbole eine zentrale Rolle bei der Bestimmung der Geodäten, die die Flugbahn von Teilchen und Licht in der gekrümmten Raumzeit beschreiben und in den Bewegungsgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie verwendet werden.

Proof (Beweis). Wir werden nun die Christoffel-Symbole in Form des metrischen Tensors ausdrücken. $g_{\mu\nu}$. Dazu betrachten wir die partielle Ableitung von $g_{\mu\nu}$ nach den Koordinaten x^λ . Dadurch werden die zweiten Ableitungen der Koordinatentransformationsfunktionen eingeführt. ξ^α Diese können dann in den Ausdruck der Christoffel-Symbole (6) integriert werden.

Bevor wir mit unseren Berechnungen beginnen, hier einige vorläufige Tipps, um sie zu vereinfachen :

- Der metrische Tensor ist symmetrisch, also $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$.
- Um ν durch α zu ersetzen, müssen wir zunächst den vorhandenen stummen Index α durch σ ersetzen.

Den metrischen Tensor erhalten wir wie folgt:

$$g_{\alpha\mu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha}$$

Wenn wir die Produktregel für die Ableitung anwenden und uns daran erinnern, dass $\eta_{\sigma\beta}$ eine Konstante ist, erhalten wir :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left(\eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} \right)$$

Wir sehen die erwarteten zweiten partiellen Ableitungen auf der rechten Seite der Gleichung erscheinen (zweimal) :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\alpha \partial x^\nu}$$

Um den Ausdruck der Christoffel-Symbole (6) in diese Beziehung zu integrieren, müssen wir die folgende Transformation auf beide Seiten anwenden, um die partielle Ableitung zu isolieren und eine Summe über den wiederholten Index einzuführen. β :

$$\frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \left(\frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \right)$$

Allerdings wissen wir, dass :

$$\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} = \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial \xi^\lambda} = \delta_\lambda^\sigma$$

und gemäß (7) ist dieses Kronecker-Symbol gleich 1, wenn $\sigma = \lambda$, also :

$$\frac{\partial \xi^\lambda}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu}$$

Wir können ihn dann in Ausdruck (8) ersetzen, wobei wir darauf achten, dass wir die entsprechenden Indizes im neuen Ausdruck analog umformulieren :

$$\frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} = \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho$$

$$\frac{\partial^2 x^\beta}{\partial x^\nu \partial x^\mu} = \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

NB: Wir setzen nicht β auf das Christoffel-Symbol, weil es ein stummer Summationsindex in dem Term ist, dem wir ihn zuordnen wollen, also wählen wir einen anderen Buchstaben, ρ :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\alpha \partial x^\nu}$$

Schließlich können wir aus (8) ableiten:

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

So kann die Differenzierung des metrischen Tensors auf drei verschiedene Arten ausgedrückt werden (die letzten beiden beinhalten neue Indizes durch den Austausch von ν und μ und durch Ersetzen von μ durch α) :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = g_{\rho\alpha} \Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\mu\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^\mu} = g_{\rho\alpha} \Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\nu\rho} \Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} = g_{\rho\mu} \Gamma_{\alpha\nu}^\rho + g_{\nu\rho} \Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

Diese drei Möglichkeiten, diese Differenzierung auszudrücken, ermöglichen es uns, ein vereinfachtes Ergebnis zu erhalten, indem wir die ersten beiden addieren und die letzte subtrahieren: (9a) + (9b) - (9c) :

$$g_{\alpha\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

$$g^{\beta\alpha} g_{\alpha\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right) g^{\beta\alpha}$$

$$\delta_\rho^\beta \Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right) g^{\beta\alpha}$$

Also schließlich:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{1}{2} g^{\beta\alpha} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

Dieser Ausdruck des Christoffel-Symbols ermöglicht es uns, eine Verbindung zwischen der durch die Gravitationskraft induzierten Krümmung der Raumzeit und den räumlichen

Ableitungen des metrischen Tensors herzustellen. Sie ist entscheidend für die Formulierung der Gleichungen, die die Geodäten in der Allgemeinen Relativitätstheorie regeln. □

Beispiel für die Berechnung von Christoffel-Symbolen für eine sphärische Metrik :

In den Kugelkoordinaten wird das Linienelement ds^2 für einen dreidimensionalen Raum wie folgt ausgedrückt:

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \\ ds^2 &= g_{11}(dx^1)^2 + 2g_{12}dx^1 dx^2 + 2g_{13}dx^1 dx^3 + g_{22}(dx^2)^2 + 2g_{23}dx^2 dx^3 + g_{33}(dx^3)^2 \\ ds^2 &= dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2(\theta) d\phi^2 \end{aligned}$$

wobei dr , $d\theta$ und $d\phi$ sind die Differentiale der radialen Koordinate r , des Polarwinkels θ und des Azimutwinkels ϕ , beziehungsweise. Der entsprechende metrische Tensor $g_{\mu\nu}$ in Kugelkoordinaten ist diagonal und wird gegeben durch :

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2(\theta) \end{bmatrix}$$

Proof (Beweis). Die Beziehung zwischen kartesischen und sphärischen Koordinaten kann aus Abbildung 2.3 abgeleitet werden:

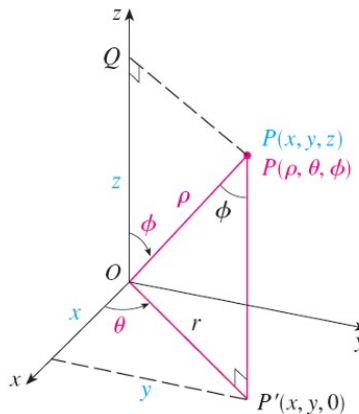


Abbildung 2.3 - Die Position des Punktes P wird durch den Abstand ρ und den Winkeln θ (Breitengrad) und ϕ (Länge)

Wenn wir die Dreiecke OPQ und OPP' betrachten, haben wir : $z = \rho \cos\phi$, $r = \rho \sin\phi$, , wobei $x = r \cos\theta$ und $y = r \sin\theta$. Daraus folgt:

$$\begin{aligned} x &= \rho \sin\phi \cos\theta \\ y &= \rho \sin\phi \sin\theta \\ z &= \rho \cos\phi \end{aligned}$$

Unter Verwendung der physikalischen Notationen gemäß Abbildung 2.6 ist der Übergang zu den kartesischen Koordinaten gegeben durch :

$$\begin{aligned}x &= r \sin \phi \cos \theta \\y &= r \sin \phi \sin \theta \\z &= r \cos \phi\end{aligned}$$

Die Metrik in kartesischen Koordinaten ist jedoch gegeben durch :

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Um dies in Kugelkoordinaten auszudrücken, ersetzen wir x , y und z durch ihre Äquivalente in Kugelkoordinaten, wodurch sich (11) ergibt. \square

Um Christoffels Symbole zu berechnen $\Gamma_{\mu\nu}^{\beta}$ Für eine diagonale Metrik ist dies einfach :

$$g^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)} \end{bmatrix}$$

Für den gegebenen metrischen Tensor berechnen wir die erforderlichen partiellen Ableitungen für die Christoffel-Symbole :

$$\begin{aligned}\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} &= 2r, \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial r} &= 2r \sin^2(\theta), \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial \theta} &= 2r^2 \sin(\theta) \cos(\theta).\end{aligned}$$

Indem wir diese partiellen Ableitungen in die Formel für Christoffels Symbole (10) einsetzen, berechnen wir sie, indem wir über den wiederholten Index summieren α . Für den gegebenen metrischen Tensor werden die meisten Christoffel-Symbole null sein, da er diagonal ist und nur abhängt von r und θ . Christoffel-Symbole, die nicht null sind, sind :

$$\begin{aligned}\Gamma_{\theta\theta}^r &= -r \\ \Gamma_{\phi\phi}^r &= -r \sin^2(\theta) \\ \Gamma_{r\theta}^{\theta} &= \Gamma_{\theta r}^{\theta} = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\phi\phi}^{\theta} &= -\sin(\theta) \cos(\theta) \\ \Gamma_{r\phi}^{\phi} &= \Gamma_{\phi r}^{\phi} = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\theta\phi}^{\phi} &= \Gamma_{\phi\theta}^{\phi} = \cot(\theta)\end{aligned}$$

NB:

- Das Christoffel-Symbol $\Gamma_{\theta\theta}^r$ wird wie folgt berechnet:

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2} g^{rr} \left(-\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} \right)$$

da die einzige von Null verschiedene Ableitung von $g_{\theta\theta}$ ist in Bezug auf r . Durch Einsetzen der Werte erhalten wir :

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial(r^2)}{\partial r} \right) = -r.$$

- Ein weiteres Beispiel ist das Christoffel-Symbol $\Gamma_{r\theta}^\theta$, das wie folgt berechnet wird:

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2} g^{\theta\theta} \left(\frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^\theta} + \frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} - \frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^\theta} \right)$$

wobei der einzige Term ungleich Null ist $\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r}$. Dies ergibt :

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2} g^{\theta\theta} \left(\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r^2} \right) (2r) = \frac{1}{r}.$$

Berechnung des Riemann-Tensors, des Ricci-Tensors und des Ricci-Skalars

In diesem kugelförmigen Raum sind alle Komponenten des Riemann-Tensors und des Ricci-Tensors sowie der Ricci-Skalar null, was die Geometrie eines flachen Raums veranschaulicht.

Proof (Beweis). Der Riemannsche Krümmungstensor ist definiert durch den Ausdruck :

$$R_{\sigma\mu\nu}^\rho = \partial_\mu \Gamma_{\nu\sigma}^\rho - \partial_\nu \Gamma_{\mu\sigma}^\rho + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda$$

Nehmen wir zum Beispiel die Christoffel-Symbole, die von (12) geliefert werden:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\phi\phi}^\theta &= -\sin(\theta)\cos(\theta), \\ \Gamma_{r\theta}^\theta &= \Gamma_{\theta r}^\theta = \frac{1}{r} \end{aligned}$$

Wir können mit der Berechnung der Komponenten des Riemann-Tensors fortfahren.

Nehmen wir als Beispiel, wir berechnen $R_{r\theta r}^\theta$:

$$R_{r\theta r}^\theta = \partial_\theta \Gamma_{rr}^\theta - \partial_r \Gamma_{\theta r}^\theta + \Gamma_{\theta\lambda}^\theta \Gamma_{rr}^\lambda - \Gamma_{r\lambda}^\theta \Gamma_{\theta r}^\lambda$$

Daher gilt für die Berechnung der Komponente des Riemann-Tensors $R_{r\theta r}^\theta$ haben wir :

- Der erste Term $\partial_\theta \Gamma_{rr}^\theta$ ist null, weil Γ_{rr}^θ ist null.
- Der zweite Term $\partial_r \Gamma_{\theta r}^\theta$ impliziert die partielle Ableitung von $\Gamma_{\theta r}^\theta$ in Bezug auf r , die lautet $-\frac{1}{r^2}$.
- Der dritte Term ist die Summe auf λ von $\Gamma_{\theta\lambda}^\theta \Gamma_{rr}^\lambda$, aber da Γ_{rr}^λ ist null für $\lambda \neq r$ ist dieser Term null.

- Der vierte Term ist die Summe auf λ von $\Gamma_{r\lambda}^\theta \Gamma_{\theta r}^\lambda$, die für $\lambda = \theta$ ergibt $\left(\frac{1}{r}\right) \left(\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r^2}$.

Die Summe der beiden von Null verschiedenen Terme (Term 2 und 4) ist :

$$-\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} = 0$$

Somit ist die Komponente $R_{r\theta r}$ des Riemann-Tensors gleich null.

Der Ricci-Tensor, den man durch Kontraktion des Riemann-Tensors auf seinen ersten und dritten Index erhält, ist gegeben durch :

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\lambda\nu}^\lambda$$

Schließlich wird der Ricci-Skalar, der die Spur des Ricci-Tensors ist, wie folgt berechnet:

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$$

Da der Riemann-Tensor null ist, folgt daraus, dass auch der Ricci-Tensor und sein Skalar null sind. \square

Mathematica-Rechencode :

```
(*Import des Pakets*)
(*-----*)
Needs["OGRe`"]
(*Definition von Koordinaten*)
T NewCoordinates["Spherical", {r, \[Theta], \[Phi]}]
(*Definition des Metrischen Tensors*)TShow@
  TNewMetric["SphericalMetricTensor", "Spherical",
    DiagonalMatrix[{1, r^2, r^2 Sin[\[Theta]]^2}]]
(*Zeilenelement*)
TLineElement["SphericalMetricTensor"]
(*Berechnung der Christoffel-Symbole*)
TList@TCalcChristoffel["SphericalMetricTensor"]
(*Berechnung des Riemann-Tensors*)
TList@TCalcRiemannTensor["SphericalMetricTensor"]
(*Berechnung des Ricci-Tensors*)
TList@TCalcRicciTensor["SphericalMetricTensor"]
(*Berechnung des Ricci-Skalars*)
TList@TCalcRicciScalar["SphericalMetricTensor"]]
```

2.3.6 Anwendung der Geodätischen Gleichung im Grenzbereich schwacher Felder

Wir notieren den Ausdruck des Christoffel-Symbols und der Geodäten-Gleichung wie folgt (wenn $\nu = 0$: Zeitkoordinate, ansonsten Raumkoordinate. x, y, z) :

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (g_{\mu\sigma,\nu} + g_{\nu\sigma,\mu} - g_{\mu\nu,\sigma})$$

$$\frac{d^2 x^\lambda}{ds^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0$$

wobei

$$\frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^\nu} = g_{\mu\sigma,\nu}$$

NB:

- Diese Gleichung repräsentiert die partielle Ableitung der Komponente des metrischen Tensors $g_{\mu\sigma}$ in Bezug auf die Koordinate x^ν . Sie wird oft mit einem Komma geschrieben, gefolgt von dem Differenzierungsindex, der in diesem Fall lautet ν . Die Kommaschreibweise $g_{\mu\sigma,\nu}$ ist eine in der allgemeinen Relativitätstheorie übliche Abkürzung für die partiellen Ableitungen der Tensorkomponenten.
- Im Zusammenhang mit der speziellen Relativitätstheorie ist es üblich, ein Einheitensystem zu verwenden, bei dem die Lichtgeschwindigkeit c als gleich 1 definiert wird ($c = 1$). Dies vereinfacht die Gleichungen und macht es einfacher, bestimmte Größen auszudrücken. In diesem Einheitensystem werden Entfernungen aufgrund der Äquivalenz in Zeiteinheiten ausgedrückt (z. B. Lichtjahre statt Meter). $c = 1$. Dazu muss die Zeit in Sekunden ausgedrückt werden, und die Längeneinheiten werden zu einer Strecke, die das Licht in einer Sekunde zurücklegt, was in Lichtsekunden (gleichbedeutend mit "Lichtjahren") ausgedrückt wird. So können wir die Metrik wie folgt ausdrücken:

$$ds^2 = d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Dennoch werden wir nun davon ausgehen, dass die Zeit t die bisher ausgedrückte Zeit die Eigenzeit sein wird τ in den Ausdruck der Metrik einfließen lassen, um sie wie folgt auszudrücken:

$$ds^2 = d\tau^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Wir werden nun zeigen, dass sich Gleichung (13) auf die Newtonsche Bewegungsgleichung reduzieren lässt, wenn die Gravitationsfelder schwach und statisch sind (d.h. in der speziellen Relativitätstheorie, wo $g_{\mu\nu}$ sehr nahe bei $\eta_{\mu\nu}$ und zeitunabhängig ist), und wenn die Geschwindigkeiten viel kleiner als die Lichtgeschwindigkeit sind, d. h. $v/c \ll 1$. Dies kann wie folgt ausgedrückt werden:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad \text{avec} \quad h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$$

NB: In der linearisierten Gravitationstheorie gehen wir davon aus, dass die Raumzeit nahezu flach ist. Zu diesem Zweck stellen wir den gesamten metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$ als die Summe der Minkowski-Metrik $\eta_{\mu\nu}$, die die flache Raumzeit wie zuvor gesehen beschreibt, und einer kleinen "Störung" $h_{\mu\nu}$, die die Abweichungen von dieser Flachheit aufgrund der Anwesenheit von Masse oder Energie darstellt. Wir werden dies später bei der Untersuchung des Dipolrepulsors für ein stationäres System (Abschnitt 3.3) sehen.

Wenn wir diesen metrischen Tensor in Ausdruck (14)

integrieren, erkennen wir, dass die partiellen Ableitungen des metrischen Tensors lediglich von $h_{\mu\nu}$, da $\eta_{\mu\nu}$ konstant ist und seine Ableitungen null sind. Daher können in der linearisierten Gravitationstheorie die Christoffel-Symbole approximiert werden, indem nur die Beiträge der Störung betrachtet werden $h_{\mu\nu}$. Das liegt daran, dass die Christoffel-Symbole durch die ersten Ableitungen des metrischen Tensors definiert sind, und in einem schwachen Gravitationsfeld, $h_{\mu\nu}$ klein ist im Vergleich zu $\eta_{\mu\nu}$. Wenn wir also die Christoffel-Symbole für ein schwaches Gravitationsfeld berechnen, vernachlässigen wir die Ableitungen von $\eta_{\mu\nu}$ und berücksichtigen nur die Ableitungen von $h_{\mu\nu}$. Wir erhalten daher

$$g_{\mu\sigma,\nu} = h_{\mu\sigma,\nu} \quad \text{et} \quad g_{\mu\nu,\sigma} = h_{\mu\nu,\sigma} \quad \text{et} \quad g_{\nu\sigma,\mu} = h_{\nu\sigma,\mu}$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}(\eta^{\lambda\sigma} + h^{\lambda\sigma})(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Da $h_{\mu\nu}$ klein ist, erkennen wir, dass das Produkt von $h^{\lambda\sigma}$ mit seinen partiellen Ableitungen zu Termen zweiter oder höherer Ordnung beiträgt (z. B. h^2 , h^3 , usw.). Diese Terme höherer Ordnung werden im Vergleich zu den gesuchten Termen der Ordnung eins signifikant kleiner sein. Daher vernachlässigen wir bei der Berechnung der Christoffel-Symbole die Produkte von $h_{\mu\nu}$ und seiner Ableitungen, was bedeutet, dass die Beiträge von $h^{\lambda\sigma}$ im Vergleich zu denjenigen von vernachlässigbar sind. $\eta^{\lambda\sigma}$. Wir erhalten somit

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \approx \frac{1}{2}\eta^{\lambda\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Diese Näherung vereinfacht den Prozess der Berechnung der Raumzeitkrümmung in schwachen Gravitationsfeldern und ist grundlegend für die Analyse von Gravitationswellen, bei denen die Störungen $h_{\mu\nu}$ Wellen in der Krümmung der Raumzeit darstellen.

Betrachten wir nun zwei Fälle:

- Für $\lambda = 0$, die der Zeitkoordinate in der allgemeinen Relativitätstheorie entspricht, wird die Gleichung für Christoffels Symbole der ersten Art zeitkoordinatenspezifisch. Unter Verwendung des metrischen Tensors von Minkowski η und der Störung h ist das Christoffel-Symbol für $\lambda = 0$ wird durch die Gleichung :

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2}\eta^{0\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

In Anbetracht dessen, dass $\eta^{0\sigma}$ nur dann nicht null ist, wenn $\sigma = 0$, was zu führt. $\eta^{00} = 1$ erhalten wir die folgende Beziehung:

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2}(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu} - h_{\mu\nu,0})$$

Da das Gravitationsfeld jedoch statisch ist, d. h. die Metrik der Raumzeit ändert sich nicht mit der Zeit, ist die partielle Ableitung des Metrik-Tensors nach der Zeit ($\frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial t}$) ist null. Dies erlaubt uns, das System als in einem stationären Zustand bezüglich der Raumzeitmetrik zu betrachten :

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2}(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu})$$

- Für die Raumkoordinaten, die bezeichnet werden durch $\lambda = i$ (wobei i, j, k räumliche Indizes darstellen), können die Christoffel-Symbole unter Verwendung der Störungsmetrik berechnet werden $h_{\mu\nu}$. Der metrische Tensor von Minkowski $\eta^{i\sigma}$ wird verwendet, um den Index zu erhöhen, und ist gleich -1 wenn die Indizes übereinstimmen. Somit sind die Christoffel-Symbole für Raumkoordinaten gegeben durch :

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = \frac{1}{2}\eta^{i\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

Angesichts des negativen Vorzeichens der Raumkomponenten von $\eta^{i\sigma}$, ist die Gleichung für $\sigma = i$ vereinfacht sich auf :

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = -\frac{1}{2}(h_{\mu i,\nu} + h_{\nu i,\mu} - h_{\mu\nu,i})$$

Dieses negative Vorzeichen spiegelt die Konvention des entgegengesetzten Vorzeichens für die räumlichen Komponenten des metrischen Minkowski-Tensors im Vergleich zur zeitlichen Komponente wider.

Integrieren wir nun diese Ergebnisse in die Gleichung der Geodäten (13) für jeden Fall :

- Für $\lambda = 0$, wissen wir, dass $x^\lambda = x^0 = ct$, dann :

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2}(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0$$

Das folgende Produkt wird jedoch eine Summe auf wiederholte Indizes erzeugen. μ und ν von Mengen der Ordnungen 0, 1 und 2 :

$$(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds}$$

In Anbetracht dessen, dass die Mengen höherer Ordnung, insbesondere der Ordnung 1 und 2, höchst vernachlässigbar sind, insbesondere da sie auf der bereits kleinen Menge basieren $h_{\mu\nu}$ die viel kleiner ist als $\eta_{\mu\nu}$, werden wir nur die Terme der Ordnung Null berücksichtigen. In diesem Zusammenhang bezieht sich die nullte Ordnung auf die Terme, bei denen μ und ν beide gleich 0 sind, was den zeitlichen Komponenten entspricht. Diese Vereinfachung führt uns zu der folgenden Gleichung :

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2}(h_{00,0} + h_{00,0})c^2 \frac{dt}{ds} \frac{dt}{ds} = 0$$

In dieser Näherung tragen nur die Terme, die die Zeitkoordinate betreffen, wesentlich zur Bewegungsgleichung bei, was die Analyse der Geodäten der Raumzeit in einem schwachen Gravitationsfeld vereinfacht.

Da das Gravitationsfeld jedoch statisch ist, sind diese Größen null, also :

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} = 0$$

Dies impliziert, dass t ist proportional zu s , was bedeutet, dass :

$$s = ct$$

- Für die mit bezeichneten Raumkoordinaten $\lambda = i$ aus (15) erhalten wir :

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} - \frac{1}{2} (h_{\mu i, \nu} + h_{\nu i, \mu} - h_{\mu \nu, i}) \frac{1}{c^2} \frac{dx^\mu}{dt} \frac{dx^\nu}{dt} = 0$$

Wie bereits erwähnt, behalten wir jedoch nur die Mengen der Ordnung 0 für μ und ν die gleich 0 sind. Aufgrund der statischen Natur von Gravitationsfeldern erhalten wir die folgende Gleichung :

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} + \frac{1}{2} h_{00, i} = 0$$

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\frac{c^2}{2} h_{00, i}$$

Da i ein räumlicher Index ist, der die Werte 1, 2 oder 3 annimmt, finden wir damit eine Äquivalenzform "Beschleunigung - Kraft", die sich in Vektorform darstellen lässt :

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\overrightarrow{grad} \phi$$

mit

$$\phi = \frac{c^2 h_{00}}{2}$$

Die Verbindung zwischen dem Gravitationspotential und der Zeitkomponente des metrischen Tensors kann durch Einsetzen von (16) in (17) hergestellt werden, wir erhalten also :

$$g_{00} = 1 + \frac{2\phi}{c^2}$$

Das Gravitationspotential ϕ ist gleichbedeutend mit einer Geschwindigkeit zum Quadrat (c^2). Mit dem Wissen, dass $h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$ können wir lokal überprüfen, dass für die Erde, $h_{00} =$

$\frac{2\phi}{c^2} = \frac{2G \cdot M_t}{R_t \cdot c^2} = 10^{-9} \ll \eta_{00} = 1$ unter Verwendung des bekannten Ausdrucks für die Berechnung des Gravitationspotentials :

$$\phi = \frac{GM}{R}$$

2.3.7 Die Lösungen von Karl Schwarzschild & Ludwig Flamm

Karl Schwarzschild entwickelte eine vollständige geometrische Lösung für Gleichung (18), die aus zwei Metriken bestand, die in zwei separaten Artikeln veröffentlicht wurden ((Schwarzschild 1916b),(Schwarzschild 1916a)) :

- **Die erste Lösung** beschreibt mit der unten stehenden Metrik die äußere Geometrie einer sphärisch symmetrischen Masse wie einem Stern mit dem Radius r_n . In Abbildung 2.4 sehen Sie, wie der Stern im Vakuum außerhalb des Objekts, in dem es keine Materie gibt, aussieht:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{8\pi G \rho r_n^3}{3c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G \rho r_n^3}{3c^2 r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

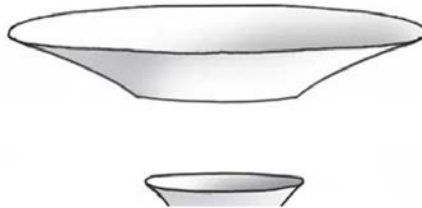


Abbildung 2.4 - Ausschnitt einer Hyperfläche von Flamm

- **Die zweite Lösung**, oft als innere Schwarzschild-Lösung bezeichnet, die durch die folgende Metrik strukturiert ist, die die Geometrie der Raumzeit innerhalb eines statischen, sphärisch symmetrischen Körpers aus inkompressibler Flüssigkeit als Stern mit Radius beschreibt. r_n Dies ist in Abbildung 2.5 dargestellt:

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G \rho r^2}{3c^2}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G \rho r_n^2}{3c^2}} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G \rho r^2}{3c^2}} \right]^2 c^2 dt^2$$

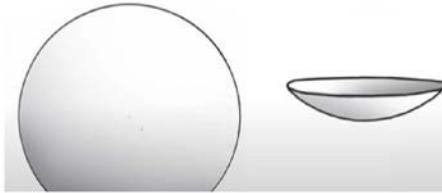


Abbildung 2.5 - Portion einer Kugel

Dieser Ansatz beinhaltet das Zusammenfügen von zwei Segmenten von Raum-Zeit-Lösungen, speziell zwei Regionen von Hyperoberflächen, die jeweils durch ihre unterschiedlichen Metriken gekennzeichnet sind. Das Zusammenfügen erfolgt an einer gemeinsamen Grenze, wodurch die Kontinuität der Raumzeitgeometrie und die physikalische Kohärenz der kombinierten Lösung über die Schnittstelle hinweg gewährleistet wird.

Im selben Jahr bot ein junger Mathematiker seine eigene Interpretation von Schwarzschilds Arbeit an. Sein Name war Ludwig Flamm. Seine Arbeit und sein Name blieben den Kosmologieexperten aus einem einfachen Grund weitgehend unbekannt: Sein Artikel wurde bis 2012 nicht ins Englische übersetzt. Er beherrschte die Geometrie von Objekten wie den dreidimensionalen Riemannschen Hyperflächen perfekt ((Flamm 1916)). Kruskal entwickelte, aufbauend auf Schwarzschilds äußerer Metrik, sein renommiertes Modell, das als Grundlage der Theorie der Schwarzen Löcher gilt. Indem er die äußere Schwarzschild-Lösung analytisch verlängerte, eliminierte er "algebraisch" die am "Ereignishorizont" gefundene Koordinatensingularität für $r = R_s$ (Schwarzschild-Radius) durch die Einführung eines neuen Koordinatensystems. Dieses System soll die Metrik überall regulär machen, außer an der "zentralen physikalischen Singularität" für $r = 0$ ((Martin D. Kruskal 1960),(Jean-Marie Souriau 1965)). Aber hat dieses Modell wirklich eine physikalische Bedeutung?

2.3.8 Konstruktion der Geodäten für Schwarzschilds Äußere Metrik

Betrachten wir die äußere Schwarzschild-Metrik (6.53) aus (Adler, Bazin, and Schiffer 1975) (Seite 194) :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) (dx^0)^2 - \left(\frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}}\right) - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

wobei m eine einfache Integrationskonstante (eine Länge) ist, x^0 ist ein Zeitmarker (ebenfalls eine Länge), und s die auf der 4D-Hyperfläche gemessene Länge ist.

Die Autoren schreiben :

$$x^0 = ct$$

Eine Geodäsie ist ein auf der Hyperfläche eingeschriebener Pfad, der einer minimalen Länge entspricht :

$$\delta \int ds = 0$$

Das bedeutet, dass diese Länge :

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right\}$$

hat einen Minimalwert entlang eines so parametrisierten Pfades : $t(s), r(s), \theta(s), \phi(s)$.
Schreiben wir:

$$\dot{t} = \frac{dt}{ds}, \quad \dot{r} = \frac{dr}{ds}, \quad \dot{\theta} = \frac{d\theta}{ds}, \quad \dot{\phi} = \frac{d\phi}{ds}$$

Dies ist gleichbedeutend mit der Suche nach Pfaden, die minimieren :

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2) \right\} ds$$

Die Menge in eckigen Klammern ist :

$$L = L(t, r, \theta, \phi, \dot{t}, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) \quad \text{ou} \quad L = L(x^i, \dot{x}^i)$$

Dieses Problem wurde von dem französischen Mathematiker Lagrange gelöst, was zu dem führte, was heute als Lagrange-Gleichungen bekannt ist.

Die Berechnung von Geodäten ist ein Problem des "*gebundenen Extremums*". Das liegt daran, dass wir alle Wege betrachten, die zwei Punkte verbinden. a und b , also mit diesen Punkten verbunden sind. Die Geodäten sind dann durch die Gleichungen :

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} \right) = \frac{\partial L}{\partial x^i}$$

Mit :

$$L = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta} = -2r^2 \sin\theta \cos\theta \dot{\phi}^2$$

Die ersten drei Lagrange-Gleichungen (6.75), (6.76), (6.77) aus (Adler, Bazin, and Schiffer 1975), entsprechend den Variablen θ , ϕ und t , sind die folgenden:

$$\frac{d}{ds} (r^2 \dot{\theta}) = r^2 \sin\theta \cos\theta \dot{\phi}^2$$

$$\frac{d}{ds} (r^2 \sin^2\theta \dot{\phi}) = 0$$

$$\frac{d}{ds} \left[\left(1 - \frac{2m}{r} \right) \dot{t} \right] = 0$$

Wenn wir jeden Term der Metrik (25) teilen durch ds^2 :

$$1 = \left(1 - \frac{2m}{r} \right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2 (\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2)$$

In der allgemeinen Relativitätstheorie kann die Ausnutzung der sphärischen Symmetrie einer Lösung die Analyse von Geodäten vereinfachen. Im Fall der Schwarzschild-Metrik, die tatsächlich sphärisch symmetrisch ist, kann diese Symmetrie ausgenutzt werden, um das Problem auf zwei Dimensionen zu reduzieren.

Die Schwarzschild-Metrik in sphärischen Koordinaten hängt von den Variablen r , θ , ϕ , , und t . Die sphärische Symmetrie besagt, dass sich die Metrik nicht ändert, wenn wir Drehungen um das Zentrum durchführen. Diese Eigenschaft ermöglicht es uns, das Problem zu vereinfachen, indem wir Geodäten wählen, die in einer konstanten Ebene bleiben. Es ist üblich, zur Vereinfachung der Berechnungen die Äquatorialebene zu wählen, was der Festlegung entspricht $\theta = \pi/2$. In dieser Ebene wird die Koordinate θ nicht verändert, was bedeutet, dass $d\theta = 0$ und damit die Komponente der involvierenden Metrik $d\theta$ verschwindet (siehe Abbildung 2.6).

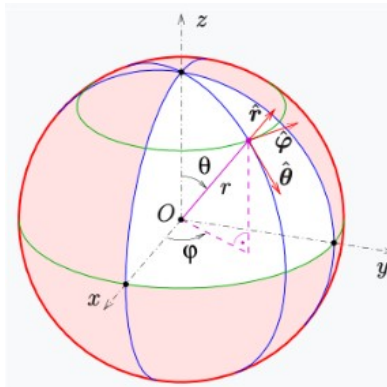


Abbildung 2.6 - Vectorielle Einheitsgrößen in Kugelkoordinaten

Wenn wir dann den Lagrangian (der eine Funktion ist, die die Dynamik eines Systems zusammenfasst) untersuchen, der mit dieser Metrik verbunden ist, können wir die Bewegungsgleichungen für die Geodäten finden. Für ein Objekt, das sich in der Äquatorialebene bewegt, wird die azimutale Komponente seines Drehimpulses, die mit ϕ , erhalten bleibt, was eine Folge der Achsensymmetrie der Metrik in Bezug auf die Achse senkrecht zur Äquatorialebene ist. Mathematisch lässt sich dies durch die Gleichung :

$$r^2 \dot{\phi} = h = \text{constante}$$

wobei h eine Bewegungskonstante ist (Winkelmoment pro Masseneinheit), r die radiale Koordinate ist und $\dot{\phi}$ ist die Ableitung der Azimutalkoordinate ϕ nach der Eigenzeit s (die Zeit, die von einer Uhr gemessen wird, die sich mit dem Objekt bewegt).

Dies zeigt uns, dass die Menge $r^2 \dot{\phi}$ entlang der Geodäsie konstant bleibt.

Die obige Gleichung (19) lässt sich integrieren und ergibt :

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t} = l = \text{constante}$$

Durch Substitution erhalten wir dann die Differentialgleichung :

$$1 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} c^2 l^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - \frac{h^2}{r^2}$$

die folgendes ergibt r in Abhängigkeit vom Parameter s . Aber mithilfe einer zuvor vorgestellten Gleichung können wir zu einer Differentialgleichung übergehen, die die Ableitung hervorhebt:

$$r' = \frac{dr}{d\phi} = \frac{\dot{r}}{\dot{\phi}}$$

Aus (20) und (21) erhalten wir dann :

$$\dot{r} = \dot{\phi} r' = \frac{h}{r^2} r'$$

Wir können dann die Differentialgleichung erhalten, die Folgendes verbindet r und l :

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) = c^2 l^2 - \frac{h^2}{r^4} r'^2 - \frac{h^2}{r^2} \left(1 - \frac{2m}{r}\right)$$

Wir können dann den Übergang von der Variablen r zu einer Variablen u wie z. B.:

$$u = \frac{1}{r} \quad \Rightarrow \quad r' = -\frac{u'}{u^2}$$

Dann können wir aus (22) ableiten:

$$d\phi = \frac{dr}{r'} = \frac{du}{u'}$$

Dies führt zu :

$$(1 - 2mu) = c^2 l^2 - h^2 u'^2 - h^2 u^2 (1 - 2mu)$$

die sich auf reduziert:

$$u'^2 = \left(\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2}\right) + \frac{2m}{h^2} u - u^2 + 2mu^3$$

So ergibt aus (23) die Integration :

$$\phi = \phi_0 + \int_{u_0}^u \frac{dv}{\sqrt{\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2} + \frac{2m}{h^2} v - v^2 + 2mv^3}}$$

Dies ist eine exakte Lösung der Einstein-Gleichung, die den Winkel ausdrückt ϕ als ein Integral von $u = \frac{1}{r}$. Umgekehrt ergibt sich daraus u als die (implizite) Umkehrfunktion von ϕ und resultiert in "quasi-elliptischen" Geodäten, abhängig von den beiden Integrationskonstanten l und h .

In der Tat, wenn h groß ist, bedeutet dies, dass die von einem Testpartikel durchlaufene Geodäsie von einer radialen freien Fallbahn abweicht, da sie einen signifikanten Betrag an spezifischem Drehimpuls hat. Folglich wird seine Flugbahn weniger von der Schwerkraft direkt auf den Zentralkörper einwirken, was dazu führt, dass es von einem direkten radialen Fall abweicht und einen stärker gekrümmten oder "quasi-elliptischen" Weg einschlägt.

Wenn man den Bereich innerhalb der Schwarzschild-Kugel ($r < 2m$) ignoriert, ist es möglich, die mit dieser stationären Metrik verbundenen ebenen Geodäten in 3D darzustellen. Die Darstellung der Schwarzschild-Sphäre kann als ein Kreis betrachtet werden, der sich entlang der Schwarzschild-Zeitdimension in die Raumzeit projiziert t_s . Wenn wir einen Neutronenstern mit einem Radius von 10 km betrachten, wird er an der Tolman-Oppenheimer-Volkoff-Grenze (TOV) von etwa 2 Sonnenmassen stabil bleiben. Die TOV-Grenze stellt die kritische Maximalmasse dar, die ein Neutronenstern haben kann, während er stabil bleibt. Damit ist der *Horizont* einer äquivalenten Punktmasse etwa 6 km von seinem Zentrum entfernt ($r_s = \alpha$). Da der Radius des Sterns ca. 3/2 mal r_s beträgt, positionieren wir den *Horizont* dieses Objekts bei $r_s = 2$ für einen Radius von 3. Diese Konfiguration ermöglichte es mir, mit Hilfe von Mathematica die Geodäsie eines Testpartikels darzustellen, das einer Fallbahn zu diesem Objekt folgt, wie in [Abbildung 2.7](#) dargestellt.

