

# 야누스 우주론 모델

## *바이메트릭 유니버스: 관점 및 과제*

히참 제즐리<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> ENSISA 졸업 엔지니어 - [hicham.zejli@manaty.net](mailto:hicham.zejli@manaty.net)

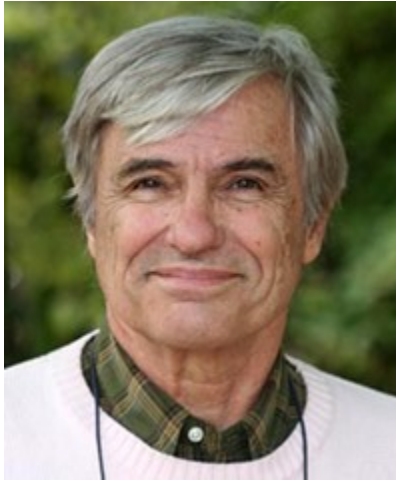
## 목차

장 피에르 뷔띠(프랑스)의 서문.....	5
1 소개 .....	14
1.1 책의 맥락 및 목표 제시하기 .....	14
1.2 야누스 우주론 모델에 대한 간략한 소개와 그 중요성.....	14
2 이론적 토대 .....	16
2.1 뉴턴의 만유인력의 법칙 .....	16
2.2 특수 상대성 이론 소개.....	16
2.2.1 민코스키의 시공간과 자신의 시간 .....	17
2.2.2 한계로서의 빛의 속도 .....	18
2.2.3 기본 개념 .....	18
2.2.4 질량 - 에너지 등가.....	19
2.3 일반 상대성 이론 소개.....	20
2.3.1 물리학의 혁명.....	20
2.3.2 관찰 가능한 효과 및 실험적 확인 사항.....	21
2.3.3 시공간 기하학 및 측지 방정식.....	22
관성 프레임 및 좌표.....	23
가속화된 실험실 참조 프레임워크로의 조정 전환 .....	23
2.3.4 메트릭 텐서 .....	26
2.3.5 크리스토펬 상징 .....	28
2.3.6 약한 필드 한계에서 측지 방정식의 적용 .....	35
2.3.7 칼 슈바르츠실트와 루드비히 플람의 솔루션 .....	39
2.3.8 슈바르츠실트 외형 기준의 측지법 구축하기 .....	41
2.3.9 로이 커 솔루션.....	48

2.4	안드레이 사하로프와 장 마리 수리오의 작품 .....	49
2.5	쌍곡선 리만 기하학에서 도입한 바이메트릭 접근법 .....	50
3	야누스 우주론 모델 .....	53
3.1	설명 .....	53
3.2	시사점 .....	54
3.3	쌍극자 리펠러 .....	63
3.3.1	소개 .....	63
3.3.2	해석에 대한 몇 가지 시도 .....	63
3.3.3	암흑 물질 갭에 의한 해석 .....	64
3.3.4	야누스 우주론적 모델에 의한 해석 .....	66
3.3.5	향후 전망 .....	86
4	우주론 및 입자 물리학에 대한 기여도 .....	87
4.1	동적 그룹 소개 .....	87
4.2	각 반전 연산자와 관련된 다양한 대칭성 .....	90
4.3	로렌츠 다이나믹스 그룹 .....	91
4.4	제한된 푸앵카레 역학 그룹 .....	92
4.5	다이나믹 칼루자 & 야누스 제한 그룹 .....	92
4.6	야누스 다이나믹 그룹 .....	92
4.7	시사점 .....	96
5	<i>단방향 막으로서의</i> 백색 분수와 결합된 웜홀 모델에 대한 대안적 해석 .....	98
5.1	다양한 토폴로지를 반영하는 아인슈타인 방정식의 해법 .....	98
5.2	<i>정태성</i> 가설: 교차 기간의 부재 $dr dt$ .....	102
5.3	두 장의 로렌츠 기하학적 무한 해의 구축 .....	103
5.3.1	대칭 T .....	103
5.3.2	대칭 P .....	104

5.3.3	두 시트의 식별.....	105
5.4	이 지오메트리의 또 다른 표현.....	106
5.5	결론 .....	108
5.6	부록 .....	108
6	모델의 위상학적 해석.....	110
6.1	정의 .....	110
6.2	웜홀 모델.....	110
6.3	우주의 모델 .....	112
7	초질량 아 임계 천체 M87과 궁수자리 A*에 대한 대안적 해석.....	118
7.1	소개 .....	118
7.2	현상에 대한 다른 해석.....	122
7.2.1	물리적 임계값과 기하학적 임계값의 비교 .....	122
7.2.2	물리적 임계점에 가까운 중력 적색편이.....	124
7.2.3	일정한 밀도의 플라즈마에서 빛의 속도와 압력의 변화.....	127
7.3	결론 .....	128
8	도전과 토론 .....	129
8.1	모델 커뮤니케이션 및 수용의 과제.....	129
8.2	비판 및 대응에 대한 토론 .....	131
중력과 우주론의답변 .....	131	
이 리뷰어에 대한 나의 답변 .....	132	
천문 관측 결과의비판적 분석.....	133	
9	결론 및 토론 .....	135
참고 문헌 .....	137	

## 장 피에르 뷔띠(프랑스)의 서문



올해는 2024년입니다. 계산을 해보세요. 저는 1937년에 태어났습니다. 이 글을 쓰고 있을 때 저는 87세가 될 것입니다. 시간이 너무 빨리 지나가서 여러분이 이 글을 읽을 때쯤이면 저는 더 이상 우리 곁에 없을지도 모릅니다. 저는 이 글을 쓰고 있지만, 히참도 호소하는 메시지가 담긴 병을 바다에 던지는 것과 같은 심정일 것입니다. 제가 이 글을 쓰고 있을 때 야누스 팀은 세 명으로 줄었습니다. 1979년생인 히참을 제외하고 1985년생인 젊은 수학자 데이비드가 있습니다. 2022년, 40년 동안 야누스 프로젝트를 담당한 사람은 저 혼자뿐이었습니다. 이 두 사람은 2023년 1월 파리에서 제가 한 강연을 들은 후 저와 함께하게 되었습니다.

과학계에서 무슨 일이 일어나고 있는 걸까?"라고 말하고 싶은 기분이 듭니다.

아시다시피 100여 년 전, 양자역학과 우주론이라는 두 가지 새로운 학문이 갑자기 등장하면서 과학계가 발칵 뒤집혔습니다. 그 후 70년 동안 과학의 발전은 환상적인 속도로 이어졌습니다. 이론가들은 뉴턴 역학으로는 설명할 수 없었던 수성 주변부의 전진 현상과 같이 오랫동안 알려진 사실에 대한 설명을 제공했습니다. 또는 러시아의 알렉산더 프리드만이 1915년 아인슈타인이 도입한 방정식에 대한 최초의 불안정 해를 제시함으로써 우주 팽창의 발견과 같은 새로운 관측에 대한 질문이었는데, 이는 현재 새로운 세계관인 일반 상대성 이론의 기초를 형성하고 있습니다.

때때로 이론가들은 새로운 비전을 제시하며 계산의 균형을 맞추기 위해 이상한 물체를 제안하기도 합니다. 한 가지 예로 1928년 영국인 폴 디랙이 그 존재를 추측한 반물질을 들 수 있습니다.

이 글을 읽은 후 데인 닐스 보어의 반응을 일화처럼 인용해 보겠습니다:

*"이 이론은 아프리카에서 코끼리를 잡는 데 이상적입니다. 나무에 디랙의 논문을 걸어 놓습니다. 코끼리가 다가와서 디랙의 글을 읽습니다. 코끼리는 너무 놀라서 쉽게 포획할 수 있습니다.*

그러나 <네이처>는 디랙의 좋은 친구였고, 1931년 우주선 속에 반전자가 존재한다는 사실을 확인했습니다. 당시에는 입자 충돌기에서 이 반물질을 재현할 수 없었습니다. 따라서 우주 깊은 곳에서 나온 감마선이 전자-반전자 쌍으로 변환되어 양전자로 알려지게 된 물체였습니다.

패러다임의 전환으로 묘사되는 이 혁명은 1895년 콘라드 뢰트겐, 앙리 베크렐, J.J. 톰슨의 발견으로 시작되었으며, 입자와 원자 현상이 과학계에 극적으로 등장할 것을 예고했습니다. 수십 년 동안 한쪽에서는 이론가들이, 다른 한쪽에서는 실험가와 관찰자들이 나란히 질주하는 두 무리의 순종 경주마가 다른 무리의 경주마보다 조금 앞서가는 모습과 비슷했습니다.

이 모든 것은 2차 세계대전 이후에도 수십 년 동안 계속되었습니다. 이러한 주요 발견 중에는 1967년 우주의 초기에 물질-반물질 쌍의 환상적인 소멸이 일어났다는 증거를 제공하는 저에너지 광자 집단인 우주 마이크로파 배경을 우연히 발견한 것이 있습니다.

1960년대 말, 현재 우리가 우주론자라고 부르는 사람들의 관심사는 단순히 우주의 평균 밀도 값을 알아내는 것이었습니다. 만약 그 값이  $10^{-29}$  그램보다 크다면 우주는 주기적으로 진화하고 있는 것입니다. 팽창 단계가 끝나면 스스로 붕괴하여 빅 크런치를 일으킵니다. 이 밀도가 더 낮으면 우주의 먼 미래에는 은하들이 일정한 속도로 무한히 서로 멀어질

것입니다. 그리고 이 밀도가 이 값과 같다면 진화가 이 두 극단 사이에 있다고 가정해 봅시다.

제가 연구 경력을 시작한 것은 1960년대 말, 바로 이때였습니다.

다음 단계는 어떻게 되나요?

아주 빠르게, 역학은 엉망이 되었고 모든 것이 나빠지기 시작했습니다. 세기가 진행되면서 가속기의 에너지가 증가함에 따라 생겨난 입자 물리학 이론가들은 초입자라고 부르는 새로운 물체의 출현을 예측했습니다.

하지만 아무 일도 일어나지 않았습니다.

1980년대 초, 은하계에서 별이 회전하는 속도를 설명하고 원심력으로 인해 별이 폭발하지 않는 이유를 설명하기 위해 우주 전체 질량의 5분의 4를 차지하는 암흑 물질의 존재가 제안되었습니다.

1989년 COBE 위성이 관측한 결과 초기 우주의 극도의 균질성이 밝혀졌습니다. 이를 정당화하기 위해 젊은 러시아인 안드레이 린데는 우주가 불과 몇 초밖에 되지 않았을 때 갑작스럽게 1배의 팽창을 겪었다는 인플레이션 이론을 제안했습니다.  $10^{-33}$  초, 갑작스러운 팽창을 겪었습니다.  $10^{26}$  이것은 인플레이터로 알려진 새로운 입자로 구성된 새로운 장에 의해 발생했습니다.

오늘날에는 이 분야를 전문으로 연구하는 연구자 수만큼이나 많은 인플레이터 모델이 있습니다.

2011년에는 암흑 에너지로 인한 우주 팽창의 가속화에 대한 또 다른 발견으로 노벨상이 수여되었습니다. 아인슈타인의 표현을 빌려 그 중요성을 해석하자면  $E = mc^2$ 라는 표현으로 그 중요성을 해석해보면, 이번에는 우주 물질의 75%가 관측을 피하고 있습니다.

제가 이 글을 쓰고 있는 2024년에는 암흑 에너지에 대한 신뢰할 만한 모델이 존재하지

않습니다.

계산을 해보면, 현재 관측이 가능한 일반 물질은 우주 수프의 4%에 불과합니다.

암흑 물질에 대한 다양한 후보가 제안되었으며, 주요 후보 중 하나는 가상의 초입자 계열을 대표하는 중성미자입니다. 그러나 강력한 충돌기에 나타나게하는 것이 불가능하다는 사실을 제외하고는 두꺼운 암석 층에 의해 우주 방사선으로부터 보호되는 터널과 광산에서 수행 된 값 비싼 실험에서 모든 탐지 시도를 피할 수 있습니다.

이론적인 측면에서는요?

1970년대에 접어들면서 고에너지 물리학 실험의 결과 부족으로 새로운 패러다임의 전환이 요구되자, 한 연구 그룹은 개방형 또는 폐쇄형 진동 현으로 구성된 새로운 모델을 사용하여 물질 입자와 방사선과 관련된 입자를 모두 표현할 것을 제안했습니다. 대다수의 이론가들은 새롭고 유망한 방향이라고 생각하여 이를 받아들였습니다. 모든 국가에 연구 및 교육 자리가 만들어졌습니다. 팀이 결성되었습니다. 이 운동의 중심에 있던 사람들은 심지어 모든 것에 대한 이론을 구축하는 꿈을 꾸기도 했습니다. 이러한 사고의 흐름은 산더미처럼 쌓인 논문과 박사 학위 논문을 탄생시켰습니다.

세 번째 밀레니엄이 시작되는 새벽의 상황은 어떤가요?

없음: 산이 생쥐를 낳습니다.

현재 상황은 한스 크리스티안 안데르센의 단편 동화 "*황제의 새 옷*"을 연상시킵니다. *이야기의 마지막에 한 아이가 "황제는 벌거벗었어!"라고 썼죠.*

히참의 책은 '*우주는 양과 음의 질량으로 이루어져 있다*'는 한 문장으로 요약할 수 있는 패러다임 전환의 이야기입니다.

왜 안 될까요?



하지만 이 아이디어는 실처럼 튀어나와 있습니다. 이 실을 당기면 줄이 이어집니다. 실을 당기면 밧줄이 연결됩니다. 밧줄을 당기면 그 다음에는 무거운 케이블이 연결되어 건물이 흔들립니다.

어느 건물인가요?

알버트 아인슈타인의 신성한 일반 상대성 이론은 전 세계 물리학 연구소에 돌에 새겨져 있는 방정식입니다.

이론이 틀렸다는 뜻인가요?

아니요, 동전의 양면일 뿐입니다. 그것은 두 개의 결합된 필드 방정식 시스템으로 통합되어야 합니다. 이 책의 페이지에서 이 불경스러운 아이디어에서 나온 모든 것을 찾을 수 있습니다.

2023년 1월, 40년 동안 이 주요 프로젝트를 수행해 온 유일한 사람인 저는 파리에서 데이비드와 히참이 참석한 가운데 컨퍼런스를 열었습니다.

데이비드는 젊은 수학자입니다. 그는 박사 학위 논문이 있지만 연구에 대한 압박감에 시달리지 않고 대학에서 수학을 가르치는 것을 선호합니다.

때때로 아이디어를 이어받는 것은 연구자라는 말이 있습니다. 사실 그 반대입니다. 연구자들을 사로잡는 것은 아이디어입니다. 제 야누스 모델의 기초가 되는 우주의 다른 토폴로지에 대한 아이디어가 데이비드를 사로잡았습니다. 지난 10개월 동안 그는 이 모델의 수학적 근거를 수학 물리학 저널에 발표하기 위해 노력해 왔습니다. 아마도 이 글을 읽으실 때쯤이면 이 연구 결과가 마침내 최고 수준의 저널에 게재되었을 것입니다. 그렇다면 다른 수학자들이 이 함정에 걸려들기를 바라는 마음에서 함정을 설치한 것입니다.

새로운 아이디어는 아프리카에서 작은 원숭이를 잡기 위해 사용하는 덫과 같습니다. 구멍이 뚫린 속이 빈 껍데기를 원숭이 손이 닿는 곳에 놓습니다. 껍질 안에는 원숭이가 아주 좋아하는 과일 조각이 들어 있는데, 그 지름이 구멍과 정확히 같습니다. 원숭이가 구멍에

손을 놓으면 손과 과일을 모두 꺼낼 수 없습니다. 저도 40년 전에 비슷한 함정에 빠졌습니다. 어떤 아이디어가 지나가다가 저를 사로잡아 제 뉴런을 장악했습니다. 어떤 아이디어가 논리적이고, 기능적이며, 유익할 때, 그것을 제거하기는 매우 어렵습니다. 게다가 그 아이디어가 관찰 결과와 일치하면 거부하는 것이 불가능해지기 때문에 과학계에서 일종의 돌연변이, 즉 아웃사이드가 되어 삶이 매우 복잡해집니다. 미로에 계속 머물기로 결정하지 않는다면 말입니다.

1959년 영국인 아서 코스틀러는 '몽유병(잠꼬대)'이라는 제목의 책을 썼습니다. 그는 과학자들을 잠결에 눈을 감고 양손을 앞으로 쭉 뻗은 채 길을 찾으려는 사람들로 묘사했습니다. 자신도 모르는 사이에 그들은 미로를 걷고 있는 것입니다. 미로가 어떻게 구성되어 있는지도 모른 채 활짝 열려 있는 문을 보지 못하고 지나쳐 막다른 길로 들어서는 경우도 있습니다. 이 아이디어는 새로운 것이 아닙니다. 플라톤의 동굴 신화에서도 이와 비슷하고 더 정적인 아이디어를 찾을 수 있습니다.

이제 히참 제즐리에게 일어난 일에 대해 이야기하고 싶습니다. 2023년 1월, 프랑스 회사에서 컴퓨터 엔지니어로 일하던 그는 제가 파리에서 야누스 우주론 모델에 대해 강연한 내용에 흥미를 느꼈습니다. 그는 제가 2017년에 제작한 30여 개의 동영상 시청하고 이 주제에 관한 모든 책을 읽으며 이 모델의 주요 특징을 발표했습니다. 그는 제가 동영상과 함께 인터넷에 올린 PDF 파일에서 찾은 모든 계산을 다시 실행했습니다. 그리고 나서 함정이 닫힙니다.

그의 책을 읽으셨다면 조심하세요! 당신도 미궁의 희생양이 될 수 있습니다. 이 페이지에서 눈을 뜨면 미로의 벽 중 하나를 오르게 될지도 모릅니다. 그러면 과학의 세계가 여러분에게 다르게 보일 것입니다. 히참의 경우처럼, 때로는 가장 권위 있는 상을 수상한 사람들이 몽유병 환자처럼 미로의 고리를 돌고 도는 것을 갑자기 보게 될 것입니다. 소위 과학계를 구성하는 사람들이 받아 들인 모델은 노골적인 오산의 명백한 결과로 여러분에게 나타날 것입니다. 여러분은 이 솜방망이 과학자들이 어떻게 수많은 관측 자료와 함께 웅장하게 펼쳐진 새로운 길을 보지 못하고, 널빤지에 지나지 않는 아이디어에 집착하며, 사방에서 새어 나오는 표준 모델에 가혹한 현실의

암초가 초래한 틈새에 열렬히 못 박혀 썩은 채로 계속해서 새로운 길을 지나쳐 가는지 보게 될 것입니다.

그리고 안데르센 동화 속 주인공처럼 "*왕이 벌거벗었다!*"라고 외치고 싶을 것입니다.

히참이 1년도 채 안 되는 기간 동안 해낸 작업은 상당히 많은데, 이 모든 것이 업무 외의 여가 시간이라고 할 수 있는 시간에 이루어졌다는 사실에도 불구하고 말이죠. 그는 12개월 동안 제 야누스 모델의 영향을 받는 다양한 영역과 관련된 놀랄 만큼 많은 것들을 피상적으로가 아니라 깊이 있게 이해하고 동화했습니다. 그렇게 짧은 시간에 그렇게 많은 것을, 그렇게 복잡한 것을 삼키고 소화하는 사람은 본 적이 없습니다.

야누스 모델이라는 이 환상적인 모험과 그에 수반되는 모든 것의 첫 번째 기록자가 된 그는 이 책에서 이 모험을 목격하고 기록해야만 했습니다. 그는 이미 몇 달 동안 기사 작성에 적극적으로 참여해 왔으며 이 모험의 모든 것을 놓치고 싶지 않습니다. 그는 단순한 목격자가 아니라 자신의 아이디어와 개인적인 공헌을 이 책에 기여함으로써 한 명의 선수가 되기를 원하며, 우리는 그가 선수가 되기를 바랍니다.

가능한 한 널리 배포하기 위해 그가 쓴 책은 모든 언어로 무료로 다운로드할 수 있는 PDF로 제공되며, 이러한 정신으로 계속 발전해 나가야 합니다. 지식에는 특별한 점이 있습니다. 한번 주면 되돌릴 수 없고, 어느 정도는 자신의 것으로 만들기도 어렵다는 것입니다.

이 이미지에는 세 명의 남자가 임시 뗏목에 앉아 서로 다른 언어로 된 메시지를 병에 담아 무작위적인 바다의 흐름에 차례로 넘기는 모습이 담겨 있습니다. 여러분이 이 글을 읽을 때쯤이면 저는 더 이상 살아있지 않을지도 모릅니다. 시간이 너무 빨리 지나가네요. 이 모든 것이 어떻게 될까요? 모르겠어요.

저는 오늘날 인류가 운명과 조우하고 있으며, 이 우주론적 모델 너머에 또 다른, 훨씬 더 광대한 우주 비전이 형성되고 있다는 막연한 느낌이 듭니다. 이를 설명하기 위해 1975년 안드레이 사하로프의

노벨 평화상 수락 연설의 마지막 부분을 인용하겠습니다. 제가 직접 만든 말입니다:

"수천 년 전 인류의 부족들은 생존을 위한 투쟁에서 큰 어려움을 겪었습니다. 그때는 곤봉을 휘두를 수 있는 능력뿐만 아니라 지적으로 사고하는 능력, 부족이 축적한 지식과 경험을 고려하는 능력, 다른 부족과 협력할 수 있는 토대를 마련하는 유대감을 키우는 것이 중요했습니다. 오늘날 인류는 비슷한 시험에 직면해 있습니다. 무한한 우주에는 여러 문명이 존재할 수 있으며, 그 중에는 우리보다 더 현명하고 '효율적인' 사회도 있을 수 있습니다. 저는 우주의 발전이 본질적인 특성에 따라 무한히 반복된다는 우주론적 가설을 지지합니다. 가장 '성공적인' 문명을 포함한 다른 문명들은 우주의 책의 '다음' 또는 '이전' 페이지에 무한히 많은 횟수만큼 새겨져 있습니다. 그럼에도 불구하고 우리는 어둠 속의 희미한 불빛처럼 모호한 무의식의 허무에서 잠시나마 물질적 존재로 나온 이 세상에서 우리의 신성한 노력을 최소화해서는 안 됩니다. 우리는 이성의 요구를 존중하고 우리 자신과 우리가 간신히 인식하는 목적에 합당한 삶을 창조해야 합니다."

장 피에르 삐띠, 세계 시민 - [jean-pierre.petit@manaty.net](mailto:jean-pierre.petit@manaty.net)



히참 제즐리 - 1979년 9월  
22일 - 프랑스 국적

# 1 소개

## 1.1 책의 맥락과 목적의 제시

우주론과 이론 물리학의 현재 환경에서 우주에서 관찰되는 현상을 설명하기 위한 새로운 모델을 탐구하는 것은 여전히 활발하고 논쟁적인 연구 분야입니다. 이 책은 물리학자 장 피에르 프티 박사가 개발한 혁신적이고 혁명적인 우주론 모델인 야누스 우주론 모델(JCM)을 탐구하고 제시합니다.

수학과 물리학을 전공한 엔지니어로서 저는 야누스 우주론 모델을 연구하면서 우주에서 가장 수수께끼 같은 현상을 탐구하고 해석하는 데 혁신적이고 지적으로 보람 있는 접근법을 발견했습니다. 이 접근법은 또한 이 모델에서 도출된 기본 원리를 바탕으로 지역적 규모에서 많은 실용적 응용 프로그램을 개발할 수 있는 길을 열어줍니다.

이 책에는 두 가지 주요 목표가 있습니다:

첫째, 저와 비슷한 배경, 즉 수학 및 이론 물리학의 고급 수준을 가진 과학자들이 접근할 수 있는 특정 연구를 통해 야누스 우주 모델, 그 기초 및 그 의미에 대한 자세한 설명을 제공하기 위해서입니다.

둘째, 우리 팀 내부의 강렬하고 보람차고 다양한 협업에도 불구하고, 주요 동료 심사 과학 저널의 자문을 받는 리뷰어들과의 소통 부족으로 인한 현저한 대조를 강조하고 싶습니다. 이러한 상황은 연구자들 간의 의미 있고 건설적인 대화 없이 혁신적인 아이디어가 등장하고 발전할 때 직면할 수 있는 어려움을 강조합니다.

## 1.2 야누스 우주론 모델에 대한 간략한 소개 및 그 중요성

야누스 우주론 모델은 우주를 두 가지 척도를 가진 리만 다양성으로 설명한다는 대담한 제안으로 이론 물리학계에서 두각을 나타내고 있습니다. 이 구조는 아인슈타인의 일반 상대성 이론을 기반으로 하며 입자 물리학 및 심플렉틱 기하학의 요소를 통합합니다. 이 모델은 시간의 반전, 에너지의 반전, 결과적으로 질량의 반전 사이의 연결 고리를 확립한 안드레이 사하로프와 장 마리 수리오의 연구에 그 뿌리를 두고 있습니다.

이 모델의 가장 큰 공헌 중 하나는 우주의 바리오닉 비대칭성 문제를 해결할 수 있다는 점입니다. 현재 우주론 논쟁의 핵심인 이 문제는 빅뱅 모델의 예측과 달리 반물질보다 물질이 우세한 것으로 관측되는 것과 관련이 있습니다. 야누스 우주론 모델은 물질과

반물질이 지배하는 동일한 특이점으로부터 발생하는 2차원  
우주의 존재를 가정함으로써 이 문제에 대한 새로운 관점을 제시합니다. 이  
모델의 독창성은 중력 효과에 의해 두 개의 시공간 '층'이 상호 작용하는 우주에 대한  
이원론적  
접근 방식에 있으며, 암흑 에너지와 암흑 물질과 같은 현상에 대한 대안적 설명을 제공하고  
성간 여행에 대한 새로운 이해를 열어줄 수 있다는 점에서도 찾을 수 있습니다.  
요컨대, 이 책은 우주론과 이론 물리학의 현재 관점에 도전하고, 우주에 대한 우리의  
이해에 대한 미개척 가능성에 대한 깊은 성찰을 유도하는 혁신적인 접근법으로 이 모델을  
제시하는 것을 목표로 합니다.

## 2 이론적 기초

### 2.1 뉴턴의 만유인력의 법칙

유클리드 공간에서 공식화된 뉴턴의 법칙에 따르면 질량이 중력의 영향을 받을 때  $m$  중력의 영향을 받는다는 것입니다.  $G$  다른 질량에 의해 생성된  $M$ 이 힘  $F$  두 질량을 분리하는 거리의 제곱에 반비례합니다.  $d$ 의 제곱에 반비례합니다. 다음 방정식으로 표현할 수 있습니다:

$$F = \frac{G \cdot m \cdot M}{d^2}$$

질량이 클수록 힘도 커지지만, 이 힘은 분모에 있는 항  $d^2$ 로 인해 이 힘은 거리가 멀어질수록 급격히 감소합니다. 이 법칙은 중력과 천체의 움직임을 이해하는 데 필수적입니다.

물리학에서 만유인력의 법칙은 지구에서 행성, 별에 이르기까지 천체 간의 중력 상호작용을 이해하는 데 기본이 되어 왔습니다. 이 법칙은 고전 역학의 기본 법칙으로 남아 있으며 천문학과 천체 물리학의 발전에 중요한 역할을 해왔습니다. 또한 수 세기에 걸쳐 수많은 관측과 실험을 통해 확인되어 우주에 대한 이해에 있어 그 타당성이 더욱 강화되었습니다.

그러나 뉴턴의 중력 법칙은 많은 시나리오에서 매우 강력하고 정확한 것으로 입증되었지만, 빛의 속도에 근접하는 상황이나 천문학적 규모의 현상에 적용할 때는 한계를 보이기 시작했습니다. 이것이 바로 알버트 아인슈타인의 특수 상대성 이론이 등장하게 된 출발점이었으며, 공간, 시간, 중력의 기본 개념에 대한 이해의 패러다임이 바뀌는 계기가 되었습니다. 다음 섹션에서는 특수 상대성 이론의 기본 원리를 심층적으로 살펴보고, 이를 통해 이후 일반 상대성 이론을 탐구하기 위한 토대를 마련할 것입니다. 이를 통해 우주의 복잡성을 더 깊이 이해할 수 있을 것입니다.

### 2.2 특수 상대성 이론 소개

20세기 초 21세기 초, 물리학은 17세기 아이작 뉴턴 경이 확립한 기초에 도전하는 개념적 혁명을 겪었습니다(21세기). 관측과 실험이 점점 더 정밀해지면서 광속에 가까운 속도와 극한의 우주 환경을 연구할 때 이상 현상이 나타나기 시작했습니다. 이러한 맥락에서



알버트 아인슈타인의 특수 상대성 이론이 등장하여 공간, 시간, 중력에 대한 우리의 전통적인 이해를 뒤집었습니다.

### 2.2.1 민코프스키의 시공간과 자신의 시간

특수 상대성 이론은 우주가 시간이 별개의 실체라는 3차원 유클리드 공간에서 일어난다는 생각을 버리라고 권유합니다. 그 대신 3차원의 공간이 1차원의 시간에 수직인 4차원의 초표면 속에 우리가 존재한다는 모델을 제안합니다. 이러한 공간과 시간의 융합은 미터법 부호를 가진 민코프스키 시공간을 형성합니다.  $(-+++)$  즉, 미터법 서명은 특수 상대성 이론 방정식에서 시간과 공간의 간격이 어떻게 결합되어 있는지를 나타내는 시공간에 대한 중요한 특성입니다. 이 시그니처에서  $(-+++)$ 에서 첫 번째 항은 시간의 간격에 해당하며, 이 항은 공간의 간격에 해당하는 다음 세 항에서 차감됩니다. 즉, 미터법에서 시간은 음의 부호를 갖는 반면 세 공간 차원은 양의 부호를 갖습니다. 이 특정 부호는 특수 상대성 이론에서 거리와 시간 간격을 측정하는 방법을 이해하는 데 매우 중요합니다.

이 개념을 더 잘 이해하려면 두 개의 시공간으로 설명되는 시공간에서 움직이는 점  $M$  이 두 좌표로 설명되는 시공간에서 움직이는 점  $(t)$ 과 공간 위치  $(x)$ . 이 점이 이동함에 따라 인접한 지점  $(M')$  은 약간 수정된 값에 해당합니다:  $(t + dt, x + dx)$ , 여기서  $dt$  와  $dx$  는 시간과 공간의 작은 증분을 나타냅니다. 이 증가가 다음과 같이 설명되는 궤적을 따라 발생한다고 생각하면  $x = ct$  (여기서  $c$  는 빛의 속도입니다), 이 증분은  $dx = c dt$ .

이 시점에서 *클린 타임*의 개념을 소개합니다. 양  $s$ 은 빠른 속도로 움직이는 물체의 수명을 지배하는 시간의 척도입니다.  $v$ . 계산하려면  $s$ 을 계산하려면 다음 방정식을 사용합니다:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2$$

이 방정식은 적절한 시간  $(s)$ 이 시간  $(dt)$  및 공간  $(dx)$  물체가 속도로 움직일 때  $v$ . 또한 적절한 시간은 물체의 속도와 궤적의 함수에 따라 달라질 수 있으며, 시간 팽창과 같은 현상을 초래할 수 있음을 보여줍니다.

아인슈타인의 특수 상대성 이론에서 시간은 절대적인 것이 아니라 관찰자의 상대적 속도에 따라 달라집니다. 다음 수학적 전개는 움직이는 시계(우주선에 탑재된)가 측정한 시간인 적정 시간  $\tau$ (우주선에 탑재된) 움직이는 시계가 측정한 시간인 적정 시간과 좌표 시간  $t$ 지상의 시계가 측정한 시간(관찰자를 기준으로 정지 상태)입니다:

$$\begin{aligned}
s = c\tau &\Rightarrow ds = cd\tau && \Rightarrow c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \\
&\Rightarrow d\tau^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2} dx^2 && \Rightarrow \frac{d\tau^2}{dt^2} = 1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \\
&\Rightarrow \frac{d\tau^2}{dt^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} && \Rightarrow \tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}
\end{aligned}$$

이는 다음과 같은 시나리오에서  $t$  는 지상에 시계를 장착한 고정된 관찰자가 측정한 시간을 나타내고,  $v$  이 가정된 부동성에 대해 이 속도로 움직이는 온보드 시계가 장착된 물체의 속도인 경우, 이 물체의 적절한 시간은  $\tau$  이 물체의 적절한 시간은 로렌츠 계수로 알려진 시간 팽창의 영향을 받습니다.  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  로 알려진 시간 팽창의 영향을 받습니다.

### 2.2.2 한계로서의 빛의 속도

이 시공간에서 빛의 속도는 빛이 전파되는 시공간(및 그 내용물)의 속성에 의해 제약을 받는다는 점에 유의하는 것이 중요합니다.

가 공간 좌표라고 가정하면  $x$  는 공간 좌표  $t$  는 시간 좌표이고  $c$  가 빛의 속도라고 가정하면, 다음 식을 사용하여 속도를 정의할 수 있습니다.  $v$  를 정의할 수 있습니다.  $v = \frac{dx}{dt}$ .

적정 시간의 변화가 항상 0보다 크거나 같다고 가정합니다,  $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \geq 0$  진공 상태에서의 빛의 속도는 다음과 같이 양의 정지 질량을 가진 움직이는 물체의 궁극적인 속도 제한입니다.  $v \leq c$ . 반면에 광자는 다음과 같은 궤적을 따릅니다.  $v = c$ 의 궤적을 따르기 때문에 빛과 관련된 고유한 특성을 갖게 됩니다.

특수 상대성 이론은 관성 기준 프레임, 특히 균일한 직선 운동(곡률이 없는 공간에서 일정한 속도로 직선으로 움직이는)을 연구하는 데 국한된 이론입니다.

### 2.2.3 기본 개념

특수 상대성 이론은 주로 세 가지 개념을 기반으로 합니다:

- **빛의 속도 불변성 가정:** 이 가정은 진공 상태에서의 빛의 속도는 우주 상수이며, 상대 운동에 관계없이 모든 관찰자에게 동일하게 유지된다는 것입니다. 즉, 빛의 속도는 관찰자의 속도에 더하거나 뺄 수 없다는 것입니다. 이 기본 개념은 유명한 미셸슨-몰리 실험(Michelson and Morley 1887)을 통해 확인되었습니다.

- **우주론적 원리:** 우주론적 원리는 우주가 균질하고 등방성이라는 가정을 전제로 합니다. 이는 우주의 특성이 모든 방향과 모든 규모에서 균일하고 동일하다는 것을 의미합니다. 이 원리를 통해 우리는 우주 전체를 고려함으로써 특수 상대성 이론의 적용 범위를 우주 규모로 확장할 수 있습니다.
- **특수 상대성 이론의 원리:** 특수 상대성 원리는 물리 법칙이 모든 관성적 기준 프레임에서 일관되게 적용된다는 것을 말합니다. 관성 프레임은 서로에 대해 일정한 속도로 움직이는 프레임을 말합니다. 이 원리는 갈릴레오의 상대성 이론을 일반화하여 절대적 기준 프레임의 개념에 의문을 제기합니다. 이 원리는 관찰자의 상대적 속도에 상관없이 물리 법칙이 일관되고 불변한다는 것을 보여줍니다.

### 2.2.4 질량 - 에너지 등가성

물리학에서 가장 상징적인 방정식 중 하나는 알버트 아인슈타인의 질량-에너지 등가 방정식입니다. 이 방정식은 질량( $m$ )과 에너지( $E$ )의 깊은 관계를 나타내며, 우주에서 이 둘이 서로 교환 가능하다는 것을 보여줍니다.

이 등식을 공식화한 알버트 아인슈타인의 혁명적인 직관은 그의 특수 상대성 이론에서 비롯되었습니다. 이 이론에서 아인슈타인은 에너지와 질량이 본질적으로 연결되어 있다고 가정했으며, 이 방정식은 이러한 결합의 초석 역할을 합니다.

방정식의 핵심 개념은 간단합니다. 물체의 에너지( $E$ )는 물체의 질량( $m$ )에 정비례하며, 진공 상태에서의 빛의 속도( $c$ )를 비례 상수로 사용합니다. 수학적으로는 다음과 같이 표현할 수 있습니다:

$$E = mc^2$$

간단한 예를 통해 이 방정식을 더 자세히 살펴봅시다. 질량이 1그램(0.001킬로그램)인 작은 물체가 있다고 가정해 보겠습니다. 아인슈타인의 방정식을 적용하면 이 질량에 해당하는 에너지를 계산할 수 있습니다:

$$E = (0.001 \text{ kg}) \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 9 \times 10^{13} \text{ Joules}$$

이 놀랍도록 많은 양의 에너지는 방정식 (1) 의 심오한 영향을 강조합니다. 이 방정식으로 변환하면 작은 질량으로도 엄청난 양의 에너지를 생산할 수 있다는 것을 보여줍니다. 이

방정식은 별이나 원자력 발전소에서 일어나는 핵반응과 같이 질량의 작은 변화로 인해 상당한 에너지가 방출되는 핵반응을 이해하는 데 중추적인 역할을 합니다.

질량과 에너지를 연결하는 능력을 갖춘 아인슈타인의 방정식은 현대 물리학의 초석으로 남아 우주가 어떻게 작동하는지에 대한 우리의 이해에 큰 영향을 미치고 있습니다.

특수 상대성 이론은 우리를 광속에 가까운 속도로 여행하도록 안내하고 우리의 움직임에 따라 시공간이 어떻게 휘어지는지 밝혀냄으로써 우주의 흥미로운 측면을 탐구할 수 있게 해주었지만, 관성 기준 프레임과 균일한 직선 운동이라는 특정한 틀에 국한되어 있습니다. 하지만 중력이 작용하면 어떻게 될까요? 거대한 물체나 상당한 곡률이 존재할 때 시공간 구조는 어떻게 변화할까요? 다음 섹션에서 알버트 아인슈타인의 일반 상대성 이론에 대해 알아보겠습니다.

## 2.3 일반 상대성 이론 소개

### 2.3.1 물리학의 혁명

뉴턴의 법칙은 2.1절에서 설명한 것처럼 많은 상황에서 잘 작동하는 이론이지만 빛의 속도에 가까운 속도나 강한 중력장이 있을 때 관찰되는 특정 현상은 설명할 수 없습니다. 알버트 아인슈타인의 일반 상대성 이론(GR)은 이러한 중력 효과를 포괄하는 보다 완전한 이론입니다. 현대 물리학의 초석이 된 일반 상대성 이론은 중력과 우주에 대한 우리의 이해를 혁신적으로 변화시켰습니다. 1915년 알버트 아인슈타인이 제안한 이 이론은 중력이 질량과 에너지의 존재에 의해 유도되는 시공간 곡률의 표현이라는 원리를 기반으로 합니다. 이 이론의 핵심인 아인슈타인의 장 방정식은 물질과 에너지가 어떻게 시공간의 기하학에 영향을 미치는지, 그리고 이 곡선 기하학이 어떻게 물질과 에너지의 움직임을 안내하는지 설명합니다.

실제로 1915년 11월 25일에 처음 발표된 아인슈타인의 장 방정식은 일반 상대성 이론의 주요 편미분 방정식입니다:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

그런 다음 물질의 근원 주변의 기하학적 곡률을 이 근원의 중력장으로 해석합니다. 이 필드에서 물체의 움직임은 측지 방정식으로 매우 정확하게 설명됩니다. 미터법  $g_{\mu\nu}$  은 일련의 측지 방정식을 생성합니다. 중력 질량이 양수이거나 음수인 입자는 상당한 질량에

의해 생성된 중력 전위에 의해 편향될 때 동일한 측지선을 따라 동일한 방식으로 행동합니다.  $M$  예를 들어 지구 중력이나 태양 중력에서 말이죠. 따라서 별과 같은 거대한 물체는 질량뿐만 아니라 방사능과 같이 방출하는 에너지에 의해서도 시공간에 영향을 미칩니다. 일반 상대성 이론에서 물체의 에너지(나머지 질량 에너지 포함)는 다음과 같이 표현됩니다.  $mc^2$  로 표시되는 나머지 질량 에너지와 방사선과 같은 추가적인 형태의 에너지를 포함한 물체의 에너지는 물체가 생성하는 중력장에 기여합니다. 이 에너지와 질량의 결합된 기여도가 물체 주변의 시공간을 휘어지게 하는 것입니다. 두 번째 항은 시공간의 각 지점에서 우주의 내용을 고려합니다:

- **0이 아닌 경우**, 이 방정식에서 나오는 기하학적 해는 질량의 내부를 설명합니다.
- **0인 경우**, 이 방정식에 의해 유도된 해는 이 질량 주변의 우주가 완전히 비어 있는 부분을 가리킵니다.

### 2.3.2 관찰 가능한 효과 및 실험적 확인

GR이 설명하는 현상 중에는 수성이 태양에 가장 가까워졌을 때 행성의 자전면이 벗어나는 현상인 근일점 전이가 있습니다. 이 현상은 뉴턴의 법칙으로는 설명할 수 없는 값인 세기당 45아크초의 정확도로 측정되었습니다.

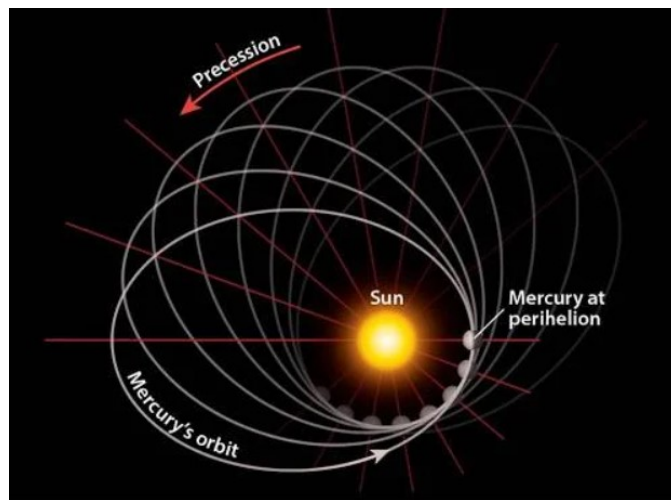


그림 2.1 - 수성의 주변부 진행

또 다른 관찰 현상은 태양 주위를 도는 빛의 곡률입니다. 1919년 일식이 일어났을 때 아서 에딩턴 경은 광선이 태양 주위를 휘는 것처럼 보이는 것을 발견했습니다. 실제로 이러한 광선은 측지학으로 알려진 곡선 시공간에서 가장 짧은 경로를 따릅니다. 빛이 이렇게 휘어 보이는 것은 질량의 존재로 인한 시공간의 변형 때문이며, 이 효과는 GR로 정확하게 설명할 수 있습니다((Dyson, Eddington, and Davidson 1920)).

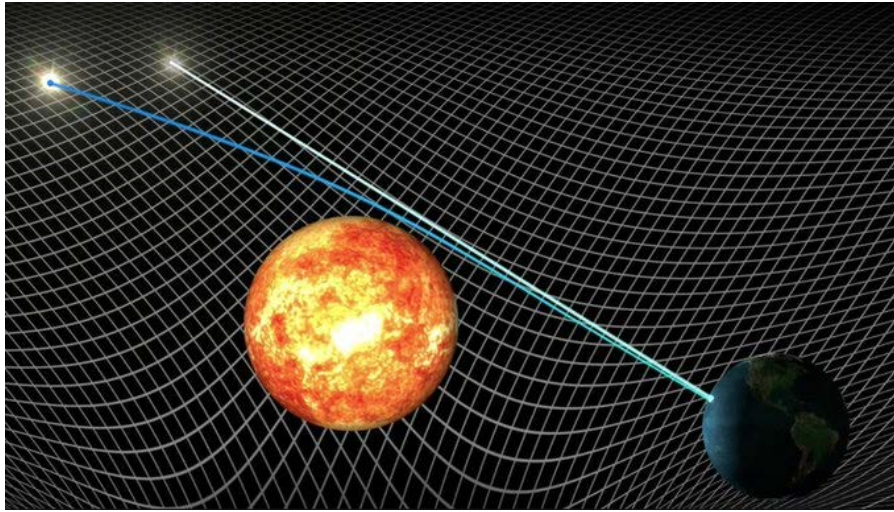


그림 2.2 - 일식 중 별빛의 곡률로 아인슈타인의 이론( ) 확인

이러한 현상은 GR 이론으로만 설명할 수 있기 때문에 비선형적인 것으로 간주됩니다. 그러나 상대론적 효과가 무시할 수 있는 조건에서는 뉴턴의 법칙이 유효한 근사치를 제공할 수 있습니다. 따라서 GR은 중력에 대한 이해를 뉴턴의 법칙의 한계를 넘어 확장하여 대규모 및 고속의 중력 상호작용을 더 잘 이해할 수 있는 길을 열어주었습니다.

### 2.3.3 시공간 기하학 및 측지 방정식

자유 낙하 시 관성 프레임에 대한 아인슈타인의 등가 원리를 떠올려 보세요:

*"중력장에서는 충분히 작은 영역에서 물리 법칙이 중력이 없을 때의 법칙과 동일하도록 국부적으로 관성적인 좌표계를 선택하는 것이 시공간의 어느 지점에서나 항상 가능합니다."*

이 자유 낙하 기준 프레임에서는 자유 낙하 중인 물체가 느끼는 관성력이 중력을 상쇄하여 물체가 어떤 힘(무중력 상태)에도 영향을 받지 않습니다. 따라서 관성 프레임은 상호작용하는 물체를 연구하는 기본 프레임(특수 상대성 프레임이라고도 함)으로서,

중력의 영향을 받는 '실험실 프레임'으로 알려진 두 번째 갈릴레이 프레임으로 물체를 분석하기 전의 기본 프레임입니다. 사실 이 후자의 프레임은 자연 관성 프레임에 비해 위쪽으로 가속( $a = -g$ ) 자연 관성 프레임("지구의 지면이 당신을 위로 가속한다"고 상상해 보세요)과 비교됩니다.

특수 상대성 이론에서 관성 프레임은 평평한 시공간을 수학적으로 표현하는 민코프스키 메트릭으로 설명됩니다. 이 메트릭은 중력의 영향이 없는 영역에서 적용됩니다. 이러한 맥락에서 물체의 궤적은 특수 상대성 이론의 원리에서 파생된 운동 방정식에 의해 결정됩니다. 일반 상대성 이론에서는 중력에 의해 휘어진 시공간에 대해 '측지'라는 용어를 사용하지만, 특수 상대성 이론의 민코프스키 메트릭에서는 이러한 궤적을 등속 운동을 나타내는 직선으로 더 잘 설명합니다. 이 프레임워크에서 관성 프레임의 물체는 일정한 속도로 직선으로 움직이며, 이는 평평한 시공간에서 측지선의 특수한 경우입니다.

### 관성 프레임 및 좌표

우선, 이 관성 프레임에 자신을 배치하고 이 프레임에서 점 질량의 좌표를 정의해 봅시다.  $\xi^\alpha$  를  $\xi^0 = ct, \xi^1 = x, \xi^2 = y, \xi^3 = z$  로 좌표를 정의합니다. 이 물체는 어떤 힘(등속력)도 받지 않으므로, 우리는 이를 추론할 수 있습니다:

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{d\tau^2} = 0$$

$$d\tau^2 = cdt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

여기서  $\tau$  는 이 공간의 메트릭 또는 간격에 해당하며, 다음과 같이 표시할 수도 있습니다.  $s$ 로 표시할 수도 있으며, 이 메트릭은 참조 프레임에 관계없이 변하지 않는다는 점에 유의해야 합니다.

### 가속화된 실험실 참조 프레임워크로의 좌표 변환

이제 이전 관성 기준 프레임에 대해 "위쪽으로 가속"된 새로운 갈릴리 실험실 기준 프레임에 좌표 변환을 적용해 보겠습니다:

$$x^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

그러나 새로운 갈릴리 프레임의 각 좌표는 관성 프레임의 좌표에 따라 달라지며, 그 반대의 경우도 마찬가지입니다:

$$x^\mu(\xi^0, \xi^1, \xi^2, \xi^3), \quad \xi^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

그리고 기억하세요  $\xi$  에 따라 달라집니다  $\tau$  :

$$\xi^\mu(\tau)(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

의 각 매개변수는  $\xi$  의 각 매개 변수는  $\tau$ . 따라서 우리는 :

$$\frac{d\xi^0}{d\tau} = \frac{dx^0}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^0} + \frac{dx^1}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^1} + \frac{dx^2}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^2} + \frac{dx^3}{d\tau} \frac{\partial \xi^0}{\partial x^3}$$

이는 반복되는 인덱스에 대한 합산 표기법을 사용하여 표현할 수 있습니다:

$$\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} = \sum_{\mu=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{dx^\mu}{d\tau}$$

*참고:* 수학에서 합계 표기법은 일련의 용어의 합계를 간결하게 표현하는 방법입니다. 식에서 아래 첨자가 아래 첨자와 위 첨자로 모두 표시되는 경우, 이는 일반적으로 해당 아래 첨자에 대한 합계를 의미하며, 이는 해당 아래 첨자의 가능한 모든 값을 더한다는 것을 의미합니다. 이 표기법은 반복되는 인덱스가 포함된 방정식의 표현을 단순화하기 위해 수학 및 물리학의 다양한 분야에서 일반적으로 사용됩니다.

이제 이 식을 다시 유도하여 측지 방정식 (2) , 를 도출하고자 합니다:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \left( \frac{d\xi^\alpha}{d\tau} \right) &= \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{dx^\mu}{d\tau} + \left( \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right) \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = 0 \\ \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} &= 0 \end{aligned}$$

다음과 같이 반복되는 인덱스에 대한 합계를 수행하려면 :

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \sum_{\alpha=0}^3 \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha}$$

이 작업을 수행해야 합니다:

$$\left( \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} \left( \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) = 0$$

그러나 다음과 같은 경우  $\beta \neq \mu$ 의 경우 동일한 좌표계에서 다른 좌표에 대한 한 좌표의 부분 도함수는 0입니다(예를 들어,  $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$ )이고  $\beta = \mu$ 의 경우 편미분은 1과 같습니다. 이는 크로네커 기호( $\delta_\mu^\beta$ ):



$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \times \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} = \frac{\partial x^\beta}{\partial x^\mu} = \delta_\mu^\beta$$

참고: 언제  $\beta$  와  $\mu$  가 동일한 좌표계에서 서로 다른 좌표를 나타낼 때, 부분 도함수인  $\beta$  에 대한  $\mu$  에 대한 부분 미분은 0이 되는데, 이는 좌표계에서 좌표가 서로 독립적이라는 것을 의미합니다. 그러나 언제  $\beta$  와  $\mu$  가 동일한 좌표를 나타내면 부분 미분은 1이 되며, 이는 좌표가 자체적으로 변화한다는 것을 나타냅니다.  $\delta_\mu^\beta$ .

이것은 우리에게 :

$$0 = \left( \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \delta_\mu^\beta \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2}$$

하지만  $\mu$  를  $\beta$  ( $\beta = \mu$ )로 바꾸면  $\delta_\mu^\beta = \delta_\beta^\beta = 1$  then  $\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = \frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2}$ . 이렇게 하면 :

$$0 = \left( \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \right) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} + \frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2}$$

따라서 다음과 같이 크리스토펠 기호를 소개합니다:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu}$$

다음과 같은 측지 방정식을 추론할 수 있습니다:

$$\frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\beta \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$$

이것은 크리스토펠 기호의 일반적인 표현을 나타냅니다.  $\Gamma_{\mu\nu}^\beta$  에 대한 일반적인 표현입니다. 나중에 살펴보겠지만 크리스토펠 기호는 일반 상대성 이론과 미분 기하학 수학에서 좌표계가 국부적으로 어떻게 변하는지를 설명하는 데 사용됩니다.

이 측지 방정식에서 무엇을 배울 수 있을까요?

- "가속" 갈릴리 기준 프레임에서 좌표의 두 번째 도함수는 더 이상 0이 아니라 일반 상대성 이론에서 적용되는 관성력(이 경우 중력)과 동일합니다. (3) 에서 우리는 을 추론할 수 있습니다:

$$\frac{d^2 x^\beta}{d\tau^2} = -\Gamma_{\mu\nu}^\beta \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}$$

만약  $\mu$  와  $\nu$  가 공간 좌표인 경우, 다음에 대한 미분은  $\tau$  에 대한 도함수는 속도에 해당합니다.

- 실험실의 '가속된' 갈릴리 기준 프레임에서 움직이는 모든 물체는 지구 중력의 힘을 받을 때 이 방정식을 따릅니다.
- 이 방정식의 형태는 곡면(다양성)에서 최단 또는 최장 경로(극한)에 대한 정보를 제공합니다. 더 정확하게 말하면, 측지선은 시간이 지나도 물리적 특성이 일정하게 유지되는(외력이 가해지지 않는) 정지된 경로에 해당합니다.
- 중력은 곡선 시공간에서 물체가 이동하는 측지선과 관련된 순전히 기하학적 효과로 설명할 수 있습니다(시공간이 곡선인 방식은 크리스토펠 기호로 설명할 수 있습니다). 지구의 한 지점에서 북쪽을 향해 같은 속도로 평행하고 동일한 경로를 따라 이동하는 두 물체가 지구의 곡률로 인해 북극에서 교차하게 된다고 생각해 보겠습니다. 이 교차점은 어떤 힘에 의해 끌어당겨지거나(뉴턴 역학에 비유), 지구의 곡률과 관련된 순수한 기하학적 효과(상대성이론에 비유)로 분석할 수 있습니다. 따라서 일반 상대성 이론에 따르면 중력은 국부적으로 직선 운동을 하는 물체가 이러한 측지법을 따르게 하는 시공간 곡률입니다. 일반 상대성 이론을 통해 시공간의 곡률을 구성 요소(물질, 에너지)의 함수로 결정한 다음 이 시공간에서 움직이는 입자의 궤적을 설명할 수 있습니다.
- 크리스토펠 기호는 미터법과 그 부분 도함수로부터 계산되어 시공간 곡률에 대한 정보를 포착합니다. 이를 통해 측지법이 시공간 곡률의 영향을 받는 방식을 계산할 수 있습니다.

#### 2.3.4 메트릭 텐서

이제 메트릭 텐서와 앞서 결정한 크리스토펠 기호와 어떻게 연관되는지 살펴보겠습니다.

방정식 (4)와 같이 관성 기준 프레임에서 움직이는 물체의 시공간 좌표를 사용하여 설명하는 민코프스키 메트릭을 고려하면 다음과 같이 표현할 수 있습니다:

$$d\tau^2 = (d\xi^0)^2 - (d\xi^1)^2 - (d\xi^2)^2 - (d\xi^3)^2$$

인덱스에 대한 합계로 표현할 수 있는 다음과 같은 방식으로도 작성할 수 있습니다.  $\alpha$  와  $\beta$  :

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta$$

이 방정식은 민코프스키 공간의 메트릭 텐서( $\eta_{\alpha\beta}$  (특수 상대성 이론에서 평평한 시공간을 설명하는) 민코프스키 공간의 미터 텐서( $d\tau^2$  좌표 미분  $d\xi^\alpha$  와  $d\xi^\beta$ . 민코프스키 메트릭 텐서  $\eta_{\alpha\beta}$  는 다음과 같이 대각선 상에서 시간과 같은 간격은 -1, 공간과 같은 간격은 +1, 대각선 밖에서 0인 성분을 갖습니다:

$$\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

다음 표현식은 두 좌표계 간의 미분 변환 규칙을 나타냅니다. 이 표현식은 좌표 집합의 작은 변화로 인해  $x^\mu$  과  $x^\nu$  의 작은 변화가 다른 좌표 집합의 작은 변화로 이어지고  $\xi^\alpha$  와  $\xi^\beta$ .

$$d\xi^\alpha = \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} dx^\mu$$

$$d\xi^\beta = \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\nu$$

이제 이 두 미분식을 식 (5)에 대입하면 다음과 같은 식을 도출할 수 있습니다:

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\mu dx^\nu$$

이로부터 다음과 같은 메트릭 텐서를 추출할 수 있습니다:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu}$$

미터 텐서는 시공간의 기하학적 구조와 좌표에 위치한 두 물체 사이에 중력이 작용하는 방식을 결정하기 때문에 일반 상대성 이론에서 근본적인 역할을 합니다.  $x^\mu$  과  $x^\nu$  중력이 어떻게 작용하는지를 결정하기 때문입니다. 이를 통해 물질과 에너지의 분포에 따라 달라질 수 있는 시공간의 국부적 곡률을 고려하면서 두 물체의 좌표를 두 물체 사이의 거리로 변환할 수 있습니다. 기존의 직관과는 달리, 곡면 시공간에서 두 점 사이의 거리는 이 곡률에 따라 달라지며 상당히 달라질 수 있습니다. 따라서 미터 텐서는 두 사건 사이의 간격을 계산하는 데 중요한 수학적 도구이며, 중력장이 있을 때 두 사건 사이에 경과한 시간을 측정하는 것도 포함됩니다.

인덱스  $\mu$  와  $\nu$  인덱스는 음소거되고 반복되므로 아인슈타인의 합산 규칙을 따르므로 미터법 텐서 표현에서 서로 바꿀 수 있습니다. 이는 메트릭 텐서  $g_{\mu\nu}$  는 대칭, 즉  $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$ . **참고:** 이제부터 미터법 텐서에서  $g^{\mu\nu}$  의 역으로  $g_{\mu\nu}$ 의 역으로 간주하겠습니다. 이는 반복

인덱스에 대한 합산과 함께 다음과 같은 관계로 표현됩니다.  $\alpha$  크로네커 기호를 생성합니다:

$$g^{\mu\alpha} g_{\alpha\nu} = \delta_{\nu}^{\mu}$$

여기서  $\delta_{\nu}^{\mu}$  는 크로네커 기호로, 앞서 살펴본 것처럼 다음과 같은 경우 1이 되고  $\mu = \nu$  이고 그렇지 않으면 0입니다. 이 관계는 미분 기하학 및 일반 상대성 이론에서 미터 텐서의 역의 성질을 정의합니다.

### 2.3.5 크리스토펠 기호

크리스토펠 기호는  $\Gamma_{\mu\nu}^{\beta}$ 로 표시된 크리스토펠 기호는 메트릭 텐서에서 파생된 것으로, 시공간 기하학에 대한 필수 정보를 제공합니다. 이 기호는 그 자체는 텐서가 아니지만 실제 텐서인 메트릭 텐서에서 파생된 것입니다.

크리스토펠 기호를 계산하기 위해 메트릭 텐서 구성 요소의 부분 도함수를 취한 다음 이러한 도함수의 특정 조합을 적용합니다. 두 번째 종류의 크리스토펠 기호에 대한 공식은 다음과 같습니다:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\beta} = \frac{1}{2} g^{\beta\alpha} \left( \frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} \right)$$

각 항은 좌표에 대한 메트릭 텐서의 부분 도함수를 포함하며, 다음과 같이  $g^{\beta\alpha}$  는 미터 텐서의 역으로, 적절한 인덱스에 대해 합산하고 있는지 확인합니다. 나중에 살펴보겠지만, 크리스토펠 기호는 곡면 시공간에서 입자와 빛의 궤적을 기술하고 일반 상대성 이론의 운동 방정식에 사용되는 측지학을 결정하는 데 핵심적인 역할을 합니다.

**증명.** 이제 크리스토펠 기호를 메트릭 텐서( $g_{\mu\nu}$ )를 위해 부분 도함수를 고려합니다.  $g_{\mu\nu}$ 의 부분 도함수를 좌표에 대해  $x^{\lambda}$ . 이 연산은 좌표 변환 함수의 두 번째 도함수를 소개합니다.  $\xi^{\alpha}$ 의 두 번째 도함수를 소개하며, 이를 크리스토펠 기호 (6)의 식에 통합할 수 있습니다.

계산을 시작하기 전에 계산을 단순화하기 위한 몇 가지 예비 팁이 있습니다:

- 메트릭 텐서는 대칭이므로  $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$ .
- 바꾸려면  $\nu$  를  $\alpha$ 로 바꾸려면 먼저 기존 무음 첨자( $\alpha$  를  $\sigma$ ).

다음과 같이 메트릭 텐서를 구합니다:

$$g_{\alpha\mu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha}$$

도출을 위해 곱셈 규칙을 적용하고 다음을 기억하십시오.  $\eta_{\sigma\beta}$  가 상수라는 것을 기억하면 :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left( \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} \right)$$

예상되는 두 번째 부분 도함수는 방정식의 오른쪽에 표시됩니다(두 번):

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\alpha \partial x^\nu}$$

크리스토펬 기호 (6) 의 식을 이 관계에 통합하려면 양쪽에 다음 변환을 적용하여 부분 도함수를 분리하고 반복 인덱스에 합을 도입해야 합니다.  $\beta$  :

$$\frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \left( \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} \right)$$

그러나 우리는 알고 있습니다:

$$\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\lambda} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\beta} = \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial \xi^\lambda} = \delta_\lambda^\sigma$$

그리고 (7)에 따르면, 이 크로네커 기호는 다음과 같은 경우 1과 같습니다.  $\sigma = \lambda$ 이면 1이 됩니다:

$$\frac{\partial \xi^\lambda}{\partial x^\beta} \Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{\partial^2 \xi^\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu}$$

그런 다음 비슷한 방식으로 새 식에서 해당 인덱스를 재구성하여 식 (8)로 대체할 수 있습니다:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} &= \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho \\ \frac{\partial^2 x^\beta}{\partial x^\nu \partial x^\mu} &= \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho \end{aligned}$$

참고: 크리스토펬 기호에는  $\beta$  은 할당하려는 용어에서 무음 합산 인덱스이므로 다른 문자를 선택하겠습니다,  $\rho$  :

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\alpha \partial x^\nu}$$

마지막으로 (8)에서 추론할 수 있습니다:

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\alpha} + \eta_{\sigma\beta} \frac{\partial \xi^\sigma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

따라서 메트릭 텐서의 미분은 세 가지 방식으로 표현할 수 있습니다(마지막 두 가지 방식은 새로운 인덱스를 교환하여  $\nu$  와  $\mu$  및 대체  $\mu$  으로  $\alpha$ ):

$$\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = g_{\rho\alpha} \Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\mu\rho} \Gamma_{\nu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^\mu} = g_{\rho\alpha} \Gamma_{\mu\nu}^\rho + g_{\nu\rho} \Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

$$\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} = g_{\rho\mu} \Gamma_{\alpha\nu}^\rho + g_{\nu\rho} \Gamma_{\mu\alpha}^\rho$$

이 미분을 표현하는 이 세 가지 방법을 사용하면 처음 두 개를 더하고 마지막을 빼면 단순화된 결과를 얻을 수 있습니다: (9a) + (9b) - (9c):

$$g_{\alpha\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

$$g^{\beta\alpha} g_{\alpha\rho} \Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right) g^{\beta\alpha}$$

$$\delta_\rho^\beta \Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right) g^{\beta\alpha}$$

그래서 마침내:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\beta = \frac{1}{2} g^{\beta\alpha} \left( \frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

크리스토펬 기호의 이 표현을 통해 중력에 의해 유도되는 시공간 곡률과 미터 텐서의 공간도함수 사이의 연결 고리를 설정할 수 있습니다. 이는 일반 상대성 이론에서 측지학을 지배하는 방정식을 공식화하는 데 필수적입니다. □

*구형 메트릭에 대한 크리스토펬 기호 계산 예제:*

구형 좌표에서 3차원 공간의 선 요소( $ds^2$  는 다음과 같이 표현됩니다:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

$$ds^2 = g_{11}(dx^1)^2 + 2g_{12}dx^1dx^2 + 2g_{13}dx^1dx^3 + g_{22}(dx^2)^2 + 2g_{23}dx^2dx^3 + g_{33}(dx^3)^2$$

$$ds^2 = dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2(\theta)d\phi^2$$

어디  $dr, d\theta$  와  $d\phi$  는 방사형 좌표의 미분입니다.  $r$ 극각  $\theta$  과 방위각  $\phi$ 의 미분입니다.

구좌표의 해당 미터법 텐서  $g_{\mu\nu}$  는 구형 좌표에서 대각선이며 다음과 같이 주어집니다:

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2\sin^2(\theta) \end{bmatrix}$$

증명. 데카르트 좌표와 구면 좌표의 관계는 그림 2.3 에서 추론할 수 있습니다:

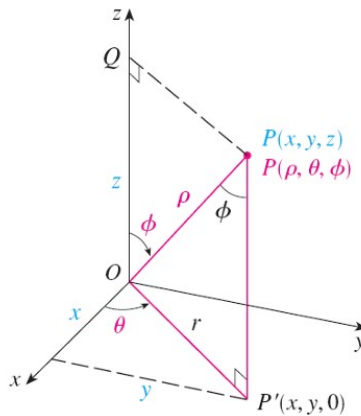


그림 2.3 - 점의 위치 on P 은 거리  $\rho$  와 각도  $\theta$  (위도) 및  $\phi$  (경도)

삼각형 OPQ와 OPP'를 고려하면 :  $z = \rho \cos\phi, r = \rho \sin\phi$  여기서  $x = r \cos\theta$  와  $y = r \sin\theta$ .

따라서 :

$$x = \rho \sin\phi \cos\theta$$

$$y = \rho \sin\phi \sin\theta$$

$$z = \rho \cos\phi$$

그림 2.6의 물리적 표기법을 사용하면 데카르트 좌표로의 전환은 로 표시됩니다:

$$x = r \sin\phi \cos\theta$$

$$y = r \sin\phi \sin\theta$$

$$z = r \cos\phi$$

그러나 데카르트 좌표의 미터법은 로 표시됩니다:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

이를 구형 좌표로 표현하기 위해 다음을 대체합니다.  $x, y$  와  $z$  를 구좌표의 등가물로 바꾸면 (11)이 됩니다. □

크리스토펬 기호를 계산하려면  $\Gamma_{\mu\nu}^{\beta}$ 을 계산하려면 먼저 메트릭 텐서의 역을 구해야 하는데, 대각선 메트릭의 경우 간단히 :

$$g^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)} \end{bmatrix}$$

주어진 메트릭 텐서에 대해 크리스토펬 기호에 필요한 부분 도함수를 계산합니다:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} &= 2r, \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial r} &= 2r \sin^2(\theta), \\ \frac{\partial g_{\phi\phi}}{\partial \theta} &= 2r^2 \sin(\theta) \cos(\theta). \end{aligned}$$

이러한 부분 도함수를 크리스토펬의 기호 공식 (10)에 삽입하여 반복되는 인덱스에 대해 합산하여 계산합니다.  $\alpha$ . 주어진 메트릭 텐서의 경우, 대부분의 크리스토펬 심볼은 대각선이고 오직  $r$  와  $\theta$ . 0이 아닌 크리스토펬 기호는 :

$$\begin{aligned} \Gamma_{\theta\theta}^r &= -r \\ \Gamma_{\phi\phi}^r &= -r \sin^2(\theta) \\ \Gamma_{r\theta}^{\theta} &= \Gamma_{\theta r}^{\theta} = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\phi\phi}^{\theta} &= -\sin(\theta) \cos(\theta) \\ \Gamma_{r\phi}^{\phi} &= \Gamma_{\phi r}^{\phi} = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\theta\phi}^{\phi} &= \Gamma_{\phi\theta}^{\phi} = \cot(\theta) \end{aligned}$$

NB:

- 크리스토펬 기호  $\Gamma_{\theta\theta}^r$  은 다음과 같이 계산됩니다:

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2} g^{rr} \left( -\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} \right)$$

의 유일한 0이 아닌 도함수는  $g_{\theta\theta}$  의 유일한 0이 아닌 도함수는  $r$ . 값을 대입하면 을 구할 수 있습니다:



$$\Gamma_{\theta\theta}^r = \frac{1}{2} \left( -\frac{\partial(r^2)}{\partial r} \right) = -r.$$

- 또 다른 예는 크리스토펬 기호  $\Gamma_{r\theta}^\theta$ 은 다음과 같이 계산됩니다:

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2} g^{\theta\theta} \left( \frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^\theta} + \frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r} - \frac{\partial g_{r\theta}}{\partial x^\theta} \right)$$

여기서 0이 아닌 유일한 항은  $\frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial x^r}$ . 이것은 우리에게 :

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2} g^{\theta\theta} \left( \frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r^2} \right) (2r) = \frac{1}{r}.$$

### 리만 텐서, 리치 텐서, 리치 스칼라 계산하기

이 구형 공간에서는 리만 텐서, 리치 텐서, 리치 스칼라의 모든 성분이 0이며, 이는 평면 공간의 기하학을 보여줍니다.

증명. 리만 곡률 텐서는 식 으로 정의됩니다:

$$R_{\sigma\mu\nu}^\rho = \partial_\mu \Gamma_{\nu\sigma}^\rho - \partial_\nu \Gamma_{\mu\sigma}^\rho + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda$$

예를 들어 (12)에서 제공하는 크리스토펬 기호를 살펴봅시다:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\phi\phi}^\theta &= -\sin(\theta)\cos(\theta), \\ \Gamma_{r\theta}^\theta &= \Gamma_{\theta r}^\theta = \frac{1}{r} \end{aligned}$$

이제 리만 텐서의 구성 요소를 계산할 수 있습니다. 예를 들어 다음과 같이 계산할 수 있습니다.  $R_{r\theta r}^\theta$  :

$$R_{r\theta r}^\theta = \partial_\theta \Gamma_{rr}^\theta - \partial_r \Gamma_{\theta r}^\theta + \Gamma_{\theta\lambda}^\theta \Gamma_{rr}^\lambda - \Gamma_{r\lambda}^\theta \Gamma_{\theta r}^\lambda$$

따라서 리만 텐서의 성분을 계산하려면 다음과 같이 계산합니다.  $R_{r\theta r}^\theta$ 가 있습니다:

- 첫 번째 항  $\partial_\theta \Gamma_{rr}^\theta$  은 0이므로  $\Gamma_{rr}^\theta$  가 0이기 때문입니다.
- 두 번째 용어  $\partial_r \Gamma_{\theta r}^\theta$  의 부분 도함수를 의미합니다.  $\Gamma_{\theta r}^\theta$  에 대한  $r$  즉  $-\frac{1}{r^2}$ .
- 세 번째 용어는  $\lambda$  의  $\Gamma_{\theta\lambda}^\theta \Gamma_{rr}^\lambda$  의 합이지만  $\Gamma_{rr}^\lambda$  는 0이므로  $\lambda \neq r$  의 경우 이 항은 0입니다.
- 네 번째 항은  $\lambda$  의  $\Gamma_{r\lambda}^\theta \Gamma_{\theta r}^\lambda$  의 합계입니다.  $\lambda = \theta$  주는  $\left(\frac{1}{r}\right) \left(\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r^2}$ .

0이 아닌 두 항(항 2와 4)의 합은 0입니다:

$$-\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} = 0$$

따라서 리만 텐서의  $R_{r\theta r}$  는 0입니다. 리만 텐서의 첫 번째와 세 번째 인덱스에서 리만 텐서를

수축시켜 얻은 리치 텐서는 다음과 같이 주어집니다:

$$R_{\mu\nu} = R^{\lambda}_{\mu\lambda\nu}$$

마지막으로 리치 텐서의 트레이스인 리치 스칼라는 다음과 같이 계산됩니다:

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$$

리만 텐서가 0이므로 리치 텐서와 그 스칼라도 0이 됩니다. □

### Mathematica 계산 코드 :

```
(*패키지 가져오기*)
(*-----*)
Needs["OGRe`"]
(*좌표 정의*)
TNewCoordinates["Spherical", {r, \[Theta], \[Phi]}]
(*메트릭 텐서 정의*)TShow@
  TNewMetric["SphericalMetricTensor", "Spherical"],
  DiagonalMatrix[{1, r^2, r^2 Sin\[Theta]^2}]]]
(*LineElement*)
TLineElement["SphericalMetricTensor"]]]
(*크리스토펬 기호 계산*)
TList@TCalcChristoffel["SphericalMetricTensor"]]]
(*리만 텐서 계산*)
TList@TCalcRiemannTensor["SphericalMetricTensor"]]]
(*리만 텐서 계산*)
TList@TCalcRicciTensor["SphericalMetricTensor"]]]
(*리치 스칼라 계산*)
TList@TCalcRicciScalar["SphericalMetricTensor"] (*리치 스칼라 계산*)
```

### 2.3.6 약전계 한계에서 측지 방정식의 적용

크리스토펠 기호와 측지 방정식의 표현을 다음과 같이 기록합니다(다음과 같은 경우).  $v = 0$  시간 좌표, 그렇지 않으면 공간 좌표  $x, y, z$  :

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (g_{\mu\sigma,\nu} + g_{\nu\sigma,\mu} - g_{\mu\nu,\sigma})$$

$$\frac{d^2 x^{\lambda}}{ds^2} + \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \frac{dx^{\mu}}{ds} \frac{dx^{\nu}}{ds} = 0$$

where

$$\frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^{\nu}} = g_{\mu\sigma,\nu}$$

NB:

- 이 방정식은 좌표에 대한 메트릭 텐서 성분의 부분 도함수를 나타냅니다.  $g_{\mu\sigma}$  좌표에 대한 부분 미분  $x^{\nu}$ 에 대한 부분 미분을 나타내며 종종 쉼표 뒤에 미분 인덱스(이 경우에는  $\nu$ . 쉼표 표기법  $g_{\mu\sigma,\nu}$  표기법은 일반 상대성 이론에서 텐서 성분의 부분 도함수에 대한 일반적인 속기입니다.
- 특수 상대성 이론의 맥락에서는 광속이 1)로 정의되는 단위 체계를 사용하는 것이 일반적입니다.  $c$  가 1( $c = 1$ ). 이렇게 하면 방정식이 단순화되고 특정 수량을 더 쉽게 표현할 수 있습니다. 이 단위 체계에서 거리는 동등성 때문에 시간 단위(예: 미터 대신 광년)로 표현됩니다.  $c = 1$ . 이렇게 하려면 시간을 초 단위로 표현해야 하며, 길이의 단위는 빛이 1초 동안 이동한 거리가 되어 광초('광년'에 해당)로 표현됩니다. 따라서 미터법을 다음과 같이 표현할 수 있습니다:

$$ds^2 = d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}$$

그럼에도 불구하고, 우리는 이제 지금까지 표현한 시간이  $t$  지금까지 표현 된 시간이 적절한 시간이 될 것입니다.  $\tau$  을 메트릭 표현에 추가하여 다음과 같이 표현해 보겠습니다:

$$ds^2 = d\tau^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

이제 중력장이 약하고 정적일 때 (즉, 특수 상대성 이론에서) 방정식 (13)이 뉴턴 운동 방정식으로 환원된다는 것을 보여줄 것입니다.  $g_{\mu\nu}$  에 매우 가깝고  $\eta_{\mu\nu}$  에 매우 가깝고

시간과 무관함), 속도가 빛의 속도보다 훨씬 작을 때, 즉  $v/c \ll 1$  다음과 같이 표현할 수 있습니다:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad \text{avec} \quad h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$$

**참고:** 선형화된 중력 이론에서는 시공간이 거의 평평하다고 가정합니다. 이를 위해 총 메트릭 텐서( $g_{\mu\nu}$  를 민코프스키 메트릭의 합으로 표현합니다.  $\eta_{\mu\nu}$  메트릭과 앞서 살펴본 것처럼 평평한 시공간을 설명하는 작은 '퍼트러브'  $h_{\mu\nu}$  질량이나 에너지의 존재로 인해 이 평탄함에서 벗어난 편차를 나타냅니다. 이는 나중에 정지 시스템의 쌍극자 리펠러에 대한 연구에서 살펴볼 것입니다(3.3절

). 이 메트릭 텐서를 식 (14

)에 통합하면 메트릭 텐서의 부분 도함수가 다음에만 의존한다는 것을 알 수 있습니다.

$h_{\mu\nu}$  이후  $\eta_{\mu\nu}$  는 상수이고 그 도함수는 0이기 때문입니다. 따라서 선형화된 중력 이론에서 크리스토펠 기호는 섭동의 기여도만 고려하여 근사화할 수 있습니다.  $h_{\mu\nu}$ . 이는 크리스토펠 심볼이 미터 텐서의 첫 번째 도함수에 의해 정의되고 약한 중력장에서는  $h_{\mu\nu}$  는  $\eta_{\mu\nu}$ . 따라서 약한 중력장에 대한 크리스토펠 기호를 계산할 때 의 도함수는 무시하고  $\eta_{\mu\nu}$  의 도함수를 무시하고 오직  $h_{\mu\nu}$ . 따라서 우리는 다음을 얻습니다:

$$g_{\mu\sigma,\nu} = h_{\mu\sigma,\nu} \quad \text{et} \quad g_{\mu\nu,\sigma} = h_{\mu\nu,\sigma} \quad \text{et} \quad g_{\nu\sigma,\mu} = h_{\nu\sigma,\mu}$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}(\eta^{\lambda\sigma} + h^{\lambda\sigma})(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

이 작다는 것을 감안할 때  $h_{\mu\nu}$  가 작다는 것을 감안할 때, 우리는  $h^{\lambda\sigma}$  의 부분 도함수와 함께 차수 2 이상의 조건에 기여합니다(예를 들어  $h^2, h^3$  등). 이러한 고차 항은 우리가 찾고자 하는 일차 항보다 훨씬 작을 것입니다. 따라서 크리스토펠 기호를 계산할 때 다음의 곱은 무시합니다.  $h_{\mu\nu}$  와 그 도함수의 곱을 무시하는데, 이는 다음의 기여도가  $h^{\lambda\sigma}$  의 기여도는  $\eta^{\lambda\sigma}$ . 따라서 우리는 다음을 얻습니다:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \approx \frac{1}{2}\eta^{\lambda\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

이 근사치는 약한 중력장에서 시공간 곡률을 계산하는 과정을 단순화하며, 섭동이 시공간 곡률의 기복을 나타내는 중력파 분석의 기본이 됩니다.  $h_{\mu\nu}$  은 시공간 곡률의 기복을 나타냅니다.

이제 두 가지 경우를 고려해 보겠습니다:

- 에 대해  $\lambda = 0$ 의 경우 일반 상대성 이론에서 시간 좌표에 해당하는 첫 번째 종류의 크리스토펠 기호 방정식은 시간 좌표에 대해 구체화됩니다. 민코프스키 메트릭 텐서 사용하기  $\eta$  미터법 텐서 및 섭동  $h$ 에 대한 크리스토펠 기호는  $\lambda = 0$ 에 대한 크리스토펠 기호는 방정식으로 주어집니다:

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2}\eta^{0\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

이후  $\eta^{0\sigma}$ 는 다음과 같은 경우에만 0이 아니므로  $\sigma = 0$ 이므로  $\eta^{00} = 1$ 이 될 때만 0이 아니므로 다음과 같은 관계를 얻습니다:

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2}(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu} - h_{\mu\nu,0})$$

그러나 중력장은 정적이므로, 즉 시공간 메트릭이 시간에 따라 변하지 않으므로 시간에 대한 메트릭 텐서의 부분 도함수 ( $\frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial t}$ )는 0입니다. 이를 통해 우리는 시스템이 시공간 메트릭에 대해 정지 상태에 있는 것으로 간주할 수 있습니다:

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \frac{1}{2}(h_{\mu 0,\nu} + h_{\nu 0,\mu})$$

- 로 표시되는 공간 좌표의 경우  $\lambda = i$  (여기서  $i, j, k$ 는 공간 인덱스를 나타냄)의 경우, 크리스토펠 기호는 섭동 메트릭( $h_{\mu\nu}$ , 민코프스키 메트릭 텐서( $\eta^{i\sigma}$ 는 인덱스를 올리는 데 사용되며, 인덱스가 일치하면  $-1$ 와 같습니다. 따라서 공간 좌표에 대한 크리스토펠 기호는 다음과 같이 주어집니다:

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = \frac{1}{2}\eta^{i\sigma}(h_{\mu\sigma,\nu} + h_{\nu\sigma,\mu} - h_{\mu\nu,\sigma})$$

그러나 공간 구성 요소의 음의 부호가 주어지면  $\eta^{i\sigma}$ 에 대한 방정식은  $\sigma = i$ 로 단순화됩니다:

$$\Gamma_{\mu\nu}^i = -\frac{1}{2}(h_{\mu i,\nu} + h_{\nu i,\mu} - h_{\mu\nu,i})$$

이 음의 부호는 시간적 구성 요소에 대한 민코프스키 메트릭 텐서의 공간적 구성 요소에 대한 반대 부호 규칙을 반영합니다.

이제 이러한 결과를 각 사례에 대한 측지 방정식 (13)에 통합해 보겠습니다:

- For  $\lambda = 0$  우리는 알고 있습니다  $x^\lambda = x^0 = ct$  그때 :

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2} (h_{\mu 0, \nu} + h_{\nu 0, \mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0$$

그러나 다음 곱은 반복되는 인덱스에 대한 합계를 생성합니다.  $\mu$  와  $\nu$  주문 0, 1, 2의 수량을 합산합니다:

$$(h_{\mu 0, \nu} + h_{\nu 0, \mu}) \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds}$$

특히 주문 1과 2의 상위 주문 수량은 이미 적은 수량을 기반으로 하기 때문에 매우 무시할 수 있는 수준입니다.  $h_{\mu\nu}$  보다 훨씬 적은  $\eta_{\mu\nu}$  보다 훨씬 적은 수량을 기준으로 하기 때문에 0 주문 조건만 유지합니다. 이 맥락에서 0차 주문은 다음과 같은 조건을 의미합니다.  $\mu$  와  $\nu$  가 모두 0인 항을 말하며, 이는 시간 성분에 해당합니다. 이렇게 단순화하면 다음 방정식을 얻을 수 있습니다:

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{1}{2} (h_{00,0} + h_{00,0}) c^2 \frac{dt}{ds} \frac{dt}{ds} = 0$$

이 근사법에서는 시간 좌표와 관련된 항만 운동 방정식에 크게 기여하므로 약한 중력장에서의 시공간 측지법 분석을 단순화할 수 있습니다.

그러나 중력장은 정적이므로 이러한 양은 0이므로 :

$$c^2 \frac{d^2 t}{ds^2} = 0$$

이는 다음을 의미합니다.  $t$  에 비례한다는 것을 의미합니다.  $s$  를 의미합니다:

$$s = ct$$

- 로 표시된 공간 좌표의 경우  $\lambda = i$  로 표시된 공간 좌표에 대해 (15)에서 를 구합니다:

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} - \frac{1}{2} (h_{\mu i, \nu} + h_{\nu i, \mu} - h_{\mu\nu, i}) \frac{1}{c^2} \frac{dx^\mu}{dt} \frac{dx^\nu}{dt} = 0$$

그러나 앞서 언급했듯이 0차 수량은 다음과 같은 경우에만 유지됩니다.  $\mu$  와  $\nu$  중력장의 정적 특성으로 인해 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있습니다:

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 x^i}{dt^2} + \frac{1}{2} h_{00, i} = 0$$

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\frac{c^2}{2} h_{00,i}$$

는  $i$  는 1, 2 또는 3 값을 갖는 공간 인덱스이므로 벡터 형식으로 표현할 수 있는 "가속도- 힘" 등가 형태를 찾을 수 있습니다:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\overrightarrow{\text{grad}}\phi$$

와

$$\phi = \frac{c^2 h_{00}}{2}$$

중력 전위와 메트릭 텐서의 시간 성분 사이의 연결은 (16)을 (17)에 도입하여 설정할 수 있습니다:

$$g_{00} = 1 + \frac{2\phi}{c^2}$$

중력 전위  $\phi$  은 속도 제곱( $c^2$ ). 이를 알면  $h_{\mu\nu} \ll \eta_{\mu\nu}$  를 알면 지구의 중력을 국부적으로 확인할 수 있습니다,  $h_{00} = \frac{2\phi}{c^2} = \frac{2G \cdot M_t}{R_t \cdot c^2} = 10^{-9} \ll \eta_{00} = 1$  중력 포텐셜을 계산하기 위해 잘 알려진 식을 사용하면 됩니다:

$$\phi = \frac{GM}{R}$$

### 2.3.7 칼 슈바르츠실트 & 루드비히 플람 솔루션

칼 슈바르츠실트는 방정식 (18)에 대한 완전한 기하학적 해를 개발했으며, 이는 두 개의 개별 논문((Schwarzschild 1916b),(Schwarzschild 1916a))에 발표된 두 가지 메트릭으로 구성됩니다:

- **첫 번째 해결책**은 아래 측정법을 사용하여 반지름이 반지름인 별과 같은 구형 대칭 질량의 외부 기하학적 구조를 설명합니다.  $r_n$ 의 별과 같은 구형 대칭 질량의 외부 형상을 설명합니다(그림 2.4):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{8\pi G \rho r_n^3}{3c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G \rho r_n^3}{3c^2 r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

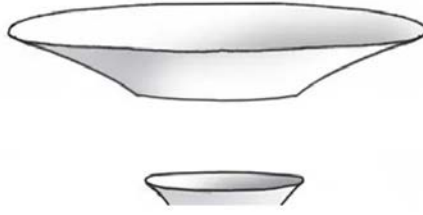


그림 2.4 - Flamm 하이퍼서페이스의 부분

- **두 번째 해**는 종종 다음과 같은 메트릭으로 구조화된 내부 슈바르츠실트 해라고 불리며, 반경이 큰 별과 같은 정적이고 구형 대칭인 비압축성 유체 내부의 시공간 기하학을 설명합니다.  $r_n$  즉, 그림 2.5:

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi G\rho r^2}{3c^2}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[ \frac{3}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G\rho r_n^2}{3c^2}} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{8\pi G\rho r^2}{3c^2}} \right]^2 c^2 dt^2$$

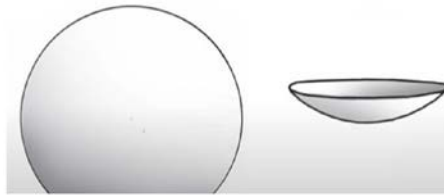


그림 2.5 - 구의 위치/rtion

이 접근 방식은 시공간 솔루션의 두 세그먼트, 특히 각각 고유한 메트릭으로 특징지어지는 하이퍼서페이스의 두 영역을 결합하는 것입니다. 결합은 공통 경계에서 수행되어 시공간 기하학의 연속성과 인터페이스 전체에 걸쳐 결합된 솔루션의 물리적 일관성을 보장합니다.

같은 해, 한 젊은 수학자가 슈바르츠실트의

연구에 대한 자신만의 해석을 제시했습니다. 그의 이름은 루드비히 플람이었습니다. 그의 연구와 이름은 우주론 전문가들에게 거의 알려지지 않았는데, 그 이유는 단 한 가지, 그의 논문이 2012년까지 영어로 번역되지 않았기 때문입니다. 그는 3차원 리만 초곡면((Flamm 1916)과 같은 물체의 기하학적 구조를 완벽하게 파악하고 있었습니다.)

크루스칼은 슈바르츠실트 외계 측정법을 기반으로 블랙홀 이론의 기초로 여겨지는 그의 유명한 모델을 개발했습니다. 실제로 그는 슈바르츠실트의 외부 해를 분석적으로 확장하여 '사건의 지평선'에서 발견되는 좌표 특이점을 '대수적으로' 제거함으로써 다음과 같은



결과를 얻었습니다.  $r = R_s$  (슈바르츠실트 반지름)에 대한 좌표 특이점을 '대수적으로' 제거합니다. 이 좌표계는 '중심 물리적 특이점'을 제외한 모든 곳에서 미터법을 규칙적으로 만들도록 설계되었습니다.  $r = 0$  ((마틴 D. 크루스칼 1960),(장 마리 수리오 1965)). 하지만 이 모델이 정말 물리적으로 의미가 있을까요?

### 2.3.8 슈바르츠실트 외형 메트릭을 위한 측지법 구축

(Adler, Bazin, and Schiffer 1975) (194페이지)에서 가져온 슈바르츠실트 외적 지표(6.53)를 고려하십시오:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) (dx^0)^2 - \left(\frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}}\right) - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

여기서  $m$  는 단순 적분 상수(길이)입니다,  $x^0$  는 연대기 마커(길이이기도 함), 그리고  $s$  는 4D 하이퍼서페이스에서 측정한 길이입니다.

저자가 글을 씁니다:

$$x^0 = ct$$

측지선은 최소 길이에 해당하는 하이퍼서페이스에 새겨진 경로입니다:

$$\delta \int ds = 0$$

즉, 이 길이 :

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right\}$$

는 이러한 방식으로 매개변수화된 경로를 따라 최소값을 갖습니다:  $t(s), r(s), \theta(s), \phi(s)$ . 를 작성해 봅시다:

$$\dot{t} = \frac{dt}{ds}, \quad \dot{r} = \frac{dr}{ds}, \quad \dot{\theta} = \frac{d\theta}{ds}, \quad \dot{\phi} = \frac{d\phi}{ds}$$

즉, 을 최소화하는 경로를 검색해야 합니다:

$$\int_a^b \left\{ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta \dot{\phi}^2) \right\} ds$$

대괄호 안의 수량은 입니다:

$$L = L(t, r, \theta, \phi, \dot{t}, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) \quad \text{ou} \quad L = L(x^i, \dot{x}^i)$$

이 문제는 프랑스의 수학자 라그랑주에 의해 해결되어 현재 라그랑주 방정식으로 알려져 있습니다.