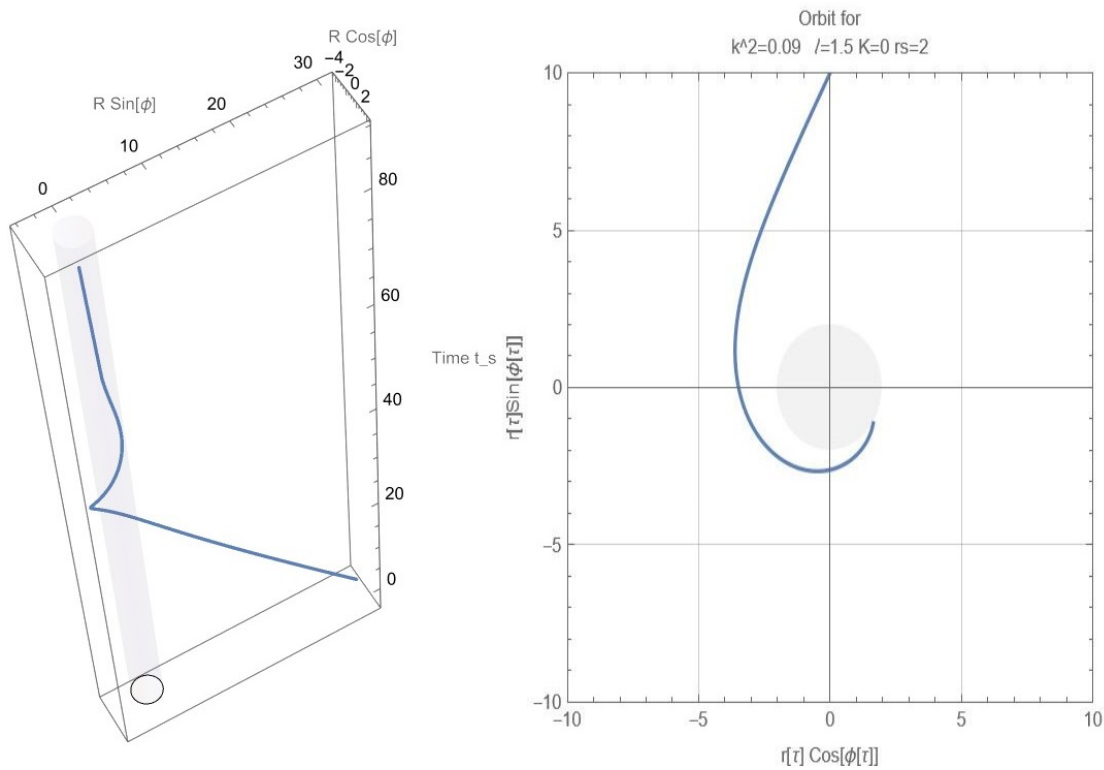


Abbildung 2.7 - Darstellung einer fallenden Geodäsie im Koordinatensystem (r, ϕ, t_s)

Unabhängig von der Bewegungsrichtung der Geodäsie, in diesem Fall zentripetal, würde es bei dieser Wahl der Zeitkoordinate unendlich lange dauern, um sich der Schwarzschild-Sphäre zu nähern. Tatsächlich würde, wie wir in den Abbildungen 2.8 und 2.9 sehen können, für einen entfernten Beobachter jedes Objekt, das sich dem Horizont eines Neutronensterns nahe seiner physikalischen Kritikalität oder eines supermassereichen Objekts nähert, wie die, deren alternativer Ansatz in Kapitel 7 untersucht wird, eine Zeitdilatation in der Nähe des sogenannten Schwarzschild-Radius erfahren. Für das Objekt selbst (oder einen Beobachter, der sich mit dem Objekt bewegt) würde die Zeit jedoch weiterhin normal fortschreiten (bzw. die blaue Kurve im Vergleich zur gestrichelten Kurve).

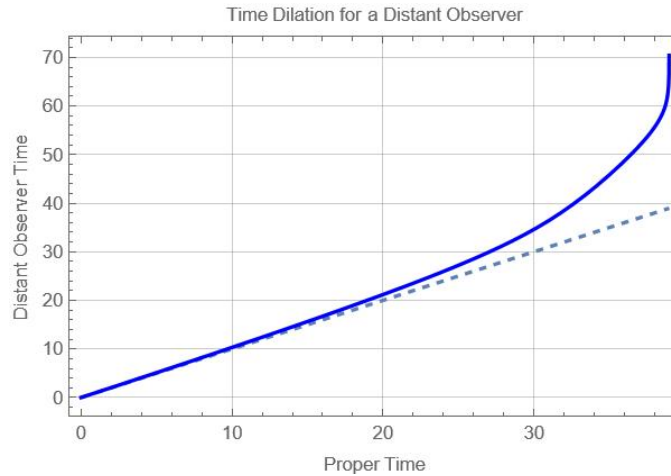


Abbildung 2.8 - Zeitliche Dilatation für einen entfernten Beobachter

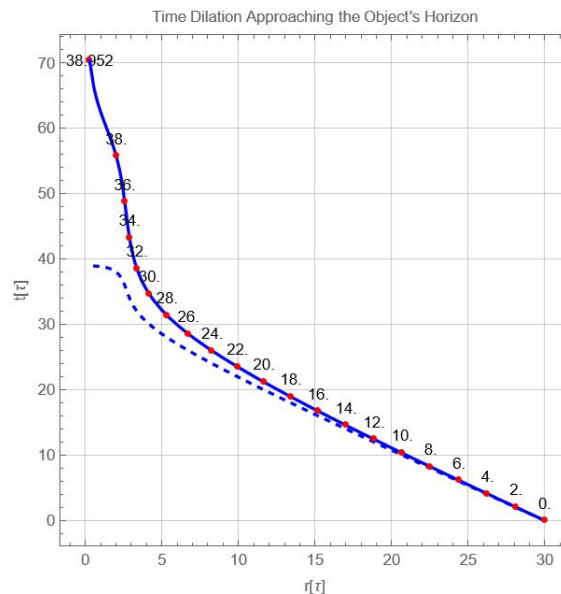


Abbildung 2.9 - Temporale Dilatation reelle Dilatation bei Annäherung an den Objekthorizont

Aus der Sicht dieses weit entfernten Beobachters würde es scheinbar unendlich lange dauern, bis das Objekt den Horizont erreicht. Folglich würde es als allmählich langsamer werdend wahrgenommen werden, fast wie eingefroren erscheinen oder in der Nähe des Horizonts stehen bleiben.

Dieses Phänomen ist eine Folge der allgemeinen Relativitätstheorie, die besagt, dass die Anwesenheit einer signifikanten Masse die Raumzeit krümmt. Diese Krümmung wirkt sich auf den Zeitverlauf aus und führt in starken Gravitationsfeldern zu einer Zeitdilatation.

Dieser Aspekt stellt einen der Grundpfeiler der Theorie der Schwarzen Löcher dar. Aber gibt es auch eine andere Alternative? Das werden wir später in Kapitel 5 erforschen.

2.3.9 Die Lösung von Roy Kerr

1963 revolutionierte Roy Kerr, ein prominenter neuseeländischer Mathematiker, das Verständnis der Allgemeinen Relativitätstheorie im Zusammenhang mit dem Schwarzlochmodell, indem er eine neue Lösung für Einsteins Feldgleichung vorschlug. Im Gegensatz zu Schwarzschilds äußerer Metrik ((Schwarzschild 1916b)), die als Grundlage für das Modell eines statischen und sphärisch symmetrischen Schwarzen Lochs verwendet wird, ist Kerrs Lösung axialsymmetrisch und stellt ein rotierendes Schwarzes Loch dar ((Kerr 1963)). Diese Entdeckung war damals besonders bedeutsam, da sie ein realistischeres Modell für viele Himmelsobjekte lieferte.

Die Kerr-Metrik wird in Boyer-Lindquist-Koordinaten ausgedrückt. (t, r, θ, ϕ) ((Chaskalovic 2009)), und sein Linienelement ist gegeben für $c = 1$ durch :

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GMr}{\rho^2}\right) dt^2 - \frac{4GMarsin^2\theta}{\rho^2} dt d\phi + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2GMra^2 sin^2\theta}{\rho^2}\right) sin^2\theta d\phi^2$$

wobei

$$\begin{aligned}\Delta &= r^2 - 2GMr + a^2, \\ \rho^2 &= r^2 + a^2 \cos^2\theta.\end{aligned}$$

M ist die Masse des zentralen rotierenden Objekts, oft ein schwarzes Loch, das die umgebende Raumzeit beeinflusst, und a ist der spezifische Drehimpuls des rotierenden Objekts. Der wichtige Begriff, der hier zu beachten ist, ist $-\frac{4GaMr sin^2\theta}{\rho^2} dt d\phi$, der den Mitnahmeeffekt der Raumzeit aufgrund der Rotation des Objekts, typischerweise eines Schwarzen Lochs, darstellt. Diese Eigenschaft kann als eine Manifestation von Ernst Machs Idee der Relativität der Bewegung interpretiert werden, bei der die Raumzeit selbst durch die Anwesenheit von sich bewegender Materie beeinflusst zu werden scheint.

Die Relevanz von Kerrs Lösung wurde durch die Entdeckung der Pulsare im Jahr 1967 weiter unterstrichen, die ursprünglich als Neutronensterne verstanden wurden, die mit unglaublich hohen Geschwindigkeiten rotieren, manchmal mit bis zu tausend Umdrehungen pro Sekunde. Obwohl die Kerr-Metrik hauptsächlich auf das Modell des Schwarzen Lochs angewendet wird, sind ihre Auswirkungen auf das Verständnis anderer kompakter astrophysikalischer Objekte wie Neutronensterne ebenfalls bedeutsam. Der renommierte Astrophysiker Subrahmanyan Chandrasekhar lobte Kerrs Lösung als einen großen Fortschritt in der angewandten mathematischen Forschung in der theoretischen Physik ((Chandrasekhar 1983)).

Was durch diesen Ansatz von Kerr wichtig hervorzuheben ist, ist die Möglichkeit, andere Darstellungseigenschaften zu erforschen, wie zum Beispiel die Einführung eines Terms $drdt$ in der äußeren Schwarzschild-Metrik, dessen Implikationen in Kapitel 5 untersucht werden.

2.4 Die Arbeiten von Andrei Sacharow & Jean-Marie Souriau

Das kosmologische Janus-Modell kompiliert Albert Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie, die Arbeit von Andrej Sacharow in der Teilchenphysik und Kosmologie sowie die Arbeit von Jean-Marie Souriau in der symplektischen Geometrie. Gemäß der Theorie der dynamischen Gruppen erklärt er, wie die Umkehrung der Zeit eine Umkehrung der Energie und damit der Masse impliziert.

Tatsächlich wird die baryonische Asymmetrie des Universums als eines der bedeutendsten Probleme der heutigen Physik angesehen. Genauer gesagt bezieht sich dies auf die Beobachtung, dass es im Universum eine Nettomenge an Baryonen (Teilchen, die aus drei Quarks bestehen, wie Protonen und Neutronen) gibt, aber fast keine Antibaryonen (Teilchen, die aus drei Antiquarks bestehen). Das Universum hätte seit dem Urknall mit einer gleichen Menge an baryonischer Materie und antibaryonischer Antimaterie erschaffen werden sollen, was zu ihrer gegenseitigen Vernichtung geführt hätte, wobei sich ihre Masse in Photonen umgewandelt hätte. Doch wo ist diese primordiale Antimaterie geblieben?

In den 1960er Jahren entdeckten Wissenschaftler, dass die Produktionsrate von Materie (aus der Kombination von Urquarks) etwas schneller erfolgt als die Produktionsrate von Antimaterie (aus der Kombination von Antiquarks), ein Phänomen, das als "*CP-Verletzung*" bekannt ist ((Cronin 1964)). Dies war paradox, da solche Kombinationsprozesse zuvor als symmetrisch angesehen worden waren. Aufgrund dieser *CP-Verletzung* wurde jedoch im frühen Universum mehr Materie synthetisiert, die sich gegenüber der Antimaterie durchsetzte.

Der russische Physiker Andrej Sacharow war ab 1967 der erste, der eine globale Symmetrie wiederherstellte, indem er davon ausging, dass das Universum nicht aus einer einzigen Einheit, sondern aus zwei Zwillingsuniversen bestand, die aus derselben Urknallsingularität hervorgegangen waren und zwei entgegengesetzte Zeitpfeile ab dem Zeitpunkt $t = 0$. Die ursprüngliche Singularität Φ kehrt nicht nur die Zeit (*T-Symmetrie*), sondern auch die Parität (*P-Symmetrie*, auch "*Enantiomorphie*" genannt) sowie die Ladungskonjugation (*C-Symmetrie*, die ein Teilchen in sein Antiteilchen und umgekehrt verwandelt) um, wodurch eine vollständige *CPT-Symmetrie* induziert wird ((Sacharow 1967),(Sacharow 1980),(Sacharow 1982)). Die *Verletzung der CP-Symmetrie* ist auch im Zwillingsuniversum umgekehrt, was bedeutet, dass sich die Antimaterie gegenüber der Materie durchgesetzt hat. Es ist anzumerken, dass sich Sacharow auf die Beschreibung der *CPT-Symmetrie* nur im Kontext der Teilchenphysik konzentrierte, also ohne die Gravitation in sein Modell einzubeziehen, so dass die Zwillingsuniversen nie miteinander interagieren, außer im Moment ihrer Entstehung, wie in Abbildung 2.10 dargestellt:

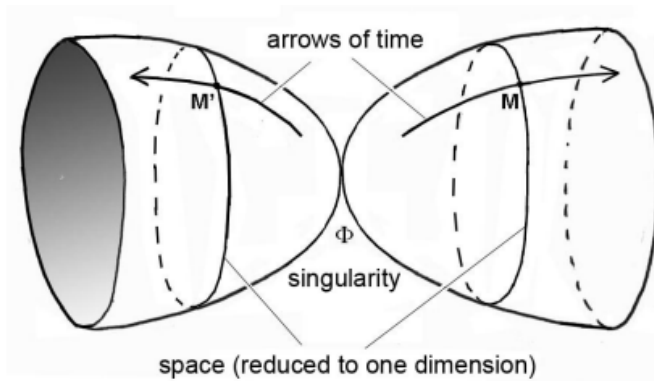


Abbildung 2.10 - Modell des Kosmologischen Modells von Sacharow

2.5 Bimetrischer Ansatz Eingeführt durch die Hyperbolische Riemannsche Geometrie

Die hyperbolische Riemannsche Geometrie spielt eine entscheidende Rolle im kosmologischen Janus-Modell. Dieser Zweig der Geometrie untersucht gekrümmte Räume mit einer konstanten negativen Krümmung. Diese Geometrie ermöglicht die Konzeptualisierung von Räumen mit sowohl positiver als auch negativer Krümmung. Es ist jedoch wichtig zu beachten, dass es derzeit keine zwei- oder mehrmetrische mathematische Theorie gibt, die in die hyperbolische Riemannsche Geometrie eingeführt wurde und auf der ein zweimetrisches kosmologisches Modell basieren könnte. In der Tat bleiben die derzeitigen theoretischen Modelle heuristisch. Zum Beispiel wurden 2002 und 2008 zwei Ansätze von Thibault Damour ((Damour and Kogan 2002)) bzw. Sabine Hossenfelder ((Hossenfelder 2008)) versucht. Der eine Ansatz basierte auf der Einführung von schweren und leichten Gravitonen in ein System von zweidimensionalen Feldgleichungen, der andere war unserem Modell mehr oder weniger ähnlich.

Tatsächlich versuchen Damour und Kogan, eine Theorie der "zwei Membranen" zu konstruieren, die ein Spektrum massiver Gravitonen beinhaltet, doch das 40-seitige Dokument endet in einem Fishtail. Nebenbei zeigen sie, dass eine solche Bigraviton einem System von zwei gekoppelten Feldgleichungen gehorchen muss:

$$2M_L^2 \left(R_{\mu\nu}(g^L) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^L R(g^L) \right) + \Lambda_L g_{\mu\nu}^L = t_{\mu\nu}^L + T_{\mu\nu}^L$$

$$2M_R^2 \left(R_{\mu\nu}(g^R) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^R R(g^R) \right) + \Lambda_R g_{\mu\nu}^R = t_{\mu\nu}^R + T_{\mu\nu}^R$$

Danach schlug Sabine Hossenfelder ein verfeinertes Modell vor, das sich mit dem Konzept der negativen Massen im Universum auseinandersetzt. 1957 versuchte Hermann Bondi jedoch, diese Massen in das Modell von Albert Einstein einzuführen. Doch das sogenannte Fluchtphänomen offenbarte physikalische Widersprüche, so dass das Modell grundlegende Prinzipien der Physik verletzte, wie das Prinzip von Aktion und Reaktion und die

Äquivalenz ((Bondi 1957)). Hossenfelder geht noch einen Schritt weiter und formuliert ein Paar neuer, gekoppelter Feldgleichungen:

$$R_{vk} - \frac{1}{2} g_{vk}^{(g)} R = T_{kv} - \frac{V}{\sqrt{g}} a_v^k a_k^v T_{vk}$$

$$R_{vk} - \frac{1}{2} h_{vk}^{(h)} R = \underline{T}_{vk} - W \sqrt{\frac{g}{h}} a_k^v a_v^k T_{kv}$$

Als sie dann die Unstimmigkeit mit den physikalischen Prinzipien nicht auflösen konnte und glaubte, dass sie untrennbar mit der "zweidimensionalen Schwerkraft" verbunden sei, gab sie auf.

Beiden Ansätzen ist gemeinsam, dass sie rein theoretisch sind und keine durch Beobachtungen bestätigten Ergebnisse geliefert haben. Der einzige Kredit, den man unserem kosmologischen Modell im Vergleich zu den beiden vorherigen zubilligen kann, ist, dass es viele Anknüpfungspunkte an Beobachtungen und mehrere physikalische Vorhersagen hat, die wir in Abschnitt 3.2

betrachten werden Die hyperbolische Riemannsche Geometrie ist ein Zweig der Riemannschen Geometrie, der gekrümmte Räume mit konstanter negativer Krümmung untersucht, die mathematisch einer hyperbolischen Form entsprechen, die oft als "sattelförmig"

beschrieben wird. Genauer gesagt kann die konstante negative Krümmung des hyperbolischen Raums als das asymptotische Verhalten der Hyperbel in beide Richtungen beschrieben werden: Die Äste der Hyperbel divergieren unendlich weit, ohne jemals zu konvergieren. Diese Eigenschaft ist eine wichtige Eigenschaft des hyperbolischen Raums und kann verwendet werden, um ihn von der euklidischen Geometrie und der sphärischen Riemannschen Geometrie abzugrenzen.

In Abbildung 2.11 sind zum Beispiel die roten Linien, die die Dreiecke zeichnen, die *Geodäten* der Oberfläche. Vereinfacht gesagt ist eine *Geodäsie* der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten im Raum. Stellen Sie sich vor, Sie befinden sich in einem flachen euklidischen Raum, wie auf einem großen Blatt Papier; hier ist dieser Weg nur eine gerade Linie. Aber auf gekrümmten Oberflächen, egal ob positiv gekrümmt (sphärische Geometrie) oder negativ gekrümmt (hyperbolische Geometrie wie ein Pferdesattel), kann eine *Geodäsie* mithilfe eines Seils oder Gummibands gezeichnet werden, das zwischen zwei Punkten auf dieser Oberfläche gespannt ist und den kürzesten Weg darstellt. Im Gegensatz zur euklidischen Geometrie, bei der die Winkelsumme eines Dreiecks 180 Grad beträgt, übersteigt diese Summe in der sphärischen (riemannschen) Geometrie also 180 Grad und ist in der hyperbolischen Geometrie (ebenfalls eine Art der riemannschen Geometrie) kleiner als 180 Grad.

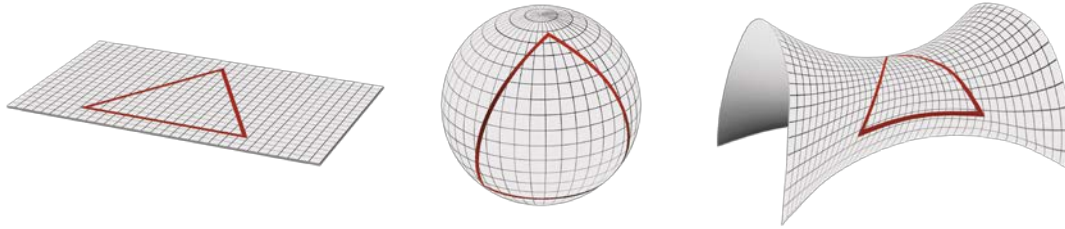


Abbildung 2.1 1 - Arten der räumlichen Krümmung

Es ist wichtig zu beachten, dass ein "flacher" euklidischer Raum, d. h. ein Raum mit Nullkrümmung, nicht notwendigerweise eine flache Ebene ist. Nehmen Sie das vorherige Beispiel des Blattes wieder auf: Selbst wenn es mehrfach gefaltet wird, wie Wellblech, bleibt seine Krümmung überall null. Das bedeutet, dass sich die auf ihrer Oberfläche eingezeichnete *Geodäsie* nicht ändert, da sich das Blatt nicht dehnt. Dasselbe gilt für geschlossene euklidische Oberflächen wie einen Zylinder oder Kegel: Entgegen dem, was man erwarten würde, haben sie keine Krümmung. Gemäß der euklidischen Geometrie können sie, obwohl sie gekrümmt erscheinen, als "flach" betrachtet werden, da ihre Oberfläche ohne Dehnung in eine Ebene aufgefaltet werden kann.

Das Konzept des Kosmologischen Janus-Modells, auf das im nächsten Kapitel näher eingegangen wird, besteht darin, sie mit einer "Melange-Geometrie" zu verbinden, die durch eine Beziehung zwischen Räumen mit positiver Krümmung und Räumen mit negativer Krümmung gemäß einem System von zwei gekoppelten Feldgleichungen definiert wird.

3 Kosmologisches Modell Janus

3.1 Beschreibung

Das Kosmologische Modell Janus bietet eine revolutionäre Vision des Universums, die sich durch eine Riemannsche Mannigfaltigkeit mit zwei unterschiedlichen Metriken auszeichnet. Diese Metriken behandeln positive und negative Massen auf einzigartige Weise und bieten eine konsistente Interpretation im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie, die durch Beobachtungen bestätigt wird, während gleichzeitig traditionelle Paradoxa vermieden werden.

Basierend auf Andrei Sacharows kosmologischem Modell zweier nicht interaktiver bimetrischer Universen wurde ein neues Modell als ein einziges Universum entwickelt, das aus einer einzigen riemannschen Varietät mit zwei Metriken besteht, nämlich einer vierdimensionalen Hyperfläche mit zwei Schichten, die in *KPT-Symmetrie aufeinander* gefaltet sind, aber diesmal durch Gravitationseffekte interagieren.

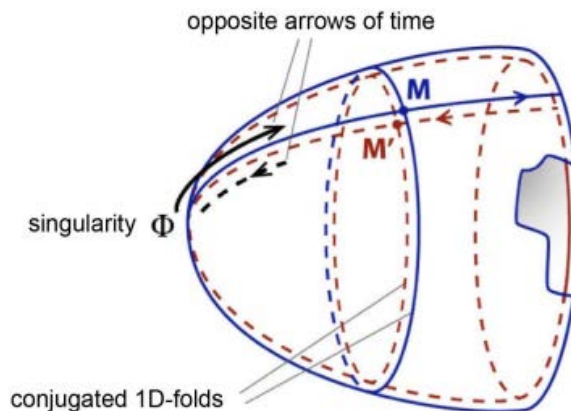


Abbildung 3.1 - Mo del Kosmologisches Janus-Modell

Die erste Schicht ist mit einer bestimmten Längeneinheit gerastert, die eine Metrik liefert, durch die Materie mit positiver Energie und Masse zwischen zwei Punkten dieser Raumzeit mit einer Geschwindigkeit c Die Geschwindigkeit wird durch die spezielle Relativitätstheorie begrenzt (Abschnitt 2.2.2). Und sein Gegenstück, das oben gefaltet, aber mit einer 100-mal kürzeren Längeneinheit und einer 10-mal höheren Geschwindigkeit für Materie mit negativer Energie und Masse (Photonen bewegen sich in den gleichen Proportionen) gerastert ist, was zu einer 1000-mal schnelleren Durchquerungszeit führt. Dieses Modell bietet somit zwei Familien von Geodäten, die die Raumzeit auf zwei verschiedene Arten und mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten durchqueren, wodurch interstellare Reisen möglich werden und mehrere physikalische Phänomene wie das Verschwinden der primordialen Antimaterie sowie der Einschluss von Galaxien erklärt werden können ((Petit and d'Agostini 2014),(Petit 2018)).

Außerdem zeigt er, dass Zustände negativer Energie mit der Quantenmechanik vereinbar sind.

Das Modell baut auf zwei gekoppelten Feldgleichungen auf, die eine Erweiterung der Einsteinschen Feldgleichung darstellen. Es bietet eine glaubwürdige Alternative zur Anwesenheit von Dunkler Energie (abstoßende Kraft) und Dunkler Materie (Abflachung der galaktischen Rotationskurven) im Kosmos und integriert gleichzeitig erfolgreich negative Massen in die Allgemeine Relativitätstheorie.

Es basiert auf der Herleitung von Gleichungen aus einem Konzept, das als "*Lagrangian*" bezeichnet wird. In der Physik verwenden wir oft Prinzipien, um zu erklären, wie sich Objekte oder Teilchen bewegen und miteinander interagieren. In unserem Fall verwenden wir Variationsprinzipien, das sind mathematische Formeln, die beschreiben, wie sich ein physikalisches System im Laufe der Zeit verändert, indem es eine bestimmte Größe, die "*Aktion*" genannt wird, minimiert. Dieses Variationskonzept muss "*kovariant*" sein, was bedeutet, dass es unabhängig vom gewählten Inertialsystem gleich bleibt. Das bedeutet, dass es für alle Beobachter unabhängig von ihrer Geschwindigkeit gilt.

Die logische Herleitung dieser Prinzipien sollte uns zu Gleichungen führen, die die Bewegungen und Wechselwirkungen eines Systems von Teilchen so beschreiben, dass sie für alle Beobachter unabhängig von ihrer relativen Bewegung gelten. Die "*Aktion*" ist definiert als das Integral des "*Lagrangian*" über eine bestimmte Zeitperiode und ermöglicht es uns, die Kinetik und Dynamik eines physikalischen Systems zu beschreiben. Der "*Lagrangian*" ist eine Funktion, die aus der kinetischen und potenziellen Energie des Systems sowie aus anderen Faktoren, die sein Verhalten beeinflussen können, berechnet wird. Mithilfe des Prinzips der geringsten Aktion versuchen wir, den Weg des Systems zu finden, der die "*Aktion*" minimiert, was den Pfad bedeutet, für den der Wert der "*Aktion*" möglichst gering ist. Die Bewegungsgleichungen erhalten wir, indem wir diesen Pfad der minimalen Einwirkung nach der Zeit differenzieren.

3.2 Implikationen

Die Kosmologie befindet sich in einer Krise. Das erste Beispiel ist die Expansionsgeschwindigkeit des Universums, das sich seit 13,8 Milliarden Jahren wie ein riesiger Luftballon aufbläht. Wenn Astrophysiker mit ihren Teleskopen die aktuelle Geschwindigkeit dieser Expansion messen, die als Hubble-Konstante bekannt ist (oder H_0), finden sie einen Wert, der unvereinbar ist mit dem, der vom Standardmodell der Kosmologie (Modell Λ CDM), der Theorie, die die Geschichte des Universums von seinem Ursprung (dem Urknall) und den ersten Atomen über die ersten Sterne und Galaxien bis zum heutigen Tag am besten beschreibt.

Die Hubble-Konstante (H_0) ist ein Schlüsselparameter in der Kosmologie, der die Expansionsgeschwindigkeit des Universums misst. Sie gibt an, wie schnell sich die Galaxien in Abhängigkeit von ihrer Entfernung voneinander entfernen. Nun haben kürzlich zwei Hauptmessmethoden zu signifikant unterschiedlichen Ergebnissen geführt:

- Einerseits ergeben lokale Messungen, die die direkte Beobachtung von Galaxien und die kosmologische Entfernungsskala, die auf Standardkerzen wie Cepheiden und

Supernovae des Typs Ia basiert, verwenden, einen Wert von H_0 von 73 km/s/Mpc². Diese Messung stammt von der Shoaes-Kollaboration unter der Leitung des Amerikaners Adam Riess.

- Andererseits legen die Daten des Kosmologischen Diffusen Hintergrunds³, die im Rahmen des Standardmodells der Kosmologie analysiert wurden, einen niedrigeren Wert nahe, nämlich 67,4 Kilometer pro Sekunde pro Megaparsec (km/s/Mpc). Diese Methode stützt sich auf die Daten des Planck-Satelliten.

Diese Diskrepanz, sofern sie nicht auf Messfehler zurückzuführen ist, erfordert eine Neubewertung einiger grundlegender Aspekte des Standardmodells, wie etwa der Rolle der Dunklen Energie bei der Beschleunigung der kosmischen Expansion. Das Kosmologische Janus-Modell schreibt diesen Anti-Gravitationseffekt negativen Massen zu und erläutert seine Natur, ein Thema, das wir später im dedizierten Abschnitt 3.3 vertiefen werden.

Ein weiteres Beispiel ist das James-Webb-Weltraumteleskop (JWST), das mit seinen fortschrittlichen Infrarot-Beobachtungsmöglichkeiten das Universum in sehr frühen Stadien seiner Entwicklung beobachten soll, einschließlich der Entstehung der ersten Galaxien. Die jüngsten Beobachtungen des JWST zeigen Objekte oder Verhaltensweisen, die nicht mit den Vorhersagen des Standardmodells übereinstimmen, was zu einer vollständigen Revision seiner Grundlagen führt.

Dem Standardmodell der Kosmologie zufolge durchlief das Universum nach dem Urknall eine dunkle Periode, auf die einige hundert Millionen Jahre später die Bildung der ersten Sterne und Protogalaxien

folgte. Diese frühen Strukturen entwickelten sich im Laufe der ersten Milliarde Jahre zu großen Galaxien, ein Prozess, der durch die Schwerkraft der Dunklen Materie gesteuert wurde. Die Galaxien wuchsen und ballten sich über Milliarden von Jahren weiter zusammen und bildeten die verschiedenen Typen, die wir heute beobachten können. Die Dunkle Materie und die Dunkle Energie, die in diesem Prozess eine entscheidende Rolle spielen sollen, beeinflussen die Strukturbildung bzw. die Expansion des Universums.

In der jüngsten Studie, die in der Zeitschrift *Nature Astronomy* (Boylan-Kolchin 2023) veröffentlicht wurde, berichtet Mike Boylan-Kolchin, Professor für Astronomie an der Universität von Texas in Austin, von der Entdeckung, dass sich mehrere Galaxien mit hoher Rotverschiebung (500 bis 700 Millionen Jahre nach dem Urknall), die viel massereicher sind als die unsrige (10 Milliarden Sonnenmassen), früher als erwartet gebildet haben. *Abell 2744 Y1*

beispielsweise ist ein Galaxienhaufen im Sternbild Sculptor (der Bildhauer) in einer

² Ein Megaparsec entspricht etwa 3,26 Millionen Lichtjahren. Für jedes Megaparsec an Entfernung erhöht die Expansion des Universums die Geschwindigkeit, mit der sich Galaxien voneinander trennen, um 73 Kilometer pro Sekunde.

³ Die kosmische diffuse Hintergrundstrahlung (CMB) ist die elektromagnetische Strahlung, die etwa 380.000 Jahre nach dem Urknall ausgesendet wurde, als das Universum so weit abgekühlt war, dass sich Elektronen und Protonen zu Atomen verbinden konnten.

Entfernung von etwa 13,2 Milliarden Lichtjahren und erscheint uns daher so, wie sie war, als das Universum erst 650 Millionen Jahre alt war (Abbildung 3.2).



Abbildung 3.2 - Aufnahme des James-Webb-Teleskops - Abell 2744 Y1

Diese Beobachtung des James-Webb-Weltraumteleskops bestätigt einmal mehr eine der Vorhersagen des Kosmologischen Janus-Modells.

Das Janus Cosmological Model wirft also ein neues Licht auf kosmologische Schlüsselfragen, deren Antworten durch zahlreiche Beobachtungen und Vorhersagen bestätigt werden, von denen die folgende eine unvollständige Liste darstellt:

- Erklärung des Einschusses von Galaxien durch Lückenräume, die von negativen Massen besetzt sind, die zu ihrer Stabilität beitragen, wie in Abbildung 3.3 ((Farnes 2017)).

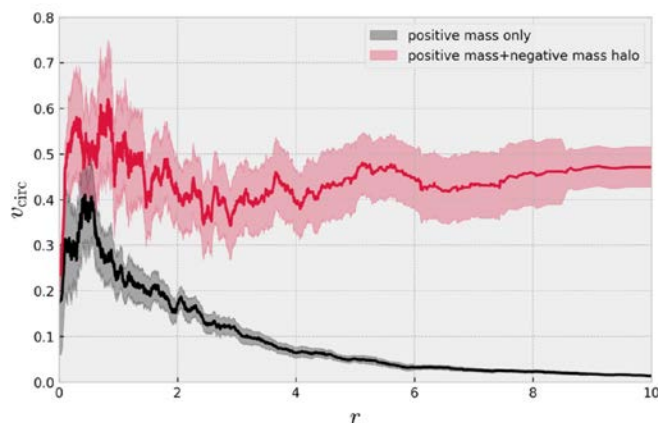


Abbildung 3.3 - Unterschied zwischen den Kreisgeschwindigkeiten einer Galaxie, die aus Teilchen mit positiver Masse besteht, und einer anderen, die von einem Halo aus Teilchen mit negativer Masse umgeben ist.

- Erklärung der Form der Rotationskurven von Galaxien (Abplattung)

- Dieses Modell erklärt die unerwartet hohe Gravitationsbeschleunigung von Sternen, die am Rande von Galaxien kreisen, aufgrund der Anwesenheit negativer Massen.
- Erklärung für die hohe Geschwindigkeit von Galaxien in Galaxienhaufen aufgrund des Antigravitationsbeitrags negativer Massen.
- Er bietet eine detaillierte mathematische Beschreibung des Verhaltens von Galaxien, die auf einem gemeinsamen Ansatz der Vlasov- und Poisson-Gleichungen beruht. Er sagt voraus, dass sich die Geschwindigkeiten der Sterne innerhalb einer Galaxie in einem Ellipsoid organisieren, das zum galaktischen Zentrum hin orientiert ist, eine Annahme, die durch die Messung der Restgeschwindigkeiten der Sterne in der Nähe des Sonnensystems bestätigt wird.
- Er erklärt die Gravitationslinseneffekte um Galaxien wie in 3.4.

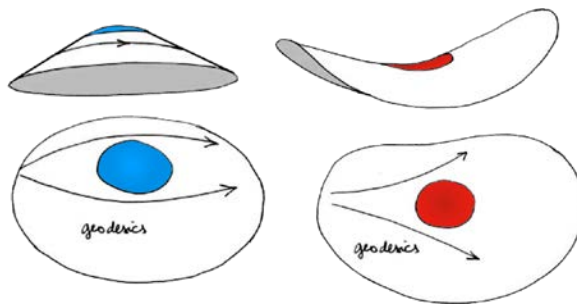


Abbildung 3.4 - Gravitationslinseneffekte

- Erklärung der lückenhaften Struktur des Universums, das von negativen Massenclustern in Form von miteinander verbundenen Seifenblasen besetzt ist, wie in 3.5.

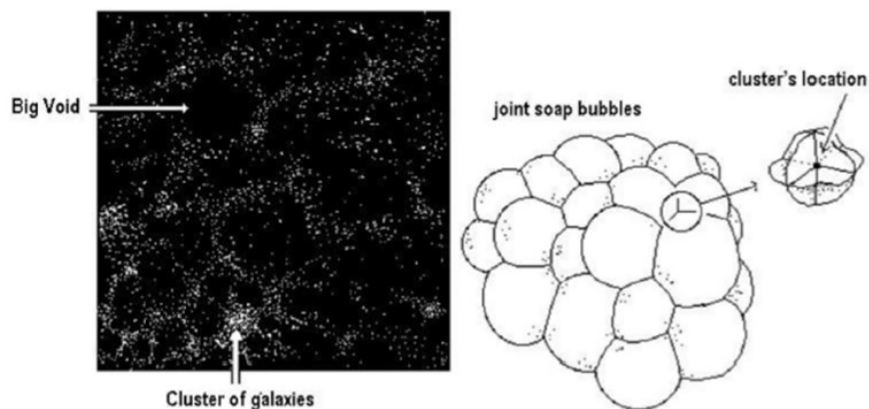


Abbildung 3.5 - Lückenhafte Struktur

Diese Struktur wurde 2018 auch von Tsvi Piran in seinem Artikel (Piran 2018) festgestellt, in dem er die Verteilung der Galaxien in dem, was er "Wände" nennt, aufgrund der antigravitativen Kompression der unterdichteten Regionen negativer Massen, die in der Dunklen Materie der Leerräume konzentriert sind, hervorhebt. Beobachtungen zeigen, dass diese Leerräume einen erheblichen Teil des Volumens des Universums einnehmen. Die Korrelation zwischen den Leerräumen in der

Galaxienverteilung und den Regionen mit geringer Dichte an Dunkler Materie belegt eindeutig den gravitativen Ursprung dieser Leerräume. Die primordialen subdichten Regionen, die als "*negative kosmologische Voids*" bekannt sind, wirken wie negative Gravitationsmassen und dienen als Keimzellen für die beobachteten Voids. Die Zentren dieser subdichten Regionen sind effektive Gravitationsmassen, die die Materie abstoßen und sie entlang der Wände zwischen den Zentren ausrichten. Die Leerstellen sind um diese Massen herum zentriert und werden von den Galaxienwänden umgeben. Schließlich bekommen die Wände Risse, wodurch die Leerräume mit anderen Leerräumen verschmelzen und ein größeres Netzwerk von Leerräumen entsteht, das die Galaxien einschließt.

- Vorhersage und Bestätigung der frühen Entstehung aller Galaxien, die kürzlich mit dem James Webb Space Telescope beobachtet wurden ((Ferreira et al. 2022)). Tatsächlich legt das Modell nahe, dass sich alle Galaxien während der ersten 100 Millionen Jahre in der Geschichte des (frühen) Universums gemeinsam gebildet haben. Diese Entstehung fand statt, als positive Masse zwischen zahlreichen Klumpen negativer Masse gewaltsam zusammengepresst wurde, was einen hohen Druck erzeugte. Die starke Kontraktion der Materie und der Gase aufgrund des Antigravitationseffekts der negativen Massen induzierte eine starke Aufheizung, die zu einer schnellen Abkühlung führte, die durch eine blattförmige Struktur erleichtert wurde. Durch diese Abkühlungszeit wurde eine Temperatur erreicht, die ausreichte, um thermonukleare Fusionsreaktionen einzuleiten, wodurch die ersten Sterne entstanden und sich zu den Galaxien zusammenschlossen, die wir heute kennen.
- Erklärung für weit entfernte Galaxien mit hoher Rotverschiebung (> 7), die als Zwerggalaxien (reduzierte Helligkeit) erscheinen. Denn Haufen mit negativen Massen (wie in der Region des Dipol Repulsors, die wir in Abschnitt [3.3](#) untersuchen) erzeugen einen negativen Gravitationslinseneffekt auf ihre Photonen, wodurch ihre Helligkeit gedämpft wird.
- Lokalrelativistische Überprüfungen bestätigt, wie die Vorverlegung des Perihels des Merkur oder die Ablenkung der Lichtstrahlen durch die Sonne. Da sich die beiden Arten von Massen abstoßen und unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die negative Massendichte in Sonnennähe nahezu vernachlässigbar ist, entspricht die erste Gleichung des Systems der Einsteinschen Feldgleichung (siehe Abschnitt [3.3.4.2](#)).

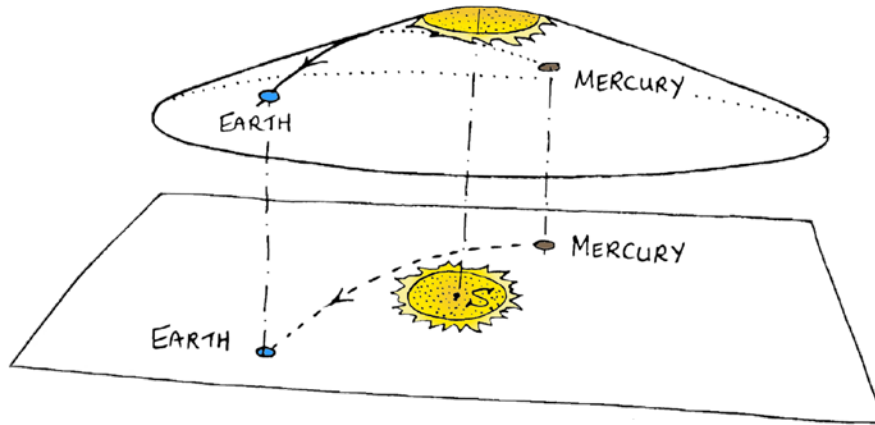


Abbildung 3.6 - Durch die Sonnenmasse induzierte Deformation der Raumzeit

- Die Ausnutzung der Asymmetrie zwischen den beiden Populationen positiver und negativer Massen führte zu einer Übereinstimmung mit den Beobachtungsdaten von Typ-Ia-Supernovae. Die Beobachtung von Supernovae des Typs Ia war ein entscheidendes Instrument zur Bestimmung der Entfernungen von Himmelsobjekten und zur Untersuchung der Expansion des Universums. Supernovae vom Typ Ia sind Supernovaexplosionen, die in Doppelsternsystemen auftreten, bei denen ein als Weißer Zwerg bekannter Stern Materie von einem Begleitstern aufnimmt, bis er eine kritische Masse erreicht hat, was zu einer Explosion führt. Diese Asymmetrie könnte durch Prozesse wie die Rotation oder das Magnetfeld des Begleitsterns verursacht werden, durch die Materie auf den Weißen Zwerg übertragen wird. Wenn die Asymmetrie existiert, könnte sie zu einem Helligkeitsunterschied zwischen Supernovae des Typs Ia führen, was die Beobachtungen erklären könnte.
- Erklärung der Natur des im Januar 2017 entdeckten Großen Repulsor (siehe Abschnitt 3.3), in der gezeigt wurde, dass er in einem scheinbar leeren Bereich des Universums existiert, der dem Shapley-Attraktor entgegengesetzt ist, der jegliche Materie abzustößen scheint.

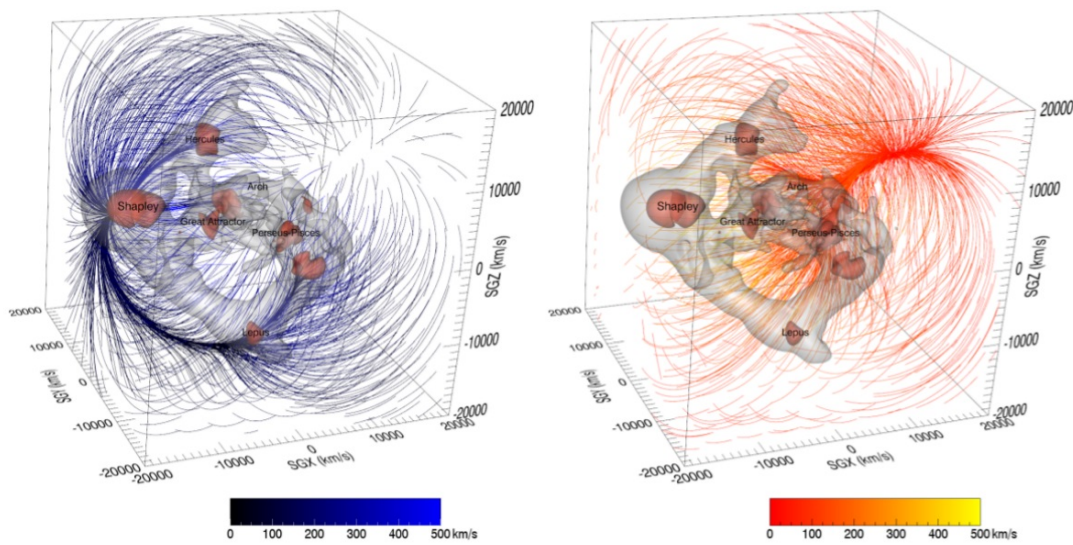
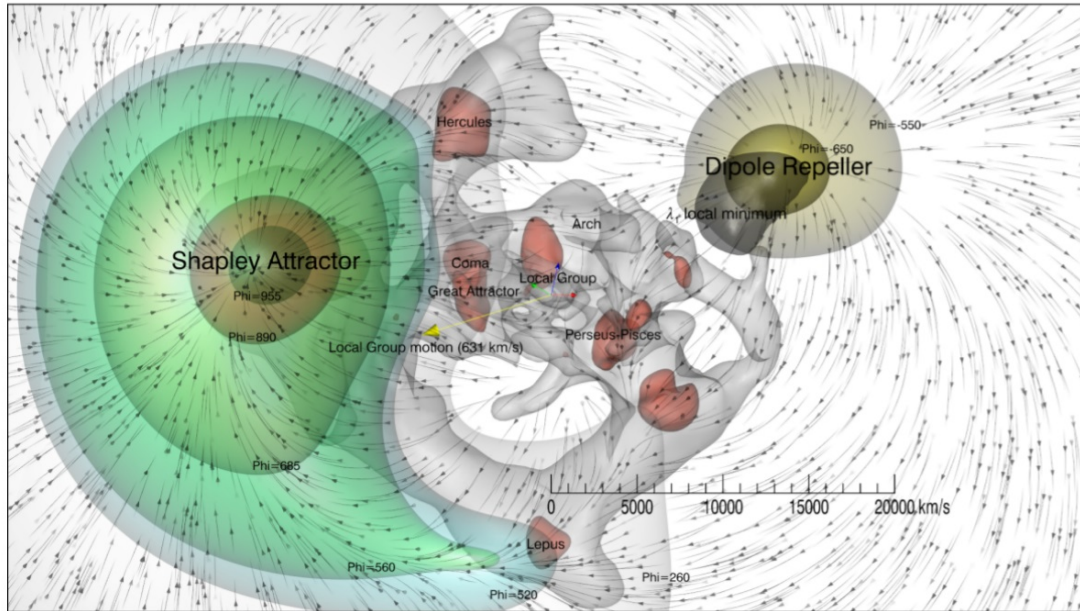


Abbildung 3.7 - Der große Repulsor

- Das Modell zeigt ein dauerhaftes Muster der galaktischen Spiralstruktur, das durch dynamische Reibung gewährleistet wird, die kontinuierlich Bewegungsenergie an die weniger dichte Umgebung mit negativer Masse abgibt, wodurch die Spiralarms beharrlich und stabil um die Galaxie kreisen können. Wie unten dargestellt, verlangsamen sich die Arme, wenn sie durch Regionen hoher Dichte (positive Massen) wandern, und verlieren Energie, während sie sich, wenn sie durch Regionen niedriger Dichte wandern, beschleunigen und Energie gewinnen. Dadurch entstehen Dichtewellen, die sich durch die Galaxie ausbreiten und dabei Bewegungsenergie auf die Umgebung mit negativer Masse übertragen.



Abbildung 3.8 - Durchgestrichene Spirale einer numerischen Simulation (1992: 20.000 Punkte)

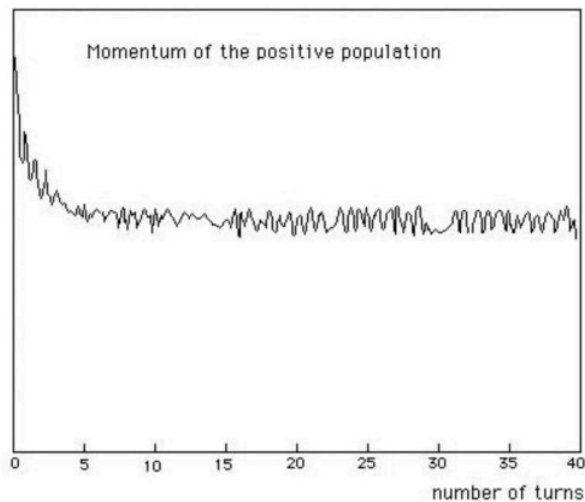


Abbildung 3.9 - Entwicklung des kinetischen Momentes (1992: 20.000 Punkte)

- Erklärung, warum kosmische Antimaterie nicht beobachtet werden kann, da sie Photonen mit negativer Energie aussendet.
- Erklärung der Natur der unsichtbaren Bestandteile des Universums: Antiprotonen, Antineutronen, Antielektronen, Antiwasserstoff und Antihelium mit negativer Masse. Diese Elemente bilden die primordiale Antimaterie, die sich der Beobachtung entzieht, da sie Photonen mit negativer Energie aussendet.
- **Vermutung kürzlich im September 2023 bestätigt (Anderson 2023)** : C-symmetrische Antimaterie (Ladungssymmetrie), die im Labor entwickelt wurde und Photonen mit positiver Energie aussendet, wird ebenso wie gewöhnliche Materie gravitativ nach unten gedrückt.
- Das Modell bietet eine eigene Interpretation der Fluktuationen des kosmischen diffusen Hintergrunds (CMB), indem es sie der Reaktion gewöhnlicher Materie mit positiver Masse auf Dichtefluktuationen in benachbarten Zellen des Universums

zuschreibt, die von einer Verteilung von Materie mit negativer Masse bevölkert sind. Dies hängt mit der gravitativen Instabilität zusammen, die sich innerhalb dieser Zellen manifestiert. Die Analyse dieser Fluktuationen dient als Mittel, um das Verhältnis zwischen den Skalenfaktoren der beiden Materiearten zu beurteilen. Wir stellen fest, dass das Verhältnis $\frac{a(+)}{a(-)}$ in der Größenordnung von 100 liegt. Folglich kann man daraus ableiten, dass das Verhältnis $\frac{c(-)}{c(+)}$ in der Größenordnung von 10 liegt ((Petit 2018)). Dies impliziert, dass der Gesamteffekt darin bestehen würde, die für interstellare Reisen benötigte Zeit um den Faktor Tausend zu verkürzen für Objekte, denen es gelingt, ihre Masse umzukehren, wodurch sie sich entlang der Geodäten bewegen können, die durch die Metrik beschrieben werden $h_{\mu\nu}$ der zweiten Feldgleichung (24) beschrieben werden, wie wir im nächsten Abschnitt untersuchen werden.

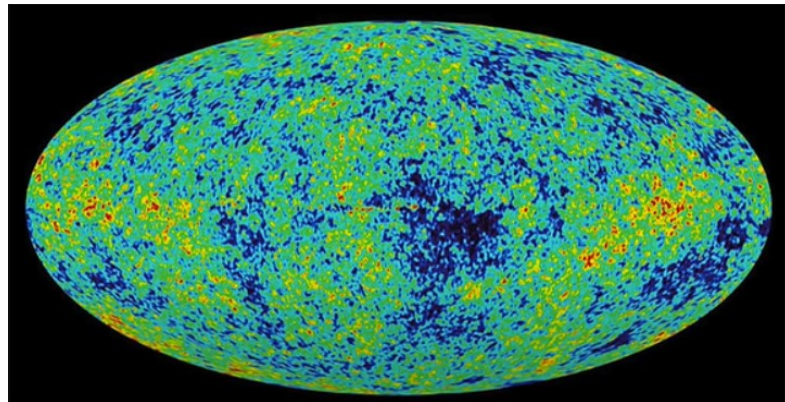


Abbildung 3.10 - Fo nd Diffus Cosmological

- Gravitationsrotverschiebung von 3, abgeleitet aus den ersten beiden Bildern von supermassereichen Objekten in den Zentren der Galaxien M87 und der Milchstraße (Siehe die Untersuchung in Abschnitt 7).
- Derzeit gibt es keine Antwort auf die Frage: "Was war vor dem Urknall?". Laut dem Kosmologischen Janus-Modell beseitigt eine topologische Struktur des Universums, die "mit ihrem antichronischen Gegenstück interagiert", diese Frage, indem sie die Bedeutung des Adverbs "vor" entkräftet. Wie wir später sehen werden, kehrt sich nämlich im Moment des Urknalls der Zeitpfeil um.

3.3 Der Repulsor des Dipols

3.3.1 Einleitung

Im Jahr 2017 haben Yehudi Hoffman, B. Tully, H. Courtois und D. Pomarède veröffentlichten die erste sehr detaillierte Karte des Universums (Hoffman et al. 2017). Diese Karte basierte nicht nur auf den Positionen der Galaxien, sondern integrierte auch deren Geschwindigkeitsfeld, indem sie den Einfluss der Hubble-Expansion von den rohen Messungen ihrer Rotverschiebung abzog. Die Ergebnisse waren unglaublich beeindruckend

und gelten heute als eine der wichtigsten Beobachtungsentdeckungen in der Kosmologie, die in ihrer Bedeutung mit der Entdeckung von Edwin Hubble vor einem Jahrhundert vergleichbar ist. Vor dieser Studie war bekannt, dass einige Galaxien konvergierende Bewegungen in Richtung einer Region aufweisen, die als Großer Attraktor bezeichnet wird. Die Analyse von 2017 enthüllte den Einfluss einer anderen, größeren Struktur jenseits des Großen Attraktors, die als Shapley-Attraktor bezeichnet wird. Die bemerkenswerteste Entdeckung war jedoch die Identifizierung einer Region, die diesen beiden Formationen fast gegenüberliegt und in der keine Galaxien entdeckt wurden. Stattdessen gab es dort eine signifikante Lücke, umgeben von benachbarten Galaxien, die sich von dieser Region wegbewegten und ein "*Fluchtmuster*" bildeten, das um diese Lücke herum zentriert war. Ursprünglich als Dipol Repulsor bezeichnet, wurde er später in Dipol Attraktor umbenannt, als man erkannte, dass er mit attraktiven Formationen zusammenhängt. Dieses Phänomen zu verstehen, das nicht auf Messartefakte zurückgeführt werden kann, erfordert zweifellos erhebliche Fortschritte in unserem Verständnis der kosmischen Dynamik.

3.3.2 Ein paar Interpretationsversuche

Vier Jahre nach der ersten Entdeckung gab es nur wenige Versuche, das Phänomen des Dipolaren Repulsors zu modellieren. In seinem jüngsten Artikel (Neiser 2020) konzentriert sich Neiser nicht auf diese Frage, sondern stellt stattdessen Hypothesen über die Natur des Urknalls, des Quantenvakuums und den Ursprung des Universums auf. Neiser spekuliert, dass Antimaterie eine abstoßende Gravitationswirkung haben könnte, die zur Bildung von Neutrino- und Antineutrinsternen führt, die sich gegenseitig abstoßen. Ähnliche Aspekte der abstoßenden Wirkung von primordialer Antimaterie werden von Benoit-Lévy et al. 2012 ((Benoit-Lévy and Chardin 2012)) erwähnt, allerdings ohne weitere Begründung. Heald erwähnt in seinem Artikel (Heald 2020) die Situation von Laniakea, die vom Dipol Repulsor getrieben und vom Shapley Attraktor angezogen wird. Wiederum wird die Idee einer Abstoßung zwischen Materie und Antimaterie als mögliche Erklärung für die großräumige Struktur des Universums und die Organisation der Leerstellen vorgeschlagen. Allerdings wird kein konkretes Modell für das zentrale Objekt in der großen Leere angegeben, und das Fehlen von emittiertem Licht bleibt unerklärt. Im Jahr 2018 schlägt Vuyk in seinem Artikel (Vuyk 2018) die Existenz einer hypothetischen fünften Kraft vor, während Hoffman et al. numerische Simulationen verwenden, um eine Verteilung der Dunklen Materie zu rekonstruieren, die mit den Beobachtungsdaten übereinstimmt ((Hoffman et al. 2018)). Aus diesen Erkundungen ergeben sich zwei Erklärungsmuster: eines, das hypothetische Objekte aus abstoßender Antimaterie einbezieht, die nicht beobachtbar sind, und das andere, das eine Abweichung in der Verteilung der Dunklen Materie nahelegt. Beobachtungen haben gezeigt, dass sich die Expansion des Universums beschleunigt, was auf eine Komponente mit negativem Druck hindeutet ((Perlmutter et al. 1999), (Riess et al. 2004), (Schmidt et al. 1998)). Ein vorgeschlagenes Modell zur Erklärung dieses Phänomens legt die Existenz negativer Massen nahe, die zu diesen antigravitations Effekten beitragen können, indem sie die abstoßenden Einflüsse der Dunklen Materie und der Dunklen Energie auf Komponenten mit positiver Masse kombinieren. Diese Hypothese steht im Mittelpunkt der Arbeiten, die den Referenzen (Petit 1995) (Petit and D'Agostini 2014a) (Petit and D'Agostini 2014b) (Petit, D'Agostini, and

Debergh 2018) (Petit, D'Agostini, and Debergh 2019) (Petit and D'Agostini 2021a) (Petit and D'Agostini 2021b) entsprechen.

3.3.3 Interpretation durch die Lücken der Schwarzen Materie

Untersuchen wir die Möglichkeit, dass ein Vakuum aus dunkler Materie den beobachteten abstoßenden Effekt hervorrufen kann. Wir können zunächst ein kugelförmiges Vakuum innerhalb einer gleichmäßigen Verteilung der Dunklen Materie betrachten und die Poisson-Gleichung zur Analyse dieses Systems verwenden :

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} = 4\pi G \rho_{dm}$$

Diese Gleichung ist linear und beschreibt das Gravitationspotenzial als Funktion der Dichte. Durch Überlagerung zweier Dichteverteilungen ρ_1 und ρ_2 ist das resultierende Gravitationspotential die Summe der Potentiale, die mit diesen beiden Verteilungen verbunden sind: $\psi = \psi_1 + \psi_2$.

Unter Berücksichtigung einer gleichmäßigen Dichteverteilung ρ_{dm}^{unif} erhalten wir ein Potential ψ_1 , das die Lösung der vorhergehenden Poisson-Gleichung ist :

$$\psi_1 = \frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3} \quad \text{et} \quad \vec{g}_1 = -\frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

Wenn wir nun ein Volumen mit einer entgegengesetzten Dichte gleich $-\rho_{dm}^{unif}$ erzeugen wir ein Potential ψ_2 , das die Lösung der folgenden Poisson-Gleichung ist:

$$\frac{d^2\psi_2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi_2}{dr} = -4\pi G \rho_{dm}^{unif}$$

Diese Lösung ist :

$$\psi_2 = -\frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3}, \quad \vec{g}_2 = \frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

So erhalten wir das gleiche Gravitationsfeld, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen. Es ist also abstoßend und proportional zur Entfernung vom Mittelpunkt der Kugel.

Wenn wir dann die Gravitationspotenziale berechnen, die mit diesen beiden Verteilungen verbunden sind, können wir beobachten, dass das resultierende Gravitationspotenzial innerhalb des Vakuums null ist. Mit anderen Worten, die Gravitationskraft, die von der gleichmäßigen Verteilung der dunklen Materie ausgeübt wird, wird genau durch die Gravitationskraft ausgeglichen, die von der entgegengesetzten Dichte ausgeübt wird, die das Vakuum erzeugt :

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

Unabhängig davon, welche Position als Koordinatenursprung gewählt wird, bleibt das Gravitationsfeld innerhalb des Vakuums jedoch ungleich Null. Das bedeutet, dass die

Gravitationskraft nicht perfekt ausgeglichen ist, was der Idee eines Vakuums, das ein abstoßendes Gravitationsfeld erzeugt, zu widersprechen scheint.

Um dieses Paradoxon aufzulösen, muss die Poisson-Gleichung als linearisierte Version der Einstein-Gleichung in einer stationären Situation betrachtet werden, die das Gravitationspotenzial in Form einer Störung der Lorentz-Metrik definiert :

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}$$

Die klassische Berechnung ergibt für die Eigendichte ρ_0 ((Adler, Bazin, and Schiffer 1975)):

$$\varepsilon \sum_{i=0}^3 \gamma_{00|i|i} = -\chi\rho_0$$

NB: Im Zusammenhang mit der in Abschnitt 2.3.6 untersuchten Grenze des schwachen Feldes verbindet Gleichung (26) die räumlichen zweiten Ableitungen der Zeitkomponente γ_{00} des metrischen Tensors mit den Gravitationsquellen, die durch die lokale Masse-Energie-Dichte dargestellt werden. ρ_0 . Dies hilft uns zu verstehen, wie die Krümmung der Raumzeit auf die Masse-Energie-Verteilung reagiert, während wir gleichzeitig eine genaue Beziehung zwischen diesen beiden Aspekten aufrechterhalten.

Somit ist das Gravitationspotential wie (27) definiert durch :

$$\psi = -\frac{c^2}{2} \varepsilon\gamma_{00}$$

Anschließend kann (26) mit der Poisson-Gleichung identifiziert werden. Allerdings lässt sich dieser Ansatz nicht auf eine unendliche Gleichverteilung dunkler Materie anwenden. Die Schlussfolgerung ist, dass es einfach unmöglich ist, ein Gravitationspotenzial innerhalb einer gleichmäßigen Verteilung von Materie zu definieren, da die Gravitationsinstabilität tendenziell zur Bildung von Clustern und nicht von Leerräumen führt und es keinen klaren Rahmen für die Bildung solcher Leerräume gibt.

3.3.4 Interpretation durch das Kosmologische Janus-Modell

Betrachten wir nun die Wechselwirkung zwischen zwei Entitäten: gewöhnliche Materie mit positiver Masse, die durch Gravitationseffekte mit einer negativen Masse interagiert. Dieses Modell mit einer negativen Masse berücksichtigt den Einfluss sowohl der dunklen Materie als auch der dunklen Energie.

Wir können dieses System aus zwei Entitäten mit den jeweiligen Metriken beschreiben. g und h . Seien Sie G und H die entsprechenden Ricci-Skalare. Wir betrachten dann die folgende zweischichtige Aktion :

$$A = \int_{\mathcal{E}} \left(\frac{1}{2\Gamma(g)} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\mathcal{E}} \left(\frac{\kappa}{2\Gamma(h)} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x$$

Die Begriffe $S_{(g)}$ und $S_{(h)}$ geben die Quellterme an, die mit den Bevölkerungen der beiden Entitäten verbunden sind, während die Terme $S_{(h,g)}$ und $S_{(g,h)}$ werden die

Interaktionstensoren erzeugen. $\Gamma^{(g)}$ und $\Gamma^{(h)}$ sind die Einstein-Konstanten für jedes Entität. Für $\kappa = \pm 1$ wenden wir das Prinzip der geringsten Wirkung an. Die Lagrangesche Ableitung dieser Aktion liefert uns :

$$\begin{aligned}
0 &= \delta A \\
&= \int_{\mathcal{E}} \delta \left(\frac{1}{2\Gamma^{(g)}} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\mathcal{E}} \delta \left(\frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x \\
&= \int_{\mathcal{E}} \delta \left[\frac{1}{2\Gamma^{(g)}} \left(\frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta \sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} \right] \delta g^{\mu\nu} \sqrt{|g|} d^4x \\
&\quad + \int_{\mathcal{E}} \delta \left[\frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} \left(\frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta \sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} \right] \delta h^{\mu\nu} \sqrt{|h|} d^4x
\end{aligned}$$

Für jede Variation $\delta g^{\mu\nu}$ und jede Variation $\delta h^{\mu\nu}$ erhalten wir lokal :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\Gamma^{(g)}} \left(\frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta \sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} &= 0 \\
\frac{\kappa}{2\Gamma^{(h)}} \left(\frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta \sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} &= 0
\end{aligned}$$

Führen wir dann die folgenden Tensoren ein:

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{(g,g)} &= -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu} S_{(g)} \\
T_{\mu\nu}^{(h,h)} &= -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu} S_{(h)} \\
T_{\mu\nu}^{(h,g)} &= -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} \\
T_{\mu\nu}^{(g,h)} &= -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}}
\end{aligned}$$

In der allgemeinen Relativitätstheorie ist die kovariante Ableitung nämlich eine Möglichkeit, den Begriff der partiellen Ableitung auf gekrümmte Räume zu verallgemeinern. Im Gegensatz zu einer gewöhnlichen partiellen Ableitung berücksichtigt die kovariante Ableitung die Krümmung der Raumzeit.

Anschließend wird für einen Tensor $A_{\nu\sigma}^{\rho}$ ist seine kovariante Ableitung entlang eines Indexes μ wird durch den Ausdruck :

$$\nabla_{\mu} A_{\nu\sigma}^{\rho} = \partial_{\mu} A_{\nu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} A_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} A_{\lambda\sigma}^{\rho} - \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} A_{\nu\lambda}^{\rho}$$

So können wir die folgenden beiden Ausdrücke ableiten:

$$\nabla_{\mu} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} = \partial_{\mu} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \delta \Gamma_{\lambda\sigma}^{\rho} - \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} \delta \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho}$$

$$\nabla_{\nu} \delta \Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} = \partial_{\nu} \delta \Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho} \delta \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\mu}^{\lambda} \delta \Gamma_{\lambda\sigma}^{\rho} - \Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} \delta \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}$$

NB:

- (28b) wird aus (28a) durch einfaches Austauschen von μ und ν .
- Der Term $\partial_{\mu} A_{\nu\sigma}^{\rho}$ ist die gewöhnliche partielle Ableitung des Tensors. Wenn die Raumzeit flach wäre (wie in der Newtonschen Physik), würde dies ausreichen, um die Variation des Tensors zu beschreiben.
- Begriffe mit den Symbolen von Christoffel $\Gamma_{\mu\lambda}^{\rho}$, $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}$ und $\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$ stellen die Korrektur aufgrund der Raumzeitverbindung dar, die der Krümmung der Raumzeit Rechnung trägt. Tatsächlich wird im gekrümmten Raum durch die Verbindung (dargestellt durch die Christoffel-Symbole Γ) eine Korrektur ein. Diese Korrektur ist notwendig, weil sich die Grundlagen des Tangentialraums (des Raums, in dem der Tensor lebt) von einem Punkt der Raumzeit zum anderen ändern. Somit, $\Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} A_{\nu\sigma}^{\lambda}$ ist der Term, der die Änderung der Komponente korrigiert. $A_{\nu\sigma}^{\lambda}$ wenn man sich in die Richtung bewegt. μ für den oberen Index ρ . $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} A_{\lambda\sigma}^{\rho}$ und $\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} A_{\nu\lambda}^{\rho}$ sind Terme, die den Beitrag aufgrund der Änderung der niedrigeren Indizes abziehen. ν und σ . Diese Terme stellen sicher, dass die kovariante Ableitung die Regeln für die Transformation von Tensoren einhält.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die kovariante Ableitung ∇_{μ} eines Tensors ist eine Kombination aus seiner gewöhnlichen partiellen Ableitung und Termen, die Änderungen der Raumzeitgeometrie ausgleichen. Sie ist so konstruiert, dass die Ableitung des Tensors selbst ein Tensor ist, was bei der gewöhnlichen partiellen Ableitung nicht der Fall ist.

Anschließend wird der Riemann-Tensor mit den Christoffel-Symbolen durch die folgende Gleichung verknüpft:

$$R_{\sigma\mu\nu}^{\rho} = \partial_{\mu} \Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} - \partial_{\nu} \Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} \Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho} \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$$

NB: Der Riemann-Tensor $R_{\sigma\mu\nu}^{\rho}$ ist eine mathematische Größe in der allgemeinen Relativitätstheorie, die die intrinsische Krümmung der Raumzeit beschreibt. Er ist definiert als die Differenz zwischen den partiellen Ableitungen der Christoffelsymbole und der Summe der Produkte der Christoffelsymbole selbst. Der Term $\partial_{\mu} \Gamma_{\nu\sigma}^{\rho}$ ist die partielle Ableitung des Christoffel-Symbols $\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho}$ nach der Koordinate x^{μ} . Dieser Term misst, wie sich das Christoffel-Symbol verändert, wenn es sich in die Richtung μ . Der Term $\partial_{\nu} \Gamma_{\mu\sigma}^{\rho}$ ist dem ersten Term ähnlich, aber die partielle Ableitung wird in eine andere Richtung genommen, x^{ν} . Die Terme $\Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} \Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda}$ und $\Gamma_{\nu\lambda}^{\rho} \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$ beschreiben das Produkt zweier Christoffel-Symbole, das

die Wechselwirkung zwischen zwei Raum-Zeit-Verbindungen darstellt. Er misst, wie die Krümmung in einer Richtung die Krümmung in einer anderen Richtung beeinflusst.

Anschließend erhalten wir:

$$\delta R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \partial_{\mu}\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_{\nu}\delta\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} + \delta\Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\delta\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \delta\Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\delta\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma}$$

So erhalten wir:

$$\delta R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \nabla_{\mu}\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \nabla_{\nu}\delta\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma}$$

Durch Kontrahieren der Indizes ρ und σ in der vorherigen Beziehung unter Verwendung von Einsteins Summationskonvention, die besagt, dass ein wiederholter Index eine implizite Summation über diesen Index impliziert, können wir die Variation des Ricci-Krümmungstensors ausdrücken, die die Palatini-Identität erfüllt ((Tsamparlis 1978), (Palatini 1919)) :

$$\delta R_{\sigma\nu} = \delta R^{\rho}_{\sigma\rho\nu} = \nabla_{\rho}(\delta\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma}) - \nabla_{\nu}(\delta\Gamma^{\rho}_{\rho\sigma})$$

NB: In der allgemeinen Relativitätstheorie wird die Geometrie der Raumzeit durch eine Größe beschrieben, die als metrischer Tensor bezeichnet wird, der als $g_{\mu\nu}$. Dieser Tensor enthält alle Informationen über Entfernungen und Winkel in der Raumzeit.

Der Ricci-Skalar, bezeichnet als *R* ist ein Maß für die Krümmung der Raumzeit an einem bestimmten Punkt. Er wird berechnet, indem man die Komponenten des Ricci-Tensors addiert (oder kontrahiert). $R_{\sigma\nu}$ mit dem metrischen Tensor $g^{\sigma\nu}$. Mathematisch gesehen ist das so, als würden Sie die Matrizen des Ricci-Tensors und des metrischen Tensors multiplizieren und dann die Terme entlang der Diagonalen addieren.

Außerdem müssen wir die kovariante Ableitung des metrischen Tensors gleich Null haben, d. h. $\nabla_{\sigma}g^{\mu\nu} = 0$. Mit anderen Worten: Wenn Sie sich durch die Raumzeit bewegen, ändert sich die Art und Weise, wie Sie Entfernungen und Winkel messen, nicht. Dies ist eine grundlegende Eigenschaft der Raumzeit in der allgemeinen Relativitätstheorie, die besagt, dass sich die lokale Geometrie nicht ändert, wenn Sie sich bewegen, unabhängig von der globalen Krümmung.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der Ricci-Skalar R gibt uns eine Vorstellung von der Krümmung der Raumzeit an einem Punkt, und die Tatsache, dass $\nabla_{\sigma}g^{\mu\nu} = 0$ garantiert, dass die Form der Raumzeit konsistent bleibt, wenn wir uns bewegen, unabhängig von der Gesamtkrümmung, d. h. diese Konsistenz wird durch die Kompatibilität der Metrik mit der Levi-Civita-Verbindung gewährleistet, die sicherstellt, dass geometrische Konzepte wie Längen und Winkel konstant bleiben, wenn sie durch die Raumzeit transportiert werden. Als Nächstes können wir ableiten:

$$\begin{aligned}
\delta R &= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu}\delta R_{\sigma\nu} \\
&= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu}\left(\nabla_\rho(\delta\Gamma_{\nu\sigma}^\rho) - \nabla_\nu(\delta\Gamma_{\rho\sigma}^\rho)\right) \\
&= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho(g^{\sigma\nu}\delta\Gamma_{\nu\sigma}^\rho) - g^{\sigma\nu}\nabla_\nu\delta\Gamma_{\rho\sigma}^\rho \\
&= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho(g^{\sigma\nu}\delta\Gamma_{\nu\sigma}^\rho - g^{\sigma\rho}\delta\Gamma_{\mu\sigma}^\mu) \\
&= R_{\sigma\nu}\delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho B^\rho
\end{aligned}$$

NB: Bei der obigen Berechnung müssen wir zwei Regeln beachten:

- Die Eigenschaften der kovarianten Ableitung und die Leibniz-Regel (die Regel für das Produkt der Ableitung). Die Leibniz-Regel für die kovariante Ableitung ist ähnlich wie die für die gewöhnliche Ableitung und lautet wie folgt:

$$\nabla_\rho(AB) = (\nabla_\rho A)B + A(\nabla_\rho B)$$

wobei A und B Skalar-, Vektor- oder Tensorfelder sein können.

- Wie bereits erwähnt, werden wiederholte Indizes gemäß Einsteins Summationskonvention als *stille* oder *stumme* Indizes bezeichnet. Es ist nämlich nützlich, sich daran zu erinnern, dass, wenn der Index einer Variablen zweimal in einem Term vorkommt, einmal an oberer und einmal an unterer Position, dies eine Summation über alle möglichen Werte, die der Index annehmen kann, bedeutet. Ein Beispiel hierfür wäre, $A^\mu B_\mu$ impliziert $\sum_\mu A^\mu B_\mu$. Betrachten wir die Christoffel-Symbole $\Gamma_{\mu\sigma}^\mu$ und $\Gamma_{\rho\sigma}^\rho$. In diesen Ausdrücken sind die Indizes μ und ρ Beispiele für stumme Indizes gemäß Einsteins Summationskonvention. Das bedeutet, dass der Ausdruck $\Gamma_{\mu\sigma}^\mu$, in dem über alle möglichen Werte von summiert wird. μ ist identisch mit $\Gamma_{\rho\sigma}^\rho$, wobei die Summe über alle möglichen Werte von gebildet wird. ρ . So können wir die Summationsindizes anwenden $(\rho, \nu) \rightarrow (\mu, \rho)$ im letzten Term.

Wenn wir auf zwei verschiedene Arten rechnen, erhalten wir :

$$\begin{aligned}
\nabla_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu) &= \nabla_\mu(\sqrt{|g|})B^\mu + \sqrt{|g|}\nabla_\mu(\delta B^\mu) = \sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu + 0 = \sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu \\
\nabla_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu) &= \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu) + \Gamma_{\mu\nu}^\mu\sqrt{|g|}\delta B^\nu = \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu) + 0 = \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu)
\end{aligned}$$

NB: In ähnlicher Weise ist die Ableitung der Determinante des metrischen Tensors, dargestellt durch $\sqrt{|g|}$ ebenfalls null, wenn sie kovariant genommen wird, d. h. $\nabla_\mu\sqrt{|g|} = 0$. Diese letzte Eigenschaft vereinfacht den Ausdruck von Volumenintegralen und ist grundlegend für die Anwendung des Divergenztheorems in der gekrümmten Raumzeit. Als nächstes können wir ableiten:

$$\sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu = \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu)$$

Betrachten wir nun den Beitrag von $\sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu$ in der Handlung. Sei n^μ ein Einheitsvektor normal zu $\partial\mathcal{E}$, $\varepsilon = n^\mu n_\mu$ und y^a die an die Grenze angepasste Koordinaten darstellen. $\partial\mathcal{E}$, und h_{ab} die durch induzierte Metrik g_{ab} auf der Grenze. Wir haben $|\varepsilon| = 1$, und $\sqrt{|h|}d^3y$ ist eine Volumenform der Dimension $(n - 1)$ auf der Grenze, mit $h = \det(h_{ab})$. Durch das Stokes-Theorem haben wir:

$$\begin{aligned}\int_{\varepsilon}\sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu\sqrt{-g}d^4x &= \int_{\varepsilon}\partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu)d^4x \\ &= \int_{\delta\mathcal{E}}\varepsilon\delta B^\mu n_\mu\sqrt{|h|}d^3y\end{aligned}$$

Wir gehen davon aus, dass sich die Metrik an der Grenze nicht ändert (oder dass es keine Grenze gibt). In diesem Fall ist der Term $\nabla_\mu\delta B^\mu\sqrt{-g}$ trägt nicht zur Aktion bei, also haben wir :

$$\frac{\delta R}{\delta g^{\mu\nu}} = R_{\mu\nu} + \frac{\nabla_\rho B^\rho}{\delta g^{\mu\nu}} \approx R_{\mu\nu}$$

Nach dem Korrelat mit jedoch $a = \frac{1}{2}$ haben wir :

$$\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}$$

So können wir ableiten:

$$\frac{R\delta\sqrt{-g}}{\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu}} = -\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$$

NB: Für die obigen Berechnungen müssen wir zwei Dinge erklären:

- Die Variation der Determinante des metrischen Tensors, bezeichnet als δg ist mit der Variation des metrischen Tensors selbst verbunden, $\delta g_{\mu\nu}$, durch die Beziehung $\delta g = g g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu}$, wobei g die Determinante des metrischen Tensors ist und $g^{\mu\nu}$ ist seine Umkehrung. Diese Beziehung ergibt sich aus der mathematischen Eigenschaft von Determinanten, wobei die Ableitung einer Determinante als die Determinante multipliziert mit der Spur des Produkts aus der Inversen der Matrix und der Ableitung der Matrix ausgedrückt werden kann. Im Fall einer kleinen Variation ist die Variation der Quadratwurzel der negativen Determinante des metrischen Tensors, $\delta\sqrt{-g}$ ist gegeben durch $\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu}$. Diese Formel ist für die Ableitung der Einsteinschen Feldgleichungen aus der Einstein-Hilbert-Aktion von entscheidender Bedeutung, da sie die Integration der Aktion auf der vierdimensionalen Raum-Zeit-Varietät ermöglicht.