측지 계산은 "경계 극한" 문제입니다. 이는 두 점을 연결하는 모든 경로를 고려하기 때문입니다.  $a$  과  $b$ 를 연결하는 모든 경로를 고려하기 때문입니다. 그런 다음 측지선은 방정식 에 의해 주어집니다:

$$\frac{d}{ds} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} \right) = \frac{\partial L}{\partial x^i}$$

와:

$$L = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2 (\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta} = -2r^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2$$

(Adler, Bazin, Schiffer 1975)의 처음 세 개의 라그랑주 방정식 (6.75), (6.76), (6.77)은 변수  $\theta, \phi$  와  $t$ 는 다음과 같습니다:

$$\frac{d}{ds} (r^2 \dot{\theta}) = r^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2$$

$$\frac{d}{ds} (r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}) = 0$$

$$\frac{d}{ds} \left[ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t} \right] = 0$$

메트릭 (25)의 각 항을 다음과 같이 나누면  $ds^2$  :

$$1 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2 (\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2)$$

일반 상대성 이론에서 해의 구대칭을 활용하면 측지법 분석을 단순화할 수 있습니다. 실제로 구대칭인 슈바르츠실트 측정법의 경우, 이 대칭을 활용하여 문제를 2차원으로 축소할 수 있습니다.

구형 좌표의 슈바르츠실트 메트릭은 변수에 따라 달라집니다.  $r, \theta, \phi$ 와  $t$ . 구대칭은 중심을 중심으로 회전해도 미터법이 변하지 않음을 의미합니다. 이 속성을 통해 일정한 평면을 유지하는 측지법을 선택함으로써 문제를 단순화할 수 있습니다. 계산을 단순화하기 위해 적도면을 선택하는 것이 일반적이며, 이는 설정에 해당하는  $\theta = \pi/2$ . 이 평면에서는  $\theta$ 는 변하지 않으므로  $d\theta = 0$ 와 관련된 메트릭의 구성 요소인  $d\theta$ 가 사라집니다(그림 2.6 참조).

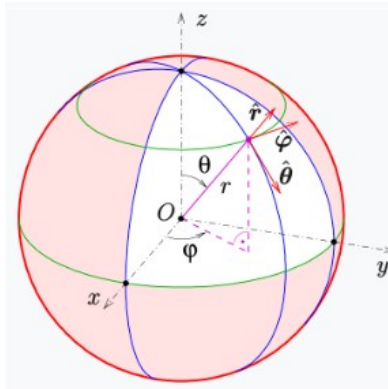


그림 2.6 - 구면 좌표의 Vec 토르

그런 다음 이 메트릭과 관련된 라그랑지안(시스템의 역학을 요약하는 함수)을 조사하여 측지법의 운동 방정식을 찾을 수 있습니다. 적도면에서 움직이는 물체의 경우 각운동량의 방위각 성분은 다음과 연결됩니다.  $\phi$ 이것은 적도면에 수직인 축에 대한 미터법의 축 대칭의 결과입니다. 수학적으로 이것은 방정식으로 표현됩니다:

$$r^2 \dot{\phi} = h = \text{constante}$$

여기서  $h$ 는 운동 상수(단위 질량당 각운동량)입니다,  $r$ 는 반경 좌표, 그리고  $\dot{\phi}$ 는 방위각 좌표의 미분입니다.  $\phi$ 의 도함수입니다.  $s$ (물체와 함께 움직이는 시계로 측정된 시간)에 대한 방위각 좌표의 도함수입니다.

이것은 수량  $r^2 \dot{\phi}$ 가 측지선을 따라 일정하게 유지됨을 나타냅니다.

위의 방정식 (19)를 통합하면 다음과 같이 됩니다:

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t} = l = \text{constante}$$

대입하면 미분 방정식을 구할 수 있습니다:

$$1 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} c^2 l^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - \frac{h^2}{r^2}$$

를 반환합니다.  $r$  매개 변수의 함수로  $s$ . 하지만 앞서 제시한 방정식을 사용하면 미분 이 포함된 미분 방정식으로 넘어갈 수 있습니다:

$$r' = \frac{dr}{d\phi} = \frac{\dot{r}}{\dot{\phi}}$$

(20)과 (21)에서 우리는 을 얻습니다:

$$\dot{r} = \dot{\phi} r' = \frac{h}{r^2} r'$$

그러면 다음과 같은 미분 방정식을 구할 수 있습니다.  $r$  와  $l$ :

$$\left(1 - \frac{2m}{r}\right) = c^2 l^2 - \frac{h^2}{r^4} r'^2 - \frac{h^2}{r^2} \left(1 - \frac{2m}{r}\right)$$

그런 다음 변수에서  $r$  에서 변수  $u$  로 전환할 수 있습니다:

$$u = \frac{1}{r} \Rightarrow r' = -\frac{u'}{u^2}$$

그런 다음 (22)에서 을 추론할 수 있습니다:

$$d\phi = \frac{dr}{r'} = \frac{du}{u'}$$

그래서 우리는 :

$$(1 - 2mu) = c^2 l^2 - h^2 u'^2 - h^2 u^2 (1 - 2mu)$$

로 줄어듭니다:

$$u'^2 = \left(\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2}\right) + \frac{2m}{h^2} u - u^2 + 2mu^3$$

따라서 (23)에서 통합은 을 제공합니다:

$$\phi = \phi_0 + \int_{u_0}^u \frac{dv}{\sqrt{\frac{c^2 l^2 - 1}{h^2} + \frac{2m}{h^2} v - v^2 + 2mv^3}}$$

이것은 아인슈타인 방정식의 정확한 해법으로, 각도를  $\phi$  의 적분으로 표현하는  $u = \frac{1}{r}$ 의 적분으로 표현하고, 반대로 이것은 우리에게  $u$  의 (암시 적) 역함수로서  $\phi$  두 개의 적분 상수에 따라 '준 타원형' 측지학이 생성됩니다.  $l$  와  $h$ .

만약  $h$  이 크면 테스트 입자가 이동하는 측지선이 상당한 양의 특정 각 운동량을 가지므로 방사형 자유 낙하 궤도에서 벗어난다는 의미입니다. 그 결과, 그 궤적은 중심체를 향한 중력의 영향을 덜 받게 되어 직접적인 방사형 자유 낙하에서 벗어나 더 구부러진 또는 '준 타원형' 경로를 따르게 됩니다. 슈바르츠실트

구 내부의 영역( $r < 2m$ )을

무시하면 이 고정된 측정값과 관련된 평면 측지법을 3D로 표현할 수 있습니다.

슈바르츠실트 구의 표현은 슈바르츠실트 시간 차원을 따라 시공간으로 투영되는 원으로 생각할 수 있습니다.  $t_s$ . 반지름이 10km인 중성자별을 고려하면, 이 별은 약 2 태양 질량의 톨만-오펜하이머-볼코프(TOV) 한계에서 안정적으로 유지됩니다. TOV 한계는 중성자별이 안정된 상태를 유지하면서 가질 수 있는 최대 임계 질량을 나타냅니다. 이는 등가점 질량의 *지평선*이 중심에서 약 6km 떨어진 곳에 위치하게 됩니다( $r_s = \alpha$ ). 별의 반지름은 약 3/2 times  $r_s$ 이므로 이 물체의 *지평선*을  $r_s = 2$  이 구성을 통해 그림 2.7과 같이 이 물체를 향해 떨어지는 궤적을 따르는 테스트 입자의 측지학을 Mathematica를 사용하여 표현할 수 있었습니다.

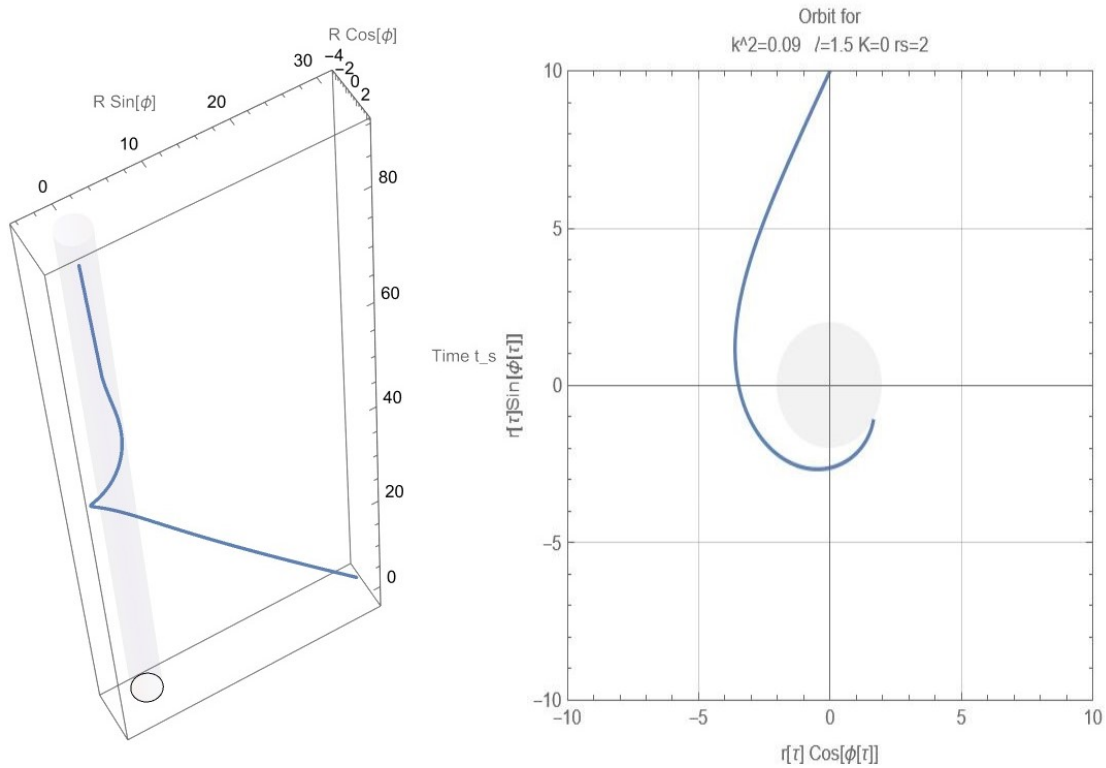


그림 2.7 - 좌표계에서 하강하는 측지선의 표현 ( $r, \phi, t_s$ )

측지계의 운동 방향(이 경우 구심력)이 무엇이든, 이 시간 좌표를 선택하면 슈바르츠실트 구에 접근하는 데는 무한한 시간이 걸립니다. 실제로 그림 2.8과 2.9에서 볼 수 있듯이, 멀리 떨어진 관측자의 경우 물리적 임계점에 가까운 중성자별의 지평선이나 7장에서 대체 접근법을 연구할 초질량 천체의 지평선에 접근하는 모든 물체는 슈바르츠실트 반지름에 가까운 시간 팽창을 겪게 됩니다. 그러나 물체 자체(또는 물체와 함께 움직이는 관측자)의 경우 시간은 정상적으로 계속 진행됩니다(파란색 곡선과 점선 곡선 비교).

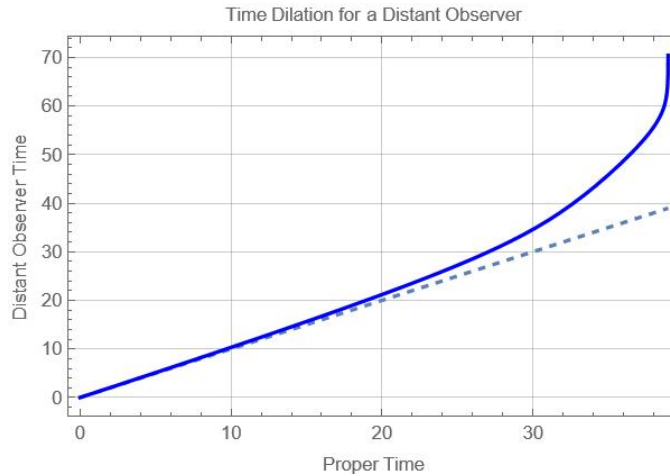


그림 2.8 - 원거리 관찰자를 위한 시간 확장ation

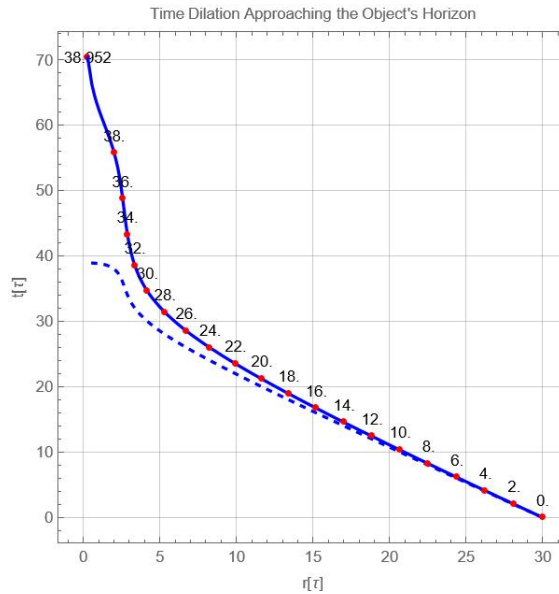


그림 2.9 - 템포 물체 지평선에 접근하는 실제 팽창도

이 멀리 떨어진 관찰자의 관점에서 보면 물체가 지평선에 도달하는 데는 무한한 시간이 걸릴 것입니다. 그 결과 물체는 점차 속도가 느려져 지평선 근처에서 거의 정지하거나 얼어붙은 것처럼 보일 것입니다.

이 현상은 중요한 질량의 존재가 시공간을 휘어지게 한다고 예측하는 일반 상대성 이론의 결과입니다. 이 곡률은 시간의 흐름에 영향을 미쳐 강렬한 중력장에서는 시간이 팽창합니다.

이 측면은 블랙홀 이론의 기둥 중 하나입니다. 하지만 다른 대안이 있을까요? 이에

대해서는 5장

후반부에서 살펴보겠습니다.

### 2.3.9 로이 커 솔루션

1963년 뉴질랜드의 저명한 수학자 로이 커는 아인슈타인의 장 방정식에 대한 새로운 해법을 제안함으로써 블랙홀 모델의 맥락에서 일반 상대성 이론에 대한 이해에 혁명을 일으켰습니다. 정적이고 구대칭인 블랙홀 모델의 기초로 사용되는 슈바르츠실드의 외계측정법((Schwarzschild 1916b))과 달리, 커의 해법은 축대칭으로 회전하는 블랙홀을 나타냅니다((Kerr 1963)). 이 발견은 당시 많은 천체에 대해 보다 현실적인 모델을 제공했기 때문에 특히 중요했습니다.

커 메트릭은 보이어-린드퀴스트

좌표로 표현됩니다.  $(t, r, \theta, \phi)$  ((Chaskalovic 2009))로 표현되며, 그 선 요소는 다음과 같이 주어집니다.  $c = 1$  로 표시됩니다:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GMr}{\rho^2}\right) dt^2 - \frac{4GMa r \sin^2 \theta}{\rho^2} dt d\phi + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2GMra^2 \sin^2 \theta}{\rho^2}\right) \sin^2 \theta d\phi^2$$

어디

$$\begin{aligned} \Delta &= r^2 - 2GMr + a^2, \\ \rho^2 &= r^2 + a^2 \cos^2 \theta. \end{aligned}$$

$M$  은 주변 시공간에 영향을 미치는 중심 회전 물체(중성 블랙홀)의 질량이고,  $a$  는 회전하는 물체의 특정 각운동량입니다. 여기서 주목해야 할 중요한 용어는  $-\frac{4GMa r \sin^2 \theta}{\rho^2} dt d\phi$  은 일반적으로 블랙홀과 같은 물체의 회전에 의한 시공간에 대한 항력을 나타냅니다. 이 특징은 시공간 자체가 움직이는 물질의 존재에 의해 영향을 받는다는 에른스트 마흐의 운동 상대성 이론을 표현한 것으로 해석할 수 있습니다.

1967년 펄서가 발견되면서 커 측정법의 타당성이 더욱 강조되었는데, 처음에는 초당 천 회에 이르는 엄청나게 빠른 속도로 회전하는 중성자별로 이해되었습니다. 커 측정법은 주로 블랙홀 모델에 적용되지만, 중성자별과 같은 다른 소형 천체를 이해하는 데도 중요한 의미를 지니고 있습니다.

저명한 천체 물리학자 수브라마찬 찬드라세카르는 커의 해법이 이론 물리학의 응용



수학적 연구에서 중요한 진전을 이뤘다고 평가했습니다((찬드라세카르 1983)).

Kerr의 접근 방식에서 강조해야 할 중요한 점은 예를 들어 용어의 도입과 같은 다른 표현 속성을 탐색 할 수 있다는 것입니다.  $drdt$  항의 도입과 같은 다른 표현 속성을 탐구할 수 있다는 점이며, 그 의미는 5장에서 살펴볼 것입니다.

## 2.4 안드레이 사하로프와 장 마리 수리오의 작품

야누스 우주론 모델은 알버트 아인슈타인의 일반 상대성 이론, 안드레이 사하로프의 입자 물리학 및 우주론 연구, 장 마리 수리오의 심플렉틱 기하학 연구를 종합한 것입니다. 동적 군 이론에 따르면, 그는 시간의 반전이 어떻게 에너지의 반전을 의미하고 따라서 질량의 반전을 의미하는지 설명합니다.

실제로 우주의 바리오닉 비대칭성은 현재 물리학에서 가장 중요한 문제 중 하나로 간주됩니다. 더 정확하게는 우주에 양성자(양성자, 중성자 등 3개의 쿼크로 구성된 입자)는 많지만 반양성자(3개의 반쿼크로 구성된 입자)는 거의 없다는 관측을 말합니다. 우주는 빅뱅 이후

동일한 양의 반양성자

물질과 반양성자 반물질로 만들어졌어야 하며, 이는 상호 소멸로 이어져 질량이 광자로 변환되었을 것입니다. 하지만 이 원시 반물질은 어떻게 되었을까요?

1960년대에 과학자들은 (원시 쿼크의 결합으로 인한) 물질 생성 속도가 (반쿼크의 결합으로 인한) 반물질 생성 속도보다 약간 빠르다는 사실을 발견했는데, 이를 ' $CP$  위반'((Cronin 1964)

현상이라 합니다)이라고 합니다. 이전에는 이러한 결합 과정이 대칭적인 것으로 간주되었기 때문에 이는 역설적이었습니다. 그러나 이  $CP$  위반의 결과로 원시 우주에서 더 많은 물질이 합성되어 반물질보다 우세하게 되었습니다.

러시아 물리학자 안드레이 사하로프는 1967년 이후 우주가 하나의 실체가 아니라 동일한 빅뱅 특이점으로부터 발원한 두 개의 쌍둥이 우주로 구성되어 있으며, 두 개의 시간 화살표가 서로 반대되는 순간부터  $t = 0$ . 초기 특이점  $\phi$  은 시간( $T$ -대칭) 뿐만 아니라 패리티( $P$ -대칭, '거울상 대칭'이라고도 함)와 전하 접합( $C$ -대칭, 입자를 반입자로 변환하거나 그 반대의 경우도 마찬가지로)도 뒤집어 완전한  $CPT$ -대칭을

유도합니다((Sakharov 1967),(Sakharov 1980),(Sakharov 1982)). 쌍둥이 우주에서는  $CP$  대칭성 위반이 역전되어 반물질이 물질보다 우세하다는 것을 의미합니다. 사하로프는 입자 물리학의 맥락에서만  $CPT$  대칭을 설명하는 데 집중했기 때문에 그의 모델에 중력을

포함시키지 않았고, 따라서 쌍둥이 우주는 그림 2.10에서와 같이 탄생 순간을 제외하고는 상호작용을 하지 않는다는 점에 유의해야 합니다:

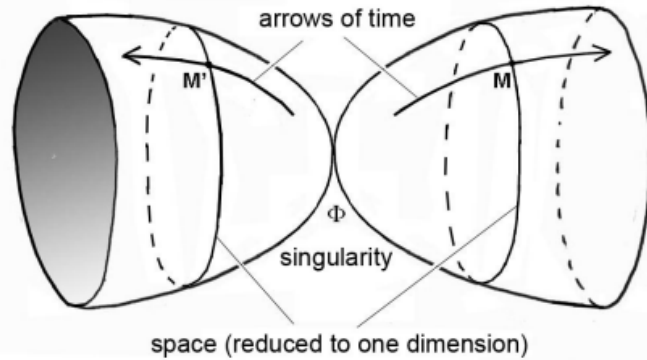


그림 2.10 - 사하로프 우주론 모델

## 2.5 쌍곡선 리만 기하학에서 도입한 바이메트릭 접근법

쌍곡선 리만 기하학은 야누스 우주론 모델에서 중요한 역할을 합니다. 이 기하학 분야는 일정한 음의 곡률을 가진 곡면 공간을 연구합니다. 이 기하학은 양의 곡률과 음의 곡률을 모두 가진 공간을 개념화할 수 있게 해줍니다. 그러나 쌍곡선 리만 기하학에는 현재 쌍곡선 우주론 모델의 기반이 될 수 있는 쌍곡선 또는 다곡선 수학 이론이 도입되어 있지 않다는 점에 유의하는 것이 중요합니다. 실제로 현재의 이론적 모델은 여전히 휴리스틱한 수준에 머물러 있습니다. 예를 들어, 2002년과 2008년에 각각 티볼드 다무어((Damour와 코간 2002))와 사빈 호센펠더((호센펠더 2008))가 두 가지 접근법을 시도했습니다. 하나는 바이메트릭 필드 방정식 체계에 중력자와 가벼운 중력자를 도입하는 방식이었고, 다른 하나는 우리의 모델과 어느 정도 유사했습니다.

실제로 다무어와 코간은 거대한 중력자 스펙트럼을 포함하는 '두 개의 막' 이론을 구축하려고 시도했지만, 40페이지에 달하는 이 문서는 비명을 지르며 중단되었습니다. 그들은 이러한 거대 중력이 두 개의 결합된 필드 방정식 시스템을 따라야 한다는 것을 보여주었습니다:

$$2M_L^2 \left( R_{\mu\nu}(g^L) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^L R(g^L) \right) + \Lambda_L g_{\mu\nu}^L = t_{\mu\nu}^L + T_{\mu\nu}^L$$

$$2M_R^2 \left( R_{\mu\nu}(g^R) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^R R(g^R) \right) + \Lambda_R g_{\mu\nu}^R = t_{\mu\nu}^R + T_{\mu\nu}^R$$

그 후 사빈 호센펠더는 우주의 음의 질량 개념을 다루는 정교한 모델을 제안했습니다. 그러나 1957년 헤르만 본디는 이러한 질량을 알버트 아인슈타인의 모델에 도입하려고 시도했습니다. 그러나 소위 누설 현상으로 인해 이 모델이 작용-반응 원리 및 등가성과 같은 물리학의 기본 원리를 위반하는 등 물리적 모순이 드러났습니다((본디 1957)). 호센펠더는 한 걸음 더 나아가 한 쌍의 새로운 결합 필드 방정식을 공식화했습니다:

$$R_{\nu k} - \frac{1}{2} g_{\nu k}^{(g)} R = T_{\nu k} - \underline{V} \sqrt{\frac{\hbar}{g}} a_{\nu}^{\underline{v}} a_k^{\underline{k}} \underline{T}_{\underline{\nu k}}$$

$$R_{\underline{\nu k}} - \frac{1}{2} h_{\underline{\nu k}}^{(h)} R = \underline{T}_{\underline{\nu k}} - W \sqrt{\frac{g}{\hbar}} a_k^{\underline{k}} a_{\nu}^{\underline{v}} T_{\nu k}$$

그러다가 물리적 원리와의 불일치를 해결할 수 없었고, 그것이 '바이메트릭 중력'과 불가분의 관계에 있다고 믿었기 때문에 포기했습니다.

이 두 접근법의 공통점은 순전히 이론적인 접근법이며 관측을 통해 검증된 결과를 제공하지 못했다는 점입니다. 앞의 두 가지와 비교했을 때 우리의 우주론적 모델이 유일하게 인정받을 수 있는 점은 관측과 일치하는 지점이 많고 3.2절에서 보게 될 몇 가지 물리적 예측이 있다는 것입니다. 쌍곡선

리만 기하학은 리만 기하학의 한 분야로, 일정한 음의 곡률을 가진 곡면 공간을 연구하며 수학적으로 흔히 '안장 모양'으로

묘사되는 쌍곡선 모양에 해당합니다. 더 정확히 말하면, 쌍곡선 공간의 일정한 음의 곡률은 쌍곡선의 양방향 점근 거동, 즉 쌍곡선의 가지가 수렴하지 않고 무한히 갈라지는 것으로 설명할 수 있습니다. 이 특성은 쌍곡선 공간의 중요한 특성이며 유클리드 기하학 및 구형 리만 기하학과 구별하는 데 사용할 수 있습니다.

예를 들어, 그림 2.11에서 삼각형을 그리는 빨간색 선은 표면의 측지선입니다. 간단히 말해서, 측지선은 공간에서 두 점 사이의 최단 경로입니다. 큰 종이에 표시된 것처럼 평평한 유클리드 공간에 있다고 상상해 보십시오. 여기서 이 경로는 직선에 불과합니다. 하지만 곡면에서는 양의 곡면(구형 기하학)이든 음의 곡면(말 안장 같은 쌍곡선 기하학)이든 상관없이 곡면의 두 점 사이에 끈이나 고무줄을 늘어뜨려서 최단 경로를 나타내는 측지선을 그릴 수 있습니다. 따라서 삼각형의 각도의 합이 180도가 되는 유클리드 기하학과 달리 구형(리만 기하학) 기하학에서는 이 합이 180도를 초과하고 쌍곡선 기하학(리만 기하학의 일종)에서는 180도보다 작아집니다.

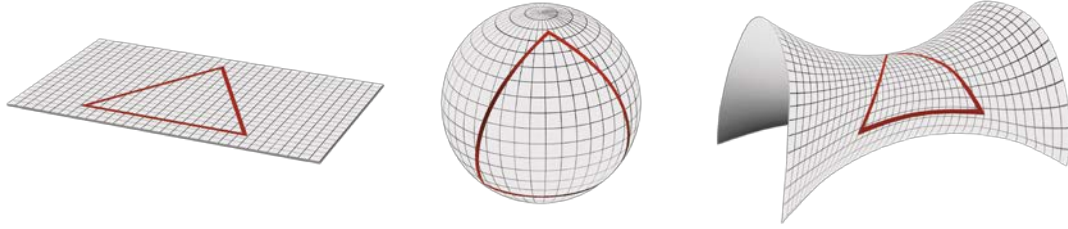


그림 2.11 - 공간 곡률의 유형

'평평한' 유클리드 공간, 즉 곡률이 0인 공간이 반드시 평평한 평면은 아니라는 점에 유의해야 합니다. 앞의 종이의 예를 들어보면, 종이가 골판지처럼 여러 번 접혀도 곡률은 모든 곳에서 0을 유지합니다. 이것은 시트가 늘어나지 않기 때문에 표면에 추적된 측지선이 변경되지 않음을 의미합니다. 원통이나 원뿔과 같은 닫힌 유클리드 곡면도 마찬가지입니다. 생각과 달리 곡률이 없습니다. 유클리드 기하학에 따르면 곡면처럼 보이지만 표면이 늘어나지 않고 평면으로 펼쳐질 수 있기 때문에 '평면'으로 간주할 수 있습니다.

다음 장에서 설명할 야누스 우주론적 모델의 개념은 두 개의 결합된 필드 방정식 체계에 따라 양의 곡률을 가진 공간과 음의 곡률을 가진 공간 사이의 관계로 정의되는 '제펠라 기하학'과 연관시키는 것입니다.

### 3 야누스 우주론 모델

#### 3.1 설명

야누스 우주론 모델은 두 가지 다른 측정 기준을 가진 리만식 다양성이 특징인 우주에 대한 혁신적인 비전을 제시합니다. 이 척도는 양질량과 음질량을 독특한 방식으로 다루며, 일반 상대성 이론의 틀 안에서 관측을 통해 확인된 일관된 해석을 제공하면서도 기존의 역설을 피할 수 있습니다. 상호 작용하지 않는 두 개의 이항

우주에 대한 안드레이 사하로프의 우주론적 모델을 기반으로, 두 가지 메트릭을 가진 단일 리만 품종으로 구성된 단일 우주, 즉 *CPT-대칭에서* 두 개의 층이 서로 접혀 있지만 이번에는 중력 효과로 상호 작용하는 4차원 하이퍼서피스로 이루어진 새로운 모델이 개발되었습니다.

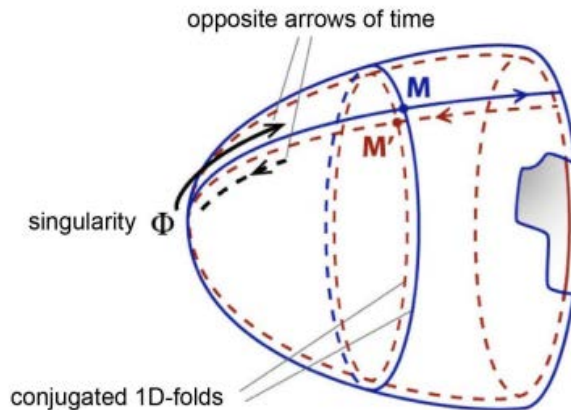


그림 3.1 - 야누스 우주론 모델

첫 번째 레이어는 양에너지와 질량을 가진 물질이 이 시공간에서 두 지점 사이를 통과하는 속도를 측정하는 척도를 제공하는 특정 길이 단위로 격자형으로 되어 있습니다.  $c$ 특수 상대성 이론에 의해 제한됩니다(섹션 2.2.2). 그리고 그 반대편에 있는 음의 에너지와 질량을 가진 물질(같은 비율로 진화하는 광자)의 경우 길이가 100배 짧고 속도가 10배 빠른 단위로 제공되어 교차 시간이 1000배 더 빨라집니다. 따라서 이 모델은 두 가지 다른 방식과 다른 속도로 시공간을 가로지르는 두 가지 측지선 군을 제공하여 성간 여행을 가능하게 하고, 원시 반물질의 소멸과 은하의 감금과 같은 여러 물리적 현상을 설명합니다((Petit and d'Agostini 2014),(Petit 2018)).

또한 음의 에너지 상태가 양자역학과 양립할 수 있음을 보여줍니다.  
이 모델은 아인슈타인의 장 방정식을 확장한 두 개의 결합된 장 방정식을 기반으로 하며,  
우주에 암흑  
에너지(반발력)와 암흑 물질(은하 회전 곡선의 평탄화)의  
존재에 대한 신뢰할 수 있는 대안을 제시하는 동시에 음의 질량을 일반 상대성 이론에  
성공적으로 통합합니다. 이 이론은

### '라그랑지안'

이라는 개념에서 방정식을 도출하는 데 기반을 두고 있습니다. 물리학에서는 물체나  
입자가 어떻게 움직이고 서로 상호작용하는지를 설명하기 위해 원리를 사용하는 경우가  
많습니다. 여기서는 '작용'이라는 특정 양을 최소화하여 물리 시스템이 시간에 따라 어떻게  
진화하는지를 설명하는 수학적 공식인 변화의 원리를 사용합니다. 이 변화의 개념은  
'공변량'이어야 하는데, 이는 어떤 관성 기준 프레임을 선택하든 동일하게 유지된다는 것을  
의미합니다. 이는 속도에 관계없이 모든 관측자에게 적용된다는 것을 의미합니다.

이러한 원리를 논리적으로 도출하면 입자 시스템의 운동과 상호작용을 상대적 운동에  
관계없이 모든 관찰자에게 유효한 방식으로 설명하는 방정식을 도출할 수 있습니다.  
'작용'은 특정 기간 동안의 '라그랑지안'의 적분으로 정의되며, 이를 통해 물리 시스템의  
동역학과 역학을 설명할 수 있습니다. 라그랑지안은 시스템의 운동 에너지와 위치 에너지,  
그리고 시스템의 행동에 영향을 줄 수 있는 다른 요인으로부터 계산된 함수입니다. 최소  
작용의 원리를 사용하여 '작용'을 최소화하는 시스템의 궤적, 즉 '작용'의 값이 가능한 한  
작은 경로를 찾으려고 합니다. 운동 방정식은 이 최소 동작 궤적을 시간에 대해  
미분함으로써 얻을 수 있습니다.

## 3.2 의미

우주론은 위기에 처해 있습니다. 첫 번째 예는 138억 년 동안 거대한 풍선처럼 부풀어  
오르고 있는 우주의 팽창 속도입니다. 천체 물리학자들이 망원경으로 허블 상수(또는  $H_0$ ),  
그들은 표준 우주론 모델( $\Lambda$ ), 우주의 기원(빅뱅)과 최초의 원자부터 최초의 별과 은하를  
거쳐 현재에 이르기까지 우주의 역사를 현재 가장 잘 설명하는 이론입니다.

허블 상수( $H_0$ )는 우주의 팽창 속도를 측정하는 우주론의 핵심 변수입니다. 이 상수는  
은하가 서로 얼마나 빨리 멀어지고 있는지를 거리의 함수로 나타냅니다. 그러나 최근 두  
가지 주요 측정 방법이 상당히 다른 결과를 낳았습니다:

- 한편으로 은하를 직접 관측하고 세페이드 및 Ia 형 초신성과 같은 표준 촛불을 기반으로 한 우주 거리 척도를 사용하는 지역 측정은 다음과 같은 값을 제공합니다.  $H_0$  의 73km/s/Mpc<sup>2</sup>. 이 측정값은 미국인 아담 리스가 이끄는 슈즈(Shoes) 공동연구에서 나온 것입니다.
- 반면, 우주론 표준 모델의 일부로 분석된 우주 마이크로파 배경<sup>(3)</sup>의 데이터는 초당 67.4킬로미터(km/s/Mpc)라는 더 낮은 값을 제시합니다. 이 방법은 플랑크 위성의 데이터를 기반으로 합니다.

이러한 불일치는 측정 오류 때문이 아니라면 우주 팽창을 가속화하는 암흑 에너지의 역할과 같은 표준 모형의 일부 근본적인 측면에 대한 재평가가 필요합니다. 야누스 우주 모형은 이러한 반중력 효과를 음의 질량으로 간주하고 그 성질을 명시하고 있는데, 이 주제는 나중에 3.3절에서 더 자세히 살펴볼 것입니다.

또 다른 예로, 첨단 적외선 관측 기능을 갖춘 제임스 웹 우주망원경(JWST)은 최초의 은하 형성을 포함하여 우주 진화의 아주 초기 단계에서 우주를 관측하도록 설계되었습니다. 최근 JWST에서 관측한 결과, 표준 모형의 예측과 일치하지 않는 천체나 행동이 발견되어 표준 모형의 기초를 완전히 수정해야 하는 상황에 이르렀습니다.

우주론의 표준 모델에 따르면 우주는 빅뱅 이후 암흑기를 겪었고, 수억 년 후 최초의 별과 원시 은하가

형성되었습니다. 이 최초의 구조물들은 암흑 물질의 중력에 의해 처음 10억 년 동안 대형 은하로 진화했습니다. 은하는 수십억 년 동안 계속 발전하고 군집을 이루며 오늘날 관측되는 다양한 유형을 형성했습니다. 암흑 물질과 암흑 에너지는 이 과정에서 각각 구조의 형성과 우주의 팽창에 영향을 미치며 중요한 역할을 하는 것으로 알려져 있습니다.

최근 *네이처 천문학*

저널(Boylan-Kolchin 2023)

<sup>2</sup> 1메가파르섹은 약 326만 광년에 해당합니다. 우주의 팽창으로 인해 거리가 1메가파섹 증가할 때마다 은하의 분리 속도는 초당 73킬로미터씩 빨라집니다.

<sup>3</sup> 우주 마이크로파 배경(CMB)은 우주가 전자와 양성자가 결합하여 원자를 형성할 수 있을 만큼 충분히 냉각된 빅뱅 이후 약 38만 년 동안 방출된 전자기 방사선을 말합니다.

에 발표된 연구는 오스틴 텍사스 대학교 천문학 부교수인 마이크 보일런-콜친이 우리 은하(태양 질량 100억 개)보다 훨씬 더 거대한 고적분 은하(빅뱅 후 5억~7억 년 사이)가 예상보다 일찍 형성되었다는 사실을 발견한 것을 언급하고 있습니다.

예를 들어, *아벨 2744 Y1*은 약 132억 광년 떨어진 조각가자리의 은하단에 위치한 은하단으로, 우주가 6억 5천만 년 밖에 되지 않았을 때와 같은 모습으로 우리에게 나타납니다(그림 3.2).

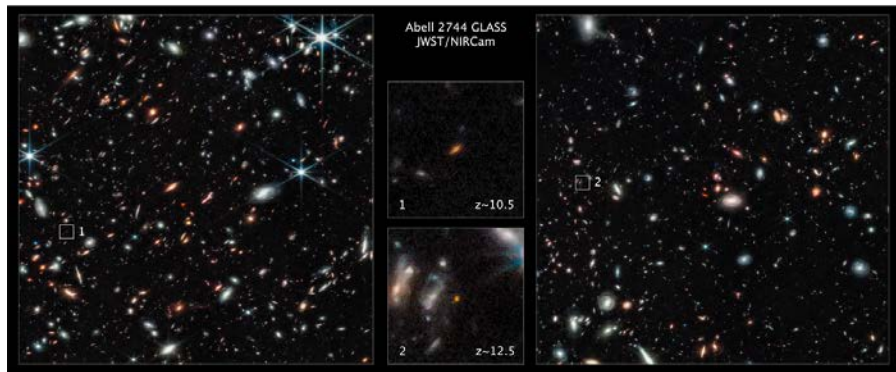


그림 3.2 - 제임스 웹 망원경 이미지 - Abell 2744 Y1

제임스 웹 우주망원경의 이번 관측은 야누스 우주 모델의 예측 중 하나를 다시 한 번 확인시켜 주었습니다.

따라서 야누스 우주 모델은 다음과 같은

수많은 관측과 예측을 통해 확인된 주요 우주론적 질문에 대한 해답을 새롭게 조명합니다:

- 그림 3.3에서와 같이 은하의 안정성에 기여하는 은의 질량이 차지하는 틈새 공간에 의한 은하의 감금에 대한 설명 ((Farnes 2017)).



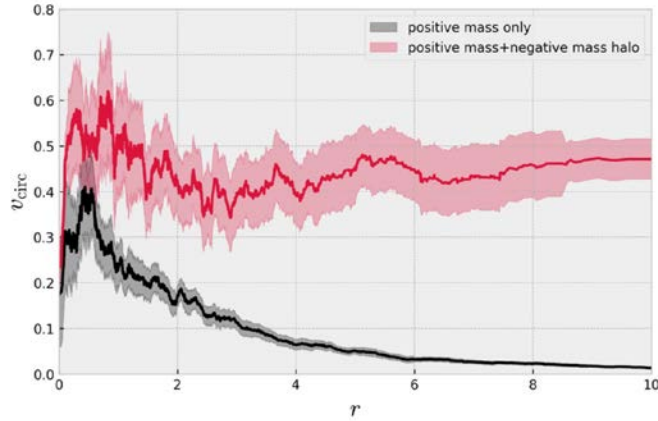


그림 3.3 - 질량이 양인 입자로 구성된 은하계와 질량이 음인 입자의 후광으로 둘러싸인 은하계의 원반 속도 공동의 차이.

- 은하 자전 곡선의 모양에 대한 설명(평탄화)
- 이 모델은 음의 질량이 존재하기 때문에 은하 가장자리에서 공전하는 별의 중력 가속도가 예상보다 높은 것을 설명합니다.
- 음의 질량의 반중력 기여로 인해 은하단에서 은하가 빠른 속도를 내는 것에 대한 설명.
- 그는 블라소프 방정식과 푸아송 방정식에 대한 일반적인 접근 방식을 기반으로 은하의 거동에 대한 수학적으로 상세한 설명을 제안합니다. 그는 은하계 내 별들의 속도가 은하 중심을 향한 타원체 형태로 조직화되어 있다고 예측했는데, 이 가설은 태양계 근처 별들의 잔류 속도를 측정된 결과 확인되었습니다.
- 3.4에서와 같이 은하 주변의 중력 렌즈 효과를 설명합니다.

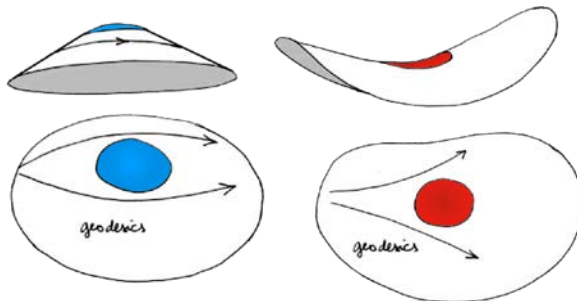


그림 3.4 - 중력 렌즈 효과

- 3.5에서와 같이 서로 연결된 비누 방울 형태의 음의 질량 클러스터가 차지하는 우주의 열공 구조에 대한 설명입니다.

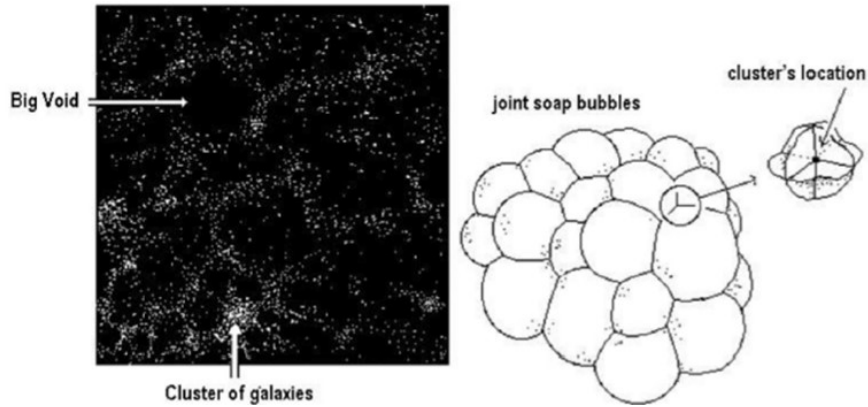


그림 3.5 - 갭 구조

이 구조는 2018년 Tsvi Piran의 논문(Piran 2018)에서도 확립되었는데, 그는 빈 공간의 암흑 물질에 집중된 음의 질량의 저밀도 영역의 반중력 압축으로 인해 "벽"이라고 부르는 은하 분포에 대해 강조했습니다. 관측에 따르면 이러한 빈 공간은 우주 부피의 상당 부분을 차지합니다. 은하 분포의 공허와 암흑 물질 밀도가 낮은 지역 사이의 상관 관계는 이러한 공허의 중력 기원을 명확하게 보여줍니다. '음의 우주론적 공허'로 알려진 원시 저밀도 영역은 음의 중력 질량으로 작용하며 관측된 공허의 씨앗 역할을 합니다. 이 하위 밀도 영역의 중심은 물질을 밀어내는 효과적인 중력 질량으로, 중심 사이의 벽을 따라 물질을 정렬합니다. 보이드는 이 질량을 중심으로 은하 벽으로 둘러싸여 있습니다. 결국 벽에 균열이 생겨 공극이 다른 공극과 합쳐지면서 은하를 가두는 더 넓은 공극 네트워크가 만들어집니다.

- 최근 제임스 웹 우주 망원경으로 관측된 모든 은하의 초기 형성에 대한 예측 및 확인 ((Ferreira 외, 2022)). 사실, 이 모델은 모든 은하가 (원시) 우주 역사의 첫 1억 년 동안 함께 형성되었음을 시사합니다. 이 형성은 양질량이 음질량의 여러 성단 사이에서 격렬하게 압축되어 높은 압력을 만들 때 일어났습니다. 음의 질량의 반중력 효과로 인한 물질과 기체의 강한 수축은 상당한 가열을 유도하여 시트와 같은 구조에 의해 촉진된 빠른 냉각으로 이어졌습니다. 이 냉각 시간 덕분에 열핵융합 반응을 시작하기에 충분한 온도에 도달할 수 있었고, 최초의 별이 탄생하고 별들이 모여 오늘날 우리가 알고 있는 은하를 형성할 수 있었습니다.