- In unserer Studie verwenden wir das Stokes-Theorem, um eine entscheidende Berechnung zu vereinfachen. Dieses Theorem stellt eine interessante Beziehung zwischen dem Integral einer Ableitung eines Vektorfeldes über eine dreidimensionale Region und dem Integral desselben Vektorfeldes entlang der Grenze dieser Region her.

Betrachten wir ein einfaches Beispiel: Stellen wir uns eine geschlossene Fläche im Raum vor (wie die Oberfläche einer Kugel). Wenn wir etwas innerhalb dieser Fläche berechnen wollen (z. B. die Summe der Werte eines Feldes), ermöglicht uns das Stokes-Theorem, dies zu tun, indem wir einfach untersuchen, was auf der Fläche selbst vor sich geht.

Die Gleichung (29), die wir in unserer Berechnung aufgestellt haben, folgt dieser Idee. Sie sagt uns, dass das Integral der Ableitung eines Feldes ($\nabla_\mu \delta B^\mu$) über einen vierdimensionalen Bereich (\mathcal{E}) äquivalent zum Integral der Divergenz eines anderen Feldes ($\sqrt{|g|} \delta B^\mu$) über denselben Bereich (\mathcal{E}). Diese Äquivalenz wird durch die Metrik und ein vierdimensionales Volumenelement (d^4x).

Anschließend vereinfacht Gleichung (30) den Ausdruck weiter, indem sie ihn auf die Grenze der Region ($\delta\mathcal{E}$). Sie zeigt uns, dass diese Äquivalenz als Integral entlang der Grenze ausgedrückt werden kann ($\delta\mathcal{E}$), unter Verwendung von Normalenvektoren (n_μ) an dieser Grenze und die darauf induzierte Metrik ($\sqrt{|h|} d^3y$). Mit anderen Worten, diese Gleichung ermöglicht es uns zu verstehen, was auf der Oberfläche unserer Region passiert, ohne berechnen zu müssen, was im Inneren passiert.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Stokes-Theorem uns hilft, unsere Berechnungen zu rationalisieren, indem es uns zeigt, wie Phänomene innerhalb einer Region verstanden werden können, indem wir einfach untersuchen, was an der Grenze dieser Region vor sich geht. Dieser mathematische Trick ist für die Lösung dieser komplexen Probleme von entscheidender Bedeutung.

Wir erhalten dann aus den Gleichungen (31a) und (31b) :

$$\sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} \frac{-2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(h,g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu} S_{(h,g)}$$

$$\sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} \frac{-2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(g,h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu} S_{(g,h)}$$

Eingeführt in (32a) und (32b), unter Berücksichtigung von (33), können wir so die gekoppelten Feldgleichungen ableiten, die das System der beiden Entitäten beschreiben:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = \kappa \Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

Wo $T_{\mu\nu}^{(h,g)}$ und $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$ die Interaktionstensoren des Systems der beiden Entitäten sind, die der "induzierten Geometrie" entsprechen, d. h. der Art und Weise, wie jede Verteilung von Materie auf einer Schicht des Universums zur Geometrie der anderen Schicht beiträgt (Interaktion zwischen Populationen positiver und negativer Massen). Dieses System muss den Bianchi-Bedingungen gehorchen, die durch die folgende Beziehung ausgedrückt werden:

$$\nabla_{\mu}^{(g)} T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \nabla_{\mu}^{(h)} T_{\mu\nu}^{(g,h)} = 0$$

Angenommen, die Flüssigkeiten innerhalb der Entitäten g und h perfekt sind, mit Energiedichten, die den folgenden Quellensensoren entsprechen :

$$T_{\mu\nu}^{(g,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(h,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h)} \end{pmatrix}$$

Wir nehmen $\{\alpha^{(g)} > 0, \beta^{(g)} > 0\}$ und $\{\alpha^{(h)} < 0, \beta^{(h)} < 0\}$. Wir sorgen dafür, dass die Wechselwirkungsgesetze so beschaffen sind, dass sich zwei Teilchen, die derselben Entität angehören, anziehen, während sie sich abstoßen, wenn sie verschiedenen Entitäten angehören.

Führen wir ihre Interaktionstensoren ein:

$$T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h,g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h,g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h,g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h,g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g,h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g,h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g,h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g,h)} \end{pmatrix}$$

Um die gewünschten Wechselwirkungsgesetze unter der Newtonschen Näherung zu erhalten, müssen wir wählen. $\kappa = -1$. Das Gleichungssystem wird dann zu

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right) = \Gamma^{(g)} \left(T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right) = -\Gamma^{(h)} \left(T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

3.3.4.1 Überprüfung für ein instationäres, homogenes und isotropes System

Wenn wir annehmen, dass das zweidimensionale Universum, das durch die gekoppelten Feldgleichungen (34a) und (34b) strukturiert wird, homogen und isotrop ist, wird die Robertson-Walker-Metrik gemäß (Adler, Bazin, and Schiffer 1975) :

$$(ds^{(f)})^2 = (c^{(f)})^2 dt^2 - (a^{(f)})^2 \left[\frac{dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)}{\left(1 + k^{(f)} \frac{r^2}{4}\right)^2} \right] \quad \text{où } f \in \{g, h\}$$

Beachten Sie, dass $a^{(f)}$ der Skalierungsfaktor ist, $k^{(f)}$, $c^{(f)}$, und $\Gamma^{(f)}$ jeweils der Krümmungsindex, die Lichtgeschwindigkeit und die Einstein-Konstante für jede Entität sind.

Wenn wir diese Metriken in das System der Gleichungen (34a) und (34b) mit den Druckwerten $p^{(g)} \approx 0$ und $p^{(h)} \approx 0$, erhalten wir das folgende klassische Gleichungssystem:

$$\frac{3}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} \left(\frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(g)}}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} = -\Gamma^{(g)} \left[\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\frac{2}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} \left(\frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(g)}}{(c^{(g)})^2 (a^{(g)})^2} = 0$$

$$\frac{3}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} \left(\frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(h)}}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} = \Gamma^{(h)} \left[\Phi \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\frac{2}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} \left(\frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(h)}}{(c^{(h)})^2 (a^{(h)})^2} = 0$$

Unter Anwendung der klassischen mathematischen Methoden von (Adler, Bazin, and Schiffer 1975) ergeben die Kompatibilitätsbedingungen der Gleichungen (35a), (35b), (35c) und (35d) :

$$3 \frac{da^{(g)}}{a^{(g)}} + \frac{d \left[\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]}{\left[\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]} = 0$$

$$3 \frac{da^{(h)}}{a^{(h)}} + \frac{d \left[\Phi \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]}{\left[\Phi \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]} = 0$$

So bleibt die Energie (und die Masse) für ein Universum aus Staub erhalten :

$$E = \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 (a^{(g)})^3 + \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 (a^{(h)})^3$$

Wenn wir :

$$\Phi = \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}}\right)^3, \quad \phi = \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}}\right)^3, \quad \phi = \Phi^{-1}$$

Die gekoppelten Feldgleichungen werden zu :

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}G = \Gamma^{(g)} \left[T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}}\right)^3 T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right]$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2}h_{\mu\nu}H = -\Gamma^{(h)} \left[T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}}\right)^3 T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right]$$

Wenn beide Entitäten von der Strahlung dominiert werden. Der Wechselwirkungstensor im gemischten Modus wird :

$$T_{\mu}^{\nu(f)} = \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_r^{(f)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p_r^{(f)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p_r^{(f)} \end{pmatrix}$$

mit

$$\begin{cases} \text{si } \rho_r^{(f)} > 0 \text{ alors } p_r^{(f)} > 0 \text{ pour } f = g \\ \text{si } \rho_r^{(f)} < 0 \text{ alors } p_r^{(f)} < 0 \text{ pour } f = h \end{cases}$$

NB:

- In einem kosmologischen Kontext wird der Energie-Impuls-Tensor $T_{\mu}^{\nu(f)}$ verwendet, um die Verteilung und Wechselwirkung von Materie und Energie im Universum zu beschreiben. Für ein spezifisches Feld f ist die Zeitkomponente $T_0^{0(f)}$ stellt die Energiedichte dar, die eine Hauptdeterminante der Krümmung der Raumzeit ist. Die Raumkomponenten $T_i^{i(f)}$ stellen andererseits den Druck dar, der in den Raumrichtungen ausgeübt wird und ebenfalls die Struktur der Raumzeit beeinflusst. In einem zweimetrischen Modell, in dem zwei verschiedene Felder, d.h. eines für jede Schicht des Universums, betrachtet werden, beschreiben die zugehörigen Bedingungen die Beziehungen zwischen den Energiedichten und dem

Druck für jedes Feld und spiegeln wider, wie diese Entitäten interagieren und gemeinsam die kosmische Dynamik beeinflussen.

- Der Energie-Impuls-Tensor wird in einer diagonalen Form ausgedrückt, wenn man das Universum als isotrop und homogen betrachtet, was bedeutet, dass seine physikalischen Eigenschaften unabhängig von Richtung und Ort sind. Diese Annahme, die für das kosmologische Standardmodell grundlegend ist, ist als kosmologisches Prinzip bekannt (Abschnitt 2.2.3). Isotropie bedeutet, dass das Universum in allen Richtungen gleich aussieht; es gibt keine bevorzugte Richtung, in der sich die Verteilung von Materie oder Energie unterscheiden würde. Homogenität bedeutet, dass in großem Maßstab jede Region des Universums jeder anderen Region gleicht. Folglich sind transversale Energie- und Impulsflüsse, die durch nicht-diagonale Terme im Tensor dargestellt würden, nicht vorhanden, da es keine bevorzugte Bewegung oder Energieflüsse in eine bestimmte Richtung gibt. Nur die Energiedichten und Drücke in den Raumrichtungen, die gleichförmig sind und sich nicht mit der Richtung ändern, manifestieren sich in der Matrix des Energie-Impuls-Tensors und erklären seine diagonale Form.

Zweitens durch die Einführung des von jeder Entität induzierten Strahlungsdrucks :

$$p_r^{(g)} = \frac{\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2}{3}, \quad p_r^{(h)} = \frac{\rho_r^{(h)}(c^{(h)})^2}{3}$$

Wir können dann davon ausgehen, dass die von der Metrik getragene Entität h Dunkle Energie und Dunkle Materie genannt wird, auf negative Massen zurückgeführt werden könnte, die in der Strahlungsphase die gleiche Zustandsgleichung erfüllen würden:

$$\beta^{(h)} = \frac{\alpha^{(h)}}{3}$$

Unter diesen Bedingungen wird die Erhaltungsrelation in ihrer Strahlungsform immer durch die Erhaltung der Summe der beiden Energien ausgedrückt, der des Photonengases und der der negativen Massen :

$$\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 + \alpha^{(h)}(a^{(h)})^4 = \rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 = \text{Constante}$$

Die exakte Lösung des Systems für die Krümmungsindizes $k^{(g)} = k^{(h)} = -1$ und $\Gamma^{(f)} = -\frac{8\pi G}{c^4}$ wobei $f \in \{g, h\}$ wird zu einer Lösung der folgenden Gleichungen:

$$a^{(g)2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} = \frac{\Gamma^{(g)}}{2} E$$

$$a^{(h)2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} = -\frac{\Gamma^{(h)}}{2} E$$

Wenn wir annehmen, dass $E < 0$, dann $a^{(g)} > 0$ und $a^{(h)} < 0$. So können wir schlussfolgern, dass der sichtbare Teil unseres Universums beschleunigt, während die negativen Arten

verlangsamt werden. Hier beobachten wir den Effekt der dominierenden negativen Spezies, der zu dem Phänomen der beschleunigten kosmischen Expansion führt, wie die rechte Seite der ersten Gleichung positiv wird ((Petit and D'Agostini 2021b)) :

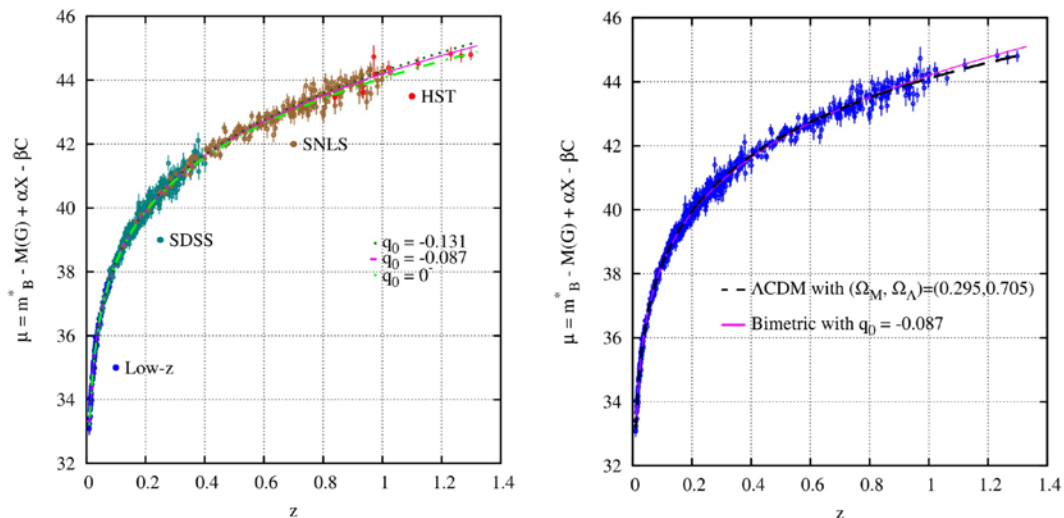


Abbildung 3.11 - Hubble-Diagramm von der beiden Modelle (Lineare Rotverschiebung)

Dieses Zwei-Spezies-System konsolidiert die Effekte, die der Dunklen Materie und der Dunklen Energie zugeschrieben werden, zu einer einzigen Einheit, die aus negativen Massen besteht und beide Aktionen vereint, wie im folgenden Diagramm dargestellt:

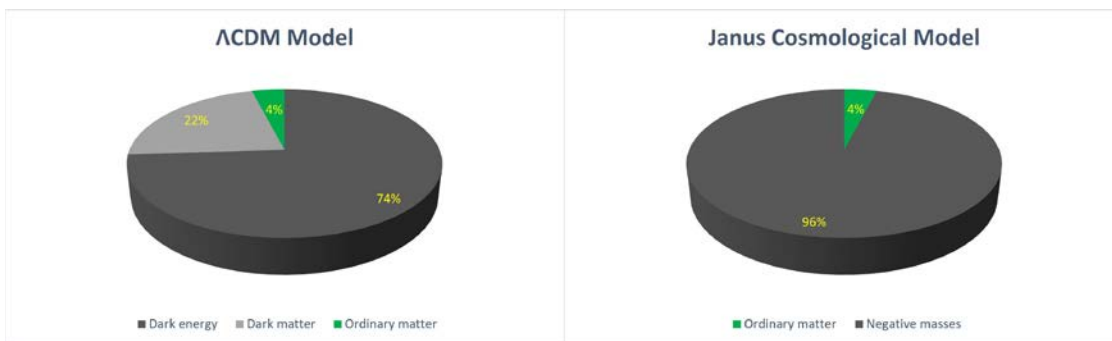


Abbildung 3.12 - Modelle des Universums

3.3.4.2 Lokale Verifikation eines stationären Systems

Bei der Untersuchung des Universums vereinfachen wir oft Modelle, um sie handhabbarer zu machen. Eine gängige Vereinfachung besteht darin, eine kleine Region des Raums als tatsächlich leer und isoliert von den riesigen Komplexitäten des Kosmos zu betrachten. Dieser Ansatz ist besonders nützlich, wenn wir uns für Phänomene interessieren, die in kurzen Zeiträumen auftreten, die viel kürzer sind als die Zeitskalen, auf denen sich das Universum selbst verändert. In solchen Fällen können wir "zeitunabhängige" Metriken verwenden, was bedeutet, dass wir davon ausgehen, dass sich die Struktur des Raums

während unserer Beobachtung nicht mit der Zeit verändert.

Um die Komplexität ein wenig zu erhöhen, führen wir manchmal sogenannte "Störungen" in das Modell ein. Diese Störungen sind kleine Veränderungen in dem ansonsten einfachen Raum, den wir betrachten. Sie ermöglichen es uns zu untersuchen, wie sich kleine Veränderungen oder Störungen auf das System auswirken könnten. In unserem Fall werden diese Störungen durch Terme dargestellt, wie z. B. $\gamma_{\mu\nu}^{(g)}$ und $\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$ bezeichnet, die kleine Abweichungen in der geometrischen Struktur des Raums bedeuten und potenziell verschiedene Aspekte oder Komponenten des Universums repräsentieren.

$$g_{\mu\nu}^{(g)} = \eta_{\mu\nu}^{(g)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(g)}, \quad g_{\mu\nu}^{(h)} = \eta_{\mu\nu}^{(h)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$$

Für Metriken haben wir :

$$(ds^{(g)})^2 = (c^{(g)})^2 dt^2 - (a^{(g)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

$$(ds^{(h)})^2 = (c^{(h)})^2 dt^2 - (a^{(h)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

Wenn wir in der Kosmologie von "quasi-stationären Bedingungen" sprechen, beziehen wir uns auf eine Situation, in der angenommen wird, dass bestimmte Aspekte des Universums über den von uns untersuchten Zeitraum relativ konstant sind. Genauer gesagt werden in diesem Zusammenhang die "Skalenfaktoren" des Universums, die beschreiben, wie sich die Größe des Universums im Laufe der Zeit verändert, als konstant angenommen. Dies ist eine nützliche Näherung, um bestimmte kurzfristige Phänomene zu untersuchen.

Um die Physik eines solchen Szenarios zu vertiefen, verwenden wir eine sogenannte "Reihenerweiterung" der Feldgleichungen. Dabei handelt es sich um eine mathematische Technik, bei der wir komplexe Gleichungen in einfachere und besser handhabbare Teile zerlegen. Dabei konzentrieren wir uns jedoch nur auf die aussagekräftigsten Teile - in diesem Fall ignorieren wir Terme zweiter und höherer Ordnung, da sie sich nur minimal auf die Ergebnisse für kleinräumige oder kurzfristige Szenarien auswirken.

Die folgenden beiden resultierenden vereinfachten Gleichungen beschreiben das Verhalten der Störungen in diesem quasi-stationären Universum. Diese Gleichungen beinhalten Terme wie $\varepsilon\gamma_{00}$ und $\delta\rho$, die kleine Änderungen in der Raumgeometrie bzw. der Materiedichte darstellen.

$$\varepsilon\gamma_{00|\beta|\beta}^{(g)} = -\Gamma^{(g)} \left[\delta\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3 \delta\rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\varepsilon\gamma_{00|\beta|\beta}^{(h)} = \Gamma^{(h)} \left[\delta\rho^{(h)} (c^{(h)})^2 + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3 \delta\rho^{(g)} (c^{(g)})^2 \right]$$

Außerdem definieren wir die "Gravitationspotentiale" für jede Komponente des Universums, die mit $\psi^{(g)}$ und $\psi^{(h)}$. Diese Potentiale sind mit Veränderungen in der Raumgeometrie verbunden und sind entscheidend für das Verständnis der

Gravitationseffekte in verschiedenen Regionen oder Komponenten des Universums (wie (36)).

$$\psi^{(g)} = \frac{(c^{(g)})^2}{2} \varepsilon \gamma_{00}^{(g)}, \quad \psi^{(h)} = \frac{(c^{(h)})^2}{2} \varepsilon \gamma_{00}^{(h)}$$

Wir erhalten :

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(g)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = -\Gamma^{(g)} \frac{(a^{(g)})^2}{2} \left[\delta \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3 \delta \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(h)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = \Gamma^{(h)} \frac{(a^{(h)})^2}{2} \left[\delta \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3 \delta \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 \right]$$

In der Physik, insbesondere bei der Untersuchung des Weltraums und des Universums, wie wir in diesem Abschnitt 2.3.8 gesehen haben, beschreiben die *"geodätischen Gleichungen"*, wie sich Objekte unter dem Einfluss der Schwerkraft bewegen. Vereinfacht gesagt sagen uns diese Gleichungen, welche Bahn ein Objekt nehmen wird, wenn es sich nur unter dem Einfluss der Schwerkraft bewegt. Zum Beispiel, wie Planeten um die Sterne kreisen oder wie Objekte auf die Erde fallen.

In unserem Szenario beschäftigen wir uns mit zwei verschiedenen Schichten (oder Blättern) des Universums, die jeweils ihre eigenen Eigenschaften haben. Die erste Schicht, die wir als das Universum der gewöhnlichen Materie betrachten können, folgt einem bestimmten Satz von Regeln. Die zweite Schicht mit negativen Massen, die mit dunkler Materie und dunkler Energie in Verbindung gebracht wird, folgt einem anderen Satz von Regeln.

Die folgenden beiden Gleichungen sind der mathematische Ausdruck dafür, wie sich Objekte in diesen zwei verschiedenen Schichten (Die Schicht der gewöhnlichen Materie bzw. die Schicht der negativen Massen) bewegen würden. Diese Gleichungen ähneln der klassischen Poisson-Gleichung in der Physik, die zur Beschreibung von Gravitationsfeldern verwendet wird. Die Gleichungen haben jedoch eine Besonderheit - sie berücksichtigen unterschiedliche *"Lichtgeschwindigkeiten"* in jeder Schicht. Diese Änderung ist entscheidend, um Theorien zu erforschen, die über unser Standardverständnis der Physik hinausgehen.

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{(a^{(g)})^2} \frac{\partial \psi^{(g)}}{\partial \xi_\alpha}$$

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{(a^{(h)})^2} \frac{\partial \psi^{(h)}}{\partial \xi_\alpha}$$

Die von uns gewählten Interaktionsgesetze stellen sicher, dass die Entitäten aus den Schichten, die durch die Metriken g und h sich gegenseitig ausschließen (3.13).



Abbildung 3.13 - Gesetze der Interaktion zwischen den Massen

Daher können wir eine Region betrachten, in der nur eine der beiden Entitäten vorkommt. Konzentrieren wir uns auf das durch die Metrik strukturierte Bezugssystem g , das wie im Sonnensystem von gewöhnlicher Materie bevölkert ist, vereinfacht sich das System der gekoppelten Feldgleichungen zu :

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} T_{\mu\nu}^{(g,g)}$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)}$$

Die erste Gleichung kann mit der Einstein-Gleichung ohne die kosmologische Konstante identifiziert werden. Λ . Diese Gleichung repräsentiert das Standardmodell der Schwerkraft für gewöhnliche Materie. Die zweite Gleichung erfasst das, was man als *den "Effekt der induzierten Geometrie"* bezeichnen könnte. Sie beschreibt, wie die Raumgeometrie, beeinflusst durch die Anwesenheit gewöhnlicher Materie in einer Kugel mit dem Radius r und der Dichte $\rho^{(g)} = \rho$, die Geodäten in der Schicht der negativen Massen beeinflusst. Daher können wir folgern, dass dieses zweidimensionale Modell, in dem gewöhnliche Materie in einer Schicht mit negativen Massen in einer zweiten Schicht interagiert, mit den Standardtests der allgemeinen Relativitätstheorie auf lokaler Ebene übereinstimmt. Dennoch bleibt es entscheidend, die Konsistenz dieses Systems unter stationären und inhomogenen Bedingungen zu überprüfen.

3.3.4.3 Die Natur der primordialen Antimaterie

Gemäß Sacharows Vorschlägen in (Sacharow 1967), (Sacharow 1980) und (Sacharow 1979) nehmen wir an, dass ein Materie/Antimaterie-Paar in der ersten Schicht unseres Universums aus Quarks und Antiquarks mit positiver Energie besteht. Gleichzeitig würde ein Materie/Antimaterie-Paar in einer zweiten Schicht aus Quarks und Antiquarks mit negativer Energie bestehen. Wenn die Synthese von Materie in der ersten Schicht (dem ersten Paar) schneller wäre, während die Synthese von Antimaterie in der zweiten Schicht (dem zweiten Paar) langsamer wäre, könnte dies zu der Hypothese führen, dass die Objekte in den Zentren der großen Lücken in der großräumigen Struktur des Universums, wie sie durch das Phänomen des Dipolaren Repellers angezeigt werden, aus Antimaterie bestehen. Diese Antimaterie umfasst Antiprotonen, Antineutronen und Antielektronen mit negativer Energie, d. h. negativer Masse ((J. M. Souriau 1997)). Letztere könnten kugelförmige Objekte aus Antiwasserstoff (leichte Elemente) bilden, die ähnliche abstoßende Eigenschaften haben wie riesige Protosterne, die sich während der primordialen Strahlungsphase (am Anfang des Universums) gebildet haben.

Das löchrige Netzwerk aus positiver Masse begrenzt diesen Raum aus negativer Dichte und verhindert so ihre Verschmelzung. Umgekehrt wirken diese Konglomerate aus negativer Masse als Ankerpunkte für dieses poröse Netzwerk im Universum der positiven Masse und sorgen so für eine globale Stabilität.

Tatsächlich sehen Sterne mit positiver Masse anfangs wie kugelförmige Gascluster aus, die auf Temperaturen von 1000 bis 2000°C erhitzt werden. Diese Protosterne kühlen allmählich ab und emittieren dabei hauptsächlich Strahlung im roten und infraroten Spektrum. Um sich in echte Sterne zu verwandeln, müssen die Materie und das Gas eine gravitative Kontraktion durchlaufen und dabei Temperaturen und Dichten erreichen, die hoch genug sind, um thermonukleare Fusionsreaktionen einzuleiten. Bei diesem Kontraktionsprozess wird Wärmeenergie freigesetzt, die in elektromagnetischer Form, einschließlich sichtbarem Licht, an die Sternoberfläche abgestrahlt wird. Diese Energiefreisetzung ist proportional zum Quadrat des Sternradius. Größere Sterne haben eine größere Oberfläche und können mehr Wärme abstrahlen. Die Menge der erzeugten Wärme ist jedoch proportional zum Kubik des Sternradius und steht in Zusammenhang mit seinem Volumen. Bei sehr massereichen Sternen kann die Abkühlungsrate daher relativ langsam sein, und es kann sehr lange dauern, bis die Temperatur den Schwellenwert erreicht, der notwendig ist, um die thermonuklearen Fusionsreaktionen auszulösen, die den Stern leuchten lassen.

In unserer positiven Welt geht man davon aus, dass die Kernfusionsreaktionen im Herzen eines Protosterns beginnen können, wenn die Temperatur ein Optimum von etwa 10 Millionen Grad Celsius erreicht hat. Bei dieser Temperatur gewinnen die Wasserstoffkerne, die den Großteil der Materie im Protostern ausmachen, genügend kinetische Energie, um die elektrostatische Barriere aufgrund ihrer positiven Ladung zu überwinden. Wenn diese Barriere überwunden ist, können die Wasserstoffkerne zu Helium verschmelzen und dabei eine beträchtliche Menge an Strahlungs- und Wärmeenergie freisetzen. Diese optimale Temperatur ermöglicht eine effizientere Kernfusionsreaktion, die das charakteristische Leuchten der Sterne erzeugt.

So kann es bei einem sehr massiven und heißen Protostern mit negativer Masse sehr lange dauern, bis er ausreichend abgekühlt ist, damit die Fusionsreaktionen beginnen, da der Kontraktionsprozess des Protosterns genügend Wärme erzeugen muss, um den Wärmeverlust an der Oberfläche zu kompensieren.

Infolgedessen haben diese sehr massereichen Protosterne mit negativer Masse so lange Abkühlzeiten, dass sie niemals aufleuchten werden (das Alter des Universums überschreitend). Daher können sich keine Galaxien, schweren Elemente, Moleküle oder andere Formen von Materie bilden, die für die Entwicklung von Leben in der negativen Welt notwendig sind.

3.3.4.4 Numerische 2D-Simulationen

Zweidimensionale numerische Simulationen wurden unter Verwendung von zwei Sätzen von 5000 Massenpunkten durchgeführt, die Klumpen gewöhnlicher Materie (Bevölkerungsdichte $\rho^{(g)}$) und negative Massen (Populationsdichte $\rho^{(h)}$). Zwischen den beiden Populationen blieb eine signifikante Asymmetrie erhalten, wobei $|\rho^{(h)}|$ viel größer ist als $\rho^{(g)}$. Außerdem wurden Maxwell'sche Verteilungen von 2D-Thermogeschwindigkeiten auf beide Populationen angewendet, wobei die Durchschnittsgeschwindigkeit der Verteilung negativer Massen viermal höher war als die der gewöhnlichen Materie.

Diese Simulationen zeigten eine lückenhafte Struktur negativer Massen in den Zentren der großen Lücken in der großräumigen Struktur des Universums. Da sich die Jeans-Zeiten umgekehrt mit der Quadratwurzel der Dichte verändern, ist die Entwicklungszeit für die Verteilung der negativen Masse kürzer. Dies führt zur Bildung eines regelmäßigen Netzwerks sphäroidaler Konglomerate. Die gewöhnliche Materieverteilung ist folglich gezwungen, den verbleibenden Raum zu besetzen, was zu einer lückenhaften Struktur führt, die einer Ansammlung von aneinanderstoßenden Seifenblasen in dreidimensionalen Simulationen ähnelt. Dieses Muster wurde auch von Brennen 1995 beobachtet (Brennen 1995) (Abbildungen 3.14 und 3.15), wie von El-Ad 1997 zitiert ((El-Ad, Piran, and Costa 1997)).

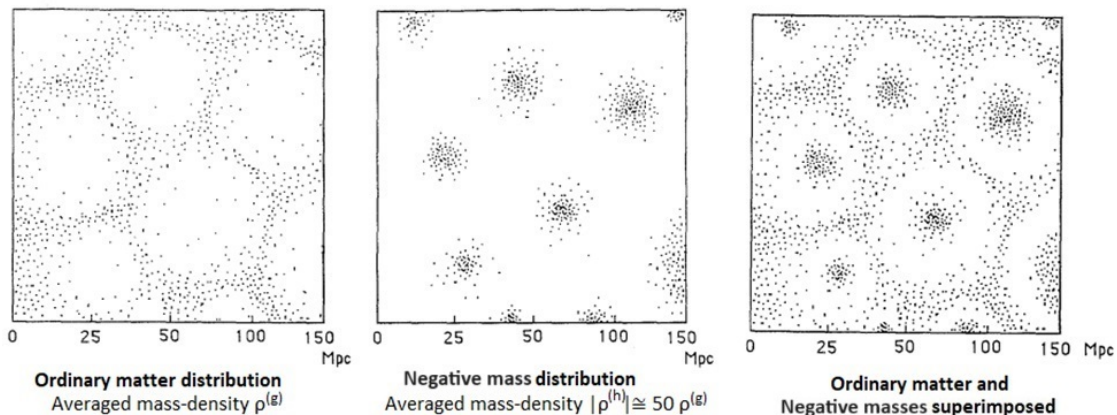


Abbildung 3.14 - Verteilung der gewöhnlichen Materie und der negativen Massen wenn $|\rho^{(h)}| \gg \rho^{(g)}$

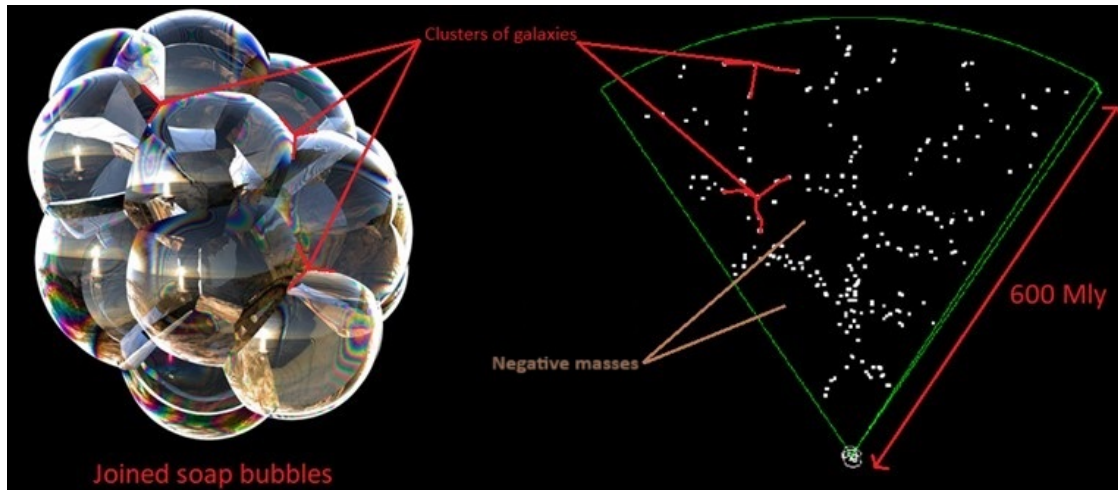


Abbildung 3.15 - Struktur ture Lacunaire Sphéroïdale

Es ist wichtig zu bedenken, dass uns im Rahmen der negativen Masse Beobachtungsdaten fehlen, die wir mit potenziellen numerischen Vorhersagen vergleichen können, außer für die Geometrieeffekte, die von diesem Bezugssystem (dem der negativen Masse) durch Gravitationslinsenphänomene induziert werden, wie sie durch die Metrik strukturiert sind.

$g_{\mu\nu}$.

Daher wird der abgeleitete Druck der TOV (Tolman - Oppenheimer - Volkoff) Differentialgleichung ((Adler, Bazin, and Schiffer 1975)) in der durch die Metrik strukturierten Raumzeit $h_{\mu\nu}$ wird immer hypothetisch bleiben. Folglich ist es unpraktisch, zu versuchen, den Wechselwirkungstensor zu strukturieren. $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$ der zweiten Feldgleichung (34b) zu bestimmen. Denn wir werden nie in der Lage sein, die Ergebnisse zu vergleichen, die wir durch die Berechnung der Geodäten von $h_{\mu\nu}$ mit Beobachtungsdaten, die mit der Bewegung von Teilchen mit negativer Masse zusammenhängen. Stattdessen müssen wir mit einer Funktion arbeiten. $\beta(r)$ (die nicht mit dem negativen Druck zusammenhängt) nur, um die Existenz einer Lösung in diesem Bezugssystem zu gewährleisten. Der wichtigste Aspekt dabei ist, sicherzustellen, dass die kovariante Ableitung ihres Wechselwirkungstensors null ist (37).

Um diesen Effekt der induzierten Geometrie vollständig zu verstehen, müssen wir uns in den Kontext des Systems mit zwei gekoppelten Feldgleichungen des Modells versetzen. Es ist nämlich wichtig, sich daran zu erinnern, dass es eine 4D-Hypersurface nach zwei Metriken strukturiert, die mit zwei verschiedenen Raumzeitschichten verbunden sind. Jede Art von Masse ist mit ihrer eigenen Metrik verbunden, was bedeutet, dass eine Masse immer eine positive Krümmung in der Raumzeit gemäß ihrer eigenen Metrik erzeugt (wo die Masse Photonen mit sichtbarer Energie aussendet) und immer eine negative Krümmung in der konjugierten Metrik (wo die Masse Photonen mit unsichtbarer Energie aussendet), wie man in der folgenden Abbildung 3.16 sehen kann.

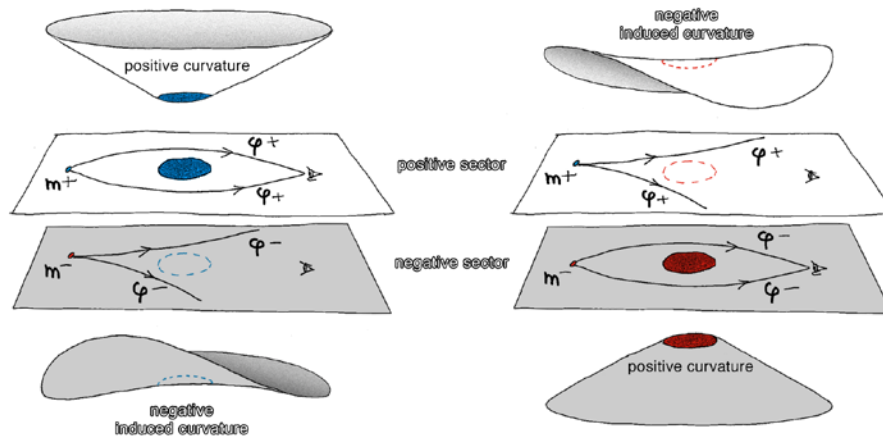


Abbildung 3. 16 - Effekt der induzierten Geometrie

Links in Abbildung 3.16 erzeugt das blaue massive Objekt, das zum positiven Universum gehört, eine positive Krümmung. Daher erzeugt es einen positiven Gravitationslinseneffekt auf das Bild einer kleinen positiven Masse. m^+ Dies führt dazu, dass Photonen mit positiver Energie konvergieren. ϕ^+ um das massive blaue Objekt herum. Allerdings induziert dieses massive Objekt eine negative Krümmung im negativen Universum. Daher wird seine scheinbare Masse im negativen Universum als negativ empfunden, auch wenn es unsichtbar ist.

Umgekehrt gehört auf der rechten Seite von Abbildung 3.16 das rote massive Objekt zum negativen Universum. Es erzeugt eine positive Krümmung in Bezug auf sein eigenes Bezugssystem (und nicht eine negative Krümmung). Dieses massive Objekt induziert eine negative Krümmung, die in unserem Universum wahrgenommen wird, auch wenn seine Energiephotonen unsichtbar sind. Daher kommen wir zu dem Schluss, dass seine scheinbare Masse negativ ist. Tatsächlich erzeugt sie einen negativen Gravitationslinseneffekt auf das Bild einer kleinen Masse. m^+ und bewirkt, dass Photonen mit positiver Energie auseinanderlaufen. ϕ^+ um das unsichtbare negative massive Objekt, dessen Gravitationswirkung immer noch vorhanden ist.

Aus dem Konzept der negativen Masse können wir mehrere Folgerungen ableiten:

- Grundsätzlich gibt es keine negative Masse (und damit auch keine negative Energie). Zumindest ist die "Negativität der Masse" (und die "Negativität der Energie", da die beiden offensichtlich miteinander verbunden sind) keine inhärente physikalische Eigenschaft eines "negativen Masseteilchens". Tatsächlich ist die "Negativität" oder "Positivität" der Masse nur eine Größe der Krümmung, die von einem Beobachter lokal in der Raumzeit gemessen wird. Das Vorzeichen dieser Krümmung ist relativ zum Bezugssystem der Hyperfläche oder der Metrik, in der diese Masse gemessen wird. Im Grunde handelt es sich um eine scheinbare Masse, deren Vorhandensein nur durch die Krümmung, die sie in der Raumzeit induziert, offenbart wird.

Mit anderen Worten: Alle Teilchen, die im Universum eine Masse haben, besitzen ausschließlich eine positive träge Masse, ihre gravitative Masse ist jedoch relativ.

Das Vorzeichen ihrer gravitativen Masse ist je nach Perspektive entgegengesetzt (positiv oder negativ): Eine Masse verzerrt die Raumzeit in ihrer eigenen Metrik und induziert einen bestimmten Betrag an Krümmung, der immer positiv ist. Sie wird jedoch im Gegenuniversum, aus dem ein Beobachter diese Krümmung als negativ wahrnimmt, als scheinbare Masse wahrgenommen. Dies ist auf die gekoppelte Natur der Feldgleichungen zurückzuführen und führt zu einem Effekt, der als *konjugierte Krümmung* bezeichnet wird. Man könnte auch von "*die gleiche Masse induziert zwei entgegengesetzte Krümmungen*" sprechen.

Die Erde hat zum Beispiel, von unserem Bezugssystem aus gesehen, eine positive Masse. Durch einen unbekanntem Prozess stellen Sie sich vor, dass Sie Ihre Energie umkehren können (Ihre Masse umkehren). Die Erde (und alle Sterne am Himmel) würden verschwinden, weil Sie die Photonen mit positiver Energie nicht mehr wahrnehmen könnten. Sie könnten jedoch immer noch die Krümmung wahrnehmen und messen, die sie weiterhin in die Raumzeit induziert. Durch eine solche Messung würden Sie feststellen, dass die nun unsichtbare Erde eine negative Masse besitzt.

Es gibt jedoch keine getrennten Universen positiver Energien und Universen negativer Energien. Es handelt sich hierbei lediglich um eine willkürliche Wahl der Nomenklatur. Beide sind gleichwertig. Konventionell bezeichnen wir den Bereich, in dem wir leben, als das positive Universum. Die Umkehrung des Zeitpfeils bedeutet nicht, dass wir anfangen, "*rückwärts*" zu leben und uns verjüngen. Sie äußert sich physikalisch durch die Umkehrung der Teilchenenergien. Auch diese Umkehrung ist eine relative Beobachtung. In der Praxis äußert sie sich durch einen Wechsel in das Gegenuniversum.

- Es ist wichtig zu beachten, dass Teilchen mit negativer Energie (und ihre Photonen) nicht von optischen Instrumenten erfasst werden können, da sie Geodäten ihrer eigenen Metrik folgen. $h_{\mu\nu}$ Diese Geodäten unterscheiden sich von den Geodäten unserer Metrik. $g_{\mu\nu}$. Es gibt also zwei Sätze von Geodäten, die sich niemals "*kreuzen*". Da sich Spezies mit positiver und negativer Energie nicht sehen können und sich entlang zweier unterschiedlicher Familien von Geodäten bewegen, werden die beiden Raumzeit-Referenzsysteme, in denen sie sich aufhalten, jeweils als Referenzsystem für positive Masse und als Referenzsystem für negative Masse bezeichnet. Es handelt sich also um zwei Bezugssysteme innerhalb derselben 4D-Hyperoberfläche, die durch zwei gekoppelte Feldgleichungen strukturiert wird, und nicht nur um eine einzige. Doch auch wenn negative Massen für uns unsichtbar sind, da sie nicht elektromagnetisch mit unserem Universum interagieren und keine Photonen austauschen, offenbaren sie ihre Anwesenheit nur durch einen Antigravitationseffekt, da sie entgegengesetzte Krümmungen in der Raumzeit induzieren.
- Negative Massen sind im Universum weit verbreitet, aber ihre Anteile variieren je nach Raumregion, in der wir uns befinden, und sie existieren nur, um durch einen Antigravitationseffekt zur Stabilität des Universums beizutragen. Das Universum wird durch eine einzige Raumzeit definiert, die durch zwei Metriken strukturiert ist, die es ermöglichen, die Länge oder den Abstand zwischen zwei Punkten in dieser

Raumzeit auf zwei verschiedene Arten zu messen, wobei zwei unterschiedliche Sätze von Markierungen (drei räumliche Markierungen und eine zeitliche Markierung) verwendet werden. Didaktisch gesehen kann man sich diese Raumzeit als ein Blatt Papier mit zwei verschiedenen Rastern auf jeder der beiden Seiten vorstellen.

3.3.5 Ausblick auf die Zukunft

Der wissenschaftliche Ansatz zum Verständnis eines Phänomens kann als die Fähigkeit zusammengefasst werden, es zu reproduzieren und zu messen. Es ist wichtig, darauf hinzuweisen, dass es durchaus möglich ist, das Phänomen der Masseninversion im Labor nachzuweisen, indem man eine verschwindend geringe Menge an Materie invertiert, vorausgesetzt, man kann eine signifikante Störung dieser Materie herbeiführen, indem man elektromagnetische Parameter in der Größenordnung von mehreren zehn Millionen Tesla für eine sehr kurze Zeit erzeugt, z. B. durch den Einsatz von Sprengstoff. Die Sowjetunion hatte bereits in den 1950er Jahren durch die Komprimierung eines magnetischen Flusses mithilfe von Sprengstoff eine Produktion von 100 Millionen Ampere erreicht, wobei sie einen magnetokumulativen Generator einsetzte ((Pavlovskii 1994)). Dann wäre es möglich, diese Massenumkehr durch die Messung von Gravitationswellen nachzuweisen, die von den Laserinterferometern Virgo und Ligo ausgesendet und detektiert werden.

Eine Vereinheitlichung der Relativitätstheorie mit der Quantenmechanik wäre nur durch die Quantifizierung der Schwerkraft möglich. Allerdings gibt es in der Relativitätstheorie außer der Masse-Energie-Äquivalenz kein Konzept zur Quantifizierung der Energie, da Einsteins Feldgleichung die Teilchen nicht grundlegend beschreibt. Daher ist die Stringtheorie der einzige akzeptierte und annehmbare zeitgenössische Ansatz, um die Kluft zwischen Relativitätstheorie und Quantenmechanik zu überbrücken. Dennoch ist eine solche Vereinheitlichung nach diesem Ansatz nicht möglich, da die Quantenmechanik Kräfte als Felder betrachtet und in diesen Feldern ein Teilchen benötigt wird, um die Wechselwirkung zu übertragen. Beispielsweise ist das Photon das Elementarteilchen, das das elektromagnetische Feld überträgt, und seine Quantifizierung ist durch die Berücksichtigung von positiven und negativen elektrischen Ladungen möglich. Im Gegensatz dazu ist das einzige aus der Stringtheorie hervorgehende Teilchen zur Übertragung der Schwerkraft das Graviton, doch dieses Pseudoteilchen wurde noch nie experimentell beobachtet. In der Tat bleibt das Konzept der Quantengravitation in diesem Modell spekulativ. Eine alternative Vermutung zur Quantifizierung der Gravitation auf der Quantenebene wäre, die Existenz von Massen mit entgegengesetzten Vorzeichen zu berücksichtigen, die im Computational Model abstoßende Eigenschaften aufweisen, ähnlich dem Photonenmodell mit elektrischen Ladungen mit entgegengesetzten Vorzeichen, um die Wechselwirkung zu übertragen.

4 Beitrag zur Kosmologie & Teilchenphysik

4.1 Einführung in Dynamische Gruppen

Die *Theorie dynamischer Systeme* ist ein Zweig der Mathematik, der sich auf die Untersuchung von Bewegung und Veränderung im Laufe der Zeit konzentriert. Sie zielt darauf ab, zu verstehen, wie sich Systeme in Abhängigkeit von ihren Anfangsbedingungen und den auf sie einwirkenden äußeren Kräften entwickeln. Die *Symplektische Geometrie* ist eine Integration der Theorie dynamischer Systeme und der Differentialgeometrie und untersucht die Formen und Eigenschaften gekrümmter Räume, insbesondere die Art und Weise, wie sich diese Räume unter dem Einfluss äußerer Kräfte verformen und verbiegen. Dieses in der Hamiltonschen Mechanik verwurzelte Gebiet untersucht mathematische Objekte, die als *"symplektische Varietäten"* bezeichnet werden und eine einzigartige Struktur besitzen, die die Messung von Größen ermöglicht. Im Gegensatz zur Riemannschen Geometrie, die einen metrischen Tensor zur Messung von Längen und Winkeln verwendet, nutzt die symplektische Geometrie eine mathematische Form, die als *"symplektische Form"* bezeichnet wird, um Flächen zu messen.

Jean-Marc Souriau war ein führender Pionier der symplektischen topologischen Geometrie. Er entwickelte das Konzept der geometrischen Quantifizierung und verwandelte grundlegende physikalische Größen wie Energie und Bewegungsgröße in rein geometrische Objekte. Souriaus Arbeit gab der Umkehrung des Zeitpfeils in unserem kosmologischen Modell eine physikalische Bedeutung ((Bergmann and Einstein 1938), (Kaluza 1921)).

Was ist eine Gruppe?

In mathematischer Hinsicht bezieht er sich auf bestimmte Matrizen, die auf andere Matrizen einwirken. Aber was bedeutet das physikalisch gesehen?

Laut J-M Souriau wird eine Gruppe für den Transport geschaffen, und die Transportmethode ist bedeutsamer als die transportierte Entität: *"Sagen Sie mir, wie Sie sich bewegen, und ich sage Ihnen, wer Sie sind"*.

Unser Hauptaugenmerk liegt auf Lie-Gruppen (siehe (Bourbaki 2006)), die sowohl Gruppen als auch Differentialvarietäten sind (lokal auf einen n-dimensionalen euklidischen Raum projizierte *"gekrümmte Räume"*). Sie sind entscheidend für die Beschreibung von Bewegungen und Transformationen im Raum. Zwei Schlüsselgruppen sind die orthogonale Gruppe $O(3)$ und die euklidische Gruppe $E(3)$:

- **Die orthogonale Gruppe $O(3)$** wird verwendet, um dreidimensionale Rotationen und Symmetrien zu beschreiben, die die Abstände im Raum erhalten. Sie enthält eine entscheidende Untergruppe namens $SO(3)$, die Gruppe der Rotationen, die sich mit Drehungen um eine Achse befasst.
- **Die euklidische Gruppe $E(3)$** beschreibt dreidimensionale Bewegungen wie Rotationen, Symmetrien und Translationen. Basierend auf der orthogonalen Gruppe

$O(3)$ kann sie in der Festkörpermechanik in eine Kraft und ein Drehmoment zerlegt werden, die auf ein Objekt angewendet werden. Dies ist eine Gruppe, in der der Satz des Pythagoras verwendet werden kann, um den Abstand zwischen zwei Punkten zu berechnen. Diese Gruppe transformiert einen Punkt mit den Koordinaten x, y, z in einen neuen Punkt mit den Koordinaten x', y', z' . Das einzigartige Merkmal dieser dynamischen Gruppe ist ihre Fähigkeit, eine Familie invarianter geometrischer Objekte innerhalb der Gruppe zu erzeugen. Zum Beispiel bleibt eine Linie, die einer Translation unterzogen wird, eine Linie, wodurch sie zu einem eindimensionalen invarianten geometrischen Objekt wird. Eine Kugel ist ein perfektes Beispiel für ein dreidimensionales symmetrisches Objekt. Ihre einzigartige Eigenschaft ist, dass sie unter Drehungen um ihren Mittelpunkt unverändert bleibt, was eine Rotationssymmetrie beweist. In geometrischer Hinsicht bedeutet dies, dass eine Kugel bei jeder Drehbewegung durch sich selbst hindurchgeht und ihre geometrischen Eigenschaften in jedem Punkt konsistent beibehält. In der Physik, insbesondere bei der Untersuchung der Raumzeit im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie, ist die Schwarzschild-Lösung ein wichtiges Konzept. Sie beschreibt das Gravitationsfeld außerhalb einer sphärisch symmetrischen, nicht rotierenden Masse wie einem Schwarzen Loch. Die Schwarzschild-Metrik, die Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen, ist invariant unter Rotationen und Translationen in Zeit und Raum und ähnelt damit der Invarianz, die in der euklidischen Geometrie beobachtet wird, aber auf die gekrümmte Raumzeit der allgemeinen Relativitätstheorie angewendet wird. In der Schwarzschild-Raumzeit werden die Geodäten durch die Krümmung der Raumzeit bestimmt, die durch die Schwarzschild-Metrik beschrieben wird. Für ein Objekt, das sich entlang einer Geodäsie bewegt, werden bestimmte Größen wie sein Drehimpuls und seine Energie in Bezug auf die Masse, die die Krümmung der Raumzeit verursacht, erhalten. Diese Erhaltung ist das Ergebnis der Symmetrien der Raumzeit, die analog zu den Erhaltungssätzen in der klassischen Mechanik sind.

Lie-Gruppen beschreiben also Bewegungen im Raum unter Beibehaltung von Abständen und Längen. Sie sind Isometriegruppen, wenn die geometrischen Eigenschaften der sich bewegenden Objekte (Abstände und Winkel) im Raum bei einer Transformation unverändert bleiben. Drehungen sind Beispiele für Symmetrien des dreidimensionalen Raums, da sie die geometrischen Eigenschaften des Raums nicht verändern. Wenn Sie beispielsweise einen Würfel drehen, ändert dies nicht die Abstände zwischen seinen Eckpunkten. Mit anderen Worten: Die geometrischen Eigenschaften des Objekts bleiben unverändert, auch wenn seine Position verändert wurde.

Gemäß der speziellen Relativitätstheorie leben wir statt in einem dreidimensionalen euklidischen Raum $[x, y, z]$ mit einer Signatur zu leben. $(+ + +)$ in dem die Zeit eine eigene Entität ist, existieren wir in Wirklichkeit in einer vierdimensionalen Raumzeit, in der die drei Raumdimensionen senkrecht zu einer Zeitdimension stehen. $[t, x, y, z]$ genannt Minkowski-Raum, dessen Signatur lautet $(- + + +)$.

Die dynamische Gruppe, die mit diesem Raum verbunden ist, ist die Poincaré-Gruppe. Sie ermöglicht die Erzeugung besonderer Bewegungen, wie die Bewegung von masselosen Teilchen wie Photonen (die nie ruhen, sondern sich immer mit Lichtgeschwindigkeit

bewegen, ohne von der Schwerkraft in Bezug auf die Geschwindigkeit beeinflusst zu werden, nur in Bezug auf die Energie veränderbar) und einer Familie von Teilchen mit einer Masse ungleich Null. Diese dynamische Gruppe, die auf die spezielle Relativitätstheorie angewandt wird, umfasst die Bewegung von Massen oder Photonen mit einer möglichen Umkehrung des Zeitpfeils, d. h. von der Vergangenheit in die Zukunft und umgekehrt, und kann in Matrixform wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Wobei L die Matrix der Lorentzgruppe darstellt, die beschreibt, wie sich die Raumzeitkoordinaten zwischen verschiedenen Trägheitsreferenzsystemen verändern. Zu diesen Transformationen gehören Drehungen im Raum sowie Lorentz-Transformationen (Boosts), bei denen sich bewegte Bezugssysteme mit konstanter Geschwindigkeit relativ zueinander verändern. C ist ein Vektor, der den Raum-Zeit-Translationen entspricht in $\mathbb{R}^{1,3}$. Die Hälfte der Elemente der dynamischen Gruppe kehrt die Zeit um, was bedeutet, dass wir, wenn wir ein Raum-Zeit-Element wie eine Masse oder ein Photon betrachten und eine Zeitbewegung von der Vergangenheit in die Zukunft anwenden, die gleiche Bewegung in umgekehrter Richtung mithilfe der Poincaré-Gruppe durchführen können. Nach Souriaus Theorie aus seiner Arbeit "*Structure of Dynamic Systems*" ((Kaluza 1921)) gilt also: Wenn die dynamische Gruppe Photonen oder Massen mit einem entgegengesetzten Zeitpfeil bewegen kann, dann kann auch ihre Energie und damit ihre Masse umgekehrt werden. *N.B.:* Die beschränkte Poincaré-Gruppe behandelt ausschließlich "*orthochrone*" relativistische Bewegungen in vier Dimensionen des Minkowski-Raums, die von der Vergangenheit in die Zukunft führen. Ihre Matrixform enthält die Lorentz-Submatrix L_0 wie folgt:

$$\begin{pmatrix} L_0 & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Können wir diese Bewegungen mit negativer Energie und Masse und einem entgegengesetzten Zeitpfeil nun als Teil der Physik betrachten? Können sie gemessen oder beobachtet werden?

Teilchen mit negativer Energie senden Photonen mit negativer Energie aus, daher können sie nicht optisch beobachtet oder gemessen werden. Es wurde jedoch beobachtet und gemessen, dass sich die Expansion des Universums aufgrund des negativen Drucks, der mit der dunklen Energie verbunden ist, beschleunigt ((Perlmutter et al. 1999)). Der Druck ist nämlich eine Energiedichte pro Volumeneinheit.

Somit steht die Expansion des Universums in direktem Zusammenhang mit der negativen Energie. Dies legt nahe, dass ein wesentlicher Teil des Universums, der derzeit als dunkle Materie mit dunkler Energie definiert ist, diese Expansion durch den Gravitationseffekt beeinflusst. Dieser dynamische und geometrische Ansatz liefert also eine Antwort auf seinen Ursprung und seine Natur. Sie könnte Massen oder Photonen enthalten, die mit negativer Energie geladen sind.

4.2 Verschiedene Symmetrien, die mit jedem Umkehroperator verbunden sind

Die eingeschränkte Poincaré-Gruppe verwaltet relativistische Bewegungen in vier Dimensionen des Minkowski-Raums. Die Poincaré-Gruppe ist die Gruppe gemäß der folgenden Matrix :

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

wobei C der Vektor ist, der den Raum-Zeit-Translationen entspricht, in $\mathbb{R}^{1,3}$:

$$C = \begin{pmatrix} \Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

Es wirkt auf Punkte im Minkowski-Raum :

$$\xi = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Diese 10-dimensionale Gruppe ist die Isometriegruppe dieses Raumes, die durch ihre Metrik definiert ist :

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Die Lorentzgruppe nach ihrer Untermatrix L gehört zum Raum \mathcal{L} besitzt vier verbundene Komponenten :

- \mathcal{L}_n die neutrale Komponente, kehrt weder Raum noch Zeit um.
- \mathcal{L}_s kehrt den Raum um.
- \mathcal{L}_t kehrt die Zeit, aber nicht den Raum um.
- \mathcal{L}_{st} kehrt sowohl Raum als auch Zeit um.

Die ersten beiden Komponenten werden zusammengefasst, um die Untergruppe zu bilden, die als "*Orthochron*" oder beschränkte Lorentzgruppe bezeichnet wird :

$$\mathcal{L}_o = \mathcal{L}_n \cup \mathcal{L}_s$$

Die letzten beiden Komponenten bilden den "*antichronen*" Satz, dessen Komponenten die Zeit umkehren :

$$\mathcal{L}_a = \mathcal{L}_t \cup \mathcal{L}_{st}$$

Beachten wir, dass :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_t &= -\mathcal{L}_s & \mathcal{L}_{st} &= -\mathcal{L}_n \\ \mathcal{L}_{st} &= -\mathcal{L}_n & \mathcal{L}_t &= -\mathcal{L}_s\end{aligned}$$

4.3 Gruppe Lorentzdynamik

Die Anwendung der koadjunkten Aktion einer dynamischen Gruppe auf das Dual ihrer Lie-Algebra, die von dem Mathematiker Jean-Marie Souriau initiiert wurde, hat einige Aspekte des in der Physik verfolgten Ansatzes beleuchtet. Die beschränkte dynamische Lorentz-Gruppe, die auf ihre beiden orthochronen Komponenten beschränkt ist, übersetzt durch ihre resultierenden Invarianzeigenschaften Aspekte der speziellen Relativitätstheorie. Im Jahr 1970 stellte J-M Souriau fest, dass die Analyse der Komponenten seines Moments die geometrische Natur eines (nicht quantisierten) Spins aufzeigt ((J. M. Souriau 1964) (J. M. Souriau 1997)). Die Lorentzgruppe hat zwei verbundene orthochrone Komponenten, nämlich ihre erste neutrale Komponente, die das neutrale Element der Gruppe enthält, und ihre zweite enantiomorphe Komponente, die den Synonymraum der *P-Symmetrie* umkehrt. In der Theorie der dynamischen Gruppen wird eine Klassifizierung in Bezug auf Bewegungen offensichtlich. An diesem Punkt wird die Wirkung dieser raumumkehrenden Elemente im Phänomen der Polarisation des Lichts veranschaulicht, wo jedes "*rechte*" Photon in ein "*linkes*" Photon umgewandelt werden kann. Diese Gruppe kann durch eine Familie von Matrizen dargestellt werden $4 \times 4 L$, axiomatisch definiert durch $L^T G L = G$, wobei L^T ist die Transponierte der Lorentzmatrix L , und G ist die metrische Minkowski-Matrix, die in diesem Zusammenhang oft als Gram-Matrix bezeichnet wird. In der speziellen Relativitätstheorie wird sie üblicherweise durch eine Diagonalmatrix mit den Elementen $\text{diag}(1, -1, -1, -1)$. Diese Gleichung bedeutet, dass die Lorentz-Transformation das Minkowski-Skalarprodukt bewahrt, was eine entscheidende Voraussetzung für die Konsistenz der speziellen Relativitätstheorie ist.

4.4 Dynamische Gruppe nach Poincaré Beschränkt

Das Produkt der Lorentz-Gruppe mit der Raum-Zeit-Translationsgruppe ermöglicht es uns, die eingeschränkte dynamische Poincaré-Gruppe zu konstruieren, die immer noch auf ihre beiden orthochronen Komponenten beschränkt ist. In ihrem Moment finden wir zuerst die Energie, die mit der Untergruppe der zeitlichen Translationen verbunden ist. Dann den Impuls, der mit den räumlichen Translationen verbunden ist, wobei beide durch die Invarianz des Moduls des Energie-Impuls-Quadrivektors unter der Wirkung der Lorentz-Gruppe verbunden sind. Die mit dieser Gruppe verbundene Matrix muss die "*orthochrone*" Lorentz-Untermatrix enthalten. L_o der Dimension 3×3 sowie den Translationsvektor C und zusätzliche Komponenten, um ihre Struktur zu vervollständigen (vgl. (45)).

4.5 Dynamische Kaluza- & Janus-Gruppen Eingeschränkt

Indem wir der beschränkten Poincaré-Gruppe eine Translation entlang einer fünften Dimension hinzufügen, bilden wir eine Lie-Gruppe, der wir den Namen *Beschränkte Kaluza-Gruppe geben werden* ((Bargmann, Bergmann, and Einstein 1941), (Bergmann 1942), (Bergmann and Einstein 1938), (Kaluza 1921), (Klein 1926)). Diese Gruppe ist nicht die 15-dimensionale Kaluza-Gruppe, die mit einer 5-dimensionalen Lorentzschen Varietät

verbunden ist, sondern eine neue 5-dimensionale Gruppe, die nur Translationen zählt. Diese neue Dimension verleiht dem Impuls einen zusätzlichen Skalar, der mit der elektrischen Ladung identifiziert werden kann q . Sie kann positiv, negativ oder null sein und ist immer noch nicht quantifiziert. Wir stellen dann die geometrische Translation gemäß einem Skalar ϕ heraus, indem wir die Massen mit einer invarianten elektrischen Ladung ausstatten. Anschließend führen wir eine neue Symmetrie ein, die die Umkehrung der fünften Dimension widerspiegelt, die gleichbedeutend mit der Umkehrung des Skalars von q zu $-q$ ist. Die Anzahl der verbundenen Komponenten verdoppelt sich von 2 auf 4. Die Aktion zum Zeitpunkt verbindet diese neue Symmetrie dann mit der Umkehrung der elektrischen Ladung q . Daraus leiten wir die geometrische Modellierung der Ladungskonjugation oder *C-Symmetrie* ab, die die von Dirac eingeführte Materie-Antimaterie-Symmetrie übersetzt. Es ist daher logisch, diese neue Erweiterung die *Beschränkte Janusgruppe* zu nennen.

4.6 Dynamische Janus-Gruppe

Indem wir eine neue Symmetrie zur vorherigen Gruppe einführen, die wir als *T-Symmetrie* beschreiben und die Materie in Antimaterie mit negativer Masse umwandelt - ein Konzept, das wir als *Antimaterie im Sinne Feynmans* bezeichnen könnten -, konstruieren wir die *Dynamische Janus-Gruppe*. Damit verdoppeln wir die Anzahl der verbundenen Komponenten von vier auf acht, die in zwei Untergruppen zusammengefasst werden: "*orthochron*", die die zeitlichen und energetischen Eigenschaften beibehalten, und "*antichron*", die Zeit und Energie umkehren. Folglich stellen wir die geometrische Translation in den Vordergrund, die darin besteht, die Massen mit einer invarianten elektrischen Ladung auszustatten. Wie Jean-Marie Souriau bereits 1970, ein Pionier der Theorie der dynamischen Gruppen ((J. M. Souriau 1964), (J. M. Souriau 1997)), gezeigt hat, hat dieser Ansatz es ermöglicht, Schlüsselementen, die den Fortschritt der relativistischen Physik geprägt haben, eine rein geometrische Natur zu verleihen.

Hier ist die mit der Dynamischen Janus-Gruppe verbundene Matrix, aus der sich alle Symmetriegruppen rekonstruieren lassen :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} (-1)^\mu & 0 & \phi \\ 0 & T^\lambda S^\nu L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in \{0,1\}, \phi \in \mathbb{R}, L \in \mathcal{L}, C \in \mathbb{R}^{1,3} \right\}$$

- **P-Symmetrie:**

Wir müssen anwenden $\mu = 0, \lambda = 0$ und $\nu = 1$, dann erhalten wir :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Dieser Symmetrieoperator entspricht der Inversion des Raumes, bei der ein Element der zweiten verbundenen Komponente der orthochronen Gruppe betrachtet wird. Es ist diese Symmetrie, die die Helizität eines Photons umkehrt und ein "*rechtes Photon*" in ein "*linkes Photon*"

verwandelt, was dem Phänomen der Polarisation des Lichts entspricht.

- **Symmetrie C:**

Wir müssen uns bewerben. $\mu = 1, \lambda = 0$ und $\nu = 0$.

Ausgehend vom Element L_n der orthochronen beschränkten Lorentzgruppe, durch Umkehrung der fünften Dimension, die die elektrische Ladung trägt. q erhalten wir den Operator "*C-Symmetrie*" oder "*Ladungskonjugation*" (quantenmechanisch) :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Es ist diese Symmetrie, die die Transformation "*Materie-Antimaterie*" darstellt.

- **T-Symmetrie:**

Wir müssen anwenden $\mu = 0, \lambda = 1$ und $\nu = 0$.

Damit entfernt diese Operation die *C-Symmetrie* ($Jan_{11} = 1$) und die *P-Symmetrie* ($Jan_{22} = -L_s$) wie folgt:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_t & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **CP-Symmetrie:**

Wir müssen uns bewerben. $\mu = 1, \lambda = 0$ und $\nu = 1$.

So fügt diese Operation die *C-Symmetrie* ($Jan_{11} = -1$) und die *P-Symmetrie* ($Jan_{22} = L_s$) wie folgt:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Anm.: Man kann sie auch ableiten, indem man die *T-Symmetrie* ($Jan_{22} = L_s$) aus der *CPT-Symmetrie* nach dieser Operation : **CP = T · CPT**

- **CPT-Symmetrie:**

Wir müssen anwenden $\mu = 1, \lambda = 1$ und $\nu = 1$.

Wir wissen, dass das Element L_n der neutralen Gruppe weder Raum noch Zeit invertiert, also invertiert das Element $Jan_{22} = -L_n$ sowohl Raum als auch Zeit invertiert, um den *Symmetrioperator* *PT* zu bilden. Wenn wir jedoch die *Symmetrie* *C* ($Jan_{11} = -1$), bilden wir die *Janus-Gruppe* *CPT* mit einer *Ladungssymmetrie* wie folgt:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **PT-Symmetrie:**

Wir müssen anwenden $\mu = 0, \lambda = 1$ und $\nu = 1$.

Durch Entfernen der *C-Symmetrie* ($Jan_{11} = 1$) aus der *CPT-Symmetrie* nach dieser Operation : **PT = C · CPT** erhalten wir :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **CT-Symmetrie:**

Wir müssen anwenden $\mu = 1, \lambda = 1$ und $\nu = 0$.

Durch Entfernen der *P-Symmetrie* ($Jan_{22} = -L_s$) aus der *CPT-Symmetrie* nach dieser Operation : **CT = P · CPT** erhalten wir :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **Neutraler Operator:**

Wir müssen uns bewerben $\mu = 0, \lambda = 0$ und $\nu = 0$.

Das Objekt bewegt sich durch alle fünf Dimensionen, ohne seine Natur zu verändern. Nur das neutrale Element der Untergruppe "*orthochron*" wird betrachtet ($Jan_{22} = L_n$) :

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Es ist wichtig zu beachten, dass Feynman der Ansicht ist, dass die Anwendung der *PT-Symmetrie* auf Teilchenbewegungen durch die Anwendung der *C-Symmetrie* zur Erzeugung von Antimaterie führt. Folglich ist die *PT-Symmetrie* äquivalent zur *C-Symmetrie*, d. h. ein Materieteilchen, das "*in einem Spiegel betrachtet*" wird und sich in der Zeit rückwärts bewegt, ist Antimaterie.

Diese Perspektive ergibt sich aus Weinbergs Arbeit "*Die Quantenfeldtheorie*" in Abschnitt 2.6 mit dem Titel "*Umkehrung des Raums und Umkehrung der Zeit*" ((Weinberg 2000)).

Tatsächlich wird eine willkürliche Wahl für den Inversionsoperator *T* angewandt, wodurch der *CPT-Operator* zur Identität wird.

Da also **CPT = I**, folgt daraus, dass **PT = PT · I = PT · CPT = C**. Folglich stützt sich Feynmans Ansicht hauptsächlich auf die Quantenmechanik, wo Quantentheoretiker a priori

völlig willkürliche Entscheidungen bezüglich der Operatoren P und T treffen, gezwungen durch die "Notwendigkeit, die Entstehung von Zuständen negativer Energie (die als nicht-physikalisch betrachtet werden) zu vermeiden". Folglich muss der Operator P linear und unitär sein und der Operator T antilinear und antiunitär. Abschließend heißt es auf Seite 104: "Es sind keine Beispiele von Teilchen bekannt, die unkonventionelle Darstellungen von Inversionen liefern, daher werden diese Möglichkeiten hier nicht weiter untersucht. Von nun an wird angenommen, dass Inversionen die in Abschnitt 2.6 beschriebene konventionelle Wirkung haben".

Zustände negativer Energie (verbunden mit negativem Druck) existieren, weil sie für die Beschleunigung der kosmischen Expansion verantwortlich sind, wie Perlmutter mit dem Nobelpreis ausgezeichnete Arbeit aus dem Jahr 2011 ((Perlmutter et al. 1999)) belegt. Zur Zeit der Entstehung der Quantenfeldtheorie war dieses Phänomen jedoch noch nicht bekannt.

Folglich war für Feynman das Vorhandensein des Zeitumkehroperators T in seiner globalen PT -Symmetrie nicht zur Umkehrung der Masse führt, sondern Materie durch Ladungsumkehr über die C -Symmetrie in Antimaterie mit positiver Masse verwandelt. Aus der Perspektive der Janus-Gruppe, ausgehend von der Bewegung eines Teilchens mit positiver Masse im fünfdimensionalen Raum, transformiert die C -Symmetrie (getragen von der Inversion der fünften Dimension) dieses Teilchen (diese Bewegung) in ein Antiteilchen mit positiver Masse, das man als "Antiteilchen vom Dirac-Typ" bezeichnen kann. Andererseits wird die Transformation PT -symmetrische Bewegung, die auf ein Teilchen angewendet wird, ein Antiteilchen mit negativer Energie und Masse aufgrund der T -Symmetrie, das man als "Antiteilchen vom Feynman-Typ" bezeichnen kann. Die Äquivalenz $PT = C$ nach Feynman ist dann nicht mehr anwendbar.

4.7 Implikationen

Die bedeutenden Beiträge dieser Studie betreffen vor allem die Bereiche der Quantenmechanik und der Kosmologie :

- **In der Quantenmechanik** ist ein bemerkenswerter Aspekt die Umkehrung von Energie und Masse bei bestimmten Objekten. Dies führt zur Erforschung von zwei Kategorien von *Antimaterie*: Eine Art von *Antimaterie* mit positiver Masse, die aus der C -Symmetrie resultiert und als *Antimaterie im Sinne von Dirac* bezeichnet wird, ist die im Labor erzeugte und wurde kürzlich nachgewiesen, dass sie sich unter dem Einfluss der Schwerkraft genauso verhält wie gewöhnliche Materie ((Anderson 2023)). Die andere, die aus der PT -Symmetrie mit negativer Masse stammt und als *Antimaterie im Feynmanschen Sinne* bezeichnet wird, entspricht der primordialen Antimaterie zwischen den Galaxien und ist insbesondere in Form von Konglomeraten im *Großen Repulsor zu finden* ((Hoffman et al. 2017)). Eine faszinierende Frage stellt sich hinsichtlich der Möglichkeit von Objekten mit negativer Masse und Energie in der Physik. Solche Entitäten würden auf das Vorhandensein von Zuständen negativer Energie in der Quantenmechanik hindeuten. Bei der Behandlung der T -Symmetrie nehmen Quantenphysiker traditionell eine antilineare und antiunitäre Perspektive für den Operator T ein, mit dem Ziel, Zustände negativer Energie auszuschließen, die allgemein als nicht

inhärent für die Physik angesehen werden. Ebenso wird ein Operator P aus ähnlichen Gründen als unitär und linear gewählt (siehe (Weinberg 2000)). Diese Entscheidungen liegen dem CPT-Theorem zugrunde und verstärken die Idee, dass sich die *PT-Symmetrie an der C-Symmetrie* ausrichtet. Andererseits offenbart die Annahme eines linearen und unitären T-Operators, dass Zustände mit negativer Energie ein natürliches Ergebnis in den Schrödinger- und Dirac-Gleichungen sind (siehe (Debergh et al. 2018)), was den Weg zu neuen Forschungsgebieten ebnet. Darüber hinaus haben kosmologische Beobachtungen bestätigt, dass sich die Expansion des Universums beschleunigt, was auf einen negativen Druck in Verbindung mit der Dunklen Energie zurückgeführt wird, wie Perlmutter's mit dem Nobelpreis ausgezeichnete Arbeit aus dem Jahr 2011 zeigt. Da der Druck eine Energiedichte pro Volumeneinheit darstellt, steht dieses Phänomen in direktem Zusammenhang mit der negativen Energie, die die Expansion des Universums beeinflusst.

- **Im Bereich der Kosmologie** lehnt die Allgemeine Relativitätstheorie das Konzept negativer Massen strikt ab und beruft sich dabei auf das Auftreten des Fluchtphänomens und auf Konflikte mit den Prinzipien von Aktion und Reaktion und der Äquivalenz (siehe (Bondi 1957)). Folglich würde jedes neue Modell, das die Integration negativer Energie- und Massenzustände vorschlägt, eine Erweiterung des grundlegenden geometrischen Rahmens der Relativitätstheorie erfordern. Die Theorie der dynamischen Gruppen, die sich um verschiedene Gruppen wie Lorentz, Poincaré oder Kaluza dreht, bietet einen Rahmen zur Beschreibung eines kräftefreien Universums, das durch eine flache, ungekrümmte Struktur gekennzeichnet ist. In einem solchen Universum folgen die Teilchen den Geodäten des Minkowski-Raums in einer Lorentz-Metrik oder navigieren in einem Faserraum, der von einer fünften Dimension beeinflusst wird, unabhängig davon, ob diese offen oder geschlossen ist. Dieser theoretische Ansatz legt die Koexistenz zweier unterschiedlicher Arten von Materie nahe, die isoliert voneinander ohne gegenseitige Wechselwirkung existieren. Demnach interagieren die Teilchen in diesen Räumen nicht miteinander. Diese innovative Perspektive eröffnet neue Wege, um die Wechselwirkungen zwischen Teilchen, Raum und Zeit zu verstehen.

5 Alternative Interpretation des Wurmlochmodells in Verbindung mit einer Weißen Fontäne als *Einwegmembrane*

Die Untersuchung der äußeren Metrik, die von K. Schwarzschild 1916 als Lösung der Einstein-Gleichung im Vakuum entwickelte, offenbart die Einführung einer Hypothese: die zeitsymmetrische Invarianz von $t \rightarrow -t$, die gemeinhin als "*Statik*" bezeichnet wird. Diese Annahme, der es damals an einer bewährten physikalischen Grundlage fehlte, führte zur Eliminierung eines Kreuzterms $dr dt$ in der Metrik. So wurde eine willkürliche Auswahl von Koordinaten getroffen, die speziell durch das Fehlen dieses $dr dt$ -Kreuzterms gekennzeichnet war. Diese Studie soll die physikalischen Möglichkeiten eines neuen Ansatzes untersuchen, der auf der Einführung eines Kreuzterms $dr dt$ in die Metrik beruht, und die Möglichkeit aufzeigen, ein *Wurmloch* und eine *Weiße Fontäne* als *Einwegmembrane* zu konstruieren, die zwei *PT-symmetrische* halbriemannsche Räume über eine "*Brücke*" verbindet, die nur in eine Richtung überquert werden kann.