- 높은 적색편차( $> 7$ )의 먼 은하가 왜소(광도 감소)로 나타나는 것에 대한 설명. 이는 마이너스 질량 은하단(예: 3.3절에서 공부할 쌍극자 충돌자 영역)이 광자에 음의 중력 렌즈 효과를 일으켜 광도를 감소시키는 효과가 있기 때문입니다.
- 수성 주변부의 전진이나 태양에 의한 광선의 편향과 같은 국소 상대론적 검증이 확인되었습니다. 두 종류의 질량이 서로 밀어내고, 태양 근처에서는 음의 질량 밀도가 거의 무시할 수 있는 수준이라는 점을 고려하면, 이 시스템의 첫 번째 방정식은 아인슈타인의 필드 방정식에 해당합니다(3.3.4.2절 참조).

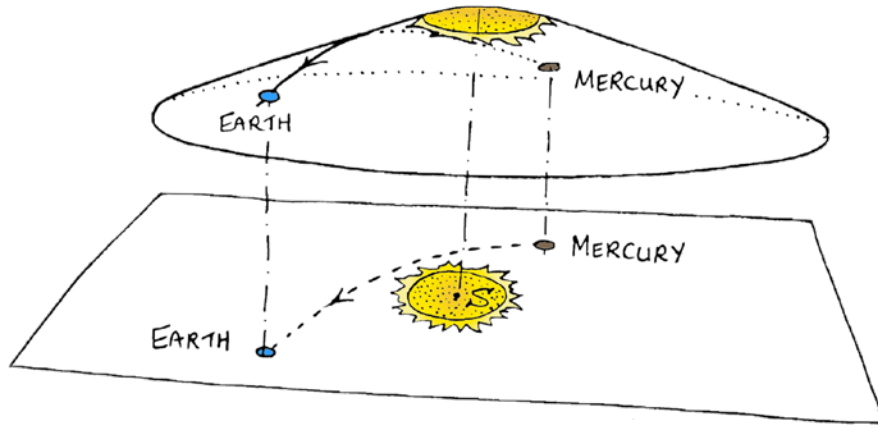


그림 3.6 - 태양 질량에 의해 유도된 시공간 변형

- 양질량과 음질량 두 집단 사이의 비대칭성을 이용하면 Ia형 초신성 관측 데이터와 일치하는 결과를 얻을 수 있습니다. Ia형 초신성의 관측은 천체의 거리를 측정하고 우주의 팽창을 연구하는 데 중요한 도구가 되어 왔습니다. Ia형 초신성은 쌍성계에서 발생하는 초신성 폭발로, 백색왜성이라고 알려진 별이 임계 질량에 도달할 때까지 동반 항성의 물질을 흡수하여 폭발을 일으킵니다. 이러한 비대칭은 자전이나 백색왜성에 물질을 전달하는 동반 항성의 자기장과 같은 과정으로 인해 발생할 수 있습니다. 비대칭이 존재한다면, 이는 Ia형 초신성 간의 광도 차이로 이어질 수 있으며, 이는 관측을 설명할 수 있습니다.
- 2017년 1월에 발견된 거대 반발력의 성질에 대한 설명(3.3절 참조): 모든 물질을 밀어내는 것처럼 보이는 샤프리 끌어당기는 힘과 반대되는 우주의 텅 빈 영역에 존재하는 것으로 밝혀졌습니다.

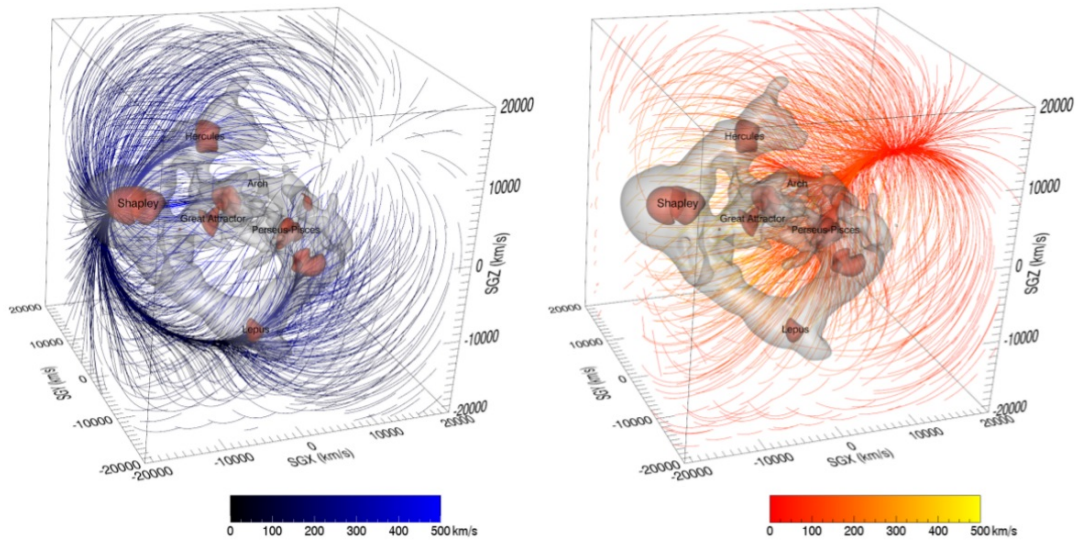
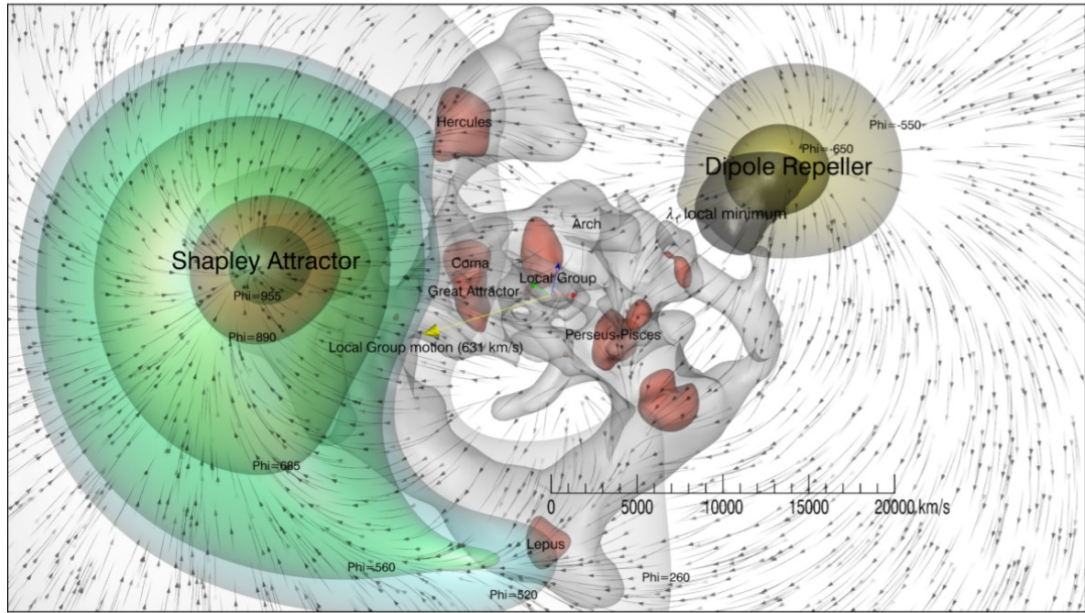


그림 3.7 - 대형 리펠러

- 이 모델은 밀도가 낮은 음의 질량 환경으로 운동량을 지속적으로 전달하는 동적 마찰에 의해 구동되는 내구성 있는 은하 나선 구조를 보여 주며, 나선 팔이 은하 주위를 지속적이고 안정적으로 회전할 수 있도록 합니다. 아래 그림과 같이 나선 팔은 밀도가 높은 영역(양질량)을 통과할수록 속도가 느려지고 에너지가 손실되는 반면, 밀도가 낮은 영역을 통과할수록 속도가 빨라지고 에너지가 증가합니다. 이것은 은하계를 통해 전파되는 밀도 파를 생성하여 음의 질량 환경으로 운동량을 전달합니다.

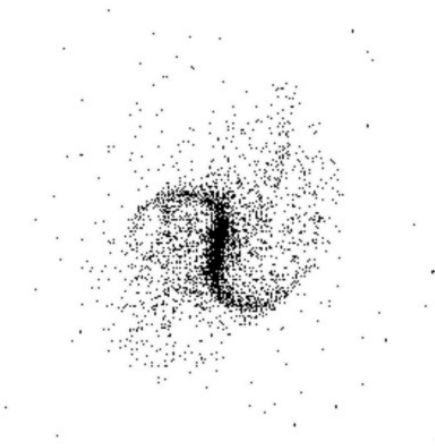


그림 3.8 - 수치 시뮬레이션의 막대 나선형 rotation(1992년: 20,000 포인트)

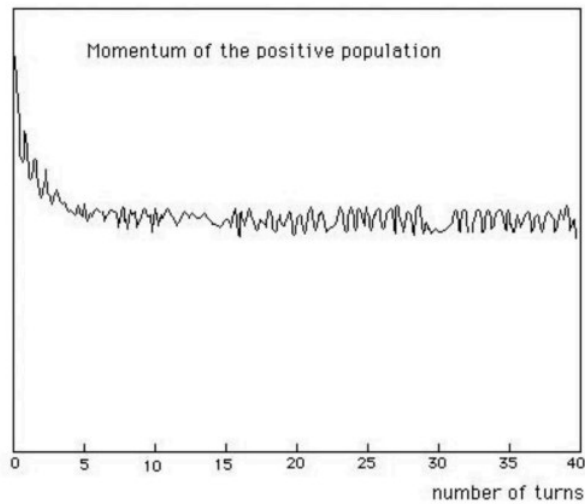


그림 3.9 - 운동 모멘트의 진화(1992년: 20,000 포인트)

- 음의 에너지 광자를 방출하는 우주 반물질이 관측되지 않은 이유에 대한 설명입니다.
- 우주의 보이지 않는 구성 요소인 반양성자, 반중성자, 반전자, 반수소 및 음질량 반헬륨의 성질에 대한 설명입니다. 이 원소들은 음의 에너지를 방출하기 때문에 관찰할 수 없는 원시 반물질을 구성합니다.
- **최근 2023년 9월에 확인된 추측입니다(앤더슨 2023):** 실험실에서 개발되어 양에너지 광자를 방출하는 c-대칭(전하 대칭) 반물질은 일반 물질과 마찬가지로 중력에 의해 아래로 밀려납니다.

- 이 모델은 우주 마이크로파 배경(CMB)의 변동을 음질량 물질 분포로 채워진 우주 인접 세포의 밀도 변동에 대한 일반 양질량 물질의 반응으로 간주하여 자체적인 해석을 제공합니다. 이 상황은 이러한 세포 내에서 발생하는 중력 불안정성과 관련이 있습니다. 이러한 변동을 분석하면 두 가지 유형의 물질의 스케일 인자 사이의 관계를 평가할 수 있는 수단을 제공합니다. 우리는 비율  $\frac{a(+)}{a(-)}$  는 100 정도입니다. 따라서 다음과 같은 비율을 추론할 수 있습니다.  $\frac{c(-)}{c(+)}$  은 10 정도라고 추론할 수 있습니다((Petit 2018). 이는 질량을 역전시킬 수 있는 물체의 경우 성간 여행에 필요한 시간을 천 배나 줄여 두 번째 필드 방정식 (24)의 측정값으로 설명되는 측지선을 따라 이동할 수 있다는 것을 의미합니다.  $h_{\mu\nu}$  에 의해 설명되는 측지선을 따라 이동할 수 있습니다.

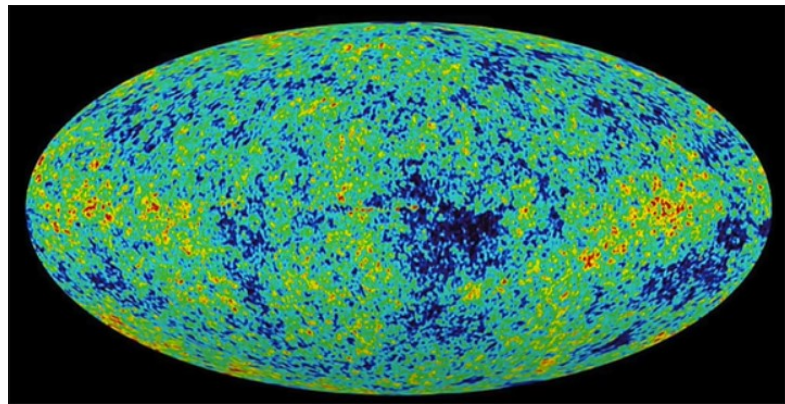


그림 3.10 - 우주론적 확산 포 및

- M87 은하와 은하수 중심에 위치한 초질량 물체의 처음 두 이미지에서 추론한 3의 중력 편이(섹션 7에서 수행한 연구 참조).
- "빅뱅 이전에 무엇이 있었을까?" 라는 질문에 대한 답은 현재로서는 없습니다. 야누스 우주론 모델에 따르면, 우주의 위상학적 구조인 "반(反)시간적 상대와 상호작용하는" 우주는 "전(前)" 이라는 부사의 의미를 무효화함으로써 이 질문을 제거합니다. 실제로 나중에 살펴보겠지만, 빅뱅의 순간 시간의 화살표는 역전됩니다.



### 3.3 쌍극자 리펠러

#### 3.3.1 소개

2017년에 예후디 호프만, B. 톨리, H. 쿠르투아, D. Pomarède는 최초의 매우 상세한 우주 지도를 발표했습니다(호프만 외. 2017). 이 지도는 은하의 위치뿐만 아니라 은하의 적색편이 원시 측정값에서 허블 팽창의 영향을 빼서 은하의 속도장을 통합했습니다. 그 결과는 매우 인상적이었으며, 100년 전 에드윈 허블의 발견에 필적할 만큼 오늘날 우주론에서 가장 중요한 관측 발견 중 하나로 꼽히고 있습니다. 이 연구 이전에는 일부 은하가 거대 인력이라고 불리는 영역을 향해 수렴 운동을 하는 것으로 알려져 있었습니다. 2017년에 발표된 분석에서는 거대 인력을 넘어서는 또 다른 더 큰 구조, 즉 샤플리 인력의 영향이 밝혀졌습니다. 그러나 가장 주목할 만한 발견은 이 두 구조의 거의 반대편에서 은하가 발견되지 않은 영역이 발견되었다는 것입니다. 대신, 이 영역에서 멀리 떨어진 곳에서 움직임을 보이는 이웃 은하들로 둘러싸인 상당한 공극이 있었고, 이 공극을 중심으로 '썩는' 패턴이 형성되었습니다. 처음에는 쌍극자 리펠러라고 불렀던 이 패턴은 나중에 인력이 작용하는 구조와 관련이 있다는 것이 밝혀지면서 쌍극자 끌어당기기(Dipolar Attractor)로 명명되었습니다. 측정 인공물로는 설명할 수 없는 이 현상을 이해하려면 의심할 여지 없이 우주 역학에 대한 우리의 이해에 상당한 진전이 있어야 합니다.

#### 3.3.2 해석에 대한 몇 가지 시도

최초 발견 이후 4년이 지난 지금까지 쌍극자 리펠러 현상을 모델링하려는 시도는 거의 없었습니다. Neiser는 최근 논문(Neiser 2020)에서 이 문제에 초점을 맞추지 않고 빅뱅의 본질, 양자 진공, 우주의 기원에 대한 가설을 제안합니다. Neiser는 반물질이 서로 반발하는 중력 효과를 일으켜 중성미자별과 반중성미자별을 형성하여 서로를 밀어내는 중력 효과를 일으킬 수 있다고 추측합니다. 원시 반물질 반발의 유사한 측면은 2012년에 Benoit-Lévy 등이 언급했지만 ((Benoit-Lévy and Chardin 2012)), 더 이상의 근거는 없습니다. Heald는 그의 논문 (Heald 2020)에서 쌍극자 반발력에 의해 밀려나고 샤플리 유인력에 의해 끌어당기는 라니 아케아의 상황을 언급합니다. 다시 한 번, 물질과 반물질 사이의 반발에 대한 아이디어는 우주의 대규모 구조와 공허의 조직에 대한 가능한 설명으로 제안됩니다. 그러나 큰 공허의 중심 물체에 대한 구체적인 모델은 제시되지 않았고, 방출되는 빛의 부재는 여전히 설명되지 않고 있습니다. 2018년에 뷔이크는 논문(Vuyk 2018)에서 가상의

다섯 번째 힘의 존재를 제안했고, 호프만 등은 수치 시뮬레이션을 통해 관측 데이터와 일치하는 암흑 물질 분포를 재구성했습니다((Hoffman et al. 2018)). 이러한 탐구에서 두 가지 설명 체계가 등장하는데, 하나는 관측할 수 없는 반발성 반물질로 구성된 가상의 물체를 포함하는 것이고, 다른 하나는 암흑 물질 분포의 불일치를 제안하는 것입니다. 관측 결과 우주의 팽창이 가속화되고 있으며, 이는 음압을 가진 성분이 존재한다는 것을 나타냅니다((Perlmutter 외. 1999), (Riess 외. 2004), (Schmidt 외. 1998)). 이 현상을 설명하기 위해 제안된 모델은 양 질량 구성 요소에 대한 암흑 물질과 암흑 에너지의 반발력을 결합하여 이러한 반 중력 효과에 기여할 수 있는 음의 질량의 존재를 제안합니다. 이 가설은 참고 문헌 (Petit 1995) (Petit and D'Agostini 2014a) (Petit and D'Agostini 2014b) (Petit, D'Agostini, and Debergh 2018) (Petit, D'Agostini, and Debergh 2019) (Petit and D'Agostini 2021a) (Petit and D'Agostini 2021b)에 해당하는 작업의 중심에 있습니다.

### 3.3.3 암흑 물질 갭에 의한 해석

암흑 물질 진공이 관측된 반발 효과를 일으킬 수 있는 가능성을 조사해 봅시다. 먼저 암흑 물질의 균일한 분포 내에 구형의 공극을 고려하고 푸아송 방정식을 사용하여 이 시스템을 분석할 수 있습니다:

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} = 4\pi G \rho_{dm}$$

이 방정식은 선형이며 중력 포텐셜을 밀도의 함수로 설명합니다. 두 개의 밀도 분포( $\rho_1$  과  $\rho_2$ 를 중첩하면 결과 중력 포텐셜은 이 두 분포와 관련된 포텐셜의 합입니다:  $\psi = \psi_1 + \psi_2$ .

균일한 밀도 분포를 고려하면  $\rho_{dm}^{unif}$  우리는 포텐셜을 얻습니다.  $\psi_1$ 는 푸아송 방정식의 해입니다:

$$\psi_1 = \frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3} \quad \text{et} \quad \vec{g}_1 = -\frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

이제 다음과 같은 반대 밀도를 가진 볼륨을 도입하여  $-\rho_{dm}^{unif}$ 와 같은 밀도를 가진 부피를 도입하여  $\psi_2$ 를 생성하는데, 이는 다음 푸아송 방정식의 해입니다:

$$\frac{d^2\psi_2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi_2}{dr} = -4\pi G \rho_{dm}^{unif}$$

이 솔루션은 :



$$\psi_2 = -\frac{4\pi G \rho_{dm}^{unif} r^2}{3}, \quad \vec{g}_2 = \frac{8\pi G \rho_{dm}^{unif}}{3} \vec{r}$$

따라서 중력은 같지만 부호가 반대인 중력장을 얻게 됩니다. 따라서 중력은 반발력이 있으며 구의 중심으로부터의 거리에 비례합니다.

그런 다음 이 두 분포와 관련된 중력 전위를 계산하면 진공 내부에서 중력 전위가 0이 되는 것을 관찰할 수 있습니다. 다시 말해, 암흑 물질의 균일한 분포에 의해 가해지는 중력은 진공을 만드는 반대 밀도에 의해 가해지는 중력과 정확히 균형을 이룹니다:

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

그러나 좌표의 원점으로 선택한 위치가 무엇이든 중력장은 진공 내부에서 0이 아닌 상태로 유지됩니다. 이는 중력이 완벽하게 균형을 이루지 못한다는 것을 의미하며, 이는 진공이 반발 중력장을 만든다는 생각과 모순되는 것처럼 보입니다.

이 역설을 해결하려면 푸아송 방정식을 정지된 상황에서 아인슈타인 방정식의 선형화된 버전으로 간주해야 하며, 이는 로렌츠 메트릭의 섭동 측면에서 중력 전위를 정의합니다:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \varepsilon \gamma_{\mu\nu}$$

고전적인 계산에 따르면 적절한 밀도는 다음과 같습니다.  $\rho_0$  ((Adler, Bazin, and Schiffer 1975)):

$$\varepsilon \sum_{i=0}^3 \gamma_{00|i|i} = -\chi \rho_0$$

**참고:** 2.3.6절에서 공부한 약한 장 한계와 관련하여, 방정식 (26)은 미터 텐서의 시간 성분의 공간 2차 도함수( $\gamma_{00}$ 의 공간 2차 도함수를 국부 질량 에너지 밀도로 표현되는 중력 소스와 관련시킵니다.  $\rho_0$ . 이를 통해 시공간 곡률이 질량-에너지 분포에 어떻게 반응하는지 이해하는 동시에 이 두 측면 사이의 정확한 관계를 유지할 수 있습니다.

따라서 중력 전위는 (27)에 의해 다음과 같이 정의됩니다:

$$\psi = -\frac{c^2}{2} \varepsilon \gamma_{00}$$

그러면 (26)은 푸아송 방정식으로 확인할 수 있습니다. 그러나 이 접근법은 암흑 물질의 무한히 균일한 분포에는 적용할 수 없습니다. 중력 불안정성은 진공이 아닌 클러스터를

형성하는 경향이 있고, 이러한 진공의 형성에 대한 명확한 틀이 없기 때문에 물질의 균일한 분포 내에서 중력 전위를 정의하는 것은 불가능하다는 결론을 내릴 수 있습니다.

### 3.3.4 아누스 우주론 모델을 사용한 해석

이제 양(+)의 질량을 가진 일반 물질이 중력 효과를 통해 음(-)의 질량과 상호작용하는 두 개체의 상호작용을 고려해 보겠습니다. 음의 질량을 포함하는 이 모델은 암흑 물질과 암흑 에너지의 영향을 모두 고려합니다.

이 두 개체의 시스템을 다음과 같은 메트릭으로 설명할 수 있습니다.  $g$  및  $h$ . Let  $G$  와  $H$  를 대응하는 리치 스칼라로 설정합니다. 그런 다음 다음과 같은 2계층 액션을 고려합니다:

$$A = \int_{\mathcal{E}} \left( \frac{1}{2\Gamma(g)} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\mathcal{E}} \left( \frac{\kappa}{2\Gamma(h)} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x$$

용어  $S_{(g)}$  과  $S_{(h)}$  는 두 엔티티의 인구와 관련된 소스 용어를 제공하고, 용어  $S_{(h,g)}$  와  $S_{(g,h)}$  는 상호작용 텐서를 생성합니다.  $\Gamma(g)$  와  $\Gamma(h)$  는 각 실체에 대한 아인슈타인 상수입니다. 에 대해  $\kappa = \pm 1$ 에 대해서는 최소 작용의 원리를 적용합니다. 이 동작의 라그랑지안 유도법은 우리에게 :

$$\begin{aligned} 0 &= \delta A \\ &= \int_{\mathcal{E}} \delta \left( \frac{1}{2\Gamma(g)} G + S_{(g)} + S_{(h,g)} \right) \sqrt{|g|} d^4x + \int_{\mathcal{E}} \delta \left( \frac{\kappa}{2\Gamma(h)} H + S_{(h)} + S_{(g,h)} \right) \sqrt{|h|} d^4x \\ &= \int_{\mathcal{E}} \delta \left[ \frac{1}{2\Gamma(g)} \left( \frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta \sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} \right] \delta g^{\mu\nu} \sqrt{|g|} d^4x \\ &\quad + \int_{\mathcal{E}} \delta \left[ \frac{\kappa}{2\Gamma(h)} \left( \frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta \sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} \right] \delta h^{\mu\nu} \sqrt{|h|} d^4x \end{aligned}$$

모든 변형  $\delta g^{\mu\nu}$  및 모든 변형  $\delta h^{\mu\nu}$ 에 대해 로컬에서 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\Gamma(g)} \left( \frac{\delta G}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{G}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta \sqrt{|g|}}{\delta g^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|} S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} &= 0 \\ \frac{\kappa}{2\Gamma(h)} \left( \frac{\delta H}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{H}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta \sqrt{|h|}}{\delta h^{\mu\nu}} \right) + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} + \frac{1}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|} S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} &= 0 \end{aligned}$$

다음 텐서를 소개하겠습니다:

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{(g,g)} &= -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu}S_{(g)} \\
T_{\mu\nu}^{(h,h)} &= -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu}S_{(h)} \\
T_{\mu\nu}^{(h,g)} &= -\frac{2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} \\
T_{\mu\nu}^{(g,h)} &= -\frac{2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}}
\end{aligned}$$

일반 상대성 이론에서 공변량 도함수는 부분 도함수의 개념을 곡면 공간으로 일반화하는 방법입니다. 일반적인 부분 미분과 달리 공변량 미분은 시공간 곡률을 고려합니다.

그런 다음 텐서의 경우  $A_{\nu\sigma}^\rho$ 의 경우 인덱스에 따른 공변량 도함수  $\mu$ 에 따른 공변량 도함수는 식으로 주어집니다:

$$\nabla_\mu A_{\nu\sigma}^\rho = \partial_\mu A_{\nu\sigma}^\rho + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho A_{\nu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda A_{\lambda\sigma}^\rho - \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda A_{\nu\lambda}^\rho$$

따라서 다음 두 가지 식을 추론할 수 있습니다:

$$\begin{aligned}
\nabla_\mu \delta\Gamma_{\nu\sigma}^\rho &= \partial_\mu \delta\Gamma_{\nu\sigma}^\rho + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \delta\Gamma_{\nu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \delta\Gamma_{\lambda\sigma}^\rho - \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda \delta\Gamma_{\nu\lambda}^\rho \\
\nabla_\nu \delta\Gamma_{\mu\sigma}^\rho &= \partial_\nu \delta\Gamma_{\mu\sigma}^\rho + \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \delta\Gamma_{\mu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\nu\mu}^\lambda \delta\Gamma_{\lambda\sigma}^\rho - \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda \delta\Gamma_{\mu\lambda}^\rho
\end{aligned}$$

NB:

- (28b)는 단순히 (28a)에서  $\mu$ 와  $\nu$ .
- 용어  $\partial_\mu A_{\nu\sigma}^\rho$ 은 텐서의 일반 부분 도함수입니다. 뉴턴 물리학에서처럼 시공간이 평평하다면 텐서의 변형을 설명하기에 충분할 것입니다.
- 크리스토펬 기호가 있는 용어  $\Gamma_{\mu\lambda}^\rho$ ,  $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$  및  $\Gamma_{\mu\sigma}^\lambda$ 은 시공간의 곡률을 고려한 시공간 연결로 인한 보정을 나타냅니다. 실제로 곡선 공간에서는 연결(크리스토펬 기호( $\Gamma$ ))은 보정을 도입합니다. 이 보정은 탄젠트 공간(텐서가 존재하는 공간)의 기저가 시공간에서 한 지점에서 다른 지점으로 바뀌기 때문에 필요합니다. 그래서  $\Gamma_{\mu\lambda}^\rho A_{\nu\sigma}^\lambda$ 의 변화를 보정하는 용어는  $A_{\nu\sigma}^\lambda$  방향으로 이동할 때  $\mu$ 의 변화를 보정하는 용어는  $\rho$ .  $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda A_{\lambda\sigma}^\rho$ 과  $\Gamma_{\mu\sigma}^\lambda A_{\nu\lambda}^\rho$ 는 하위 지수의 변화로 인한 기여도를 빼는 항입니다.  $\nu$ 와  $\sigma$ . 이 용어들은 공변량 도함수가 텐서 변환 규칙을 준수하도록 보장합니다.

요약하면, 텐서의 공변량 도함수  $\nabla_\mu$  는 텐서의 일반 부분 도함수와 시공간의 기하학적 변화를 보정하는 항의 조합입니다. 이는 일반 부분 도함수의 경우와 달리 텐서의 도함수 자체가 텐서인 방식으로 구성됩니다.

그런 다음 리만 텐서는 다음 방정식에 의해 크리스토펬 기호와 연관됩니다:

$$R^\rho_{\sigma\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma^\rho_{\nu\sigma} - \partial_\nu \Gamma^\rho_{\mu\sigma} + \Gamma^\rho_{\mu\lambda} \Gamma^\lambda_{\nu\sigma} - \Gamma^\rho_{\nu\lambda} \Gamma^\lambda_{\mu\sigma}$$

*참고:* 리만 텐서  $R^\rho_{\sigma\mu\nu}$  는 시공간에 내재된 곡률을 설명하는 일반 상대성 이론의 수학적 양입니다. 이는 크리스토펬 기호의 부분 도함수와 크리스토펬 기호 자체의 곱의 합 사이의 차이로 정의됩니다. 용어  $\partial_\mu \Gamma^\rho_{\nu\sigma}$  은 크리스토펬 기호의 부분 도함수입니다.  $\Gamma^\rho_{\nu\sigma}$  좌표에 대한 부분 도함수  $x^\mu$ . 이 항은 크리스토펬 기호가 방향으로 이동함에 따라 어떻게 변하는지를 측정합니다.  $\mu$ . 용어  $\partial_\nu \Gamma^\rho_{\mu\sigma}$  항은 첫 번째 항과 유사하지만 부분 도함수가 다른 방향으로 취해집니다,  $x^\nu$ . 용어  $\Gamma^\rho_{\mu\lambda} \Gamma^\lambda_{\nu\sigma}$  과  $\Gamma^\rho_{\nu\lambda} \Gamma^\lambda_{\mu\sigma}$  항은 두 시공간 연결 사이의 상호작용을 나타내는 두 크리스토펬 기호의 곱을 나타냅니다. 한 방향의 곡률이 다른 방향의 곡률에 어떻게 영향을 미치는지 측정합니다.

그러면 우리는 얻습니다:

$$\delta R^\rho_{\sigma\mu\nu} = \partial_\mu \delta \Gamma^\rho_{\nu\sigma} - \partial_\nu \delta \Gamma^\rho_{\mu\sigma} + \delta \Gamma^\rho_{\mu\lambda} \Gamma^\lambda_{\nu\sigma} + \Gamma^\rho_{\mu\lambda} \delta \Gamma^\lambda_{\nu\sigma} - \delta \Gamma^\rho_{\nu\lambda} \Gamma^\lambda_{\mu\sigma} - \Gamma^\rho_{\nu\lambda} \delta \Gamma^\lambda_{\mu\sigma}$$

이것은 우리에게 제공합니다:

$$\delta R^\rho_{\sigma\mu\nu} = \nabla_\mu \delta \Gamma^\rho_{\nu\sigma} - \nabla_\nu \delta \Gamma^\rho_{\mu\sigma}$$

인덱스  $\rho$  와  $\sigma$  를 앞의 관계에서 아인슈타인의 합산 규칙(반복되는 인덱스는 해당 인덱스에 대한 암시적 합계를 의미한다는 것)을 사용하여 수축하면, 팔라티니의 동일성을 만족하는 리치 곡률 텐서의 변형을 표현할 수 있습니다((Tsamparlis 1978), (Palatini 1919)):

$$\delta R_{\sigma\nu} = \delta R^\rho_{\sigma\rho\nu} = \nabla_\rho (\delta \Gamma^\rho_{\nu\sigma}) - \nabla_\nu (\delta \Gamma^\rho_{\rho\sigma})$$

*참고:* 일반 상대성 이론에서 시공간 기하학은 메트릭 텐서라고 하는 양으로 설명되며, 이는  $g_{\mu\nu}$ . 이 텐서에는 시공간에서의 거리와 각도에 대한 모든 정보가 포함되어 있습니다.

로 표시되는 리치 스칼라는  $R$ 로 표시되는 리치 스칼라는 특정 지점에서의 시공간 곡률의 척도입니다. 리치 텐서의 구성 요소를 더하거나 줄여서 계산합니다.  $R_{\sigma\nu}$  의 구성 요소를

메트릭 텐서  $g^{\sigma\nu}$ . 수학적으로는 리치 텐서와 메트릭 텐서의 행렬을 곱한 다음 대각선을 따라 항을 더하는 것과 같습니다.

또한 메트릭 텐서의 공변량 도함수가 0과 같아야 합니다.  $\nabla_\sigma g^{\mu\nu} = 0$ . 즉, 시공간을 이동해도 거리와 각도를 측정하는 방식은 변하지 않습니다. 이는 일반 상대성 이론에서 시공간이 갖는 기본 속성으로, 전역 곡률에 관계없이 이동할 때 국소 기하학은 변하지 않는다는 것을 나타냅니다.

요약하자면, 리치 스칼라  $R$  스칼라는 한 지점에서 시공간 곡률에 대한 아이디어를 제공하며, 다음과 같은 사실  $\nabla_\sigma g^{\mu\nu} = 0$  는 전체 곡률에 상관없이 우리가 움직일 때 시공간 모양이 일정하게 유지되도록 보장합니다. 즉, 이러한 일관성은 길이와 각도와 같은 기하학적 개념이 시공간을 이동할 때 일정하게 유지되도록 보장하는 레비-시비타 연결과 메트릭의 호환성에 의해 보장됩니다.

그러면 추론할 수 있습니다:

$$\begin{aligned} \delta R &= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu} \delta R_{\sigma\nu} \\ &= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + g^{\sigma\nu} \left( \nabla_\rho (\delta \Gamma_{\nu\sigma}^\rho) - \nabla_\nu (\delta \Gamma_{\rho\sigma}^\rho) \right) \\ &= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho (g^{\sigma\nu} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^\rho) - g^{\sigma\nu} \nabla_\nu \delta \Gamma_{\rho\sigma}^\rho \\ &= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho (g^{\sigma\nu} \delta \Gamma_{\nu\sigma}^\rho - g^{\sigma\rho} \delta \Gamma_{\mu\sigma}^\mu) \\ &= R_{\sigma\nu} \delta g^{\sigma\nu} + \nabla_\rho B^\rho \end{aligned}$$

참고: 위의 계산을 위해서는 두 가지 규칙을 고려해야 합니다:

- 공변량 도함수의 성질과 라이프니츠의 법칙(도함수의 곱에 대한 법칙). 공변량 도함수에 대한 라이프니츠의 규칙은 일반 도함수에 대한 규칙과 유사하며 다음과 같이 작성됩니다:

$$\nabla_\rho (AB) = (\nabla_\rho A)B + A(\nabla_\rho B)$$

where  $A$  및  $B$  는 스칼라, 벡터 또는 텐서 필드일 수 있습니다.

- 앞서 언급했듯이 아인슈타인의 합산 규칙에 따라 반복되는 인덱스를 *무음* 인덱스라고 부릅니다. 실제로 변수의 첨자가 한 항에서 위쪽과 아래쪽에 한 번씩 두 번 나타나는 경우, 이는 첨자가 취할 수 있는 모든 가능한 값에 대한 합계를 의미한다는 것을 기억하는 것이 유용합니다. 예를 들어  $A^\mu B_\mu$  은  $\sum_\mu A^\mu B_\mu$ . 크리스토펬 기호  $\Gamma_{\mu\sigma}^\mu$  과  $\Gamma_{\rho\sigma}^\rho$ . 이 표현식에서 인덱스  $\mu$  와  $\rho$  는 아인슈타인의 합집합

규칙에 따른 음소거 인덱스의 예입니다. 즉, 표현식  $\Gamma_{\mu\sigma}^\mu$ 의 가능한 모든 값에 대해 합이 수행되는 표현식은  $\mu$ 의 모든 값에 대해 합이 수행되는 표현식은  $\Gamma_{\rho\sigma}^\rho$ 의 모든 가능한 값에 대해 합이 수행되는 표현식은  $\rho$ . 따라서 합산 인덱스  $(\rho, \nu) \rightarrow (\mu, \rho)$  를 적용할 수 있습니다.

두 가지 다른 방법으로 계산하면 :

$$\begin{aligned}\nabla_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu) &= \nabla_\mu(\sqrt{|g|})B^\mu + \sqrt{|g|}\nabla_\mu(\delta B^\mu) = \sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu + 0 = \sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu \\ \nabla_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu) &= \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu) + \Gamma_{\mu\nu}^\mu\sqrt{|g|}\delta B^\nu = \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu) + 0 = \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu)\end{aligned}$$

*참고:* 마찬가지로, 메트릭 텐서의 행렬식의 미분은 다음과 같이 표현됩니다.  $\sqrt{|g|}$ 도 공변량으로 취하면 0이 됩니다.  $\nabla_\mu\sqrt{|g|} = 0$ . 이 마지막 특성은 체적분의 표현을 단순화하며, 곡선 시공간에서 발산 정리를 적용하는 데 기본이 됩니다. 다음으로 추론할 수 있습니다:

$$\sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu = \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu)$$

이제 액션에서  $\sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu$ 의 기여도를 살펴보겠습니다. Let  $n^\mu$ 에 대해 정규화된 단위 벡터  $\partial\mathcal{E}$ ,  $\varepsilon = n^\mu n_\mu$ 와  $y^a$ 는 경계에 맞게 조정된 좌표를 나타내고  $\partial\mathcal{E}$ 와  $h_{ab}$ 에 의해 유도된 좌표  $g_{ab}$ 에 의해 유도된 좌표를 나타냅니다. 우리는  $|\varepsilon| = 1$ 와  $\sqrt{|h|}d^3y$ 는 경계에서 치수의 체적 형태  $(n-1)$ 의 볼륨 형태이며, 경계에  $h = \det(h_{ab})$ . 스톡의 정리에 따르면, 우리는 :

$$\begin{aligned}\int_\varepsilon \sqrt{|g|}\nabla_\mu\delta B^\mu \sqrt{-g}d^4x &= \int_\varepsilon \partial_\mu(\sqrt{|g|}\delta B^\mu) d^4x \\ &= \int_{\delta\mathcal{E}} \varepsilon \delta B^\mu n_\mu \sqrt{|h|}d^3y\end{aligned}$$

메트릭이 경계에서 달라지지 않는다고 가정합니다(또는 경계가 없다고 가정합니다). 이 경우, 용어  $\nabla_\mu\delta B^\mu \sqrt{-g}$ 는 액션에 기여하지 않으므로 :

$$\frac{\delta R}{\delta g^{\mu\nu}} = R_{\mu\nu} + \frac{\nabla_\rho B^\rho}{\delta g^{\mu\nu}} \approx R_{\mu\nu}$$

그러나 다음과 같은 추론에 따르면  $a = \frac{1}{2}$ 가 있습니다:

$$\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}$$

그래서 우리는 추론할 수 있습니다:

$$\frac{R\delta\sqrt{-g}}{\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu}} = -\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$$

참고: 위의 계산을 위해 두 가지를 설명해야 합니다:

- 로 표시되는 메트릭 텐서 행렬식의 변화는  $\delta g$ 는 메트릭 텐서 자체의 변화와 관련이 있습니다,  $\delta g_{\mu\nu}$  관계를 통해  $\delta g = g g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu}$  여기서  $g$  는 메트릭 텐서의 행렬식이고  $g^{\mu\nu}$  는 그 역수입니다. 이 관계는 행렬의 도함수에 행렬의 역의 곱과 행렬의 미분을 곱한 값으로 행렬식의 도함수를 표현할 수 있는 행렬식의 수학적 속성에서 비롯됩니다. 작은 변화의 경우, 미터법 텐서의 음의 행렬식의 제곱근의 변화는 다음과 같이 주어집니다,  $\delta\sqrt{-g}$ 는 다음과 같이 주어집니다.  $\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu}$ . 이 공식은 아인슈타인-힐버트 작용에서 아인슈타인 필드 방정식을 유도하는 데 필수적인데, 이는 이 작용을 4차원 시공간 다양성에 대해 적분할 수 있게 해주기 때문입니다.
- 이 연구에서는 스토크스 정리를 사용하여 중요한 계산을 단순화합니다. 이 정리는 3차원 영역에 대한 벡터장의 미분의 적분과 이 영역의 경계를 따라 동일한 벡터장의 적분 사이의 흥미로운 관계를 설정합니다. 간단한 예를 들어 공간에 닫힌 표면(예: 구의 표면)이 있다고 가정해 보겠습니다. 이 곡면 내부의 어떤 값(예: 필드 값의 합)을 계산하려는 경우, 스토크스 정리를 사용하면 곡면 자체에서 일어나는 일을 간단히 조사하여 계산할 수 있습니다. 계산에서 제시한 방정식 (29)는 이 아이디어를 따릅니다. 이 방정식은 4차원에 대한 필드 미분의 적분 ( $\nabla_\mu \delta B^\mu$ )의 4차원 영역( $\mathcal{E}$ )의 미분의 적분은 같은 영역( $\mathcal{E}$ )에 대한 다른 필드의 발산( $\sqrt{|g|}\delta B^\mu$ ) 같은 영역( $\mathcal{E}$ ). 이러한 동등성은 미터법과 4차원 체적 요소( $d^4x$ )를 통해 달성됩니다.

다음으로, 방정식 (30)은 식을 영역의 경계로 가져감으로써 식을 더욱 단순화합니다.  $\delta\mathcal{E}$ . 이 등식이 경계를 따라 적분으로 표현될 수 있음을 보여줍니다( $\delta\mathcal{E}$ ), 이 경계에 대한 법선 벡터( $n_\mu$ )를 이 경계와 그 경계에 유도된

메트릭( $\sqrt{|h|}d^3y$ ). 즉, 이 방정식을 사용하면 내부에서 일어나는 일을 계산하지 않고도 영역의 표면에서 일어나는 일을 이해할 수 있습니다.

요컨대, 스톡스 정리는 영역의 경계에서 일어나는 일을 간단히 살펴봄으로써 영역 내부의 현상을 이해할 수 있는 방법을 보여줌으로써 계산을 합리화할 수 있게 해줍니다. 이 수학적 트릭은 이러한 복잡한 문제를 해결하는 데 필수적입니다.

방정식 (31a) 및 (31b)에서 우리는 을 연습니다:

$$\sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} \frac{-2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|g|}S_{(h,g)})}{\delta g^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(h,g)}}{\delta g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu} S_{(h,g)}$$

$$\sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} \frac{-2}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = \frac{-2}{\sqrt{|h|}} \frac{\delta(\sqrt{|h|}S_{(g,h)})}{\delta h^{\mu\nu}} = -2 \frac{\delta S_{(g,h)}}{\delta h^{\mu\nu}} + h_{\mu\nu} S_{(g,h)}$$

(32a)와 (32b)에서 소개한 (33)을 고려하면 두 엔티티의 시스템을 설명하는 결합된 필드 방정식을 추론할 수 있습니다:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left( T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = \kappa \Gamma^{(h)} \left( T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

Where  $T_{\mu\nu}^{(h,g)}$  와  $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$  는 "유도 기하학", 즉 우주의 한 층에 있는 물질의 각 분포가 다른 층의 기하학에 기여하는 방식(양과 음의 질량 집단 간의 상호 작용)에 해당하는 두 개체로 구성된 시스템의 상호작용 텐서입니다. 이 시스템은 다음 관계로 표현되는 비양키 조건을 따라야 합니다:

$$\nabla_{\mu}^{(g)} T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \nabla_{\mu}^{(h)} T_{\mu\nu}^{(g,h)} = 0$$

엔티티 내의 유체( $g$  와  $h$  가 완벽하고 에너지 밀도가 다음 소스 텐서 에 해당한다고 가정합니다:



$$T_{\mu\nu}^{(g,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(h,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h)} \end{pmatrix}$$

우리는  $\{\alpha^{(g)} > 0, \beta^{(g)} > 0\}$  와  $\{\alpha^{(h)} < 0, \beta^{(h)} < 0\}$ . 같은 실체에 속한 두 입자가 서로 끌어당기는 반면, 다른 실체에 속한 입자는 서로 밀어내는 상호작용 법칙이 적용되도록 할 것입니다.