5.1 Lösungen der Einstein-Gleichung, die verschiedene Topologien widerspiegeln

Im Jahr 1916 veröffentlichte Karl Schwarzschild nacheinander zwei Artikel ((Schwarzschild 1916b),(Schwarzschild 1916a)). Der erste stellte die Konstruktion der Lösung der Einsteinschen Gleichung im Vakuum vor, die auf folgenden Annahmen beruhte:

- *Stationarität*: Unabhängigkeit der Terme der Metrik von der Zeitkoordinate, d. h. Invarianz durch Zeittranslation.
- *Isotropie* und sphärische Symmetrie, d. h. Invarianz durch $SO(3)$.
- Fehlen des Kreuzbegriffs $dr dt$.
- Lorentzisch bis unendlich.

Er ergänzte diese Lösung, die Schwarzschilds äußere Metrik genannt wird, bald um eine innere Metrik (Schwarzschild 1916a), die die Geometrie innerhalb einer Kugel beschreibt, die mit einem Fluid konstanter Dichte gefüllt ist. ρ_o und Lösung der Einstein-Gleichung mit einem zweiten Glied. Die Bedingungen für die Verbindung der beiden Metriken (Kontinuität der Geodäten) wurden sichergestellt. Die Phänomene der Vorverlegung des Merkur-Periheliums und der Ablenkung von Lichtstrahlen bestätigen diese Lösung (Abbildung 3.4). K. Schwarzschild arbeitete daran, sicherzustellen, dass die Bedingungen, die diese beiden Metriken regeln, der physikalischen Realität entsprechen.

Als Beispiel: Heutzutage dienen Neutronensterne aufgrund ihrer erstaunlichen Dichte und gewaltigen Masse als natürliche kosmische Laboratorien, in denen Regionen von Dichte und Schwerkraft erforscht werden, die in irdischen Laboratorien unzugänglich sind. Betrachten wir zwei unterschiedliche Wege, auf denen ein Neutronenstern einen Zustand der physikalischen Kritikalität erreichen könnte.

In einem Szenario, in dem die Dichte des Sterns, ρ_o , konstant bleibt, kann ein charakteristischer Radius \hat{r} definiert werden. Zweitens wird eine physikalische Kritikalität erreicht, wenn der Radius des Sterns :

$$R_{\text{cr}\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}} \hat{r} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G \rho_o}}$$

mit

$$\hat{r} = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G \rho_o}}$$

So,

- Für die äußere Metrik war es notwendig, dass der Radius des Sterns kleiner war als \hat{r} .
- Was die innere Metrik betrifft, so musste der Radius des Sterns kleiner sein als $R_{\text{cr}\phi}$. Ein größerer Radius führt dazu, dass der Druck im Zentrum des Sterns bis ins Unendliche ansteigt.

Zweitens kann bei massereichen Sternen eine implodierende Eisenkugel ein komplexes Szenario darstellen. Unter der Annahme, dass die Masse der Kugel M während der Implosion erhalten bleibt, müssen wir zwei wichtige kritische Radien berücksichtigen:

- Im Mittelteil wird der geometrisch kritische Radius durch den *Schwarzschild-Radius* gegeben, der :

$$R_{\text{cr}\gamma} = R_s = 2 \frac{GM}{c^2}$$

- Außerhalb dieser Masse ist der physikalisch kritische Radius gegeben durch (38)

Mit der Erhaltung der Masse ausgedrückt als $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_o$ können wir erforschen, wie die sich ändernde Dichte ρ_o während der Implosion diese kritischen Radien beeinflusst.

Wenn nämlich die physikalische Kritikalität während der Implosion erreicht wird, haben wir $R = R_{\text{cr}\phi}$.

Wenn wir dann die Gleichung für die Erhaltung der Masse in (38) einsetzen, erhalten wir :

$$R = R_{\text{cr}\phi} = 2,25 \frac{GM}{c^2} > R_{\text{cr}\gamma}$$

Wir können daraus ableiten, dass, wenn die physikalische Kritikalität bei einer Masse erreicht wird M auftritt, geschieht dies vor dem Auftreten der geometrischen Kritikalität.

K. Schwarzschild wies auch darauf hin, dass sich die Messungen auf Bedingungen bezogen, die weit über das hinausgingen, was im Rahmen der astrophysikalischen Realität seiner Zeit verstanden wurde.

Es ist auch wichtig zu beachten, dass die Topologie dieser geometrischen Lösung dadurch

konstruiert

wird, dass zwei beschränkte Varietäten entlang ihrer gemeinsamen Grenze verbunden werden, eine Sphäre S^2 mit einer Fläche von $4\pi R_0^2$ (*Radius des Sterns*).

Im Jahr 1916 betrachtete

Ludwig Flamm die äußere Lösung als potenziell ein geometrisches Objekt beschreibend. Das Anliegen war damals, zu versuchen, die Massen als eine nicht kontrahierende Region des Raumes zu beschreiben ((Flamm 1916)).

1934 war Richard Tolman der erste, der eine mögliche Manipulation der allgemeinsten metrischen Lösung in Betracht zog, indem er einen Kreuzterm $dr dt$ einführte. Aus Gründen der Vereinfachung eliminierte er ihn jedoch sofort durch eine einfache Variablenänderung ((Tolman 1934)).

1935 schlugen

Einstein und Rosen im Rahmen einer geometrischen Modellierung von Teilchen durch folgende Koordinatenänderung eine nicht-kontrahierende geometrische Struktur vor ((Einstein and Rosen 1935)) :

$$u^2 = r - 2m$$

Die metrische Lösung wird dann :

$$ds^2 = \frac{u^2}{u^2 + 2m} dt^2 - 4u^2(u^2 + 2m) du^2 - (u^2 + 2m)^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Die Autoren erhalten so eine nicht-kontrahierende geometrische Struktur, die als "*räumliche Brücke*" bezeichnet wird, wobei eine geschlossene Fläche mit der Fläche $4\pi\alpha^2$ die dem Wert entspricht $u = 0$ verbindet zwei "*Blätter*": eines, das den Werten von u von 0 bis $+\infty$ und das andere von $-\infty$. Es ist zu beachten, dass diese Metrik im Unendlichen nicht lorentzisch ist. Obwohl diese Metrik, ausgedrückt in diesem neuen Koordinatensystem, regulär ist, weisen die Autoren darauf hin, dass ihre Determinante an der Oberfläche von gorge zu null wird. In dieser geometrischen Struktur werden zwei beschränkte semiriemannsche Blätter unterschieden, wobei das erste entspricht $u > 0$ und das zweite zu $u < 0$. Es entspricht ihrer Verbindung entlang ihrer gemeinsamen Grenze. Die globale Raumzeit passt nicht in den Standardrahmen der halbriemannschen Geometrie, da sie nicht die Bedingung $\det(g_{\mu\nu}) \neq 0$ an der Kehle. Wie in (Stoica 2014) erwähnt, passt sie in den allgemeineren Rahmen der singulären semi-riemannschen Geometrie, die entartete metrische Tensoren erlaubt.

1939 schlugen Oppenheimer und Snyder vor, die externe metrische Lösung zu verwenden, um den "*Freeze Frame*" der Implosion eines massereichen Sterns am Ende seines Lebens zu beschreiben, wobei sie die vollständige Entkopplung zwischen der Eigenzeit und der von einem entfernten Beobachter erlebten Zeit in Ermangelung eines Kreuzterms in $dr dt$

ausnutzten. Unter der Annahme, dass die Variable t mit der Eigenzeit eines entfernten Beobachters identifiziert wird, entsteht dadurch dieses "freeze frame"-Muster wie ein Schrumpfungphänomen, dessen Dauer in Eigenzeit, gemessen in Tagen, für einen entfernten Beobachter in unendlich langer Zeit zu verlaufen scheint ((Oppenheimer and Snyder 1939)). Dieses Dokument wurde als Grundlage für das Modell des Schwarzen Lochs angesehen (siehe Abschnitt 2.3.8).

1960 erweiterte Kruskal die geometrische Lösung, um eine kontraktile Raumzeit zu erfassen, die um eine zentrale Singularität herum organisiert ist, die entspricht $r = 0$. Die Geodäsie wird erweitert für $r < \alpha$. Das Modell des Schwarzen Lochs (mit sphärischer Symmetrie⁴) erhält dann seine endgültige Form als Implosion einer Masse in einem kurzen Moment, die von einem entfernten Beobachter als "freeze-frame" wahrgenommen wird ((M. D. Kruskal 1960)). Die Schwarzschild-Sphäre wird dann als "Ereignishorizont" bezeichnet.

Im Jahr 1988 haben M. Morris und K. S. Thorne revidierten diese geometrische Interpretation, indem sie die Kontrahierbarkeit aufgaben, nicht um zu versuchen, eine geometrische Modellierung der Lösung zu erhalten, sondern um die Möglichkeit interstellarer Reisen zu untersuchen, durch "Wurmlöcher", unter Verwendung der folgenden Metrik ((Morris and Thorne 1988)):

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dl^2 + (b_0^2 + l^2)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Indem sie sich auf die Untersuchung der Machbarkeit interstellarer Reisen konzentrieren, heben die Autoren die enormen Einschränkungen hervor, die mit einer solchen Geometrie verbunden sind, sowie ihre instabile und transiente Natur.

⁴ 1963 konstruierte Roy Kerr die achsensymmetrische stationäre Lösung der Einstein-Gleichung im Vakuum. In dieser Studie beschränken wir uns jedoch auf Interpretationen der stationären Lösung mit sphärischer Symmetrie (2.3.9).

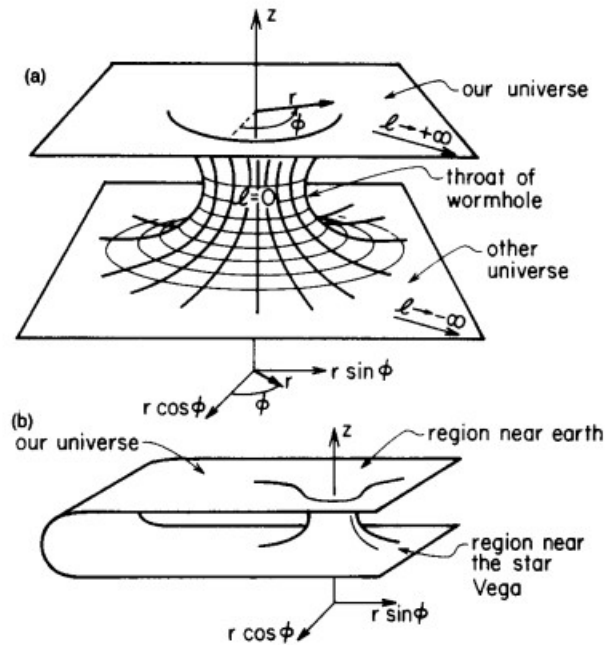


Abbildung 5.1 - Seite 396 des Artikels von M. Morris und K.S. Thorne (1988)

5.2 Die Statikhypothese: Fehlen des Kreuzterms $dr dt$

Das Konzept der "Statik" in der allgemeinen Relativitätstheorie bezieht sich auf eine stationäre Metrik, d. h. invariant unter der "zeitunabhängigen" Zeittranslation von $t \rightarrow +t$ und *statisch*, was bedeutet invariant unter der "Zeitreflexions"-Symmetrie von $t \rightarrow -t$, was natürlich zur Abwesenheit des Kreuzterms $dr dt$ führt. Denn wenn eine Metrik einen Kreuzterm $dr dt$ hat, bedeutet dies, dass es eine gemischte Abhängigkeit zwischen Raum- und Zeitkoordinaten gibt. Diese gemischte Abhängigkeit bricht die Invarianz durch die *zeitliche Reflexionssymmetrie*, da die Metrik unter der $t \rightarrow -t$ -Transformation nicht dieselbe bleibt. R. Wald erwähnt diese Besonderheit 1984 in seinem Buch "Allgemeine Relativitätstheorie" auf Seite 120 (Wald 1984).

Wir können auch anmerken, dass auf Seite 186 von (Adler, Bazin, and Schiffer 1975) die Anforderung der *Zeitreflexionssymmetrie* für eine Linie dx^0 die "rückwärts" bis zu $-dx^0$ (als "Statik" bezeichnet) als anfängliche Annahme aufgestellt wird.

Tatsächlich bezieht sich der Begriff der *Statik* im Sinne von R. Wald auf eine Invarianz durch die *Zeitreflexionssymmetrie* von $t \rightarrow -t$, was eine rein mathematische Annahme ohne physikalische Bedeutung ist. Unsere Studie bietet jedoch einen anderen Ansatz für diese Hypothese.

5.3 Konstruktion einer Lorentzischen Geometrischen Lösung mit zwei Blättern im Unendlichen

Betrachten wir die äußere Schwarzschild-Metrik in ihrer klassischen Form unter der Signatur $(+ - - -)$:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

5.3.1 Symmetrie T

Diese 1916 ((Schwarzschild 1916b)) konstruierte Metrik als Lösung der Einstein-Gleichung im Vakuum war mit einer zusätzlichen Annahme versehen, die ihr Autor nicht erwähnt hat, nämlich der Annahme der Invarianz durch Zeitsymmetrie. Es ist wichtig zu beachten, dass diese Annahme keine physikalische Grundlage hat und zur Eliminierung eines Kreuzterms $dr dt$ in der Metrik führt, wie Tolman bereits 1934 erwogen hatte (Seite 239 in (Tolman 1934)).

Umgekehrt führte A. Eddington sie mit dem Ziel ein, die Koordinatensingularität an der Schwarzschild-Oberfläche in $r = \alpha$ in diesem Fall wurde die Variablenänderung verwendet ((Eddington 1925),(Koiran 2021)):

$$t_E^+ = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

Die Metrik wird dann zu :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{+2} - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^+ - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Wir wissen, dass unter diesen Bedingungen aus der Sicht eines entfernten Beobachters die Freifallzeit endlich wird (39), während die Ausweichzeit unendlich bleibt. Die Metrik, für die die Ausweichzeit endlich ist, erhalten wir, indem wir diese Variablenänderung vornehmen:

$$t_E^- = -t - \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

Somit wird die Metrik zu :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{-2} - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Dies ist gleichbedeutend mit der Umkehrung der Zeitkoordinate in (40). So führt diese Entscheidung, zwei Metriken zu verbinden, die zwei semi-riemannsche Räume beschreiben, dazu, eine globale geometrische Lösung mit zwei *T-symmetrischen* Blättern zu betrachten, die durch eine "Brücke" in diesem speziellen Koordinatensystem sowie im Koordinatensystem von Einstein und Rosen ((Einstein and Rosen 1935)) verbunden sind.

Nun wollen wir zeigen, dass diese Transformationen auch von einer *P-Symmetrie* begleitet werden.

5.3.2 Symmetrie P

In dieser Darstellung sind die radialen Geodäten des ersten Blattes orthogonal zur Tangentialebene der "Raumbrücke", wenn sie diese erreichen. Die gleichen Geodäten, die im zweiten Blatt auftauchen, sind ebenfalls orthogonal zu dieser Tangentialebene. Betrachten wir nun vier Punkte, die ein Tetraeder bilden und entlang radialer Bahnen auf die

"Raumbrücke" zulaufen. Wir können eine 3D-Orientierung definieren, indem wir eine Traversierungsrichtung der Punkte auf jedem der gleichseitigen Dreiecke, die das Tetraeder bilden, festlegen. Bezogen auf die Koordinate r scheinen diese Punkte von einer starren Oberfläche abzuprallen, was zu einer Umkehrung der Orientierung des Tetraeders führt. Dadurch werden das stromaufwärts und das stromabwärts gelegene Tetraeder *enantiomorph* (Abbildung 5.2).

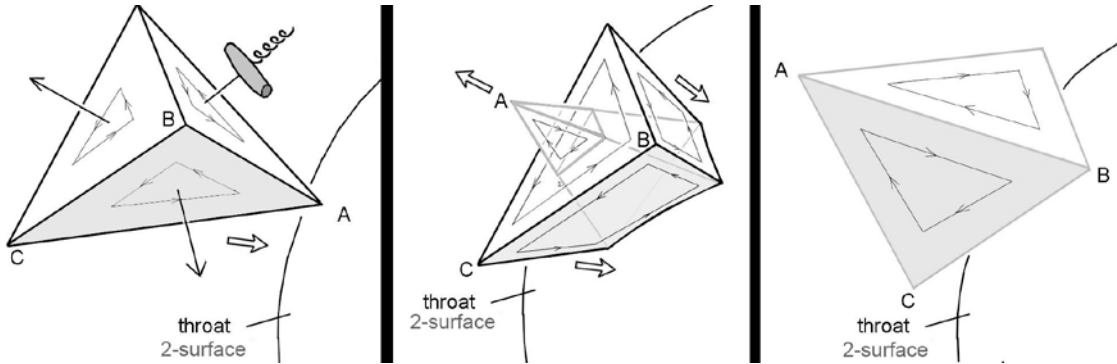


Abbildung 5.2 - Raumumkehr beim Überqueren der "Raumbrücke".

Die Änderung der Orientierung ist bereits in der vereinfachten 2D-Darstellung eines Wurmlochs in Abbildung 5.1 zu sehen. Betrachten wir diese Abbildung von oben und stellen uns ein Dreieck vor, das auf der Oberfläche des oberen Blattes in Richtung der Rille gleitet. Nachdem es die Kehle durchquert, beginnt das Dreieck auf das untere Blatt zu rutschen und wir sehen es nun von unserer Position über dem oberen Blatt aus auf dem Kopf stehend. Aus unserer Sicht hat sich seine Ausrichtung also geändert. Die physikalische Bedeutung dieser Orientierungsänderung wird in Abschnitt 5.3.3 diskutiert. Die geometrische Struktur des Metrikpaars (41) und (42) stellt also eine "Brücke" dar, die zwei *PT-symmetrische* semi-riemannsche Räume miteinander verbindet. Das Element dieser 2D-Fläche ist dann gegeben durch :

$$\sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} = \sqrt{|g_{\theta\theta}g_{\phi\phi}|} = \alpha^2 \sin(\theta)$$

Da diese Metrik eine sphärische 2D-Oberfläche beschreibt (wie eine Kugel mit konstantem Radius in einer 4D-Raumzeit), ist das Element der Differentialfläche gegeben durch :

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

Um die minimale Fläche dieser "Weltraumbrücke" zu finden, müssen wir dieses Flächenelement über alle möglichen Winkel integrieren :

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

Es ist also nicht-kontraktile mit einer Mindestfläche von $4\pi\alpha^2$.

5.3.3 Identifikation der beiden Blätter

In Abschnitt 5.3.2 haben wir die Änderung der Orientierung eines Tetraeders beschrieben, das in Abbildung 5.2 durch den Wurmlochschlund verläuft, und eines Dreiecks, das in Abbildung 5.1 durch den Schlund verläuft. Die Änderung der Orientierung des Dreiecks ist nur für eine Person sichtbar, die Abbildung 5.1 als Ganzes betrachtet. Folglich entspricht sie keinem physikalisch beobachtbaren Phänomen, da sich jeder physikalische Beobachter auf einem der beiden Blätter befinden muss und das andere Blatt nicht direkt sehen kann. In Abbildung 5.2 ist die Situation ähnlich: Das mittlere Bild stellt die Situation von einem Standpunkt aus dar, von dem aus man gleichzeitig auf beide Seiten des Wurmlochs blicken könnte (B und C haben die Schlucht noch nicht erreicht, während A sie bereits durchquert hat und auf der anderen Seite auftaucht). Dies ist wiederum für einen physikalischen Beobachter unmöglich: Es scheint, dass die *P-Symmetrie*, wie sie bislang beschrieben wurde, keinem physikalisch beobachtbaren Phänomen entspricht. Wir können ihr jedoch mit einer zusätzlichen Zutat, die von Einstein und Rosen (Einstein and Rosen 1935) eingeführt wurde, eine tatsächliche physikalische Bedeutung verleihen.

Wir erinnern uns, dass ihre Motivation nicht darin bestand, interstellare Reisen wie in Abbildung 5.1 zu untersuchen, sondern Elementarteilchen durch Lösungen für die Gleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie zu beschreiben. Zitat aus dem Abstract ihres Artikels: *"Diese Lösungen implizieren die mathematische Darstellung des physikalischen Raums durch einen Raum mit zwei identischen Blättern, wobei ein Teilchen durch eine "Brücke" dargestellt wird, die diese Blätter miteinander verbindet."* Einstein und Rosen schlagen auch vor, dass das Vielteilchenproblem mit ähnlichen Methoden untersucht werden könnte, aber diese Arbeit wird in ihrem Artikel nicht zu Ende geführt.

Zitieren wir noch einmal (Einstein and Rosen 1935): *"Wenn mehrere Teilchen vorhanden sind, entspricht dieser Fall der Suche nach einer Lösung ohne Singularitäten der modifizierten Gleichungen (3a), wobei die Lösung einen Raum mit zwei kongruenten Blättern darstellt, die durch mehrere diskrete "Brücken" miteinander verbunden sind."* Aus ihrer Sicht sind zwei Punkte in der mathematischen Darstellung (41) mit identischen Werten von θ , ϕ aber entgegengesetzten Werten von u entsprechen daher zwei Punkten im physikalischen Raum mit dem gleichen Wert von r ($r = u^2 + m$). Wenn wir die gleiche Identifikation von Punkten mit entgegengesetzten Werten von u Wenn wir die beiden Punkte in der Mitte von Abbildung 5.2 betrachten, kann die Situation, die im mittleren Bild in Abbildung 5.2 dargestellt ist, von einem physikalischen Beobachter gesehen werden. Die in Abschnitt 5.3.2 beschriebene *P-Symmetrie* hat nun eine echte physikalische Bedeutung. Wir werden die Interpretation der kombinierten *PT-Symmetrie* im nächsten Abschnitt weiter ausführen.

5.4 Eine andere Darstellung dieser Geometrie

Durch Anwendung der folgenden Variablenänderung auf die Gleichungen (40) und (43) :

$$r = \alpha(1 + \text{Log ch}(\rho))$$

Wir erhalten die folgenden zwei Metriken:

$$\begin{aligned}
ds^2 &= \left(\frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{+2} - \left(\frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 \\
&\quad - 2c\alpha \left(\frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^+ - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \\
ds^2 &= \left(\frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{-2} - \left(\frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 \\
&\quad + 2c\alpha \left(\frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^- - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)
\end{aligned}$$

Um die Metrik zu erhalten, die das zweite Blatt strukturiert, um $\rho < 0$ um die Kontinuität der Geodäten zu gewährleisten, die den Durchgang der Materie durch die "Brücke" mit einer endlichen Ausweichzeit auf diesem Blatt übersetzen, müssen wir die *Symmetrie T* anwenden, bei der die Zeitkoordinate beim Durchgang umgekehrt wird, d. h. $t_E^+ = -t_E^-$

Diese Metriken, die im Unendlichen lorentzisch sind, strukturieren also zwei Blätter, die den Werten von entsprechen. ρ die jeweils von 0 bis variieren $+\infty$ und von $-\infty$ à 0. Auf der "Raumbrücke" für $\rho = 0$ sind die Komponenten g_{tt} und $g_{\rho\rho}$ des metrischen Tensors verschwinden, sodass nur die letzten beiden Raumkomponenten übrig bleiben $g_{\theta\theta}$ und $g_{\phi\phi}$, die sind:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha^2 \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

In diesem speziellen Koordinatensystem können wir daraus ableiten, dass seine Determinante null ist. Die *Symmetrie P* ergibt sich aus der Tatsache, dass die benachbarten, diesmal explizit differenzierten Punkte inferiert werden durch $\rho \rightarrow -\rho$. Diese Transformation spielt die gleiche Rolle wie $u \rightarrow -u$ in (41).

Wenn wir diese metrischen Lösungen unter diesen beiden Bedingungen kombinieren, erhalten wir ein *Wurmloch* und eine *Weißer Fontäne* als *Einwegmembran*, die zwei halbriemannsche Räume über eine "Brücke" verbindet, die nur in eine Richtung überquert werden kann. Nehmen wir weiter an, dass das Wurmloch nicht zu einem anderen Universum führt wie in Abbildung 5.1.a oder zu einem entfernten Punkt im selben Universum wie in Abbildung 5.1.b; sondern dass die beiden kongruenten Blätter denselben Punkten im physikalischen Universum entsprechen, und zwar durch die Transformation $u \rightarrow -u$ (oder $\rho \rightarrow -\rho$), wie in (Einstein and Rosen 1935) und in Abschnitt 5.3.3 vorgeschlagen. Wir können dann folgern, dass die beiden Blätter *PT-symmetrisch* sind.

In der Literatur wurde die Umkehrung der Zeitkoordinate auf unterschiedliche Weise analysiert. Insbesondere :

- Durch die Theorie der dynamischen Gruppen von J-M Souriau ((J. M. Souriau 1964),(J. M. Souriau 1997)), wo sie nachgewiesen wurde, dass sie eine Energieumkehr induziert. Folglich verwandelt die Zeitumkehrsymmetrie jede Bewegung eines Teilchens der Masse m in eine Bewegung eines Teilchens der Masse um. $-m$ ((Oppenheimer und Volkoff 1939), Seite 191). Auf Seite 192 desselben Buches bietet der Autor eine alternative Analyse an, die negative Massen vermeidet. Souriau betont, dass diese Alternativen danach beurteilt werden müssen, ob sie sich durch Experimente bestätigen lassen.
- Feynman schlug eine Interpretation von Antimaterie als gewöhnliche Materie vor, die sich in der Zeit *rückwärts* bewegt.
- Aus theoretischen Analysen (dem *CPT-Theorem*) und Experimenten ist bekannt, dass Elementarteilchen physikalischen Gesetzen gehorchen, die unter der *CPT-Symmetrie* invariant sind.

Die in Abschnitt 5.3 entdeckte *PT-Symmetrie* kann als *CPT-Symmetrie*, gefolgt von einer *C-Symmetrie* (Umkehrung der elektrischen Ladung), betrachtet werden. Wir würden also Antimaterie auf dem zweiten Blatt erhalten. Wenn das zweite Blatt bereits gewöhnliche Materie enthält, könnte diese mit der Antimaterie aus dem ersten Blatt wechselwirken und so eine Energiequelle bilden.

5.5 Schlussfolgerung

Wir führen eine neue geometrische Konstruktion ein, die auf der stationären, kugelsymmetrischen Lösung der Einstein-Gleichung im Vakuum basiert, wobei wir uns auf die beiden einzigen, von der Physik inspirierten Annahmen beschränken: *Isotropie* (Invarianz durch $SO(3)$) und *Stationarität* (Invarianz durch Translation in der Zeit). Dabei fügen wir nicht, wie zuvor ohne wirkliche physikalische Begründung geschehen, die Invarianz durch die "Zeitumkehr"-Symmetrie von $t \rightarrow -t$ ("*statische*" Lösung). Dieser neue Satz von weniger restriktiven Annahmen führt das Vorhandensein eines Kreuzterms $dr dt$ ein, den die *Statikhypothese* zuvor verboten hatte. Dieses neue geometrische Objekt verhält sich wie eine "*Einwegmembran*", eine Kombination aus einem *Wurmloch* und einem *weißen Springbrunnen über eine "Brücke"*. Mit einer Lorentzschen Metrik im Unendlichen verbindet diese Struktur zwei enantiomorphe *PT-symmetrische* semi-riemannische Räume mit entgegengesetzten Zeitpfeilen. Folglich entspricht dieses Objekt der Abdeckung zweier Blätter einer vierdimensionalen Raumzeit, die sich als *PT-symmetrisch* darstellt und entlang einer "*Brücke*" miteinander verbunden sind. In Anlehnung an Einstein und Rosen schlugen wir vor, einen Punkt im physikalischen Raum durch ein Paar kongruenter Punkte darzustellen, einen auf jedem der beiden Blätter. Wir haben gezeigt, dass diese Identifizierung kongruenter Punkte zu beobachtbaren physikalischen Effekten führen sollte, wenn ein Objekt die räumliche Brücke zwischen den beiden Blättern überquert.

5.6 Anhang

Betrachten wir nun den Fall des Transfers von Materie in eine zweite Schicht des Universums, wo wir frei sind, die ausgehende Metrik zum zweiten Blatt zu definieren. Indem wir die folgende neue Variablenänderung auf Schwarzschilds Metrik anwenden (42), indem wir das Vorzeichen der Integrationskonstante umkehren. $\alpha \rightarrow -\alpha$ können wir auf diese Weise eine "abstoßende" Metrik auf dem zweiten Blatt konstruieren:

$$t_E^+ = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} + 1 \right|$$

Sie gewährleistet die Kontinuität der Geodäten vom ersten zum zweiten Blatt mit einer endlichen freien Fallzeit auf dem ersten und einer endlichen Ausweichzeit auf dem zweiten Blatt.

Die eingehende Metrik, die das erste Blatt strukturiert, wird :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{+2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^+ - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Und die ausgehende Metrik, die das zweite Blatt strukturiert, wird :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{-2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Unter Annahme der allgemeinen Form :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \delta \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

wobei $\delta = -1$ für die Metrik, die das erste Blatt strukturiert, und $\delta = +1$ für die ausgehende Metrik, die das zweite Blatt strukturiert. Da also die beiden Metriken durch Zeitumkehr symmetrisch sind. $t \rightarrow -t$ ist die Kontinuität der Geodäten von einem Blatt zum anderen gewährleistet, mit einer endlichen Zeit des freien Falls auf dem ersten und einer endlichen Zeit des Ausbruchs auf dem zweiten Blatt.

Dies impliziert, dass gewöhnliche Materie potenziell in Antimaterie mit negativer Masse umgewandelt werden könnte, die dann in eine separate Schicht des Universums transferiert würde. Dieser Prozess beinhaltet im Wesentlichen die Umwandlung von Materie in Antimaterie mit negativer Masse. Wenn wir diese geometrische Lösung mit der zuvor in Abschnitt 5.3 entwickelten Lösung kombinieren, können wir die Machbarkeit interstellarer Reisen durch Ausnutzung der metrischen Eigenschaften dieser zweiten Schicht erforschen.

6 Topologische Interpretation des Modells

6.1 Definition

In der Kosmologie bezieht sich die Topologie auf die Untersuchung der grundlegenden räumlichen Eigenschaften des Universums, die unter kontinuierlichen Transformationen invariant bleiben. Im Gegensatz zur Geometrie, die sich auf genaue Abstände und Winkel konzentriert, befasst sich die Topologie mehr damit, wie der Raum im großen Maßstab verbunden und strukturiert ist. Sie untersucht Aspekte wie Konnektivität, Kontinuität und Grenzen des kosmischen Raums, unabhängig von seiner genauen Form und Größe.

In einem kosmologischen Kontext hilft die Topologie, die Gesamtstruktur des Universums zu verstehen, einschließlich Fragen wie, ob das Universum endlich oder unendlich ist, ob es "Ränder" hat oder unbegrenzt ist, und ob es auf nichttriviale Weise verbunden sein könnte (wie in Modellen von mehrfach verbundenen Universen). Dazu gehört auch die Untersuchung der großräumigen Form und Struktur des Universums, die durch die Verteilung der Galaxien, die Hintergründe der kosmischen Strahlung und andere astrophysikalische Beobachtungen bestimmt wird.

Die Topologie ist besonders relevant für fortgeschrittene kosmologische Modelle wie das kosmologische Janus-Modell, da sie einen Rahmen zur Erforschung von Konzepten wie dem vielschichtigen Universum, der Konnektivität zwischen verschiedenen Regionen der Raumzeit und anderen nicht-intuitiven Eigenschaften bietet, die sich aus der fortgeschrittenen theoretischen Physik ergeben können.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Topologie in der Kosmologie ein mächtiges Werkzeug ist, um die grundlegende Struktur und Natur unseres Universums jenseits der Beschränkungen der klassischen Geometrie zu erforschen und zu verstehen.

Bevor Sie mit diesem Kapitel fortfahren, ist es entscheidend, den von Dr. Jean-Pierre Petit verfassten

Comic *Topologicon* (Petit 1985), der auf dieser Website <http://www.savoir-sans-frontieres.com/> frei zugänglich ist, zu

lesen und zu verstehen. Dieses Werk popularisiert die Konzepte der Topologie im Zusammenhang mit der Kosmologie und der allgemeinen Relativitätstheorie. Tatsächlich befasst sich dieses Kapitel hauptsächlich mit konzeptuellen Werkzeugen, die ziemlich kontraintuitiv sind. Daher ist es zum besseren Verständnis sehr empfehlenswert, diesen Comic vorher zu lesen.

6.2 Wurmloch-Modell

Indem wir die im vorherigen Kapitel 5 diskutierte neue Interpretation des Wurmlochmodells weiterentwickeln, schlagen wir eine tiefere topologische Perspektive in Bezug auf die allgemeine Relativitätstheorie vor. Betrachten wir zum Beispiel die Kehlkegel S^2 die zwei Schichten der Raumzeit durch die *PT-Symmetrie miteinander* verbindet. Könnte diese Konfiguration analog zu einer projektiven Ebene sein? In der Topologie ist eine projektive Ebene eine nicht orientierbare Fläche mit einzigartigen Eigenschaften, wie z. B. Linien, die in einem Punkt divergieren, sich aber auf der anderen Seite wieder treffen. Dies legt nahe, dass die Verbindung zwischen den Schichten der Raumzeit durch den Wurmlochschlund die traditionelle Orientierung des Raums herausfordern und damit die

projektive Ebene heraufbeschwören könnte.

Unsere Vermutung beruht auf der Nichtigkeit der metrischen Determinante auf dieser Fläche, die auf eine nicht orientierbare Natur in 2D hindeuten könnte. Wenn diese Kehlkuugel geschlossen ist und eine begrenzte Oberfläche hat, könnte sie mit einer projektiven Ebene identifiziert werden. P^2 . Obwohl diese Idee kontraintuitiv erscheinen mag, ergibt sie sich direkt aus der Topologie des Objekts, wie sie durch die äußere Lösung von Schwarzschild (42) beschrieben wird.

Im Zusammenhang mit der allgemeinen Relativitätstheorie ist das Konzept des Elementarvolumens in der gekrümmten Raumzeit von entscheidender Bedeutung. Das dimensionale Elementarvolumen n , definiert durch eine Riemannsche Metrik, ist gegeben durch $dV = \sqrt{|\det(g)|} d^n x$ wobei g der metrische Tensor und $\det(g)$ seine Determinante. Dieses Elementarvolumen ist nicht einfach das Produkt von Koordinatendifferentialen wie im euklidischen Raum, sondern es wird durch die gekrümmte Struktur der Raumzeit modifiziert. Der Faktor $\sqrt{|\det(g)|}$ spiegelt wider, wie die Raumzeit gemäß Einsteins Gleichungen durch die Anwesenheit von Masse und Energie verformt wird. So kann sich dieses elementare Volumen in Regionen mit starker Krümmung kontraintuitiv verhalten und faszinierende und manchmal überraschende topologische Eigenschaften der Raumzeit offenbaren.

Erinnern wir uns daran, dass die Sphäre S^2 eine Metrik besitzt, die durch den Ausdruck :

$$ds^2 = \alpha^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Die Metrik einer Sphäre ist eine mathematische Funktion, die die Abstände zwischen den Punkten auf der Oberfläche der Sphäre beschreibt. Da diese Metrik eine 2D-Kugel beschreibt (wie eine Kugel mit konstantem Radius in einer 4D-Raumzeit), ist das differentielle Flächenelement gegeben durch :

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

Und es ist tatsächlich ein Flächenelement, denn eine Kugel ist eine zweidimensionale Fläche im dreidimensionalen Raum. Wenn wir dieses Flächenelement integrieren, erhalten wir die Fläche, die durch den Ausdruck beschrieben wird:

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

Dies entspricht der Oberfläche einer Kugel mit dem Radius α . Wir können auch feststellen, dass diese Oberfläche analog zu der einer projektiven Ebene ist. P^2 Dieses Konzept wird in der Standardgeometrie selten behandelt.

6.3 Modell des Universums

In der Geometrie kann eine Kugel S^2 leicht visualisiert werden, da wir sie in unseren vertrauten dreidimensionalen Raum R^3 eintauchen können. Eine projektive Ebene, wie z. B. P^2 , kann nicht auf die gleiche Weise eingetaucht werden. Die projektive Ebene ist eine Art nicht orientierbare Fläche, was bedeutet, dass sie nicht flach in den dreidimensionalen Raum ausgebreitet werden kann, ohne sich selbst zu schneiden. Um eine projektive Ebene zu visualisieren, müssen wir die "Immersion" anwenden, eine Methode, bei der sich die Fläche selbst gemäß einer Reihe von Selbstschnittpunkten überschneidet. Dieses Konzept stellt unser traditionelles Verständnis von Formen und Räumen in Frage.

Um höherdimensionale projektive Ebenen zu verstehen, wie z. B. P^3 oder P^n , müssen wir unsere visuellen Vorstellungen aufgeben und uns ein abstraktes Denken aneignen. Diese geistige Veränderung ist notwendig, um komplexe topologische Strukturen zu erforschen, die über unsere Dimensionen hinausgehen.

Das Umdrehen einer Kugel ist zum Beispiel möglich, wenn wir jeden Streifen, der die Meridiane bildet, die ihn bedecken, als fähig betrachten, sich durch "Eintauchen" zu durchdringen, um eine zweiblättrige Umhüllung eines Möbiusbandes mit drei halben Drehungen zu bilden ((Morin and Petit 1978)). Dieser Effekt der "Selbstüberschneidung" ist nur mit dem Eintauchen dieser Beschichtung in unseren dreidimensionalen Darstellungsraum verbunden R^3 .

Wir können dann den Pol M eines Blattes dieser Kugel S^2 mit dem entgegengesetzten Pol M' des anderen Blattes desselben Überzugs verbinden. Dies wird als "Konjunktion der Antipodenpunkte" bezeichnet. Diese Transformation ermöglicht es, dass die Zeitpfeile, die von den Meridianen dieser Sphäre getragen werden, sich zwar treffen, aber auf jedem Blatt desselben Überzugs entgegengesetzt verlaufen, wie in Abbildung 6.1 dargestellt.

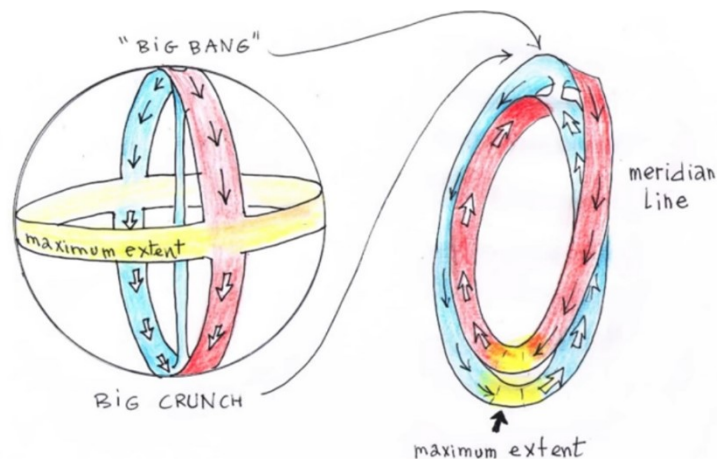


Abbildung 6.1 - Umdrehen einer Kugel durch Verbinden der Antipodalen Punkte

NB: Das Möbiusband oder Möbiusband ist eine Fläche mit einer einzigen Seite und einem einzigen Rand. Es ist ein klassisches mathematisches Objekt in der Topologie, einem Zweig der Mathematik, der die Eigenschaften von Räumen untersucht, die unter stetigen Transformationen invariant bleiben. Das Möbiusband kann erzeugt werden, indem man

einen Papierstreifen nimmt, ihm eine halbe Drehung gibt und dann die beiden Enden des Streifens miteinander verbindet. Diese Anordnung ergibt eine Fläche, die, wenn Sie beginnen, eine Linie entlang dieser zu ziehen, zu ihrem Ausgangspunkt zurückkehrt, nachdem Sie beide "Seiten" des Streifens überquert haben, ohne jemals den Stift zu heben.

Was das Möbiusband so faszinierend macht, ist seine nicht orientierbare Natur. Auf einer normalen Fläche, z. B. einem Blatt Papier, gibt es eine klare Unterscheidung zwischen "oben" und "unten". Auf einem Möbiusband gibt es diese Unterscheidung jedoch nicht: Wenn Sie über die Oberfläche laufen, bewegen Sie sich nahtlos von oben nach unten und umgekehrt.

Das Möbiusband wird häufig verwendet, um wichtige Konzepte in der Topologie und Geometrie zu veranschaulichen, wie z. B. die Vorstellung von einer Fläche mit nur einer Seite und die Grenzen unserer räumlichen Intuition. Auch in der theoretischen Physik und Kosmologie kann das Möbiusband als Modell dienen, um komplexe räumliche Strukturen und Phänomene wie die Verdrehung der Raumzeit oder die Verbindung zwischen verschiedenen Dimensionen zu erforschen.

So kann die PT-Symmetrie als der Weg einer projektiven Ebene von einem Blatt der Umhüllung zum anderen interpretiert werden (Abbildung 6.2).

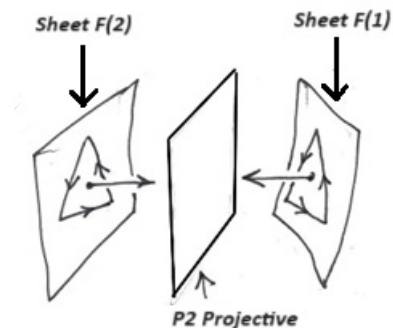


Abbildung 6.2 - - P^2 Projektiv

Damit ein geometrisches Objekt mit einem funktionalen Koordinatensystem ausgestattet werden kann, ist dann die Nichtnullheit der Determinante seiner Metrik von entscheidender Bedeutung. Insbesondere im Zusammenhang mit den "Gaußschen Koordinaten" ist dieses Prinzip von entscheidender Bedeutung. In einem vierdimensionalen Raum ermöglicht diese Forderung die Aufspaltung des Raums durch eine Menge von dreidimensionalen Hyperflächen. Diese Hyperflächen sind "orthogonal" zu den Geodäten, was bedeutet, dass sie senkrecht zu den Wegen stehen, denen ein frei bewegliches Objekt folgen würde, und werden nur durch die Zeitkoordinate charakterisiert. Die Unterscheidung zwischen "Zeitpfeil" und "Eigenzeit" ist hier wichtig: Der Zeitpfeil bezieht sich auf eine unidirektionale Zeitdimension, während die Eigenzeit ein beobachterspezifisches Maß für die Zeit ist.

Im Kontext der zweidimensionalen Raumzeit, die wir betrachten, erfolgt die Schichtung mithilfe einer Reihe von Kreisen. Jeder Punkt auf diesen Kreisen kann mit einem

"Zeitvektor" verknüpft werden, der orthogonal zu den Kreisen ist. Orthogonal bedeutet in diesem Fall, dass der Zeitvektor so positioniert ist, dass er senkrecht auf der Oberfläche jedes Kreises steht und somit eine eigene Zeitkomponente der Raumzeit bildet (Abbildung 6.3).

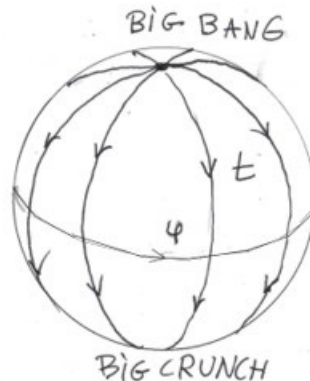


Abbildung 6.3 - Illustration des "Zeitvektors" Orthogonal zu einem Kreis in einer Familie von Kreisen, die eine Kugel bilden S^2

Selbst in diesem Fall hat dieses "Objekt" zwei singuläre Punkte, nämlich seine Pole, an denen das Azimut undefiniert ist. Diese Pole stellen unvermeidliche "Netzsingularitäten" dar. Es gibt zwei davon, weil die Euler-Poincaré-Charakteristik dieses Objekts gleich 2 ist. Wenn wir zum Beispiel ein einfaches Polyeder wie ein Tetraeder betrachten, um eine Annäherung an die Kugel darzustellen, die eine Pyramide mit dreieckiger Grundfläche ist, beträgt seine Euler-Poincaré-Charakteristik 4 (Eckpunkte) $- 6$ (Kanten) $+ 4$ (Flächen) $= 2$. Die Euler-Poincaré-Charakteristik einer Kugel ist S^n ist gleich 2, wenn n gerade ist und null, wenn n ungerade ist (5.3.3).

Aus unserer Sicht wäre das Universum eine Kugel S^4 mit zwei Singularitäten, dem Urknall und dem Big Crunch. Eine vierdimensionale Sphäre S^4 ist analog zu einer regulären Sphäre und erweitert das Konzept auf höhere Dimensionen. Betrachtet man diese Sphäre mit ihren beiden Polen, dem Urknall und dem Big Crunch, lässt sie sich durch "Parallelen" (ähnlich wie Parallelkreise auf einer 2D-Oberfläche S^2). Dieser Prozess der Foliation beinhaltet die Schaffung von Schichten oder "Scheiben" quer durch die Sphäre, die analog zu den Linien sind, die die Breitengrade auf der Erde darstellen. Die Vergangenheit-Zukunft-Orientierung wird dann überall einheitlich. In diesem Zusammenhang bezieht sich die Vergangenheit-Zukunft-Orientierung auf die Richtung der Zeit vom Urknall bis zum Big Crunch, die in dieser gesamten Blätterstruktur kohärent wird. In Bezug auf diese Normale mit parallelen Oberflächen ist die Raumzeit orientierbar, was bedeutet, dass es in der Struktur der Raumzeit einen wohldefinierten Begriff von "oben" und "unten" gibt.

Durch das "Falten" dieser Oberfläche (sei es S^2 oder S^4), schaffen wir eine Situation, in der sich zwei Parallelen überlagern. Falten bedeutet in diesem Sinne, die Struktur der Kugel so zu manipulieren, dass verschiedene Teile der Oberfläche miteinander in Berührung kommen. Ihre Zeitvektoren werden dann, wie bereits erwähnt, antiparallel oder

entgegengesetzt. Der Zeitvektor ist eine Möglichkeit, die Richtung der Zeit an jedem Punkt der Raumzeit darzustellen. Wenn diese Vektoren antiparallel werden, bedeutet dies, dass die Zeitrichtung an den Berührungspunkten umgekehrt ist. Dies führt zu dem, was wir als *"induzierte Orientierung"* bezeichnen könnten. Die induzierte Orientierung bezieht sich hier auf die neue Orientierung der Zeitvektoren, die sich aus dem Faltprozess ergibt. An jedem Punkt dieser Raumzeit, die wie eine zweiblättrige Abdeckung eines Möbiusbandes mit drei halben Drehungen (*zweifach gefaltete Abdeckung*) strukturiert ist, erscheint die *"antipodische Materie"* (sowohl räumlich als auch zeitlich) *"retrochron"*. Ein Möbiusband mit drei halben Drehungen ist eine einseitige Fläche, die sichtbar gemacht werden kann, indem man einen Papierstreifen dreimal verdreht, bevor man die Enden verbindet.

In Jean-Pierre Petits Artikel (Petit 1994) betrachtet er die Wechselwirkung des Universums mit dem Gravitationsfeld, das von seinem Antipoden erzeugt wird, unter der Annahme, dass die Gesetze der Wechselwirkung sind:

1. Gewöhnliche Massen ziehen sich laut Newton gegenseitig an.
2. Newton zufolge ziehen sich *"antipodale"* Massen gegenseitig an.
3. Gewöhnliche und *"antipodale"* Massen stoßen sich nach einem *"Anti-Newton-Gesetz"* gegenseitig ab.

Diese Annahme veranlasste ihn, das Universum zu *"falten"*, indem er ihm die Topologie einer *"zweiblättrigen Beschichtung"* einer 2D-Oberfläche gab.

Auf diese Weise *"gefaltet"*, wird die Kugel S^2 (geschlossene Fläche) zur Hülle einer anderen geschlossenen Fläche, der Boy-Fläche, die einen einzigen Pol hat und deren Euler-Poincaré-Charakteristik gleich 1 ist, wie in Abbildung 6.4 dargestellt. Die Boy-Fläche ist eine einzelne nicht-orientierbare 3D-Fläche mit einer einzigen Fläche und einem einzigen Rand, die einen singulären Punkt aufweist, an dem alle Antipodenpunkte konvergieren. Die Boy-Fläche ist ein Beispiel für eine nicht orientierbare 3D-Fläche mit einer einzigen Seite und einem einzigen Rand. Sie ist faszinierend, weil sie im Gegensatz zur klassischen Kugel einen singulären Punkt aufweist, an dem alle Antipodenpunkte zusammenlaufen. Das bedeutet, dass Sie, wenn Sie beginnen, eine Linie auf Boys Oberfläche zu ziehen, irgendwann zu Ihrem Ausgangspunkt zurückkehren, ohne jemals eine Kante überschritten oder die andere Seite benutzt zu haben, da es keine gibt.

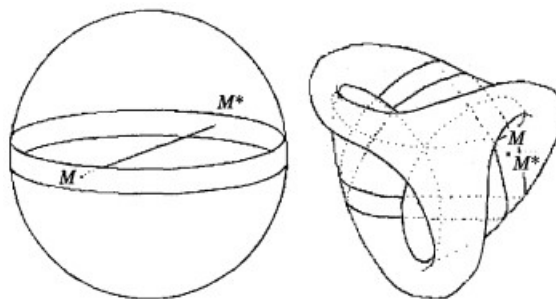


Abbildung 6.4 - Die Äquatornähe einer 2-Sphäre und ihre Lage auf einer Boy-Oberfläche

In diesem Stadium *fallen* der Urknall und der Big Crunch "zusammen".

Eine "Röhre" könnte dann anstelle dieser polaren Singularität in Betracht gezogen werden, um diese beiden Netzsingularitäten zu verbinden:

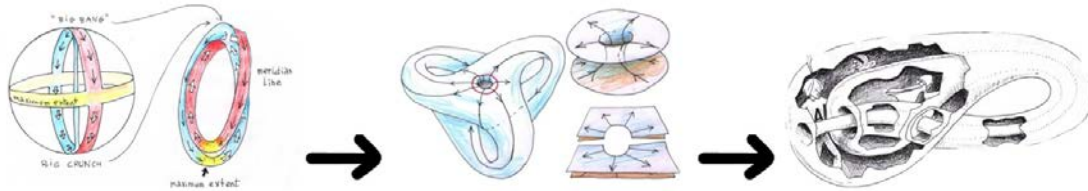


Abbildung 6.5 - Boys Oberfläche in der Mitte nach der Foliation der Kugel. S^2 und Kleins Flasche K^2 rechts

Die singuläre Natur verschwindet, und das Objekt wird nun zur Beschichtung einer Klein'schen Flasche K^2 . Eine nicht-orientierbare Oberfläche ohne ausgeprägte Grenzen oder Innenräume, deren Euler-Poincaré-Charakteristik Null ist, wie in Abbildung 6.5 dargestellt. Die Kleinsche Flasche ist eine weitere nicht-orientierbare Fläche, die keine ausgeprägten Grenzen und keinen ausgeprägten Innenraum hat. Stellen Sie sich ein Möbiusband vor, dessen Kanten ebenfalls aneinander stoßen. Im Gegensatz zur Boy'schen Fläche lässt sich die Kleinsche Flasche nicht ohne Selbstschnitt in unserem dreidimensionalen Raum darstellen. Ihre Attraktivität liegt in ihrem topologischen Verhalten, bei dem die Begriffe "innen" und "außen" nicht getrennt sind, und bietet so eine nützliche Darstellung für bestimmte Ideen in der Topologie und der theoretischen Kosmologie.

Ich glaube, dass die Einschränkungen in der theoretischen Physik und Kosmologie während der 1950er Jahre darauf zurückzuführen sind, dass sich das Fachgebiet zu spät mit der Topologie anfreundete. Die Topologie, die Untersuchung von Eigenschaften, die über kontinuierliche Verformungen hinweg erhalten bleiben, hätte neue Wege eröffnen können, um das Gewebe des Universums und seine komplexen Strukturen zu verstehen.

7 Alternative Deutung der subkritischen supermassiven Objekte M87 und Sagittarius A*.

Die ersten Bilder von supermassiven Objekten im Zentrum von Galaxien, die im *Astrophysical Journal* veröffentlicht wurden, wurden hauptsächlich als riesige Schwarze Löcher interpretiert. Diese Interpretation beruht auf dem Mangel an breit akzeptierten alternativen Erklärungen. Die vorliegende Studie untersucht diese Bilder erneut, insbesondere die Bilder von Objekten im Zentrum der Galaxie M87 und der Milchstraße. Sie beleuchtet die Möglichkeit subkritischer supermassiver Gebilde, deren Radius nur 5,72% kürzer ist als der Schwarzschild-Radius, der aus ihrer Masse berechnet wurde. Wir werden auch sehen, dass die zentralen Teile dieser Entitäten durch den Effekt der gravitativen Rotverschiebung (gravitative Redshift) abgedunkelt werden, dargestellt durch $z + 1$. Diese Verschiebung wird als das Verhältnis der Wellenlänge des von einem entfernten Beobachter empfangenen Lichts zu dem von der Oberfläche abgestrahlten Licht berechnet und entspricht dem Verhältnis der beobachteten Höchst- und Tiefsttemperaturen vom Zentrum zur Korona dieser Objekte, einem Wert, der bemerkenswert nahe bei 3 liegt. Wir werden die Idee untersuchen, dass ihre Stabilität das Ergebnis eines Gleichgewichts zwischen dem Gravitationskollaps aufgrund einer physikalischen Kritikalität, die lange vor der geometrischen Kritikalität auftritt, und einem extrem hohen Strahlungsdruck mit konstanter Dichte sein könnte, der von ihren Zentren ausgeht und proportional zum Quadrat der Lichtgeschwindigkeit ist - ein Phänomen, das Karl Schwarzschild ursprünglich in seinem zweiten, im Februar 1916 veröffentlichten Artikel in Betracht zog. Unsere Analyse soll das Verständnis von supermassiven Objekten in den Zentren von Galaxien bereichern, indem sie eine alternative Interpretation vorschlägt.

7.1 Einleitung

Die Bilder der beiden supermassereichen Objekte im Zentrum der Galaxien M87 und der Milchstraße haben ein großes Medieninteresse hervorgerufen und wurden sofort als "*erste Bilder von riesigen Schwarzen Löchern*" bezeichnet. Die Bilder wurden im renommierten *Astrophysical Journal* veröffentlicht (M87 (Akiyama 2019) und Sagittarius A im Zentrum der Milchstraße (Akiyama 2022)). Unten verbindet ein Balken die Farbnuance mit der sogenannten "*Helligkeitstemperatur*":

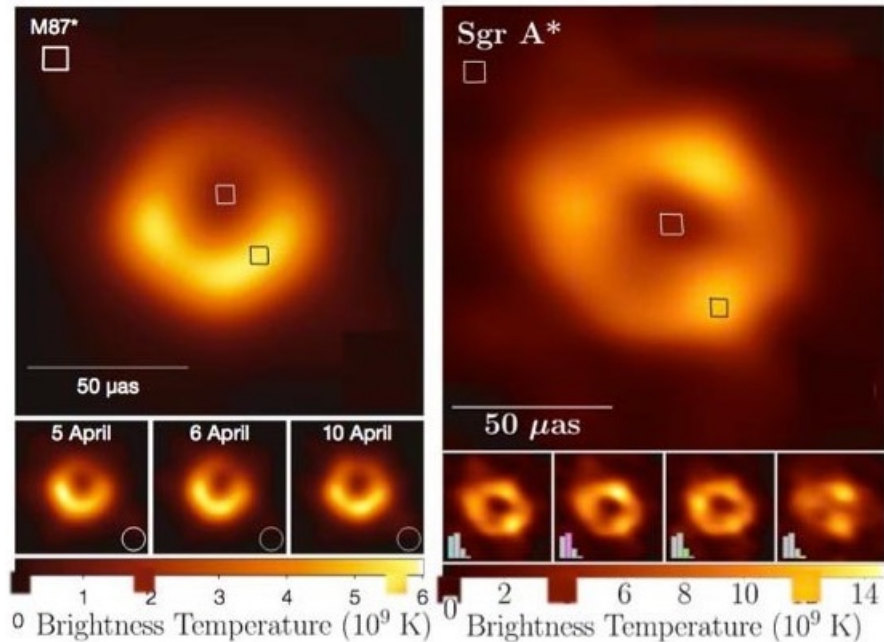


Abbildung 7.1 - Bilder der Objekte M87 und Sagittarius A

In dieser Abbildung 7.1 wurde links das erste Bild des Objekts im Zentrum der Galaxie M87 im Jahr 1999 veröffentlicht, das minimale Helligkeitstemperaturen von 1,8 Milliarden Grad und maximale Helligkeitstemperaturen von 5,7 Milliarden Grad zeigt, mit einem Verhältnis von fast 3. Drei Jahre später, im Jahr 2022, wurde ein zweites Bild auf der rechten Seite veröffentlicht, das minimale Temperaturen von 4 Milliarden Grad und maximale Temperaturen von 12 Milliarden Grad zeigt, mit einem Verhältnis von ebenfalls fast 3. Die beiden Objekte haben sehr unterschiedliche Massen, wobei das erste 1625 Mal massereicher ist als das zweite. Es erscheint merkwürdig, dass unter diesen Umständen bei beiden Objekten eine heiße Gaswolke im Vordergrund solche Merkmale aufweist, dass das Verhältnis von Höchst- und Tiefsttemperaturen in beiden Fällen so nahe bei 3 liegt. Wenn das Bild eines dritten Objekts zu derselben Beobachtung führen würde, wäre es klug, die wahre Natur dieser Objekte in Frage zu stellen.

Die ersten Bilder von supermassereichen Objekten im Zentrum von Galaxien wurden mit riesigen Schwarzen Löchern in Verbindung gebracht, und der nicht vollkommen schwarze zentrale Teil scheint durch das Licht verursacht zu werden, das von einer Scheibe heißen Gases ausgeht, die das Schwarze Loch umkreist. Wie wir später in dieser Studie sehen werden, kann ein Neutronenstern jedoch in zwei Szenarien Kritikalität erreichen:

- Auf abrupte Weise, die den plötzlichen Kollaps eines supermassiven Sterns auf seinen Eisenkern beinhaltet, bevor er sich in eine Supernova verwandelt.
- In Doppelsternsystemen baut ein unterkritischer Neutronenstern langsam Masse auf, indem er das von einem Begleitstern ausgestoßene Gas durch einen "Sternwind" aufnimmt. Die kritische Masse, bei der er potenziell eine weitere Umwandlung

durchlaufen könnte, hängt von der Zustandsgleichung der Materie im Inneren des Neutronensterns ab und kann variieren. Typischerweise schätzen die aktuellen Modelle die kritische Masse, die für eine weitere Umwandlung notwendig ist, ungefähr auf das 2- bis 3-fache der Sonnenmasse, nahe der Tolman-Oppenheimer-Volkoff-Grenze.

Die Besonderheit eines solchen Modells ist, dass das massive Objekt ein Temperaturverhältnis der Helligkeit von 3 zwischen seiner Korona und seinem Zentrum aufweisen muss (Höchst- und Tiefsttemperaturen). Wie wir später zeigen werden, wäre eine alternative, schlüssigere Interpretation, die Verdunkelung des Zentralbereichs dieser Objekte auf einen gravitativen Redshift-Effekt (gravitative Rotverschiebung) zurückzuführen, der die Zeit in der Nähe ihres Horizonts dehnt oder verlangsamt.

Ein massives Objekt krümmt nämlich die Raumzeit um sich herum und beeinflusst damit nicht nur die Flugbahn von massiven Objekten, sondern auch die des Lichts. Wenn ein Photon an einem solchen Objekt vorbeifliegt, wird sein Weg aufgrund dieser Krümmung der Raumzeit gekrümmt - ein Phänomen, das als Gravitationslinse bekannt ist (Siehe Abbildung 3.4). Allerdings ändert sich nicht nur der Weg des Photons: Wenn es sich von dem massiven Objekt entfernt, verliert das Photon Energie, um dem starken Gravitationsfeld zu entgehen. Dieser Energieverlust äußert sich in einer Verringerung seiner Frequenz, wodurch sich seine Wellenlänge zum roten Ende des Lichtspektrums hin ausdehnt - ein Phänomen, das als Rotverschiebung (gravitative Redshift) bekannt ist.

Um die Energie zu berechnen, die ein Photon aufgrund der gravitationsbedingten Rotverschiebung verliert, ist es entscheidend zu verstehen, dass die Energie eines Photons direkt mit seiner Frequenz zusammenhängt f durch die Gleichung $E = hf$, wobei h die Plancksche Konstante ist.

Wenn wir ein Photon betrachten, das mit einer Frequenz emittiert wird f_e und mit einer reduzierten Frequenz beobachtet wird f_r aufgrund der gravitativen Rotverschiebung, kann die Energie, die das Photon verliert, als Differenz zwischen Anfangs- und Endenergie ausgedrückt werden :

$$\Delta E = h(f_e - f_r)$$

Unter Verwendung der Beziehung zwischen Frequenz und Wellenlänge ($f = \frac{c}{\lambda}$), wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist, kann diese Gleichung in Bezug auf die Wellenlängen umgeschrieben werden :

$$\Delta E = hc \left(\frac{1}{\lambda_r} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

Und unter Verwendung der Definition der gravitativen Rotverschiebung (Gravitational Redshift) $z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e}$ können wir umordnen, um einen Ausdruck in Form von z :

$$\Delta E = hc \left(\frac{1}{\lambda_e(1+z)} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

$$\Delta E = -\frac{hc}{\lambda_e} \left(\frac{z}{1+z} \right)$$

Diese Gleichung zeigt, dass die Energie, die ein Photon aufgrund der gravitativen Rotverschiebung verliert, von der Wellenlänge, bei der es emittiert wurde, und dem Wert der gravitativen Rotverschiebung abhängt. Das negative Vorzeichen zeigt einen Energieverlust an.

Dieser Energieverlust ist nicht nur scheinbar. Zum Beispiel ist die kosmische Mikrowellenhintergrundstrahlung die Strahlung, die die größte gravitative Rotverschiebung erfahren hat, mit einem Faktor von z von etwa 1100, was einer sehr niedrigen Temperatur und Energie von etwa 3 Kelvin (-270°C) entspricht, die weit unter der ursprünglichen Energie liegt (Siehe Abbildung 3.10).

Wichtig ist auch, dass sehr feine, kollimierte Jets, die in der Nähe supermassereicher Objekte beobachtet werden, auf ein starkes Magnetfeld hindeuten, das dem gravitativen Kollaps des Objekts entgegenwirkt, indem es einen intensiven magnetischen Gegendruck ausübt. Diese Objekte sind, wie Neutronensterne bei ihrer maximalen Masse, subkritisch, was zu einem auf 3 begrenzten gravitativen Rotverschiebungseffekt führt. Dies deutet darauf hin, dass es sich bei diesen Objekten um massereiche, subkritische Objekte handeln könnte.

Wenn in der Wissenschaft eine Beobachtung nicht mit der Theorie übereinstimmt, wird normalerweise die Theorie in Frage gestellt. In diesem sehr aktuellen Artikel, der im *Astrophysical Journal* (Medeiros 2023) veröffentlicht wurde, veränderten die Forscher jedoch die Beobachtungen, um sie mit dem Modell des Schwarzen Lochs in Einklang zu bringen. Sie erzeugten synthetische Bilder von Schwarzen Löchern, indem sie verschiedene Parameter wie Masse, Drehimpuls usw. manipulierten und mit Hilfe der PRIMO-Software diejenigen auswählten, die am besten mit den Beobachtungsdaten übereinstimmte, wie in Abbildung 7.2 dargestellt.

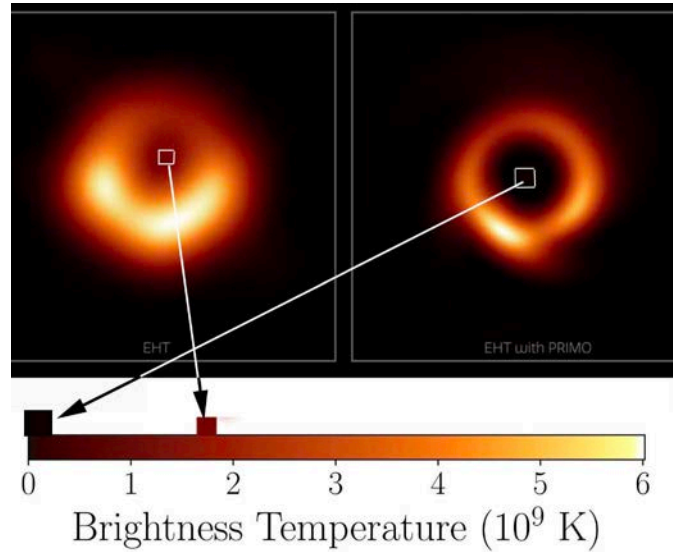


Abbildung 7.2 - PRIMO-behandeltes synthetisches Bild des Schwarzen Lochs M87 rechts im Vergleich zum Originalbild links

Das Ergebnis war eine Bestätigung der Theorie, warf aber Fragen zur wissenschaftlichen Strenge und Objektivität der Forschung auf.

7.2 Alternative Interpretation des Phänomens

Es gibt eine alternative Interpretation, die darin besteht, diese Farbveränderung von der Mitte zum Rand einer gravitativen Rotverschiebung zuzuschreiben, mit $z = 2$, was zu einer Verlängerung der Wellenlänge um einen Faktor von führt. $1 + z = 3$. Was können wir über solche Objekte sagen?

7.2.1 Vergleich der Physikalischen & Geometrischen Kritikpunkte

In Abschnitt 5.1 haben wir die Schwarzschild-Lösungen der Einstein-Gleichungen untersucht und dabei die äußere Schwarzschild-Metrik und die entsprechende innere Metrik für ein Fluid mit konstanter Dichte hervorgehoben ρ_0 . Diese Lösungen wurden durch Phänomene wie die Vorverlegung des Perihels des Merkur und das Phänomen der Gravitationslinse bestätigt (Abbildung 3.4). Karl Schwarzschild bemühte sich, sicherzustellen, dass die Bedingungen, die diese beiden Metriken regeln, der physikalischen Realität entsprechen.

In einem Szenario, in dem die Dichte des Sterns, ρ_0 , konstant bleibt, kann ein charakteristischer Radius \hat{r} definiert werden kann. Wenn wir nämlich die innere Metrik betrachten, die Schwarzschild in seinem zweiten Artikel vom Februar 1916 veröffentlichte (Schwarzschild 1916a) :

$$ds^2 = \left(\frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \frac{3}{\kappa\rho_0} (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

Schwarzschild betrachtete die Lichtgeschwindigkeit c als gleich 1. Daher sollte der Ausdruck $\frac{3}{\kappa\rho_0}$ sollte geschrieben werden als $\frac{3c^2}{\kappa\rho_0}$. Anschließend definierte K. Schwarzschild

eine Konstante κ als gleich $8\pi k^2$ "wobei k^2 die Gaußsche Gravitationskonstante ist", was es ihm anschließend ermöglichte, den charakteristischen Radius einzuführen \hat{r}^2 gleich $\frac{3}{\kappa\rho_0}$ und, der auch der Radius des Kreises ist, der Teil des Meridians von Flamm's Oberfläche ist ((Oppenheimer and Snyder 1939)). So führt uns die obige Gleichung zu:

$$ds^2 = \left(\frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \hat{r}^2 (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

Dann, da K. Schwarzschild den Winkel verwendet χ zur Lokalisierung von Punkten innerhalb der Kugel verwendet, wechselt er zur Variablen r durch die Anwendung des Variablenwechsels $r = \hat{r}\sin\chi$. Damit sind wir bei der modernen Form der Metrik angelangt. Tolman liefert eine genaue Erklärung im Jahr 1934, indem er die folgende ((Tolman 1934)) gibt:

$$ds^2 = - \frac{dr^2}{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_n^2}{\hat{r}^2}\right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right)} \right]^2 c^2 dt^2$$

Wobei r_n der Radius des Sterns ist und \hat{r} eine Sternkonstante in Abhängigkeit von seiner Dichte ist. ρ_0 . Beachten Sie, dass es die Reihenfolge der Terme, in der Metrik, nach der Signatur formuliert. (---+) aber die Vorzeichen der jeweiligen Terme beibehält. Betrachten wir einen stationären Beobachter ($dr = d\theta = d\phi = 0$), der sich im Inneren eines Sterns befindet. Die Metrik wird zu :

$$ds = cd\tau = \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_n^2}{\hat{r}^2}\right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right)} \right] c dt = f(r) dt$$

wobei τ die Eigenzeit ist, wie sie von dem stationären Beobachter im Inneren des Sterns beobachtet wird, und $f(r)$ der Zeitfaktor ist.

Dann, wie in Abschnitt 5.1 gesehen, wenn der Zeitfaktor im Zentrum des Sterns Null ist, wird eine physikalische Kritikalität vor dem Auftreten der geometrischen Kritikalität erreicht, wenn der Radius des Sterns nur 5,72% kleiner als der kritische Radius ist. \hat{r} aus seiner Dichte abgeleitet :

$$r_n = R_{cr\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}} \hat{r} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G \rho_0}}$$

7.2.2 Gravitationsverschiebung Nahe an der physikalischen Kritikalität

Anschließend wurde Schwarzschild's Lösung in veränderter Form von Tolman ((Tolman 1934)), Oppenheimer ((Oppenheimer and Snyder 1939)) und anderen ((Adler, Bazin, and Schiffer 1975)) übernommen, was zur Zustandsgleichung führte, die als Tolman-

Oppenheimer-Volkoff-Gleichung (TOV) bekannt ist und in ihrer Differentialform dargestellt wird:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\rho c^2 + p}{r^2} \left(\frac{4\pi G}{c^4} p r^3 + \frac{Gm(r)}{c^2} \right) \left(1 - \frac{2Gm(r)}{c^2 r} \right)^{-1}$$

dessen integrierter Wert ein Jahrhundert zuvor von Karl Schwarzschild angegeben wurde (siehe Abbildung 7.3), wo er in seinem zweiten Artikel (Schwarzschild 1916a), der im Februar 1916 veröffentlicht wurde, die Geometrie innerhalb einer Kugel beschreibt, die mit einem inkompressiblen Fluid mit konstanter Dichte gefüllt ist ρ_0 :

$$f_2 = \frac{3}{x\rho_0} \sin^2 \chi, \quad f_4 = \left(\frac{3 \cos \chi_a - \cos \chi}{2} \right)^2, \quad f_1 f_2 f_4 = 1. \quad (29)$$

$$\longrightarrow \rho_0 + p = \rho_0 \frac{2 \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \quad (30)$$

$$3x = r^3 = \left(\frac{x\rho_0}{3} \right)^{-3/2} \left[\frac{9}{4} \cos \chi_a \left(\chi - \frac{1}{2} \sin 2\chi \right) - \frac{1}{2} \sin^3 \chi \right]. \quad (31)$$

Abbildung 7.3 - Das 1916 von Karl Schwarzschild erhaltene Druckgesetz

In dieser Formel wird die Lichtgeschwindigkeit immer auf einen Einheitswert gesetzt. Daher ist diese Formel gleichbedeutend mit:

$$p = \rho_0 c^2 \left(\frac{\cos \chi - \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \right)$$

Anschließend wechselte K. Schwarzschild, wie in Abschnitt 7.2.1 gesehen, zur Variablen r durch die folgende einfache Variablenänderung :

$$r = \hat{r} \sin \chi$$

Der Druck wird an der Oberfläche des Sterns null für $\chi = \chi_a$ mit einem Radius, der gegeben ist durch :

$$r_a = \hat{r} \sin \chi_a$$

Das Zentrum des Sterns entspricht $\chi = 0$, also wird der Druck :

$$p = \rho_0 c^2 \left(\frac{1 - \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - 1} \right)$$

Dies erzwingt eine maximale Grenze auf diesem Radius für $\cos \chi_a = \frac{1}{3}$, was bedeutet :

$$r_a = R_{\text{cr}\phi} = \hat{r} \sqrt{\frac{8}{9}} \approx 0,9428\hat{r}$$

Betrachten wir jedoch die Masse, die einer physischen Kritikalität entspricht :

$$M_{\text{cr}\phi} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_o$$

und diejenige, die einer geometrischen Kritikalität entspricht :

$$M_{\text{cr}\gamma} = \frac{4}{3}\pi r_a^3 \rho_o$$

erhalten wir die folgende Beziehung:

$$M_{\text{cr}\phi} = \left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{3}{2}} M_{\text{cr}\gamma} = 8.838 M_{\text{cr}\gamma} = 2.5 M_{\text{solar}}$$

Ein Wert, der mit den Massen einiger Neutronensterne vereinbar ist, die wir direkt aus den verfügbaren Beobachtungen ableiten konnten und für die Thorne, Wheeler und Misner in ihrem Buch (Seite 611 in (Thorne, Wheeler, and Misner 1973)) die kritische Masse geschätzt haben, über die hinaus der Druck in die Unendlichkeit fliegt, wie in Abbildung 7.4 dargestellt:

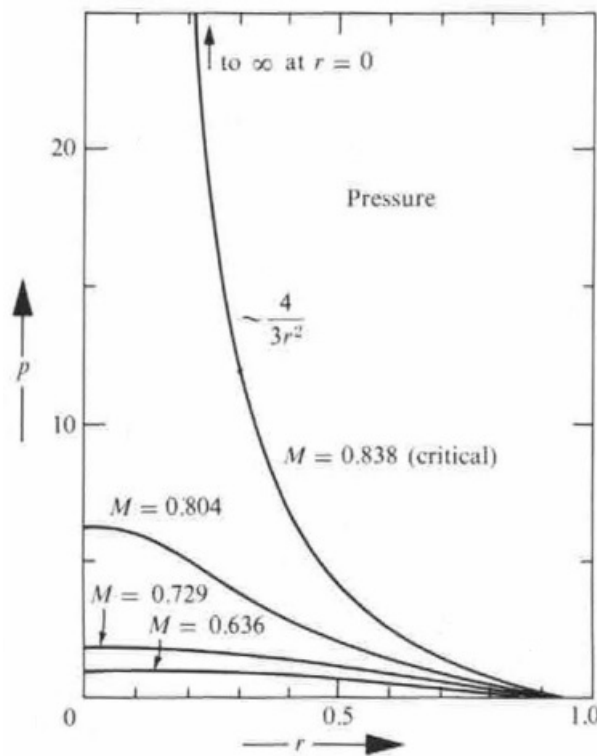


Abbildung 7.4 - Variation des Drucks im Inneren eines Neutronensterns mit konstanter Dichte

Natürlich werden wir niemals Bilder von Neutronensternen erhalten, die mit denen der Objekte im Zentrum von M87 und der Milchstraße vergleichbar sind. Berechnen wir also den Effekt der gravitativen Rotverschiebung $z + 1$ (Gravitational Redshift), der massereichen Himmelskörpern in der Nähe dieser physikalischen Kritikalität entspricht. Dieser Effekt beeinflusst das von ihrer Oberfläche ausgestrahlte Licht in radialer Richtung

zu einem entfernten Beobachter, der es mit einer Wellenlänge von λ_r gestreckt (*redshift*) wird. Er ist gegeben durch

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R_s}{r_a}}}$$

Im zentralen Teil wird der geometrische Kritikalitätsradius jedoch durch den *Schwarzschild-Radius* definiert, der :

$$R_s = \frac{2GM_{\text{cr}\gamma}}{c^2} = \frac{2G}{c^2} \left(\frac{4}{3} \pi r_a^3 \rho_0 \right) = \frac{8\pi G \rho_0}{3c^2} r_a^3 = \frac{r_a^3}{\hat{r}^2}$$

Dann wird die gravitative Rotverschiebung ergeben:

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r_a^2}{\hat{r}^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{r_a c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{8}{9}}} = 3$$

Dies ist genau der Wert, der sich aus dem Verhältnis der maximalen und minimalen Temperaturen ableiten lässt, die aus den ersten beiden Bildern von Schwarzen Löchern im Zentrum der Galaxien M87 und der Milchstraße abgeleitet wurden. Demnach könnten die Bilder dieser supermassiven Objekte auch subkritischen Gebilden entsprechen, bei denen der Druck in ihrem Zentrum - definiert als Energiedichte pro Volumeneinheit - entweder unendlich oder zumindest extrem hoch wäre.