인터랙션 텐서를 소개하겠습니다:

$$T_{\mu\nu}^{(h,g)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(h,g)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(h,g)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(h,g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(h,g)} \end{pmatrix}, T_{\mu\nu}^{(g,h)} = \begin{pmatrix} \alpha^{(g,h)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{(g,h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^{(g,h)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta^{(g,h)} \end{pmatrix}$$

뉴턴 근사법에서 원하는 상호 작용 법칙을 얻으려면 다음을 선택해야 합니다.  $\kappa = -1$ . 그러면 방정식 체계가 됩니다:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \Gamma^{(g)} \left( T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \sqrt{\frac{|h|}{|g|}} T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right) = \Gamma^{(g)} \left( T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right)$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H = -\Gamma^{(h)} \left( T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \sqrt{\frac{|g|}{|h|}} T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right) = -\Gamma^{(h)} \left( T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \Phi T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right)$$

### 3.3.4.1 비고정, 균질 및 등방성 시스템 확인하기

결합된 필드 방정식 (34a)와 (34b)에 의해 구조화된 바이메트릭 우주가 균질하고 등방성이라고 가정하면, 로버트슨-워커 메트릭은 (Adler, Bazin, Schiffer 1975) 에 따라 다음과 같이 된다:

$$(ds^{(f)})^2 = (c^{(f)})^2 dt^2 - (a^{(f)})^2 \left[ \frac{dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)}{\left(1 + k^{(f)} \frac{r^2}{4}\right)^2} \right] \quad \text{où } f \in \{g, h\}$$

참고  $a^{(f)}$  는 스케일링 계수입니다,  $k^{(f)}$ ,  $c^{(f)}$ 와  $\Gamma^{(f)}$  는 각각 각 엔티티의 곡률 지수, 광속, 아인슈타인 상수입니다.

이러한 메트릭을 압력이 있는 방정식 (34a) 및 (34b)의 시스템에 도입하면 다음과

같습니다.  $p^{(g)} \approx 0$  와  $p^{(h)} \approx 0$ 와 함께 방정식 (34a) 및 (34b)에 도입하면 다음과 같은 고전적인 방정식 체계를 얻을 수 있습니다:

$$\begin{aligned} \frac{3}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} \left( \frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(g)}}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} &= -\Gamma^{(g)} \left[ \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right] \\ \frac{2}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} \left( \frac{da^{(g)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(g)}}{(c^{(g)})^2(a^{(g)})^2} &= 0 \\ \frac{3}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} \left( \frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{3k^{(h)}}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} &= \Gamma^{(h)} \left[ \Phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right] \\ \frac{2}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} + \frac{1}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} \left( \frac{da^{(h)}}{dt} \right)^2 + \frac{k^{(h)}}{(c^{(h)})^2(a^{(h)})^2} &= 0 \end{aligned}$$

(Adler, Bazin, and Schiffer 1975)의 고전적인 수학적 방법을 적용하면 방정식 (35a), (35b), (35c), (35d)의 호환성 조건은 다음과 같습니다:

$$\begin{aligned} 3 \frac{da^{(g)}}{a^{(g)}} + \frac{d \left[ \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]}{\left[ \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \Phi \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]} &= 0 \\ 3 \frac{da^{(h)}}{a^{(h)}} + \frac{d \left[ \Phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]}{\left[ \Phi \rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]} &= 0 \end{aligned}$$

따라서 먼지 우주의 경우 에너지(및 질량)가 보존됩니다:

$$E = \rho^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^3 + \rho^{(h)}(c^{(h)})^2(a^{(h)})^3$$

만약 우리가:

$$\Phi = \left( \frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3, \quad \phi = \left( \frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3, \quad \phi = \Phi^{-1}$$

결합된 필드 방정식은 다음과 같이 됩니다:

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G &= \Gamma^{(g)} \left[ T_{\mu\nu}^{(g,g)} + \left( \frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3 T_{\mu\nu}^{(h,g)} \right] \\ R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2} h_{\mu\nu} H &= -\Gamma^{(h)} \left[ T_{\mu\nu}^{(h,h)} + \left( \frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3 T_{\mu\nu}^{(g,h)} \right] \end{aligned}$$

두 엔티티가 모두 방사선에 의해 지배되는 경우. 혼합 모드 상호작용 텐서는 :

$$T_{\mu}^{v(f)} = \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\rho_r^{(f)} c^{(f)2}}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_r^{(f)} c^{(f)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_r^{(f)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p_r^{(f)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p_r^{(f)} \end{pmatrix}$$

와

$$\begin{cases} \text{si } \rho_r^{(f)} > 0 \text{ alors } p_r^{(f)} > 0 \text{ pour } f = g \\ \text{si } \rho_r^{(f)} < 0 \text{ alors } p_r^{(f)} < 0 \text{ pour } f = h \end{cases}$$

NB:

- 우주론적 맥락에서 에너지 임펄스 텐서( $T_{\mu}^{v(f)}$ )는 우주에서 물질과 에너지의 분포와 상호작용을 설명하는 데 사용됩니다. 특정 분야의 경우  $f$ 시간 성분  $T_0^{(f)}$ 는 시공간 곡률의 핵심 결정 요인인 에너지 밀도를 나타냅니다. 반면 공간 구성 요소  $T_i^{i(f)}$ 는 공간 방향으로 가해지는 압력을 나타내며, 이 또한 시공간 구조에 영향을 미칩니다. 우주의 각 층에 대해 하나씩 두 개의 서로 다른 필드를 고려하는 바이메트릭 모델에서 관련 조건은 각 필드의 에너지 밀도와 압력 간의 관계를 설명하며, 이러한 개체가 상호 작용하고 우주 역학에 총체적으로 영향을 미치는 방식을 반영합니다.
- 에너지 임펄스 텐서는 우주가 등방성이고 균질하다고 간주될 때 대각선 형태로 표현되는데, 이는 우주의 물리적 특성이 방향과 위치에 독립적이라는 것을 의미합니다. 표준 우주 모델의 기본이 되는 이 가정을 우주론적 원리라고 합니다(2.2.3절). 등방성은 우주는 모든 방향에서 동일하게 나타나며, 물질이나 에너지의 분포가 다른 선호하는 방향이 없다는 것을 의미합니다. 동질성은 큰 규모에서 우주의 각 영역이 다른 영역과 유사하다는 것을 의미합니다. 따라서 특정 방향으로의 특권적인 운동이나 에너지 흐름이 없기 때문에 텐서에서 비대각 항으로

표현되는 에너지와 운동량의 횡방향 흐름이 존재하지 않습니다. 방향에 따라 변하지 않고 균일한 공간 방향의 에너지 밀도와 압력만이 에너지 임펄스 텐서의 행렬에 나타나며, 이는 대각선 모양을 설명합니다.

그런 다음 각 엔티티에 의해 유도된 복사열을 도입하여 :

$$p_r^{(g)} = \frac{\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2}{3}, \quad p_r^{(h)} = \frac{\rho_r^{(h)}(c^{(h)})^2}{3}$$

그런 다음 암흑 에너지와 암흑 물질이라고 불리는 메트릭에 의해 운반되는 실체가  $h$ 에 의해 운반되는 실체는 암흑 에너지 및 암흑 물질이라고 불리며, 복사 단계에서 동일한 상태 방정식을 따르는 음의 질량으로 귀속될 수 있습니다:

$$\beta^{(h)} = \frac{\alpha^{(h)}}{3}$$

이러한 조건에서 보존 관계는 항상 복사 형태로 두 에너지의 합, 즉 광자 기체와 음의 질량의 에너지 보존으로 표현됩니다:

$$\rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 + \alpha^{(h)}(a^{(h)})^4 = \rho_r^{(g)}(c^{(g)})^2(a^{(g)})^4 = \text{Constante}$$

곡률 인덱스에 대한 시스템의 정확한 해는  $k^{(g)} = k^{(h)} = -1$  와  $\Gamma^{(f)} = -\frac{8\pi G}{c^4}$  여기서  $f \in \{g, h\}$ 는 다음 방정식의 해가 됩니다:

$$a^{(g)2} \frac{d^2 a^{(g)}}{dt^2} = \frac{\Gamma^{(g)}}{2} E$$

$$a^{(h)2} \frac{d^2 a^{(h)}}{dt^2} = -\frac{\Gamma^{(h)}}{2} E$$

다음과 같이 가정하면  $E < 0$ 라고 가정하면  $a^{(g)} > 0$  와  $a^{(h)} < 0$ . 따라서 우리 우주의 눈에 보이는 부분은 가속하는 반면 음의 종은 감속하고 있다는 결론을 내릴 수 있습니다. 여기서 우리는 첫 번째 방정식의 오른쪽이 양수가됨에 따라 우주 팽창의 가속 현상으로 이어지는 지배적인 음의 종의 효과를 관찰합니다 ((Petit and D' Agostini 2021b)) :

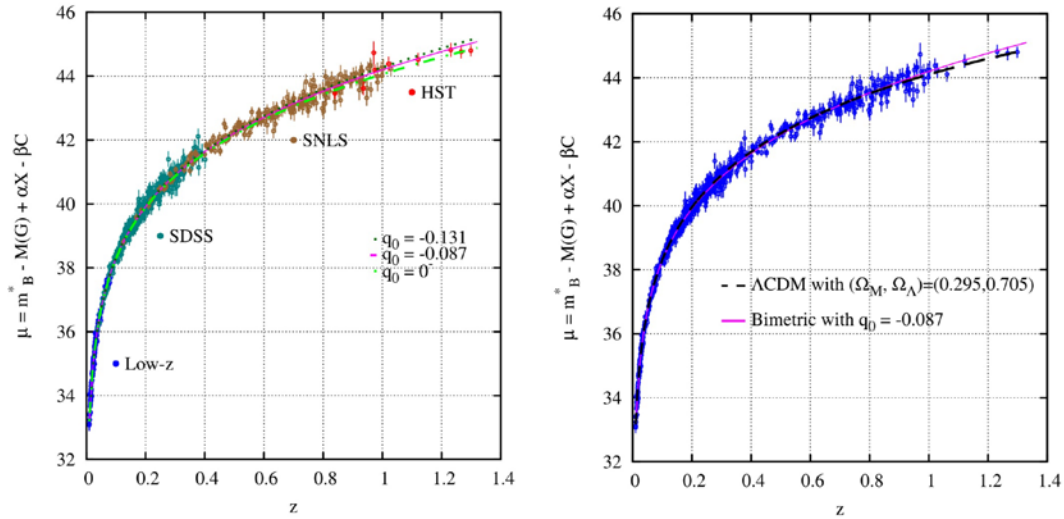


그림 3.11 - 두 모델의 허블 다이어그램(선형 적색편이)

이 두 종 시스템에서는 다음 그림과 같이 암흑 물질과 암흑 에너지에 의한 효과를 두 가지 작용을 결합한 음의 질량으로 구성된 단일 개체로 통합할 수 있습니다:

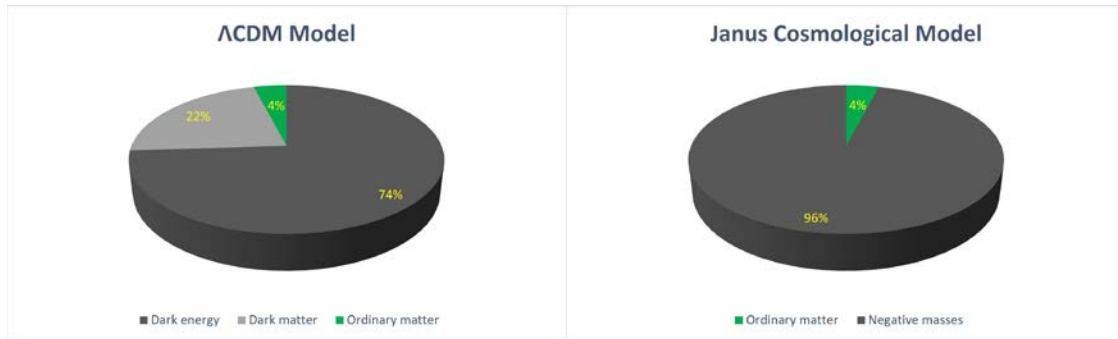


그림 3.12 - M 우주의 그림들

### 3.3.4.2 고정식 시스템의 로컬 검증

우주를 연구할 때 우리는 종종 모델을 더 쉽게 관리할 수 있도록 단순화합니다. 한 가지 일반적인 단순화 방법은 우주의 작은 영역을 우주의 광대한 복잡성으로부터 효과적으로 비어 있고 고립된 공간으로 간주하는 것입니다. 이 접근 방식은 우주 자체가 변화하는 시간 척도보다 훨씬 짧은 짧은 기간 동안 발생하는 현상에 관심이 있을 때 특히 유용합니다. 이러한 경우 '시간 독립적' 지표를 사용할 수 있는데, 이는 관찰하는 동안 공간의 구조가 시간에 따라 변하지 않는다고 가정하는 것을 의미합니다.

약간의 복잡성을 더하기 위해 모델에 '섭동'이라고

알려진 것을 도입하기도 합니다. 이러한 섭동은 우리가 고려하고 있는 단순한 공간에 작은 변화를 주는 것입니다. 이를 통해 작은 변화나 섭동이 시스템에 어떤 영향을 미치는지 연구할 수 있습니다. 우리의 경우 이러한 섭동은 다음과 같은 용어로 표현됩니다.  $\gamma_{\mu\nu}^{(g)}$  및  $\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$ 와 같은 용어로 표현되는데, 이는 공간의 기하학적 구조에서 작은 편차를 나타내며, 잠재적으로 우주의 다른 측면이나 구성 요소를 나타냅니다.

$$g_{\mu\nu}^{(g)} = \eta_{\mu\nu}^{(g)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(g)}, \quad g_{\mu\nu}^{(h)} = \eta_{\mu\nu}^{(h)} + \varepsilon\gamma_{\mu\nu}^{(h)}$$

메트릭의 경우, :

$$(ds^{(g)})^2 = (c^{(g)})^2 dt^2 - (a^{(g)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

$$(ds^{(h)})^2 = (c^{(h)})^2 dt^2 - (a^{(h)})^2 [(d\xi^1)^2 + (d\xi^2)^2 + (d\xi^3)^2]$$

우주론에서 '준고정 상태'에 대해 이야기할 때, 우주의 특정 측면이 연구하는 기간 동안 상대적으로 일정하다고 가정하는 상황을 말합니다. 보다 구체적으로, 이 맥락에서는 우주의 크기가 시간에 따라 어떻게 변하는지를 설명하는 우주의 '규모 계수'가 일정하다고 가정합니다. 이는 특정 단기 현상을 연구할 때 유용한 근사치입니다.

이러한 시나리오의 물리학을 조사하기 위해 필드 방정식의 '직렬 확장'이라고 알려진 것을 사용합니다. 이는 복잡한 방정식을 더 간단하고 관리하기 쉬운 부분으로 분해하는 수학적 기법입니다. 그러나 가장 중요한 부분에만 초점을 맞추며, 이 경우 소규모 또는 단기 시나리오의 경우 결과에 미치는 영향이 미미하기 때문에 2차 이상의 항은 무시합니다.

그 결과 두 개의 단순화된 방정식이 이 준고정 우주에서 일어나는 섭동의 거동을 설명합니다. 이 방정식에는 다음과 같은 용어가 포함됩니다.  $\varepsilon\gamma_{00}$  및  $\delta\rho$ 와 같은 항이 포함되며, 각각 공간의 기하학적 구조와 물질의 밀도의 작은 변화를 나타냅니다.

$$\varepsilon\gamma_{00|\beta}^{(g)} = -\Gamma^{(g)} \left[ \delta\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 + \left(\frac{a^{(h)}}{a^{(g)}}\right)^3 \delta\rho^{(h)}(c^{(h)})^2 \right]$$

$$\varepsilon\gamma_{00|\beta}^{(h)} = \Gamma^{(h)} \left[ \delta\rho^{(h)}(c^{(h)})^2 + \left(\frac{a^{(g)}}{a^{(h)}}\right)^3 \delta\rho^{(g)}(c^{(g)})^2 \right]$$

또한 우주의 각 구성 요소에 대한 "중력 전위"를 다음과 같이 정의합니다.  $\psi^{(g)}$  와  $\psi^{(h)}$ . 이러한 전위는 공간의 기하학적 변화와 관련이 있으며, 우주의 여러 지역 또는 구성 요소에서 중력 효과를 이해하는 데 핵심적인 역할을 합니다(예: (36)).

$$\psi^{(g)} = \frac{(c^{(g)})^2}{2} \varepsilon \gamma_{00}^{(g)}, \quad \psi^{(h)} = \frac{(c^{(h)})^2}{2} \varepsilon \gamma_{00}^{(h)}$$

를 얻습니다:

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(g)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = -\Gamma^{(g)} \frac{(a^{(g)})^2}{2} \left[ \delta \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 + \left( \frac{a^{(h)}}{a^{(g)}} \right)^3 \delta \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 \right]$$

$$\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial^2 \psi^{(h)}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi_\alpha} = \Gamma^{(h)} \frac{(a^{(h)})^2}{2} \left[ \delta \rho^{(h)} (c^{(h)})^2 + \left( \frac{a^{(g)}}{a^{(h)}} \right)^3 \delta \rho^{(g)} (c^{(g)})^2 \right]$$

물리학, 특히 우주와 우주에 대한 연구에서 [2.3.8절에서](#)

살펴본 바와

같이 '측지 방정식'은 물체가 중력의 영향을 받아 움직이는 방식을 설명합니다. 간단히 말해, 이 방정식은 물체가 중력의 영향 아래서만 움직일 때 어떤 경로로 이동하는지를 알려줍니다. 예를 들어 행성이 별 주위를 공전하는 방법이나 물체가 지구로 떨어지는 방법 등이 이에 해당합니다.

이 시나리오에서 우리는 각각 고유한 속성을 가진 우주의 두 가지 다른 층(또는 시트)을 다루고 있습니다. 일반 물질의 우주로 생각할 수 있는 첫 번째 층은 한 가지 규칙을 따릅니다. 암흑 물질 및 암흑 에너지와 관련된 음의 질량으로 이루어진 두 번째 층은 또 다른 규칙을 따릅니다.

다음 두 방정식은 이 두 가지 다른 층(각각 일반 물질 층과 음의 질량 층)에서 물체가 어떻게 움직이는지를 수학적으로 표현하는 방법입니다. 이 방정식은 중력장을 설명하는 데 사용되는 물리학의 고전적인 푸아송 방정식과 유사합니다. 하지만 이 방정식에는 한 가지 특별한 특징이 있는데, 바로 각 층의 서로 다른 '빛의 속도'를 고려한다는 점입니다. 이러한 수정은 물리학에 대한 일반적인 이해를 뛰어넘는 이론을 탐구하는 데 매우 중요합니다.

$$\frac{d^2 \xi^\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{(a^{(g)})^2} \frac{\partial \psi^{(g)}}{\partial \xi_\alpha}$$

$$\frac{d^2\xi^\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{(a^{(h)})^2} \frac{\partial\psi^{(h)}}{\partial\xi_\alpha}$$

우리가 선택한 상호 작용 법칙은 메트릭에 의해 구조화된 레이어의 엔티티가  $g$  와  $h$  에 의해 구조화된 레이어의 엔티티가 상호 배타적임을 보장합니다(3.13).



그림 3.13 - 질량 간 상호 작용의 법칙()

따라서 두 엔티티 중 하나만 존재하는 영역을 고려할 수 있습니다. 태양계와 같이 일반 물질로 채워진 기준 프레임에 초점을 맞춰보면  $g$ 에 의해 구조화된 기준 프레임에 초점을 맞추면, 태양계에서와 같이 일반 물질로 채워진 결합된 필드 방정식 체계는 로 단순화됩니다:

$$R_{\mu\nu}^{(g)} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}G = \Gamma^{(g)}T_{\mu\nu}^{(g,g)}$$

$$R_{\mu\nu}^{(h)} - \frac{1}{2}h_{\mu\nu}H = -\Gamma^{(h)}\sqrt{\frac{|g|}{|h|}}T_{\mu\nu}^{(g,h)}$$

첫 번째 방정식은 우주 상수 없이 아인슈타인의 방정식(Λ. 이 방정식은 일반 물질에 대한 표준 중력 모델을 나타냅니다. 두 번째 방정식은 "유도된 기하학 효과"라고 부를 수 있는 것을 포착합니다. 이 방정식은 공간의 기하학적 구조가 반경과 밀도가 일정한 구 안에 있는 일반 물질의 존재에 의해 어떻게 영향을 받는지 설명합니다.  $r$  및 밀도  $\rho^{(g)} = \rho$  음의 질량층의 측지학에 어떻게 영향을 미치는지 설명합니다. 결과적으로, 한 층의 일반 물질이 1초에 위치한 음의 질량과 상호 작용하는 바이메트릭 모델은 국소 수준에서 일반 상대성 이론의 표준 테스트와 일치한다고 추론할 수 있습니다. 그럼에도 불구하고 이 시스템의 일관성을 고정되고 불균일한 조건에서 검증하는 것은 여전히 중요합니다.

### 3.3.4.3 원시 반물질의 특성

사하로프가 제안한 (사하로프 1967), (사하로프 1980), (사하로프 1979)에 따라, 우리 우주의 첫 번째 층에 있는 물질/반물질 쌍이 양에너지 쿼크와 반쿼크로 구성되어 있다고 가정해 보겠습니다. 동시에 두 번째 층의 물질/반물질 쌍은 음의 에너지 쿼크와 반쿼크로



구성될 것입니다. 첫 번째 층(첫 번째 쌍)의 물질 합성이 더 빠르고 두 번째 층(두 번째 쌍)의 반물질 합성이 더 느리다면, 쌍극자 리펠러 현상에서 알 수 있듯이 우주의 대규모 구조에서 큰 보이드의 중심에 위치한 물체는 반물질로 구성되어 있다는 가설이 성립할 수 있습니다. 이 반물질에는 음의 에너지, 즉 음의 질량을 가진 반양성자, 반중성자 및 반전자가 포함됩니다 ((J. M. Souriau 1997)). 후자는 원시 복사 단계(우주의 시작)에 형성된 거대한 원시 별과 유사한 반발 특성을 가진 반수소(가벼운 원소)로 구성된 구형 물체를 형성할 수 있습니다.

양의 질량으로 이루어진 다공성 네트워크는 음의 밀도로 이루어진 이 공간을 제한하여 융합을 방지합니다. 반대로, 이러한 음의 질량 덩어리들은 양의 질량 우주에서 이 다공성 네트워크의 앵커 포인트 역할을 하여 전반적인 안정성을 보장합니다.

양질량 별은 처음에는 1000~2000°C의 온도로 가열된 구상체 가스 성단과 비슷합니다. 이러한 원시 별은 점차 냉각되어 주로 적색 및 적외선 스펙트럼에서 방사선을 방출합니다. 완전한 별이 되려면 물질과 가스가 중력 수축을 겪어 열핵융합 반응을 일으킬 수 있을 만큼 높은 온도와 밀도에 도달해야 합니다. 이 수축 과정에서 열 에너지가 방출되며, 이 열 에너지는 가시광선을 포함한 전자기 형태로 별의 표면에 방출됩니다. 이 에너지 방출은 별의 반지름의 제공에 비례합니다. 큰 별일수록 표면이 넓어 더 많은 열을 방출할 수 있습니다. 그러나 생성되는 열의 양은 별의 반지름의 세제곱에 비례하며, 이는 별의 부피와 관련이 있습니다. 따라서 매우 거대한 별의 경우 냉각 속도가 상대적으로 느릴 수 있으며, 온도가 별을 빛나게 하는 열핵융합 반응을 촉발하는 데 필요한 임계값에 도달하는 데 상당한 시간이 걸릴 수 있습니다.

양전하의 세계에서 핵융합 반응은 온도가 섭씨 약 1,000만 도의 최적 온도에 도달하면 원시별의 중심부에서 시작될 수 있는 것으로 간주됩니다. 이 온도에서 원시 별에서 물질의 대부분을 구성하는 수소 핵은 양전하로 인해 정전기 장벽을 극복하기에 충분한 운동 에너지를 얻습니다. 이 장벽을 극복하면 수소 핵이 융합하여 헬륨을 형성하고 상당한 양의 복사 및 열 에너지를 방출할 수 있습니다. 이 최적의 온도는 보다 효율적인 핵융합 반응을 가능하게 하여 별의 특징적인 빛을 만들어냅니다.

예를 들어, 매우 거대하고 매우 뜨거운 마이너스 질량 원시별은 표면의 열 손실을 보상하기 위해 원시별의 수축 과정에서 충분한 열이 발생해야 하기 때문에 핵융합 반응이 시작될 수 있을 정도로 충분히 식는 데 오랜 시간이 걸릴 수 있습니다.

그 결과, 이 매우 거대한 음의 질량을 가진 원시별은 냉각 시간이 너무 길어 절대 발화하지 않습니다(우주의 나이를 초과). 그 결과, 음의 세계에서 생명체가 발달하는 데 필요한 은하, 무거운 원소, 분자 또는 다른 형태의 물질이 형성될 수 없습니다.

### 3.3.4.4 디지털 2D 시뮬레이션

2차원 수치 시뮬레이션은 일반 물질의 클러스터(집단 밀도( $\rho^{(g)}$ )과 음의 질량(인구 밀도  $\rho^{(h)}$ ).

두 집단 사이에 상당한 비대칭성이 유지되었으며, 그 결과  $|\rho^{(h)}|$  보다 훨씬 큰  $\rho^{(g)}$ . 또한 맥스웰 2D 열 속도 분포가 두 집합에 모두 적용되었으며, 음의 질량 분포의 평균 속도는 일반 물질보다 4배 더 높았습니다.

이러한 시뮬레이션을 통해 우주의 대규모 구조에서 큰 공극의 중심에 음의 질량이 있는 열공 구조가 있음을 밝혀냈습니다. 청바지 시간은 밀도의 제곱근에 반비례하기 때문에 음의 질량 분포의 발달 시간이 더 짧아집니다. 이로 인해 규칙적인 구상체 대기업 네트워크가 형성됩니다. 따라서 일반 물질 분포는 나머지 공간을 차지하게 되어 3차원 시뮬레이션에서 결합된 비누 방울 세트와 유사한 열공 구조로 이어집니다. 이 모델은 1995년 브레넨(Brennen 1995)에 의해서도 관찰되었으며(그림 3.14 및 3.15), 1997년 엘-아드(EI-Ad)가 인용한 바 있습니다((EI-Ad, Piran, and Costa 1997)).

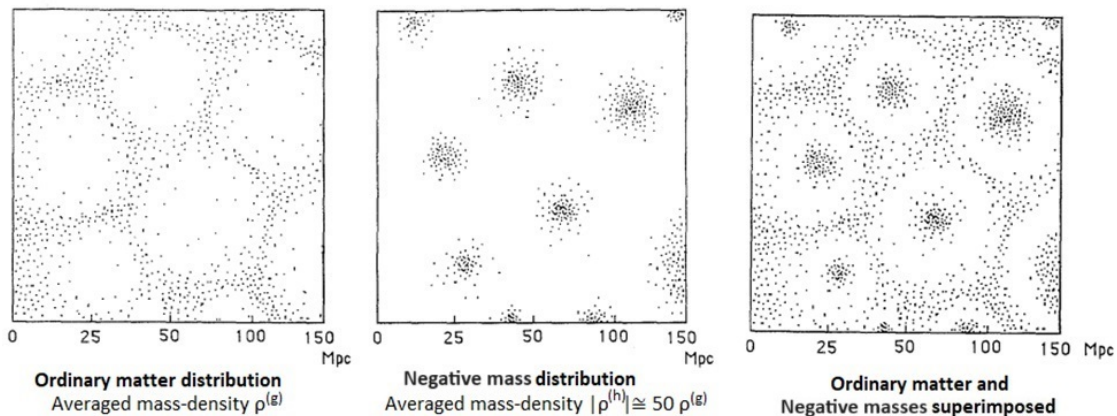


그림 3.14 - 일반 물질과 음의 질량이 다음과 같은 경우의 분포  $|\rho^{(h)}| \gg \rho^{(g)}$

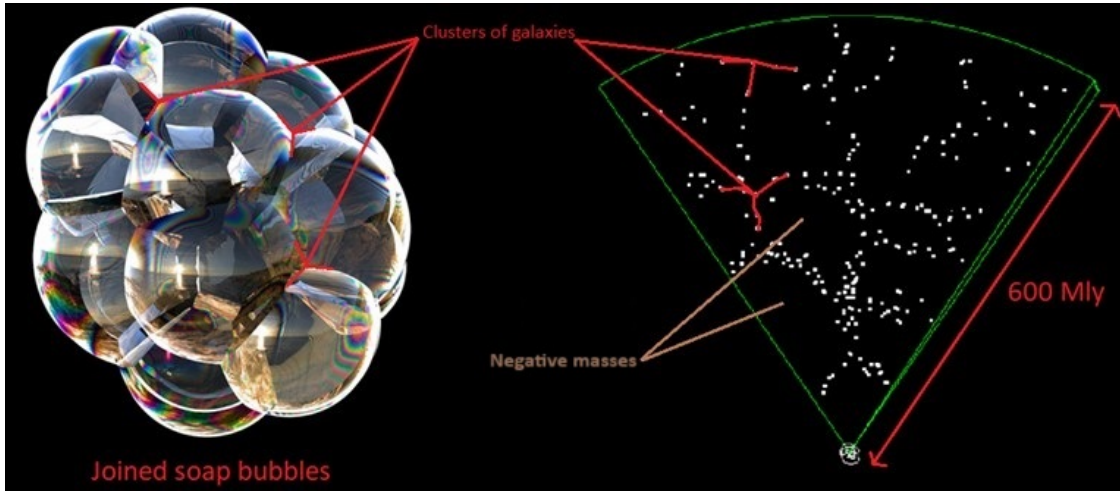


그림 3.15 - 구형 열공 구조 ture

음의 질량 프레임워크에서는 중력 렌즈 현상을 통해 이 기준 프레임(음의 질량 프레임)에 의해 유도되는 기하학적 효과를 제외하고는 잠재적인 수치 예측과 비교할 수 있는 관측 데이터가 부족하다는 점을 고려하는 것이 중요합니다.  $g_{\mu\nu}$ .

결과적으로, 미터법에 의해 구조화된 시공간에서 TOV(Tolman - Oppenheimer - Volkoff) 미분 방정식((Adler, Bazin, Schiffer 1975))에서 도출된 압력은 항상 가설로 남습니다.  $h_{\mu\nu}$  은 항상 가설로 남아있을 것입니다. 따라서 두 번째 필드 방정식 (34)의 상호작용 텐서( $T_{\mu\nu}^{(g,h)}$ ) 를 구조화하는 것은 실용적이지 않습니다(34b). 실제로, 우리는 다음의 측지법을 계산하여 얻은 결과와  $h_{\mu\nu}$  의 측지선을 계산하여 얻은 결과를 음질량 입자의 운동과 관련된 관측 데이터와 비교할 수 없습니다. 대신, 우리는 함수로 작업해야 합니다.  $\beta(r)$  함수(음압과 연결되지 않음)를 사용하여 이 기준 프레임에서 솔루션의 존재를 보장해야 합니다. 가장 중요한 측면은 상호작용 텐서의 공변량 도함수가 0이 되도록 하는 것입니다(37).

유도 기하학의 이러한 효과를 완전히 이해하려면 모델의 두 개의 결합된 필드 방정식이 있는 시스템의 맥락에 자신을 배치해야 합니다. 이것은 2개의 서로 다른 시공간 레이어와 관련된 2개의 메트릭에 따라 4D 하이퍼서피스를 구조화한다는 점을 기억하는 것이 중요합니다. 각 유형의 질량은 자체 메트릭과 연관되어 있는데, 이는 다음 그림 3.16에서 볼 수 있듯이 질량이 자체 메트릭(질량이 가시 에너지의 광자를 방출하는 곳)에 따라 시공간에서 항상 양의 곡률을 생성하고 공역 메트릭(질량이 비가시 에너지의 광자를 방출하는 곳)에서는 항상 음의 곡률을 생성한다는 것을 의미합니다.

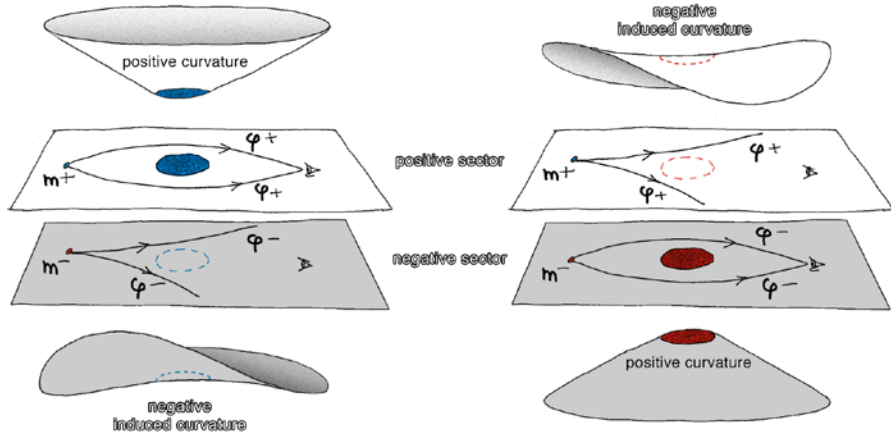


그림 3. 16 - 유도 지오메트리 효과

그림 3.16의 왼쪽에서 양의 우주에 속하는 거대한 파란색 물체는 양의 곡률을 생성합니다. 그 결과, 작은 양의 질량의 이미지에 양의 중력 렌즈 효과를 생성합니다.  $m^+$  양의 에너지의 광자를 발생시켜  $\phi^+$  광자를 발생시킵니다. 그러나 이 거대한 물체는 음의 우주에서 음의 곡률을 유도합니다. 결과적으로 이 물체는 눈에 보이지 않지만 음의 우주에서 겉보기 질량은 음으로 느껴집니다.

반대로 그림 3.16의 오른쪽에 있는 거대한 빨간색 물체는 음의 우주에 속합니다. 이 물체는 자체 기준 프레임에 대해 음의 곡률이 아닌 양의 곡률을 생성합니다. 이 거대한 물체는 에너지 광자가 보이지 않음에도 불구하고 우리 우주에서 감지되는 음의 곡률을 유도합니다. 따라서 우리는 이 물체의 겉보기 질량이 음이라는 결론을 내립니다. 이는 작은 질량의 이미지에 음의 중력 렌즈 효과를 생성하기 때문입니다.  $m^+$  보이지 않는 거대한 음의 물체 주위에 양 에너지의 광자를  $\phi^+$  중력 효과가 항상 존재하는 보이지 않는 거대한 음의 물체 주위에 양의 에너지를 가진 광자를 발생시키기 때문입니다.

음의 질량 개념에서 몇 가지 상관관계를 추론할 수 있습니다:

- 기본적으로 음의 질량(따라서 음의 에너지)은 존재하지 않습니다. 적어도 '질량의 음'(그리고 '에너지의 음', 이들은 분명히 연결되어 있기 때문에)은 '음의 질량 입자'의 본질적인 물리적 특성이 아닙니다. 사실, 질량의 '음' 또는 '양'은 관측자가 시공간에서 국부적으로 측정된 곡률의 양일 뿐입니다. 이 곡률의 부호는 이 질량이 측정되는 하이퍼서피스 또는 미터법의 기준 프레임에 상대적입니다. 실제로는 시공간에서 유도되는 곡률에 의해서만 그 존재가 드러나는 겉보기 질량입니다.

즉, 우주에서 질량을 가진 모든 입자는 독점적으로 양의 관성 질량을 갖지만 중력 질량은 상대적입니다. 중력 질량의 부호는 채택된 관점에 따라 반대(양 또는 음)입니다. 즉, 질량은 자체의 척도로 시공간을 왜곡하여 항상 양인 일정한 양의 곡률을 유도합니다. 그러나 반대편 우주에서는 질량이 겉보기 질량으로 인식되어 관찰자는 이 곡률을 음으로 인식하게 됩니다. 이는 필드 방정식의 결합된 특성으로 인해 공액 곡률이라는 효과가 발생하기 때문입니다. 공액 곡률은 "동일한 질량이 두 개의 반대 곡률을 유도하는 것"으로 설명할 수 있습니다.

예를 들어, 우리의 기준 프레임에서 볼 때 지구는 양(+)의 질량을 가지고 있습니다. 알 수 없는 어떤 과정을 통해 에너지를 반전(질량 반전)시킬 수 있다고 상상해 보세요. 양(+)의 에너지를 가진 광자를 더 이상 감지할 수 없기 때문에 지구와 하늘의 모든 별은 사라질 것입니다. 그러나 시공간에서 계속 유도되는 곡률은 여전히 감지하고 측정할 수 있습니다. 이렇게 하면 이제 보이지 않는 지구가 음의 질량을 가지고 있다는 것을 감지할 수 있습니다.

그러나 긍정적인 에너지의 우주와 부정적인 에너지의 우주가 따로 있는 것은 아닙니다. 이는 단순히 명명법을 임의로 선택한 것일 뿐입니다. 이 둘은 동등합니다. 관습적으로 우리는 우리가 살고 있는 분야를 양(+)의 우주라고 부릅니다. 시간의 화살표가 뒤집힌다고 해서 우리가 '거꾸로'살기 시작하고 젊어지는 것은 아닙니다. 그것은 입자 에너지의 반전에 의해 물리적으로 나타납니다. 다시 한 번 말하지만, 이 반전은 상대적인 관찰입니다. 실제로는 반대 우주로의 이동으로 해석됩니다.

- 음의 에너지 입자(및 그 광자)는 미터법의 측지법과 다른 자체 측지법을 따르기 때문에 광학 기기로 감지할 수 없다는 점에 유의하는 것이 중요합니다.  $h_{\mu\nu}$ 의 측지선을 따르기 때문에 광학 기기에서 감지할 수 없다는 점에 유의해야 합니다.  $g_{\mu\nu}$ . 따라서 절대 '교차'하지 않는 두 세트의 측지학이 있습니다. 양에너지와 음에너지 종은 서로를 볼 수 없고 서로 다른 두 종류의 측지계를 따라 진화하기 때문에, 양에너지와 음에너지가 존재하는 두 시공간 참조 프레임을 각각 양질량 참조 프레임과 음질량 참조 프레임이라고 부릅니다. 따라서 이 두 기준 프레임은 단일 기준 프레임이 아니라 두 개의 결합된 필드 방정식으로 구성된 동일한 4D 초표면 내의 두 기준 프레임입니다. 그러나 음의 질량은 우리 우주와 전자기적으로 상호 작용하지 않고 광자를 교환하지 않기 때문에 우리 눈에 보이지 않지만,

시공간에서 반대 곡률을 유도하기 때문에 반중력 효과를 통해서만 그 존재가 드러납니다.

- 음의 질량은 우주에 널리 퍼져 있지만, 우리가 있는 공간의 영역에 따라 그 비율이 다르며, 오로지 반중력 효과를 통해 우주의 안정성에 기여하기 위해 존재합니다. 우주는 두 가지 기준점 세트(공간 기준점 3개와 시간 기준점 1개)를 사용하여 이 시공간에서 두 지점 사이의 길이 또는 거리를 두 가지 방식으로 측정할 수 있는 두 가지 척도로 구성된 단일 시공간으로 정의됩니다. 교육 목적으로 이 시공간을 두 페이지에 각각 다른 두 개의 격자가 있는 종이 한 장으로 생각할 수 있습니다.

### 3.3.5 미래 전망

현상을 이해하기 위한 과학적 접근 방식은 현상을 재현하고 측정하는 능력으로 요약할 수 있습니다. 예를 들어 폭발물을 사용하여 매우 짧은 기간 동안 수천만 테슬라 정도의 전자기 매개 변수를 생성하여 이 물질에 상당한 교란을 유도 할 수 있다면 실험실에서 무한히 적은 양의 물질을 뒤집어 질량 반전 현상을 입증하는 것이 가능하다는 점에 유의하는 것이 중요합니다. 소련은 이미 1950년대에 자기 축적 발전기를 사용하여 폭발물을 이용해 자속을 압축하여 1억 암페어를 생산한 적이 있습니다((Pavlovskii 1994)). 그런 다음 처녀자리와 라이고 레이저 간섭계가 방출하고 감지한 중력파를 측정하여 이 질량 반전을 입증할 수 있었습니다.

상대성 이론과 양자역학의 통합은 중력의 양자화를 통해서만 가능할 것입니다. 그러나 아인슈타인의 장 방정식이 근본적으로 입자를 설명하지 못하기 때문에 상대성 이론에는 질량-에너지 등가성을 제외하고는 에너지 양자화 개념이 없습니다. 그렇기 때문에 끈 이론은 상대성 이론과 양자역학 사이의 간극을 메우기 위해 현대에 유일하게 받아들여지고 수용 가능한 접근법입니다. 그러나 양자역학은 힘을 장의 관점에서 고려하고 이러한 장에서 상호 작용을 전달하기 위해 입자가 필요하기 때문에 이 접근 방식으로는 이러한 통합이 불가능합니다. 예를 들어, 광자는 전자기장을 전달하는 기본 입자이며 양전하와 음전하를 포함하고 있기 때문에 정량화가 가능합니다. 반면에 끈 이론에서 중력을 전달하는 유일한 입자는 중력자이지만, 이 유사 입자는 실험적으로 관찰된 적이 없습니다. 실제로 이 모델에서 양자 중력 개념은 여전히 추측에 불과합니다. 양자 규모에서 중력을 정량화하기 위한 다른 추측으로는 상호 작용을 전달하기 위해 반대 부호의 전하를

가진 광자 모델과 유사하게 계산 모델에서 반발 특성을 나타내는 반대 부호의 질량의 존재를 고려하는 것이 있을 수 있습니다.

## 4 우주론 및 입자 물리학에 대한 공헌

### 4.1 동적 그룹 소개

*동역학 시스템 이론은 시간에 따른 운동과 변화에 대한 연구에 중점을 둔 수학의 한 분야입니다. 이 이론은 시스템이 초기 조건과 시스템에 작용하는 외부 힘의 함수로서 어떻게 진화하는지 이해하는 것을 목표로 합니다. 심플렉틱 기하학은 동역학 시스템 이론과 미분 기하학을 통합한 학문으로, 곡면 공간의 모양과 성질, 특히 외부 힘의 영향을 받아 공간이 어떻게 변형되고 구부러지는지를 연구합니다. 해밀턴 역학에 뿌리를 둔 이 분야는 크기를 측정할 수 있는 독특한 구조를 가진 '심플렉틱 다양체'로 알려진 수학적 대상을 연구합니다. 길이와 각도를 측정하기 위해 미터법 텐서를 사용하는 리만 기하학과 달리, 심플렉틱 기하학은 면적을 측정하기 위해 '심플렉틱 형태'라는 수학적 형태를 사용합니다.*

장 마크 수리오는 심플렉틱 위상 기하학의 선구자였습니다. 그는 기하학적 정량화 개념을 개발하여 에너지와 운동량과 같은 기본 물리량을 순수한 기하학적 객체로 변환했습니다. 수리어우의 연구는 우주론적 모델에서 시간의 화살표가 반전되는 현상을 물리적으로 설명했습니다((베르그만과 아인슈타인 1938), (칼루자 1921)).

### 그룹이란 무엇인가요?

수학적으로는 특정 행렬이 다른 행렬에 작용하는 것을 말합니다. 하지만 물리적으로는 무엇을 나타낼까요?

J-M 수리오에 따르면, 그룹은 이동을 위해 만들어지며, 이동하는 개체보다 *이동* 방법이 더 중요하다고 합니다: "*어떻게 이동하는지 알려주면 당신이 누구인지 알려주겠다*"는 말입니다.

우리의 주요 초점은 거짓말 군((Bourbaki 2006) 참조)으로, 군이자 미분 다양성( $n$ 차원 유클리드 공간에 국부적으로 투영된 '곡선 공간')입니다. 이들은 공간에서의 운동과 변형을

설명하는 데 필수적입니다. 두 가지 주요 그룹은 직교 그룹  $O(3)$ 과 유클리드 그룹  $E(3)$ 입니다:

- **직교 그룹  $O(3)$** 은 공간의 거리를 유지하면서 3차원에서 회전과 대칭을 설명하는 데 사용됩니다. 여기에는 축을 중심으로 한 회전을 처리하는 회전 그룹인  $SO(3)$ 이라는 중요한 하위 그룹이 포함되어 있습니다.
- **유클리드 군  $E(3)$** 은 회전, 대칭, 이동과 같은 3차원 운동을 설명합니다. 직교군  $O(3)$ 을 기반으로 고체 역학에서 물체에 가해지는 힘과 토크로 분해할 수 있습니다. 피타고라스 정리를 사용하여 두 점 사이의 거리를 계산할 수 있는 그룹입니다. 이 그룹은 좌표가 있는 점을  $x, y, z$  좌표가 있는 점을 좌표가 있는 새로운 점  $x', y', z'$ . 이동적 그룹의 고유한 특징은 그룹 내에서 불변의 기하학적 개체군을 생성할 수 있다는 것입니다. 예를 들어, 변환이 적용된 선은 선으로 유지되므로 1차원 불변 기하학적 개체가 됩니다. 구는 3차원 대칭 개체의 완벽한 예입니다. 구의 고유한 특성은 중심을 중심으로 회전해도 변하지 않아 회전 대칭을 나타낸다는 것입니다. 기하학적 용어로, 이는 구가 회전 운동 중에 자신을 통과하면서 모든 지점에서 기하학적 속성을 일관되게 유지한다는 것을 의미합니다. 물리학, 특히 일반 상대성 이론의 시공간 연구에서 슈바르츠실트 해는 중요한 개념입니다. 블랙홀과 같이 구대칭이며 회전하지 않는 질체 외부의 중력장을 설명합니다. 아인슈타인의 필드 방정식의 해인 슈바르츠실트 방정식은 시간과 공간의 회전과 이동에 따라 불변하며, 유클리드 기하학에서 관찰되는 불변성과 유사하지만 일반 상대성 이론의 곡선 시공간에 적용됩니다. 슈바르츠실트 시공간에서 측지선은 시공간 곡률에 의해 결정되며, 이는 슈바르츠실트 메트릭으로 설명됩니다. 측지선을 따라 움직이는 물체의 경우, 각운동량과 시공간 곡률을 유발하는 질량에 대한 에너지와 같은 특정 양이 보존됩니다. 이러한 보존은 고전 역학의 보존 법칙과 유사한 시공간 대칭성의 결과입니다.

따라서 거짓말 그룹은 거리와 길이를 보존하면서 공간에서의 움직임을 설명합니다. 이동하는 물체의 기하학적 특성(거리와 각도)이 변형하는 동안 공간에서 변하지 않는 경우 아이소메트리 그룹입니다. 회전은 공간의 기하학적 속성을 변경하지 않으므로 3차원 공간에서 대칭의 예입니다. 예를 들어, 정육면체를 회전해도 정점 사이의 거리는 변하지



않습니다. 즉, 물체의 위치가 변경되더라도 물체의 기하학적 속성은 변하지 않습니다. 특수 상대성 이론에 따르면, 우리는 3차원 유클리드 공간에 사는 것이 아니라  $[x, y, z]$  서명이 있는 (+ + +) 가 있는 3차원 유클리드 공간에 사는 대신, 우리는 실제로 세 개의 공간 차원이 하나의 시간 차원에 수직인 4차원 시공간에 존재합니다.  $[t, x, y, z]$  민코프스키 공간이라고 불리며, 그 서명은 (- + + +).

이 공간과 관련된 동적 그룹은 푸앵카레 그룹입니다. 이 그룹은 광자(정지하지 않고 항상 빛의 속도로 움직이며 속도 면에서 중력의 영향을 받지 않고 에너지만 변경 가능)와 같은 질량이 없는 입자의 운동과 질량이 0이 아닌 입자 군과 같은 특정 운동의 생성을 허용합니다. 특수 상대성 이론에 적용되는 이 동적 그룹에는 시간의 화살표가 과거에서 미래로 또는 그 반대로 반전될 수 있는 질량 또는 광자의 움직임이 포함되며, 다음과 같이 행렬 형태로 표현할 수 있습니다:

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

여기서  $L$  는 서로 다른 관성 기준 프레임 사이에서 시공간 좌표가 어떻게 변하는지를 설명하는 로렌츠 그룹 행렬입니다. 이러한 변환에는 공간에서의 회전뿐만 아니라 서로에 대해 일정한 속도로 움직이는 기준 프레임의 변화인 로렌츠 변환(부스트)이 포함됩니다.  $C$  는 시공간 변환에 대응하는 벡터로서  $\mathbb{R}^{1,3}$ .

실제로 동역학 군의 원소 중 절반은 시간을 역전시키는데, 이는 질량이나 광자와 같은 시공간 요소를 고려하여 과거에서 미래로의 시간적 이동을 적용하면 푸앵카레 군을 사용하여 반대 방향으로 동일한 이동을 수행할 수 있다는 것을 의미합니다. 따라서 수리오의 저서 "동적 시스템의 구조"((칼루자 1921)

에 나오는 이론에 따르면, 동적 그룹이 광자나 질량을 시간의 화살표와 반대 방향으로 움직이게 할 수 있다면, 그 에너지와 질량도 반전시킬 수 있습니다.

참고: 제한된 푸앵카레 그룹은 과거에서 미래로 넘어가는 4차원 민코프스키 공간에서의 '직교' 상대론적 운동만을 다룹니다. 그 행렬 형태는 로렌츠 행렬을 포함합니다.  $L_0$  를 포함합니다:

$$\begin{pmatrix} L_0 & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

이제 음의 에너지와 질량, 반대 방향의 시간 화살표를 가진 이러한 움직임을 물리학의 일부로 간주할 수 있을까요? 측정하거나 관찰할 수 있을까요?

음의 에너지를 가진 입자는 음의 에너지를 가진 광자를 방출하므로 광학적으로

관찰하거나 측정할 수 없습니다. 그러나 암흑 에너지와 연결된 음압으로 인해 우주의 팽창이 가속화되고 있다는 사실이 관찰되고 측정되었습니다((필뮤터 외, 1999)). 압력은 단위 부피당 에너지 밀도입니다.

따라서 우주의 팽창은 음의 에너지와 직접적으로 연결되어 있습니다. 이것은 현재 암흑 에너지를 가진 암흑 물질로 정의되는 우주의 상당 부분이 중력 효과를 통해 이 팽창에 영향을 미친다는 것을 시사합니다. 따라서 이 역동적이고 기하학적인 접근 방식은 암흑물질의 기원과 본질에 대한 해답을 제공합니다. 암흑물질은 음의 에너지로 충전된 질량이나 광자를 포함할 수 있습니다.

## 4.2 각 반전 연산자와 관련된 다양한 대칭성

제한된 푸앵카레 그룹은 4차원의 민코프스키 공간에서 상대론적 운동을 처리합니다. 푸앵카레 군이란 다음 행렬에 따른 군을 말합니다:

$$\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

여기서  $C$  는 시공간 변환에 해당하는 벡터입니다.  $\mathbb{R}^{1,3}$  :

$$C = \begin{pmatrix} \Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

민코프스키 공간의 포인트에 작용합니다:

$$\xi = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

이 10차원 그룹은 이 공간의 아이소메트리 그룹으로, 해당 메트릭으로 정의됩니다:

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

하위 행렬에 따른 로렌츠 그룹  $L$  공간에 속하는  $\mathcal{L}$ 에는 네 개의 연결된 구성 요소가 있습니다:

- $\mathcal{L}_n$  중립적인 구성 요소는 공간과 시간을 반전시킵니다.
- $\mathcal{L}_s$  는 공간을 반전시킵니다.

- $\mathcal{L}_t$  는 시간을 되돌리지만 공간을 되돌리지는 않습니다.
- $\mathcal{L}_{st}$  는 공간과 시간을 반전시킵니다.

처음 두 구성 요소는 함께 그룹화되어 "직교" 또는 제한된 로렌츠 그룹으로 알려진 하위 그룹을 형성합니다:

$$\mathcal{L}_o = \mathcal{L}_n \cup \mathcal{L}_s$$

마지막 두 구성 요소는 시간을 역전시키는 '안티크론' 세트를 형성합니다:

$$\mathcal{L}_a = \mathcal{L}_t \cup \mathcal{L}_{st}$$

참고: :

$$\mathcal{L}_t = -\mathcal{L}_s \quad \mathcal{L}_{st} = -\mathcal{L}_n$$

$$\mathcal{L}_{st} = -\mathcal{L}_n \quad \mathcal{L}_t = -\mathcal{L}_s$$

### 4.3 로렌츠 다이내믹스 그룹

수학자 장 마리 수리오가 시작한 동역학 군의 공접합 작용을 거짓말 대수의 이중에 적용함으로써 물리학에서 사용되는 접근법의 특정 측면이 밝혀졌습니다. 두 개의 직교 구성 요소로 제한된 로렌츠 동역학 그룹은 그 결과 불변성을 통해 특수 상대성 이론의 측면을 해석합니다. 1970년, J-M Souriau는 모멘트의 구성 요소를 분석하면 (정량화되지 않은) 스핀의 기하학적 특성이 강조된다는 사실을 밝혀냈습니다((J. M. Souriau 1964) (J. M. Souriau 1997)). 로렌츠 그룹은 두 개의 연결된 직교 성분, 즉 그룹의 중성 원소를 포함하는 첫 번째 중성 성분과  $P$  대칭과 동의어 인 공간을 반전시키는 두 번째 거울상 성분을 가지고 있습니다. 동역학 그룹 이론에서는 운동 측면에서 분류가 분명해집니다. 이 단계에서 이러한 공간 반전 요소의 작용은 '오른쪽' 광자를 '왼쪽' 광자로 변환할 수 있는 빛의 편광 현상으로 설명할 수 있습니다. 이 그룹은 다음과 같은 행렬군으로 나타낼 수 있습니다.  $4 \times 4$   $L$ 의 행렬군으로 나타낼 수 있습니다.  $L^T G L = G$  여기서  $L^T$  는 로렌츠 행렬의 전치입니다.  $L$ 과  $G$  는 민코프스키 행렬로, 이 맥락에서 흔히 그램 행렬이라고도 합니다. 특수 상대성 이론에서는 일반적으로 대각선 행렬로 표시되며, 요소는 다음과 같습니다.  $\text{diag}(1, -1, -1, -1)$ . 이 방정식은 로렌츠 변환이 특수 상대성 이론의 일관성을 유지하는 데 중요한 조건인 민코프스키 스칼라 곱을 보존한다는 것을 의미합니다.

#### 4.4 제한된 푸앵카레 동적 그룹

로렌츠 군과 시공간 변환 군의 곱을 통해 항상 두 개의 직교 구성 요소로 제한되는 제한된 푸앵카레 동역학 군을 구성할 수 있습니다. 그 순간에 우리는 먼저 시간적 변환의 하위 그룹과 관련된 에너지를 찾습니다. 그런 다음 공간적 변환과 연결된 임펄스는 로렌츠 그룹의 작용에 따라 에너지 임펄스 쿼드리 벡터의 계수의 불변성에 의해 연결됩니다. 이 그룹과 관련된 행렬에는 "직교" 로렌츠 행렬이 포함되어야 합니다.  $L_0$  차원  $3 \times 3$ 뿐만 아니라 변환 벡터  $c$  와 그 구조를 완성하기 위한 추가 구성 요소를 포함해야 합니다(45).

#### 4.5 제한된 칼루자 및 야누스 다이내믹 그룹

제한된 푸앵카레 군에 다섯 번째 차원을 따라 변환을 추가하면, 우리는 *제한된 칼루자 군* ((Bargmann, Bergmann, and Einstein 1941), (Bergmann 1942), (Bergmann and Einstein 1938), (Kaluza 1921), (Klein 1926))이라고 부르는 거짓말 군을 형성하게 됩니다. 이 그룹은 5차원 로렌츠의 다양성과 관련된 15차원 칼루자 그룹이 아니라, 번역만을 계산하는 새로운 5차원 그룹입니다. 이 새로운 차원은 임펄스에 전하로 식별할 수 있는 추가 스칼라를 부여합니다.  $q$  양수, 음수 또는 0으로 식별할 수 있는 스칼라가 추가되며, 아직 정량화되지 않았습니다. 그런 다음 스칼라에 따른 기하학적 변환을 시연합니다.  $\phi$  질량에 불변의 전하를 부여함으로써 스칼라에 따른 기하학적 변환을 보여줍니다. 그런 다음 5차원의 반전을 반영하는 새로운 대칭을 도입하여 스칼라의 반전과 동의어인  $q \rightarrow -q$ 에서 스칼라의 반전과 동의어인 새로운 대칭을 도입하여 연결된 구성 요소의 수를 2개에서 4개로 두 배로 늘립니다. 그런 다음 이 새로운 대칭을 전하의 반전으로 연결합니다.  $q$ . 따라서 우리는 디랙이 도입한 물질-반물질 대칭을 변환하는 전하 접합 또는  $c$  대칭의 기하학적 모델을 도출합니다. 따라서 이 새로운 확장을 *제한 야누스 그룹*이라고 부르는 것이 합리적입니다.

#### 4.6 다이내믹 야누스 그룹

이전 그룹에 새로운 대칭을 도입하여 대칭  $T$ 라고 설명하고 물질을 음의 질량을 가진 반물질(*파인만의 의미에서 반물질*이라고 부를 수 있는 개념)로 변환하는 *야누스 동적 그룹*을 구성합니다. 이러한 방식으로 연결된 구성 요소의 수를 4개에서 8개로 두 배로 늘리고, 시간과 에너지 속성을 유지하는 '정시성'과 시간과 에너지가 반대인 '반시성'의 두 가지 하위 집합으로 그룹화합니다. 결과적으로 우리는 질량에 불변의 전하를 부여하는 기하학적 변환을 강조하고 있습니다. 동역학 군 이론의 선구자인 장 마리 수리오가 1970년

초에 입증했듯이((J. M. Souriau 1964), (J. M. Souriau 1997)), 이 접근법은 상대론 물리학의 진보를 이끈 핵심 요소에 순수한 기하학적 성질을 부여할 수 있게 해주었습니다.

다음은 모든 대칭 그룹을 재구성할 수 있는 야누스 동적 그룹과 관련된 행렬입니다:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} (-1)^\mu & 0 & \phi \\ 0 & T^\lambda S^\nu L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in \{0,1\}, \phi \in \mathbb{R}, L \in \mathcal{L}, C \in \mathbb{R}^{1,3} \right\}$$

- **대칭 P:**

적용해야 함  $\mu = 0, \lambda = 0$  와  $\nu = 1$ 를 적용해야 합니다:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

이 대칭 연산자는 직교 그룹의 두 번째 연결된 구성 요소의 요소가 고려되는 공간의 반전에 해당합니다. 광자의 나선성을 반전시켜 "오른쪽 광자"를 "왼쪽 광자"로 변환하는 것이 바로 이 대칭성이며, 이는 빛의 편광 현상에 해당합니다.

- **대칭 C:**

적용해야 함  $\mu = 1, \lambda = 0$  와  $\nu = 0$ .

직교 제한 로렌츠 그룹의 원소  $L_n$  직교 제한 로렌츠 그룹의 원소에서 시작하여 전하를 운반하는 5 차원을 반전시킵니다.  $q$  연산자 "C 대칭" 또는 "전하 접합"(양자)을 얻습니다:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

"물질-반물질"

변환을 나타내는 것이 바로 이 대칭입니다.

- **대칭 T:**

적용해야 함  $\mu = 0, \lambda = 1$  와  $\nu = 0$ .

이 작업은 C 대칭( $Jan_{11} = 1$ )와 P 대칭( $Jan_{22} = -L_s$ )를 다음과 같이 제거합니다:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_t & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **CP 대칭:**

반드시 적용  $\mu = 1, \lambda = 0$  및  $\nu = 1$ .

이 작업은 C 대칭( $Jan_{11} = -1$ )와 P 대칭( $Jan_{22} = L_s$ )를 다음과 같이 추가합니다:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & SL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

참고: 이 작업을 사용하여 CPT 대칭에서 T 대칭( $Jan_{22} = L_s$ ) 대칭을 CPT 대칭에서 제거하여 추론할 수도 있습니다: **CP = T · CPT**

- **CPT 대칭:**

적용해야 합니다  $\mu = 1, \lambda = 1$  와  $\nu = 1$ .

우리는 중립 그룹의 요소  $L_n$  요소는 시간도 공간도 반전시키지 않으므로, 중립 그룹의 요소  $Jan_{22} = -L_n$  요소는 공간과 시간을 모두 반전시켜 PT 대칭 연산자를 형성합니다. 그러나 대칭 연산자 C( $Jan_{11} = -1$ )를 추가하면 다음과 같이 전하 대칭을 갖는 야누스족 CPT가 형성됩니다:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **PT 대칭:**

반드시 적용  $\mu = 0, \lambda = 1$  와  $\nu = 1$ .

이 작업을 사용하여 CPT 대칭에서 C 대칭( $Jan_{11} = 1$ )를 CPT 대칭에서 제거하면:

**PT = C · CPT**를 얻습니다:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & TSL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **CT 대칭:**

적용해야 합니다  $\mu = 1, \lambda = 1$  및  $\nu = 0$ .

이 작업 후 CPT 대칭에서  $P$  대칭( $Jan_{22} = -L_s$ ) 대칭을 CPT 대칭에서 제거한 후 이 작업을 수행합니다:  $CT = P \cdot CPT$ 를 연습합니다:

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & TL_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & \phi \\ 0 & -L_s & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- **중립 운영자:**

적용해야 합니다  $\mu = 0, \lambda = 0$  및  $\nu = 0$ .

물체는 그 성질을 바꾸지 않고 5 차원을 통해 움직입니다. "직교"

하위 그룹의 중립 요소만 고려됩니다 ( $Jan_{22} = L_n$ ):

$$Jan = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi \\ 0 & L_n & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

파인만은 입자 운동에  $PT$  대칭을 적용하면  $C$  대칭을 적용하여 반물질이 생성된다고 생각했다는 점에 유의하는 것이 중요합니다. 결과적으로  $PT$  대칭은  $C$  대칭과 동일하며, 이는 "거울에 비친" 물질 입자가 시간을 거꾸로 움직이는 것이 반물질이라는 것을 의미합니다.

이러한 관점은 2.6절 "공간의 반전과 시간의 역전"에 있는

와인버그의 연구, "양자장 이론"((와인버그 2000))에서 비롯된 것입니다. 사실상 반전 연산자  $T$ 에 임의의 선택이 적용되어 CPT 연산자가 아이덴티티가 됩니다.

따라서  $CPT = I$ 는 다음과 같습니다.  $PT = PT \cdot I = PT \cdot CPT = C$ . 따라서 파인만의 견해는 주로 양자 역학에 기반을 두고 있는데, 양자 이론가들은 "음의 에너지 상태(비물리적인 것으로 간주되는)의 출현을 피해야 한다"는 제약에 따라 연산자  $P$ 와  $T$ 에 대해 전적으로 자의적인 선택적 선택을 내립니다. 따라서  $P$  연산자는 선형 및 일항 연산자이어야 하고,  $T$  연산자는 반선형 및 반일항 연산자여야 합니다. 그리고 104페이지에 다음과 같이 덧붙여 결론을 내립니다: "반전의 색다른 표현을 제공하는 입자의 예는 알려져 있지 않으므로 여기서는 이러한 가능성에 대해 더 이상 살펴보지 않겠습니다. 따라서 앞으로 반전은 2.6 절에 설명된 전통적인 동작을 하는 것으로 가정하겠습니다.". 음의

에너지 상태(음압과 관련된)는 2011년 노벨상 수상자인 펄뮤터의 연구에서 입증된 바와 같이 우주 팽창의 가속화에 책임이 있기 때문에 존재합니다((펄뮤터 외. 1999)). 그러나 양자장 이론이 등장할 당시에는 이 현상이 아직 알려지지 않았습니다. 따라서 파인만에게 있어 시간 반전 연산자의 존재는  $T$ 의 존재는 질량 반전으로 이어지지 않고,  $C$  대칭을 통한 전하 반전에 의해 물질을 양-질량 반물질로 변환하는 것으로 이해했습니다.

야누스 그룹의 관점에서 보면, 5차원 공간에서 양질량 입자의 운동에서 시작하여 5차원의 반전에 의해 전달되는  $C$  대칭은 이 입자(이 운동)를 우리가 '디랙형 반입자'라고 부를 수 있는 양질량 반입자로 변환시킵니다. 반면에 입자에 적용된  $PT$ 을 입자에 적용하면  $T$  대칭으로 인해 음의 에너지와 질량을 가진 반입자가 생성되며, 이를 "파인만형 반입자"라고 부를 수 있습니다. 동등성  $PT = C$ 은 더 이상 적용되지 않습니다.

## 4.7 의미

이 연구의 중요한 기여는 주로 양자역학과 우주론 분야에 영향을 미쳤습니다:

- **양자역학의** 주목할 만한 측면 중 하나는 특정 물체의 에너지와 질량이 반전된다는 점입니다. 이는 두 가지 범주의 반물질에 대한 탐구로 이어집니다. 하나는 *디랙의 의미에서 반물질로 알려진  $C$  대칭에서 비롯된 양(+)*의 질량을 가진 반물질로, 실험실에서 생성되며 최근 중력의 영향을 받는 일반 물질과 동일한 방식으로 작동하는 것으로 밝혀졌습니다((Anderson 2023)). 다른 하나는 *파인만의 의미에서 반물질로 알려진 음의 질량을 가진  $PT$  대칭에서 비롯된 것으로*, 은하 사이에 위치한 원시 반물질에 해당하며 특히 *그레이트 디플렉터에서* 대기압 형태로 발견됩니다((호프만 외. 2017)). 물리학에서 질량과 에너지가 음수인 물체의 존재 가능성에 대한 흥미로운 질문이 제기되고 있습니다. 이러한 물체는 양자역학에서 음의 에너지 상태가 존재함을 시사합니다.  $T$  대칭을 다룰 때, 양자 물리학자들은 일반적으로 물리학에 내재하지 않는 것으로 간주되는 음의 에너지 상태를 배제하기 위해 전통적으로  $T$  연산자에 대해 반선형 및 반일체적 관점을 채택합니다. 마찬가지로 연산자  $P$ 도 비슷한 이유로 단일 및 선형 연산자로 선택됩니다((와인버그 2000) 참조). 이러한 선택은  $PT$  대칭이  $C$  대칭과 일치한다는 생각을 강화하여 CPT 정리를 뒷받침합니다. 한편, 선형 및 단일  $T$  연산자의 채택은 음의 에너지 상태가 슈뢰딩거 및 디랙 방정식에서 자연스러운 결과라는 것을



밝혀내어 새로운 연구 분야의 길을 열었습니다((Debergh et al. 2018) 참조). 또한 2011년 노벨 물리학상을 수상한 펄무터의 연구로 입증된 바와 같이 우주 관측을 통해 암흑 에너지와 관련된 음압으로 인해 우주의 팽창이 가속화되고 있음이 확인되었습니다. 압력이 단위 부피당 에너지 밀도를 나타낸다는 점을 고려할 때, 이 현상은 우주 팽창에 영향을 미치는 음의 에너지와 직접적으로 연관되어 있습니다.

- **우주론 분야에서** 일반 상대성 이론은 음의 질량 개념을 단호하게 거부하는데, 이는 탈출 현상의 출현과 작용-반응 및 등가 원리와 상충되기 때문입니다((Bondi 1957) 참조). 따라서 음의 에너지와 질량 상태의 통합을 제안하는 새로운 모델은 상대성 이론의 기본 기하학적 틀의 확장을 필요로 합니다. 로렌츠, 푸앵카레, 칼루자 등 다양한 그룹을 중심으로 한 동적 그룹 이론은 평평하고 곡선이 없는 구조를 특징으로 하는 힘 없는 우주를 설명하기 위한 틀을 제공합니다. 이러한 우주에서 입자는 로렌츠 측정법에서 민코프스키 공간의 측지학을 따르거나 개방적이든 폐쇄적이든 5차원의 영향을 받는 섬유 공간에서 이동합니다. 이 이론적 접근 방식은 서로 다른 두 가지 유형의 물질이 상호 작용 없이 고립되어 공존한다는 것을 시사합니다. 이 공간에서 입자는 서로 상호작용하지 않습니다. 이 혁신적인 관점은 입자, 공간, 시간 간의 상호작용을 이해하는 새로운 방법을 열어줍니다.

## 5 단방향 막으로서의 백색 분수와 결합된 웜홀 모델에 대한 대안적 해석

K. 슈바르츠실트가 개발한 외계 측정법 연구는 1916년 아인슈타인의 진공 방정식에 대한 해법으로 가설을 도입했다. 슈바르츠실트가 1916년 진공 상태에서 아인슈타인의 방정식에 대한 해법으로 제시한 가설, 즉 시간 대칭에 의한 불변성이란  $t \rightarrow -t$ 의 시간 대칭성에 의한 불변성이라는 가설을 도입했습니다. 당시에는 물리적 근거가 입증되지 않았던 이 가설로 인해 미터법에서 교차 항  $dr dt$ 가 제거되었습니다. 따라서 이  $dr dt$  교차 항이 없는 좌표가 임의로 선택되었으며, 특히 이 좌표는 이 교차 항이 없는 것으로 표시되었습니다. 이 연구의 목적은 미터법에  $dr dt$  교차항을 도입한 새로운 접근법의 물리적 가능성을 탐구하고, 한 방향으로만 교차할 수 있는 "다리"를 통해 두 개의  $PT$ -대칭반리만 공간을 연결하는 일방향 막으로서 웜홀과 백색 분수를 구축할 수 있는 가능성을 입증하는 것입니다.

### 5.1 다양한 토폴로지를 반영하는 아인슈타인 방정식의 해법

1916년, 칼 슈바르츠실트는 두 편의 논문을 연속으로 발표했습니다((Schwarzschild 1916b),(Schwarzschild 1916a)). 첫 번째 논문은 다음과 같은 가정을 바탕으로 진공 상태에서의 아인슈타인 방정식 해의 구성을 제시했습니다:

- 고정성: 시간 좌표에 대한 메트릭의 조건의 독립성, 즉 시간 변환에 따른 불변성입니다.
- 등방성 및 구대칭, 즉  $SO(3)$ 에 의한 불변성.
- 교차 용어 없음  $dr dt$ .
- 로렌치안에서 무한대까지.

그는 일정한 밀도의 유체로 채워진 구 내부의 기하학을 설명하는 내부 측정법(Schwarzschild 1916a)과 함께 슈바르츠실트 외부 측정법이라고 불리는 이 솔루션을 빠르게 완성했습니다.  $\rho_0$  그리고 두 번째 멤버가 있는 아인슈타인 방정식의 해법입니다. 두 메트릭을 연결하기 위한 조건(측지도의 연속성)이 충족되었습니다. 수성 주변부의 전진과 광선의 편향 현상은 이 해법을 확인시켜 줍니다(그림 3.4). K. 슈바르츠실트는 이 두 가지 기준을 지배하는 조건이 물리적 현실과 일치하는지 확인하기

위해 노력했습니다.

예를 들어, 오늘날 중성자별은 엄청난 밀도와 엄청난 질량으로 인해 지상 실험실에서는 접근할 수 없는 밀도와 중력의 영역을 탐구하는 자연 우주 실험실 역할을 하고 있습니다. 중성자별이 물리적 임계 상태에 도달할 수 있는 두 가지 방법을 생각해 봅시다.

별의 밀도가 일정하게 유지되는 시나리오에서,  $\rho_0$  일정하게 유지되는 시나리오에서는 특징적인 반경  $\hat{r}$  를 정의할 수 있습니다. 그런 다음 별의 반경이 이 되면 물리적 임계점에 도달합니다:

$$R_{\text{cr}\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}} \hat{r} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G \rho_0}}$$

와

$$\hat{r} = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G \rho_0}}$$

그래서,

- 외부 메트릭의 경우 별의 반경은 다음보다 작아야 합니다.  $\hat{r}$ .
- 내부 지표의 경우, 별의 반지름은 다음보다 작아야 합니다.  $R_{\text{cr}\phi}$  보다 작아야 하는데, 반경이 클수록 별의 중심에서 압력이 무한대로 증가하기 때문입니다.

둘째, 거대한 별의 경우 폭발하는 철 구는 복잡한 시나리오를 제시할 수 있습니다. 구의 질량이 폭발하는 동안 보존된다고 가정하면  $M$  의 질량이 폭발하는 동안 보존된다고 가정하면, 두 가지 중요한 임계 반경을 고려해야 합니다:

- 중앙 부분에서 기하학적 임계 반경은 슈바르츠실드 반경으로 주어지며, 이는  
입니다:

$$R_{\text{cr}\gamma} = R_s = 2 \frac{GM}{c^2}$$

- 이 질량 밖에서 물리적 임계 반경은 (38)에 의해 주어집니다.

질량 보존을 다음과 같이 표현하면  $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0$ 로 표현하면, 폭발 중 다양한 밀도 변화가  $\rho_0$ 가 이러한 임계 반경에 어떤 영향을 미치는지 살펴볼 수 있습니다.

실제로 파열 중에 물리적 임계점에 도달하면, 우리는  $R = R_{cr\phi}$ .

그런 다음 질량 보존 방정식을 (38)에 대입하면 을 구할 수 있습니다:

$$R = R_{cr\phi} = 2,25 \frac{GM}{c^2} > R_{cr\gamma}$$

이를 통해 질량에 대한 물리적 임계점에 도달하면 다음과 같이 추론할 수 있습니다.  $M$ 에 도달하면 기하학적 임계가 나타나기 전에 발생한다는 것을 추론할 수 있습니다.

K. 슈바르츠실트는 또한 이 측정이 당시 천체물리학의 틀 안에서 이해되던 것을 훨씬 뛰어넘는 조건에 관한 것이라고 지적했습니다.

또한 이 기하학적 해의 위상은 두 개의 경계가 있는 다양체를 공통 경계인 구를 따라 연결하여 구성된다는 점에

유의하는 것이 중요합니다.  $S^2$ 의 면적을 가진  $4\pi R_0^2$  (별의 반지름).

1916년, 루트비히 플람은 외부 해를 기하학적 물체를 설명할 수 있는 잠재적인 것으로 간주했습니다. 당시의 관심사는 질량을 수축하지 않는 공간의 영역으로 설명하는 것이었습니다((Flamm 1916)).

1934년, 리처드 톨먼은 교차 용어인  $dr dt$ 를 도입하여 가장 일반적인 미터법 해를 조작할 수 있는 가능성을 처음으로 고려했습니다. 그러나 단순화를 위해 그는 변수의 간단한 변경을 사용하여 즉시 이를 제거했습니다((Tolman 1934)).

1935년 아인슈타인과 로젠은 입자의 기하학적 모델의 맥락에서 다음과 같은 좌표의 변화 덕분에 비수축성 기하학적 구조를 제안했습니다((Einstein and Rosen 1935)):

$$u^2 = r - 2m$$

그러면 메트릭 솔루션은 :

$$ds^2 = \frac{u^2}{u^2 + 2m} dt^2 - 4u^2(u^2 + 2m)du^2 - (u^2 + 2m)^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

따라서 저자는 "공간적 다리"라고 불리는 비구축성 기하학적 구조를 얻는데, 이 구조는 면적의 닫힌 표면이  $4\pi\alpha^2$ 값에 해당하는 닫힌 표면  $u = 0$ 값에 해당하는 닫힌 면적 표면이 두 개의 "잎"을 연결합니다.  $u = 0$ 에서  $+\infty$  그리고 다른 하나는  $-\infty$  이 메트릭은 무한대에서의 로렌츠 메트릭이 아니라는 점에 유의하세요. 이 새로운 좌표계로 표현된 이 메트릭은 규칙적이지만, 저자들은 협곡 표면에서 그 결정자가 0이 된다는 점을 지적합니다. 이 기하학적 구조에서 두 개의 경계가있는 반 리만 시트가 구별되며 첫 번째는 다음에 해당합니다.  $u > 0$  에 해당하고 두 번째는  $u < 0$ . 이는 공통 경계를 따라 이들의 교차점에 해당합니다. 전역 시공간은 다음 조건을 만족하지 않기 때문에 세미 리만 기하학의 표준 프레임워크에 맞지 않습니다.  $\det(g_{\mu\nu}) \neq 0$  조건을 만족하지 않기 때문입니다. (Stoica 2014)에 언급된 바와 같이, 이는 퇴화된 메트릭 텐서를 허용하는 단일 세미 리만 기하학의 보다 일반적인 프레임워크에 맞습니다.

1939년, 오펜하이머와 스나이더는 적정 시간과 멀리 떨어진 관측자가 경험하는 시간 사이의 완전한 디커플링을 이용하여,  $dr/dt \rightarrow 0$  교차 항이 없을 때 외부 계량 솔루션을 사용하여 수명이 다한 거대한 별이 폭발하는 '동결 프레임'을 설명할 것을 제안했습니다. 변수가  $t$  가 멀리 떨어진 관측자의 적절한 시간으로 식별된다는 점을 고려하면, 이는 일 단위로 측정된 적절한 시간에서 지속되는 수축 현상이 멀리 떨어진 관측자에게는 무한한 시간에서 일어나는 것처럼 보이는 '프리즈 프레임' 모티프를 만들어냅니다((Oppenheimer and Snyder 1939)). 이 문서는 블랙홀 모델의 기초가 되는 문서로 간주됩니다(2.3.8절 참조).

1960년, 크루스칼은 기하학적 해를 확장하여 수축 시공간을 포함하도록 하였는데, 이는 다음과 같은 중심 특이점을 중심으로 구성되었습니다.  $r = 0$ . 측지법은 다음에 대해 확장됩니다.  $r < \alpha$ . 블랙홀 모델(구대칭을 갖는<sup>4</sup>)은 멀리 떨어진 관측자에 의해 "동결 프레임"으로 인식되는 짧은 순간에 질량이 폭발하는 것으로 결정적인 형태를 취합니다((M. D. Kruskal 1960)). 그런 다음 슈바르츠실드 구를 "사건의 지평선"이라고 부릅니다.

---

<sup>4</sup> 1963년 로이 커는 진공 상태에서 아인슈타인 방정식의 축 대칭 고정 해를 구축했습니다. 그러나 이 연구에서는 구대칭을 갖는 정지 해에 대한 해석으로 제한합니다(2.3.9).

1988년, M. 모리스와 K. S. 손은 해의 기하학적 모델을 얻으려는 시도가 아니라 "웜홀"을 통한 성간 여행의 가능성을 연구하기 위해 수축성을 포기함으로써 이 기하학적 해석을 재검토했습니다((Morris and Thorne 1988)):

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dl^2 + (b_0^2 + l^2)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

저자는 성간 여행의 실현 가능성에 대한 연구에 집중함으로써 성간 여행의 불안정하고 일시적인 특성뿐만 아니라 그러한 지형과 관련된 엄청난 제약을 강조합니다.

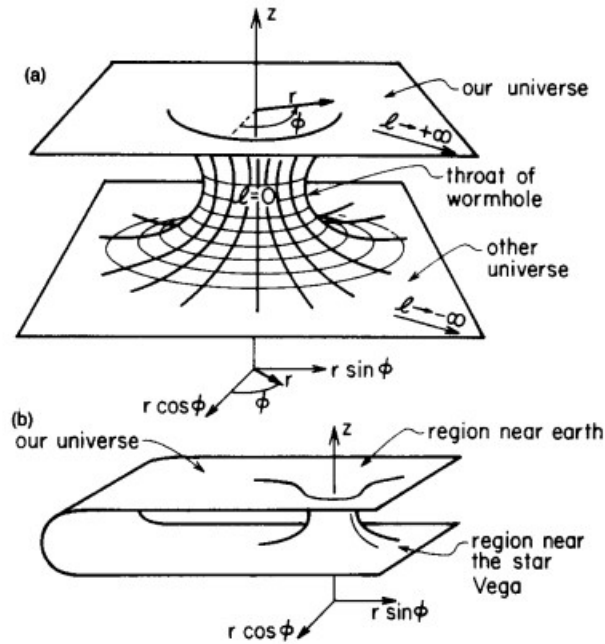


그림 5.1 - M. Morris와 K.S. Thorne(1988)의 논문 396페이지

## 5.2 정적성 가설: 교차 기간의 부재 $dr dt$

일반 상대성 이론에서 '정적'이라는 개념은  $t \rightarrow +t$ 의 '시간 독립적' 시간 변환 하에서 불변을 의미하는 정지된 도량형과  $t \rightarrow -t$ 의 '시간 반사' 대칭 하에서 불변을 의미하는 정적 도량형을 말하며, 이는 자연스럽게  $dr dt$  교차 항이 없는 것으로 이어집니다. 실제로 측정값에  $dr dt$  교차 항이 있다는 것은 공간 좌표와 시간 좌표 사이에 혼합 의존성이 있다는 것을 의미합니다. 이러한 혼합 의존성은 시간적 반사대칭에 의한 불변성을 깨뜨리는데, 이는 미터법이  $t \rightarrow -t$  변환 하에서 동일하게 유지되지 않기 때문입니다. R. Wald는 1984년 그의 저서 "일반 상대성 이론" 120페이지에서 이 특성을 언급했습니다(Wald 1984).

또한 (Adler, Bazin, and Schiffer 1975) 186쪽에서 선의 *시간 반사* 대칭 요구 사항(  $dx^0$  로 "거꾸로" 추적 할 수 있습니다.  $-dx^0$  ("정적성"이라고 함)이 초기 가정으로 설정되어 있습니다.

사실, R. 발트의 의미에서 *정적*이라는 개념은 다음과 같은 *시간 반사 대칭*에 의한 불변성을 의미합니다.  $t \rightarrow -t$ 의 시간 반사 대칭에 의한 불변성을 의미하는데, 이는 물리적인 의미가 없는 순전히 수학적 가설입니다. 그러나 본 연구는 이 가정에 대해 다른 접근법을 제시합니다.

### 5.3 두 장의 로렌츠 무한 기하학 솔루션 구축하기

시그니처 아래의 고전적인 형태의 슈바르츠실트 외관 메트릭을 고려하십시오. (+ - - -):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

#### 5.3.1 대칭 T

진공 상태에서 아인슈타인 방정식의 해법으로 1916년에 만들어진 이 미터법((슈바르츠실트 1916b))에는 저자가 언급하지 않은 시간 대칭성에 의한 불변성이라는 추가 가정이 부여되었습니다. 이 가정은 물리적인 근거가 없으며, 1934년 초에 톨만이 예상했던 것처럼 미터법에서  $dr dt$  교차항을 제거한다는 점에 유의해야 합니다((Tolman 1934) 239페이지).

반대로 에딩턴(A. Eddington)은 슈바르츠실트 곡면의 좌표 특이점을 제거하기 위해 이 방법을 도입했습니다.  $r = \alpha$  변수의 변화를 사용하여 ((Eddington 1925),(Koiran 2021)):

$$t_E^+ = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

그러면 메트릭은 :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{+2} - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^+ - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

우리는 이러한 조건에서 멀리 떨어진 관찰자의 관점에서 자유 낙하 시간은 유한해지고(39), 탈출 시간은 무한하다는 것을 알고 있습니다. 탈출 시간이 유한한 지표는 이 변수를 변경하면 얻을 수 있습니다:

$$t_E^- = -t - \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} - 1 \right|$$

따라서 메트릭은 :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^-^2 - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

이는 식 (40)에서 시간 좌표를 반전시키는 것과 같습니다. 따라서 두 개의 세미 리만 공간을 설명하는 두 개의 메트릭을 연관시키는 이러한 선택은 이 특정 좌표계와 아인슈타인과 로젠의 좌표계에서 "다리"로 연결된 두 개의 *T* 대칭시트가 있는 전역 기하학적 해를 고려하도록 유도합니다((Einstein and Rosen 1935)).

이제 이러한 변환에 *p*-대칭이 수반된다는 것을 보여드리겠습니다.

### 5.3.2 대칭 P

이 표현에서 첫 번째 시트의 방사형 측지선은 "우주 다리"에 도달했을 때 "우주 다리"의 접하는 면에 직교합니다. 두 번째 시트에 나타나는 이러한 동일한 측지선은 동일한 접하는 평면에 직교합니다. 이제 방사형 궤적을 따라 '우주 다리'를 향해 수렴하는 사면체를 형성하는 네 점을 고려해 보겠습니다. 사면체를 형성하는 각 정삼각형의 점에 대한 교차 방향을 정의하여 3D 방향을 정의할 수 있습니다. 에 대해 *r*에 대해 이 점들이 딱딱한 표면에서 반사되어 사면체의 방향이 반전되는 것처럼 보입니다. 그러면 업스트림과 다운스트림 사면체는 *거울상 사면체*가 됩니다(그림 5.2).

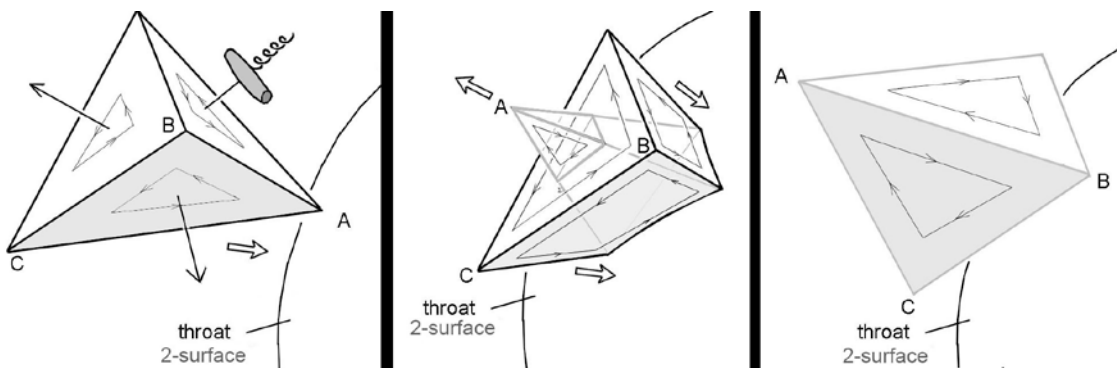


그림 5.2 - '우주 다리'를 건설 때 공간의 반전

방향의 변화는 그림 5.1의 웜홀의 단순화된 2D 표현에서 이미 볼 수 있습니다. 이 그림을 위에서 바라보며 삼각형이 위쪽 시트의 표면을 따라 홈을 향해 미끄러지는 모습을 상상해



봅시다. 홈을 통과한 후 삼각형은 아래쪽 시트를 가로질러 미끄러지기 시작하고 이제 우리는 위쪽 시트 위의 위치에서 삼각형이 거꾸로 보이는 것을 볼 수 있습니다. 따라서 우리의 관점에서 보면 삼각형의 방향이 바뀐 것입니다. 이러한 방향 변경의 물리적 중요성은 5.3.3절에서 설명합니다.

따라서 한 쌍의 메트릭 (41)과 (42)의 기하학적 구조는 두 개의  $PT$ -대칭세미 리만 공간을 연결하는 "다리"를 나타냅니다.

이 2D 서페이스의 요소는 다음과 같이 주어집니다:

$$\sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} = \sqrt{|g_{\theta\theta}g_{\phi\phi}|} = \alpha^2 \sin(\theta)$$

이 메트릭은 구형 2D 표면(예: 4D 시공간에서 반경이 일정한 구)을 설명하므로 미분 표면 요소는 로 주어집니다:

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

이 '우주 다리'의 최소 표면적을 구하려면 이 표면 요소를 가능한 모든 각도에 걸쳐 통합해야 합니다:

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

따라서 최소 표면적의 비 수축성이며  $4\pi\alpha^2$ .

### 5.3.3 두 시트의 식별

5.3.2절에서 그림 5.2의 웜홀 홈을 가로지르는 사면체의 방향 변화와 그림 5.1의 홈을 가로지르는 삼각형의 방향 변화에 대해 설명했습니다. 삼각형의 방향 변화는 그림 5.1을 전체적으로 보는 사람만 볼 수 있습니다. 따라서 물리적으로 관찰자는 두 잎 중 하나에 위치해야 하고 다른 잎을 직접 볼 수 없으므로 물리적으로 관찰할 수 있는 현상에 해당하지 않습니다. 그림 5.2에서도 상황은 동일합니다. 가운데 사진은 웜홀의 양쪽을 동시에 볼 수 있는 시점에서의 상황을 나타냅니다(B와 C는 아직 협곡에 도달하지 않은 반면, A는 이미 협곡을 통과하여 반대편에서 나타나고 있습니다). 다시 말하지만, 이것은 물리적 관찰자에게는 불가능한 일입니다. 지금까지 설명한  $P$  대칭은 물리적으로 관찰할 수 있는 현상과 일치하지 않는 것처럼 보입니다. 그러나 아인슈타인과 로젠이 도입한 추가 요소를 통해 실제 물리적인 의미를 부여할 수 있습니다(Einstein and Rosen 1935).

이들의 동기는 그림 5.1에서처럼 성간 여행을 연구하는 것이 아니라 일반 상대성 이론 방정식의 해를 사용하여 기본 입자를 설명하기 위해서였다는 점을 기억해야 합니다. 그들의 논문 초록을 인용하자면, "이 해법은 물리적 공간을 두 개의 동일한 시트로 이루어진 공간으로 수학적으로 표현하고, 입자는 이 시트를 연결하는 '다리'로 표현하는 것입니다."라고 설명합니다. 아인슈타인과 로젠은 다입자 문제도 비슷한 방법으로 연구할 수 있다고 제안했지만, 이 연구는 논문에서 다루지 않았습니다.