7.2.3 Veränderung der Lichtgeschwindigkeit & des Drucks in Plasmen mit konstanter Dichte

Betrachten wir nun eine Flüssigkeit (Wasserstoffplasma) mit angenommener konstanter Dichte. Bei einer Temperatur von unter 3000° ist der Druck im Inneren gegeben durch :

$$p = \frac{\rho_0 v^2}{3}$$

wobei v die durchschnittliche Geschwindigkeit der thermischen Bewegung der Teilchen, aus denen das Plasma besteht, ist. Daher ist die Argumentation, die besagt, dass "wenn der Druck p gegen unendlich strebt, dann müsste auch diese Geschwindigkeit gegen unendlich streben, was im Widerspruch zu einem zentralen Prinzip der speziellen Relativitätstheorie steht, dem "Kausalitätsprinzip", wonach sich kein physikalischer Effekt mit einer Geschwindigkeit $v > c$ " ((Thorne, Wheeler, and Misner 1973)), zu einer physikalischen Aberration führen würde.

Nichtsdestotrotz wird in diesem Bereich der Raumzeit der Druck innerhalb dieses Plasmas strahlend :

$$p_r = \frac{\rho_0 c^2}{3}$$

Wenn wir erwägen, diesen Strahlungsdruck bei konstanter Dichte zu erhöhen, kann dies nur unter Berücksichtigung einer Veränderung der Lichtgeschwindigkeit im Medium geschehen, was Karl Schwarzschild als erster in Betracht zog (Schwarzschild 1916a) :

Die Lichtgeschwindigkeit in unserer Kugel wird:

$$v = \frac{2}{3 \cos \chi_a - \cos \chi_s}, \quad (44)$$

Abbildung 7.5 - Variation der Lichtgeschwindigkeit in einer Kugel mit konstanter Dichte

So folgt, wie er in seinem Artikel betont, der Anstieg der Lichtgeschwindigkeit dem Anstieg des Drucks. Was passiert, wenn dieser Druck ebenso wie der Wert der Lichtgeschwindigkeit steigt? Ganz einfach, es ist laut Karl Schwarzschild (Seite 433 in (Schwarzschild 1916a)) klar, dass diese beiden Größen unendlich werden für $\cos \chi_a = \frac{1}{3}$, entsprechend $r = R_{cr\phi}$ (44), wie in Abschnitt 7.2.2 gesehen.

Wir können aus Karl Schwarzschilds Studie schließen, dass die Stabilität dieser subkritischen supermassereichen Objekte darauf zurückzuführen ist, dass der Gravitationskollaps aufgrund der physikalischen Kritikalität, die lange vor der geometrischen Kritikalität auftritt, durch einen extrem hohen Strahlungsdruck mit konstanter Dichte kompensiert wird, der von ihren Zentren ausgeht und proportional zum Quadrat der Lichtgeschwindigkeit ist.

7.3 Schlussfolgerung

Wir haben Bilder von supermassereichen Objekten in den Zentren von Galaxien analysiert, die im *Astrophysical Journal* als erste Bilder von riesigen Schwarzen Löchern vorgestellt wurden. In unserer umfassenden Studie schlagen wir eine alternative Interpretation dieser Objekte vor: Es könnte sich um subkritische supermassive Gebilde handeln, die ein maximales zu minimalem Temperaturverhältnis von fast 3 aufweisen, da ihr Radius nur 5,72% kürzer ist als die Schwarzschild-Längen, die aus ihrer Masse abgeleitet werden. Diese Beobachtung passt gut zum gravitativen Redshift-Effekt, der potenziell charakteristisch für Neutronensterne ist, die sich einer physikalischen Kritikalität nähern, wie sie von Schwarzschilds innerer geometrischer Lösung vorgeschlagen wird, die in seinem zweiten Artikel im Februar 1916 veröffentlicht wurde. Diese Lösung, die den meisten Kosmologen der Nachkriegszeit weitgehend unbekannt war und bis 1999 nicht ins Englische übersetzt wurde, bietet eine einzigartige Perspektive zur Beobachtung dieser Phänomene. Durch die Untersuchung von Aspekten wie Druck, Lichtgeschwindigkeit und Zeitfaktor innerhalb dieser Objekte wollen wir die bestehende Erzählung über die komplexen astrophysikalischen Phänomene im Inneren von Galaxien bereichern. Dazu gehört auch die Erforschung ihrer Stabilität, die möglicherweise durch ein Gleichgewicht zwischen dem Gravitationskollaps als Folge einer physikalischen Kritikalität, die lange vor der geometrischen Kritikalität auftritt, und dem extrem hohen Strahlungsdruck mit konstanter Dichte aus ihren Zentren, der proportional zum Quadrat der Lichtgeschwindigkeit ist, aufrechterhalten wird. Karl Schwarzschilds Jahrhundertarbeit erinnert uns daran, dass es innerhalb der etablierten Theorien immer noch Geheimnisse zu lüften gibt. Die Fragen, die wir aufwerfen, insbesondere hinsichtlich der Entwicklung des

Zeitfaktors und seiner tiefgreifenden Auswirkungen auf das Konzept der Zeit selbst, sind von entscheidender Bedeutung und laden zu weiteren Forschungen ein. Sollten zukünftige Beobachtungen unsere Hypothesen bestätigen, insbesondere wenn ein Bild eines dritten supermassereichen Objekts mit einem ähnlichen Temperaturverhältnis entdeckt wird, würde dies zu einer Neubewertung einiger unserer derzeitigen astrophysikalischen Modelle anregen. Letztendlich spornt uns das Universum in seiner Unermesslichkeit und Komplexität weiterhin zu unserem unersättlichen Streben nach Wissen an.

8 Herausforderungen & Debatten

8.1 Herausforderungen bei der Kommunikation und Akzeptanz des Modells

Auf unserem Weg, das Janus Cosmological Model zu verbreiten und zu validieren, sind wir vor allem im Bereich des wissenschaftlichen Publizierens auf furchterregende Herausforderungen gestoßen. In diesem Abschnitt sollen diese Schwierigkeiten im Einzelnen erläutert werden, wobei die Komplexität und die inhärenten Verzerrungen des vorherrschenden internationalen Publikationssystems beleuchtet werden.

Eine der bedeutendsten Hürden, auf die wir stießen, war der Prozess des Peer-Reviews in renommierten Zeitschriften. Wir stellten fest, dass das System, so wie es derzeit existiert, oft starr und undurchlässig für neue Ideen ist, insbesondere für solche, die die etablierten Grundlagen der Physik und Kosmologie in Frage stellen. Unsere Versuche, in renommierten Zeitschriften wie *Physical Review D*, *Modern Physics Letters A*, *Astrophysical Journal* und *Astrophysics and Space Science* zu

veröffentlichen, sind unter anderem auf Widerstand und Skepsis gestoßen. Dieser Widerstand scheint nicht aus einem Mangel an wissenschaftlicher Strenge unsererseits zu resultieren, sondern vielmehr aus einer allgemeinen Tendenz innerhalb der wissenschaftlichen Gemeinschaft, den Status quo aufrechtzuerhalten.

Bei unseren Veröffentlichungsversuchen erhielten wir Antworten, die die Herausforderungen, mit denen wir konfrontiert waren, veranschaulichten. So betonte beispielsweise ein Brief von Dr. Ethan T. Vishniac, dem Chefredakteur des *The Astrophysical Journal*, den unkonventionellen Charakter unserer Arbeit im Zusammenhang mit ihrer Veröffentlichung :

Sehr geehrter Herr Dr. Zejli!

Ich schreibe Ihnen in Bezug auf Ihr oben zitiertes Manuskript, das Sie vor Kurzem dem Astrophysical Journal übermittelt haben.

I have read your manuscript and considered its appropriateness for publication in our journal. Our journal specializes in manuscripts presenting new results on astronomical observations or theory applied directly to astrophysical systems. Unfortunately, the subject matter of your manuscript, which deals with fundamental aspects of bimetric relativity, falls well outside of the subject area of our Journals. Consequently, I regret to inform you that we will be unable to publish your manuscript. Nevertheless, I offer you my best wishes in your future research. The topic of this paper would be well within the scope of a journal specializing in the physics of gravity. As a general policy, I do not recommend specific journals. I will only note that this manuscript is not well organized as a research paper. The bulk of the paper reviews previous work and the new results and their significance are hard to discrete. There is, for example, no mention of either in the abstract.

Blicke,

Ethan T. Vishniac

AAS Editor-in-Chief

Johns Hopkins Universität

Das bedeutet, dass unser Manuskript zwar grundlegende Aspekte der "*bimerischen Relativitätstheorie*" (was bimetrisch bedeutet) behandelte, aber nicht mit der Ausrichtung der Zeitschrift auf neue astronomische Ergebnisse und Theorien, die auf astrophysikalische Systeme angewendet werden, übereinstimmte. Diese höfliche und informative Antwort spiegelt eine allgemeine Tendenz wider, Arbeiten zu bevorzugen, die sich in den etablierten Rahmen der wissenschaftlichen Forschung einfügen. Im Gegensatz dazu waren die Antworten in *Physical Review D* deutlich kürzer und wurden oft mit dem Satz "*Nicht geeignet*" zusammengefasst. Diese kurze Antwort unterstreicht die Schwierigkeit, die Akzeptanz von Ideen zu erreichen, die signifikant von den bestehenden Paradigmen der theoretischen Physik und Kosmologie abweichen.

Diese Interaktionen mit führenden Zeitschriften unterstreichen eine bedeutende Herausforderung bei der Vermittlung neuer wissenschaftlicher Theorien: die Notwendigkeit, innovative Arbeit nach den Erwartungen und etablierten Standards wissenschaftlicher Zeitschriften auszurichten und gleichzeitig die Integrität und Neuartigkeit der Forschung zu wahren.

Darüber hinaus haben die jüngsten Änderungen der Richtlinien bei *arXiv*, einem führenden Repository für Vorveröffentlichungen, eine zusätzliche Schicht der Komplexität eingeführt. Die neue Anforderung, dass Einreichungen zunächst eine Veröffentlichung in einer großen Peer-Review-Zeitschrift vorausgehen muss, mag paradox und kontraintuitiv erscheinen, insbesondere bei bahnbrechender Forschung, die in traditionellen Foren auf anfänglichen Widerstand stoßen könnte. Diese Änderung der Politik hat unsere Fähigkeit, vorläufige Ergebnisse schnell zu teilen und auf breiterer Basis mit der wissenschaftlichen Gemeinschaft zu interagieren, erheblich beeinträchtigt.

Trotz dieser Herausforderungen gab es auch Lichtblicke und Anerkennung. Zwei Zeitschriften, die russische Zeitschrift *Gravitation and Cosmology* (Pleiades Publishing) und die deutschen *Astronomischen Nachrichten*, haben ihre Bereitschaft gezeigt, unsere Arbeit ernsthaft in Betracht zu ziehen. Ihr Engagement für unsere Forschung, wenn auch nicht so umfassend, wie wir es uns erhofft hatten, ist ein positiver Schritt in Richtung einer breiteren Akzeptanz und eines besseren Verständnisses des JCM.

Im nächsten Abschnitt werden wir die Antworten und Kritiken dieser Zeitschriften analysieren und dabei sowohl die konstruktiven Kommentare als auch die Bereiche hervorheben, in denen der Peer-Review-Prozess verbessert werden könnte, um innovativen wissenschaftlichen Theorien entgegenzukommen.

8.2 Diskussion über die eingebrachten Kritiken & Antworten

Während unserer Bemühungen, das Janus Cosmological Model zu veröffentlichen, standen wir vor großen Herausforderungen, eine davon war der langwierige Prozess der Begutachtung durch die Zeitschrift *Gravitation and Cosmology*. Nach acht Monaten hartnäckiger Beobachtung fand die Zeitschrift schließlich einen Gutachter, der die Qualität unserer Arbeit einschätzte. Das Ergebnis war jedoch nicht so, wie wir es uns erhofft hatten.

Hier ist die Übereinstimmung, die die Essenz der Herausforderungen, mit denen wir konfrontiert waren, verkapselt.

Antwort von Gravitation and Cosmology

Sehr geehrter Herr Dr. Zejli

After numerous attempts, we have received a referee report on your paper GC23-019 'Nature of the Dipol Repeller'. Regretfully, the report contains a number of serious critical remarks. In Anbetracht dieses Berichts können wir Ihr Papier nicht zur Veröffentlichung in unserer Zeitschrift akzeptieren.

*Yours sincerely,
Dr. Sergey V. Bolokhov
Editorial Board of Gravitation and Cosmology*

REFeree REPORT

Die Autoren versuchen, das Phänomen des sogenannten Dipol Repellers im Rahmen des "kosmologischen Janus-Modells" zu erklären, das eigentlich eine Art bimetrische Theorie ist. Das Modell selbst enthält einige Entitäten, die in der Natur höchst unwahrscheinlich sind, wie z.B. Teilchen mit negativer Masse und Photonen mit negativer Energie. To this end, it is appropriate to recall that recent experiments showed that particles of antimatter are subject of the same forces of gravity as matter particles of the same mass. Das macht die Annahme der Autoren von negativen Massen noch fragwürdiger. Darüber hinaus erscheint es seltsam, dass die fragliche Theorie herangezogen wird, um nur ein Phänomen zu erklären, und keinen Einfluss auf andere beobachtete Systeme hat. Ein schwacher Punkt des Papiers ist, dass es nur qualitative Argumente ohne spezifische Berechnungen unter Berücksichtigung der beobachteten Parameter des Repellers enthält.

Meine Antwort an diesen Bewerter

Dear Dr. Sergey V. Bolokhov,

Thank you for forwarding the referee's report on our manuscript, "Nature of the Dipol Repeller". We appreciate the time and effort invested in reviewing our work. However, we believe there may be some misunderstandings regarding the core concepts of our research, which we would like to clarify.

1. On Negative Mass and Antimatter: The referee's concern about negative mass in light of recent experiments with antimatter highlights a fundamental aspect of our model that may have been overlooked. Das kosmologische Janus-Modell, das die Grundlage unseres Papiers bildet, sagt die Existenz von zwei unterschiedlichen Typen von Antimaterie voraus. The Type C antimatter, akin to Dirac's antimatter produced in laboratories, responds to gravitational forces similarly to ordinary matter. Im Gegensatz dazu soll der Typ PT Antimatter, der Feynmans Konzept der negativen Masse entspricht, in den Zentren kosmischer Voids, wie dem

Dipol Repeller, existieren. Dieser Typ übt einen Antigravitationseffekt aus, der eine kritische Komponente unseres Modells ist und auf Seite 10 unseres Manuskripts deutlich erläutert wird.

2. Observational Confirmations and Model Applications: Die Gültigkeit unseres Modells geht über die Erklärung des Dipolrepellers hinaus. Es bietet Einblicke in verschiedene astronomische Phänomene, die der Referent in unserem Papier vielleicht übersehen hat:

Galaxy Confinement and Stability: Explained by lacunary spaces filled with negative masses. Gravitational Lensing Effects: The model accounts for gravitational lensing phenomena around galaxies.

Universalstruktur: Unsere Theorie schlägt eine lückenhafte Struktur des Universums vor, die mit negativen Massenclustern gefüllt ist, die miteinander verbundenen Seifenblasen ähneln.

Galaxy Rotation Curves and Gravitational Anomalies: Wir erklären die Abflachung der Rotationskurven und die unerwartete Beschleunigung von Sternen an den Galaxienrändern.

Early Galaxy Formation: Gestützt auf aktuelle Beobachtungen des James-Webb-Teleskops legt unser Modell die simultane Entstehung von Galaxien in den ersten 100 Millionen Jahren des Universums nahe.

High-Redshift Galaxies: Wir adressieren die dimmende Helligkeit ferner Galaxien (Rotverschiebung > 7) aufgrund des negativen Gravitationslensing-Effekts negativer Massencluster.

Local Relativistic Verifications: The model aligns with phenomena like Mercury's perihelion precession and light deviation by the Sun.

Supernova Observations: The asymmetry between positive and negative mass populations correlates with observations of Type Ia supernovae.

3. Misinterpretation of the Model's Scope: Schließlich übersieht die Behauptung, dass unsere Theorie nur zur Erklärung eines einzelnen Phänomens herangezogen wird, ihren breiten Anwendungsbereich. Unser Modell bietet u. a. Erklärungen für spiralförmige Galaxienstrukturen, die Unsichtbarkeit kosmischer Antimaterie durch negative Energiephotonen und die Natur der unsichtbaren Bestandteile des Universums.

We believe this additional information and clarification will help address the concerns raised in the referee report. Wir sind bereit, gegebenenfalls weitere Details oder Überarbeitungen bereitzustellen.

Vielen Dank, dass Sie unsere Antwort in Betracht gezogen haben, und wir freuen uns auf die Gelegenheit, einen Beitrag für die Zeitschrift zu leisten.

Yours sincerely

Leider erhielten wir nach unserer ausführlichen Antwort, in der wir auf jedes einzelne Anliegen des Gutachters eingingen, keine weiteren Mitteilungen. Der Herausgeber und der Gutachter schienen sich aus dem Dialog zurückgezogen zu haben, was die Herausforderungen und manchmal scheinbar unüberwindbaren Hindernisse veranschaulicht, auf die man bei der Förderung neuer wissenschaftlicher Theorien innerhalb des etablierten Rahmens des akademischen Verlagswesens stößt.

Kritische Analyse der Retouren der Zeitschrift *Astronomische Nachrichten*

Unsere Interaktion mit den *Astronomischen Nachrichten* stellte uns ebenfalls vor Herausforderungen, ermöglichte aber eine tiefere Erforschung einer grundlegenden Frage bei der Akzeptanz neuer Ideen in der Kosmologie. Der einzige Gutachter, der nach einer zweimonatigen Suche gefunden wurde, initiierte einen Dialog, der ein allgegenwärtiges Problem aufzeigte: die Abhängigkeit von den Hypothesen, die von renommierten Physikern aufgestellt werden, die dann die Paradigmen prägen und verfestigen, innerhalb derer die meisten Kosmologen operieren.

Das Ziel unserer Arbeit besteht darin, eine innovative geometrische und kosmologische Interpretation von Schwarzschilds äußerer Lösung zu liefern, die auf zwei Hauptannahmen beruht:

- **Isotropie:** Invarianz unter der Wirkung von $SO(3)$, d. h. der Gruppe der 3D-Rotationen und der räumlichen Translationen.
- **Stationarität:** Unabhängigkeit der Terme der Metrik von der Zeitkoordinate, d. h. Invarianz durch Zeittranslation.

Die allgemeine Lösung, wie sie ursprünglich von Schwarzschild beschrieben wurde, wird oft ohne angemessene Begründung präsentiert. Tolman merkte 1934 an ((Tolman 1934)), dass die allgemeinste Form einen Kreuzterm enthält in $drdt$. Dieser Term wurde jedoch später aus Bequemlichkeit vernachlässigt. Dieser Ansatz, einschließlich des Ansatzes von Schwarzschild, wurde von vielen Forschern verfolgt, wie in Kapitel 5 ausführlich untersucht wurde.

Der Gutachter wies darauf hin, dass sich die Nichtexistenz eines solchen Querterms aus den angenommenen Symmetrieannahmen ergibt. Uns wird vorgeworfen, eine wesentliche Symmetrieannahme zu vernachlässigen: Die Lösung sollte invariant sein, wenn t geändert wird in $-t$ (wie unter anderem in Walds Buch (Wald 1984) vermerkt). Folglich würde eine Lösung mit einem Kreuzterm $drdt$ diese Invarianzbedingung nicht erfüllen, denn ändern t zu $-t$ das Vorzeichen des Kreuzterms verändert. Doch was ist die physikalische Grundlage für diese Symmetrieannahme in Bezug auf die Zeitvariable? Keine. Sie wurde weder von Schwarzschild noch von vielen seiner Nachfolger erwähnt.

Tatsächlich basiert die Argumentation (wenn man sie denn so nennen kann) auf dem "*Schwarze-Loch-Modell*", das um die "*moderne Form*" zentriert ist, in der der Kreuzterm fehlt (42). Es handelt sich um eine rein mathematische Hypothese, die nicht mit greifbaren Beobachtungsrealitäten, sondern mit dem allgemeinen Glauben an die Existenz Schwarzer Löcher in Einklang gebracht werden soll. Für Kosmologen mag diese Hypothese daher "*natürlich*" erscheinen.

Unsere Erfahrung mit den *Astronomischen Nachrichten* veranschaulicht, wie etablierte Paradigmen die Rezeption innovativer Ideen in der Kosmologie beeinflussen können, und

unterstreicht die Notwendigkeit von Offenheit und Neubewertung grundlegender Annahmen im Lichte neuer theoretischer Entwicklungen.

9 Schlussfolgerung & Diskussionen

Unter Berücksichtigung von Ockhams Rasiermesserprinzip, das der einfachsten und mit den Beobachtungsdaten am besten übereinstimmenden Theorie den Vorzug gibt, kann man vernünftigerweise schlussfolgern, dass das Janus-Modell das Standardmodell übertrifft. Das Kosmologische Janus-Modell bietet einen kohärenten Ansatz zur Erklärung verschiedener astrophysikalischer Phänomene und liefert gleichzeitig eine klare Interpretation der verfügbaren Beobachtungsdaten. Während das Standardmodell Inkonsistenzen mit den Beobachtungsdaten aufweist, die Ad-hoc-Konstruktionen erfordern, um diese Inkonsistenzen zu umgehen.

Tatsächlich geht das Janus-Modell über den bloßen Vorschlag von Alternativen zu Phänomenen hinaus, die üblicherweise der Dunklen Materie und der Dunklen Energie zugeschrieben werden, wie unter anderem die beschleunigte kosmische Expansion, der Einschluss von Galaxien, ausgeprägte Gravitationslinseneffekte und die nahezu perfekte Homogenität des kosmologischen Diffusen Hintergrunds (CMB). Es liefert detaillierte Klarstellungen über die Natur und Identität der unsichtbaren Bestandteile des Universums. Das Modell löst das Paradoxon der fehlenden Beobachtung von primordialer Antimaterie und bietet eine Erklärung für den Dipol Repulsor, indem es ihn als ein Konglomerat negativer Masse betrachtet. Diese Perspektive stärkt die Glaubwürdigkeit des Kosmologischen Janus-Modells bei der Bestimmung der großräumigen Struktur des Universums und erklärt gleichzeitig die Gründe für die Schwierigkeit, negative Masse mit optischen Beobachtungsinstrumenten nachzuweisen. Er berichtet auch über die geringe Magnitude astronomischer Objekte mit einer gravitativen Rotverschiebung von mehr als 7 und hält sich an das Prinzip der Widerlegbarkeit, indem er spezielle Beobachtungstests vorschreibt, wie etwa das Vorhandensein von Konglomeraten negativer Masse, wobei der Dipol Repulsor ein prominentes Beispiel ist. Darüber hinaus schlägt es eine alternative Kartographie des Universums vor, die auf einer anderen Interpretation des schwachen Gravitationslinseneffekts beruht.

Darüber hinaus findet das Janus-Modell Bestätigung in den neuesten Beobachtungsdaten, insbesondere in den Daten des James Webb Space Telescope, indem es die Entstehung von Galaxien in ihren heutigen Formen während der ersten 100 Millionen Jahre des Alters des Universums vorhersagt. Darüber hinaus verleiht die Struktur ihrer dynamischen Gruppe ihrer Geometrie eine *CPT-Symmetrie*, für die eine spezielle Vorhersage aus dem Jahr 2017 im September 2023 bestätigt wurde. Diese Vorhersage betrifft C-symmetrische Antimaterie (Ladungssymmetrie), die im Labor synthetisiert wird und Photonen mit positiver Energie aussendet. Beobachtungen zufolge unterliegt sie ebenso wie gewöhnliche Materie einer abwärts gerichteten Gravitationsanziehung.

Es eröffnet auch vielversprechende Forschungswege in der Quantenmechanik und legt nahe, dass die Integration negativer Energie- und Massenzustände für die Quantifizierung der Gravitation von entscheidender Bedeutung sein könnte. Das Janus-Modell verträgt sich also perfekt mit der Natur und weist keine größeren Widersprüche auf.

Im Laufe dieses Buches sind wir in die Komplexität des Modells eingetaucht, entwirren seine Nuancen und sein Potenzial, die Mysterien zu erhellen, die Kosmologen und Physiker seit langem verwirren.

Diese Reise durch die Bereiche der fortgeschrittenen Mathematik, der theoretischen Physik und der Kosmologie zeigt die Fähigkeit des Modells, konventionelle Perspektiven in Frage zu stellen und alternative Erklärungen für Phänomene anzubieten, die von den aktuellen Modellen nur schwer vollständig aufgeklärt werden können. Die vorgestellten Diskussionen und Analysen sollen das Verständnis des Lesers bereichern und die Neugierde wecken, die Grenzen unserer wissenschaftlichen Erkenntnisse weiter zu erforschen und zu hinterfragen.

Ich glaube, dass die Einschränkungen in der theoretischen Physik und der Kosmologie darauf zurückzuführen sind, dass das Fachgebiet seit den 1950er Jahren die Topologie zu spät angenommen hat. Die Topologie, die Untersuchung von Eigenschaften, die über kontinuierliche Verformungen hinweg erhalten bleiben, hätte neue Wege eröffnen können, das Gewebe des Universums und seine komplexen Strukturen zu verstehen.

Abschließend hoffe ich, dass dieses Buch nicht nur als umfassender Leitfaden für das theoretisch fundierte Modell der Allgemeinen Relativitätstheorie dienen wird, sondern auch als Inspiration und Motivation für eine neue Generation von Denkern, die es wagen, mutig die unerforschten Gebiete der Kosmologie zu erkunden. Möge es zu einer tieferen Wertschätzung der komplexen Schönheit unseres Universums und des ständigen Strebens nach Verständnis führen, das uns als Wissenschaftler und Menschen antreibt.

Im dynamischen und sich ständig weiterentwickelnden Bereich der Kosmologie taucht dieses Modell als wesentliches Leitlicht auf, das den Weg in unerforschte Gebiete und zu neuen Perspektiven beleuchtet. Diese Reise ist noch lange nicht zu Ende; sie stellt vielmehr einen ständigen Aufruf dar, die Bereiche der Erforschung und Entdeckung zu vertiefen.

Bibliografie

Adler, R., R. Bazin, and M. Schiffer. 1975. *Introduction to General Relativity (Einführung in die allgemeine Relativitätstheorie)*. McGraw-Hill.

Akiyama, K. et al. 2019. "First M87 Event Horizon Telescope Results" (Erste Ergebnisse des M87 Event Horizon Telescope). I. The Shadow of the Supermassive Black Hole." *The Astrophysical Journal*.

Akiyama, K. et al. 2022. "First Sagittarius a* Event Horizon Telescope Results". I. The Shadow of the Supermassive Black Hole in the Center of the Milky Way".

Anderson, E. K. et al. 2023. "Observation of the Effect of Gravity on the Motion of Antimatter". *Nature*.

Bargmann, V., P. G. Bergmann, and A. Einstein. 1941. "On the Five-Dimensional Representation of Gravitation and Electricity". *Theodore von Karman Anniversary Band*, 212.

Benoit-Lévy, A., and G. Chardin. 2012. "Introducing the Dirac-Milne Universe". *Astronomy and Astrophysics* 537: A78.

Bergmann, P. 1942. *An Introduction to the Theory of Relativity (Eine Einführung in die Relativitätstheorie)*. Prentice-Hall.

Bergmann, P., and A. Einstein. 1938. "On a Generalization of Kaluza's Theory of Electricity". *Annals of Mathematics* 39: 683.

Bondi, H. 1957. "Negative Mass in General Relativity". *Reviews of Modern Physics* 29 (3).

Bourbaki, N. 2006. *Eléments de Mathématique: Groupes Et Algèbres de Lie*. Springer.

Boylan-Kolchin, Michael. 2023. "Stress Testing. Λ CDM with High-Redshift Galaxy Candidates." *Nature*.

Brennen, C. E. 1995. *Cavitation and Bubble Dynamics (Kavitation und Blasendynamik)*. Oxford University Press.

Chandrasekhar, S. 1983. *The Mathematical Theory of Black Holes*. Clarendon press.

Chaskalovic, Joel. 2009. "Gravitationstheorie für mathematische Modellierung in Geomarketing". *Journal of Interdisciplinary Mathematics* 12 (3): 417.

Cronin, J. W. 1964. "The Experimental Discovery of CP Violation" (Die experimentelle Entdeckung der CP-Verletzung). *American Physical Society*.

Damour, T., and Ian I. Kogan. 2002. "Effective Lagrangians and Universality Classes of Nonlinear Bigravity". *Phys. Rev. D*.

- Debergh, N. et al. 2018. "On Evidence for Negative Energies and Masses in the Dirac Equation Through a Unitary Time-Reversal Operator".
- Dyson, F. W., A. S. Eddington, and C. Davidson. 1920. "A Determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational Field, from Observations Made at the Total Eclipse of May 29, 1919". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 291-333.
- Eddington, A. 1925. "A Comparison with Whitehead's and Einstein's Formulae". *Nature*.
- Einstein, A., and N. Rosen. 1935. "The Particle Problem in the General Theory of Relativity". *Phys. Rev.* 48: 73.
- El-Ad, H., T. Piran, and L. N. da Costa. 1997. "Mon. Not. R. Astro. Soc."
- Farnes, J. S. 2017. "A Proposal for a Unifying Theory of Dark Energy and Dark Matter." *arXiv Physics.gen-Ph*.
- Ferreira, Leonardo et al. 2022. "Panic! At the Disks: First Rest-Frame Optical Observations of Galaxy Structure at $z > 3$ with JWST in the SMACS0723 Field." *The Astrophysical Journal Letters*.
- Flamm, L. 1916. "Contributions to Einstein's Theory of Gravitation".
- Heald, G. 2020. "The Stronger Case for Gravitational Repulsion Between Matter and Antimatter". *Research Gate Publication*, Nr. 339339776.
- Hoffman, Y. et al. 2018. "The Quasi-Linear Nearby Universe". *Nature Astronomy*.
- Hoffman, Y., D. Pomarède, R. B. Tully, and H. Courtois. 2017. "The Dipol Repeller." *Nature Astronomy* 1: 0036.
- Hossenfelder, S. 2008. "A Bi-Metric Theory with Exchange Symmetry." *arXiv*.
- Kaluza, Th. 1921. "Über das Vereinheitlichungsproblem in der Physik". *Sitzungsberichte Pruss. Acad. Sci.*, 966.
- Kerr, Roy P. 1963. "Gravitational Field of a Spinning Mass as an Example of Algebraically Special Metrics". *Physical Letters* 11: 237.
- Klein, O. 1926. "Quantum Theory and Five-Dimensional Theory of Relativity". *Z.Phys.* 37: 895.
- Koiran, P. 2021. "Infall Time in the Eddington-Finkelstein Metric, with Application to Einstein-Rosen Bridges". *Inter. Jr. Of Mod. Phys. D* 14.
- Kruskal, M. D. 1960. "Maximal Extension of Schwarzschild Metric". *Physical Review* 119 (5).
- Kruskal, Martin D. 1960. "Maximal Extension of Schwarzschild Metric". *Physical Review* 119: 1743-45.

- Medeiros, L. et al. 2023. "Principal-Component Interferometric Modeling" (PRIMO), ein Algorithmus für EHT-Daten. I. Reconstructing Images from Simulated EHT Observations".
- Michelson, A. A., and E. W. Morley. 1887. "On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether". *American Journal of Science* 34: 333-45.
- Morin, Bernard, and Jean-Pierre Petit. 1978. "Die Umkehrung der Sphäre". HAL.
- Morris, M., and K. S. Thorne. 1988. "Wormholes in Spacetime and Their Use for Interstellar Travel: A Tool for Teaching General Relativity". *Am. J. Phys.* 56: 395.
- Neiser, T. F. 2020. "Fermi Degenerate Antineutrino Star Model of Dark Energy". *Advances in Astronomy* 2020: Article ID 8654307.
- Oppenheimer, J. R., and H. Snyder. 1939. "On Continued Gravitational Contraction". *Phys. Rev.* 56: 455-59.
- Oppenheimer, J. R., and G. M. Volkoff. 1939. "On Massive Neutron Cores." *Physical Review* 55 (4): 374-81.
- Palatini, A. 1919. "Deduzione Invariantiva Delle Equazioni Gravitazionali Dal Principio Di Hamilton". *Rend. Circ. Matem. Palermo* 43: 203-12. <https://doi.org/10.1007/BF03014670>.
- Pavlovskii, A. I. 1994. "Magnetic Cumulation-a Memoir for Andrei Sakharov". In *Megagauss Magnetic Field Generation and Pulsed Power Applications*, edited by M. Cowan and R. B. Spielman, 9-22. New York: Nova Science Publishers.
- Perlmutter, S. et al. 1999. "Measurements of Ω und Λ from 42 High-Redshift Supernovae." *Astrophysical Journal* 517 (2).
- Petit, Jean-Pierre . 1985. *Das Topologicon*. Edition Belin.
- Petit, Jean-Pierre. 1994. "The Missing-Mass Problem." *IL NUOVO CIMENTO*.
- Petit, Jean-Pierre. 1995. "Twin Universe Cosmology." *Astrophysics and Space Science* 226: 273-307.
- Petit, Jean-Pierre. 2018. "The Janus Cosmological Model and the Fluctuations of the CMB". *Progress in Physics*.
- Petit, Jean-Pierre, and G. D'Agostini . 2021a. "Bimetric Models. When Negative Mass Replaces Both Dark Matter and Dark Energy. Excellent Agreement with Observational Data. Solving the Problem of the Primeval Antimatter." *Database of the French National Center*, 2021a.
- Petit, Jean-Pierre, and G. D'Agostini. 2021b. "Constraints on Janus Cosmological Model from Recent Observations of Supernovae Type Ia". *Astrophysics and Space Science*, 2021b.

Petit, Jean-Pierre, and G. D'Agostini. 2014a. "Cosmological Bimetric Model with Interacting Positive and Negative Masses and Two Different Speeds of Light, in Agreement with the Observed Acceleration of the Universe". *Modern Physics Letters A* 29 (34).

Petit, Jean-Pierre, and G. D'Agostini. 2014b. "Negative Mass Hypothesis in Cosmology and the Nature of Dark Energy". *Astrophysics And Space Science* 354 (2014b): 611-15.

Petit, Jean-Pierre, and G. d'Agostini. 2014. "Cosmological Bimetric Model with Interacting Positive and Negative Masses and Two Different Speeds of Light, in Agreement with the Observed Acceleration of the Universe". *Modern Physics Letters A*.

Petit, Jean-Pierre, G. D'Agostini, and N. Debergh . 2018. "Evidence of Negative Energies and Masses in the Dirac Equation Through a Unitary Time-Reversal Operator". *J. Phys. Comm.* 2 (115012).

Petit, Jean-Pierre, G. D'Agostini, and N. Debergh. 2019. "Physical and Mathematical Consistency of the Janus Cosmological Model (JCM)". *Progress in Physics* 15.

Piran, Tsvi. 2018. "On Gravitational Repulsion." *arXiv*. <https://arxiv.org/abs/9706049>.

Riess, A. et al. 2004. "Type Ia Supernova Discoveries at $z > 1$ from the Hubble Space Telescope, Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution". *Astrophysical Journal* 607 (2).

Sacharow, A. D. 1967 . "Verletzung der CP Invarianz, C Asymmetrie und Baryon Asymmetrie des Universums". *Pi'sma ZhÉTF* 5 (1): 32-35.

Sacharow, A. D. 1979. "ZhETF Pis'ma." *JETP* 49: 594.

Sakharov, A. D. 1980. "Cosmological Models of the Universe with Reversal of Time's Arrow". *Pi'sma ZhÉTF* 79 (3): 689-93.

Sakharov, A. D. 1982. "Multisheet Models of the Universe." *Pi'sma ZhÉTF* 82 (3): 1233-40.

Schmidt, B. P. et al. 1998. "The High- z Supernova Search. Measuring Cosmic Deceleration and Global Curvature of the Universe Using Type Ia Supernovae." *Astrophysical Journal* 507 (1).

Schwarzschild, K. 1916a. "Über Das Gravitationsfeld Einer Kugel Aus Inkompressibler Flüssigkeit Nach Der Einsteinschen Theorie". *Sitzungsberichte Der Königlich Preußischen Akademie Der Wissenschaften*.

Schwarzschild, K. 1916b. "Über Das Gravitationsfeld Eines Massenpunktes Nach Der Einsteinschen Theorie". *Sitzungsberichte Der Königlich Preußischen Akademie Der Wissenschaften*.

Souriau, J. M. 1964. *Geometrie Und Relativitätstheorie*. Hermann.

Souriau, J. M. 1997. *Structure of Dynamical Systems, a Symplectic View of Physics*. Birkhäuser Verlag.

Souriau, Jean-Marie. 1965. "Prolongements Du Champ de Schwarzschild." *Bulletin de La Société Mathématique de France* 93: 193-207.

Stoica, O. C. 2014. "On Singular Semi-Riemannian Manifolds". *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics* 11.

Thorne, K. S., J. A. Wheeler, and C. W. Misner. 1973. *Gravitation*.

Tolman, R. 1934. *Relativity, Thermodynamics and Cosmology (Relativität, Thermodynamik und Kosmologie)*. Oxford at the Clarendon Press.

Tsamparlis, Michael. 1978. "Über die Palatini-Methode der Variation." *Journal of Mathematical Physics* 19 (3): 555-57.

Vuyk, V. 2018. "A Fifth Force Vacuum Dipol Repeller, Needed to Create All Attraction Forces Even Around Black Holes in Quantum FFF Theory". *Research Gate Publication*, Nr. 325995732.

Wald, R. 1984. *General Relativity*.

Weinberg, S. 2000. *The Quantum Theory of Fields: Volume 1, Foundations. Band 2, Modern Applications. Band 3, Supersymmetrie*. Vol. 1-3. Cambridge University Press.