"여러 입자가 존재하는 경우, 이 경우는 수정된 방정식 (3a)의 특이점이 없는 해, 즉 여러 개의 이산적인 '다리'로 연결된 두 개의 일치하는 시트가 있는 공간을 나타내는 해를 찾는 경우에 해당합니다."(아인슈타인과 로젠 1935)를 다시 인용해 보겠습니다. 그들의 관점에서 볼 때, 수학적 표현(41)에서 두 점의 값이 동일한 것은  $\theta, \phi$ 의 값이 같지만  $u$ 의 값이 같지만 반대인 두 점은 물리적 공간에서 다음과 같은 값을 가진 두 점에 해당합니다.  $r = u^2 + m$ .의 값이 반대인 점들을 동일하게 식별하면 다음과 같습니다.  $u$ 의 반대 값을 가진 점들을 동일하게 식별하면 그림 5.2의 가운데 사진에 표시된 상황을 물리적 관찰자가 볼 수 있습니다. 5.3.2절에서 설명한  $P$  대칭은 이제 실제 물리적인 의미를 갖습니다. 다음 섹션에서 결합된  $PT$  대칭에 대한 해석을 발전시키겠습니다.

## 5.4 이 지오메트리의 또 다른 표현

방정식 (40) 및 (43)에 다음과 같은 변수 변경을 적용합니다:

$$r = \alpha(1 + \text{Log ch}(\rho))$$

다음 두 가지 메트릭을 얻습니다:

$$\begin{aligned} ds^2 = & \left( \frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{+2} - \left( \frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 \\ & - 2c\alpha \left( \frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^+ - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ds^2 = & \left( \frac{\text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) c^2 dt_E^{-2} - \left( \frac{2 + \text{Log ch}(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) \alpha^2 \tanh^2(\rho) d\rho^2 \\ & + 2c\alpha \left( \frac{\tanh(\rho)}{1 + \text{Log ch}(\rho)} \right) d\rho dt_E^- - \alpha^2 (1 + \text{Log ch}(\rho))^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \end{aligned}$$

에 대한 두 번째 시트를 구조화하는 메트릭을 얻으려면  $\rho < 0$ 에 대한 두 번째 시트를 구성하는 메트릭을 얻으려면, 이 시트에서 유한한 탈출 시간을 가진 물질의 '다리' 통과를

변환하는 측지법의 연속성을 보장하기 위해, 교차하는 동안 시간 좌표가 반전되는 *대칭*  $T$ 를 적용해야 합니다.  $t_E^+ = -t_E^-$

따라서 로렌츠에서 무한대까지인 이 메트릭은 다음 값에 해당하는 두 개의 시트를 구성합니다.  $\rho$  값에 해당하는 두 개의 시트를 구성합니다.  $+\infty$  그리고  $-\infty \rightarrow 0$ . "스페이스 브리지"에서  $\rho = 0$  컴포넌트  $g_{tt}$  과  $g_{\rho\rho}$  메트릭 텐서의 구성 요소가 사라지고 마지막 두 공간 구성 요소인  $g_{\theta\theta}$  과  $g_{\phi\phi}$  만 남습니다:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

이 특정 좌표계에서는 결정자가 0이라는 것을 추론할 수 있습니다.  $P$ -*대칭*은 인접한 점(이번에는 명시적으로 미분된 점)이 다음과 같이 추론된다는 사실에서 따릅니다.  $\rho \rightarrow -\rho$ . 이 변환은 (41)에서  $u \rightarrow -u$  와 같은 역할을 합니다.

이 두 가지 조건에서 이러한 계량적 해를 결합하면, 한 방향으로만 건너갈 수 있는 "다리"를 통해 두 개의 세미 리만 공간을 연결하는 단방향 *멤브레인*으로서의 *웜홀*과 *백색 분수*를 얻을 수 있습니다. 더 나아가 *웜홀*이 그림 5.1.a에서처럼 다른 우주로 연결되거나 그림 5.1.b에서처럼 같은 우주의 먼 지점으로 연결되지 않고, 두 개의 일치하는 나뭇잎이 변환에 의해 물리적 우주의 같은 지점에 대응한다고 가정해 보겠습니다.  $u \rightarrow -u$  변환 (또는  $\rho \rightarrow -\rho$ )에 의해 물리적 우주의 동일한 점에 해당한다는 결론을 내릴 수 있습니다(Einstein and Rosen 1935) 및 5.3.3절에서 제시된 바와 같이. 그러면 두 장이 *PT 대칭*이라는 결론을 내릴 수 있습니다.

문헌에서 시간 좌표의 반전은 다양한 방식으로 분석되어 왔습니다. 특히

- 에너지의 반전을 유도하는 것으로 밝혀진 J-M 수리오의 동역학 그룹 이론((J. M. Souriau 1964),(J. M. Souriau 1997))에서 유래했습니다. 결과적으로 시간 반전 대칭은 질량 입자의 모든 운동을  $m$  질량 입자의 운동으로 변환합니다.  $-m$  ((오펜하이머와 볼코프 1939), 191쪽). 같은 책 192쪽에서 저자는 음의 질량을 피하는 대안적인 분석을 제시합니다. 수리오는 이러한 대안은 실험을 통해 확인할

수 있는 능력에 따라 평가되어야 한다고 강조합니다.

- 파인만은 반물질이 시간을 *거슬러 올라가는* 일반 물질로 해석할 것을 제안했습니다.
- 우리는 이론적 분석(*CPT 정리*)과 실험을 통해 기본 입자가 *CPT 대칭*하에서 불변하는 물리 법칙을 따른다는 사실을 알고 있습니다.

섹션 5.3에서 발견한 *PT 대칭*은 *CPT 대칭*에 *C 대칭*(전하의 반전)이 뒤따르는 것으로 간주할 수 있습니다. 따라서 우리는 두 번째 시트에서 반물질을 얻을 수 있습니다. 두 번째 시트에 이미 일반 물질이 포함되어 있다면 첫 번째 시트의 반물질과 상호작용하여 에너지를 구성할 수 있습니다.

## 5.5 결론

진공 상태에서 아인슈타인 방정식의 구대칭 정지 해에 기반한 새로운 기하학적 구조를 소개하며, 물리학에서 영감을 얻은 두 가지 가정, 즉 *등방성*(시간에 따른 불변성( $SO(3)$ ))과 *고정성*(시간에 따른 이동에 의한 불변성). 이렇게 함으로써, 이전처럼 실제 물리적인 근거 없이 *시간 반전*대칭에 의한 불변성을  $t \rightarrow -t$  ("*정적*" 솔루션)에 의한 불변성을 추가하지 않습니다. 이 새로운 덜 제한적인 가정은 이전에는 *정적성*가정이 금지했던 교차 항  $dr dt$ 의 존재를 도입합니다. 이 새로운 기하학적 객체는 "*다리*"를 가로지르는 *웜홀*과 *흰색 분수의 조합인 "단방향 멤브레인"*처럼 작동합니다. 무한대에서 로렌츠 메트릭을 사용하는 이 구조는 시간 화살표가 반대인 두 개의 거울상 *대칭*반리만 공간(*PT-대칭*)을 연결합니다. 결과적으로 이 물체는 4차원 시공간을 두 장의 종이로 덮은 것에 해당하며, '*다리*'를 따라 연결된 *PT 대칭*으로 나타납니다. 아인슈타인과 로젠으로부터 영감을 받아 물리적 공간의 한 점을 두 시트에 각각 하나씩 있는 한 쌍의 일치하는 점으로 표현할 것을 제안했습니다. 우리는 이러한 합동 점의 식별이 물체가 두 시트 사이의 공간 다리를 건널 때 관찰 가능한 물리적 효과로 이어진다는 것을 보여주었습니다.

## 5.6 부록

이제 두 번째 시트로 나가는 메트릭을 자유롭게 정의할 수 있는 우주의 두 번째 층으로 물질이 이동하는 경우를 살펴 보겠습니다. 다음과 같은 새로운 변수 변경을 슈바르츠실트

메트릭(42)에 적용하여 적분 상수의 부호를 반전시키면 다음과 같습니다.  $\alpha \rightarrow -\alpha$ 의 부호를 반전시켜 두 번째 시트에 "반발" 메트릭을 구성할 수 있습니다:

$$t_E^+ = t + \frac{\alpha}{c} \ln \left| \frac{r}{\alpha} + 1 \right|$$

첫 번째 시트에서는 유한 자유 낙하 시간을, 두 번째 시트에서는 유한 이스케이프 시간을 사용하여 첫 번째 시트에서 두 번째 시트까지 측지선의 연속성을 보장합니다.

첫 번째 시트를 구성하는 들어오는 메트릭은:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{+2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^+ - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

그리고 두 번째 시트를 구성하는 발신 메트릭은:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^{-2} - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E^- - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

일반적인 형태를 취합니다:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) c^2 dt_E^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 + \delta \frac{2\alpha c}{r} dr dt_E - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

여기서  $\delta = -1$ 는 첫 번째 리프를 구조화하는 메트릭이고  $\delta = +1$ 는 두 번째 리프를 구조화하는 아웃바운드 메트릭입니다. 따라서 두 메트릭은 시간 반전에 의해 대칭을 이루므로  $t \rightarrow -t$ 에 의해 대칭을 이루므로, 한 시트에서 다른 시트까지 측지선의 연속성은 첫 번째 시트의 유한 자유 낙하 시간과 두 번째 시트의 유한 탈출 시간으로 보장됩니다. 이는 일반 물질이 잠재적으로 음의 질량을 갖는 반물질로 변환되어 우주의 다른 층으로 옮겨질 수 있음을 의미합니다. 이 과정은 본질적으로 물질이 음의 질량을 갖는 반물질로 변환되는 과정을 포함합니다. 이 기하학적 해를 5.3절에서 이전에 개발한 해와 결합하면 이 두 번째 층의 계량적 특성을 활용하여 성간 여행의 실현 가능성을 탐색할 수 있습니다.

## 6 모델의 위상학적 해석

### 6.1 정의

우주론에서 위상수학은 지속적인 변형에도 변하지 않는 우주의 근본적인 공간적 속성을 연구하는 학문입니다. 정확한 거리와 각도에 초점을 맞추는 기하학과 달리 위상수학은 공간이 대규모로 연결되고 구조화되는 방식에 더 큰 관심을 둡니다. 위상수학은 우주 공간의 정확한 모양과 크기에 관계없이 우주 공간의 연결성, 연속성, 경계와 같은 측면을 조사합니다.

우주론적 맥락에서 위상수학은 우주가 유한한지 무한한지, '가장자리'가 있는지 무한한지, 다중 연결 우주 모델에서처럼 사소한 방식으로 연결될 수 있는지 등의 질문을 포함하여 우주의 전반적인 구조를 이해하는 데 도움이 됩니다. 여기에는 은하 분포, 우주 방사선 배경 및 기타 천체 물리학 관측에 의해 결정되는 우주의 대규모 형태와 구조를 조사하는 것도 포함됩니다.

위상수학은 특히 야누스 우주론 모델과 같은 고급 우주론 모델과 관련이 있는데, 이는 다층 우주, 시공간의 서로 다른 영역 간의 연결성, 고급 이론 물리학에서 발생할 수 있는 기타 직관적이지 않은 속성 등의 개념을 탐구하기 위한 프레임워크를 제공하기 때문입니다.

요컨대, 우주론에서 위상수학은 고전 기하학의 제약을 넘어 우주의 근본적인 구조와 본질을 탐구하고 이해하는 데 강력한 도구입니다. 이

장을 계속하기 전에 이 웹 사이트(<http://www.savoir-sans-frontieres.com/>)에서 무료로 제공되는 장 피에르 뷔띠 박사의

만화책 *Topologicon*(Petit 1985)을

읽고 완전히 이해하는 것이 중요합니다. 이 작품은 우주론 및 일반 상대성 이론과 관련하여 위상학의 개념을 대중화했습니다. 실제로 이 장에서는 다소 직관적이지 않은 개념적 도구를 주로 다루고 있습니다. 따라서 더 나은 이해를 위해 이 만화를 미리 읽어보실 것을 강력히 권장합니다.

### 6.2 워홀 모델

이전 5장에서 설명한 워홀 모델에 대한 새로운 해석을 발전시켜 일반 상대성 이론과 관련하여 더 깊은 위상학적 관점을 제안합니다. 예를 들어, 협곡 구  $S^2$  를 예로 들어보겠습니다. 이 구는  $PT$  대칭을 통해 두 층의 시공간을 연결합니다. 이 구성을 투영

평면에 비유할 수 있을까요? 위상수학에서 투영면은 한 지점에서 갈라지지만 다른 지점에서 만나는 선과 같은 고유한 특성을 가진 비방향성 표면입니다. 이는 원뿔 협곡을 통한 시공간 층 사이의 연결이 전통적인 공간의 방향을 무시하고 투영면을 연상시킬 수 있음을 시사합니다.

우리의 추측은 이 표면의 미터법 결정자의 무효성에 근거하며, 이는 2D 비방향성을 나타낼 수 있습니다. 이 협곡 구가 닫혀 있고 경계면이 있는 경우 투영면으로 식별할 수 있습니다.  $p^2$ . 이 아이디어는 직관적이지 않은 것처럼 보일 수 있지만, 슈바르츠실드의 외부 해법 (42)에서 설명하는 물체의 위상수학에서 직접적으로 따라옵니다.

일반 상대성 이론의 맥락에서 곡선 시공간에서의 기본 부피 개념은 매우 중요합니다. 차원에서의 기본 부피는  $n$ 차원의 기본 부피는 다음과 같이 정의됩니다.  $dV = \sqrt{|\det(g)|} d^n x$  여기서  $g$  은 미터법 텐서이고  $\det(g)$  의 결정자에 의해 주어집니다. 이 기본 부피는 유클리드 공간에서처럼 단순히 좌표 미분의 곱이 아니라 시공간의 곡선 구조에 의해 수정됩니다. 인자  $\sqrt{|\det(g)|}$  계수는 아인슈타인의 방정식에 따라 질량과 에너지의 존재로 인해 시공간이 어떻게 왜곡되는지를 반영합니다. 곡률이 높은 영역에서는 이 기본 볼륨이 직관적이지 않은 방식으로 작동하여 매혹적이고 때로는 놀라운 시공간 위상학적 특징을 드러낼 수 있습니다.

구체  $S^2$  에는 표현식으로 정의된 메트릭이 있습니다:

$$ds^2 = \alpha^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

구의 미터법은 구의 표면에 있는 점 사이의 거리를 설명하는 수학적 함수입니다. 이 메트릭은 2D 구(예: 4D 시공간에서 반지름이 일정한 구)를 설명하므로 미분 표면 요소는 로 주어집니다:

$$dA = \sqrt{|\det(g_{\mu\nu})|} d\theta d\phi = \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

구는 3차원 공간에서 2차원 표면이기 때문에 실제로는 표면 요소입니다. 이 서피스 요소를 통합하면 표현식으로 설명되는 서피스를 얻을 수 있습니다:

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \alpha^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = 4\pi\alpha^2$$

이는 반경이 반지름인 구의 표면적  $\alpha$ . 또한 이 표면이 투영 평면의 표면과 유사하다는 것을 알 수 있습니다.  $P^2$ 표준 기하학에서는 거의 다루지 않는 개념입니다.

### 6.3 우주의 모델

기하학에서 구는  $S^2$  은 우리에게 익숙한 3차원 공간에 *몰입*할 수 있기 때문에 쉽게 시각화할 수 있습니다.  $R^3$ . 하지만 다음과 같은 투영 평면은  $P^2$ 와 같은 투영면은 같은 방식으로 *그릴* 수 없습니다. 투영 평면은 방향성이 없는 표면 유형으로, 3차원 공간에서 자기 교차점 없이 평평하게 배치할 수 없습니다. 투영 평면을 시각화하려면 서페이스가 일련의 *자기 교차점*에 따라 스스로 *교차*하는 방법인 '이머전'을 사용해야 합니다. 이 개념은 도형과 공간에 대한 우리의 전통적인 이해에 도전합니다.

다음과 같은 고차원 투영 평면을 이해하기 위해  $P^3$  또는  $P^n$ 와 같은 고차원 투영면을 이해하려면 시각적 표현을 버리고 추상적 사고를 채택해야 합니다. 이러한 사고의 전환은 우리의 차원을 뛰어넘는 복잡한 위상 구조를 탐구하는 데 필요합니다.

예를 들어, 구를 덮고 있는 경선을 형성하는 각 스트립이 "침수"에 의해 스스로 교차하여 세계의 반비틀림이 있는 뫼비우스 스트립의 2장 덮개를 형성할 수 있다고 생각하면 구를 뒤집을 수 있습니다((Morin and Petit 1978)). 이 "자기 교차" 효과는 3차원 표현 공간에서 이 코팅의 침수와만 관련이 있습니다.  $R^3$ .

그런 다음 이 구의 극  $M$  이 구의 한 장의 극  $S^2$  반대쪽 극으로  $M'$  의 극을 만들 수 있습니다. 이를 "대척점의 결합"이라고 합니다. 이 변환을 통해 이 구의 경락에 의해 운반되는 시간의 화살표가 그림 6.1에서와 같이 동일한 덮개의 각 시트에서 반대 방향으로 만나도록 할 수 있습니다.



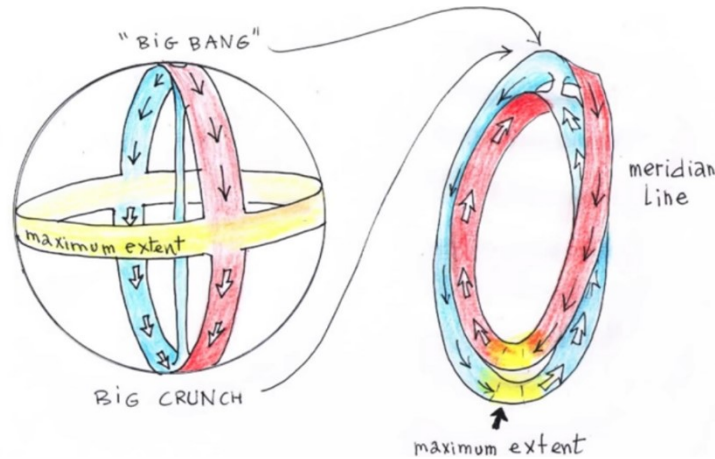


그림 6.1 - 대척점을 결합하여 구 뒤집기

참고: 뫼비우스 띠는 한 변과 한 모서리가 있는 곡면입니다. 뫼비우스 띠는 연속적인 변환에도 변하지 않는 공간의 성질을 연구하는 수학의 한 분야인 위상수학의 고전적인 수학적 대상입니다. 뫼비우스 띠는 종이 한 장을 반쯤 구부린 다음 띠의 두 끝을 연결하면 만들 수 있습니다. 이 구성은 선을 따라 그리기 시작하면 펜을 떼지 않고도 스트립의 양쪽 '면'을 교차한 후 시작점으로 돌아가는 표면을 생성합니다.

뫼비우스 띠가 매력적인 이유는 방향성이 없다는 점입니다. 종이와 같은 일반적인 공간에서는 '위'와 '아래'가 명확하게 구분됩니다. 그러나 뫼비우스 띠에서는 이러한 구분이 없으며, 표면을 가로질러 이동하면서 위에서 아래로 또는 그 반대로 매끄럽게 이동합니다. 뫼비우스 띠는 위상학과 기하학의 중요한 개념, 예를 들어 단면 표면의 개념과 공간적 직관의 한계를 설명하는 데 자주 사용됩니다. 이론 물리학 및 우주론에서 뫼비우스 띠는 시공간의 비틀림이나 서로 다른 차원 간의 연결과 같은 복잡한 공간 구조와 현상을 탐구하기 위한 모델로도 사용할 수 있습니다.

예를 들어, PT 대칭은 한 클래딩 시트에서 다른 클래딩 시트로 투영된 평면의 경로로 해석할 수 있습니다(그림 6.2).

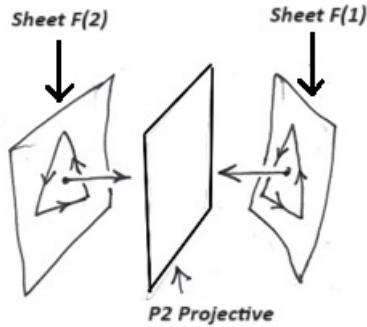


그림 6.2 -  $P^2$  프로젝터

기하학적 객체에 함수 좌표계가 장착되려면 해당 좌표계의 결정자가 무효가 아니어야 합니다. 특히 '가우스 좌표'의 맥락에서 이 원리는 매우 중요합니다. 4차원 공간에서 이 요건은 공간을 3차원 하이퍼서피스 집합으로 폴리피케이션할 수 있게 해줍니다. 이러한 하이퍼서피스는 측지선에 '직교'하며, 이는 자유 운동 중인 물체가 따라갈 경로에 수직이라는 의미이며, 시간 좌표로만 특징지어집니다. 여기서 '시간의 화살표'와 '적정 시간'을 구분하는 것이 중요한데, 시간의 화살표는 단방향의 시간 차원을 의미하고 적정 시간은 관찰자에게 특정한 시간을 측정하는 척도입니다.

우리가 살펴보고 있는 2차원 시공간에서 폴리테이션은 일련의 원을 사용하여 수행됩니다. 이러한 원의 각 점은 원에 직교하는 '시간 벡터'와 연관될 수 있습니다. 이 경우 직교는 시간 벡터가 각 원의 표면에 수직이 되도록 배치되어 시공간에서 뚜렷한 시간적 구성 요소를 형성한다는 것을 의미합니다(그림 6.3).

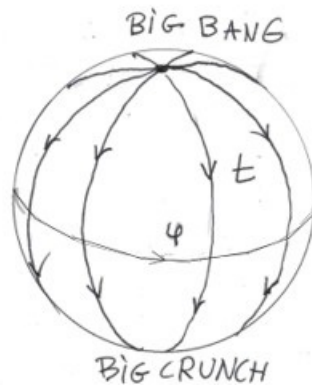


그림 6.3 - 구를 폴리언트하는 원 계열에서 원에 직교하는 "시간 벡터"의 그림  $S^2$

그럼에도 불구하고 이 '물체'에는 방위각이 정의되지 않은 두 개의 특이점, 즉 극이 있습니다. 이 극은 피할 수 없는 "매쉬 특이점"을 나타냅니다. 이 물체의 오일러-푸앵카레

특성이 2와 같기 때문에 두 개가 있습니다. 예를 들어, 삼각형 밑변을 가진 피라미드인 구의 근사치를 나타내는 사면체와 같은 간단한 다면체를 고려하면 오일러-푸앵카레 특성은  $4(\text{꼭지점}) - 6(\text{가장자리}) + 4(\text{면}) = 2$ 가 됩니다. 구의 오일러-푸앵카레 특성  $s^n$  은 다음과 같은 경우 2와 같습니다.  $n$  가 짝수이면 2, 0이면  $n$  이 홀수이면 0이 됩니다(5.3.3).

우리의 관점에서 볼 때 우주는 두 개의 특이점이 있는  $S^4$  두 개의 특이점, 즉 빅뱅과 빅 크런치가 있는 구입니다. 4차원 구  $S^4$  은 일반 구와 유사하며, 개념을 더 높은 차원으로 확장한 것입니다. 빅뱅과 빅 크런치라는 두 개의 극점이 있는 이 구를 '평행선'(2D 표면의 평행한 원과 유사)으로 매핑할 수 있습니다.  $S^2$ ). 이 단층화 과정에는 지구의 위도를 나타내는 선과 유사한 구 전체에 걸쳐 레이어 또는 '슬라이스'가 만들어집니다. 그러면 과거-미래 방향이 모든 곳에서 균일해집니다. 여기서 과거-미래 방향은 빅뱅에서 빅 크런치까지의 시간 방향을 의미하며, 이 다엽 구조 전체에서 일관성을 갖게 됩니다. 이 법선-평행면과 관련하여 시공간은 방향성을 가지며, 이는 시공간 구조에 '위'와 '아래'라는 개념이 잘 정의되어 있음을 의미합니다.

그러나 이 표면을 "접으면"( $S^2$  또는  $S^4$ ), 우리는 두 개의 평행선이 겹쳐지는 상황을 만듭니다. 이러한 의미에서 접는다는 것은 표면의 서로 다른 부분이 접촉하도록 구의 구조를 조작하는 것을 의미합니다. 그러면 앞서 언급한 것처럼 시간 벡터가 반평행 또는 반대 방향이 됩니다. 시간 벡터는 시공간에서 각 지점의 시간 방향을 나타내는 방식입니다. 이 벡터가 반평행이 된다는 것은 접촉 지점에서 시간의 방향이 반전된다는 것을 의미합니다. 이를 '유도된 방향'이라고 부를 수 있습니다. 여기서 유도된 방향은 폴딩 과정에서 발생하는 시간 벡터의 새로운 방향을 의미합니다. 뫼비우스 띠를 세 번으로 꼬아 두 장으로 덮은 것처럼 구조화된 이 시공간에서 각 지점에서 '역방향 물질'(공간적, 시간적)은 '소급적'으로 나타납니다. 세 번의 반비틀림이 있는 뫼비우스 띠는 종이를 세 번 비틀어 끝을 연결하면 시각화할 수 있는 단면 표면입니다.

장 피에르 뷔띠의 논문(Petit 1994)에서 그는 상호작용의 법칙이 다음과 같다고 가정하고 우주와 그 대극에 의해 생성된 중력장의 상호작용을 고려합니다:

1. 뉴턴에 따르면 보통의 질량은 서로 끌어당기는 성질이 있습니다.
2. 뉴턴에 따르면 '대척점' 질량은 서로 끌어당깁니다.

3. 일반 질량과 "대척점" 질량은 "반뉴턴" 법칙에 따라 서로 밀어냅니다.

이 가설을 바탕으로 그는 우주를 2차원 표면을 '두 장으로 덮는' 위상학으로 '접는' 방법을 고안했습니다.

따라서 "접힌" 구  $S^2$  (단한 곡면)은 그림 6.4에서와 같이 극이 하나이고 오일러-푸앵카레 특성이 1과 같은 또 다른 단한 곡면인 보이 곡면을 덮게 됩니다. Boy 서페이스는 단일 면과 단일 가장자리를 가진 독특한 3D 비방향성 서페이스로, 모든 대척점이 수렴하는 특이점을 갖습니다. Boy 서페이스는 단일 면과 단일 가장자리를 가진 3D 비배향성 서페이스의 한 예입니다. 이 곡면이 흥미로운 이유는 고전적인 구와 달리 모든 대척점이 수렴하는 특이점을 가지고 있기 때문입니다. 즉, 보이 곡면에 선을 그리기 시작하면 가장자리를 넘거나 반대쪽을 사용하지 않고도 결국 시작점으로 되돌아갈 수 있는데, 이는 가장자리가 없기 때문입니다.

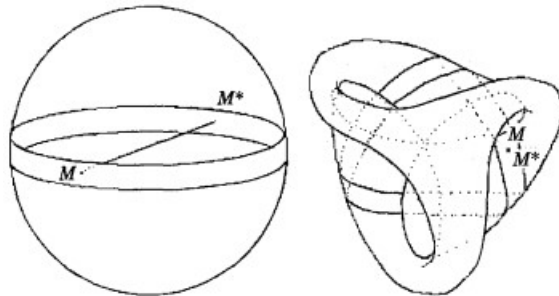


그림 6.4 - 2구 적도의 주변과 보이 서페이스에서의 위치

이 단계에서 빅뱅과 빅 크런치는 "일치"합니다.

그런 다음 이 두 개의 메시 특이점을 연결하기 위해 이 극점 대신에 '튜브'를 상상할 수 있습니다:

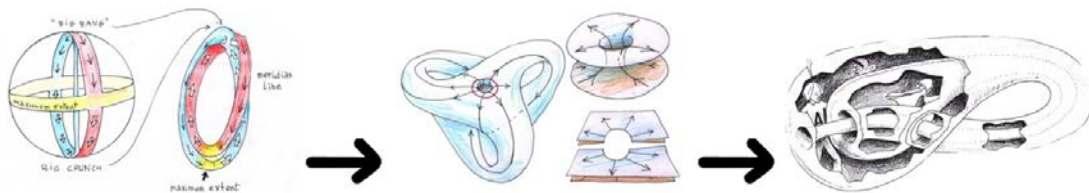


그림 6.5 - 구의 앞사귀 후 중앙의 소년의 표면  $S^2$  과 오른쪽의 클라인 병  $K^2$  오른쪽에

특이성이 사라지고 물체는 클라인 병의 안감이 됩니다.  $K^2$  병의 안감이 되는데, 그림 6.5와 같이 뚜렷한 경계나 내부가 없는 방향성이 없는 표면으로 오일러-푸앵카레 특성이 0입니다. 클라인 병은 뚜렷한 경계나 내부가 없는 또 다른 비배향성 곡면입니다. 가장자리도 결합된 뫼비우스 띠를 상상해 보겠습니다. 보이 곡면과 달리 클라인 병은 자기 교차 없이 3차원 공간에서 표현할 수 없습니다. 클라인 병은 '내부'와 '외부'의 개념이 분리되지 않는 위상학적 동작에 흥미가 있으며, 위상학과 이론 우주론에서 특정 아이디어를 유용하게 표현할 수 있습니다.

저는 1950년대 이론 물리학 및 우주론의 한계는 이 분야가 위상수학을 늦게 받아들인 데서 기인한다고 생각합니다. 지속적인 변형을 통해 보존되는 성질을 연구하는 위상수학은 우주의 구조와 복잡한 구조를 이해하는 새로운 방법을 제시할 수 있었을 것입니다.

## 7 초질량 아 임계 천체 M87과 궁수자리 A\*에 대한 대안적 해석.

*천체물리학 저널*에 발표된 은하 중심에 위치한 초질량 천체의 첫 번째 이미지는 주로 거대 블랙홀로 해석되어 왔습니다. 이러한 해석은 널리 받아들여지는 대체 설명이 없다는 점을 근거로 합니다. 이 연구는 이러한 이미지, 특히 은하 M87과 은하수 중심에 있는 천체의 이미지를 재검토합니다. 이 연구는 질량으로 계산한 슈바르츠실드 반지름보다 반지름이 5.72%에 불과한 아 임계 초질량의 가능성을 강조합니다. 또한 이러한 특징의 중앙 부분이 중력 적색편이 효과로 인해 어두워지는 것을 볼 수 있습니다.  $z + 1$ . 이 편이는 멀리 떨어진 관측자가 수신한 빛의 파장과 표면에서 방출된 빛의 파장의 비율로 계산되며, 이는 중심부에서 이들 천체의 코로나까지 관측된 최대 및 최소 온도의 비율에 해당하며, 3에 매우 가까운 값입니다. 우리는 이 천체들의 안정성이 기하학적 임계점보다 훨씬 이전에 발생한 물리적 임계점으로 인한 중력 붕괴와 광속의 제공에 비례하여 중심에서 방출되는 일정한 밀도의 극도로 높은 복사 압력 사이의 균형에서 비롯될 수 있다는 생각을 탐구할 것입니다. 이 현상은 1916년 2월에 발표된 칼 슈바르츠실드의 두 번째 논문에서 처음 고려된 것입니다. 우리의 분석은 대안적인 해석을 제안함으로써 은하 중심에 있는 초질량 천체에 대한 이해를 풍부하게 하는 것을 목표로 합니다.

### 7.1 소개

M87 은하와 은하수 중심에 위치한 두 초질량 천체의 이미지는 "*거대 블랙홀의 첫 번째 이미지*"로 묘사되며 언론의 큰 관심을 끌었습니다. 이 이미지들은 저명한 *천체물리학 저널*(M87(아키야마 2019) 및 은하수 중심의 궁수자리 A(아키야마 2022))에 게재되었습니다. 아래에서 막대는 색조를 '*밝기 온도*'라고 하는 것과 연결합니다:

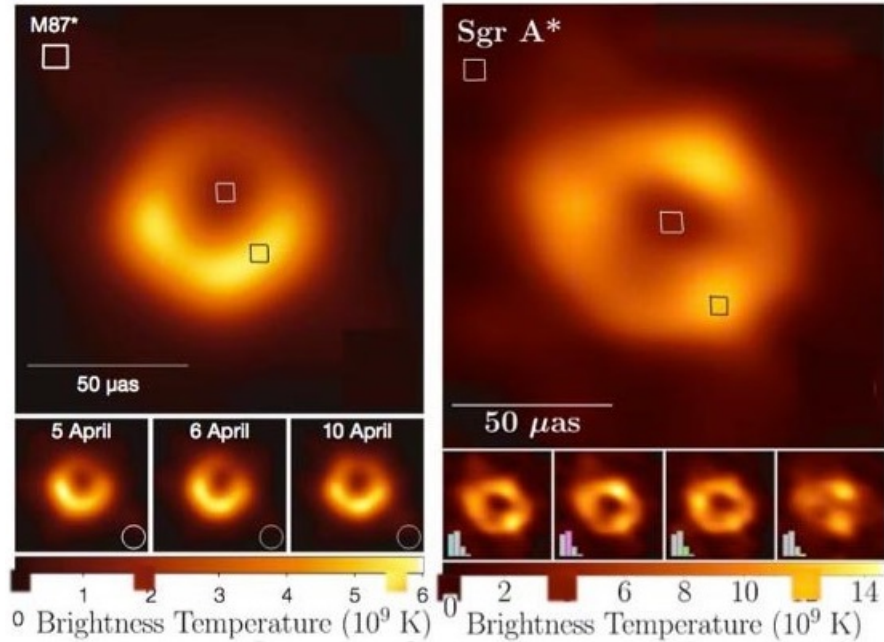


그림 7.1 - M87 및 궁수자리 A 오브젝트 이미지

그림 7.1의 왼쪽은 1999년에 발표된 은하 M87의 중심에 있는 물체의 첫 번째 이미지로, 최소 광도 온도는 18억도, 최대 온도는 57억도로 3에 가까운 비율을 보여줍니다. 3년 후인 2022년, 오른쪽의 두 번째 이미지는 최소 온도가 40억도, 최대 온도가 120억도로 역시 3에 가까운 비율을 보여줍니다. 이 두 물체는 질량이 매우 다른데, 첫 번째는 두 번째보다 1,625배 더 질량이 큼니다. 이러한 상황에서 두 물체 모두 전경의 뜨거운 가스 구름이 최대 온도와 최소 온도의 비율이 두 경우 모두 3에 가까운 특성을 갖는다는 것이 신기해 보입니다. 세 번째 물체의 이미지가 동일한 관찰로 이어진다면, 이 물체의 실제 성격에 대해 의문을 제기하는 것이 현명할 것입니다.

은하 중심에 위치한 초질량 천체의 첫 번째 이미지는 거대한 블랙홀과 관련이 있으며, 완벽하게 검은 색이 아닌 중앙 부분은 블랙홀을 공전하는 뜨거운 가스 원반에서 나오는 빛 때문인 것으로 보입니다. 그러나 이 연구의 뒷부분에서 살펴보겠지만, 중성자별은 두 가지 시나리오에서 임계점에 도달할 수 있습니다:

- 초신성으로 변하기 전에 초질량 별이 철심으로 갑작스럽게 붕괴하는 것을 말합니다.
- 더 진보적으로, 쌍성계에서 임계 이하 중성자별은 '항성풍'을 통해 동반 항성이 방출하는 가스를 흡수하여 질량을 서서히 축적합니다. 중성자별이 잠재적으로 더

변형될 수 있는 임계 질량은 중성자별 내부의 물질 상태 방정식에 따라 달라질 수 있습니다. 일반적으로 현재 모델은 추가 변형에 필요한 임계 질량이 대략 태양 질량의 2~3배 범위로 톨만-오펜하이머-볼코프 한계에 근접한 것으로 추정합니다.

이러한 모델의 특이성은 거대한 물체가 코로나의 주변과 중심(최대 및 최소 온도) 사이의 밝기 온도 비율이 3이어야 한다는 것입니다. 나중에 설명하겠지만, 이러한 물체의 중앙 부분이 어두워지는 것은 중력 적색편이 효과로 인해 지평선 근처에서 시간이 확장되거나 느려지기 때문이라고 보는 것이 더 일관성 있는 해석일 수 있습니다.

이는 거대한 물체가 주변의 시공간을 휘어서 거대한 물체뿐만 아니라 빛의 궤적에도 영향을 미치기 때문입니다. 광자가 이러한 물체 가까이로 지나가면 이러한 시공간 곡률로 인해 경로가 휘어지는데, 이를 중력 렌즈 현상이라고 합니다(그림 3.4 참조). 그러나 광자의 경로만 바뀌는 것이 아니라 거대한 물체에서 멀어질수록 광자는 강한 중력장을 벗어나기 위해 에너지를 잃게 됩니다. 이러한 에너지 손실로 인해 주파수가 감소하여 빛 스펙트럼의 빨간색 끝으로 파장이 확장되는데, 이를 중력 적색편이라고 합니다.

중력 적색 편이로 인해 광자가 잃는 에너지를 계산하려면 광자의 에너지가 주파수와 직접적으로 관련되어 있다는 사실을 이해해야 합니다.  $f$  와 직접적인 관련이 있다는 것을 이해하는 것이 중요합니다.  $E = hf$  여기서  $h$  는 플랑크 상수입니다.

특정 주파수로 방출된 광자가  $f_e$  주파수로 방출되고 감소된 주파수에서 관찰되는  $f_r$  중력 적색 편이로 인해 광자에 의해 손실된 에너지는 초기 에너지와 최종 에너지의 차이로 표현할 수 있습니다:

$$\Delta E = h(f_e - f_r)$$

주파수와 파장의 관계를 사용하여 ( $f = \frac{c}{\lambda}$ ), 여기서  $c$  는 빛의 속도이므로 이 방정식을 파장으로 다시 쓸 수 있습니다:

$$\Delta E = hc \left( \frac{1}{\lambda_r} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

그리고 중력 편이의 정의를 사용하면  $z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e}$ 의 정의를 사용하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있습니다.  $z$  :



$$\Delta E = hc \left( \frac{1}{\lambda_e(1+z)} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

$$\Delta E = -\frac{hc}{\lambda_e} \left( \frac{z}{1+z} \right)$$

이 방정식은 중력 적색 편이로 인해 광자가 잃는 에너지가 방출된 파장과 중력 적색 편이의 값에 따라 달라진다는 것을 보여줍니다.  $z$ 의 부호는 에너지 손실을 나타냅니다.

이러한 에너지 손실은 눈에 보이는 것만이 아닙니다. 예를 들어, 우주 마이크로파 배경은 가장 큰 중력 적색 편이를 겪은 방사선으로, 약 1,100의 계수를 가집니다.  $z$  약 1,100으로, 이는 원래 에너지보다 훨씬 낮은 약 3켈빈(-270°C)의 매우 낮은 온도와 에너지에 해당합니다(그림 3.10 참조).

또한 초질량 천체 근처에서 관측되는 매우 미세한 충돌 제트는 중력의 영향을 받는 천체의 붕괴에 반대하는 강력한 자기장이 존재한다는 것을 나타내며, 이는 강한 반대 자기압을 가한다는 사실에 유의해야 합니다. 이러한 천체는 최대 질량을 가진 중성자별과 같이 임계 미만이어서 중력 적색편이 효과가 3으로 제한됩니다. 이는 이 천체들이 거대한 아임계 천체일 수 있음을 시사합니다.

과학에서는 관측 결과가 이론과 일치하지 않을 경우 일반적으로 해당 이론에 의문을 제기합니다. 그러나 최근 *천체물리학 저널*(Medeiros 2023)에 발표된 이 논문에서 연구진은 관측 결과를 블랙홀 모델과 일치하도록 수정했습니다. 연구진은 질량, 각운동량 등과 같은 다양한 매개변수를 조작하고 그림 7.2와 같이 PRIMO 소프트웨어를 사용하여 관측 데이터와 가장 잘 일치하는 것을 선택하여 블랙홀의 합성 이미지를 생성했습니다.

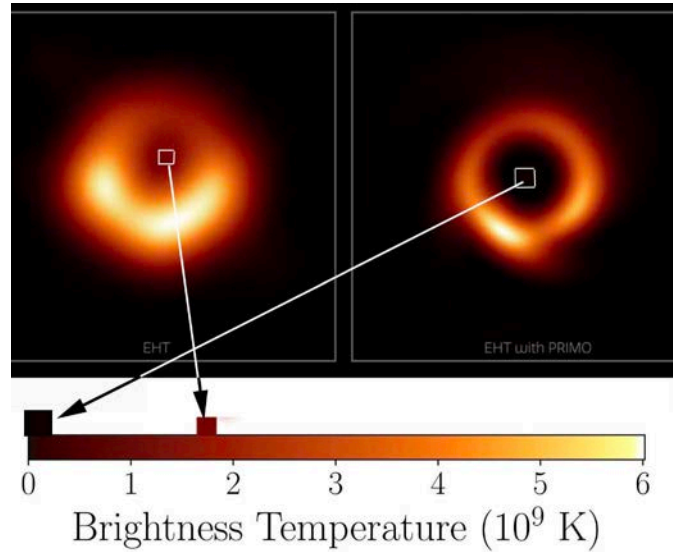


그림 7.2 - 왼쪽의 원본 이미지와 비교한 오른쪽의 PRIMO가 처리한 M87 블랙홀의 합성 이미지

그 결과 이론은 확인되었지만 연구의 과학적 엄밀성과 객관성에 대한 의문이 제기되었습니다.

## 7.2 현상에 대한 대안적 해석

다른 해석은 중앙에서 가장자리로의 이러한 색상 변화를 중력 적색 이동으로 간주하는 것입니다.  $z = 2$ 를 사용하면 파장이 몇 배나 길어집니다.  $1 + z = 3$ . 이러한 물체에 대해 우리는 무엇을 말할 수 있을까요?

### 7.2.1 물리적 및 기하학적 임계값 비교

5.1절에서는 아인슈타인 방정식에 대한 슈바르츠실트 해를 살펴보고, 밀도가 일정한 유체에 대한 슈바르츠실트 외부 메트릭과 해당 내부 메트릭을 강조했습니다.  $\rho_0$ . 이러한 해법은 수성 주변부의 전진 및 중력 렌즈 현상과 같은 현상으로 확인되었습니다(그림 3.4). 칼 슈바르츠실트는 이 두 가지 지표를 지배하는 조건이 물리적 현실과 일치하는지 확인하고자 했습니다.

별의 밀도가 일정하게 유지되는 시나리오에서,  $\rho_0$ 가 일정하게 유지되는 시나리오에서 특성 반경  $\hat{r}$ 를 정의할 수 있습니다. 실제로 슈바르츠실트가 1916년 2월에 발표한 두 번째 논문(Schwarzschild 1916a)에서 발표한 내부 측정 기준을 고려해보면 다음과 같습니다:

$$ds^2 = \left( \frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \frac{3}{\kappa\rho_0} (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

슈바르츠실트는 빛의 속도를  $c$  를 1로 간주했습니다. 따라서 표현식  $\frac{3}{\kappa\rho_0}$  는 다음과 같이 작성되어야 합니다.  $\frac{3c^2}{\kappa\rho_0}$ . 다음으로 K. 슈바르츠실트는 상수( $\kappa$  를 다음과 같다고 정의했습니다.  $8\pi k^2$  "여기서  $k^2$  는 가우스의 중력 상수" 라고 정의한 다음, 특징적인 반경( $\hat{r}^2$  과 같습니다  $\frac{3}{\kappa\rho_0}$  그리고 이것은 플람 표면의 자오선의 일부를 형성하는 원의 반경이기도 합니다 ((Oppenheimer and Snyder 1939)). 따라서 이전 방정식은 다음과 같이 이어집니다:

$$ds^2 = \left( \frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2} \right) dt^2 - \hat{r}^2 (d\chi^2 + \sin^2\chi d\theta^2 + \sin^2\chi \sin^2\theta d\phi^2)$$

그런 다음 K. 슈바르츠실트가 각도  $\chi$  을 사용하여 구 내부의 점을 찾을 때, 그는 변수  $r$  변수의 변화를 적용하여  $r = \hat{r}\sin\chi$  이것이 현대적 형태의 미터법입니다. 톨만은 1934년에 다음과 같은 정확한 설명을 제공했습니다 ((Tolman 1934)):

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[ \frac{3}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_n^2}{\hat{r}^2}\right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right)} \right]^2 c^2 dt^2$$

여기서  $r_n$  는 별의 반지름이고  $\hat{r}$  은 밀도의 함수로서 항성 상수입니다.  $\rho_0$ . 이는 미터법에서 부호에 따라 항의 순서를 공식화합니다. (---+) 에 따라 미터법으로 항의 순서를 공식화하지만 각 항의 부호는 보존합니다.

별 내부에 위치한 고정 관측자( $dr = d\theta = d\phi = 0$ )가 항성 내부에 있다고 가정해 보겠습니다. 메트릭은 :

$$ds = cd\tau = \left[ \frac{3}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_n^2}{\hat{r}^2}\right)} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right)} \right] c dt = f(r) dt$$

여기서  $\tau$  은 별 내부의 고정 관측자가 관측한 적절한 시간이고  $f(r)$  는 시간 계수입니다. 그런 다음 5.1절에서 보았듯이 별의 중심에서 시간 계수가 0인 경우, 별의 반경이 임계 반경보다 5.72%만 작을 때 기하학적 임계가 나타나기 전에 물리적 임계점에 도달합니다.  $\hat{r}$  보다 5.72%만 작아지면 물리적 임계점에 도달합니다:

$$r_n = R_{cr\phi} = \sqrt{\frac{8}{9}} \hat{r} = \sqrt{\frac{c^2}{3\pi G \rho_0}}$$

### 7.2.2 물리적 임계점에 가까운 중력 적색편이

슈바르츠실트의 해법은 이후 톨만((톨만 1934)), 오펜하이머((오펜하이머와 스나이더 1939)) 및 다른 사람들((애들러, 바진, 쉬퍼 1975))에 의해 다른 형태로 채택되어 미분 형태로 제시된 톨만-오펜하이머-볼코프(TOV) 방정식으로 알려진 상태 방정식으로 이어집니다:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\rho c^2 + p}{r^2} \left( \frac{4\pi G}{c^4} p r^3 + \frac{Gm(r)}{c^2} \right) \left( 1 - \frac{2Gm(r)}{c^2 r} \right)^{-1}$$

이 통합값은 한 세기 전 칼 슈바르츠실드에 의해 주어졌는데(그림 7.3 참조), 1916년 2월에 발표된 그의 두 번째 논문(Schwarzschild 1916a)에서 그는 일정한 밀도의 비압축성 유체로 채워진 구 내부의 기하학적 구조를 다음과 같이 설명합니다.  $\rho_0$  :

$$f_2 = \frac{3}{x\rho_0} \sin^2 \chi, \quad f_3 = \left( \frac{3 \cos \chi_a - \cos \chi}{2} \right)^2, \quad f_1 f_2 f_3 = 1. \quad (29)$$

$$\longrightarrow \rho_0 + p = \rho_0 \frac{2 \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \quad (30)$$

$$3x = r^3 = \left( \frac{x\rho_0}{3} \right)^{-3/2} \left[ \frac{9}{4} \cos \chi_a \left( \chi - \frac{1}{2} \sin 2\chi \right) - \frac{1}{2} \sin^3 \chi \right]. \quad (31)$$

그림 7.3 - 1916년 칼 슈바르츠실트가 발견한 압력 법칙

이 공식에서 빛의 속도는 항상 단위 값으로 조정됩니다. 따라서 이 공식은 다음과 같습니다:

$$p = \rho_0 c^2 \left( \frac{\cos \chi - \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \right)$$

그런 다음 섹션 7.2.1에서 볼 수 있듯이 K. Schwarzschild는 변수  $r$  라는 변수를 다음과 같이 간단하게 변경합니다:

$$r = \hat{r} \sin \chi$$

별의 표면에서 압력은 다음과 같은 경우 0이 됩니다.  $\chi = \chi_a$  에 의해 반지름이 주어집니다:

$$r_a = \hat{r} \sin \chi_a$$

별의 중심은 다음에 해당합니다.  $\chi = 0$ 에 해당하므로 압력은 가 됩니다:

$$p = \rho_0 c^2 \left( \frac{1 - \cos\chi_a}{3\cos\chi_a - 1} \right)$$

이 반경에 최대 제한이 적용됩니다.  $\cos\chi_a = \frac{1}{3}$ 의 의미에 대한 최대 한도를 설정합니다:

$$r_a = R_{cr\phi} = \hat{r} \sqrt{\frac{8}{9}} \approx 0,9428\hat{r}$$

그러나 물리적 임계값에 해당하는 질량을 고려하면 :

$$M_{cr\phi} = \frac{4}{3}\pi\hat{r}^3\rho_0$$

와 기하학적 임계값에 해당하는 것 :

$$M_{cr\gamma} = \frac{4}{3}\pi r_a^3\rho_0$$

를 사용하면 다음과 같은 관계를 얻을 수 있습니다:

$$M_{cr\phi} = \left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{3}{2}} M_{cr\gamma} = 8.838M_{cr\gamma} = 2.5M_{solar}$$

이 값은 우리가 이용 가능한 관측 자료로부터 직접 추론할 수 있었고, Thorne, Wheeler, Misner가 그들의 책((Thorne, Wheeler, and Misner 1973) 611쪽)에서 압력이 무한대로 날아가는 임계 질량으로 추정했던 일부 중성자별의 질량과 그림 7.4에서와 같이 양립할 수 있습니다:

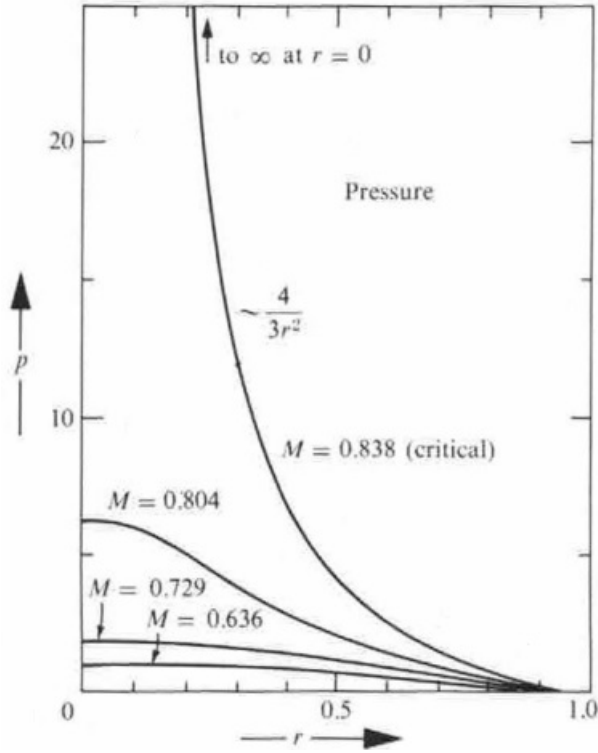


그림 7.4 - 밀도가 일정한 중성자별 내부의 압력 변화

물론 우리는 M87과 은하수 중심에 있는 천체의 이미지에 필적하는 중성자별 이미지를 얻지 못할 것입니다. 따라서 중력 적색편이 효과를 계산해 보겠습니다.  $z + 1$  (이 물리적 임계점에 가까운 거대한 천체에 해당)를 계산해 보겠습니다. 이 효과는 천체 표면에서 방출되는 빛이 멀리 떨어진 관측자를 향해 방사형 방향으로 영향을 미치며, 관측자는 늘어난 파장(적색편이)으로 이를 감지하게 됩니다.  $\lambda_r$  파장(적색편이). 다음에 의해 주어집니다:

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R_s}{r_a}}}$$

그러나 중앙 부분에서 기하학적 임계 반경은 슈바르츠실드 반경으로 정의되며, 이는 :

$$R_s = \frac{2GM_{crv}}{c^2} = \frac{2G}{c^2} \left( \frac{4}{3} \pi r_a^3 \rho_0 \right) = \frac{8\pi G \rho_0}{3c^2} r_a^3 = \frac{r_a^3}{\hat{r}^2}$$

따라서 중력 적색편이는 :

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r_a^2}{\hat{r}^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{r_a c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{8}{9}}} = 3$$

이것은 은하 M87과 은하수 중심에 위치한 블랙홀의 처음 두 이미지에서 추론된 최고 온도와 최저 온도 사이의 비율에서 추론된 값입니다. 따라서 이러한 초질량 천체의 이미지는 중심부의 압력(단위 부피당 에너지 밀도로 정의됨)이 무한하거나 적어도 극도로 높은 임계 이하의 천체에 해당할 수도 있습니다.

### 7.2.3 상수 밀도 플라즈마에서 광속 및 압력의 변화

이제 밀도가 일정하다고 가정한 유체(수소 플라즈마)를 생각해 봅시다. 아래 온도에서 3000°에서 내부 압력은 로 주어집니다:

$$p = \frac{\rho_0 v^2}{3}$$

여기서  $v$  는 플라즈마를 구성하는 입자의 평균 열 교반 속도입니다. 따라서 "압력이 무한대를 향하면  $p$  이 무한대를 향한다면, 이 속도도 무한대를 향해야 하는데, 이는 특수 상대성 이론의 핵심 원리인 "인과성의 원리"와 모순되며, 이에 따르면 어떤 물리적 효과도 속도로 전파될 수 없습니다.  $v > c$ "((Thorne, Wheeler, Misner 1973)), 물리적 수차로 이어질 것입니다.

그럼에도 불구하고 이 시공간 영역에서 이 플라즈마 내의 압력은 방사성이 됩니다:

$$p_r = \frac{\rho_0 c^2}{3}$$

이 복사압을 일정한 밀도에서 증가시키려면 매질에서 빛의 속도 변화를 고려해야 하는데, 이는 칼 슈바르츠실트가 최초로 구상한 것입니다(Schwarzschild 1916a):

Die Lichtgeschwindigkeit in unserer Kugel wird:

$$v = \frac{2}{3 \cos \chi_a - \cos \chi_s}, \quad (44)$$

그림 7.5 - 밀도가 일정한 구에서 광속의 변화

따라서 그의 기사에서 지적했듯이 빛의 속도의 증가는 압력의 증가를 따릅니다. 그렇다면 광속의 값과 마찬가지로 압력이 증가하면 어떤 일이 일어날까요? 간단히 말해서, 칼 슈바르츠실트((Schwarzschild 1916a) 433쪽)는 이 두 가지 양이 다음과 같은 경우 무한대가 된다는 것을 명확히 밝혔습니다.  $\cos \chi_a = \frac{1}{3}$ 에 해당  $r = R_{cr\phi}$  (44)에 대응하기 위해 무한해집니다.

우리는 칼 슈바르츠실트의 연구를 통해 이러한 초질량 아 임계 천체의 안정성은 기하학적

임계보다 훨씬 이전에 발생하는 물리적 임계로 인한 중력 붕괴가 중심에서 광속의 제공에 비례하는 일정한 밀도의 매우 높은 복사 압력으로 보상된다는 사실에 기인한다는 것을 추론해낼 수 있습니다.

### 7.3 결론

우리는 은하 중심에 위치한 초질량 천체의 이미지를 분석했으며, 이 이미지는 거대 블랙홀의 첫 번째 이미지로 *Astrophysical Journal*에 처음 발표되었습니다. 심층 연구를 통해 우리는 이 천체들에 대한 대안적 해석을 제안했는데, 이는 최대 온도와 최소 온도 비율이 3에 가까운 아 임계 초질량 특징에 해당할 수 있습니다. 실제로 이 천체들의 반지름은 질량에서 추론된 슈바르츠실트 길이보다 5.72%에 불과합니다. 이 관측 결과는 1916년 2월에 발표된 슈바르츠실트의 두 번째 논문에서 제안한 중력 적색편이 효과와 잘 일치하며, 이는 물리적 임계점에 근접한 중성자별의 특징일 가능성이 높습니다. 전후 대부분의 우주론자들에게 거의 알려지지 않았고 1999년까지 영어로 번역되지 않았던 이 해법은 이러한 현상을 관찰할 수 있는 독특한 관점을 제공합니다. 우리는 은하 내부의 압력, 빛의 속도, 시간 요소와 같은 측면을 조사함으로써 은하의 중심에 있는 복잡한 천체 물리학 현상에 대한 기존의 설명을 풍부하게 하는 것을 목표로 합니다. 여기에는 기하학적 임계점보다 훨씬 이전에 발생하는 물리적 임계점으로 인한 중력 붕괴와 광속의 제공에 비례하여 중심에서 발생하는 일정한 밀도의 매우 높은 복사 압력 사이의 균형에 의해 유지될 수 있는 은하의 안정성에 대한 탐구가 포함됩니다. 칼 슈바르츠실트의 100년 전 연구는 잘 정립된 이론 속에는 여전히 풀어야 할 미스터리가 남아 있음을 일깨워 줍니다. 특히 시간 인자의 진화와 시간 개념 자체에 대한 심오한 의미와 관련하여 우리가 제기하는 질문은 매우 중요하며 추가 연구를 촉구합니다. 향후 관측을 통해 우리의 가설이 확인된다면, 특히 비슷한 온도 비율을 가진 세 번째 초질량 천체의 이미지가 발견된다면, 현재의 천체물리학 모델 중 일부를 재평가할 수 있을 것입니다. 궁극적으로 우주는 그 광대함과 복잡성에도 불구하고 지식을 향한 우리의 끝없는 탐구를 계속 자극하고 있습니다.



## 8 도전 및 토론

### 8.1 모델을 전달하고 수용하는 과정에서 직면하는 어려움

야누스 우주론 모델을 보급하고 검증하기 위한 노력에서 우리는 특히 과학 출판 분야에서 엄청난 도전에 직면했습니다. 이 섹션에서는 이러한 어려움을 자세히 설명하면서 지배적인 국제 출판 시스템에 내재된 복잡성과 편견을 강조하고자 합니다.

우리가 직면한 가장 중요한 장애물 중 하나는 평판이 좋은 저널의 피어 리뷰 프로세스였습니다. 우리는 현재 존재하는 이 시스템이 새로운 아이디어, 특히 물리학 및 우주론의 확립된 기초에 도전하는 아이디어에 대해 종종 경직되고 불투명하다는 것을 발견했습니다. *피지컬 리뷰 디*, *모던 피직스 레터스 A*, *아스트로피직스 저널*, *천체물리학 및 우주과학* 등

권위 있는 저널에 논문을 게재하려는 우리의 시도는 저항과 회의론에 부딪혔습니다. 이러한 저항은 우리가 과학적 엄밀성이 부족해서라기보다는 현 상태를 유지하려는 과학계의 일반적인 경향에서 비롯된 것으로 보입니다.

출판을 시도하는 과정에서 우리가 직면한 어려움을 잘 보여주는 응답을 받았습니다. 예를 들어, *천체물리학 저널*의 편집자인 *에단 비슈니악*(Ethan T. Vishniac)

박사가 보낸 편지는 출판과 관련하여 우리 연구의 파격적인 성격을 강조했습니다:

*젤리 박사님께,*

*귀하가 최근 천체물리학 저널에 제출한 위에 인용된 귀하의 원고와 관련하여 이 편지를 보냅니다.*

*저는 귀하의 원고를 읽고 우리 저널에 게재하기에 적합한지 검토했습니다. 저희 저널은 천체 관측에 대한 새로운 결과 또는 천체물리학계에 직접 적용되는 이론을 제시하는 원고를 전문으로 취급합니다. 안타깝게도 바이메릭 상대성 이론의 근본적인 측면을 다루는 귀하의 원고의 주제는 저희 저널의 주제 영역에서 크게 벗어납니다. 따라서 귀하의 원고를 게재할 수 없음을 알려드리게 되어 유감스럽게 생각합니다. 그럼에도 불구하고 앞으로의 연구에 최선을 다해주시기 바랍니다.*

*이 논문의 주제는 중력 물리학을 전문으로 하는 저널의 범위 내에 있습니다. 일반적인 정책으로 특정 저널을 추천하지 않습니다. 다만 이 원고가 연구 논문으로서 잘 정리되어 있지 않다는 점만 말씀드리겠습니다. 논문의 대부분이 이전 연구와 새로운 결과를*

검토하고 있어 그 의미를 파악하기 어렵습니다. 예를 들어 초록에는 두 가지에 대한 언급이 없습니다.

안부 전합니다,

에단 T. 비슈니악

AAS 편집장

존스 홉킨스 대학교

즉, 저희 원고가 "*이합체 상대성 이론*"(바이메트릭을 의미)의 근본적인 측면을 다루고 있지만, 천체물리학계에 적용되는 새로운 천문학적 결과와 이론에 초점을 맞추고 있는 저널의 취지와 맞지 않는다는 것입니다. 이러한 정중하고 유익한 답변은 과학 연구의 기존 틀에 맞는 연구를 선호하는 일반적인 경향을 반영한 것입니다. 이와는 대조적으로 *Physical Review D*의

답변은 "*적합하지 않음*"이라는 문구로 요약되는 훨씬 더 간결했습니다. 이 짧은 답변은 이론 물리학 및 우주론의 기존 패러다임에서 크게 벗어난 아이디어를 수용하는 것이 얼마나 어려운지를 잘 보여줍니다.

이러한 주요 저널과의 상호작용은 새로운 과학 이론을 전달할 때 연구의 무결성과 참신성을 유지하면서 혁신적인 연구를 과학 저널의 기존 기대치 및 표준에 맞춰야 한다는 중요한 과제를 강조합니다.

또한 대표적인 사전 출판 리포지토리인 *arXiv*의

최근 정책 변경으로 인해 복잡성이 한층 더 가중되었습니다. 특히 기존 포럼에서 초기 저항에 부딪힐 수 있는 선구적인 연구의 경우, 주요 동료 심사 저널에 출판하기 전에 투고해야 한다는 새로운 요건은 역설적이고 직관에 반하는 것처럼 보일 수 있습니다. 이러한 정책 변경으로 인해 예비 결과를 신속하게 공유하고 과학계와 더 폭넓게 교류하는데 상당한 지장을 초래했습니다.

이러한 어려움에도 불구하고 희미한 희망과 인정이 있었습니다. 러시아 중력 및

우주론(Pleiades Publishing)과 독일 천문학

저널(*Astronomische Nachrichten*) 등

두 저널이 우리 연구를 진지하게 받아들이겠다는 의지를 보였습니다. 비록 우리가

기대했던 것만큼 광범위하지는 않지만, 우리 연구에 대한 그들의 헌신은 JCM에 대한 더

넓은 수용과 이해를 향한 긍정적인 발걸음입니다.

다음 섹션에서는 이러한 저널의 반응과 비판을 분석하여 건설적인 의견과 혁신적인 과학 이론을 수용하기 위해 동료 심사 프로세스가 개선될 수 있는 부분을 강조할 것입니다.

## 8.2 제출된 비평 및 답변에 대한 토론

야누스 우주 모델을 발표하기 위해 노력하는 과정에서 몇 가지 중요한 도전에 직면했는데, 그 중 하나는 *중력과 우주론* 저널의 긴 검토 과정이었습니다. 8개월에 걸친 끈질긴 추적 끝에 저널은 마침내 우리 연구의 질을 평가해 줄 검토자를 찾았습니다. 하지만 결과는 우리가 기대했던 것과는 달랐습니다. 다음은 우리가 직면한 도전의 본질을 요약한 서신입니다.

### 댓글 *중력과 우주론*

젤리 박사님께

수차례의 시도 끝에 귀하의 논문 GC23-019 '*쌍극자 리펠러의 본질*'에 대한 심판 보고서를 받았습니다. 유감스럽게도 이 보고서에는 심각한 비판적 내용이 다수 포함되어 있습니다. 이 보고서를 고려할 때, 귀하의 논문을 저널에 게재할 수 없습니다.

당신의 것을 진심으로,

세르게이 V. 박사 볼로코프

중력 및 우주론 편집 위원회

### 심판 보고서

저자들은 사실 일종의 바이 메트릭 이론인 "*야누스 우주론 모델*"의 틀에서 소위 쌍극자 리펠러의 현상을 설명하려고 합니다. 이 모델 자체에는 음의 질량을 가진 입자와 음의 에너지를 가진 광자와 같이 자연에 존재할 가능성이 매우 낮은 일부 엔티티가 포함되어 있습니다. 이를 위해 최근 실험에서 반물질 입자가 같은 질량의 물질 입자와 동일한 중력의 영향을 받는다는 사실이 밝혀졌다는 점을 상기하는 것이 적절합니다. 이것은 네거바이트 질량에 대한 저자들의 가정을 더욱 의심스럽게 만듭니다. 또한, 문제의 이론이 한 가지 현상만을 설명하기 위해 호출되고 다른 관찰된 시스템에는 영향을 미치지 않는다는 점이 이상해 보입니다. 이 논문의 약점은 리펠러의 관찰된 매개 변수를 고려한 구체적인 계산

없이 정성적인 주장만 포함되어 있다는 것입니다.

## 이 리뷰어에 대한 나의 답변

세르게이 V. 박사님께 블로코프 박사님께,

저희 원고 "쌍극자 리펠러의 본질"에 대한 심사 보고서를 전달해 주셔서 감사합니다. 저희 연구를 검토하는 데 많은 시간과 노력을 투자해 주셔서 감사합니다. 그러나 저희 연구의 핵심 개념과 관련하여 몇 가지 오해가 있을 수 있다고 생각되어 이를 명확히 하고자 합니다.

1. 음의 질량과 반물질에 대하여: 최근의 반물질 실험에 비추어 음의 질량에 대한 심판의 우려는 우리 모델이 간과했을 수 있는 근본적인 측면을 강조합니다. 우리 논문의 기초가 되는 야누스 우주론 모델은 두 가지 유형의 반물질이 존재할 것으로 예측합니다.

실험실에서 만들어지는 디랙의 반물질과 유사한 C형 반물질은 일반 물질과 유사하게 중력에 반응합니다. 이와는 대조적으로, 파인만의 음의 질량 개념에 해당하는 PT형 반물질은 쌍극자 리펠러와 같은 우주 공극의 중심에 존재하는 것으로 추정됩니다. 이 유형은 반중력 효과를 발휘하며, 이는 우리 모델의 핵심 구성 요소이며 원고 10페이지에 명확하게 설명되어 있습니다.

2. 관측 확인 및 모델 적용: 우리 모델의 타당성은 쌍극자 리펠러를 설명하는 것 이상으로 확장됩니다. 이 모델은 심판이 논문에서 놓쳤을 수 있는 다양한 천문 현상에 대한 통찰력을 제공합니다.

은하의 감금과 안정성: 음의 질량으로 채워진 틈새 공간으로 설명합니다.

중력 렌즈 효과: 이 모델은 은하 주변의 중력 렌즈 현상을 설명합니다.

우주 구조: 이 이론은 서로 연결된 비누방울처럼 음의 질량을 가진 성단으로 가득 찬 우주의 열공 구조를 제안합니다.

은하 자전 곡선과 중력 이상: 회전 곡선의 평탄화와 은하 경계에서 별들이 예기치 않게 가속하는 현상을 설명합니다.

초기 은하 형성: 제임스 웹 망원경의 최근 관측 결과를 바탕으로 우주 최초 1억 년 동안 은하가 동시다발적으로 형성되었다는 모델을 제시합니다.

고적색편이 은하: 음질량 은하단의 음의 중력 렌즈 효과로 인해 먼 은하(적색편이 7 이상)의 광도가 희미해지는 문제를 해결합니다.

국소 상대론적 검증: 이 모델은 수성의 근일주 전진 및 태양에 의한 빛의 편차와 같은

현상을 설명합니다.

초신성 관측: 양질량 집단과 음질량 집단 사이의 비대칭성은 Ia 형 초신성 관측과 상관관계가 있습니다.

3. 모델 적용 범위에 대한 오해: 마지막으로, 우리 이론이 하나의 현상만을 설명하기 위해 호출된다는 주장은 이론의 광범위한 적용 범위를 간과합니다. 우리 모델은 나선형 은하 구조, 음의 에너지 광자로 인한 우주 반물질의 보이지 않음, 우주 보이지 않는 구성 요소의 본질 등을 설명합니다.

이러한 추가 정보와 설명이 심판 보고서에서 제기된 우려를 해소하는 데 도움이 될 것으로 생각합니다. 필요한 경우 추가 세부 정보나 수정 사항을 제공할 준비가 되어 있습니다.

저희의 제안을 검토해 주셔서 감사드리며, 저널에 기여할 수 있는 기회가 있기를 기대합니다.

당신의 진심을 담아

안타깝게도 검토자의 우려 사항에 대해 자세히 답변한 후 더 이상의 연락이 없었습니다. 출판사와 리뷰어가 대화에서 물러난 것처럼 보였는데, 이는 학술 출판의 기존 틀 안에서 새로운 과학 이론을 홍보할 때 직면하는 어려움과 때로는 극복할 수 없는 것처럼 보이는 장벽을 보여주는 예입니다.

**천문학 잡지에 대한 비판적 분석이 돌아왔습니다.**

천문학저널과의 상호작용은 어려움도 있었지만, 우주론의 새로운 아이디어를 수용하는 데 있어 근본적인 문제에 대한 심도 있는 탐구를 가능하게 했습니다. 두 달간의 검색 끝에 찾아낸 유일한 리뷰어는 저명한 물리학자들이 확립한 가정에 대한 의문, 즉 대부분의 우주론자들이 활동하는 패러다임을 형성하고 공고히 하는 만연한 문제를 강조하는 대화를 시작했습니다.

우리 연구의 목표는 두 가지 주요 가정을 바탕으로 슈바르츠실트 외계 해에 대한 새로운 기하학적, 우주론적 해석을 제공하는 것입니다:

- **등방성:**  $SO(3)$ 의 작용에 따른 불변성, 즉 3D 회전 및 공간 이동의 그룹입니다.

- **고정성:** 시간 좌표에 대한 메트릭의 조건의 독립성, 즉 시간 변환에 따른 불변성입니다.

슈바르츠실트가 처음 설명한 일반적인 해결책은 적절한 근거 없이 제시되는 경우가 많습니다. Tolman은 1934년 ((Tolman 1934))에 가장 일반적인 형태는 교차 용어가 포함된  $drdt$ . 그러나 이 용어는 이후 편의상 무시되었습니다. 5장에서 자세히 설명한 대로 슈바르츠실트를 비롯한 많은 연구자들이 이 접근법을 따랐습니다.

검토자는 이러한 교차 용어가 존재하지 않는 것은 대칭 가정에서 비롯된 것이라고 지적했습니다. 우리는 필수적인 대칭 가정을 무시했다는 비난을 받고 있습니다: 솔루션은 다음과 같은 경우 불변해야 합니다.  $t$  가  $-t$  로 변경될 때 해는 불변해야 합니다(Wald의 저서(Wald 1984) 등에 언급되어 있습니다). 결과적으로, 교차 항이 있는 솔루션은  $drdt$  이 있는 솔루션은 이 불변성 조건을 만족하지 못하는데, 그 이유는  $t$  를  $-t$  로 변경하면 교차 항의 부호가 변경되기 때문입니다. 그렇다면 시간 변수에 관한 이 대칭성 가정에 대한 물리적 근거는 무엇일까요? 아무것도 없습니다. 슈바르츠실트나 그의 후계자 중 누구도 이 가정을 언급하지 않았습니다.

실제로 이 추론은 (그렇게 부를 수 있다면) 교차 항이 없는 "현대적 형태"를 중심으로 한 "블랙홀 모델"에 기초하고 있습니다(42). 이것은 순전히 수학적 가설로, 가시적인 관측 현실이 아니라 블랙홀의 존재에 대한 일반적인 믿음과 일치하도록 설계되었습니다. 따라서 우주론자들에게는 이 가설이 "자연스러운" 것처럼 보일 수 있습니다.

#### *천문학 소식지에*

대한 우리의 경험은 잘 정립된 패러다임이 우주론에서 혁신적인 아이디어를 받아들이는 데 얼마나 영향을 미칠 수 있는지 보여주며, 새로운 이론적 발전에 비추어 근본적인 가정에 대한 열린 마음과 재평가의 필요성을 강조합니다.

## 9 결론 및 토론

관측 데이터와 가장 일치하는 가장 단순한 이론을 선호하는 옴의 면도날 원리를 고려할 때, 야누스 모델이 표준 모델보다 성능이 뛰어나다는 결론을 내리는 것이 합리적입니다. 야누스 우주론 모델은 많은 천체 물리학 현상을 설명하는 일관된 접근 방식을 제공하는 동시에 이용 가능한 관측 데이터에 대한 명확한 해석을 제공합니다. 반면, 표준 모델은 관측 데이터와 불일치하는 부분이 있어 이러한 불일치를 해결하기 위해 임시적인 구성이 필요합니다.

실제로 야누스 모델은 우주 팽창의 가속, 은하의 감금, 뚜렷한 중력 렌즈 효과, 우주 마이크로파 배경(CMB)의 거의 완벽한 균질성 등 일반적으로 암흑 물질과 암흑 에너지에 기인하는 현상에 대한 대안을 단순히 제시하는 것 이상의 의미를 지닙니다. 이 모델은 우주의 보이지 않는 구성 요소의 본질과 정체에 대한 자세한 설명을 제공합니다. 이 모델은 원시 반물질에 대한 관측이 부족하다는 역설을 해결하고 쌍극자 리펠러를 음의 질량 덩어리로 보는

설명을 제공합니다. 이러한 관점은 우주의 대규모 구조를 규명하는 데 있어 야누스 우주론적 모델의 신뢰성을 강화하는 동시에 광학 관측 장비로 음의 질량을 검출하기 어려운 이유를 설명합니다. 또한 중력 적색편이가 7보다 큰 천체의 낮은 크기를 설명하고, 쌍극자 리펠러를 예로 들어 마이너스 질량 덩어리의 존재와 같은 구체적인 관측 실험을 규정함으로써 반박 가능성의 원칙을 준수합니다. 또한 약한 중력 렌즈 효과에 대한 다른 해석을 바탕으로 우주에 대한 대안적인 매핑을 제안합니다.

또한 야누스 모델은 우주 나이의 첫 1억 년 동안 현재 형태의 은하가 형성된 것을 예측함으로써 가장 최근의 관측 데이터, 특히 제임스 웹 우주 망원경에서 얻은 데이터에서 확인을 찾았습니다. 또한 동역학 그룹의 구조는 그 기하학적 구조에 *CPT 대칭성*을 부여하며, 2017년에 이루어진 특정 예측이 2023년 9월에 확인되었습니다. 이 예측은 실험실에서 합성되어 양에너지 광자를 방출하는 C-대칭(전하 대칭) 반물질에 관한 것으로, 관측에 따르면 일반 물질과 마찬가지로 하향 중력의 인력을 받는다고 합니다.

또한 음의 에너지와 질량 상태의 통합이 중력의 정량화에 중요할 수 있음을 시사하며 양자역학 연구의 유망한 길을 열어주었습니다. 따라서 야누스 모델은 자연과 완벽하게 일치하며 큰 모순이 없습니다.

이 책에서 우리는 우주론자와 물리학자들을 오랫동안 당혹스럽게 했던 미스터리를 밝힐 수 있는 잠재력과 그 뉘앙스를 밝히며 이 모델의 복잡성을 파헤쳤습니다.

고급 수학, 이론 물리학, 우주론 분야를 관통하는 이 여정은 기존의 관점에 도전하고 현재의 모델로는 완전히 설명하기 어려운 현상에 대한 대안적 설명을 제시하는 모델의 능력을 보여줍니다. 제시된 토론과 분석은 독자의 이해를 풍부하게 하고 호기심을 자극하여 과학 지식의 한계를 더 탐구하고 의문을 갖도록 하기 위한 것입니다.

저는 이론 물리학 및 우주론의 한계가 1950년대 이후 위상수학을 수용하는 분야가 늦어졌기 때문이라고 생각합니다. 지속적인 변형을 통해 보존되는 성질을 연구하는 위상수학은 우주의 구조와 그 복잡한 구조를 이해하는 새로운 방법을 제시할 수 있었을 것입니다.

끝으로, 이 책이 일반 상대성 이론의 탄탄한 이론적 토대 위에 세워진 모델에 대한 포괄적인 안내서일 뿐만 아니라, 우주론의 미지의 영역을 용기 있게 탐험할 새로운 세대의 사상가들에게 영감과 동기를 부여하는 데 도움이 되기를 바랍니다. 이 책을 통해 우주의 복잡한 아름다움과 과학자로서 그리고 인간으로서 우리를 이끄는 이해에 대한 끊임없는 탐구에 대해 더 깊이 인식할 수 있기를 바랍니다.

역동적이고 끊임없이 진화하는 우주론 분야에서 이 모델은 미개척 영역과 새로운 관점을 향한 길을 비추는 필수적인 안내등으로 부상하고 있습니다. 이 여정은 아직 끝나지 않았으며, 오히려 더 많은 탐험과 발견을 위한 지속적인 요청을 나타냅니다.



## 참고 문헌

- 아들러, R., R. 바진, M. 슈퍼 1975. *일반 상대성 이론 소개*. McGraw-Hill.
- 아키야마, K. 외. 2019. "최초의 M87 사건의 지평선 망원경 결과. I. 초질량 블랙홀의 그림자." *천체 물리학 저널*.
- 아키야마, K. 외. 2022. "최초의 궁수자리 a\* 사건 지평선 망원경 결과. I. 은하수 중심에 있는 초대질량 블랙홀의 그림자."
- Anderson, E. K. 외. 2023. "중력이 반물질의 운동에 미치는 영향 관찰". *Nature*.
- Bergmann, V., P. G. Bergmann, and A. 아인슈타인. 1941. "중력과 전기의 5차원적 표현에 관하여". *시어도어 폰 카르만 기념집*, 212.
- Benoit-Lévy, A., and G. Chardin. 2012. "디랙-밀른 우주를 소개합니다.". *천문학 및 천체 물리학* 537: A78.
- Bergmann, P. 1942. *상대성 이론에 대한 소개*. 프렌티스 홀.
- Bergmann, P., and A. Einstein. 1938. "칼루자의 전기 이론의 일반화에 관하여". *수학 연보* 39: 683.
- Bondi, H. 1957. "일반 상대성 이론의 음의 질량." *현대 물리학 리뷰* 29 (3).
- 부르바키, N. 2006. *엘레먼트 드 수학: 그룹 및 거짓말 알고리즘*. Springer.
- 보일란-콜친, 마이클. 2023. "스트레스 테스트.  $\Lambda$ 고 적색 편이 은하 후보를 사용한 CDM." *Nature*.
- Brennen, C. E. 1995. *캐비테이션과 버블 역학*. 옥스포드 대학 출판부.
- 찬드라세카르, S. 1983. *블랙홀의 수학적 이론*. 클라렌던 프레스.
- 차스칼로비치, 조엘. 2009. "지오 마케팅의 수학적 모델링을 위한 중력 이론." *학제간 수학 저널* 12 (3): 417.
- 크로닌, J. W. 1964. "CP 위반의 실험적 발견." *미국 물리 학회*.

- Damour, T., and Ian I. Kogan. 2002. "비선형 거대 중력의 유효 라그랑지안과 보편성 클래스". *Phys. Rev.*
- Debergh, N. 외. 2018. "단일 시간 역전 연산자를 통한 디랙 방정식의 음의 에너지와 질량에 대한 증거."
- 다이슨, F. W., A. S. 에딩턴, C. 데이비슨. 1920. "1919년 5월 29일 개기일식에서 관측한 태양의 중력장에 의한 빛의 편향에 대한 결정". *런던 왕립 학회의 철학적 거래, 시리즈 A, 수학적 또는 물리적 성격의 논문 포함*, 291-333.
- Eddington, A. 1925. "화이트헤드와 아인슈타인의 공식과의 비교". *Nature*.
- 아인슈타인, A., 그리고 N. Rosen. 1935. "일반 상대성 이론의 입자 문제". *Phys. Rev.* 48: 73.
- 엘-아드, H., T. 피란, L. N. 다 코스타 1997. "Mon. Not. R. Astro. Soc."
- Farnes, J. S. 2017. "암흑 에너지와 암흑 물질의 통합 이론에 대한 제안." *arXiv Physics.gen-Ph.*
- 페레이라, 레오나르도 외. 2022. "Panic! 디스크에서 : SMACS0723 필드에서 JWST를 사용하여  $z > 3$ 에서 은하 구조의 첫 번째 휴식 프레임 광학 관측." *천체 물리학 저널 편지*.
- Flamm, L. 1916. "아인슈타인의 중력 이론에 대한 공헌."
- Heald, G. 2020. "물질과 반물질 사이의 중력 반발에 대한 더 강력한 사례." *리서치 게이트 출판물*, 번호 339339776.
- 호프만, Y. 외. 2018. "준 선형 주변 우주." *자연 천문학*.
- 호프만, Y., D. 포마레드, R. B. 툴리, 그리고 H. Courtois. 2017. "쌍극자 리 펠러." *자연 천문학* 1: 0036.
- 호센펠더, S. 2008. "교환 대칭을 갖는 이중 계량 이론." *arXiv*.
- 칼루자, Th. 1921. "물리학의 통일 문제에 대하여". *Sitzungsberichte Pruss. Acad. Sci.* 966.
- 커, 로이 P. 1963. "대수적으로 특수한 지표의 예로서 회전하는 질량의 중력장". *물리 편지* 11: 237.
- 클라인, O. 1926. "양자 이론과 5 차원 상대성 이론." *Z.Phys.* 37: 895.

Koiran, P. 2021. "에딩턴-핀켈슈타인 측정법의 오류 시간, 아인슈타인-로젠 교량에 적용." *Inter. Jr. Of Mod. Phys. D* 14.

Kruskal, M. D. 1960. "슈바르츠 실드 메트릭의 최대 확장." *물리적 검토* 119 (5).

크루스칼, 마틴 D. 1960. "슈바르츠 실드 메트릭의 최대 확장." *피지컬 리뷰* 119: 1743-45.

Medeiros, L. 외. 2023. "주성분 간섭계측 모델링(PRIMO), EHT 데이터용 알고리즘". I. 시뮬레이션된 EHT 관측에서 이미지 재구성하기."

미셸슨, A. A., 및 E. W. 몰리. 1887. "지구와 발광 에테르의 상대 운동에 관하여". *미국 과학 저널* 34: 333-45.

모린, 베르나르, 장 피에르 뷔띠 1978. "르 르트 랑스 드 라 스피어." HAL.

Morris, M., and K. S. Thorne. 1988. "시공간에서의 웜홀과 성간 여행에 대한 사용 : 일반 상대성 이론을 가르치기위한 도구." *Am. J. Phys.* 56: 395.

Neiser, T. F. 2020. "암흑 에너지의 페르미 퇴화 반중성미자 별 모델." *천문학의 진보* 2020: 논문 ID 8654307.

오펜하이머, J. R., 및 H. 스나이더. Snyder. 1939. "지속적인 중력 수축에 관하여." *Phys. Rev.* 56: 455-59.

오펜하이머, J. R., 및 G. M. 볼코프. 1939. "거대한 중성자 코어에서." *피지컬 리뷰* 55 (4): 374-81.

팔라티니, A. 1919. "해밀턴 교장의 중력 방정식 불변성 공제." *Rend. Circ. Matem. Palermo* 43: 203-12. <https://doi.org/10.1007/BF03014670>.

파블로프스키, A. I. 1994. "자기 축적-안드레이 사하 로프를위한 회고록." *메가가우스 자기장 생성 및 펄스 전력 응용*, M. Cowan 및 R. B. 편집. B. Spielman, 9-22. 뉴욕: 노바 과학 출판사.

펠뮤터, S. 외. 1999. "측정  $\Omega$  및  $\Lambda$  42 개의 고 적색 편이 초신성에서." *천체물리학 저널* 517 (2).

뷔띠, 장 피에르 . 1985. *르 토폴로지콘*. 벨린 에디션.

뷔띠, 장 피에르. 1994. "누락 된 질량 문제. *일 누오보 시멘토*.

쁘띠, 장 피에르. "쌍둥이 우주 우주론." *천체 물리학 및 우주 과학* 226: 273-307.

쁘띠, 장 피에르. 2018. "야누스 우주론 모델과 CMB의 변동". *물리학의 진보*.

쁘띠, 장 피에르, G. 다고스티니 . 2021a. "바이메트릭 모델. 음의 질량이 암흑 물질과 암흑 에너지를 모두 대체하는 경우. 관측 데이터와 탁월한 일치. 원시 반물질 문제 해결." *프랑스 국립 센터 데이터베이스*, 2021a.

쁘띠, 장 피에르, G. 다고스티니 2021b. "최근 초신성 Ia 형 관측에서 얻은 야누스 우주 모델에 대한 제약". *천체 물리학 및 우주 과학*, 2021b.

쁘띠, 장 피에르, G. 다고스티니 2014a. "관측된 우주의 가속도와 일치하는 양과 음의 질량과 두 가지 다른 빛의 속도가 상호 작용하는 우주론적 바이메트릭 모델". *현대 물리학 편지 A* 29 (34).

쁘띠, 장 피에르, G. 다고스티니 2014b. "우주론의 음의 질량 가설과 암흑 에너지의 본질". *천체 물리학 및 우주 과학* 354 (2014b): 611-15.

쁘띠, 장 피에르, G. 다고스티니. 2014. "관측된 우주의 가속도와 일치하는 양과 음의 질량과 두 가지 다른 빛의 속도가 상호 작용하는 우주론적 바이메트릭 모델". *현대 물리학 편지 A*.

쁘띠, 장 피에르, G. 다고스티니, 그리고 N. Debergh . 2018. "단일 시간 역전 연산자를 통한 디랙 방정식의 음의 에너지와 질량의 증거.". *J. Phys. 2* (115012).

쁘띠, 장 피에르, G. 다고스티니, 그리고 N. Debergh. 2019. "야누스 우주론 모델(JCM)의 물리적, 수학적 일관성". *물리학의 진보* 15.

피란, 츠비. 2018. "중력 반발에 대하여." *arXiv*. <https://arxiv.org/abs/9706049>.

Riess, A. 외. 2004. "허블 우주 망원경에서  $z > 1$ 에서 Ia 형 초신성 발견, 과거의 감속과 암흑 에너지 진화에 대한 제약에 대한 증거." *천체물리학 저널* 607 (2).

사하로프, A. D. 1967 . "우주의 CP 불변성, C 비대칭성, 바리온 비대칭성 위반". *Pi'sma ZhÉTF* 5 (1): 32-35.

Sakharov, A. D. 1979. "ZhETF Pis'ma." *JETP* 49: 594.

사하로프, A. D. 1980. "시간의 화살이 역전 된 우주의 우주론 적 모델." *Pi'sma ZhÉTF* 79 (3): 689-93.

- 사하로프, A. D. 1982. "우주의 다중 시트 모델." *Pi'sma ZhÉTF* 82 (3): 1233-40.
- 슈미트, B. P. 외. 1998. "High-z 초신성 검색. Ia형 초신성을 이용한 우주의 우주 감속 및 전지구 곡률 측정." *천체물리학 저널* 507 (1).
- 슈바르츠실트, K. 1916a. "Über Das Gravitationsfeld Einer Kugel Aus Inkompressibler Flüssigkeit Nach Der Einsteinschen 이론." *독일 쾰니히 프러시아 아카데미 학술지*.
- 슈바르츠실트, K. 1916b. "중력장에 관하여 일차 이론에 따른 질량점." *독일 쾰니히 프러시아 아카데미 학술지*.
- Souriau, J. M. 1964. *기하학과 상대성 이론*. Hermann.
- Souriau, J. M. 1997. *동역학 시스템의 구조, 물리학의 심플렉틱 관점*. Birkhäuser Verlag.
- 수 리오, 장 마리. 1965. "연장 뒤 상 드 슈바르츠 실드." *게시판 드 라 소시에테 수학 드 프랑스* 93: 193-207.
- 스토이카, O.C. 2014. "특이 세미 리만 다양체에서". *현대 물리학의 기하학적 방법 국제 저널* 11.
- Thorne, K. S., J. A. 휠러, 및 C. W. 미스너. 1973. *Gravitation*.
- Tolman, R. 1934. *상대성 이론, 열역학 및 우주론*. 옥스포드 클레렌던 프레스.
- 탐 팔리스, 마이클. 1978. "팔라티니 변형 방법에 대하여.". *수학 물리학 저널* 19 (3): 555-57.
- Vuyk, V. 2018. "양자 FFF 이론에서 블랙홀 주변에서도 모든 인력을 생성하는 데 필요한 다섯 번째 힘 진공 쌍극자 리 펠러." *리서치 게이트 출판물*, 번호 325995732.
- Wald, R. 1984. *일반 상대성 이론*.
- 와인버그, S. 2000. *양자장 이론: 1 권, 기초 2 권, 현대 응용 3 권, 초대칭*. Vol. 1-3. 캠브리지 대학 출판부.